





ریاضی - کنکور سراسری ۹۱



نگارش پاسخ: محمد بحیرایی

۱. گزینه‌ی «۱»

$$a = 2k - 5 = 2k - 4 - 1 = 2(k - 2) - 1$$

$$\xrightarrow{k'=k-2} a = 2k' - 1 \quad (k' \in \mathbb{Z})$$

هر عدد به صورت $2k' - 1$ به ازای $(k' \in \mathbb{Z})$ فرد است.

(ریاضی (۱)، صفحه‌ی ۱۴۶)

۲. گزینه‌ی «۲»

$$x(2x^2 - 5x + 1) = 2x^3 - 5x^2 + x$$

$$2x^3 - 5x^2 + x \quad | \quad 2x + 1$$

$$\underline{-(2x^3 + x^2)} \quad | \quad x^2 - 3x + 2$$

$$-6x^2 + x$$

$$\underline{-(-6x^2 - 3x)} \quad | \quad 4x$$

$$\underline{-(4x + 2)} \quad | \quad -2$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ضرایب خارج قسمت} = 1 - 3 + 2 = 0$$

(ریاضی (۱)، صفحه‌ی ۱۵۷)

۳. گزینه‌ی «۳»

$$\begin{cases} 2y + x = 5 \\ 3y - 2x = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y + 2x = 10 \\ 3y - 2x = 11 \end{cases}$$

$$7y = 21 \Rightarrow y = 3$$

$$\xrightarrow{y=3} 2y + x = 5 \Rightarrow 6 + x = 5 \Rightarrow x = -1$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{فاصله‌ی مبدأ مختصات تا نقطه‌ی} \quad \sqrt{(-1)^2 + (3)^2} = \sqrt{10}$$

(ریاضی (۱)، صفحه‌های ۱۳۳ و ۱۳۵)

۴. گزینه‌ی «۱»

$$\frac{2}{2 + \sqrt{6}} = \frac{2(2 - \sqrt{6})}{(2 + \sqrt{6})(2 - \sqrt{6})} = \frac{2(2 - \sqrt{6})}{4 - 6}$$

$$= \frac{2(2 - \sqrt{6})}{-2} = \sqrt{6} - 2$$

$$(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 6 + 2\sqrt{6} - 3\sqrt{6} - 6 = -\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \text{کل عبارت} = \sqrt{6} - 2 + (-\sqrt{6}) = -2$$

(ریاضی (۱)، صفحه‌های ۱۵۸ و ۱۶۰)

۵. گزینه‌ی «۴»

$$\left(\frac{1}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{1 + \sin \theta} \right) = \frac{1 + \sin \theta + 1 - \sin \theta}{1 - \sin^2 \theta}$$

$$= \frac{2}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{2}{\cos^2 \theta}$$

$$\Rightarrow \text{کل عبارت} = \frac{2}{\cos^2 \theta} - 2 \tan^2 \theta = \frac{2}{\cos^2 \theta} - \frac{2 \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{2(1 - \sin^2 \theta)}{\cos^2 \theta} = \frac{2 \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 2$$

(ریاضی (۱)، صفحه‌ی ۱۴۰)

گزینه‌ی «۳»

نمره‌ی ادبیات را x فرض می‌کنیم. داریم:

$$\frac{-4x + 2 \times 90 + 3 \times 81 + 8 \times 70}{4 + 2 + 3 + 8} \geq 75$$

$$\Rightarrow \frac{4x + 983}{17} \geq 75 \Rightarrow 4x + 983 \geq 1275$$

$$\Rightarrow 4x \geq 292 \Rightarrow x \geq 73$$

حداقل نمره‌ی ادبیات باید ۷۳ باشد.

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۳۰ و ۱۳۳)

گزینه‌ی «۱»

۶ عدد زیر ناکم‌تر از ۴۰ و کم‌تر از ۴۷ هستند
۴۵، ۴۴، ۴۳، ۴۱، ۴۰ و تعداد کل داده‌ها ۲۵ تاست. بنابراین درصد
داده‌های خواسته شده برابر است با:

$$\frac{6}{25} \times 100 = 24$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۹۶ و ۹۹)

گزینه‌ی «۳»

$$cv = \frac{\sigma}{x} = 0.08 \Rightarrow \sigma = 0.08 \bar{x}$$

اگر در یک سری داده‌ی آماری، به هر داده عدد ۵ اضافه شود انحراف
معیار تغییر نمی‌کند، اما به میانگین ۵ واحد اضافه می‌شود. در نتیجه:

$$(cv)' = \frac{\sigma}{x + 5} = 0.075 \Rightarrow \sigma = 0.075 \bar{x} + 0.375$$

$$\Rightarrow 0.08 \bar{x} = 0.075 \bar{x} + 0.375$$

$$\Rightarrow 0.005 \bar{x} = 0.375 \Rightarrow \bar{x} = 75$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۵۶ و ۱۵۸)

گزینه‌ی «۱»

$$f(x) = x^2 - 2x + 3 = (x^2 - 2x + 1) + 2 = (x - 1)^2 + 2$$

$$f(1 + \sqrt{2}) - f(2) = ((1 + \sqrt{2}) - 1)^2 + 2 - ((2 - 1)^2 + 2)$$

$$= 4 - 3 = 1$$

(ریاضی سال سوم، صفحه‌ی ۱۳۳)

گزینه‌ی «۳»

$$2x^2 - 5x = a \Rightarrow 2x^2 - 5x - a = 0$$

$$\Delta = 25 + 8a = 0 \Rightarrow a = -\frac{25}{8}$$

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \dots \Rightarrow \text{قدر نسبت } r = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$