

مثلثات

تبدیل ضرب به جمع

دکتر یوسف گوه‌مسکن

ریاضی ۱۱م



AvaEducation16.blog.ir



AvaEducation16@gmail.com



[@AvaEducation16](https://www.instagram.com/AvaEducation16)



[@AvaEducation16](https://www.youtube.com/AvaEducation16)

توضیحات


- این فایل علاوه بر سایت AvaEducation16.blog.ir در کانال تلگرامی [@AvaEducation16](https://t.me/AvaEducation16) نیز موجود و قابل دانلود می‌باشد.
- این فایل جهت گسترش آموزش رایگان ارائه شده است، اما به جهت رعایت حقوق معنوی درخواست می‌شود نام منبع ذکر گردد.
- در این دسته از فایل‌ها که با روجلدی صورتی [REDACTED] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **متوسطه** و در آن دسته که با روجلدی آبی [REDACTED] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **دانشگاه** ارائه خواهد شد.
- نکات موجود در متن با علامت  نمایش داده شده‌اند.
- در بخش پاسخنامه سوالات از علائم زیر استفاده شده است:
 -  بسیار ساده جهت آشنایی با نمونه‌های اولیه سوالات
 -  ساده جهت تثبیت مطالب
 -  متوسط جهت تمرین بیشتر مطالب
 -  سخت جهت کسب مهارت کافی و آشنایی با روش‌های حل مسائل خاص

۱ مسئله

اندازه زاویه A در مثلث ABC ، 45 درجه بیشتر از اندازه زاویه B است. حاصل $2 \cos A \sin B - \sin C$ کدام است؟

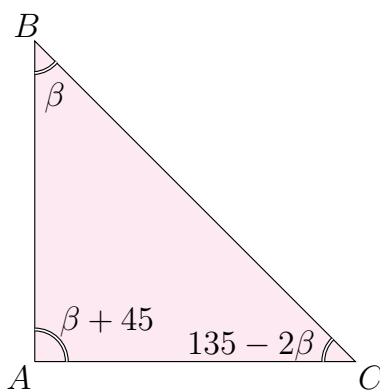
- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (سراسری ریاضی ۱۴۰۱)
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۲ روش حل مسئله

پاسخ: دو روش برای حل این مسئله پیشنهاد می‌شود که عبارتند از روش تستی و روش تشریحی. 

۱.۲ روش تستی

در روش اول این مثلث به صورت زیر رسم می‌شود. زاویه B ، β نامیده می‌شود. پس دیگر زوایا به صورت نامیده شده در شکل خواهند بود.



با انتخاب $\beta = 45^\circ$ این مثلث به صورت قائم‌الزاویه خواهد بود. در نتیجه زوایای مثلث به صورت $A = 90^\circ$ ، $B = 45^\circ$ و $C = 45^\circ$ می‌شوند. با جایگذاری این زاویه‌ها در عبارت داده‌شده، مقدار آن به صورت زیر بدست می‌آید.

$$2 \cos A \sin B - \sin C = 2(0)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۲ صحیح است.

۲.۲ روش تشریحی

با داشتن زاویه‌ها بر حسب β مقدار عبارت به صورت زیر ساده می‌شود. در گام اول نیز باید رابطه ضرب مثلثاتی به جمع تبدیل گردد. این موضوع تحت نکته زیر ارائه می‌شود.

$$\cos A \sin B = \frac{1}{2} (\sin(A + B) - \sin(A - B)) \quad \text{💡}$$

نکته دیگری که در حل مسئله مورد استفاده قرار می‌گیرد به صورت زیر است.

$$\sin A = \sin(180 - A) \quad \text{💡}$$

$$\begin{aligned} 2 \cos A \sin B - \sin C &= 2 \cos(\beta + 45) \sin \beta - \sin(135 - 2\beta) \\ &= \sin(2\beta + 45) - \sin 45 - \sin(135 - 2\beta) \\ &= \sin(180 - (2\beta + 45)) - \sin 45 - \sin(135 - 2\beta) \\ &= \sin(135 - 2\beta) - \sin 45 - \sin(135 - 2\beta) \\ &= -\sin 45 \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۲ صحیح است.

انسان زندگی شاد را پیدا نمی‌کند، بلکه
باید آن را بسازد.



 AvaEducation16.blog.ir

 [@AvaEducation16](https://www.instagram.com/AvaEducation16)

   [@AvaEducation16](https://www.youtube.com/AvaEducation16)

 AvaEducation16@gmail.com