

درسنامه

مفهوم گرایان :

مشتق سویی :

فصل مشترک :

جهت ها :

توابع چندضابطه :

MBA 91

۱۷۶- اندازه مشتق سویی تابع $f(x,y,z) = z(x+y) - x^2 - y^2$ در نقطه $(2,2,4)$ در امتداد بردار $k - 2j + 2i$ کدام است؟

- ۳ (۲)
۵ (۴)

- ۹ (۱)
۴ (۳)

عمران ۹۷

۳۶- مشتق سویی (جهتی) تابع $f(x,y,z) = x^2 - y^2 + 2z^2$ در نقطه $A = (1,2,3)$ و در جهت \overline{AB} کدام است؟ (مختصات B به صورت $B(5,0,4)$ است)

- $\frac{4}{3}\sqrt{21}$ (۱)
 $\frac{4}{7}\sqrt{21}$ (۲)
 $\frac{12}{7}\sqrt{7}$ (۳)
 $4\sqrt{7}$ (۴)

MBA 97

۱۴۲- مشتق جهتی تابع $f(x,y,z) = x^2 + 2xy^2 + z^2x$ در نقطه $(1,1,1)$ و در راستای $(1,1,1)$ کدام است؟

- $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ (۱)
 $\frac{11\sqrt{3}}{3}$ (۲)
 $4\sqrt{3}$ (۳)
 $\frac{13\sqrt{3}}{3}$ (۴)

خواجه نصیر

مسئله ۴. الف) رویه $z = x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5$ را رسم کنید. (۵ نمره)
ب) مشتق سویی (جهتی) تابع $f(x,y,z) = x^2 - 5xy + \frac{7}{8}z^2$ را در امتداد بردار عمود بر رویه داده شده در قسمت الف) در نقطه $(-1, 2, 0)$ بیابید. (۱۵ نمره)

فیزیک دریا-۹۲

۸۰- مشتق سویی تابع $f(x,y) = \frac{x^2}{y}$ در هر نقطه (x,y) از بیضی $x^2 + 2y^2 = 1$ که متعلق به دامنه‌ی f باشد در جهت قائم بر بیضی، کدام است؟

- ۱ (۲)
 $\frac{4x^2}{y\sqrt{4x^2+16y^2}}$ (۴)

- ۰ (۱)
 $\frac{4x^2}{y\sqrt{4x^2+16y^2}}$ (۳)

خواجه نصیر

مسئله ۷. مشتق سویی (جهتی) تابع $F(x, y, z) = xy^2 - 4x^2y + z^2$ را در نقطه $(1, -1, 2)$ در جهت بردار $3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$ بدست آورید. (۷ نمره)

خواجه نصیر

مسئله ۳. مشتق سویی (جهتی) تابع $f(x, y, z) = \sin(xyz) + \ln(xz)$ را در امتداد بردار مماس بر منحنی فصل مشترک دو رویه $\begin{cases} x^2 + \sin y + z^2 = 2 \\ 2x^3 - \cos y + z^3 = 4 \end{cases}$ در نقطه $(1, \pi, 1)$ به دست آورید. (۱۵ نمره)

خواجه نصیر

مثال ۸ میدان اسکالر و مشتق پذیر $f(x, y)$ در نقطه $(1, 2)$ و در جهت $(1, 2)$ به $(2, 2)$ دارای مشتق سویی ۲ و در جهت $(1, 2)$ به $(1, 1)$ دارای مشتق سویی ۲- است. مشتق سویی f در جهت $(1, 2)$ به $(4, 6)$ را محاسبه کنید. (خواجه نصیر- اردیبهشت ۹۵)

مکانیک-۸۴

۳۹- فرض کنیم تابع $f(x, y)$ در نقطه (a, b) مشتق پذیر باشد. اگر مشتق جهتی این تابع در نقطه مذکور در امتداد $\mathbf{j} + \mathbf{i}$ برابر $3\sqrt{2}$ ،

و در امتداد $4\mathbf{j} - 3\mathbf{i}$ برابر ۵ باشد، آنگاه $\nabla f(a, b)$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} (1) \quad 7\mathbf{i} - \mathbf{j} & (2) \quad \mathbf{i} + 7\mathbf{j} & (3) \quad -\mathbf{i} + 7\mathbf{j} & (4) \quad \frac{12\sqrt{2} + 5}{7}\mathbf{i} + \frac{9\sqrt{2} - 5}{7}\mathbf{j} \end{array}$$

خواجه نصیر

۲. مقادیر ثابت a ، b و c را طوری بیابید که مشتق جهتی تابع

$$f(x, y, z) = axy^2 + byz + cz^2x^2,$$

در نقطه $(1, 2, -1)$ دارای مقدار ماکسیمم ۶۴ در جهت مثبت محور z ها باشد. (۱۰ نمره)

ریاضی-۸۴

۵۲- بیشترین مقدار مشتق جهتی سطح به معادله $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + z^2 - 4xyz$ در نقطه $(-1, 1, 2)$ کدام است؟

$3\sqrt{53}$ (۴)

$2\sqrt{53}$ (۳)

$3\sqrt{35}$ (۲)

$2\sqrt{35}$ (۱)

نساجی-۸۳

۷۳- درجه حرارت در نقاط مختلف کره $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2$ از دستور $T(x, y, z) = x^2 + y + z$ پیروی می‌کند. از نقطه $(0, 0, 1)$ در چه جهتی

حرکت کنیم تا درجه حرارت با بیشترین سرعت کاهش یابد؟

$\vec{a} = -\vec{j} + \vec{k}$ (۴)

$\vec{a} = \vec{j} - \vec{k}$ (۳)

$\vec{a} = \vec{j} + \vec{k}$ (۲)

$\vec{a} = -\vec{j} - \vec{k}$ (۱)

نقشه-۸۹

۵۰- در چه جهتی تابع $f(x, y) = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}$ در نقطه $(1, 1)$ بیشترین کاهش را دارد؟

$\frac{1}{\sqrt{2}}(-1, -1)$ (۴)

$\frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)$ (۳)

$\frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1)$ (۲)

$\frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1)$ (۱)

نقشه-۹۲

۳۸- مشتق سوئی تابع $f(x,y,z) = x \ln(z^2 + y^2)$ در امتداد مماس بر منحنی $z = -2t^2$ و $y = 2t^2$ و $x = t$ در نقطه $M(1, 2, -2)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{9}(\ln 8 + 6)$
 (۲) $\frac{1}{4} \ln 8 + 6$
 (۳) $\frac{1}{2} \ln 8 + 6$
 (۴) $\ln 8 + 6$

مواد-۸۹

۳۷- مشتق سوئی تابع $f(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ در امتداد مماس بر منحنی با معادلات $z = t^2$ و $y = -2t$ در نقطه $(\frac{1}{4}, -2, 1)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1040}{6561}$
 (۲) $-\frac{45}{9^2}$
 (۳) $-\frac{520}{729}$
 (۴) $-\left(\frac{4}{9}\right)^2$

معدن-۹۱

۳۸- مشتق جهتی (سوئی) تابع $f(x,y,z) = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$ در نقطه $(1, 1, 1)$ در جهتی که با سه محور مختصات زوایای حاده مساوی می‌سازد، کدام مقدار زیر است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
 (۳) $\frac{2}{3}$
 (۴) $2\sqrt{3}$

نفت-۹۱

۳۷- مشتق سوئی (جهتی) تابع $f(x,y) = x^2 + 3xy + y^2$ در نقطه $(1, 2)$ و در جهت شمال غربی که با قسمت مثبت محور x ها زاویه 135° می‌سازد، برابر است با:

- (۱) $-11\sqrt{2}$
 (۲) $-\frac{5\sqrt{2}}{2}$
 (۳) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
 (۴) $11\sqrt{2}$

مکاترونیک-۸۶

۳۴- مشتق سوئی تابع $f(x,y) = x^3 - 2xy + 4y^2$ در نقطه $(1, 0)$ و در سوئی که زاویه $\frac{\pi}{6}$ معین می‌کند کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$
 (۲) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$
 (۳) $\frac{3}{2}(\sqrt{3}-1)$
 (۴) $\frac{3}{2}(\sqrt{3}+1)$

MBA ۹۳

۱۷۰. $f(x,y) = \begin{cases} \sin\left(\frac{x^3 y^2}{x^6 + y^4}\right) & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ مشتق جهت‌دار تابع

$f(x,y)$ در $(0,0)$ و در امتداد $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$
 (۲) $\frac{1}{3}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) ۰

MBA ۹۳

۱۴۳- فرض کنید $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ مقدار مشتق جهتی $f(0,0)$ در $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$
 (۲) $\frac{3}{8}$
 (۳) ۰
 (۴) $\frac{\sqrt{2}}{8}$

نساجی-۸۳

۶۹- مشتق سویی تابع $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ در مبدا مختصات و در سوی بردار $\vec{\mu} = \alpha \vec{i} + \beta \vec{j}$ کدام یک از مقادیر

زیر است؟

- (۱) ۰
 (۲) ۱
 (۳) $\alpha\beta$
 (۴) $\alpha\beta^2$

۷۴- تابع $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ مفروض است. مشتق سویی (جهتی) f در $(0,0)$ و در سوی بردار $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ کدام یک

از مقادیر زیر است؟

- (۱) -۱
 (۲) ۰
 (۳) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$
 (۴) f در این نقطه و در سوی داده شده مشتق سویی ندارد.

MBA 91

۱۴۱- معادله صفحه مماس بر رویه $e^z + 3xy^2 + 2zx = 4$ در نقطه $(1, -1, 0)$ کدام است؟

$$3x + 6y + 2z = -3 \quad (1)$$

$$2x - y + 2z = 3 \quad (2)$$

$$x - 2y + z = 3 \quad (3)$$

$$3x - 6y + 2z = 9 \quad (4)$$

MBA 98

۱۴۱- فرض کنید $\sin z = x^2 - 2xy + xy^2$. معادله صفحه مماس بر این رویه در نقطه $(1, 0, \frac{\pi}{4})$ کدام است؟

$$x - y = 1 \quad (1)$$

$$x + y = 1 \quad (2)$$

$$z - y = \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

$$z + y = \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

عمران ۹۸

۳۶- کدام یک از موارد زیر معادلات صفحه مماس و خط قائم بر بیضی $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ در نقطه

$$\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 1, \frac{4\sqrt{5}}{3}\right)$$
 هستند؟

$$(1) \text{ صفحه مماس } \frac{2\sqrt{3}}{3}x + y + \frac{4\sqrt{5}}{3}z = \frac{101}{9} \text{ و خط قائم } \frac{2x - 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = y - 1 = \frac{2z - 4\sqrt{5}}{4\sqrt{5}}$$

$$(2) \text{ صفحه مماس } \frac{2\sqrt{3}}{3}x + y + \frac{4\sqrt{5}}{3}z = \frac{101}{9} \text{ و خط قائم } \frac{2x - 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 9(y - 1) = \frac{2z - 4\sqrt{5}}{4\sqrt{5}}$$

$$(3) \text{ صفحه مماس } \frac{2x - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{9(y - 1)}{2} = \frac{6z - 8\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \text{ و خط قائم } \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2}{9}y + \frac{\sqrt{5}}{6}z = 2$$

$$(4) \text{ صفحه مماس } \frac{2x - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 9(y - 1) = \frac{6z - 8\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \text{ و خط قائم } \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{1}{9}y + \frac{\sqrt{5}}{6}z = \frac{17}{9}$$

MBA 95

۱۷۸- خط قائم بر رویه $z = e^{2x-y^2}$ در نقطه $(2, -2, 1)$ صفحه xoy را با کدام مختصات قطع می‌کند؟

$$(-4, 2) \quad (1)$$

$$(4, 2) \quad (2)$$

$$(1, 2) \quad (3)$$

$$(3, -1) \quad (4)$$

۱۶۷- کدام گزینه صفحه مماسی بر رویه $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ است که موازی صفحه $x - y + 2z = 0$ می باشد؟

$$\begin{aligned} x - y + 2z &= \frac{\sqrt{11}}{2} \quad (۲) & x - y + 2z &= \frac{\sqrt{11}}{2} \quad (۱) \\ x - y + 2z &= 3\sqrt{\frac{11}{2}} \quad (۴) & x - y + 2z &= \frac{3\sqrt{11}}{2} \quad (۳) \end{aligned}$$

فیزیک دریا-۹۲

۷۳- صفحه مماس بر بیضی گون $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 66$ و موازی با صفحه $x + y + z = 1$ برابر است با:

$$x + y + z = 12 \quad (۱)$$

$$x + y + z = -11 \quad (۲)$$

$$x + y + z = 11 \quad (۳)$$

(۴) گزینه های ۲ و ۳ صحیح اند.

عمران-۸۷

۵۰- در چه نقاطی از هذلولی گون $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} - \frac{z^2}{4} = 1$ صفحه مماس با صفحه $2x + y + z = 0$ موازی می باشد؟

$$\begin{aligned} &(-4\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}, 2\sqrt{\frac{2}{3}}), (4\sqrt{\frac{2}{3}}, -\sqrt{\frac{2}{3}}, -2\sqrt{\frac{2}{3}}) \quad (۲) \quad (-2\sqrt{\frac{2}{5}}, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{5}}, \sqrt{\frac{2}{5}}), (2\sqrt{\frac{2}{5}}, -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{5}}, -\sqrt{\frac{2}{5}}) \quad (۱) \\ &(-4\sqrt{\frac{2}{5}}, \sqrt{\frac{2}{5}}, 2\sqrt{\frac{2}{5}}), (4\sqrt{\frac{2}{5}}, -\sqrt{\frac{2}{5}}, -2\sqrt{\frac{2}{5}}) \quad (۴) \quad (-2\sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}), (2\sqrt{\frac{2}{3}}, -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}, -\sqrt{\frac{2}{3}}) \quad (۳) \end{aligned}$$

مسئله ۲. معادلات پارامتری خط فصل مشترک صفحات زیر را بدست آورید. (۷ نمره)

$$\begin{cases} 5x - 4y - 9z = 8 \\ x + 4y + 3z = 4 \end{cases}$$

فیزیک دریا-۹۲

۶۲- کدام نقطه متعلق به خط مماس بر منحنی فصل مشترک روبه‌های $S_1: x^2 + y^2 + z^2 = 3$ و $S_2: 2x^2 + y^2 + z = 4$ در نقطه $(1, 1, 1)$ است؟

- (۱) $(-2, 9, -5)$
- (۲) $(0, 4, -1)$
- (۳) $(1, -2, 3)$
- (۴) $(1, 7, 3)$

۷۴- صفحه گذرنده از محل تلاقی صفحات $2x + 3y - z = 0$ و $x - 4y + 2z = -6$ و نقطه $(-2, 0, -1)$ کدام است؟

- (۱) $2x - 7y + z + 5 = 0$
- (۲) $3x + 11y + z + 7 = 0$
- (۳) $5x - 9y + 5z + 15 = 0$
- (۴) $5x + 9y + 5z + 15 = 0$

۸۲- معادلات خط مماس بر منحنی فصل مشترک صفحه $x = 1$ با دایره $x^2 + y^2 - z^2 = -1$ در نقطه

$(1, 1, \sqrt{3})$ برابر است با:

$$x = 1 \text{ و } \frac{y-1}{1} = \frac{z-\sqrt{3}}{3} \quad (۱)$$

$$x = 1 \text{ و } \frac{y-1}{2} = \frac{z-\sqrt{3}}{1} \quad (۲)$$

$$x = 1, y = 1 + \sqrt{3}t, z = \sqrt{3} + t \quad (۳)$$

$$x = 1 \text{ و } y = 1 - \sqrt{3}t, z = \sqrt{3} + t \quad (۴)$$