شدت میدان مغناطیسی

شدت میدان مغناطیسی $\mathbf{H}$ مطابق تعریف بصورت زیر می‌باشد:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$$

در عمل برای محاسبهٔ $\mathbf{H}$ زیر استفاده می‌کنیم.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

که در این معادلهٔ $\mathbf{J}$ چگالی حجمی جریان آزاد می‌باشد. با استفاده از رابطهٔ بالا و گرفتن انتگرال می‌توان شکل دیگری از قانون مداری آمپر بصورت زیر بدست آورد:

$$\oint_c \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl} = I$$

در محیطهای خطی و همگن خواهیم داشت:

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$

کمیتی دیگر به نام نفوذپذیری نسبی محیط (μ_r) بصورت

$$\mu_r = 1 + \chi_m = \frac{\mu}{\mu_0}$$

تعریف می‌کنیم. μ را نیز نفوذپذیری محیط می‌نامیم. در نتیجه خواهیم داشت.

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

نیرومحرکه مغناطیسی و رلوکتانس

معادل با نیروی محرکه الکتریکی، کمیتی به نام نیرو محرکهٔ مغناطیسی *(mmf)* بصورت

$$V_m = \oint_c \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl} = NI$$

تعریف می‌کنیم. که در بررسی مدارات مغناطیسی همان نقش نیرومحرکهٔ الکتریکی در مدارات الکتریکی را داراست.

کمیتی دیگر به نام مقاومت مغناطیسی یا رلوکتانس R، معادل با مقاومت الکتریکی R بصورت زیر تعریف می‌نماییم.

$$R = \frac{L}{\mu S}$$

که در این رابطه L طول ماده، S سطح مقطع آن و μ نفوذپذیری آن جسم می‌باشد. در اینصورت معادل با قانون ولتاژ و جریان کیرشهف در اینجا نیز خواهیم داشت.

$$\sum_i N_i I_i = \sum_j R_j \phi_j$$

$$\sum_i \phi_i = ۰$$

۵ـ۸ـ شرایط مرزی میدانهای مغناطیسی

در مرز مشترک دو محیط متفاوت خواهیم داشت:

$$B_{۱n} = B_{۲n}$$

$$\mathbf{a}_{n۲} \times (\mathbf{H}_۱ - \mathbf{H}_۲) = \mathbf{J}_s$$

معادلهٔ اولی بیان می‌کند که در فصل مشترک دو محیط مؤلفهٔ عمودی $\mathbf{B}$ ثابت می‌ماند و معادلهٔ دوم بیان می‌کند که مؤلفهٔ مماسی $\mathbf{H}$ در مرز مشترک محیط (اگر شامل جریان سطحی داشته باشد ولی با فرض اینکه فصل مشترک یک هادی ایده‌آل باشد می‌توان یک جریان سطحی را برای آن در نظر گرفت.

اندوکتانس

اگر دو حلقه را در نظر بگیریم به فرض اینکه از یکی از آنها جریان $I_۱$ بگذرد بخاطر تولید میدان مغناطیسی در اطراف آن از حلقهٔ دیگر شاری عبور خواهد کرد که مقدار آن را مطابق زیر می‌توان بدست آورد

$$\phi_{۱۲} = \int_{s۲} \mathbf{B}_۱ . \mathbf{ds}_۲$$

مطابق قانون بیوساوار $\mathbf{B}_۱$ با $I_۱$ متناسب است، در نتیجه $\Phi_{۱۲}$ نیز با $I_۱$ متناسب خواهد بود.

اندوکتانس یا ضریب القای متقابل این دو حلقه را بصورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$L_{12} = M = \frac{\phi_{12}}{I_1}$$

و اگر حلقهٔ دوم دارای N_2 دور باشد، معادلهٔ فوق بصورت زیر تعمیم می‌یابد.

$$L_{12} = M = N_2 \frac{\phi_{12}}{I_1}$$

اندوکتانس یا ضریب القای خودی حلقهٔ اول را نیز بصورت زیر تعریف می‌کند.

$$L_1 = N_1 \frac{\phi_{11}}{I_1}$$

که Φ_{11} مقدار شار عبوری از حلقهٔ اول بعلت عبور جریان I_1 در همان حلقه می‌باشد.

در مسائل برای محاسبهٔ اندوکتانس خودی، با فرض جریان I با استفاده از قانون مداری آمپر یا قانون بیوساوار، $\mathbf{B}$ را پیدا می‌کنیم و از روی آن شار را محاسبه می‌کنیم و با تقسیم آن به I مقدار اندوکتانس خودی آن مدار را بدست می‌آوریم. (حتماً تعداد دور را دخالت می‌دهیم)

در بسیاری از موارد راحت‌تر است که از راه انرژی مغناطیسی که در بخش بعدی توضیح داده خواهد شد اندوکتانس را بدست بیاوریم.

انرژی مغناطیسی

انرژی مغناطیسی موجود در یک سیستم را می‌توان توسط روابط زیر بدست آورد:

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} \, dv$$

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \frac{B^2}{\mu} dv$$

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \mu \mathbf{H}^2 dv$$

پس از محاسبهٔ انرژی مغناطیسی، در صورتی که به دنبال محاسبهٔ اندوکتانس خودی باشیم

می‌توانیم با استفاده از رابطهٔ

$$L=\frac{۲W_m}{I^۲}$$

این کار را به سهولت انجام دهیم.

در یک سیستم شامل N حلقهٔ جریان شامل جریانهای $I_۱$ و $I_۲$ و ... و I_n انرژی ذخیره شده مغناطیسی سیستم را با استفاده از رابطهٔ

$$W_m = \frac{۱}{۲} \sum_{i=۱}^{N} \sum_{j=۱}^{N} L_{ij}\ I_i\ I_j$$

بدست می‌آوریم. که L_{ij} در صورتی که $i \neq j$ باشد برابر اندوکتانس متقابل دو حلقهٔ i و j می‌باشد و در صورتی که $i=j$ باشد برابر اندوکتانس خودی حلقهٔ i ام است.

کمیت دیگری که تعریف می‌کنیم، چگالی انرژی مغناطیسی است.

$$W_m = \frac{۱}{۲} \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}$$

$$W_m = \frac{۱}{۲} \frac{B^۲}{\mu}$$

$$W_m = \frac{۱}{۲} \mu \mathbf{H}^۲$$

برای محاسبهٔ نیروی وارد بر سطح در فصل مشترک دو محیط می‌توان از تفاضل چگالی انرژی مغناطیسی دو محیط استفاده نمود. (مشابه چگالی انرژی الکتریکی)

نیروی مغناطیسی

بر یک مدار که حامل جریان I باشد و در میدان مغناطیسی $\mathbf{B}$ قرار گیرد نیرویی وارد می‌شود که بصورت زیر خواهد بود:

$$F_m = I \int d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

بعنوان مثال به سیم حامل جریان I به طول L که در میدان ثابت $\mathbf{B}$ قرار گرفته باشد (بردار یکه در جهت جریان سیم را برابر $\mathbf{a}_l$ در نظر می‌گیریم) نیرویی برابر

$$\mathbf{F} = IL\ \mathbf{a}_l \times \mathbf{B}$$

وارد می‌شود.

اگر میدان ثابت $\mathbf{B}$ را داشته باشیم چون در مورد یک حلقهٔ بسته $\oint dl = 0$ خواهد بود پس بر آن نیرویی وارد نمی‌شود. (توجه کنید که عدم وارد شدن نیرو به معنی نداشتن گشتاور نمی‌باشد) گشتاور کل موثر وارد بر یک حلقهٔ جریان را بصورت زیر می‌توان محاسبه نمود.

$$\mathbf{T} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

$\mathbf{M}$ بردار گشتاور دوقطبی مغناطیسی تعریف شده در بخش (۳ـ۵) می‌باشد.

www.IranMadar.tk
ایران مدار