اولین سمینار دانش‌آموزی
ریاضیات و کاربردها
پژوهشسرای دانش‌آموزی ملاصدرا – اداره آموزش و پرورش شهرستان زرند
۱۲ اردیبهشت ۹۸

اویلر

حانیه قلی زاده؛ دبیرستان دوره دوم شاهد، شهرستان زرند

معلم راهنما: فاطمه دباغی؛ اداره آموزش و پرورش شهرستان زرند

چکیده

ریاضی دان بی نظیر قرن هجدهم پیشرفت های گسترده ای را حاصل نمود که در ریاضیات و به خصوص علم آمار مفید واقع شده است.این پیشرفت ها شامل توابع بتا ، گاما و فی، جمع زنی سری های نامتناهی ،حساب تغییرات و... در این مقاله نگاه کوتاهی به زندگی لئوناراویلر سال تولد و وفات و محل تحصیل او می پردازیم و با تعدادی از دست آورد ها و کتاب ها ومقالات او آشنا می شویم و به چند دست آورد او به طور جدی تری می پردازیم.

واژگان کلیدی: لئوناداویلدر، پل های کونیگسبرگ،ریاضیات ،نظریه گراف، تابع فی ، توابع بتا و گاما

۱-مقدمه

لئوناداویلر متولد پانزدهم آوریل هزارو هفت صد و هفت در بازل سوئیس –درگذشت هجدهم سپتامبر هزار و هفت صد و هشتاد و سه .

از ریاضی دانان و فیزیک دانان برجسته سوئیسی بود که در سن چهارده سالگی وارد دانشگاه بازل شد.وی کشف های بسیار مهمی در زمینه های حساب دیفرانسیل و انتگرال و نظریه گراف داشته است.اویلر همچنین اصلاحات مهمی در زمینه های تجزیه وتحلیل ریاضی مانند مفهوم تابع انجام داده است وبرای کارهای خود درمکانیک,دینامیک وسیالات و نجوم شهرت دارد.

۲- محتوای اصلی

لئونارد اویلر به مطالعات ریاضی خود ادامه می داد و دوستانش او را روح انالیز ریاضی می دانستند. آراگو فیزیک دان, ریاضی دان,اخترشناس وسیاست مدار فرانسوی درباره اویلر چنین گفته است:اویلر با همان سهولتی که انسان نفس می کشد محاسبات ریاضی را انجام می داد.

درآثاراو تحلیل ریاضی جایگاه نخست را دارد او بنیاد گذاری رشته های بسیار زیادی از ریاضی مانند حساب جامع و فاضل تغییرات,نظریه معادلات دیفرانسیل ,نظریه مقدماتی توابع, متغیر های مختلط و نظریه توابع خاص بسیار کمک کرد.وی بسیاری از قرارداد های کنونی و علائم ریاضی را وارد میدان کرد .

اویلر کشف هایی که در سده هجدهم در زمینه تحلیل ریاضی انجام گرفته بود به شیوه ی منظم درکتاب های:*مدخلی بر
تحلیل نامتناهی (۱۷۴۸) *روش های حساب دیفرانسیل(۱۷۵۵)*روش های حساب انتگرال (۱۲۷۰-۱۷۶۸) خلاصه کرد. تعداد اکتشافات اویلر آن قدر زیاد بوده که حتی موفق به چاپ و تکثیر آثار او نشده اند.
در ۱۸ سپتامبر سال ۱۷۸۳ اویلر روز خود رامانند روزهای دیگر سپری کرد.او چند درس ریاضی به نحوه خود درس داد و چند محاسبه در ارتباط با حرکت بالن ها با گچ روی تخته نوشت و درحدود ساعت ۵ بعد از ظهر دچار خونریزی مغزی شد و بیهوش شد و در ساعت ۱۱ شب مرگ این دانشمند گزارش شده پیکر این دانشمند در قبرستان شهر الکساندرنوسکی لاورا در روسیه دفن شده است.

یکی از دست آورد های مهم اویلر حل کردن مسئله پل های کونیگسبرگ است که یکی ازمشهور ترین مسائل در نظریه گراف است که در مکان و شرایط واقعی طرح شده است.
در اوایل سده ۱۸ساکنین کونیگسبرگ در پرسیا (درحال حاضر کالینگراد در روسیه)در روز های یک شنبه به پیاده روی هایی طولانی در شهر می رفتند. رود پرگولیا شهر را به چهار قسمت تقسیم می کرد که با هفت پل به هم وصل می شد.ساکنان سعی می کردند مسیری بیابند که پیاده روی را از نقطه ای شروع کنند و از تمامی پل ها فقط یک بار بگذرند و دوباره به نقطه ی شروع باز گردند.در سال ۱۷۳۶این ریاضی دان سوئیسی ثابت کرد که چنین مسیری وجود ندارد.او که در آن زمان استاد دانشگاه سن پترزبورگ بود در مقاله ای با عنوان (راه حل مسئله ای در رابطه با هندسه موقعیت) اثباتش را شرح داد.
بعد ها در سال ۱۸۷۳کارل هیرهولتزر کار او را تکمیل کرد وچندین سال بعد جیمز نیومن مقاله تکمیلی را نوشت.راه حل اویلر باعث شکل گیری بهتر شاخه جدیدی از ریاضیات به نام توپولوژی شد که بیشتر توسط لاینبیتز مطرح شده بود اما مهم تر از آن، راه حل اویلر در تاریخ ریاضیات به عنوان اولین قضیه در نظریه گراف شناخته شده است که امروزه شاخه ای بسیار کاربردی در ریاضیات محسوب می شود اویلر ابتدا نقشه شهررا با نقشه ای که فقط خشکی ها،رود و پل ها را نشان می داد جایگزین کرد پس هر خشکی را با یک نقطه نشان داد که راس نامیده می شد و هر پل را با یک خط نشان داد که یال نامیده می شود این ساختار را در ریاضی گراف می نامند.
اویلر ثابت کرد برای ان که مسیری وجود داشته باشد که ازیک راس شروع شود و از تمامی یال ها یک باربگذرد وبه همان راس برگردد،باید گراف هم بند بوده و هر یک از راس های آن نیز از درجه زوج باشد .چنین مسیری دوراویلر و چنین گرافی را گراف اویلری می نامند.

برای ان که از یک راس بگذریم باید از یک یال به ان راس وارد شویم و چون باید از هر یال یک بار عبور کنیم باید از یال دیگری که از آن عبور نشده است از آن راس خارج شویم پس همواره راس هایی که ازآن ها عبور می کنیم از درجه زوج هستند زیرا در هر گذر درجه آن راس علاوه ی دو می شود .اکنون اگر نقطه شروع و پایان یکی باشد تمام راس ها از درجه دو خواهند بود دور اویلری طی کرده ایم.اگر نقطه شروع و پایان یکی نباشد فقط این دو راس از درجه فرد و بقیه راس ها از درجه زوج خواهند بود .چنین مسیری را مسیر اویلری می نامند .

چون در مسئله هفت پل کونیگسبرگ چهار راس از درجه فرد داریم پس دور و مسیر اویلری وجود ندارد .اویلر ثابت نکرد که هم بند بودن و زوج بودن راس ها شرط کافی برای گراف اویلری است. در سال ۱۸۷۳ تکمیل این اثبات انتشار داده شد .این تکمیل توسط کارل هیرهولتزر انجام شد که قبل از انتشار اثبات مرده بود و تنها دلیلی که اثبات منتشر شد این بود که او به همکارانش اثبات راد گفته بود .

۲- تابع فی اویلر۳- توابع بتا و گاما

اویلر تابع فی را در سال ۱۷۶۳ معرفی کرد در آن زمان او هنوز نماد خاصی را برای این تابع تعیین نکرده بود. بعدها او با مطالعه بیشتر نام تابع را فی گذاشت که یکی از حرف های یونانی است در نظریه ی اعداد تابع فی اویلر تابعی است که تعداد اعداد طبیعی کوچک تر از n که نسبت به n اول هستند را می شمارد .تابع ⊘اویلر که به آن تابع توشنت نیزد گفته می شود، نقش مهمی در نظریه اعداد دارد ،⊘منسوب به گوس است چرا که او در سال ۱۸۰۱،در یکی از کار دهای خود نوشته بود⊘A ،که در آن A یک عدد صحیح مثبت است.

یک برنامه ی جالب برای شناسایی تعداد راه های انجام یک کار ، معمولا به یابلونسکی نسبت داده می شود.

۳- توابع بتا و گاما۴- گراف های اویلری

لژاندر انتگرال های اویلری نوع اول ودوم را به ترتیب تابع بتا وگاما نامید حرفβ و r را برای نشان دادن آنها انتخاب کرد زمانی که اویلر ۲۲سال سن بیشتر نداشت تابع r هنوز شناخته نشده بود و اویلر با استفاده از این تابع انتگرالی به ازای n قصد داشت رابطه ای برای محاسبه !n (در نماد گذاری مدرن) بیابد ، اما مقادیر تقریبی را نیز بدون استفاده از انتگرال به ازای n فراهم آ ورد.

کتاب معرفی به تجزیه و تحلیل بی نهایت یک کار دو جلدی از اویلر است که پایه های تجزیه و تحلیل ریاضی است.نوشته شده در لاتین و منتشر شده در سال ۱۷۴۶،Introductio شامل ۱۸ فصل در بخش اول و۲۲بخش در جلد دوم . این شماره ائیستریم۱۰۱E و ۱۰۲E دارد.

سخرانی کارل بوئر در کنگره بین المللی ریاضیات سال ۱۹۵۰، مقایسه نفوذ ادراک اویلر با عناصراقلیدس را در بر داشت ، عناصر را به عنوان کتاب مقدما تی از زمان های باستان، و معرفی کتاب مقدماتی از زمان های

مدرن مقایسه کرد. بوئرهم چنین نوشت : تجزیه وتحلیل اویلر نزدیک به رشته های ارتدوکس مدرن ، مطالعهد توابع با استفاده از فرآیند های بی نهایت ، به ویژه از طریق مجموعه های بی نهایت .

تردید است که هر کار دیگری که اساسا آموزشی انجام می دهد شامل بخش بزرگی از مواد اصلی است که امروز در دوره های دانشگاهی باقی می ماند... می توان از طریق دانشجوی مدرن با سهولت مقایسه ای … نمونه اولیه کتاب های درسی مدرن

۴- گراف های اویلری

همان طور که با پل های کونیگسبرگ آشنا شدیم در بسیاری از موارد نیاز به آن داریم که تمام یال ها را دقیقا یک بار طی کنیم وبه همان نقطه شروع برگردیم .

گراف اویلری : گراف همبند G را اویلری گویند اگر گذر بسته ای در آن وجود داشته باشد که از تمام یال ها بگذرد .

گذر اویلری : به گذر بسته فوق الذکر گذر اویلری می گویند .

گراف نیمه اویلری : اگر شرط بسته بودن از تعریف حذف کنیم.

گراف اویلری همانند بازی رسم یک شکل بدون برداشتن خودکار از روی کاغذ می باشد یعنی اگر بتوان گرافی را به صورت پیوسته از یک جا شروع به رسم کرد و دوباره به همان جا رسید ، اویلری می باشد .

یاد آوری : میدانیم اگر G گرافی باشد که درجه ی تمام رئوس آن لاقل دو باشد،G حداقل یک مدار دارد .

حال می خواهیم شرط لازم و کافی را برای اویلری بودن گراف بیان کنیم .

قضیه : گراف همبند G یک گراف اویلری است اگر وتنها اگر درجه ی تمام رئوس آن زوج باشد .

اثبات : اولا اگر گراف G اویلری باشد و C یک گذر بسته اویلری آن باشد دقت کنید در این گذر به ازای هر بار ورود از یک یال به راس v دقیقا در حرکت بعد از این راس خارج می شود (راس ابتدایی هم یک بار اول خارج و درآخر وارد می شویم).

پس ملاحظه می کنید برای هر راس تعداد دفعات ورود وخروج آن یکسان بوده و از طرفی مجموع آن ها درجه راس را تشکیل می دهد .

پس بدیهی است درجه هر راس گراف بایستی زوج باشد.

برعکس فرض کنید که G گراف همبند نا اویلری با حد اقل یکد یال و بدون راس درجه فرد باشد .

چنین گراف G را با کم ترین یال ممکن انتخاب کنید . چون هر راس G حد اقل دارای درجه دو است . G شامل یک گذر بسته است . فرض کنید C یک گذر بسته با ماکسیمم طول ممکن در G باشد بنا به فرض ،C یک سیر اویلری G نیست و لذا E-G (C) دارای مولفه 'G با $e(G')>0$ است . چون C خودش اویلری است ، راس های درجه ی فرد ندارد ، از این رو گراف همبند 'G هم راس های درجه فرد ندارد چون $e(G') < e(G)$ ، از نحوه انتخاب G نتیجه می شود که ، 'G دارای سیر اویلر 'C است . اینک چون G

همبند است ، راس v در $v(C) \cap v(C')$ وجود دارد و بدون این که به کلیت مطلب لطمه ای وارد شود ، می توان فرض کرد که v آغاز و پایان CوC' است . اما در این صورت $C\,C'$یک گذر بسته G با $e(C) >$ $e(CC')$ است که متناقض با انتخابG است.

۳- بحث و نتیجه‌گیری

نتیجه مسئله هفت پل کونیگسبرگ این بود :

*یک گراف دارای دور اویلری است اگر وتنها اگر هم بند بوده و راس های آن از درجه زوج باشند

*یک گراف دارای مسیر اویلری است (نه دور اویلری)اگر وتنها اگر هم بند بوده و دقیقا دو راس از آن ازدرجه فرد باشند

بنا بر این برای هر گراف داده شده G برای چک کردن اویلری بودن آن کافی است دو شرط:

۱- همبند بودن و

۲- درجه تمام راس ها زوج بودن را چک نمایید.

منابع

آرون دیوید ، هربرت;مترجم: فرهادیان ، رضا،دانشگاه لرستان دانش کده ی علوم پایه
کتاب معرفی به تجزیه و تحلیل بی نهایت

Dunham,William(1999).Euler:the Master of us All.the Mathtl cal.Association of America.P.17

Euler,L.(1738). De Progression-ibus transcendentibus …. Operaom – nia, ser.1,14,1-24