

یک راه حل گرانشی جدید برای بهینه یابی مسائل چند مدی

سجاد یزدانی شهربابکی^۱ حسین نظام آبادی پور^۲

^۱ دانشجو، دانشگاه شهید باهنر کرمان، بخش مهندسی برق، Sajjad.Yazdani@gmail.com

^۲ دانشیار دانشگاه شهید باهنر کرمان، بخش مهندسی برق، Nezam@mail.uk.ac.ir

چکیده - یافتن مکان تمام بهینه‌ها (شامل بهینه‌های محلی و فرامحلی) در یک مساله بهینه سازی چند مدی با استفاده از الگوریتم های جستجوی ابتکاری یکی از موضوعات چالش آور در این زمینه است. مشکل اصلی الگوریتم‌های ابتکاری در حل مسائل چند مدی، قدرت همگرایی آنها به یک جواب (عموماً بهینه فرا محلی) است. الگوریتم جستجوی گرانشی از جمله الگوریتم‌های ابتکاری است که کارایی مناسب آن در بهینه سازی فرا محلی ثابت شده است. تاکنون برای حل مسائل چند مدی با الگوریتم گرانشی تنها یک روش توسط نویسندگان این مقاله ارائه شده است. در این مقاله یک نسخه از این الگوریتم برای حل مسائل چند مدی بر مبنای نسخه قبلی ارائه شده و با روشهای مطرح در این زمینه و نسخه قبلی مقایسه می‌شود. نتایج آزمایشها روی توابع محک استاندارد بهبود توانایی الگوریتم پیشنهادی را تایید می‌کند. کلید واژه- الگوریتم جستجوی گرانشی، الگوریتم های ابتکاری، بهینه های محلی، بهینه یابی چند مدی، جایگاه یابی.

وراثتی ساده حل شود عاملها عاقبت به یک جواب بهینه همگرا می شوند. این عمل ناشی از پدیده شناخته شده ی رانش وراثتی است.

تا کنون روش‌های متفاوتی برای حل مسائل چند مدی با الگوریتم های مختلف ارائه شده است [۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳]. راشدی و نظام آبادی پور با الهام گرفتن از مفاهیم جرم و نیروی جاذبه و با شبیه سازی قوانین طبیعت، الگوریتم جستجوی گرانشی را ارائه کرده‌اند [۶]. به علت عمر کوتاه الگوریتم جستجوی گرانشی تاکنون برای حل مسائل چند مدی با الگوریتم گرانشی تنها یک نسخه توسط نویسندگان این مقاله ارائه شده است [۲۰]. هدف اصلی این مقاله ارائه یک نسخه کارا تر از این الگوریتم است که توانایی بهتری در حل مسائل چند مدی داشته باشد.

ادامه مقاله اینگونه سازماندهی می شود که در بخش دوم الگوریتم جستجوی گرانشی در شکل استاندارد آن و نسخه موجود برای حل مسائل چند مدی مرور می شود و سپس در بخش سوم راه کار مناسب برای حل مسائل چند مدی و اصلاح نسخه قبلی ارائه می شود. نتایج حاصل از پیاده سازی الگوریتم اصلاح شده بر روی توابع محک، تحلیل نتایج و مقایسه با سایر الگوریتمها و نسخه قبلی در بخش چهارم بیان می شود و نهایتاً بخش پنجم به جمع بندی مقاله می پردازد.

۱- مقدمه

ساختار موازی الگوریتم های جستجوی ابتکاری آنها را به ابزاری قدرتمند در حل مسائل بهینه سازی دنیای واقعی تبدیل کرده است. این الگوریتم‌ها از مفاهیم فیزیکی و بیولوژی الهام گرفته شده‌اند و با مدلسازی فرایندهای طبیعی ابزاری کارآمد در جستجوی فضای پیچیده مسائل دشوار دنیای واقعی فراهم آورده‌اند.

اگر چه این الگوریتمها فضا را به صورت موازی جستجو می‌کنند، اما عموماً بواسطه قابلیت همگرایی‌شان، به یک جواب همگرا می‌شوند. نتایج تحقیقات نشان داده است که این الگوریتم ها در یافتن جواب بهینه فرامحلی موفق بوده اند. در دنیای واقعی مسائل فراوانی وجود دارد که شامل چندین بهینه هستند یا به عبارتی چند مدی هستند. در این قبیل مسائل، بهینه‌های محلی می‌توانند جایگزین مناسبی در حل مساله برای بهینه فرامحلی باشند که این جایگزینی بر مبنای نظر کاربر انجام می‌شود. مسائل طراحی راکتور هسته‌ای [۱، ۲]، طراحی holographic grating [۳]، مساله Two-beam grillage [۴] و three-body problem [۵] از نمونه های عملی این مسائل می باشند.

چنانچه یک مسئله چند مدی را با الگوریتمی مانند الگوریتم

۲- الگوریتم جستجوی گرانشی استاندارد و چند مدی

$$F_i^d = \sum_{j=1, j \neq i}^N \text{rand}_j \times F_{(i,j)}^d \quad (4)$$

طبق قانون دوم نیوتن هرگاه به جسمی نیرو وارد شود آن جسم در جهت نیرو شتابی می گیرد که مقدار این شتاب با مقدار نیروی وارده به جسم تقسیم بر جرم اینرسی آن جسم برابر می باشد. در الگوریتم گرانشی نیز نیروی گرانشی محاسبه شده به جسم شتاب می دهد.

در الگوریتم گرانشی شتاب طبق قانون دوم نیوتن برای هر جسم و در هر بعد از رابطه (۵) محاسبه می شود در این رابطه M_i جرم اینرسی جسم i است.

$$a_i^d = \frac{F_i^d}{M_i} \quad (5)$$

بعد از محاسبه شتاب سرعت هر جسم مطابق با رابطه (۶) محاسبه می شود. در این رابطه rand_j یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه [0 1] است. موقعیت جدید جسم i در بعد d مطابق با رابطه (۷) تغییر می کند.

$$v_i^d(t+1) = \text{rand}_i \times v_i^d(t) + a_i^d(t) \quad (6)$$

$$x_i^d(t+1) = x_i^d(t) \times v_i^d(t+1) \quad (7)$$

جرمهای گرانشی و اینرسی همانند آن چه در طبیعت وجود دارد برابر در نظر گرفته می شوند (رابطه (۸)) [۶]. برای تنظیم اجرام از رابطه (۹) استفاده می شود. مطابق با این رابطه اجسام با شایستگی بیشتر، جرم بیشتری نسبت داده می شود تا سایر اجسام را بیشتر به سمت خود جذب کنند.

$$Ma_i = Mp_i = Mi_i = M_i \quad (8)$$

$$M_i = \frac{\text{Fitness}_i(t) - \text{Worst}(t)}{\text{Best}(t) - \text{Worst}(t)} \quad (9)$$

در رابطه (۹) $\text{Fitness}_i(t)$ مقدار برازندگی جسم i ، $\text{Best}(t)$ مقدار برازندگی بهترین جسم در سیستم و $\text{Worst}(t)$ مقدار برازندگی بدترین جسم در سیستم در تکرار t ام می باشد. در مسائل پیشینه یابی برازندگی بهترین و بدترین جسم از روابط (۱۰) و (۱۱) بدست می آیند.

$$\text{Best}(t) = \max_{i=1, \dots, N} (\text{Fitness}_i(t)) \quad (10)$$

$$\text{Worst}(t) = \min_{i=1, \dots, N} (\text{Fitness}_i(t)) \quad (11)$$

در ابتدای تشکیل سیستم هر جسم به طور تصادفی در یک نقطه از فضا قرار می گیرد. در هر تکرار که معادل با یک مرحله

در الگوریتم جستجوی گرانشی عامل های جستجو کننده به صورت مجموعه ای از اجسام می باشند. هر جسم دارای چهار مشخصه است: الف) موقعیت ب) جرم گرانشی فعال ج) جرم گرانشی غیر فعال د) جرم اینرسی [۶]. جرم های تعریف شده بر گرفته از مفاهیم جرم گرانشی و جرم اینرسی در فیزیک می باشند. جرم گرانشی فعال، معیاری از میزان نیروی گرانشی حول یک جسم است. جرم گرانشی غیر فعال نشان دهنده قدرت اثر متقابل در میدان گرانشی است. جرم اینرسی نیز معیاری از مقاومت شی در مقابل تغییر موقعیت مکانی و حرکت جسم است. موقعیت هر جسم در فضای جستجو یک جواب برای مسئله می باشد. به عبارت دیگر هر جسم دارای یک موقعیت در فضای جستجو می باشد که این موقعیت یک جواب از مسئله است و جرم این جسم متناسب با برازندگی این جواب به آن نسبت داده می شود.

۲-۱- الگوریتم جستجوی گرانشی استاندارد

یک سیستم شامل N جسم را در نظر بگیرید که موقعیت هر جسم در فضای جستجو مطابق رابطه (۱)، یک بردار n بعدی است. هر درایه از این بردار یکی از متغیرهای مسئله است و این بردار یک جواب از مسئله می باشد. موقعیت بعد d از جسم i با x_i^d نشان داده شده است.

$$X_i = \{x_i^1, \dots, x_i^d, \dots, x_i^n\} \text{ for } i=1, 2, 3, \dots, N \quad (1)$$

در هر مرحله نیروی جاذبه جسم j ام روی جسم i ام، در هر بعد مطابق با رابطه (۲) محاسبه می شود. در این رابطه، Ma_j جرم گرانشی فعال جسم j ام، Mp_i جرم گرانشی غیر فعال جسم i ام می باشد. $G(t)$ ثابت گرانشی در زمان t می باشد که تابعی از زمان می باشد. ϵ یک مقدار ثابت بسیار کوچک است و $R_{i,j}$ مطابق رابطه (۳) فاصله اقلیدسی بین دو جسم می باشد [۶].

$$F_{(i,j)}^d(t) = G(t) \frac{Ma_j(t) \times Mp_i(t)}{R_{(i,j)}(t) + \epsilon} (x_j^d - x_i^d) \quad (2)$$

$$R_{(i,j)} = \|X_i(t) - X_j(t)\| \quad (3)$$

نیروی وارد بر جرم i در بعد d در زمان t مطابق رابطه (۴) برابر با مجموع ضریبهای تصادفی از تمام نیروهایی است که سایر اجسام بر آن وارد می کنند. در این رابطه $\text{rand}_j(t)$ یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه [0 1] می باشد.

استاندارد این نیرو به اجسام شتاب می دهد. این شتاب به اجسام سرعت و تغییر مکان می دهد این تغییر مکان جستجو در فضای مسئله را انجام می دهد. از آنجا که هر جسم تنها با همسایه های خود در تعاون است اجسام در جایگاه های متفاوت قرار می گیرند و جوابهای مختلف مسئله را در یک زمان ارائه می دهد.

به این الگوریتم با نام NGSA V1 (Niching GSA) اشاره می شود.

۳- الگوریتم جستجوی گرانشی چند مدی پیشنهادی

در الگوریتم جستجوی گرانشی چند مدی مرجع [۲۰] برای محدود کردن اثر گذاری اجسام بر روی یکدیگر و نیز تنوع بخشیدن به مجموعه اعضا (پاسخها)، اعمال نیرو توسط یک جسم به سایر اجرام محدود می شود. این روش بر مبنای تجربیات برای حل مسائل چند مدی مناسب است اما عدم کنترل مقدار نیروهای اعمالی گاه باعث می شود که تعدادی از جوابهای مسئله حذف شوند. در روش پیشنهادی اصلاح شده، علاوه بر کنترل اعمال نیروها مقدار این نیروها نیز تصحیح می شود. تصحیح مقدار نیروها توسط تصحیح جرم اجسام می باشد. کنترل نیروهای اعمال شده به اجسام باعث می شود که تنوع در بین عاملها حفظ شود و تصحیح مقدار نیروهای اعمال شده همگرایی اجسام به سمت جوابهای مختلف را هدفمندتر می کند.

در الگوریتم جستجوی گرانشی چند مدی پیشنهادی همانند الگوریتم جستجوی گرانشی چند مدی [۲۰] برای هر جسم یک همسایگی تعریف می شود و هر جسم تنها با اجسام همسایه خود در تعامل می باشد. در الگوریتم پیشنهادی جرم اجسام با توجه به همسایه های آن تصحیح می شود که این امر باعث می شود حرکت اجسام به سمت مکانهای بهینه سریعتر شود.

از آنجا که همسایگی اجسام یکسان نیست، بنابراین هر جسم دارای جرم فعال خاصی برای هر یک از سایر اجسام می باشد. به عبارتی دیگر، یک جسم دارای جرمهای فعال مختلفی است و برای محاسبه نیروی وارد آمده به یک جسم از جرم فعال مربوط به آن استفاده می شود.

جرمهای فعال هر جسم بصورت برداری تعریف می شوند (رابطه ۱۴). در رابطه ۱۴ $Ma_{i,j}$ جرم فعال جسم i ام در برابر جسم j ام می باشد. این جرم بیانگر اثر جسم i ام روی جسم j ام می باشد و با رابطه ۱۵ محاسبه می شود.

از زمان است موقعیت اجسام ارزیابی می شود و پس از محاسبه جرم، نیروی گرانشی، شتاب و سرعت، اجسام تغییر مکان می دهند. متغیرهای سیستم مانند ثابت گرانشی در هر مرحله بروز رسانی می شوند. راشدی و نظام آبادی پور برای بروز رسانی متغیر ثابت گرانشی رابطه (۱۲) را پیشنهاد داده اند.

$$G(t) = G_0 e^{-\frac{\alpha t}{T}} \quad (12)$$

شرط توقف میتواند پس از گذشت مدت زمان مشخصی تعیین شود. الگوریتم گرانشی در شکل استاندارد آن که مرور شد دارای خاصیت متمرکز شونده به یک بهینه می باشد. همگرایی این الگوریتم و نیز توانایی آن در حل مسائل عملی و توابع استاندارد بر مبنای تجربیات گذشته ثابت شده است [۶، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۹].

۲-۲ الگوریتم جستجوی گرانشی چند مدی [۲۰]

برای یافتن نقاط بهینه مختلف باید از همگرایی اجسام حول یک نقطه جلوگیری شود. در اغلب روشهای چند مدی با استفاده از الگوریتمهای ابتکاری تلاش می شود تا با حفظ تنوع جمعیت از همگرایی تمام اعضا به یک جواب جلوگیری شود. همگرایی عاملها به یک جواب مهمترین مشکل اصلی الگوریتم گرانشی پایه در حل مسائل چند مدی است. برای محدود کردن این اثر و نیز تنوع بخشیدن به مجموعه اعضا (پاسخها)، در روش پیشنهادی نحوه اعمال نیرو توسط عاملها کنترل شده و اعمال نیرو توسط یک جسم به سایر اجرام محدود می شود.

در الگوریتم جستجوی گرانشی استاندارد همه اجسام با اعمال نیروی جاذبه با یکدیگر در تعاون می باشند. در الگوریتم جستجوی گرانشی چند مدی برای هر جسم یک همسایگی تعریف می شود و هر جسم تنها با اجسام همسایه خود در تعامل می باشد.

در الگوریتم جستجوی گرانشی چند مدی، روابط مانند الگوریتم استاندارد بکار می روند اما نیروی اعمالی بر یک جسم را تنها از سوی همسایه های آن جسم به آن اعمال می شود. به عبارت دیگر محاسبه نیروی اعمالی به اجسام از رابطه (۱۳) محاسبه می شود [۲۰].

$$F_i^d = \sum_{j \in \text{Neighbor}_i} \text{rand}_j \times F_{(i,j)}^d \quad (13)$$

جسم j همسایه جسم i نامیده می شود اگر و تنها اگر فاصله این دو جسم از فاصله مشخصی کمتر باشد که این مقدار ثابت را شعاع همسایگی (σ) نام دارد. همانند الگوریتم گرانشی

چنانچه یک جسم با هیچ جسم دیگری همسایه نباشد نیروی گرانشی آن برابر با صفر می باشد که این امر نامطلوب، باعث می شود آن جسم حرکت نکند و جستجویی را انجام ندهد. چنانچه یک جسم دارای همسایه نباشد به آن یک نیروی تصادفی اعمال می شود تا از این امر ناخواسته جلوگیری شود. همانند الگوریتم گرانشی استاندارد این نیرو به اجسام شتاب می دهد. بعد از محاسبه شتاب سرعت هر جسم مطابق با رابطه (۶) محاسبه می شود. موقعیت جدید جسم i در بعد d مطابق با رابطه (۷) محاسبه می شود.

مکان های جدید باید در فضای مساله باشند و چنانچه مکان جدید در فضای جستجو نباشد با یک مقدار تصادفی جایگزین می شود. جواب های نهایی، موقعیت اجسامی است که در همسایگی خود بهترین باشند این اجسام، جایگاه نام دارند. مکان جایگاه ها تنها در صورت بهبود مقدار شایستگی جایگزین می شوند. همانند الگوریتم پایه در ابتدای تشکیل سیستم هر جسم به طور تصادفی در یک نقطه از فضا قرار می گیرد. شرط توقف میتواند پس از گذشت مدت زمان مشخصی تعیین شود. به این الگوریتم با نام NGSa V2 اشاره می شود.

۴ - آزمایشها، نتایج و مقایسه با سایر روشها

در این قسمت نتایج حاصل از پیاده سازی الگوریتم پیشنهادی برای حل تعدادی از مسائل چند مدی که در آنها هدف یافتن همه بهینه های محلی است ارائه می شود. توابع F1 الی F5 توسط گلدبرگ و ریچاردسون معرفی شده اند و توسط محققین مختلف مورد استفاده قرار گرفته اند [۱۱، ۲۱، ۲۲]. این توابع توسط روابط (۲۲) الی (۲۶) تعریف می شوند. توابع F1 الی F4 در یک بعد تعریف شده و در بازه [0 1] دارای پنج نقطه بهینه می باشند. برای تابع F1 مقدار همه بهینه ها برابر ۱ است ولی برای تابع F2 مقدار بهینه ها با یکدیگر متفاوت است. توابع F3 و F4 دارای توزیع نایکنواخت بین مکان بهینه ها می باشند. تابع F5 به تابع همیلبلاثو مشهور است در فضای دو بعدی تعریف می شود و در ناحیه تعریف شده چهار بهینه دارد.

$$F_1(x) = \sin^6(5\pi x) \quad (22)$$

$$F_2(x) = e^{2 \log(2) \left(\frac{x-0.1}{0.8} \right)^2} \sin^6(5\pi x) \quad (23)$$

$$F_3(x) = \sin^6(5\pi(x^{\frac{3}{4}} - 0.05)) \quad (24)$$

$$F_4(x) = e^{2 \log(2) \left(\frac{x-0.08}{0.854} \right)^2} \sin^6(5\pi(x^{\frac{3}{4}} - 0.05)) \quad (25)$$

$$Ma_i = \{Ma_{i,1}, Ma_{i,2}, \dots, Ma_{i,N}\} \quad (14)$$

$$Ma_{i,j}(t) = \begin{cases} NM_{i,j}(t) & \text{if } i \text{ And } j \text{ are Neighbor} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

که در این رابطه $NM_{i,j}$ جرم همسایگی اجسام i و j است و طبق رابطه ۱۶ محاسبه می شود. همانگونه که ملاحظه می شود جرم گرانشی فعال جسم i ام در برابر سایر اجسام متغیر است و به شعاع همسایگی، تعداد همسایه ها و نیز کیفیت آنها وابسته است.

$$NM_{i,j}(t) = \frac{Fitness_j(t) - WorstNeighbor_i(t)}{BestNeighbor_i(t) - WorstNeighbor_i(t)} \quad (16)$$

در رابطه ۱۶، $BestNeighbor_i(t)$ و $WorstNeighbor_i(t)$ به ترتیب مقدار شایستگی بهترین و بدترین جسم در همسایگی جسم i ام در زمان t می باشند. در مسائل بیشینه یابی این مقادیر از روابط (۱۷) و (۱۸) بدست می آیند.

$$BestNeighbor_i(t) = \max_{j \in Neighbor_i} (Fitness_j(t)) \quad (17)$$

$$WorstNeighbor_i(t) = \min_{j \in Neighbor_i} (Fitness_j(t)) \quad (18)$$

با توجه به روابط محاسبه شتاب و محاسبه نیروی بین اجسام در الگوریتم گرانشی استاندارد (روابط ۲ و ۵) با مساوی قرار دادن جرم غیر فعال و جرم اینرسی (رابطه ۱۹) این دو جرم از روابط حذف می شوند. بنابراین نیروی بین اجسام از رابطه ۲۰ محاسبه می شود. در این رابطه $G(t)$ ثابت گرانشی در زمان t می باشد. ϵ یک مقدار ثابت بسیار کوچک است و $R_{i,j}$ طبق رابطه (۳) بیانگر فاصله اقلیدسی بین دو جسم می باشد. با توجه به حذف جرم اینرسی شتاب اجسام با نیروی اعمال شده به آنها مساوی می باشد (رابطه ۲۱).

$$Mp_i = Mi_i = M_i \quad (19)$$

$$F_{(i,j)}^d(t) = G(t) \frac{Ma_{i,j}(t)}{R_{(i,j)}(t) + \epsilon} (x_j^d - x_i^d) \quad (20)$$

$$a_i^d = F_i^d \quad (21)$$

در الگوریتم پیشنهادی اصلاح شده با توجه به جرم فعال صفر، برای اجسام خارج از همسایگی، نیروی اعمالی بر یک جسم تنها از سوی همسایه های آن جسم به آن اعمال می شود. به عبارت دیگر نیروی اعمالی به اجسام همانند الگوریتم جستجوی گرانشی چند مدی از رابطه (۱۳) محاسبه می شود.

می کند. جدول (۳) بهترین نقاط بهینه ای که در ۳۰ بار اجرای مستقل الگوریتم یافته شده است را برای تعدادی از توابع نشان می دهد. برای هر جواب، خطای میانگین به صورت میانگین فاصله اقلیدسی جواب پیدا شده توسط الگوریتم تا مکان بهینه واقعی تعریف می شود. این خطا طبق رابطه ۲۹ محاسبه می شود. در این رابطه S_i مکان واقعی بهینه i ام و \hat{S}_i مکان بهینه یافته شده توسط الگوریتم و NN تعداد بهینه های یافته شده می باشد.

$$MeanError = \frac{\sum_{i=1}^{NN} \|S_i - \hat{S}_i\|}{NN} \quad (29)$$

نتایج جدول ۲ بیانگر آن است که کارایی الگوریتم پیشنهادی به الگوریتم های ارائه شده در این زمینه بسیار نزدیک و بالاتر است. مقایسه نسخه اصلاح شده با نسخه پیشین نشان می دهد که اصلاح جرم تاثیر به سزایی در موفقیت الگوریتم دارد.

جدول (۲) در صد موفقیت الگوریتم پیشنهادی

تابع	N GSA V2	N GSA V1	GC PSO [۲۲]	Seq. Niche [۱۱]	Fit Shr	Adap. Seq. Niche [۲۳]	Deter. Crow. [۲۲]
F1	100	100	100	99	82.7	-	100
F2	99.3	98.7	93	90	68	-	93
F3	100	99.3	100	100	80	-	90
F4	99.3	98.7	93	99	66.7	-	90
F5	100	88.6	100	76	53.3	-	90
F6	98.8	78.1	-	-	63.7	-	-
F7	100	48.7	-	-	32.3	100	-

جدول (۳) بهترین جواب دیده شده در ۳۰ بار اجرای مستقل الگوریتم

تابع	مکان نقاط					Mean Error
	0.100	0.300	0.500	0.700	0.900	
F1	0.100	0.300	0.500	0.700	0.900	2.1833e-6
F2	0.999	0.300	0.499	0.701	0.901	3.5142e-5
F3	0.079	0.246	0.450	0.681	0.930	2.3251e-4
F4	0.079	0.246	0.449	0.682	0.930	5.8528e-4
F5	3.003 1.997	-3.779 -3.283	3.582 -1.841	-2.810 3.130		4.1523e-3
F6	0.000	2.999	5.999			4.0886e-3
F7	...					1.1774e-3

شکل (۱) تعداد نقاط بهینه کاندید در انتهای اجرای الگوریتم به ازای مقادیر مختلف σ را در تعدادی از توابع نشان می دهند. شکل (۱) وابستگی الگوریتم به متغیر σ را نشان می دهد. و با توجه به این شکل متغیر σ باید در یک بازه مناسب (که برای این توابع تقریباً بین ۰/۰۶ و ۰/۱۷ است) مقدار

$$F_5(x, y) = 200 - (x^2 + y - 11)^2 - (x + y^2 - 7)^2 \quad (26)$$

$$-5 < x, y < 5$$

تابع F6 مشهور به تابع فریبنده توسط عمرانی [10] و عالمی [24] به کار گرفته شده است. این تابع در یک بعد و در فاصله [۰ ۶] تعریف می شود و دارای دو بهینه مرزی می باشد. همانطور که میدانیم الگوریتم گرانشی دارای خاصیت متمرکز شونده می باشد از این رو یافتن بهینه های مرزی دارای اهمیت خاص می باشند.

تابع F7 توسط مایکلویکز معرفی و توسط ژانگ استفاده شده است [23]. این تابع در یک بعد و در فاصله [۱۰- ۱۰] تعریف می شود. این تابع تعداد ۱۹ بهینه دارد که ۳ تا از آنها بهینه های فرا محلی هستند. در این تابع تعداد بهینه ها افزایش یافته است تا الگوریتم پیشنهادی جهت یافتن تعداد بیشتر جایگاه آزموده شود. توابع F6 و F7 توسط روابط ۲۷ و ۲۸ تعریف می شوند.

$$F_6(x) = \begin{cases} -x + 1 & 0 \leq x < 1 \\ 0.4(x-1) & 1 \leq x < 2 \\ 0.24x - 0.08 & 2 \leq x < 3 \\ -0.24x + 1.36 & 3 \leq x < 4 \\ -0.4x + 2 & 4 \leq x < 5 \\ x - 5 & 5 \leq x \leq 6 \end{cases} \quad (27)$$

$$F_7(x) = \sum_{i=1}^5 i \cos[(i+1)x + i] \quad -10 < x < 10 \quad (28)$$

برای حل توابع آزمون برای پارامترهای تعداد اجسام، تعداد تکرارها و شعاع همسایگی مقادیر مختلفی در نظر گرفته شده است که در جدول ۱ این مقادیر ارائه شده اند.

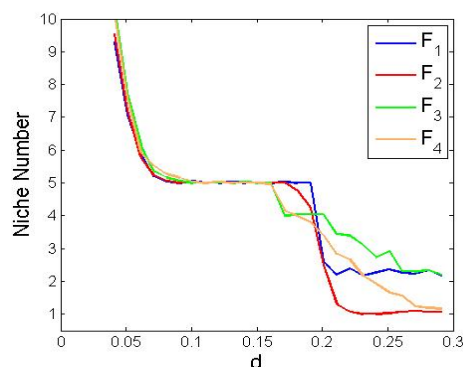
جدول (۱) پارامترهای مورد استفاده برای حل مسائل

تابع	تعداد اجسام	تعداد تکرارها	شعاع همسایگی
F1	50	100	0.1
F2	50	100	0.1
F3	50	100	0.1
F4	50	100	0.1
F5	100	50	2
F6	50	50	2
F7	200	50	0.48

درصد موفقیت برای حل مسائل چند مدی به صورت نسبت تعداد بهینه های یافته شده توسط الگوریتم به کل بهینه های موجود در فضای مسئله در همه تکرارها تعریف می شود. جدول (۲) درصد موفقیت در یافتن نقاط بهینه طی ۳۰ بار اجرای مستقل الگوریتم را با تعدادی از الگوریتم های دیگر مقایسه

- [4] Chyi-Yeu Lin, Wen-Hong Wu. "Niche identification techniques in multimodal genetic search with sharing scheme" *Advances in Engineering Software*, 33, pp. 779-791, 2002.
- [5] Pini Gurfil, N. Jeremy Kasdin. "Niching genetic algorithms-based characterization of geocentric orbits in the 3D elliptic restricted three-body problem". *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 191, pp. 5683-5706, 2002.
- [6] E. Rashedi, H. Nezamabadi-pour, S. Saryazdi. "GSA: A Gravitational Search Algorithm". *Information Sciences*, 2009.
- [7] Goldberg, D. E., "Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning", Addison-Wesley, Reading, MA, 1989.
- [8] De Jong, K. A., "An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems", Doctoral Dissertation, University of Michigan, Ann Arbor, MI, 1975.
- [9] Goldberg, D. E., and Richardson, J., "Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization", In J. J. Grefenstette (Ed.), *Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 41-49, 1987.
- [10] A. El Imrani, A. Bouroumi, H. Zine El Abidine, M. Limouri, A. Essaid. "A fuzzy clustering-based niching approach to multimodal function optimization". *Cognitive Systems Research*, 1, pp. 119-133, 2000.
- [11] Beasley, David, Bull, David R. and Martin, Ralph R. "A Sequential Niche Technique for Multimodal Function Optimization". 93001, s.l.: Technical Report, 1993.
- [12] Pradeep Kumar Gudla, Ranjan Ganguli. "An automated hybrid genetic-conjugate gradient algorithm for multimodal optimization problems". *Applied Mathematics and Computation*, 167, pp. 1457-1474, 2005.
- [13] P. Siarry, A. Petrowski, M. Bessao. "A multipopulation genetic algorithm aimed at multimodal optimization". *Advances in Engineering Software*, 33, pp. 207-213, 2002.
- [14] Liu, Xiyu, Liu, Hong and Duan, Huichuan. "Particle swarm optimization based on dynamic niche technology with applications to conceptual design". *Advances in Engineering Software*, 38, pp. 668-676, 2007.
- [15] راشدی، ع. نظام آبادی پور، ح. سریزدی، س.، "الگوریتم جستجوی گرانشی باینری" اولین کنگره مشترک سیستم های فازی و هوشمند، مشهد، ایران، ۱۳۸۷.
- [16] راشدی، ع. نظام آبادی پور، ح. توحیدی، ح.، "انتخاب ویژگی با استفاده از الگوریتم جستجوی گرانشی"، سومین کنفرانس بین المللی فناوری اطلاعات و دانش، دانشگاه فردوسی، مشهد، ایران، ۱۳۸۶.
- [17] راشدی، ع. نظام آبادی پور، ح. سریزدی، س.، "طراحی فیلترهای IIR به وسیله الگوریتم جستجوی گرانشی" شانزدهمین کنفرانس مهندسی برق ایران دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۷.
- [18] راشدی، ع. نظام آبادی پور، ح.، "الگوریتم جستجوی گرانشی" پانزدهمین کنفرانس مهندسی برق ایران، مجموعه مقالات کامپیوتر، ص ۱۳۹-۱۴۴، ۱۳۸۶.
- [19] راشدی، ع.، "الگوریتم جستجوی گرانشی" پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید باهنر کرمان، بخش مهندسی برق، ۱۳۸۶.
- [20] یزدانی، س. نظام آبادی پور، ح.، "حل مسائل چند مدی با استفاده از الگوریتم جستجوی گرانشی"، ارسال شده به پانزدهمین کنفرانس سالانه انجمن کامپیوتر ایران، ۱۳۸۸.
- [21] Mahfoud, S. W. "Niching methods for genetic algorithms" PHD thesis University of Illinois at Urbana Champaign. 1995.
- [22] R. Brits, A.P. Engelbrecht, F. van den Bergh. "Locating multiple optima using particle swarm optimization." *Applied Mathematics and Computation*, 189, pp. 1859-1883, 2007.
- [23] Zhang, Jun, et al. "A novel adaptive sequential niche technique for multimodal function optimization", *NeuroComputing*, 69, pp. 2396-2401. 2006
- J. Alami, A. El Imrani, A. Bouroumi. "A multipopulation cultural algorithm using fuzzy clustering", *Applied Soft Computing*, 7, pp. 506-519, 2007.

دهی شود تا الگوریتم در یافتن جوابهای بهینه موفق باشد.



شکل (۱) میانگین تعداد نقاط بهینه یافته شده به ازای مقادیر مختلف σ

نتایج حاصل از اجرای الگوریتم بیانگر کارایی مناسب

الگوریتم پیشنهادی می باشد.

۵- جمع بندی

در مسائل دنیا واقعی همیشه یافتن یک بهینه فرامحلی مد نظر نیست و گاه با مسائلی روبرو می شویم که چند مدی هستند. یعنی دارای چندین بهینه فرامحلی بوده یا آنکه علاوه بر یافتن بهینه فرامحلی، یافتن مکان بهینه های محلی نیز مد نظر است. الگوریتم های ابتکاری اگر چه به عنوان ابزاری کارآمد در بهینه سازی توابع و مسائل دنیای واقعی شهرت یافته اند، اما به دلیل همگراییشان به یک جواب، در شکل متداول قادر به حل مسائل چند مدی نیستند. سابقه تحقیقات در این زمینه به سالهای ۱۹۷۰ میلادی برمی گردد. تاکنون برای حل مسائل چند مدی با الگوریتم گرانشی تنها یک روش ارائه شده است. در این مقاله روش ارائه شده تصحیح گردید تا بتواند کارایی مناسبتری داشته باشد. برای ارزیابی توانایی این روش، نتایج بهینه سازی چند تابع محک استاندارد توسط الگوریتم پیشنهادی اصلاح شده ارائه و با روشهای مطرح در این زمینه و نسخه پیشین مقایسه گردید. نتایج آزمایشها بهبود کارایی روش پیشنهادی اصلاح شده را تایید می کند.

مراجع

- [1] Wagner F. Sacco, Marcelo D. Machado. "The fuzzy clearing approach for a niching genetic algorithm applied to a nuclear reactor core design optimization problem". *Annals of Nuclear Energy*, 31, pp. 55-69, 2004.
- [2] Claudio M.N.A. Pereira, Wagner F. Sacco. "A parallel genetic algorithm with niching technique applied to a nuclear reactor core design optimization problem", *Progress in Nuclear Energy*, 50, pp. 740-746, 2008.
- [3] L. Qing, Wu Gang, Y. Zaiyue, W. Qiuping. "Crowding clustering genetic algorithm for multimodal function optimization". *Applied Soft Computing*, 8, pp. 88-95, 2008.