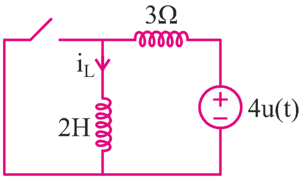
پاسخ تشریحی توسط: حسن شکوهنده

۴۳.گزینه ۳ درست است.

هریک لینک، به همراه تعدادی شاخه درخت تشکیل یک حلقه اساسی می‌دهند. جهت هر حلقه اساسی همان جهت لینک متناظر با آن است. با نگاهی به گزینه‌ها می‌توان گفت که تنها گزینه $\{1,7,6,9\}$ که دارای 2 لینک می‌باشد حلقه اساسی نیست.

۴۴.گزینه ۲ درست است.

با ساده‌سازی مدار خواهیم داشت:

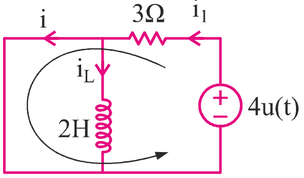


$$i_L(0)=0 \qquad i_L(\infty)=\frac{4}{3} \qquad \tau=\frac{L}{R}=\frac{2}{3}$$

$$i_L(t)=(i_0-i_\infty)e^{-\frac{t}{\tau}}+i_\infty \quad \to \quad i_L(t)=\frac{4}{3}\left(1-e^{-\frac{3}{2}t}\right)$$

$$i_L\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3}\left(1-e^{-\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}}\right)=\frac{4}{3}\left(1-e^{-1}\right)$$

بعد از بسته شدن کلید داریم:



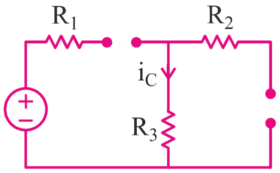
$$KVL: i_1=\frac{4}{3}$$

$$\rightarrow \quad i = i_1 - i_L = \frac{4}{3} - \frac{4}{3} + \frac{4}{3}e^{-1} = \frac{4}{3}e^{-1}$$

۴۵.گزینه ۴ درست است.

منظور طراح از تغییر آن منبع ولتاژ، همان ورودی ضربه می‌باشد.

به ازای ورودی ضربه، سلف مدار باز و خازن اتصال کوتاه می‌باشد پس مدار به فرم زیر درخواهد آمد.



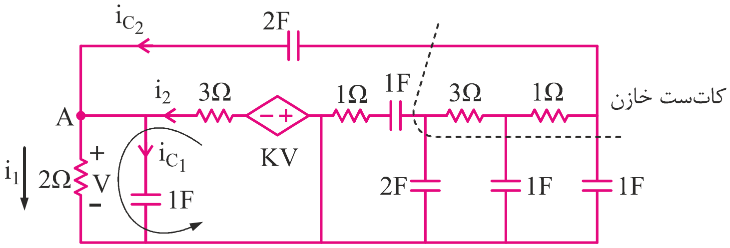
$$V_C(0) = 0$$

$$\frac{dV_{C(0)}}{dt} = \frac{1}{C}\,(\text{جریان گذرنده از خازن}) = 0$$

با بررسی گزینه‌ها تنها گزینه $t^2u(t)$ در لحظه صفر، خودش و مشتق آن صفر می‌باشد.

۴۶.گزینه ۴ درست است.

برای محاسبه فرکانس طبیعی، منابع مستقل را حذف می‌کنیم.



در هر شبکه، تعداد فرکانس‌های طبیعی صفر برابر با تعداد حلقه‌های سلفی به علاوهٔ تعداد کات‌ست‌های خازنی می‌باشد.

برای داشتن گره خازنی در نقطه A بایستی جریان i_1 برابر با جریان i_2 باشد تا با KCL در گره A تنها جریان خازن‌ها باقی بماند.

$$KCL\ A: i_1 + i_{c1} - i_2 - i_{c2} = 0 \xrightarrow{\text{اگر}\ i_1=i_2} \quad i_{c1} = i_{c2}\ (\text{گره خازنی})$$

$$i_1 = \frac{V}{2}$$

$$KVL: -KV + 3i_2 + V = 0 \quad \rightarrow \quad -KV + \left(3\frac{V}{2}\right) + V = 0 \quad \rightarrow \quad KV = \frac{5}{2}V \quad \rightarrow \quad K = \frac{5}{2}$$

۴۷.گزینه ۳ درست است.

$$V_C(0) = 0 \qquad V_C = V_N$$

$$i_C = -i_N \quad \rightarrow \quad \frac{dV_c}{dt} = -i_N$$

در لحظه $t = 0$ مقدار $V_C(0) = 0 \rightarrow V_N = 0$ و با توجه به نمودار $i_N = 1^A$ به دست می‌آید.

$$\frac{dV_C}{dt}(0) = -i_N = -1^A < 0$$

ولتاژ خازن کاهش پیدا می‌کند پس با توجه به منحنی داریم $i_N = V_N + 1$

$$\frac{dV_c}{dt} = -i_N = -V_N + 1 \xrightarrow{V_N=V_C} \frac{dV_c}{dt} = -V_C - 1 \quad \rightarrow \quad \frac{dV_C}{dt} + V_C = -1$$

$$\left.\begin{array}{l}\rightarrow\quad V_C(t)=Ke^{-t}-1\\ V_C(0)=0\end{array}\right\}\Rightarrow\quad K=1\quad,\quad V_C(t)=e^{-t}-1$$

در $t\to\infty$ خازن مدار باز شده در نتیجه جریان $i_C(\infty)=0\quad\Rightarrow\quad i_N(\infty)=0$

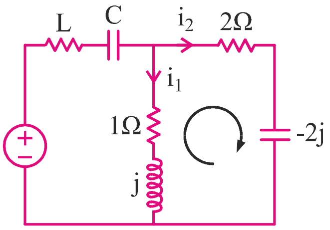
به ازای $i_N=0$ خواهیم داشت:

$$V_C(\infty)=-1^V\leftarrow V_N=-1^V$$

$$V_C(t_1)=e^{-t_1}-1=\frac{V_C(\infty)}{2}=-\frac{1}{2}\quad\rightarrow\quad e^{-t_1}=\frac{1}{2}\quad\rightarrow\quad t_1=\mathrm{Ln}\,2$$

۴۸.گزینه ۲ درست است.

مدار را در حالت دائمی سینوسی رسم می‌کنیم.



$$KVL:-(1+j)i_1+(2-2j)i_2=0\quad\rightarrow\quad(1+j)i_1=(2+2j)i_2\quad\rightarrow\quad i_1=2i_2$$

$$P_{av}=\frac{1}{2}Ri^2\qquad P(1\Omega)=\frac{1}{2}\times1\times i_1^2=\frac{1}{2}(2i_2)^2=2i_2^2$$

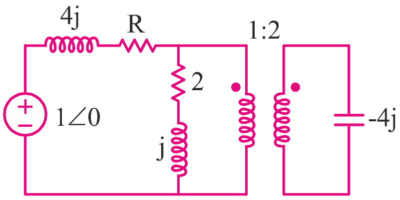
$$P(2\Omega)=\frac{1}{2}\times2\times i_2^2=i_2^2$$

$$P_{total}=P_{(1\Omega)}+P_{(2\Omega)}=3i_2^2$$

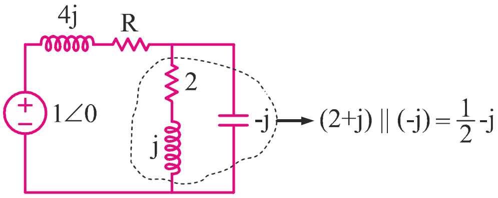
$$\frac{P_{(1\Omega)}}{P_{total}}=\frac{2}{3}$$

۴۹.گزینه ۲ درست است.

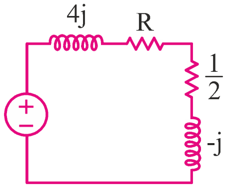
توان متوسط ناشی از منبع ولتاژ را خواسته، پس منبع جریان را حذف می‌کنیم و مدار را در حوزه فرکانس $(\omega=2)$ رسم می‌کنیم.



خازن را به سمت اولیه ترانس منتقل می‌کنیم.



پس خواهیم داشت:

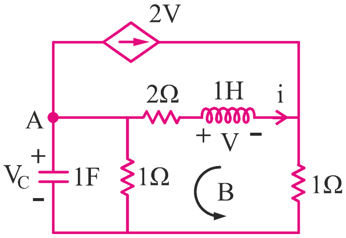


برای داشتن حداکثر توان متوسط داریم:

$$\left|R+\frac{1}{2}\right|=|4j-j| \rightarrow R+\frac{1}{2}=3 \rightarrow R=\frac{5}{2}$$

۵۰. گزینه ۱ درست است.

برای به دست آوردن ماتریس A نیازی به ورودی (منابع مستقل) نیست پس این منابع را حذف می‌کنیم.



$$V=L\frac{di}{dt} \rightarrow V=\frac{di}{dt}$$

$$\text{A در KCL}: V_C+i+i_C+2V=0 \xrightarrow[V=\frac{di}{dt}]{i_C=\frac{dV_C}{dt}} \frac{dV_C}{dt}+2\frac{di}{dt}=-V_C-i \quad (*)$$

با بدست آمدن رابطه فوق می‌توان گفت:

$$\text{دو برابر سطر اول} \times \begin{bmatrix} i \\ V_C \end{bmatrix} + \text{سطر دوم} \begin{bmatrix} i \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i \\ -V_C \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -\frac{5}{3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i \\ -V_C \end{bmatrix}$$

که تنها گزینه ۱ در رابطه صدق می‌کند.

حال به ادامه راه حل مسئله می‌پردازیم.

$$\text{B در KVL}: -i-2V-V-2i+V_C=0$$

$$-3i-3V+V_C=0 \xrightarrow[V=\frac{di}{dt}]{} \frac{di}{dt}=\frac{1}{3}V_C-i \qquad (**)$$

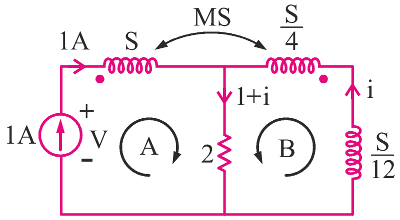
با قراردادن رابطه (**) در (*) خواهیم داشت:

$$\frac{dV_C}{dt}=-V_C-i-2\left(\frac{1}{3}V_C-i\right) \rightarrow \frac{dV_C}{dt}=i-\frac{5}{3}V_C$$

$$A=\begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{3} \\ 1 & -\frac{5}{3} \end{bmatrix}$$

۵۱. گزینه ۱ درست است.

مدار را در حوزه لاپلاس برده و در دو سر ورودی منبع جریان 1A قرار می‌دهیم.



$$KVL(A): -V - S + MSi + 2 + 2i = 0 \quad \rightarrow \quad V = (MS+2)i + S + 2 \quad (*)$$

$$KVL(B) = \frac{S}{12}i + \frac{S}{4}i + MS + 2 + 2i = 0 \quad \rightarrow \quad \left(2+\frac{S}{3}\right)i + 2 + MS = 0 \quad \rightarrow \quad i = -\frac{MS+2}{2+\frac{S}{3}} \qquad (**)$$

با قراردادن $(**)$ در رابطه $(*)$ خواهیم داشت.

$$V = (MS+2)\left(-\frac{MS+2}{2+\frac{S}{3}}\right) + S + 2 = Z_{in}$$

$$Z_{in} = \frac{-\left(M^2S^2 + 4MS + 4\right) + 2S + 4 + \frac{S^2}{3} + \frac{2}{3}S}{2+\frac{S}{3}} \times \frac{2-\frac{S}{3}}{2-\frac{S}{3}}$$

قسمت حقیقی را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$\frac{2}{3} - 2M^2 - \frac{8}{9} + \frac{4}{3}M = 0$$

$$2M^2 - \frac{4}{3}M + \frac{2}{9} = 0 \quad \rightarrow \quad M = \frac{1}{3}$$

۵۲. گزینه ۲ درست است.

به ازای ورودی پله و با شرایط اولیه $x_1(0)$ و $x_2(0)$ و با استفاده از قضیه جمع آثار خواهیم داشت.

$y(u)$: پاسخ حالت صفر به ازای ورودی پله

$$y_1(t) = y(u) + y(x_1(0))$$
$$y_2(t) = y(u) + y(x_2(0))$$

پاسخ ورودی صفر $\begin{cases} y(x_1(0)) \\ y(x_2(0)) \end{cases}$

از طرفی داریم: $y(x_2(0)) = 2y(x_1(0))$

$$*\begin{cases} y_2(t) = y(u) + 2y(x_1(0)) \\ y_1(t) = y(u) + y(x_1(0)) \end{cases}$$

با حل معادله $(*)$ خواهیم داشت:

$$y(u) = 2y_1(t) - y_2(t) = 2\left(\frac{1}{2}\left(1-e^{-t}+2e^{-2t}\right)u(t)\right) - \frac{1}{2}\left(1-2e^{-t}+3e^{-2t}\right)u(t)$$

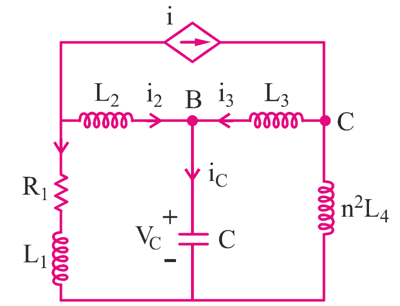
$$y(u) = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{-2t}\right)u(t)$$

پاسخ ضربه مشتق پاسخ پله می‌باشد.

$$h(t)=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{-2t}\right)\delta(t)+\left(-e^{2t}\right)u(t)$$

$$\xrightarrow{f(t)\delta(t)\to f(0)\delta(t)} h(t)=-e^{-2t}u(t)+\delta(t)$$

۵۳. گزینه ۱ درست است.



اثر وابستگی ـ کات‌ست‌سلفی ـحلقه خازنی ـ مجموع تعداد سلف‌ها و خازن‌ها = مرتبه مدار

$$\text{KCL A}: i_1+i_2=-i$$
$$\text{KCL B}: i_2+i_3=i_C$$
$$\text{KCL C}: i_3+i_4=i$$

به ازای $i=V_C$ داریم:

$$\text{KCL}(A): i_1+i_2=-V_C \qquad n_1=(4+1)-2=3$$
$$\text{KCL}(C): i_3+i_4=V_C$$

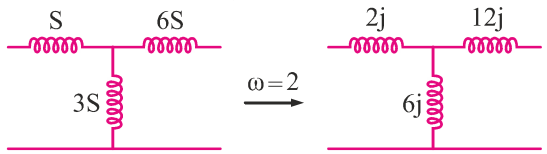
به ازای $i=i_C$ داریم:

$$\text{KCL}(A): i_1+i_2=-i_C$$
$$\text{KCL}(B): i_2+i_3=i_C \quad \to \quad \begin{aligned} i_1+i_2&=-i_2-i_3\\ i_3+i_4&=i_2+i_3\end{aligned}$$
$$\text{KCL}(C): i_3+i_4=i_C$$
$$n_2=(4+1)-2=3$$

مرتبه مدار تغییر نکرده است.

۵۴.گزینه ۴ درست است.

با توجه به ماتریس امپدانس داده شده می‌توان دو قطبی N را به فرم زیر مدل کرد:



درنتیجه مدار به فرم زیر درخواهد آمد: