به نام خدا

سایت کنکوری ها

www.konkuryha.ir

دانلود سوالات و پاسخ تشـــریحی کنکور سراسـری تمامی رشته ها

دانلود رایگان برترین جزوات آموزشی از اساتید برترکشور

دانلود سوالات و پاسخ تشریحی کنکورهای آزمایشی

گاج،قلمچی،گزینه دو،سنجش و...

دانلود برنامه های فرصت برابر

منتظر خدمات جدید سایت باشید

بخش ۳ کاربرد قانون یکم نیوتن در جسم‌های ساکن

در بخش ۲ با نیروهای معروف و پُرکاربرد آشنا شدید و در نمونه‌ها، مثال‌ها و تست‌های متنوع بخش ۲ آشنایی‌تان با آن‌ها عمیق‌تر شد! در این بخش و بخش بعدی با مطرح کردن تست‌ها و مثال‌های فراوان می‌خواهیم با دیدگاه کامل‌تری تست‌های دینامیک را دسته‌بندی کنیم تا عمق آشنایی‌تان از این هم بیش‌تر شود!

برخی مثال‌ها و تست‌های بخش‌های ۳ و ۴ که با مثال‌ها و تست‌های بخش ۲ هم‌پوشانی داشته، به نظر تکراری می‌آیند. به گیرنده‌های خود دست نزنید! این تکرارها عمدی است و برای فراگیری بهتر شما خوب است. لازم است بدانید که محور اصلی دسته‌بندی مفاهیم در بخش‌های ۳ و ۴ وضعیت استقرار یا حرکت جسم است.

به طور کلی یک جسم در یکی از **وضعیت‌های** زیر می‌تواند باشد:

جسم‌ها
- یا ساکن هستند ($\sum F = 0$)
- یا متحرک هستند
  - یا حرکت راست خط یک‌نواخت دارند. ($\sum F = 0$)
  - یا شتاب دارند. ($\sum F = ma$)

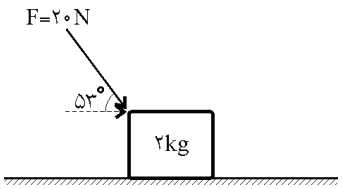
در این بخش به بررسی قوانین نیوتن در دستگاه‌هایی می‌پردازیم که اصطلاحاً ساکن هستند.

اگر به اطراف خود نگاه کنید، نمونه‌های زیادی از اجسام ساکن را می‌توانید مشاهده کنید. لامپی که از سقف آویزان شده، کتابی که روی میز قرار گرفته، اتومبیلی که کنار خیابان پارک شده و ... همگی نمونه‌هایی از اجسام ساکن هستند.

جسمی که ساکن است می‌تواند روی سطح افقی یا سطح شیب‌دار قرار داشته باشد، می‌تواند از سقف (در راستای قائم) آویزان باشد و یا در وضعیتی باشد که با ترکیبی از سطوح مختلف مواجه باشیم. به ترتیب این حالت‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱ ـ جسم‌های ساکن روی سطح افقی

برای شروع با چند حرکت کششی تست‌های زیر را که نمونه‌های آن‌را در بخش ۲ دیده‌اید، حل کنید.

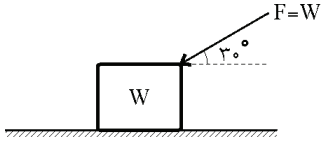


۱ ـ مطابق شکل روبه‌رو جسمی را با نیروی F هُل می‌دهیم. اما جسم ساکن است. نیروی اصطکاک ایستایی و نیروی عمودی تکیه‌گاه به‌ترتیب چند نیوتن است؟ ($g = ۱۰N/kg$)

۱) صفر ـ ۲۰
۲) صفر ـ ۳۶
۳) ۱۲ ـ ۲۰
۴) ۱۲ ـ ۳۶

www.konkuryha.ir

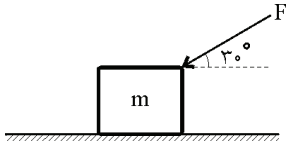
۲ ـ در شکل روبه‌رو جسم ساکن و ضریب اصطکاک ایستایی برابر $\frac{۳}{۴}$ است. اگر وزن جسم برابر با W باشد، نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند کدام است؟



۱) $\frac{۳W}{۲}$ ۲) $\frac{W}{۲}$

۳) $\sqrt{۳}W$ ۴) $\frac{۳\sqrt{۱۰}}{۸}W$

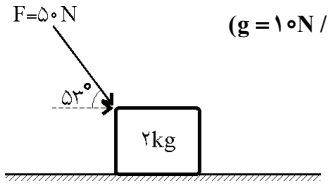
۳ ـ بر جسم ساکن m (شکل روبه‌رو) نیروی F اثر داده‌ایم. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح افقی ۰/۸ و نیروی واکنش سطح $\sqrt{۳}$ برابر وزن جسم باشد، اندازه‌ی F چند برابر وزن است؟



۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۱

◇ گفتیم گاهی مسائل مربوط به اجسام ساکن در شرایطی مطرح می‌شوند که جسم در **آستانه‌ی حرکت** است. مثل تست‌های زیر:

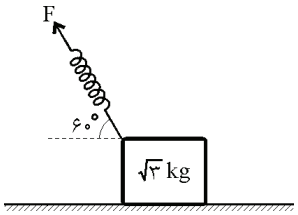
۴ ـ در شکل روبه‌رو جسم در آستانه‌ی حرکت است. ضریب اصطکاک ایستایی چه‌قدر است؟ $(g=۱۰N/kg)$



۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$

۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۵ ـ در شکل روبه‌رو جسم m در آستانه‌ی حرکت است. اگر ثابت فنر ۴۸N/m باشد، طول فنر نسبت به حالت عادی‌اش چند سانتی‌متر افزایش یافته است؟ $(\mu_s=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\ ,\ g=۱۰N/kg)$

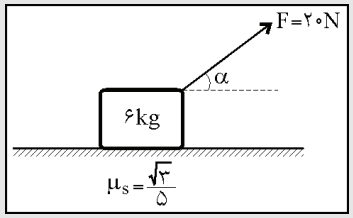


۱) $۵\sqrt{۳}$ ۲) ۲۵

۳) $۲۵\sqrt{۳}$ ۴) ۵۰

۶ ـ در شکل روبه‌رو α حداکثر چند درجه باشد تا جسم در آستانه‌ی حرکت باشد؟

$(\mu_s=\frac{\sqrt{۳}}{۵}\ ,\ g=۱۰N/kg)$

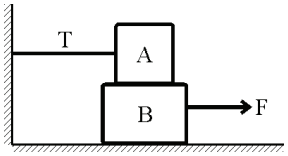


۱) ۶۰ ۲) ۴۵

۳) ۳۷ ۴) ۳۰

◇ حالا مثال‌های پیچیده‌تر اجسام ساکن بر روی سطح افقی را ملاحظه کنید:

مثال ۱ در شکل «۱ ـ الف» وزن جسم A برابر با ۵N و وزن جسم B برابر با ۱۰N است. اگر μ_s برای همه‌ی سطح‌ها برابر با ۰/۲ باشد، نیروی F چند نیوتن باشد تا جسم B در آستانه‌ی حرکت قرار گیرد؟



شکل «۱ ـ الف»

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

مقدمه: در این‌جا **چندین جسم** وجود دارند که به یک‌دیگر متصل‌اند و تشکیل **یک دستگاه واحد** را می‌دهند. برای حل این‌گونه مسائل ابتدا لازم است با **دو مفهوم** آشنا شویم:

www.konkuryha.ir

www.konkuryha.ir

الف) «دستگاه»

منظور از «**دستگاه**»، جسم یا اجسامی است که در مسئله مورد مطالعه قرار می‌گیرند. مثلاً در این مسئله می‌توان: ۱) جسم A را **به‌تنهایی** یک دستگاه در نظر گرفت. ۲) جسم B را **به‌تنهایی** یک دستگاه در نظر گرفت. ۳) دو جسم A و B را **در کنار هم** به‌عنوان یک دستگاه مورد بررسی قرار داد.

حال اگر پرسیده شود که **تعیین دستگاه** چه تأثیری در حل مسئله دارد، پاسخ می‌دهیم که تعیین دستگاه از آن جهت اهمیت دارد که سبب می‌شود بتوانیم به‌راحتی **نیروهای داخلی** را از **نیروهای خارجی** تفکیک کنیم و این، دومین مفهومی است که لازم است توضیح داده شود.

ب) نیروهای خارجی و داخلی

هر نیرویی که از **خارج دستگاه** و توسط یک **عامل بیرونی** به اجزاء دستگاه وارد شود، **نیروی خارجی** محسوب می‌شود و هر نیرویی که توسط **یک جزء دستگاه به جزء دیگر** آن وارد شود، **نیروی داخلی** به حساب می‌آید.

اکنون اگر بپرسید که تفکیک نیروهای داخلی و خارجی چه اهمیتی دارد، پاسخ می‌دهیم که:

۱ در قوانین نیوتن، منظور از $\sum \mathbf{F}$، **برایند «نیروهای خارجی» وارد بر دستگاه است و «نیروهای داخلی»** هیچ تأثیری در محاسبه‌ی $\sum F$ ندارند.

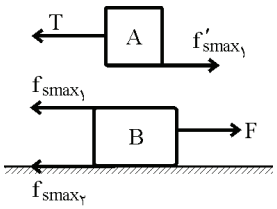
پس از این مقدمه‌ی نسبتاً طولانی به حل مسئله باز می‌گردیم:

پله‌ی یکم: ابتدا نیروهای وارد بر دو جسم A و B را در حالتی که B در آستانه‌ی حرکت است، رسم می‌کنیم (شکل «۱ ـ ب»). توجه کنید که به **جسم B** دو نیروی اصطکاک وارد می‌شود:

الف) $f_{s\max_1}$ که از طرف **جسم A** وارد می‌شود.

ب) $f_{s\max_2}$ که از طرف **زمین** وارد می‌شود.

و چون جسم B در آستانه‌ی حرکت **به سمت راست** است، هم $f_{s\max_1}$ و هم $f_{s\max_2}$ هر دو **به سمت چپ** هستند.



شکل «۱ ـ ب»

هم‌چنین دقت کنید که به جسم A علاوه بر نیروی کشش T، تنها یک نیروی اصطکاک $f'_{s\max_1}$ وارد می‌شود.

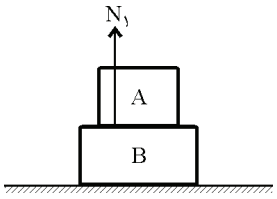
سؤال: چرا $f'_{s\max_1}$ وارد بر جسم A به **سمت راست** است؟

پاسخ: دو نیروی $f_{s\max_1}$ و $f'_{s\max_1}$ که به‌ترتیب به دو جسم A و B وارد می‌شوند، **کنش** و **واکنش** هستند و مطابق **قانون سوم نیوتن**، این دو نیرو، **هم‌اندازه** و **در خلاف جهت یک‌دیگرند**. در نتیجه چون $f_{s\max_1}$ به **سمت چپ** است، پس $f'_{s\max_1}$ باید به **سمت راست** باشد.

پله‌ی دوم: برای آن‌که جسم B در آستانه‌ی حرکت قرار گیرد، نیروی F باید بتواند به دو نیروی $f_{s\max_1}$ و $f_{s\max_2}$ غلبه کند. می‌دانیم که مقدار بیشینه‌ی نیروی اصطکاک از رابطه‌ی $\mu_s N$ به‌دست می‌آید. لذا می‌توان گفت:

الف) برای محاسبه‌ی $f_{s\max_1}$ باید نیروی عمودی تکیه‌گاه که جسم B به جسم A اثر می‌دهد را حساب کنیم (شکل «۱ ـ پ»). واضح است که N_1 برابر با **وزن جسم A** است. یعنی:

$$N_1 = 5N \Rightarrow f_{s\max_1} = \mu_s N_1 = 0/2 \times 5 \Rightarrow f_{s\max_1} = 1N$$



شکل «۱ ـ پ»

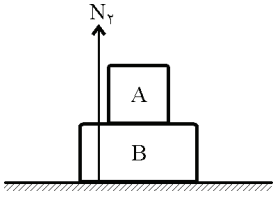
اگر باسکولی را زیرجسم A قرار دهیم، عدد ترازو برابر با وزن A خواهد شد؛ یعنی $N_1 = 5N$ می‌شود.

ب) برای محاسبه‌ی $f_{s\max_2}$ باید نیروی عمودی تکیه‌گاه را که سطح زمین بر جسم B اثر می‌دهد به‌دست آوریم (شکل «۱ ـ ت»). مشخص است که N_2 برابر با **مجموع وزن جسم‌های A و B** است. یعنی:

$$N_2 = 5 + 10 = 15N \Rightarrow f_{s\max_2} = \mu_s N_2 = 0/2 \times 15 \Rightarrow f_{s\max_2} = 3N$$

پله‌ی سوم: اکنون مقدار F به‌راحتی به‌دست می‌آید؛ چون جسم B در آستانه‌ی حرکت و **ساکن** است، مطابق قانون اول نیوتن می‌توان نوشت:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F = f_{s\max_1} + f_{s\max_2} = 1 + 3 \Rightarrow \mathbf{F = 4N}$$



شکل «۱ ـ ت»

اگر باسکولی را زیرجسم B قرار دهیم، عدد ترازو برابر با وزن A و B (یعنی $N_2 = 15N$) می‌شود.

مقدار نیروی F باید برابر با 4N باشد تا جسم B در **آستانه‌ی حرکت** قرار گیرد و اگر $F > 4N$ شود، جسم B از زیر جسم A **شروع به حرکت** خواهد کرد.

www.konkuryha.ir

مثال **در مثال قبل نیروی کشش T چند نیوتن است؟**

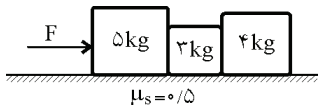
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

چون جسم A نیز ساکن است، مطابق با **قانون اول نیوتن** برایند نیروهای وارد بر A نیز باید صفر باشد. داریم: $\sum F_x = 0 \Rightarrow T = f'_{s\max_1}$

از طرفی گفته بودیم که مطابق **قانون سوم نیوتن**، $|f'_{s\max_1}| = |f_{s\max_1}|$ است. داریم:

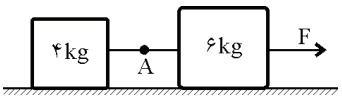
$T = f_{s\max_1} \Rightarrow \mathbf{T = 1N}$

۷ ـ دستگاه شکل روبه‌رو بر روی سطح افقی در آستانه‌ی حرکت است. نیروی F که بر جسم ۵ کیلوگرمی اثر می‌کند، چند نیوتن است؟ (ضریب اصطکاک ایستایی همه‌ی سطوح تماس ۰/۵ و $g = 10N/kg$ است.)



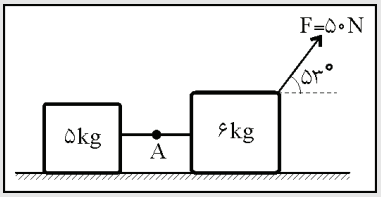
۱) ۲۵ ۲) ۱۵ ۳) ۶۰ ۴) ۳۵

۸ ـ در شکل روبه‌رو نیروی کشش نخ در نقطه‌ی A ، ۲۴N و دستگاه در آستانه‌ی حرکت است. نیروی اصطکاکی که سطح بر جسم ۶ کیلوگرمی اثر می‌دهد، چند نیوتن است؟ (ضریب اصطکاک ایستایی برای همه‌ی سطوح تماس یکسان و $g = 10N/kg$ است و از جرم نخ چشم‌پوشی کنید.)



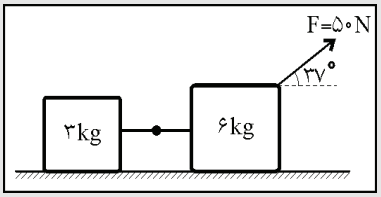
۱) ۶۰ ۲) ۳۶ ۳) ۳۲ ۴) ۲۴

۹ ـ در شکل روبه‌رو دستگاه بر روی سطح افقی ساکن است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی همه‌ی سطوح تماس ۰/۵ باشد، نیروی کشش نخ در نقطه‌ی A چند نیوتن است؟ ($g = 10N/kg$ و جرم نخ ناچیز است.)



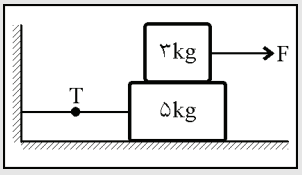
۱) ۱۵ ۲) ۲۵
۳) ۲۰ ۴) ۱۲

۱۰ ـ در شکل روبه‌رو دستگاه در آستانه‌ی حرکت است. μ_s (ضریب اصطکاک ایستایی بین همه‌ی سطوح تماس) چه‌قدر است؟ $(g = 10N/kg)$



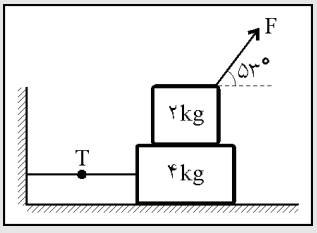
۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$
۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{2}{3}$

۱۱ ـ در شکل روبه‌رو نیروی کشش نخ (T)، ۱۰N و جسم ۳ کیلوگرمی در آستانه‌ی لغزش بر روی جسم ۵ کیلوگرمی است. ضریب اصطکاک ایستایی بین سطوح تماس جسم‌های ۳ و ۵ کیلوگرمی چه‌قدر است؟ ($g = 10N/kg$ و اصطکاک بین جسم ۵ کیلوگرمی و سطح زمین ناچیز است.)



۱) $\frac{1}{8}$ ۲) $\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{3}$

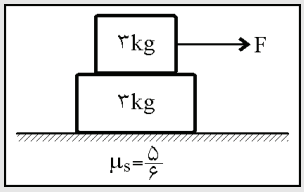
۱۲ ـ در شکل روبه‌رو ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح تماس جسم ۲ کیلوگرمی و جسم ۴ کیلوگرمی ۰/۵ و ضریب اصطکاک بین سطح زیرین جسم ۴ کیلوگرمی و سطح زمین ناچیز است. اگر جسم ۲ کیلوگرمی در آستانه‌ی لغزش باشد، نیروی کشش نخ (T) چند نیوتن است؟ $(g = 10N/kg)$



۱) ۴ ۲) ۶
۳) ۸ ۴) ۱۰

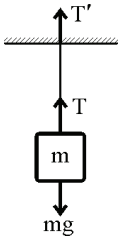
www.konkuryha.ir

۱۳ ـ در شکل روبه‌رو جسم بالایی در آستانه‌ی لغزش بر روی جسم پایینی است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی همه‌ی سطوح تماس $\frac{۵}{۶}$ باشد، نیرویی که سطح زمین برجسم پایینی اثر می‌دهد، چند نیوتن است؟ $(g = ۱۰N/kg)$



۱) ۷۰ ۲) ۶۵
۳) ۶۰ ۴) ۲۵

۲ ـ جسم‌های ساکنی که دوست دارند در راستای قائم سقوط کنند

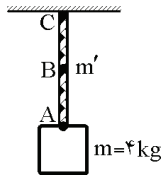


شکل «۲»

می‌دانید جسمی که از سقف اتاق آویزان است، به‌خاطر نیروی وزنش دوست دارد در راستای قائم سقوط کند، اما نیروی کشش نخ مانعش می‌شود (شکل «۲»). به زبانی ساده، نیروی بالاسوی T، نیروی پایین‌سوی mg را خنثی کرده است: $T = mg$

تست زیر یاد و خاطره‌ی نیروی کشش نخ در بخش ۲ را زنده می‌کند:

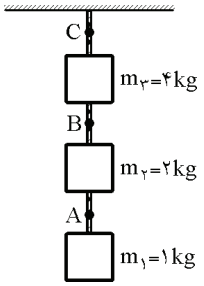
۱۴ ـ در شکل روبه‌رو، جسمی به جرم ۴kg توسط طنابی هم‌گن به جرم m' از سقف اتاقی آویزان است. اگر اختلاف نیروی کشش طناب در دو نقطه‌ی B (وسط طناب) و A، ۵N باشد، نیرویی که سقف به طناب اثر می‌دهد، چند نیوتن است؟ $(g = ۱۰N/kg)$



۱) ۱۰ ۲) ۴۰ ۳) ۴۵ ۴) ۵۰

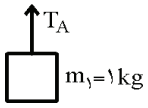
◇ حالا به مثال زیر توجه کنید:

مثال ۳ در شکل «۳ ـ الف» نیروی کشش نخ در نقطه‌های A و B و C چند نیوتن است؟ (جرم نخ‌ها ناچیز و $g = ۱۰N/kg$ است.)



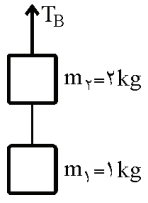
شکل «۳ ـ الف»

روش اول: پله‌ی یکم: ابتدا در نقطه‌ی A یک برش فرضی در نظر می‌گیریم (شکل«۳ ـ ب»). واضح است که برای غلبه بر وزن جسم $m_۱$، لازم است که $T_A = ۱۰N$ باشد.



شکل «۳ ـ ب»

پله‌ی دوم: اگر در نقطه‌ی B نیز برشی فرضی در نظر بگیریم (شکل «۳ ـ پ»)، برای غلبه بر وزن $m_۱$ و $m_۲$، لازم است که $T_B = ۳۰N$ باشد.

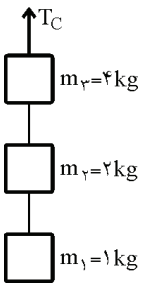


شکل «۳ ـ پ»

پله‌ی سوم: برای محاسبه‌ی کشش در نقطه‌ی C برشی فرضی در آن نقطه در نظر می‌گیریم (شکل

www.konkuryha.ir

«۳ ـ ت»). در این‌جا نیز بدیهی است که برای غلبه بر وزن جسم‌های m_1، m_2 و m_3، لازم است که $\mathbf{T_C = 70N}$ باشد.

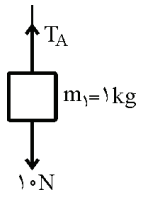


شکل «۳ ـ ت»

روش دوم: این مثال ساده را از روش دیگری نیز می‌توان حل کرد. هدف از آوردن روش دوم، آشنایی با این روش و استفاده از آن در مسائل مشکل‌تر بعدی است.

پله‌ی یکم: مطابق آن‌چه که در مسئله آورده شده، دستگاه در حال **تعادل** است. به جسم m_1 دو نیرو وارد می‌شود: ۱) نیروی وزن m_1 ۲) نیروی کشش نخ A. با توجه به قانون اول نیوتن داریم:

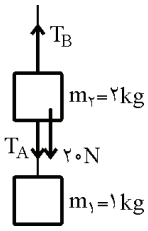
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \mathbf{T_A = 10N}$$



شکل «۳ ـ ث»

پله‌ی دوم: مطابق شکل «۳ ـ ج» به جسم m_2، **سه نیرو** وارد می‌شود: ۱) نیروی وزن m_2 ۲) نیروی کشش نخ A (که رو به پایین است) ۳) نیروی کشش نخ B (که رو به بالا است). با توجه به قانون اول نیوتن داریم: جمع نیروهای رو به پایین = جمع نیروهای رو به بالا $\Rightarrow \sum F_y = 0$

$$\Rightarrow T_B = T_A + 20 = 10 + 20 \Rightarrow \mathbf{T_B = 30N}$$

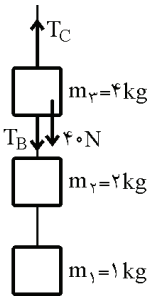


شکل «۳ ـ ج»

توجه کنید که نیروی وزن جسم m_1 مستقیماً به جسم m_2 وارد نمی‌شود. بنابراین وزن m_1 نباید در محاسبه‌ی $\sum F$ دخالت داده شود. به‌طور کلی می‌توان گفت که در محاسبه‌ی $\sum F$ تنها نیروهایی دخالت دارند که مستقیماً و از راه نزدیک به جسم وارد می‌شوند و نیروهایی که از جسم دور هستند، بر روی جسم اثر نمی‌گذارند.

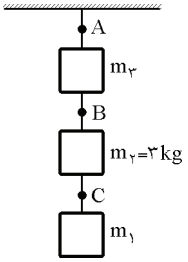
پله‌ی سوم: مطابق شکل «۳ ـ چ» به جسم m_3 نیز سه نیرو وارد می‌شود: ۱) نیروی وزن m_3 ۲) نیروی کشش نخ B (که رو به پایین است) ۳) نیروی کشش نخ C (که رو به بالا است). چون جسم m_3 نیز در حال **تعادل** است، داریم: $\sum F_y = 0 \Rightarrow T_C = T_B + 40 = 30 + 40 \Rightarrow \mathbf{T_C = 70N}$

در این‌جا نیز لازم است دقت کنید که وزنِ اجسام m_1 و m_2 **مستقیماً** به جسم m_3 وارد نمی‌شوند. به همین دلیل آن‌ها را در محاسبه‌ی $\sum F_y$ دخالت نداده‌ایم.



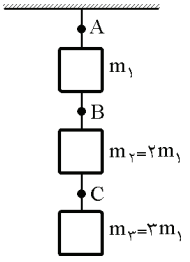
شکل «۳ ـ چ»

۱۵ ـ در شکل روبه‌رو اختلاف نیروی کشش نخ در نقطه‌های A و C، 80N است. جرم m_3 چند کیلوگرم است؟ ($g = 10N/kg$ و جرم نخ‌ها ناچیز است.)



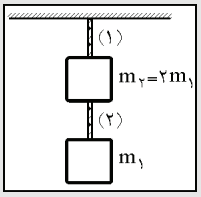
۱) ۱
۲) ۵
۳) ۸
۴) ۱۱

۱۶ ـ در شکل روبه‌رو نیروی کشش نخ در نقطه‌ی A، 20N بیش‌تر از نیروی کشش نخ در نقطه‌ی B است. نیروی کشش نخ در نقطه‌ی C، چند نیوتن است؟ ($g = 10N/kg$ و جرم نخ‌ها ناچیز است.)



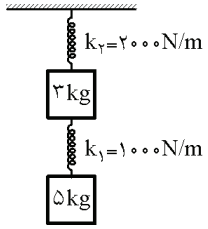
۱) ۴۰
۲) ۶۰
۳) ۱۰۰
۴) ۱۲۰

۱۷ ـ در شکل روبه‌رو نیرویی که سقف به طناب «۱» وارد می‌کند، ۳/۲ برابر نیروی کشش در وسط طناب «۲» است. مجموع جرم دو طناب چند برابر m_1 است؟ (طناب‌ها هم‌گن و از هر نظر مشابه‌اند.)



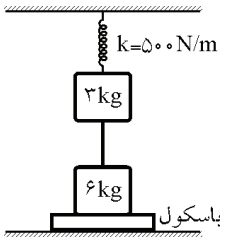
۱) ۱ ۲) ۰/۵
۳) ۲ ۴) ۰/۲۵

۱۸ ـ در شکل روبه‌رو تغییر طول فنرهای k_1 و k_2 به‌ترتیب چند سانتی‌متر است؟ ($g=10N/kg$ و جرم فنرها ناچیز است.)



۱) ۵ و ۸ ۲) ۵ و ۴
۳) ۸ و ۴ ۴) ۸ و ۸

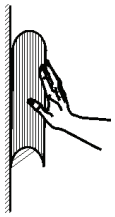
۱۹ ـ در شکل روبه‌رو طول فنر k، ۸cm افزایش یافته است، نیرویی که باسکول (وزن‌سنج) نمایش می‌دهد، چند نیوتن است؟ ($g=10N/kg$ و جرم فنر و میله ناچیز است.)



۱) ۶۰ ۲) ۵۰
۳) ۴۰ ۴) ۱۰

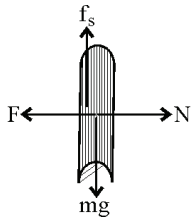
◇ نمونه‌ی زیر، مورد دیگری از جسم ساکنی است که دوست دارد در راستای قائم سقوط کند.

۱ مثال در شکل «۴ ـ الف» کتابی را با دست به دیوار تکیه داده‌ایم. نیروهایی را که به کتاب اثر می‌کنند، در شکل «۴ ـ ب» می‌بینید. نیروی وزن (mg) می‌خواهد کتاب را در راستای قائم به‌طرف پایین حرکت دهد، اما نیرویی که دست ما بر کتاب اثر می‌دهد (F) باعث شده است که کتاب، دیوار را هُل بدهد و در مقابل، دیوار نیروی عمودی سطح (N) را به کتاب وارد کند. حضور دو عامل ضریب اصطکاک و نیروی عمودی سطح کافی است تا نیروی اصطکاک هم حاضر باشد. می‌دانید که اگر mg از $\mu_s N$ (یعنی $f_{s\max}$) کوچک‌تر باشد، کتاب ساکن می‌ماند. بنابراین ۴ نیروی زیر بر این کتاب ساکن اثر می‌کنند:



شکل «۴ ـ الف»

۱) وزن کتاب (mg) ۲) نیروی اصطکاک ایستایی (f_s)
۳) نیروی دست ما (F) ۴) نیروی عمودی تکیه‌گاه (N)



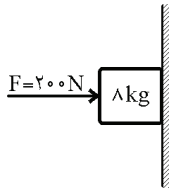
شکل «۴ ـ ب»

چون کتاب ساکن است داریم:

$$\begin{cases}\sum F_x = 0 \Rightarrow N = F \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow f_s = mg\end{cases}$$

۲ مثال **جسمی به جرم ۸kg را مطابق شکل «۵ ـ الف» با نیروی افقی F، به دیوار تکیه داده‌ایم. اگر ضریب اصطکاک ایستایی برابر ۰/۵ باشد، نیروی اصطکاک بین جسم و دیوار چند نیوتن است؟ ($g=10N/kg$)**

۱) ۲۰۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۸۰ ۴) ۲۰



شکل «۵ ـ الف»

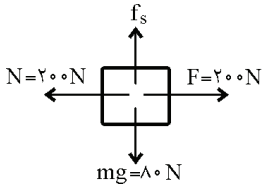
پله‌ی یکم: با توجه به شکل «۵ ـ ب» و آن‌چه در نمونه‌ی ۴ دیدیم می‌توانیم ادعا کنیم که:

$$N = f = 200N$$

با داشتن N، $f_{s\max}$ قابل محاسبه است: $f_{s\max} = \mu_s N = 0/5 \times 200 = 100N$

پله‌ی دوم: از آن‌جایی که نیروی وزن جسم (۸۰N) از $f_{s\max}$ کوچک‌تر است، پس جسم ساکن می‌ماند. حالا در شکل «۵۸ ـ ب» به نیروهای قائم نگاه کنید. برایند آن‌ها صفر است؛ یعنی:

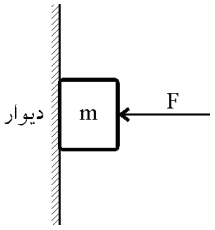
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow f_s - mg = 0 \Rightarrow \mathbf{f_s = 80N}$$



شکل «۵ ـ ب»

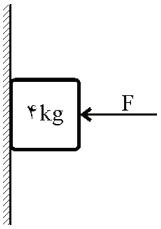
◇ ما می‌رویم و شما را با چند تست تنها می‌گذاریم. مواظب خودتان باشید!

www.konkuryha.ir



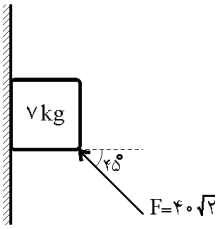
۲۰ ـ در شکل روبه‌رو جسم m که با نیروی F به دیوار فشرده می‌شود، ساکن است. با افزایش نیروی F، نیروی عمودی تکیه‌گاه..... و نیروی اصطکاک ایستایی .....

۱) افزایش، نیز افزایش می‌یابد.
۲) افزایش می‌یابد، تغییر نمی‌کند.
۳) تغییر نمی‌کند، نیز تغییر نمی‌کند.
۴) تغییر نمی‌کند، افزایش می‌یابد.



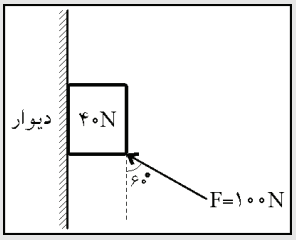
۲۱ ـ در شکل روبه‌رو ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح جسم و دیوار ۰/۸ است. کم‌ترین مقدار نیروی F چه‌قدر باشد تا جسم ساکن بماند؟ ($g = ۱۰N/kg$)

۱) ۷۲
۲) ۳۲
۳) ۴۰
۴) ۵۰



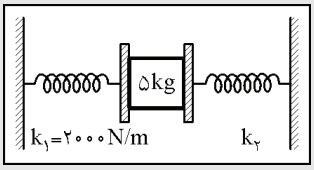
۲۲ ـ در شکل روبه‌رو جسم ۷ کیلوگرمی ساکن است. نیرویی که دیوار بر این جسم اثر می‌دهد، چند نیوتن است؟ ($\mu_s = ۱, g = ۱۰N/kg$)

۱) ۴۰
۲) $۴۰\sqrt{۲}$
۳) ۳۰
۴) ۵۰



۲۳ ـ در شکل روبه‌رو ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح دیوار چه‌قدر باشد تا جسم ۴۰ نیوتنی در آستانه‌ی حرکت قرار گیرد؟ ($g = ۱۰N/kg$)

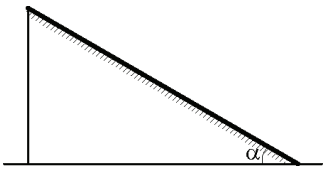
۱) $\frac{۲}{۵}$
۲) $\frac{۴\sqrt{۳}}{۱۵}$
۳) $\frac{۴}{۵}$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۱۵}$



۲۴ ـ در شکل روبه‌رو جسم ۵ کیلوگرمی ساکن و در آستانه‌ی سقوط است. اگر فنر $k_۱$، ۴cm جمع شده باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین سطوح تماس چه‌قدر است؟ ($g = ۱۰N/kg$)

۱) باید $k_۲$ معلوم باشد.
۲) $\frac{۵}{۸}$
۳) $\frac{۵}{۱۶}$
۴) $\frac{۵}{۲}$

۳ ـ جسم ساکن روی سطح شیب‌دار

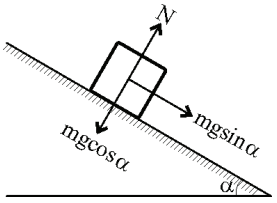


شکل «۶»
سطحی را که با راستای افق زاویه‌ای مانند α بسازد، سطح شیب‌دار گویند

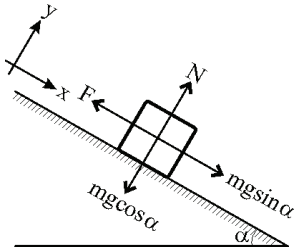
سطح شیب‌دار که معرف حضورتان هست (شکل «۶») و می‌دانید هنگامی‌که جسمی روی **سطح شیب‌دار** قرار می‌گیرد، چه ساکن باشد و چه در حال حرکت، لازم است که ابتدا نیروهای وارد بر جسم را مشخص کرده، سپس بعضی از آن‌ها را **تجزیه کنیم**. این‌که **کدام نیروها** باید تجزیه شوند و تجزیه در **چه راستاهایی** باید انجام گیرد را در نمونه‌ی ۴ بخش ۲ خوانده‌اید.

مؤلفه‌های نیروی وزن ($mg\sin\alpha$ و $mg\cos\alpha$) و نیروی عمودی سطح (N) پای ثابت نیروهای وارد بر همه‌ی اجسام روی سطح شیب‌دار هستند (شکل «۷ ـ الف»). حالا برای ساکن نگه‌داشتن جسم بر روی سطح شیب‌دار باید دست‌کم یک نیروی دیگر بیفزاییم تا برایند نیروها در راستای محور x صفر شود. این نیرو می‌تواند کشش نخ، اصطکاک یا نیروی هُل دادن باشد (شکل «۷ ـ ب»). در بخش ۲ بحث اصطکاک ایستایی چند نمونه تست در این رابطه حل کرده‌ایم. اکنون از شما دعوت می‌کنیم مثال‌های دیگری را در این رابطه مورد بررسی قرار دهید.

www.konkuryha.ir



شکل «۷ ـ الف»



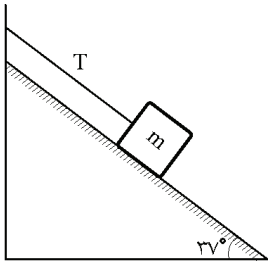
شکل «۷ ـ ب»

برای آن‌که جسم m ساکن بماند، دست‌کم نیرویی مانند F باید ایجاد کنیم تا برایند نیروها در راستای x صفر شود.

مثال ۵ **جسمی به جرم 5kg مطابق شکل «۸ ـ الف» روی سطح شیب‌دار بدون اصطکاکی قرار دارد. کشش نخ چند نیوتن است؟ (g = ۱۰N/kg)**

۱) ۲۵ ۲) ۳۰

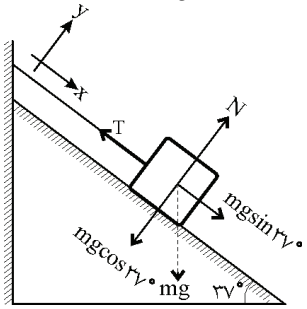
۳) ۴۰ ۴) ۵۰



شکل «۸ ـ الف»

ابتدا نیروی وزن وارد بر جسم را تجزیه می‌کنیم (شکل «۸ ـ ب»). چون جسم ساکن است، داریم:

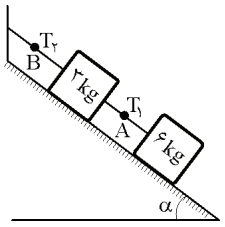
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T = mg\sin 37^\circ = (50)(0/6) \Rightarrow \mathbf{T = 30N}$$



شکل «۸ ـ ب»

چند تست آموزشی برایتان کنار گذاشته‌ایم. با احتیاط آن‌ها را پاسخ دهید!

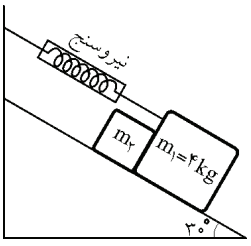
۲۵ ـ در شکل روبه‌رو T_1 و T_2 نیروی کشش نخ در نقاط A و B هستند. اگر $T_2 - T_1 = 15N$ باشد، α چند درجه است؟ (از اصطکاک همه‌ی سطوح چشم‌پوشی کنید و g = ۱۰N/kg است.)



۱) ۳۰° ۲) ۳۷°

۳) ۴۵° ۴) ۶۰°

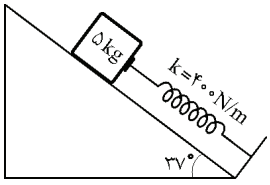
۲۶ ـ در شکل روبه‌رو نیروسنج ۳۵N را نمایش می‌دهد. اگر اصطکاک همه‌ی سطوح تماس ناچیز باشد، m_2 چند کیلوگرم است؟ (g = ۱۰N/kg)



۱) ۳/۵ ۲) ۳

۳) ۱/۵ ۴) ۲

۲۷ ـ در شکل روبه‌رو اصطکاک ناچیز و وزنه‌ی ۵ کیلوگرمی در حال تعادل است، فنر چند سانتی‌متر (نسبت به طول عادی‌اش) جمع شده است؟ (g = ۱۰N/kg)

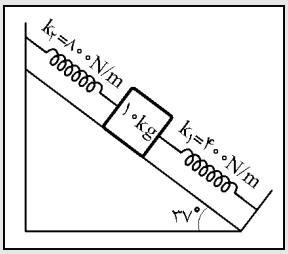


۱) ۱۲/۵ ۲) ۵

۳) ۱۰ ۴) ۷/۵

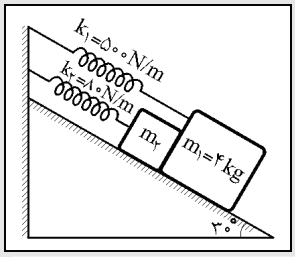
www.konkuryha.ir

۲۸ ـ در شکل روبه‌رو جسم ۱۰ کیلوگرمی بر روی سطح شیب‌دار ساکن است، فنر k_2 چند سانتی‌متر نسبت به‌طول عادی‌اش کشیده شده است؟ ($g = 10N/kg$ و اصطلاک ناچیز و تغییر طول دو فنر یک‌سان است.)



۱) ۲/۵ ۲) ۵
۳) ۱۰ ۴) ۱۵

۲۹ ـ در شکل روبه‌رو اصطکاک بین سطوح تماس ناچیز و دستگاه در حال تعادل است. اگر طول هر فنر ۵cm نسبت به حالت عادی افزایش داشته باشد، m_2 چند کیلوگرم است؟

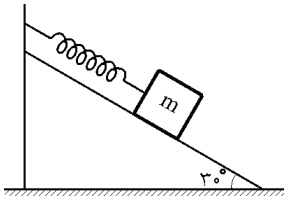


۱) ۰/۵ ۲) ۰/۹
۳) ۱ ۴) ۱/۸

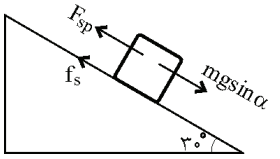
در مثال ۶ نیروی اصطکاک ایستایی را هم وارد بازی کردیم:

مثال ۶ در شکل «۹ ـ الف» جسم m در حال تعادل است و جرم آن ۵kg و ثابت فنر ۲۰۰N/m است. اگر در این شکل افزایش طول فنر نسبت به وضعیت عادی آن ۵cm باشد، نیروی اصطکاک ایستایی چند نیوتن است؟ ($g = 10N/kg$)

۱) ۱۰ ۲) ۱۵
۳) ۲۵ ۴) لازم است که μ_s را بدانیم.



شکل «۹ ـ الف»



شکل «۹ ـ ب»

پله‌ی یکم: در شکل «۹ ـ ب» نیروهای وارد بر این جسم (که موازی با سطح هستند) رسم کرده‌ایم. چون جسم ساکن است، داریم: $\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{sp} + f_s = mg\sin\alpha \Rightarrow f_s = mg\sin\alpha - F_{sp}$

پله‌ی دوم: لازم است که نیروی فنر (F_{sp}) را حساب کنیم. طبق اطلاعات مسئله داریم:

$$F_{sp} = k\Delta x = (200)(\frac{5}{100}) \Rightarrow F_{sp} = 10N$$

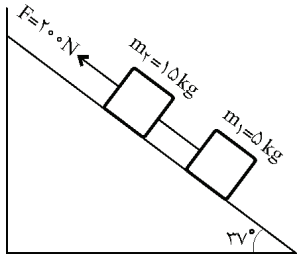
پله‌ی سوم: حالا به‌راحتی می‌توانیم نیروی اصطکاک ایستایی (f_s) را از رابطه‌ای که در پله‌ی یکم به‌دست آوردیم حساب کنیم:

$$f_s = (mg)(\sin 30°) - F_{sp} = (50)(\frac{1}{2}) - 10 \Rightarrow \mathbf{f_s = 15N}$$

دقت کنید که نیروهای عمود بر سطح را رسم نکرده‌ایم. اما می‌دانیم که چون جسم ساکن است، برایند این نیروها برابر با صفر است ($\sum F_y = 0$)

در حل مسئله‌هایی مانند مثال ۶، دانستن μ_s، تنها هنگامی به‌کار می‌آید که بخواهیم $f_{s\,max}$ را حساب کنیم.

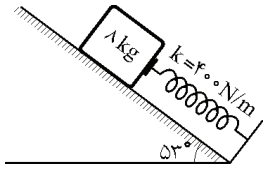
۳۰ ـ در شکل روبه‌رو دستگاه ساکن است. اگر نیروی اصطکاک وارد بر جسم m_2 برابر با ۶۰N باشد، نیروی اصطکاک وارد بر جسم m_1 چند نیوتن است؟ ($g = 10N/kg$)



۱) ۲۰ ۲) ۸۰
۳) ۱۲۰ ۴) ۱۴۰

۳۱ ـ در شکل روبه‌رو جسم ۸ کیلوگرمی بر روی سطح شیب‌دار ساکن است. اگر طول فنر ۶cm کم‌تر از طول عادی‌اش باشد، اندازه‌ی نیروی اصطکاک ایستایی چند نیوتن است؟

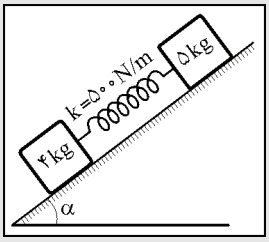
($g = 10N/kg$)



۱) ۲۴ ۲) ۴۰
۳) ۶۴ ۴) ۸۸

www.konkuryha.ir

۳۲ ـ در شکل روبه‌رو دستگاه ساکن است. نیروی اصطکاک بین جسم ۴ کیلوگرمی و سطح شیب‌دار ۳۰N است و فنر ۲cm نسبت به طول عادی‌اش فشرده شده است. نیروی اصطکاک بین سطح شیب‌دار و جسم ۵ کیلوگرمی چند نیوتن است؟ $(g = 10N/kg)$

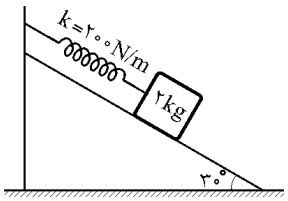


۱) ۱۰ ۲) ۱۵
۳) ۲۵ ۴) ۳۵

◇ گاهی جسم روی سطح شیب‌دار در آستانه‌ی حرکت قرار می‌گیرد؛ مثال‌های زیر را با دقت بررسی کنید:

مثال ۲ در شکل «۱۰ ـ الف» جسم ۲ کیلوگرمی بر روی سطح شیب‌دار ساکن است. طول فنر (l) چند سانتی‌متر است؟ (ضریب اصطکاک ایستایی $\frac{\sqrt{3}}{5}$ و طول عادی فنر ۱۲cm و $g = 10N/kg$ است.)

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) $14 \le l \le 20$ ۴) $20 \le l \le 24$



شکل «۱۰ ـ الف»

پله‌ی یکم: در این مسئله **دو حالت** را باید در نظر بگیریم:

الف: هنگامی‌که جسم **ساکن** است و نیروی فنر (F_{sp}) **بیشینه** است و جسم در آستانه‌ی **حرکت رو به بالا** است.

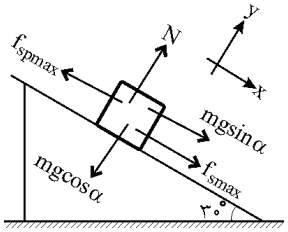
ب: هنگامی‌که جسم **ساکن** است و F_{sp} **کمینه** است و جسم در آستانه‌ی حرکت **رو به پایین** است.

دقت کنید که: اگر نیروی F_{sp} بین این دو مقدار max و min باشد، جسم ساکن می‌ماند.

پله‌ی دوم: ابتدا حالتی را در نظر می‌گیریم که F_{sp} بیشینه است (شکل «۱۰ ـ ب»). در این وضعیت، جسم **در آستانه‌ی حرکت** رو به بالا خواهد بود. در نتیجه علاوه بر نیروی $mg\sin\alpha$ (که همواره رو به پایین است)، نیروی $f_{s\,max}$ **نیز رو به پایین** خواهد بود. در این صورت مطابق قانون اول نیوتن داریم:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{sp\,max} = mg\sin\alpha + f_{s\,max}$$

از طرفی می‌دانیم که $f_{s\,max} = \mu_s N$ است و در این‌جا $N = mg\cos\alpha$ است. پس می‌توان نوشت:



شکل «۱۰ ـ ب»

وقتی‌که جسم در آستانه‌ی حرکت رو به بالا است، فنر بیش‌ترین کشیدگی برای وضعیت تعادل را خواهد داشت. در این حالت نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه و رو به پایین است.

$$F_{sp\,max} = mg\sin\alpha + \mu_s(mg\cos\alpha) \Rightarrow F_{sp\,max} = (20)\sin 30^\circ + \frac{\sqrt{3}}{5}(20)\cos 30^\circ$$

$$= 20(\frac{1}{2}) + \frac{\sqrt{3}}{5}(20)(\frac{\sqrt{3}}{2}) \Rightarrow \mathbf{F_{sp\,max} = 16N}$$

$$F_{sp\,max} = k\Delta l_{max} \Rightarrow 16 = 200\Delta l_{max} \Rightarrow \Delta l_{max} = 0/08m = 8cm$$

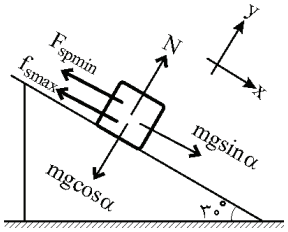
طول عادی فنر ۱۲cm و افزایش طول آن ۸cm است، پس طول فنر در این حالت برابر **۲۰cm** می‌شود:

$$\mathbf{l_{max} = 12 + 8 = 20cm}$$

نتیجه: می‌توان گفت **اگر نیروی F_{sp} بیش‌تر از ۱۶N (یا طول فنر بیش‌تر از ۲۰cm) شود، جسم رو به بالا شروع به حرکت خواهد کرد.** اما اگر F کم‌تر از ۱۶N باشد چه؟

پله‌ی سوم: می‌دانیم که اگر مقدار F_{sp} را آرام آرام از ۱۶N کم‌تر کنیم، جسم در ابتدا هم‌چنان ساکن می‌ماند. اما پس از مدتی، نیروی F_{sp} آن‌قدر کوچک می‌شود که دیگر نمی‌تواند در مقابل نیروی $mg\sin\alpha$ (که رو به پایین است) مقاومت کند و **در آستانه‌ی حرکت رو به پایین** قرار می‌گیرد. در این حالت نیروی $f_{s\,max}$ **رو به بالا** خواهد شد. (شکل «۱۰ ـ پ»). هم‌چنان از آن‌جایی که جسم ساکن است، طبق قانون اول نیوتن می‌توان نوشت:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{sp\,min} + f_{s\,max} = mg\sin\alpha$$



شکل «۱۰ ـ پ»

وقتی که جسم در آستانه‌ی حرکت روبه پایین است. فنر در کم‌ترین طول خود برای وضع تعادل خواهد بود. در این وضعیت نیروی اصطکاک ایستایی، بیشینه و رو به بالا بر جسم اثر می‌کند.

$$\Rightarrow F_{sp\,min} = mg\sin\alpha - f_{s\,max} = mg\sin\alpha - \mu_s mg\cos\alpha$$

$$\Rightarrow F_{sp\,min} = (20)\sin 30^\circ - (\frac{\sqrt{3}}{5})(20)\cos 30^\circ = 20(\frac{1}{2}) - (\frac{\sqrt{3}}{5})(20)(\frac{\sqrt{3}}{2}) \Rightarrow \mathbf{F_{sp\,min} = 4N}$$

$$F_{sp\,min} = k\Delta l_{min} \Rightarrow 4 = 200\Delta l_{min} \Rightarrow \Delta l_{min} = 0/02m = 2cm$$

در این وضعیت طول فنر برابر **۱۴cm** می‌شود:

$$\mathbf{l_{min} = 12 + 2 = 14cm}$$

www.konkuryha.ir

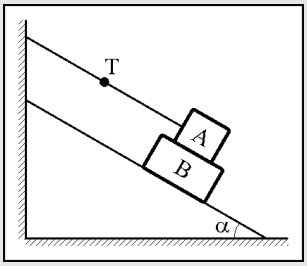
نتیجه: می‌توان گفت که **اگر نیروی F_{sp} کم‌تر از ۴N (یا طول فنر کم‌تر ۱۴cm) شود، جسم رو به پایین شروع به حرکت خواهد کرد.**

از مقایسه‌ی نتایج به‌دست آمده در پله‌های دوم و سوم، مشخص می‌گردد که **اگر طول فنر بیش‌تر از ۱۴cm و کم‌تر از ۲۰cm باشد ($۲۰ \geq l \geq ۱۴$)، جسم ساکن می‌ماند و حرکت نمی‌کند.**

مثال ۸ **در شکل «۱۱ ـ الف» جسم B در آستانه‌ی حرکت است. اگر $m_A = ۳kg$، $m_B = ۹kg$ و μ_s در همه‌ی سطوح $\frac{\sqrt{۳}}{۵}$ باشد، کشش نخ (T) چند نیوتن است؟ $(g = ۱۰N/kg)$**

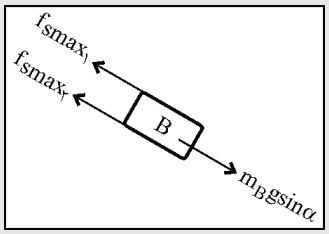
۱) ۶ ۲) ۹

۳) ۱۵ ۴) ۲۴

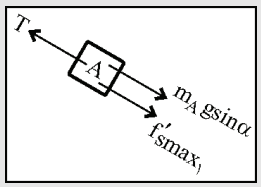


شکل «۱۱ ـ الف»

پله‌ی یکم: ابتدا لازم است زاویه‌ی سطح شیب‌دار را حساب کنیم. برای این کار نیروهای وارد بر دو جسم A و B را مطابق شکل «۱۱ ـ ب و ۱۱ ـ پ» رسم می‌کنیم.



شکل «۱۱ ـ ب»



شکل «۱۱ ـ پ»

شکل «۱۱ ـ ب»: به جسم B ، سه نیرو وارد می‌شود: نیروی $mg\sin\alpha$، نیروی $f_{s\max_2}$ که از طرف سطح شیب‌دار به آن وارد می‌شود و نیروی $f_{s\max_1}$ که از طرف جسم A به آن وارد می‌گردد و چون جسم B در آستانه‌ی حرکت **رو به پایین** است، در نتیجه هر دو نیروی اصطکاک **رو به بالا** خواهد بود.

شکل «۱۱ ـ پ»: به جسم A نیز سه نیرو وارد می‌شود: نیروی $mg\sin\alpha$، نیروی کشش نخ (T) و نیروی $f'_{s\max_1}$ که عکس‌العمل نیروی $f_{s\max_1}$ است. بنابراین $f'_{s\max_1}$ (برخلاف $f_{s\max_1}$) باید رو به پایین باشد.

پله‌ی دوم: چون جسم B ساکن است، طبق قانون اول نیوتن داریم:

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow f_{s\max_1} + f_{s\max_2} = m_B g\sin\alpha \quad \text{(*) رابطه‌ی}$$

از طرفی با توجه به شکل «۱۱ ـ ت» $f_{s\max_1}$ برابر است با:

$$f_{s\max_1} = \mu_s N_1 = \mu_s (m_A g\cos\alpha) = \frac{\sqrt{۳}}{۵}(۳۰\cos\alpha) = ۶\sqrt{۳}\cos\alpha$$

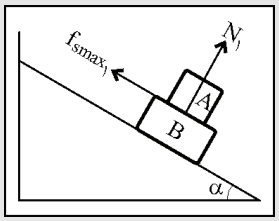
هم‌چنین با توجه به شکل «۱۱ ـ ث»، $f_{s\max_2}$ برابر است با:

$$f_{s\max_2} = \mu_s N_2 = \mu_s (m_A + m_B)(g\cos\alpha) = \frac{\sqrt{۳}}{۵}(۱۲۰\cos\alpha) = ۲۴\sqrt{۳}\cos\alpha$$

اکنون می‌توانیم رابطه‌ی * را این‌گونه بنویسیم:

$$f_{s\max_1} + f_{s\max_2} = m_B g\sin\alpha \Rightarrow ۶\sqrt{۳}\cos\alpha + ۲۴\sqrt{۳}\cos\alpha = ۹۰\sin\alpha$$

$$\Rightarrow ۳۰\sqrt{۳}\cos\alpha = ۹۰\sin\alpha \Rightarrow \tan\alpha = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \alpha = ۳۰^\circ$$



شکل «۱۱ ـ ت»

N_1 (نیروی عمودی تکیه‌گاه در محل تماس دو جسم مؤلفه‌ی قائم وزن جسم A است و A و B) از رابطه‌ی $m_A g\cos\alpha$ به‌دست می‌آید.

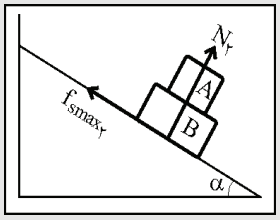
www.konkuryha.ir

پله‌ی سوم: پس از تحمل سختی‌های بسیار اکنون می‌توانیم کشش نخ متصل به A را حساب کنیم. چون جسم A نیز ساکن است، با توجه به شکل «۱۱ ـ پ» داریم:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T = m_A g \sin 30^\circ + f'_{s\max_1}$$

و چون $f'_{s\max_1}$ با $f_{s\max_1}$ برابر است، داریم:

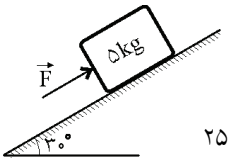
$$T = 30\sin 30^\circ + 6\sqrt{3}\cos 30^\circ = 30(\tfrac{1}{2}) + 6\sqrt{3}(\tfrac{\sqrt{3}}{2}) \Rightarrow \mathbf{T = 24N}$$



شکل «۱۱ ـ ث»

N_2 (نیروی عمودی تکیه‌گاه در محل تماس جسم B با سطح مؤلفه‌ی قائم مجموع وزن‌های A و B است و شیب‌دار) از رابطه‌ی $(m_A + m_B)g\cos\alpha$ به‌دست می‌آید.

۳۳ ـ در شکل روبه‌رو کم‌ترین و بیش‌ترین مقدار F برای ساکن نگه‌داشتن جسم ۵ کیلوگرمی، چند نیوتن است؟ ($\mu_s = \frac{\sqrt{3}}{5}$، $g = 10N/kg$ و نیروی $\vec{F}$ موازی سطح شیب‌دار است.)

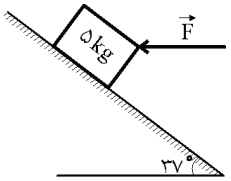


۱) صفر و ۲۵ ۲) ۱۰ و ۴۰ ۳) صفر و ۴۰ ۴) ۱۰ و ۲۵

۳۴ ـ در تست قبل نیروی F چند نیوتن باشد تا نیروی اصطکاک ایستایی صفر شود؟

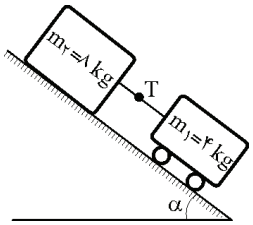
۱) صفر ۲) ۱۰ ۳) ۲۵ ۴) ۳۵

۳۵ ـ در شکل روبه‌رو کم‌ترین مقدار F برای ساکن نگه‌داشتن جسم ۵ کیلوگرمی، چند نیوتن است؟ ($\mu_s = \frac{2}{11}$، $g = 10N/kg$ و نیروی $\vec{F}$ افقی است.)



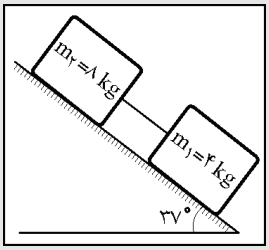
۱) ۲۰ ۲) ۳۰
۳) ۱۵ ۴) ۲۵

۳۶ ـ در شکل روبه‌رو جسم m_2 در آستانه‌ی حرکت است. اگر اصطکاک بین سطح شیب‌دار و جسم m_1 ناچیز و نیروی کشش T، ۲۰N باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم m_2 و سطح شیب‌دار کدام است؟ $(g = 10N/kg)$



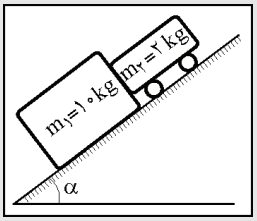
۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۳۷ ـ در شکل روبه‌رو ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم m_1 و سطح شیب‌دار برابر ۰/۵ است. اگر جسم m_2 در آستانه‌ی حرکت به طرف پایین باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح شیب‌دار و جسم m_2 چه‌قدر است؟ $(g = 10N/kg)$



۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$
۳) $\frac{4}{5}$ ۴) $\frac{7}{8}$

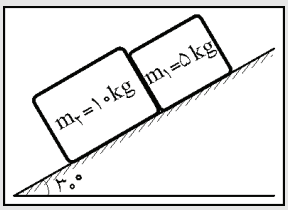
۳۸ ـ در شکل روبه‌رو جسم m_1 در آستانه‌ی حرکت است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم m_1 و سطح شیب‌دار ۰/۹ باشد، α چند درجه است؟ (ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم m_2 و سطح شیب‌دار صفر و $g = 10N/kg$ است.)



۱) ۳۰ ۲) ۳۷
۳) ۵۳ ۴) ۶۰

www.konkuryha.ir

۳۹ ـ در شکل روبه‌رو جسم‌های m_1 و m_2 ساکن‌اند و ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم m_2 و سطح شیب‌دار $\frac{\sqrt{3}}{2}$ و جسم m_1 و سطح شیب‌دار $\frac{\sqrt{3}}{5}$ است. نیروی اصطکاک بین جسم m_2 و سطح شیب‌دار چند نیوتن است؟ $(g = 10N/kg)$



۱) ۱۵ ۲) ۲۵

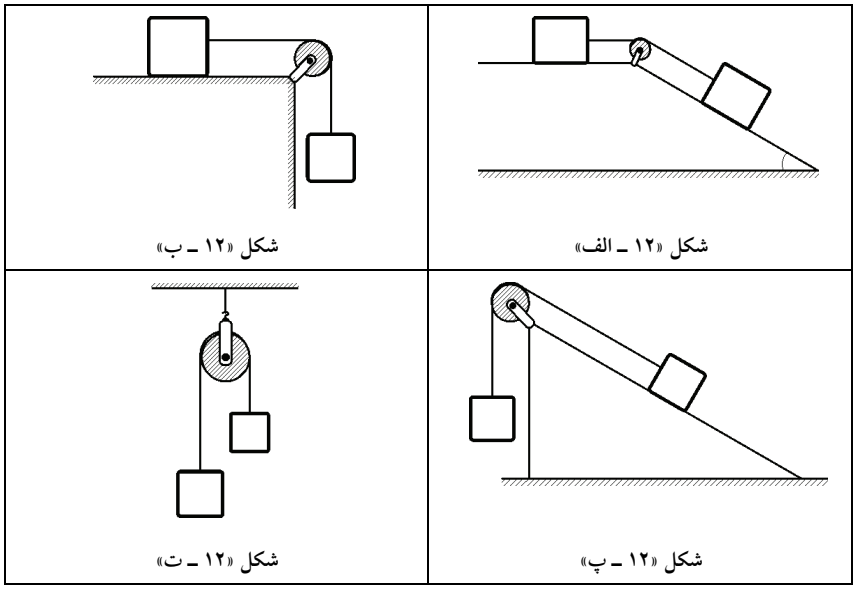
۳) ۶۰ ۴) ۷۵

۴ ـ دستگاه ساکن در سطوح ترکیبی

به شکل‌های «۱۲» توجه کنید. در این شکل‌ها نمونه‌هایی از دستگاه‌هایی را می‌بینید که در آن‌ها با **سطوح ترکیبی** سر و کار داریم. در این دستگاه‌ها، بعضی از اجسام روی **سطح افقی**، برخی روی **سطح شیب‌دار** و برخی نیز **روی سطح قائم** در حال حرکت هستند.

آن‌چه که در همه‌ی این دستگاه‌ها به‌صورت **مشترک** جلب توجه می‌کند، وجود ابزاری به نام **قرقره** است. قرقره وسیله‌ای است که می‌تواند در راستای محور نیروهای **محرک** و **مقاوم تغییر جهت** ایجاد کند. لازم است که قبل از پرداختن به مثال‌هایی درباره‌ی سطوح ترکیبی، ابتدا با قرقره‌ها بیش‌تر آشنا شویم.

قرقره وسیله‌ای است که راستای محور نیروها را تغییر می‌دهد.



شکل «۱۲ ـ الف» شکل «۱۲ ـ ب»

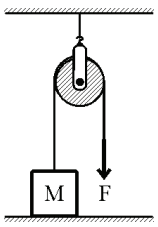
شکل «۱۲ ـ پ» شکل «۱۲ ـ ت»

۴ ـ ۱ ـ قرقره

قرقره ابزار ساده‌ای است شامل یک **چرخ شیاردار** که می‌تواند آزادانه **حول یک محور** بچرخد. قرقره‌ها بر دو نوع هستند: **ثابت و متحرک**. ابتدا به بررسی عمل‌کرد قرقره‌های **ثابت می‌پردازیم**. **همان‌گونه که گفتیم، قرقره ابزاری است که سبب تغییر جهت در راستای محور نیروها می‌شود.**

به شکل «۱۳» دقت کنید. طبیعی است که برای بلند کردن وزنه‌ی m از سطح زمین، باید **نیرویی رو به بالا** به آن وارد شود. اما با دخالت قرقره **نیروی رو به پایین** F نیز می‌تواند وزنه را بلند کند. در واقع **قرقره جهت محور نیروی رو به پایین F را به سمت بالا تغییر داده است.**

در قرقره‌ها با دو نخ مجزا مواجه هستیم:



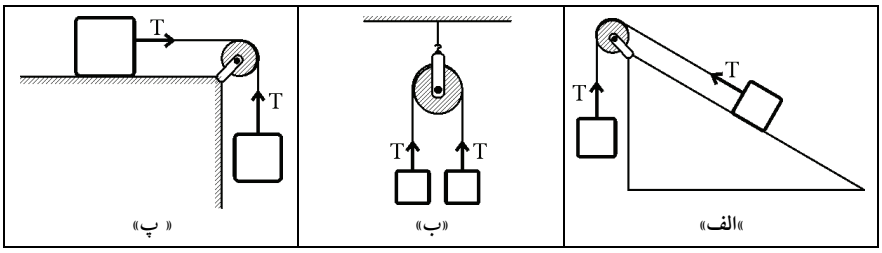
شکل «۱۳»

جهت F رو به پایین است. اما به جسم m از طرف طناب، نیرویی رو به بالا وارد می‌شود.

www.konkuryha.ir

الف) نخ داخل شیار قرقره

مطابق شکل «۱۴» اگر نخی که از داخل شیار قرقره عبور می‌کند، **بدون جرم** فرض شود، در این صورت می‌توان گفت که **کشش نخ در سرتاسر طول این نخ مقدار ثابتی است** و به اجسامی که به دو سر این نخ متصل هستند، **کشش یک‌سانی** وارد می‌شود (شکل‌های «۱۵»).



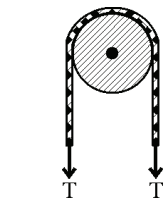
شکل «۱۵»

چون نخ‌های داخل شیار فاقد جرمند، به اجسامی که به دو سر نخ‌ها وصلند، کشش یک‌سانی وارد می‌شود.

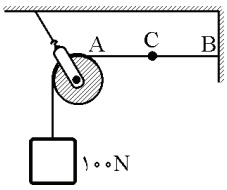
مثال ۹ مطابق شکل «۱۶» یک سر نخ نازک و سبکی را در نقطه‌ی B به دیوار بسته، آن را از روی قرقره‌های ثابت و بدون اصطکاکی عبور داده، به سر دیگر آن، وزنه‌ی ۱۰۰ نیوتنی آویخته‌ایم. کشش نخ در نقطه‌ی C وسط AB چند نیوتن است؟ $(g = 10N/kg)$

۱) ۲۰۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) صفر

براساس آن‌چه که پیش از این آموختید، کشش نخ متصل به جسم برابر با وزن جسم، یعنی ۱۰۰N است و چون نخ نازک و سبک است (یعنی جرم آن ناچیز است)، بنابراین کشش نخ در تمامی نقاط آن (از جمله نقاط A ، B و C) مقداری ثابت و برابر با **۱۰۰N** خواهد بود.



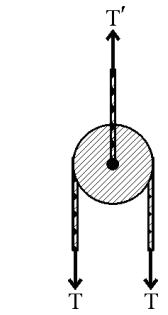
شکل «۱۴»



شکل «۱۶»

ب) نخ متصل به محور قرقره

شکل «۱۷» را ببینید. مطابق این شکل، کشش نخ داخل شیار برابر با T و کشش نخ متصل به مرکز برابر با T' است.

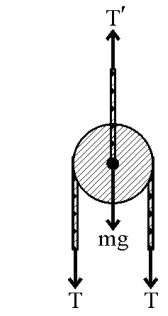


شکل «۱۷»

چون قرقره بدون جرم است، $T' = 2T$ است.

اگر قرقره را **بدون جرم** در نظر بگیریم، $(m = 0)$. مطابق **قانون دوم نیوتن**، برایند نیروهای وارد بر این قرقره باید صفر باشد $(\sum F = ma = 0 \times a = 0)$ در نتیجه در این شکل، نیروی رو به بالای T' باید بتواند نیروهای کشش رو به پایین را خنثی کند، یعنی $\mathbf{T' = 2T}$ خواهد بود. به عنوان یک نتیجه‌گیری کلی می‌توان گفت:

اگر جرم قرقره‌ها ناچیز باشد، کشش نخ متصل به محور قرقره، دو برابر کشش نخ داخل شیار است.

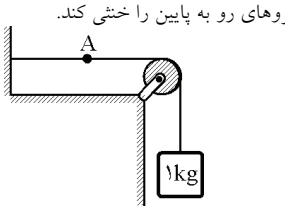


شکل «۱۸»

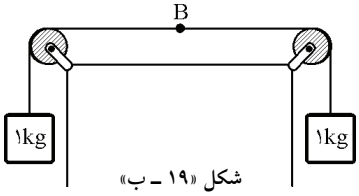
چون قرقره ساکن است، $\sum F = 0$ باشد. یعنی T' باید نیروهای رو به پایین را خنثی کند.

اگر مطابق شکل «۱۸» قرقره‌ی **ثابتی** داشته باشیم که دارای **جرم m** باشد، در این صورت T' علاوه بر نیروهای کشش T، باید وزن قرقره یعنی mg را نیز خنثی کند (چرا که مطابق قانون اول نیوتن، برایند نیروهای وارد بر این **قرقره‌ی ثابت** باید صفر باشد). بنابراین $\mathbf{T' = 2T + mg}$ خواهد بود.

اکنون می‌توانیم به حل مثال‌هایی از **دستگاه‌های ساکن در سطوح** ترکیبی بپردازیم. یادآور می‌شویم که بحث درباره‌ی **قرقره‌های متحرک** را در بخش بعدی مطرح خواهیم کرد.



شکل «۱۹ ـ الف»



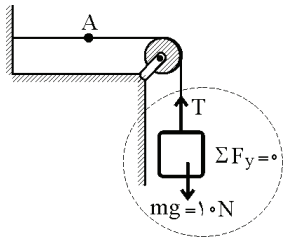
شکل «۱۹ ـ ب»

مثال ۱۰ در شکل‌های «۱۹ ـ الف» و «۱۹ ـ ب» نیروی کشش در نقطه‌های A و B به‌ترتیب چند نیوتن است؟ (جرم نخ‌ها ناچیز است.)

۱) ۱۰ و صفر ۲) ۱۰ و ۱۰

۳) صفر و ۲۰ ۴) ۱۰ و ۲۰

www.konkuryha.ir

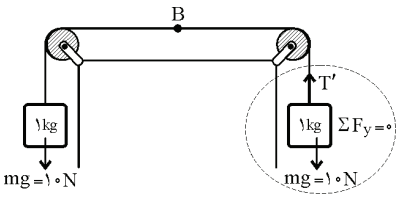


شکل «۱۹ ـ پ»

پله‌ی یکم: ابتدا کشش در نقطه‌ی A را حساب می‌کنیم. مطابق شکل «۱۹ ـ پ»، به جسم ۱kg دو نیروی mg و T وارد می‌شود. چون این جسم **در حال تعادل و ساکن** است، داریم:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow T = mg = ۱۰N$$

و چون نخ‌ها بدون جرم هستند، کشش در سرتاسر طول نخ مقدار ثابتی است و در نتیجه کشش در نقطه‌ی **A** نیز برابر با **۱۰N** خواهد بود.



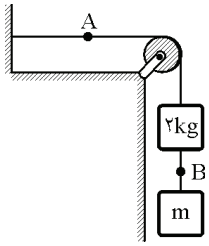
شکل «۱۹ ـ ت»

پله‌ی دوم: اکنون به شکل «۱۹ ـ ت» توجه کنید. چون جرم وزنه‌ها در دو طرف با هم برابر است، بنابراین دستگاه **در حال تعادل** خواهد بود و در نتیجه برایند نیروهای وارد بر هر یک از وزنه‌ها نیز صفر است. اگر کشش نخی را که به جسم سمت راست متصل است، T' فرض کنیم، داریم:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow T' = mg = ۱۰N$$

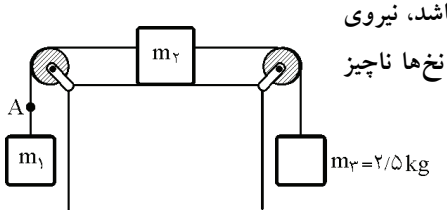
باز هم چون کشش نخ در سرتاسر طول نخ مقدار ثابتی است، می‌توان گفت کشش در نقطه‌ی B نیز برابر ۱۰N است.

۴۰ ـ در شکل روبه‌رو نیروی کشش نخ در نقطه‌ی A، ۴۵N است. نیروی کشش نخ در نقطه‌ی B چند نیوتن است؟ ($g = ۱۰N/kg$ و جرم نخ‌ها و اصطکاک قرقره ناچیز است.)



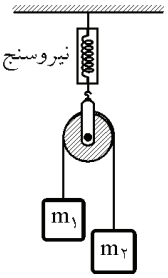
۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) ۳۵
۴) ۴۰

۴۱ ـ در شکل روبه‌رو دستگاه ساکن است. اگر نیروی کشش نخ در نقطه‌ی A ، ۸N باشد، نیروی اصطکاک بین جسم $m_۲$ و سطح میز چند نیوتن است؟ ($g = ۱۰N/kg$ و جرم نخ‌ها ناچیز است.)



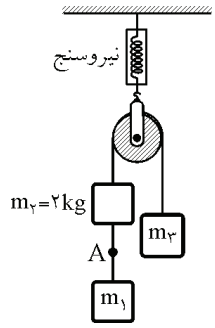
۱) ۳۲
۲) ۲۵
۳) ۱۷
۴) ۱۲

۴۲ ـ در شکل روبه‌رو قرقره نمی‌چرخد و نیروسنج ۴/۸N را نشان می‌دهد. اگر جرم قرقره ۰/۱kg باشد، جرم $m_۱$ چند گرم است؟ ($g = ۱۰N/kg$ و نیروی اصطکاک و جرم نیروسنج و نخ‌ها ناچیز است.)



۱) ۳۸۰
۲) ۲۹۰
۳) ۲۴۰
۴) ۱۹۰

۴۳ ـ در شکل روبه‌رو جرم نخ‌ها، نیروسنج و قرقره و اصطکاک نخ و قرقره ناچیز است. اگر دستگاه ساکن و نیروی کشش نخ در نقطه‌ی A، ۳۰N باشد، نیروسنج چند نیوتن را نشان می‌دهد؟ ($g = ۱۰N/kg$)



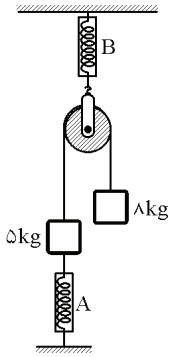
۱) ۱۲۰
۲) ۵۰
۳) ۶۰
۴) ۱۰۰

۴۴ ـ در تست قبل اگر جرم قرقره ۲۰۰g باشد، نیروسنج چند نیوتن را نشان می‌دهد؟ ($g = ۱۰N/kg$)

۱) ۱۲۲
۲) ۵۱
۳) ۶۱
۴) ۱۰۲

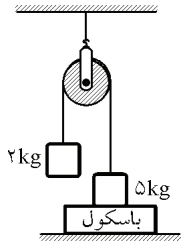
www.konkuryha.ir

۴۵ ـ در شکل مقابل نیروسنج‌های A و B به‌ترتیب چه اعدادی را برحسب نیوتن نشان می‌دهند؟ (جرم نخ‌ها و نیروسنج‌ها و قرقره ناچیز و $g = ۱۰ N/kg$ است.)



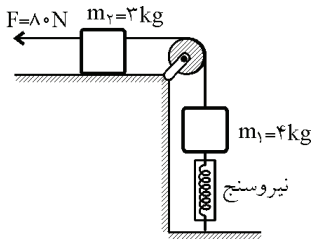
۱) ۵۰ و ۱۳۰
۲) ۵۰ و ۱۶۰
۳) ۳۰ و ۱۳۰
۴) ۳۰ و ۱۶۰

۴۶ ـ در شکل روبه‌رو دستگاه ساکن و جسم ۵ کیلوگرمی بر روی یک باسکول (ترازوی فنری) واقع است. عددی که باسکول نشان می‌دهد چند نیوتن است؟ ($g = ۱۰ N/kg$)



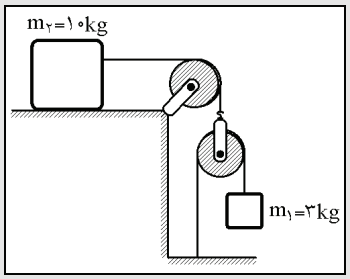
۱) ۲۰
۲) ۳۰
۳) ۵۰
۴) ۷۰

۴۷ ـ در شکل روبه‌رو نیروسنج عدد ۳۰N را نشان می‌دهد. نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم $m_۲$ و سطح افقی چند نیوتن است؟ ($g = ۱۰ N/kg$ و جرم نخ‌ها و نیروسنج ناچیز است.)



۱) ۱۰
۲) ۳۰
۳) ۴۰
۴) ۸۰

۴۸ ـ در شکل روبه‌رو دستگاه ساکن و در آستانه‌ی حرکت است. ضریب اصطکاک ایستایی جسم $m_۲$ با سطح افقی چه‌قدر است؟ ($g = ۱۰ N/kg$ و جرم نخ‌ها و قرقره‌ها ناچیز است.)

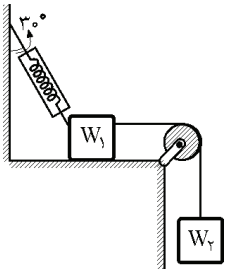


۱) ۰/۲
۲) ۰/۲۵
۳) ۰/۵
۴) ۰/۶

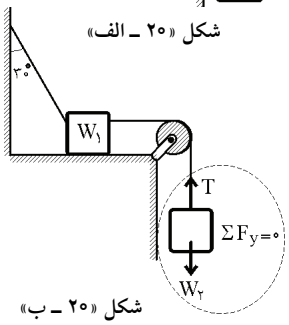
◇ در تست‌های «با قرقره»! گاهی زاویه‌هایی را مطرح می‌کنند که شما باید بدانید با آن‌ها چه باید کرد؟

مثال ۱۱ در شکل مقابل $W_۱$ و $W_۲$، وزن اجسام ساکنی هستند که در شکل «۲۰ ـ الف» می‌بینید. عددی که نیروسنج نشان می‌دهد، کدام است؟ (اصطکاک ناچیز است.)

۱) $۲W_۱$
۲) $۲W_۲$
۳) $W_۱ + W_۲$
۴) $۲(W_۱ + W_۲)$



شکل «۲۰ ـ الف»



شکل «۲۰ ـ ب»

ابتدا به جای نیروسنج نخی را قرار می‌دهیم و بعد به محاسبه‌ی کشش آن نخ می‌پردازیم (شکل «۲۰ ـ ب»):

پله‌ی یکم: اول کشش نخی را که وزنه‌های $W_۱$ و $W_۲$ را به هم وصل کرده است (یعنی T را)، حساب می‌کنیم. چون وزنه‌ی $W_۲$ ساکن و در حال تعادل است، مطابق (شکل «۲۰ ـ ب») داریم:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow \mathbf{T = W_۲}$$

دقت کنید که؛ نخی که $W_۱$ و $W_۲$ را به هم وصل کرده، هم به $W_۱$ و هم به $W_۲$ نیروی T را وارد می‌کند (چرا که کشش در سرتاسر طول نخ مقدار ثابتی است).

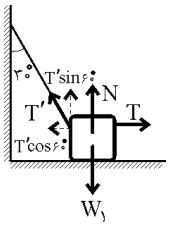
www.konkuryha.ir

پله‌ی دوم: اکنون نیروهای وارد بر وزنه‌ی W_1 را رسم می‌کنیم (شکل «۲۰ ـ پ»). نیروی T' باید به دو راستای افقی و عمودی تجزیه شود. چون وزنه‌ی W_1 ساکن است، طبق قانون اول نیوتن داریم:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \text{جمع سمت چپی‌ها} = \text{جمع سمت راستی‌ها}$$

$$\Rightarrow T = T'\cos 60 = T'(\frac{1}{2}) \Rightarrow T' = 2T$$

و چون $T = W_2$ است، می‌توان گفت $\mathbf{T' = 2W_2}$ است.



شکل «۲۰ ـ پ»

نیروی T' (یعنی عددی که نیروسنج نشان می‌دهد) باید به مؤلفه‌ی افقی و قائم تجزیه شود.

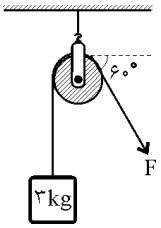
در مثال ۱۱ نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر جسم W_1 چه‌قدر است؟

می‌توان گفت که چون وزنه‌ی W_1 ساکن است، داریم:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \text{جمع سر بالایی‌ها} = \text{جمع سر پایینی‌ها} \Rightarrow N + T'\sin 60 = W_1$$

$$\Rightarrow N = W_1 - T'(\frac{\sqrt{3}}{2})$$

از آن‌جایی که $T' = 2W_2$ است، داریم: $N = W_1 - (2W_2)(\frac{\sqrt{3}}{2}) \Rightarrow \mathbf{N = W_1 - \sqrt{3}W_2}$

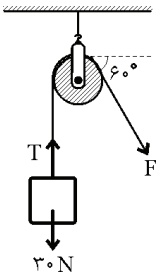


شکل «۲۱ ـ الف»

مثال ۱۲ در شکل «۲۱ ـ الف» جسم ۳ کیلوگرمی ساکن است. F چند نیوتن است؟

۱) ۱۵ ۲) $۱۵\sqrt{۳}$ ۳) ۳۰ ۴) $۳۰\sqrt{۳}$

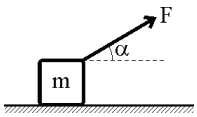
F برابر با ۳۰ نیوتن است! دقت کنید که جسم ۳kg در حال تعادل است. مطابق شکل «۲۱ ـ ب» کشش نخ متصل به جسم باید وزن جسم را خنثی کند. بنابراین $\mathbf{T = 30N}$ خواهد بود و چون کشش نخ در **سرتاسر طول نخ** مقدار ثابتی است، در نتیجه F نیز برابر با T یعنی همان ۳۰N است.



شکل «۲۱ ـ ب»

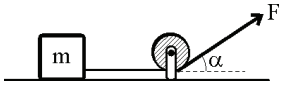
ممکن است پرسیده شود که با توجه به زاویه‌ای که نیروی F با راستای افقی ساخته، آیا نباید این نیرو را تجزیه می‌کردیم؟ جواب را در نکته‌ی زیر بیابید:

نکته ۲ زاویه‌ای که یک نخ با راستای سطح تکیه‌گاه افقی می‌سازد، هنگامی **موثر** است که این زاویه در **محل اتصال به جسم** ایجاد شده باشد (مثل شکل «۲۲ ـ الف»)؛ یعنی اگر نخی که به یک جسم متصل است، **پس از دور شدن از جسم** دچار زاویه شود، این زاویه **غیر موثر** خواهد بود (مثل شکل «۲۲ ـ ب»).



شکل «۲۲ ـ الف»

این زاویه موثر است و باید F را تجزیه کرد.



شکل «۲۲ ـ ب»

این زاویه غیر موثر است و نباید F را تجزیه کرد.

۴۹ ـ در شکل روبه‌رو نیروی کشش T، ۲۵N است. نیروی واکنش سطح وارد بر جسم ۵ کیلوگرمی تقریباً چند نیوتن است؟ $(g = 10N/kg)$

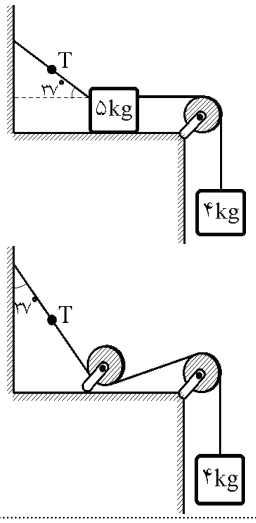
۱) ۲۰ ۲) ۳۵

۳) ۴۰ ۴) ۵۰

۵۰ ـ در شکل روبه‌رو نیروی کشش T چند نیوتن است؟ $(g = 10N/kg)$

۱) ۲۴ ۲) ۳۲

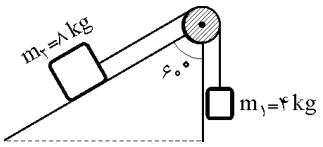
۳) ۴۰ ۴) ۵۰



www.konkuryha.ir

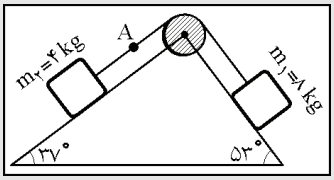
www.konkuryha.ir

۵۱ ـ در شکل روبه‌رو ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم $m_۲$ و سطح شیب‌دار $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ است. نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم $m_۲$ و سطح شیب‌دار چند نیوتن است؟ $(g = ۱۰N/kg)$



۱) صفر ۲) ۳۰
۳) ۴۰ ۴) دستگاه نمی‌تواند ساکن باشد.

۵۲ ـ در شکل روبه‌رو دستگاه در آستانه‌ی حرکت است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی برای همه سطوح یک‌سان باشد، نیروی کشش نخ در نقطه‌ی A چند نیوتن است؟ $(g = ۱۰N/kg)$

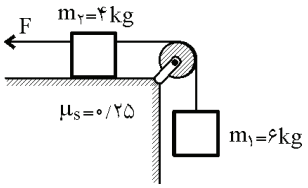


۱) ۲۴ ۲) ۶۴
۳) ۳۲ ۴) ۴۰

گاهی ممکن است مسایلی را در ارتباط با قانون اول نیوتن ببینید که کمی چالش برانگیز باشد. مانند این مسأله:

مثال ۱۳ در شکل «۲۳ ـ الف» نیروی F چند نیوتن باشد تا دستگاه ساکن بماند؟

۱) $۵۰ \le F \le ۷۰$ ۲) $۵۰ \le F \le ۶۰$ ۳) ۵۰ یا ۷۰ ۴) ۱۰

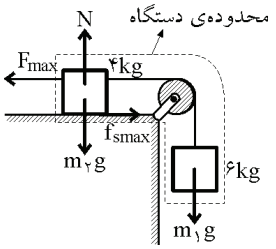


شکل «۲۳ ـ الف»

پله‌ی یکم: مشابه این مسأله را پیش از این حل کرده بودیم. در این‌جا نیز **باید دو حالت** را در نظر بگیریم:

الف) حالتی که نیروی **F بیشینه** است. اما دستگاه ساکن و در **آستانه‌ی حرکت به سمت بالاست** (شکل «۲۳ ـ ب») در این وضعیت چون جسم $m_۲$ در آستانه‌ی حرکت به سمت چپ است، پس $f_{s\,max}$ باید به سمت راست باشد. اگر جسم‌های $m_۱$ و $m_۲$ **را در کنار هم به‌صورت یک دستگاه** در نظر بگیریم، **نیروهای خارجی** وارد بر دستگاه عبارتند از:

۱) $m_۱g$ ۲) $m_۲g$ ۳) $f_{s\,max}$ ۴) F_{max} ۵) N



شکل «۲۳ ـ ب»

البته در این‌جا نیروهای N و $m_۲g$ یک‌دیگر را خنثی کرده‌اند (چرا که جسم $m_۲$ در راستای قائم حرکتی ندارد). بنابراین قانون اول نیوتن برای این دستگاه به‌صورت زیر در می‌آید:

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F_{max} = f_{s\,max} + m_۱g$$

و چون $f_{s\,max} = \mu_s N$ است، داریم:

$$F_{max} = \mu_s N + m_۱g = \mu_s (m_۲g) + m_۱g \Rightarrow F_{max} = (۰/۲۵)(۴۰) + ۶۰ \Rightarrow F_{max} = ۷۰N$$

نتیجه‌ی ۱: اگر نیروی F بیش از ۷۰N باشد، دستگاه شروع به حرکت به سمت بالا می‌کند.

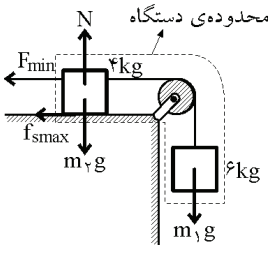
پله‌ی دوم: اما حالت دیگری نیز در این میان وجود دارد:

ب) حالتی که نیروی **F کمینه** است؛ و دستگاه ساکن **و در آستانه‌ی حرکت به سمت پایین** است (شکل «۲۳ ـ پ»). در این وضعیت، چون جسم $m_۲$ در آستانه‌ی حرکت **به سمت راست** است، $f_{s\,max}$ به سمت چپ خواهد بود.

در این‌جا نیز با توجه به محدوده‌ی دستگاه و با توجه به **نیروهای خارجی** که پیش از این آن‌ها را معرفی کردیم، داریم: $\sum F_x = ۰ \Rightarrow F_{min} + f_{s\,max} = m_۱g \Rightarrow F_{min} = m_۱g - f_{s\,max}$

اگر $f_{s\,max} = \mu_s (m_۲g)$ را در رابطه‌ی فوق جاگذاری کنیم، به معادله‌ی زیر می‌رسیم:

$$F_{min} = m_۱g - \mu_s (m_۲g) = ۶۰ - (۰/۲۵)(۴۰) \Rightarrow F_{min} = ۵۰N$$



شکل «۲۳ ـ پ»

دقت کنید که در این‌جا نیز $N = m_۲g$ است و این دو نیرو، یک‌دیگر را خنثی کرده‌اند.

چون جسم $m_۲$ در راستای قائم حرکتی ندارد و ساکن است، می‌توان نتیجه گرفت که $N = m_۲g$ است. یعنی این دو نیرو یک‌دیگر را خنثی کرده‌اند.

نیروی کشش نخی که دو جسم $m_۱$ و $m_۲$ را به‌هم وصل کرده، برای کل دستگاه نیروی داخلی محسوب می‌شود.

www.konkuryha.ir

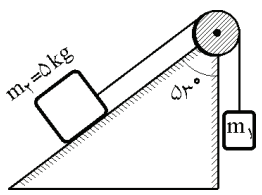
نتیجه‌ی ۲: اگر نیروی F کم‌تر از ۵۰N باشد، **دستگاه رو به پایین** شروع به حرکت خواهد کرد.

اکنون وقت آن است که نتیجه‌ی کلی را به‌دست آوریم. با کمی دقت به نتایج ۱ و ۲، می‌توان گفت:

اگر $۵۰N \le F \le ۷۰N$ باشد، این دستگاه ساکن و بی‌حرکت باقی خواهد ماند.

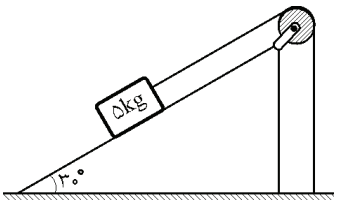
◇ اگر از مثال قبلی راضی هستید، می‌توانید از زدن تست‌های زیر هم لذت ببرید:

۵۳ ـ در شکل روبه‌رو ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم $m_۲$ و سطح شیب‌دار ۰/۴ و دستگاه ساکن است. در کدام گزینه‌ی محدوده‌ی جرم $m_۱$ (برحسب کیلوگرم) کامل و درست بیان شده است؟ $(g = ۱۰N/kg)$



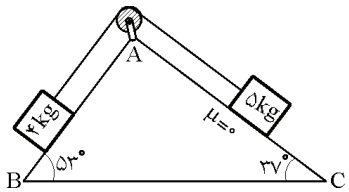
۱) $۲/۸ \le m_۱ \le ۴/۲$
۲) $۱/۴ \le m_۱ \le ۴/۶$
۳) $۳ \le m_۱ \le ۴/۲$
۴) $۱/۴ \le m_۱ \le ۵$

۵۴ ـ دستگاهی مطابق شکل زیر، در حالت تعادل است. اگر ضریب اصطکاک وزنه با سطح شیب‌دار $\mu = ۰/۴$ باشد، کدام گزینه درباره‌ی نیروی کشش ریسمان درست است؟ *(سراسری ـ ریاضی ـ ۷۶)*



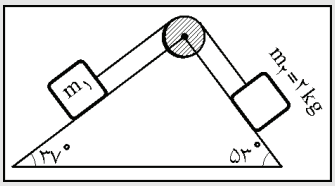
۱) $T \le ۸$
۲) $T = ۲۵$
۳) $T \ge ۴۲$
۴) $۸ \le T \le ۴۲$

۵۵ ـ در شکل زیر، ضریب اصطکاک سطح AC ناچیز است. ضریب اصطکاک ایستایی روی سطح AB حداقل چه‌قدر باشد تا دستگاه به حالت تعادل بماند؟ $(\sin ۳۷^\circ = ۰/۶ \text{ و } g = ۱۰m/s^۲)$ *(سراسری ـ تجربی ـ ۸۵)*



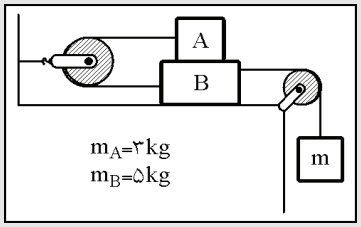
۱) $\frac{۱}{۵}$
۲) $\frac{۱}{۶}$
۳) $\frac{۳}{۵}$
۴) $\frac{۱}{۱۲}$

۵۶ ـ در شکل روبه‌رو ضریب اصطکاک ایستایی برای همه‌ی سطوح تماس برابر ۰/۲۵ است. اگر دستگاه ساکن باشد، کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند جرم $m_۱$ (برحسب کیلوگرم) باشد؟ $(g = ۱۰N/kg)$



۱) ۱/۲
۲) ۱/۶
۳) ۳/۲
۴) ۴/۸

۵۷ ـ در شکل روبه‌رو حداقل جرم m چند کیلوگرم باشد تا دستگاه در آستانه‌ی حرکت قرار گیرد؟ (μ_s بین A و B برابر $\frac{۱}{۳}$ و μ_s بین B و سطح افقی برابر با $\frac{۱}{۲}$ است.)

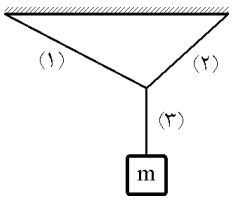


۱) ۳/۵
۲) ۴/۵
۳) ۵
۴) ۶

۵ ـ نیروهای هم‌رس در دستگاه ساکن

این بحث را با یک نمونه آغاز می‌کنیم:

گاهی مثل شکل «۲۴ ـ الف»، چند نخ یک جسم را به حالت تعادل نگه داشته‌اند. در این وضعیت، برای به‌دست آوردن کشش هر یک از نخ‌ها از دو روش می‌توان استفاده کرد:



شکل «۲۴ ـ الف»

www.konkuryha.ir

www.konkuryha.ir

الف) روش تجزیه‌ی نیروها: ابتدا در محل **هم‌رسی نخ‌ها** (یعنی جایی‌که **نخ‌ها به هم رسیده‌اند**)، نیروهای کشش را مشخص می‌کنیم (شکل «۲۴ ـ ب»). واضح است که چون دستگاه در حال تعادل است، برایند این سه کشش برابر با صفر است ($\sum T = ۰$). بنابراین اگر این کشش‌ها را به دو راستای x و y تجزیه کنیم، در این صورت $\sum T_x$ و $\sum T_y$ برابر صفر خواهد شد. مثلاً برای شکل «۲۴ ـ ب» داریم:

$$\sum T_x = ۰ \Rightarrow \mathbf{T_{۱x} = T_{۲x}}$$

$$\sum T_y = ۰ \Rightarrow \mathbf{T_{۱y} + T_{۲y} = T_۳}$$

با توجه به زاویه‌های α و β (زاویه‌هایی که نخ‌های (۱) و (۲) با راستای افقی ساخته‌اند)، می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\begin{cases} T_۱ \cos\alpha = T_۲ \cos\beta & (۱) \\ T_۱ \sin\alpha + T_۲ \sin\beta = T_۳ = mg & (۲) \end{cases}$$

اکنون کافی است که رابطه‌های (۱) و (۲) را به‌صورت یک **دستگاه دو معادله ـ دو مجهول** در نظر بگیرید و با حل آن مقادیر $T_۱$ و $T_۲$ را به‌دست آورید. البته این روش کمی وقت‌گیر هست؛ اما با کمی تمرین در آن مهارت پیدا می‌کنید. برای حل این‌گونه مسائل اگر تعداد نیروهای هم‌رس سه تا باشد، روش دیگری نیز وجود دارد که شما را سریع‌تر به جواب می‌رساند:

ب) روش قضیه‌ی سینوس‌ها (قضیه‌ی لامی): ابتدا به متن این قضیه توجه کنید: **هرگاه برایند سه نیروی $F_۱$ و $F_۲$ و $F_۳$، مطابق شکل «۲۵»، برابر با صفر باشد، می‌توان نوشت:**

$$\frac{F_۱}{\sin\alpha} = \frac{F_۲}{\sin\beta} = \frac{F_۳}{\sin\gamma}$$

به کمک این تساوی می‌توانید به راحتی $T_۱$ و $T_۲$ را حساب کنید. اگر به شکل «۲۶» نگاه کنید، درمی‌یابید که برایند سه نیروی $T_۱$، $T_۲$ و $T_۳$ برابر با **صفر** است. پس می‌توان نوشت:

$$\frac{T_۱}{\sin(۹۰^\circ + \beta)} = \frac{T_۲}{\sin(۹۰^\circ + \alpha)} = \frac{T_۳}{\sin\gamma}$$

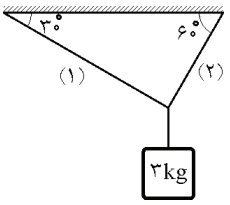
مثال ۱۴ **در شکل «۲۷ ـ الف» کشش نخ‌های (۱) و (۲) به‌ترتیب چند نیوتن است؟**

۱) ۱۵ و $۱۵\sqrt{۳}$

۲) $۱۵\sqrt{۳}$ و ۱۵

۳) ۶۰ و $۲۰\sqrt{۳}$

۴) $۲۰\sqrt{۳}$ و ۶۰



شکل «۲۷ ـ الف»

ابتدا نیروهای وارد بر نقطه‌ی هم‌رسی را رسم کرده، زاویه‌های آن‌ها را با راستای افقی مشخص می‌کنیم (شکل «۲۷ ـ ب»). با توجه به قضیه‌ی لامی داریم:

$$\frac{T_۱}{\sin(۹۰^\circ + ۶۰^\circ)} = \frac{T_۲}{\sin(۹۰^\circ + ۳۰^\circ)} = \frac{T_۳}{\sin ۹۰^\circ}$$

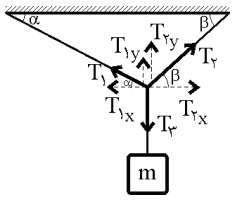
از آن‌جایی که $T_۳ = mg = ۳۰N$ است، می‌توان نوشت:

$$\frac{T_۱}{\sin ۱۵۰^\circ} = \frac{T_۲}{\sin ۱۲۰^\circ} = \frac{۳۰}{\sin ۹۰^\circ} \Rightarrow \frac{T_۱}{\frac{۱}{۲}} = \frac{T_۲}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۳۰}{۱} \Rightarrow \mathbf{T_۱ = ۱۵N \ , \ T_۲ = ۱۵\sqrt{۳}N}$$

مثال ۱۵ **در شکل «۲۸ ـ الف» حداکثر کشش قابل تحمل برای هر یک از نخ‌ها برابر با ۶۰N است. حداکثر جرم m چند کیلوگرم می‌تواند باشد؟ ($g = ۱۰N/kg$)**

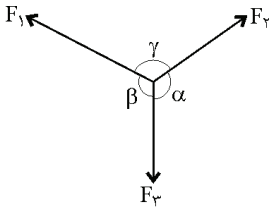
۱) ۳/۶ ۲) ۴/۸

۳) ۶ ۴) ۱۰



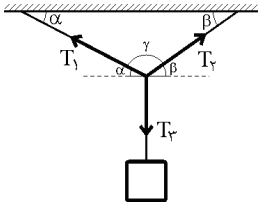
شکل «۲۴ ـ ب»

دقت کنید که $T_۳ = mg$ است؛ چرا که جسم m در حال تعادل است.



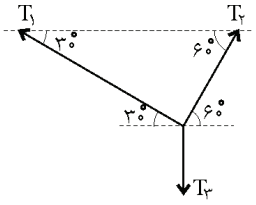
شکل «۲۵»

دقت کنید که: در رابطه‌ی لامی، هر کسر برابر با نسبت یک نیرو به سینوس زاویه‌ی بین دو نیروی دیگر است.



شکل «۲۶»

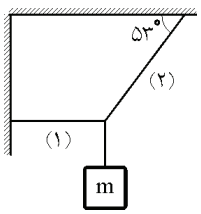
دقت کنید که γ برابر $۱۸۰ - (\alpha + \beta)$ است.



شکل «۲۷ ـ ب»

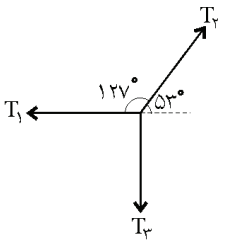
نکته ۳۳

$$\sin\alpha = \sin(۱۸۰ - \alpha)$$



شکل «۲۸ ـ الف»

www.konkuryha.ir



شکل «۲۸ ـ ب»

پله‌ی یکم: ابتدا کشش‌های وارد بر نقطه‌ی هم‌رسی را رسم و زاویه‌ها را مشخص می‌کنیم (شکل «۲۸ ـ ب»). با توجه به قضیه‌ی لامی و با یادآوری این‌که $T_۳ = mg$ است، داریم:

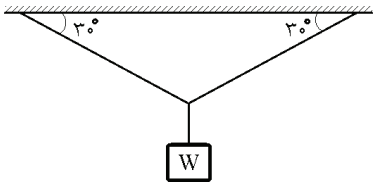
$$\frac{T_۱}{\sin(۹۰^\circ+۵۳^\circ)} = \frac{T_۲}{\sin ۹۰^\circ} = \frac{T_۳}{\sin ۱۲۷^\circ} \Rightarrow \frac{T_۱}{۰/۶} = \frac{T_۲}{۱} = \frac{mg}{۰/۸}$$

پله‌ی دوم: اکنون پرسش این است که حداکثر مقدار m چه‌قدر می‌تواند باشد؟ با توجه به تساوی که در پله‌ی یکم به‌دست آوردیم، برای بیشینه بودن مقدار m لازم است که $T_۱$ و $T_۲$ نیز در بیشینه‌ی مقدار خود باشند. می‌دانیم که $T_۱$ و $T_۲$ هر کدام حداکثر می‌توانند ۶۰N باشند. اگر $T_۱$ را برابر با ۶۰N در نظر بگیریم، براساس این تساوی، $T_۲ = ۱۰۰N$ خواهد شد و چون این کشش از حد تحمل نخ (۲) بیش‌تر است، این نخ پاره می‌شود. ولی اگر $T_۲$ را برابر با ۶۰N فرض کنیم در این صورت طبق تساوی $\frac{T_۱}{۰/۶} = \frac{T_۲}{۱}$، مقدار $T_۱ = ۳۶N$ خواهد شد. به این ترتیب نخ (۲) در حداکثر کشش ممکن قرار دارد و به نخ (۱) نیز آسیبی نمی‌خورد. پس $\mathbf{T_۱ = ۳۶N}$ و $\mathbf{T_۲ = ۶۰N}$ است.

پله‌ی سوم: و به این ترتیب به راحتی حداکثر مقدار ممکن برای m محاسبه می‌شود:

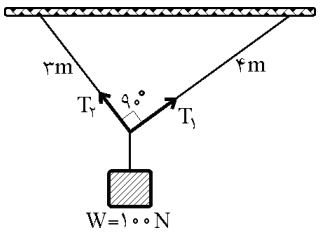
$$\frac{T_۲}{۱} = \frac{mg}{۰/۸} \Rightarrow \frac{۶۰}{۱} = \frac{m(۱۰)}{۰/۸} \Rightarrow \mathbf{m = ۴/۸kg}$$

۵۸ ـ جسمی به وزن W مطابق شکل از سقف آویزان است. اندازه‌ی نیروی کشش هریک از دو ریسمان چه‌قدر است؟ *(سراسری ـ ریاضی ـ ۷۵)*



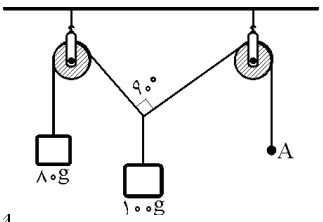
۱) $\frac{W}{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}W$
۳) W
۴) ۲W

۵۹ ـ در شکل روبه‌رو وزنه‌ی W به انتهای دو طناب سبک بسته شده است. نیروهای $T_۱$ و $T_۲$ به‌ترتیب از راست به چپ چند نیوتن هستند؟ *(سراسری ـ تجربی ـ ۷۷)*



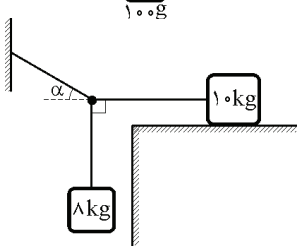
۱) ۳۰ و ۴۰
۲) ۴۰ و ۳۰
۳) ۶۰ و ۸۰
۴) ۸۰ و ۶۰

۶۰ ـ در شکل روبه‌رو وزنه‌ی چند گرمی باید در نقطه‌ی A بیاویزیم تا دستگاه به حالت تعادل بماند؟ *(آزاد ـ پزشکی ـ ۷۳)*



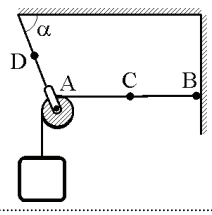
۱) ۶۰
۲) ۲۰
۳) ۴۰
۴) ۸۰

۶۱ ـ در شکل روبه‌رو ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم ۱۰ کیلوگرمی و سطح افقی ۰/۶ است. اگر دستگاه در آستانه‌ی حرکت باشد، α چند درجه است؟ $(g = ۱۰N/kg)$



۱) ۳۰°
۲) ۳۷°
۳) ۴۵°
۴) ۵۳°

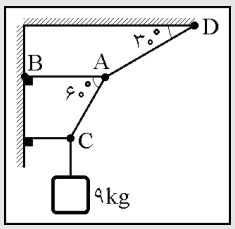
۶۲ ـ در شکل روبه‌رو نخ AB افقی و نیروی کشش نخ در نقطه‌ی C ، ۴۰N است. α چند درجه و نیروی کشش نخ در نقطه‌ی D چند نیوتن است؟ (جرم قرقره و نخ‌ها ناچیز است.)



۱) ۴۵° ، ۴۰
۲) ۶۰° ، ۴۰
۳) ۴۵° ، $۴۰\sqrt{۲}$
۴) ۶۰° ، $۴۰\sqrt{۳}$

www.konkuryha.ir

۶۳ ـ در شکل مقابل دستگاه در حال تعادل است. کشش نخ AB چند نیوتن است؟ ($g = ۱۰N/kg$)



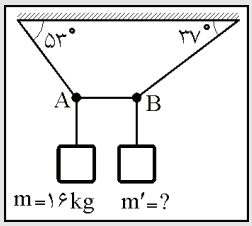
۱) $۳۰\sqrt{۳}$

۲) $۶۰\sqrt{۳}$

۳) ۹۰

۴) ۱۸۰

۶۴ ـ در شکل روبه‌رو دستگاه در حال تعادل و نخ AB افقی است. جرم m' چند کیلوگرم است؟ ($g = ۱۰N/kg$)



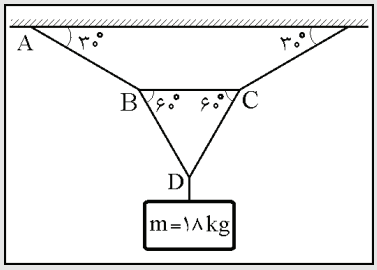
۱) ۹

۲) ۱۲

۳) ۱۶

۴) ۲۰

۶۵ ـ در شکل روبه‌رو جرم وزنه‌ی m برابر ۱۸kg است، نیروی کشش در نخ AB چند نیوتن است؟ ($g = ۱۰N/kg$ و نخ BC افقی است.)



۱) $۶۰\sqrt{۳}$

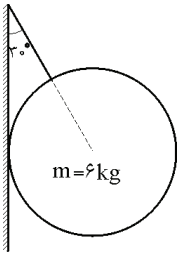
۲) $۱۲۰\sqrt{۳}$

۳) ۱۲۰

۴) ۱۸۰

◇البته مسائل مربوط **به نیروهای هم‌رسی** به‌صورت‌های دیگری نیز ممکن است مطرح شوند. به مثال زیر توجه کنید:

مثال ۱۶ در شکل «۲۹ ـ الف» جسم در حال تعادل است. کشش نخ متصل به جسم و نیروی عمودی وارد بر جسم از طرف دیوار چند نیوتن است؟ ($g = ۱۰N/kg$)



شکل «۲۹ ـ الف»

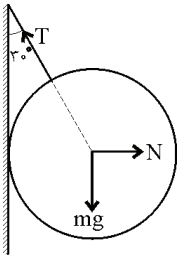
ابتدا نیروهایی را که به جسم وارد می‌شوند، مشخص می‌کنیم. این نیروها عبارتند از:

۱) نیروی وزن (mg)

۲) نیروی کشش نخ (T)

۳) نیروی عمودی تکیه‌گاه (N)

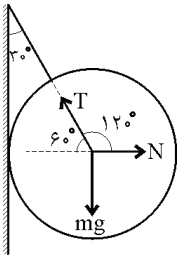
که این نیروها در شکل (۲۹ ـ ب) رسم شده‌اند.



شکل «۲۹ ـ ب»

می‌توان فرض کرد که **نقطه‌ی اثر** همه‌ی این نیروها، **مرکز کره** است (شکل «۲۹ ـ پ»).

اکنون واضح است که در شکل «۲۹ ـ پ» با **سه نیروی هم‌رس** مواجه هستیم که می‌توانیم **قضیه‌ی لامی** را برای آن‌ها بنویسیم:

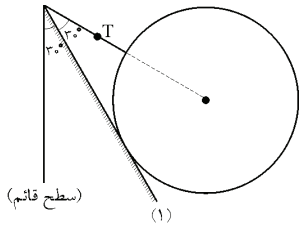


شکل «۲۹ ـ پ»

$$\frac{mg}{\sin ۱۲۰^\circ} = \frac{N}{\sin ۱۵۰^\circ} = \frac{T}{\sin ۹۰^\circ} \Rightarrow \frac{۶۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{N}{\frac{۱}{۲}} = \frac{T}{۱} \Rightarrow \mathbf{N = ۲۰\sqrt{۳}N, T = ۴۰\sqrt{۳}N}$$

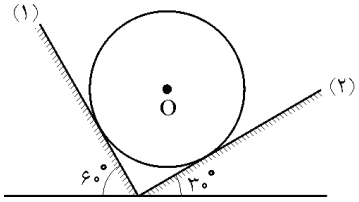
www.konkuryha.ir

۶۶ ـ در شکل روبه‌رو گوی در حال تعادل و جرم آن ۵kg است. نیروی کشش نخ (T)، چند نیوتن است؟ ($g = ۱۰N/kg$)



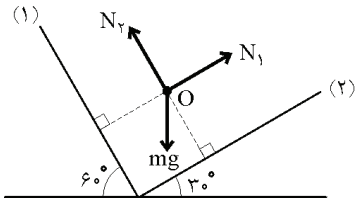
۱) ۵۰
۲) $۵۰\sqrt{۳}$
۳) $۲۵\sqrt{۳}$
۴) ۲۵

مثال ۱۷ در شکل «۳۰ ـ الف» یک گوی بین دو سطح شیب‌دار گیر کرده، در حال تعادل است. اگر نیرویی که سطح «۲» بر گوی وارد می‌کند، ۶۰N باشد، جرم گوی و نیرویی که سطح «۱» بر آن اثر می‌دهد چه‌قدر است؟ ($g = ۱۰N/kg$)



شکل «۳۰ ـ الف»

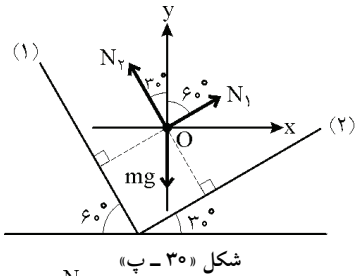
پله‌ی یکم: بر گوی، ۳ نیرو اثر می‌کند؛ یکی نیروی وزن گوی و دو نیروی دیگر نیروهای عمودی تکیه‌گاه، که دو سطح بر گوی اثر می‌دهند. «نمودار جسم آزاد» این نیروها را در شکل «۳۰ ـ ب» کشیده‌ایم. در این شکل، $N_۱$ نیرویی است که سطح «۱» و $N_۲$ نیرویی است که سطح «۲» بر گوی اثر می‌دهد.



شکل «۳۰ ـ ب»

پله‌ی دوم: نیروی $N_۱$ با محور y زاویه‌ی ۶۰° می‌سازد، زیرا راستای این نیرو عمود بر سطح «۱» است و محور y هم عمود بر سطح افقی است. پس زاویه‌ای که $N_۱$ با محور y می‌سازد برابر زاویه‌ای است که سطح «۱» با سطح افقی ساخته است (یعنی ۶۰°). به همین ترتیب می‌توانیم نشان دهیم که زاویه‌ای که $N_۲$ با محور y می‌سازد ۳۰° است.

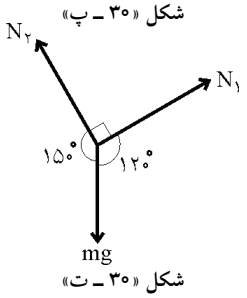
$N_۱$ بر سطح «۱» و $N_۲$ بر سطح «۲» عمود است.



شکل «۳۰ ـ پ»

پله‌ی سوم: حالا می‌توانیم با تجزیه‌ی نیروهای $N_۱$ و $N_۲$ یا به کمک *قضیه‌ی لامی* مسئله را حل کنیم. ما قضیه‌ی لامی را ترجیح می‌دهیم (شما را نمی‌دانیم!). به شکل «۳۰ ـ ت» نگاه کنید و قضیه‌ی لامی را اجرا کنید:

$$\frac{N_۲}{\sin ۱۲۰^\circ} = \frac{mg}{\sin ۹۰^\circ} = \frac{N_۱}{\sin ۱۵۰^\circ} \Rightarrow \begin{cases} \frac{۶۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{mg}{۱} \Rightarrow mg = ۴۰\sqrt{۳}\,N \Rightarrow m = ۴\sqrt{۳}kg \\ \frac{۶۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{N_۱}{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow N_۱ = ۲۰\sqrt{۳}\,N \end{cases}$$



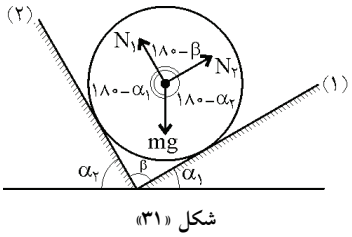
شکل «۳۰ ـ ت»

تست ۱۳ اگر به فرمول علاقه دارید، برای حل مسئله‌های شبیه مثال ۱۷ با توجه به شکل «۳۱» می‌توانید مستقیماً از فرم تغییر یافته‌ی رابطه‌ی لامی بهره ببرید:

$$\frac{N_۱}{\sin(۱۸۰-\alpha_۲)} - \frac{N_۲}{\sin(۱۸۰-\alpha_۱)} = \frac{mg}{\sin(۱۸۰-\beta)} \Rightarrow \frac{N_۱}{\sin\alpha_۲} = \frac{N_۲}{\sin\alpha_۱} = \frac{mg}{\sin\beta}$$

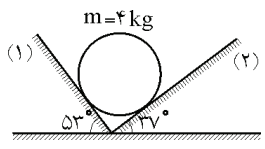
برای مثال ۱۷ داریم:

$$\begin{cases} \frac{mg}{\sin ۹۰^\circ} = \frac{N_۲}{\sin ۶۰^\circ} \Rightarrow \frac{mg}{۱} = \frac{۶۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow m = ۴\sqrt{۳}kg \\ \frac{N_۱}{\sin ۳۰^\circ} = \frac{N_۲}{\sin ۶۰^\circ} \Rightarrow \frac{N_۱}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۶۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow N_۱ = ۲۰\sqrt{۳}N \end{cases}$$



شکل «۳۱»

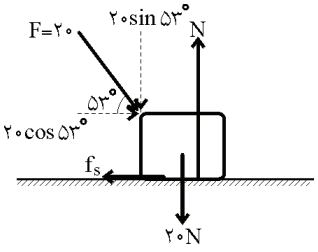
۶۷ ـ در شکل روبه‌رو نیروهای عمودی وارد بر گلوله از طرف سطوح (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ چند نیوتن است؟ ($g = ۱۰N/kg$)



۱) ۳۲ و ۲۴
۲) ۲۴ و ۳۲
۳) ۳۰ و ۵۰
۴) $۲۰\sqrt{۲}$ و $۲۰\sqrt{۲}$

پاسخ تست‌های پلکان آموزش

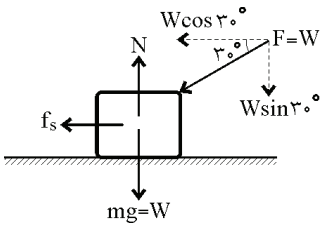
۱ ـ ٤ ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم و آن‌ها را تجزیه می‌کنیم (شکل مقابل). می‌دانیم که علاوه بر نیروی F و نیروی f_s دو نیروی mg و N نیز به جسم وارد می‌شوند. چون جسم **ساکن** است، داریم:



$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow f_s = ۲۰\cos ۵۳^\circ = ۲۰ \times ۰/۶ \Rightarrow \mathbf{f_s = ۱۲N}$$

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N = ۲۰\sin ۵۳^\circ + ۲۰ = ۲۰(۰/۸) + ۲۰ \Rightarrow \mathbf{N = ۳۶N}$$

۲ ـ ۳ شیوه‌ی اول: پله‌ی اول: ابتدا نیروهای وارد بر جسم را مشخص و نیروی F را نیز تجزیه می‌کنیم (شکل روبه‌رو). با توجه به این‌که جسم ساکن است، نیروی اصطکاکی که به آن وارد می‌شود، برابر f_s خواهد بود.



پله‌ی دوم: منظور از نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، نیروی R است که برای اجسام ساکن از رابطه‌ی $R = \sqrt{N^۲ + f_s^۲}$ به‌دست می‌آید. چون جسم در راستای قائم ساکن است، پس $\sum F_y = ۰$ است. داریم:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N - W\sin ۳۰^\circ - W = ۰ \Rightarrow N = \frac{۳W}{۲}$$

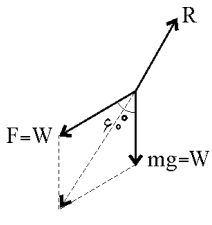
و چون جسم در راستای افقی نیز ساکن است، پس $\sum F_x = ۰$ است. داریم:

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow W\cos ۳۰^\circ = f_s \Rightarrow f_s = \frac{W\sqrt{۳}}{۲} < f_{s\max} = \frac{۹}{۸}W$$

پله‌ی سوم: حالا می‌توان R را به راحتی محاسبه کرد.

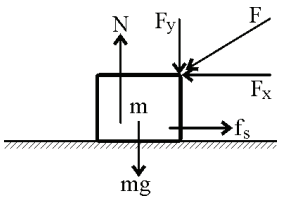
$$R = \sqrt{f_s^۲ + N^۲} = \sqrt{(\frac{W\sqrt{۳}}{۲})^۲ + (\frac{۳W}{۲})^۲} \Rightarrow \mathbf{R = \sqrt{۳}W}$$

روش دوم: در یک پله: از آن‌جایی که جسم ساکن و $\sum F = ۰$ست، R باید برایند F و mg را خنثی کند، با توجه به شکل دوم داریم:



$$R = ۲W\cos\frac{۶۰^\circ}{۲} \Rightarrow \mathbf{R = \sqrt{۳}W}$$

۳ ـ ٤ پله‌ی یکم: ابتدا نیروهای وارد شده به جسم را مانند شکل مقابل رسم می‌کنیم. دقت کنید که چون نیروی F در راستای محورهای مختصات نبود، آن را تجزیه کرده‌ایم:



$$F_x = F\cos ۳۰^\circ = F(\frac{\sqrt{۳}}{۲})$$

$$F_y = F\sin ۳۰^\circ = F(\frac{۱}{۲})$$

پله‌ی دوم: چون جسم ساکن است، بنابراین برایند نیروهای وارد بر آن هم در راستای افقی و هم در راستای قائم صفر است.

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow f_s = F_x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}F$$

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N = F_y + mg = F(\frac{۱}{۲}) + mg$$

پله‌ی سوم: با توجه به صورت سؤال نیروی واکنش سطح $\sqrt{۳}$ برابر نیروی وزن است، پس:

$$R = \sqrt{۳}mg \Rightarrow \sqrt{f_s^۲ + N^۲} = \sqrt{۳}mg \Rightarrow f_s^۲ + N^۲ = ۳(mg)^۲$$

$$\Rightarrow (\frac{\sqrt{۳}}{۲}F)^۲ + (\frac{F}{۲} + mg)^۲ = ۳(mg)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۴}F^۲ + \frac{F^۲}{۴} + (mg)^۲ + Fmg = ۳(mg)^۲$$

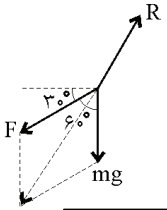
$$\Rightarrow F^۲ + Fmg - ۲(mg)^۲ = ۰$$

$$\Delta = b^۲ - ۴ac = (mg)^۲ - ۴(-۲(mg)^۲) = ۹(mg)^۲$$

$$F = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{-mg \pm \sqrt{۹(mg)^۲}}{۲} \Rightarrow \begin{cases} F = mg \\ F = -۲mg \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$

با توجه به این‌که F و mg هر دو مقادیری مثبت می‌باشند، پس جواب $F = mg$ قابل قبول است.

روش دوم: در یک پله: همانند تست قبل برایند دو نیروی F و mg، R را خنثی می‌کند تا جسم ساکن بماند. پس با توجه به شکل روبه‌رو داریم:

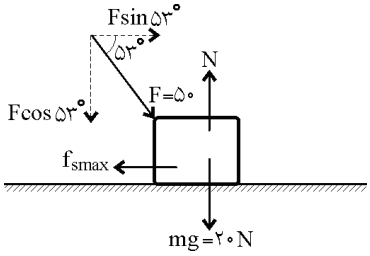


$$R = \sqrt{F^۲ + (mg)^۲ + ۲Fmg\cos ۶۰^\circ} \Rightarrow \sqrt{۳}mg = \sqrt{F^۲ + (mg)^۲ + Fmg}$$

$$\Rightarrow F^۲ + Fmg - ۲(mg)^۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} F = mg \\ F = -۲mg \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$

www.konkuryha.ir

۴ ـ ع پله‌ی یکم: ابتدا نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم (شکل مقابل). از آن‌جایی که جسم در آستانه‌ی حرکت است، نیروی اصطکاکی که به جسم وارد می‌شود، f_{smax} خواهد بود. نیروی f_{smax} را هم می‌توان از رابطه‌ی $f_{smax}=\mu_s N$ و هم از رابطه‌ی $f_{smax}=F$ محرک آستانه حرکت به‌دست آورد. در شکل، نیروی محرکی که جسم را به آستانه‌ی حرکت رسانده، $F\cos 53^\circ$ است. داریم:



$$f_{smax}=F\cos 53^\circ=50\times\frac{6}{10}=30N$$

پله‌ی دوم: نیروی N هم‌چنین حساب می‌شود:

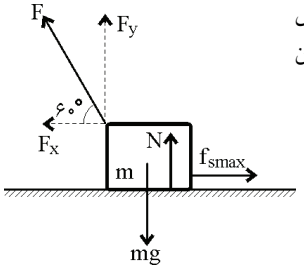
$$\sum F_y=0\Rightarrow \sum F_{\text{سرپایین}}=\sum F_{\text{سربالا}}$$

$$\Rightarrow N=F\sin 53^\circ+mg=50(\frac{8}{10})+20\Rightarrow N=60N$$

پله‌ی سوم: اکنون μ_s را به راحتی می‌توان از رابطه‌ی زیر به‌دست آورد:

$$f_{smax}=\mu_s N\Rightarrow 30=\mu_s(60)\Rightarrow \boxed{\mu_s=\frac{1}{2}}$$

۵ ـ ب پله‌ی یکم: در اولین پله شکل ساده‌ای از جسم و نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم.



$$F_x=F\cos 60^\circ=\frac{1}{2}(F)$$

$$F_y=F\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}(F)$$

پله‌ی دوم: چون جسم در آستانه‌ی حرکت است، نیروی اصطکاک وارد شده به آن f_{smax} می‌باشد و مقدار آن عبارت است از:

$$\sum F_y=0\Rightarrow N+F_y=mg\Rightarrow N=mg-F_y=mg-\frac{\sqrt{3}}{2}F$$

$$f_{smax}=\mu_s N=\frac{\sqrt{3}}{2}(mg-\frac{\sqrt{3}}{2}F)$$

پله‌ی سوم: برایند نیروهای وارد به جسم در راستای افقی هم صفر است، بنابراین داریم:

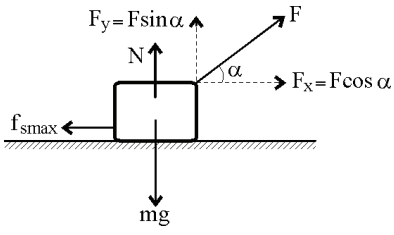
$$\sum F_x=0\Rightarrow F_x=f_{smax}\Rightarrow \frac{F}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}(mg-\frac{\sqrt{3}}{2}F)$$

$$\Rightarrow \frac{F}{2}+\frac{3F}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}mg\Rightarrow \frac{5}{4}F=\frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3})(10)\Rightarrow F=12N$$

پله‌ی چهارم: با یافتن F، به‌دست آوردن تغییرات طول فنر، دشوار نخواهد بود:

$$F=k\Delta x\Rightarrow \Delta x=\frac{F}{k}=\frac{12}{48}=\frac{1}{4}m\Rightarrow \boxed{\Delta x=25cm}$$

۶ ـ ع پله‌ی یکم: در شکل نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و نیروی F را تجزیه می‌کنیم:



پله‌ی دوم: در این پله می‌خواهیم نیروی عمودی سطح را به‌دست آوریم:

$$\sum F_y=0\Rightarrow N+F\sin\alpha-mg=0\Rightarrow N+20\sin\alpha-6(10)=0$$

$$N=60-20\sin\alpha$$

پله‌ی سوم: حالا نوبت به‌دست آوردن f_{smax} است:

$$f_{smax}=\mu_s N=\frac{\sqrt{3}}{5}(60-20\sin\alpha)$$

پله‌ی چهارم: همان‌طور که می‌دانید اگر جسم در آستانه‌ی حرکت قرار داشته باشد، برایند نیروهای وارد بر آن صفر است. بنابراین داریم:

$$\sum F_x=0\Rightarrow F\cos\alpha=f_{smax}\Rightarrow 20\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{5}(60-20\sin\alpha)$$

$$\Rightarrow 20\cos\alpha=12\sqrt{3}-4\sqrt{3}\sin\alpha\Rightarrow 5\cos\alpha=3\sqrt{3}-\sqrt{3}\sin\alpha$$

حالا دو طرف تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم و به کمک رابطه‌ی $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$ معادله را به یک معادله‌ی درجه‌ی ۲ برحسب $\sin\alpha$ تبدیل می‌کنیم:

$$25\cos^2\alpha=(\sqrt{3}\sin\alpha-3\sqrt{3})^2\Rightarrow 25(1-\sin^2\alpha)$$

$$=3\sin^2\alpha-18\sin\alpha+27\Rightarrow 14\sin^2\alpha-9\sin\alpha+1=0$$

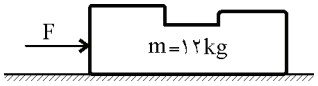
پله‌ی پنجم: با حل این معادله مقدارهای زیر برای $\sin\alpha$ به‌دست می‌آید:

$$\sin\alpha=\frac{1}{2}\text{ یا }\frac{1}{7}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=30^\circ\\ \alpha=\text{Arcsin}\frac{1}{7}\end{cases}$$

(با ماشین‌حساب محاسبه کردیم، $\text{Arcsin}\frac{1}{7}$ تقریباً برابر 8° ست!)

یعنی در زاویه‌های $\text{Arcsin}\frac{1}{7}$ و 30° جسم در آستانه‌ی حرکت است. بنابراین گزینه‌ی درست «**گزینه‌ی ۴**» است. اما بد نیست بدانید که در این تست، اگر زاویه‌ی α از صفر تا $\text{Arcsin}\frac{1}{7}$ و هم‌چنین از 30° تا 90° باشد، جسم ساکن می‌ماند.

۷ ـ ج شیوه‌ی اول؛ پله‌ی یکم: در صورت سؤال نیروی F خواسته شده است و هیچ صحبتی از نیروهای داخلی که اجزاء مختلف دستگاه به یک‌دیگر وارد می‌کنند، به میان نیامده است؛ بنابراین می‌توانیم کل مجموعه را مطابق شکل زیر به‌صورت یک جسم واحد در نظر بگیریم:



پله‌ی دوم: چون دستگاه در آستانه‌ی حرکت است داریم:

$$N=mg=12(10)=120N$$

$$f_{smax}=\mu_s(N)=0/5(120)=60N$$

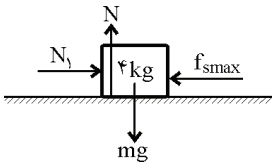
پله‌ی سوم: برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای افقی نیز صفر می‌باشد؛ بنابراین:

$$\sum F_x=0\Rightarrow F=\boxed{f_{smax}=60N}$$

شیوه‌ی دوم: شاید این شیوه کمی طولانی به‌نظر برسد، اما برای تمرین بیش‌تر خوب است.

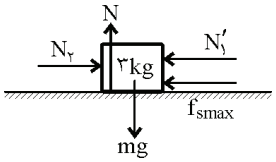
www.konkuryha.ir

پله‌ی یکم: ابتدا جسم ۴ کیلوگرمی را از مجموعه جدا می‌کنیم و نیروهای وارد شده به آن را بررسی می‌کنیم:



$$N = mg = ۴۰N$$

$$f_{s\max} = N(\mu_s) = ۴۰(۰/۵) = ۲۰N$$



$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow N_۱ = f_{s\max} = ۲۰N$$

$N_۱$ برابر نیرویی است که جسم ۳ کیلوگرمی به این جسم وارد می‌کند.

پله‌ی دوم: حالا جسم ۳ کیلوگرمی را جدا می‌کنیم و مراحل طی شده در پله‌ی قبل را تکرار می‌کنیم:

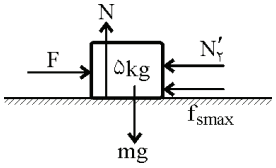
$$N = mg = ۳۰N$$

$$f_{s\max} = \mu_s(N) = ۰/۵(۳۰) = ۱۵N$$

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow N_۲ = N'_۱ + f_{s\max} = ۲۰ + ۱۵ = ۳۵N$$

در این رابطه‌ی $N'_۱$ نیرویی است که جسم ۴ کیلوگرمی به این جسم وارد می‌کند و اندازه‌ی آن برابر نیروی $N_۱$ است و نیروی $N_۲$ نیز از طرف جسم ۵ کیلوگرمی به این جسم وارد می‌شود.

پله‌ی سوم: بالاخره نوبت به جسم ۵ کیلوگرمی رسید:



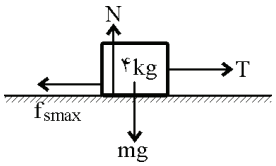
$$N = mg = ۵۰N$$

$$f_{s\max} = \mu_s(N) = ۰/۵(۵۰) = ۲۵N$$

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F = N'_۲ + f_{s\max}$$

$$= ۳۵ + ۲۵ = ۶۰N$$

۸ ـ ۲ شیوه‌ی اول؛ پله‌ی یکم: ابتدا جسم ۴ کیلوگرمی را از مجموعه جدا می‌کنیم و نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم:



پله‌ی دوم: چون جسم در آستانه‌ی حرکت قرار دارد، نیروی اصطکاک وارد شده به آن $f_{s\max}$ است و برایند نیروهای وارد برآن نیز صفر خواهد بود. پس:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N = mg = ۴۰N$$

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow f_{s\max} = T = ۲۴N \Rightarrow \mu_s(N) = ۲۴$$

$$\Rightarrow \mu_s = \frac{۲۴}{N} = \frac{۲۴}{۴۰} = ۰/۶$$

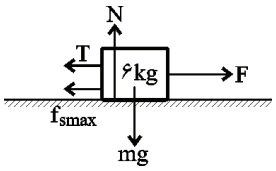
پله‌ی سوم: چون ضریب اصطکاک برای تمامی سطوح یک‌سان است، ضریب اصطکاک جسم ۶kg و سطح نیز ۰/۶ بوده و داریم:

$$f'_{s\max} = \mu_s(N') = \mu_s(mg) = ۰/۶(۶)\times ۱۰ \Rightarrow \mathbf{f'_{s\max} = ۳۶N}$$

شیوه‌ی دوم؛ پله‌ی یکم: اجسام روی یک سطح و دارای ضریب‌های اصطکاک یک‌سان هستند، بنابراین می‌توانیم نیروی F را به کمک تناسب به‌راحتی به‌دست آوریم:

$$\frac{F}{۴+۶} = \frac{T}{۴} \Rightarrow \frac{F}{۱۰} = \frac{۲۴}{۴} \Rightarrow F = ۶۰N$$

پله‌ی دوم: حالا می‌توانیم جسم ۶kg را جدا کرده و نیروی اصطکاک وارد شده به آن را به‌دست آوریم:



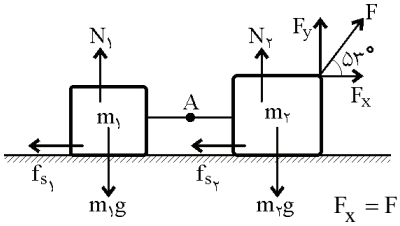
$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow T + f_{s\max} = F$$

$$\Rightarrow ۲۴ + f_{s\max} = ۶۰ \Rightarrow \mathbf{f_{s\max} = ۳۶N}$$

شیوه‌ی سوم: چون μ_s برای دو جسم یک‌سان است، نسبت $f_{s\max}$ دو جسم برابر است با نسبت جرم دو جسم:

$$\frac{f'_{s\max}}{f_{s\max}} = \frac{\mu_s m'g}{\mu_s mg} = \frac{m'}{m} \Rightarrow \frac{f'_{s\max}}{۲۴} = \frac{۶}{۴} \Rightarrow \mathbf{f'_{s\max} = ۳۶N}$$

۹ ـ ۳ پله‌ی یکم: ابتدا نیروهای وارد شده به کل مجموعه را رسم و نیروی F را تجزیه می‌کنیم:



$$F_x = F\cos ۵۳^\circ = ۵۰(۰/۶) = ۳۰N$$

$$F_y = F\sin ۵۳^\circ = ۵۰(۰/۸) = ۴۰N$$

پله‌ی دوم: این پله را می‌خواهیم با دو سؤال شروع کنیم؛ به نظر شما نیروی اصطکاک وارد شده به جسم $m_۲$، $f_{s\max}$ است یا خیر؟ به‌نظر شما نخ متصل شده به جسم $m_۲$ کشیده می‌شود یا خیر؟

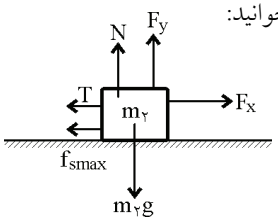
برای پاسخ دادن به این سؤالات ابتدا باید مقدار $f_{s\max}$ وارد شده به جسم $m_۲$ را به‌دست آوریم:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N_۲ + F_y = m_۲g \Rightarrow N_۲ = ۶۰ - ۴۰ = ۲۰N$$

$$f_{s\max} = \mu_s(N_۲) = ۰/۵(۲۰) = ۱۰N$$

پله‌ی سوم: همان‌طور که می‌بینید اندازه‌ی F_x بیش‌تر از $f_{s\max}$ است، بدین ترتیب نیروی اصطکاک ایستایی وارد شده به $m_۲$ ، بیشینه است و نخ متصل شده به $m_۲$ نیز کشیده می‌شود. حالا اگر می‌خواهید بدانید که T برابر چند نیوتن است پله‌ی بعدی را بخوانید:

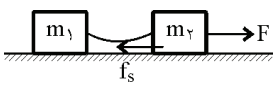
پله‌ی چهارم: جسم $m_۲$ را از مجموعه جدا می‌کنیم و نیروهای وارد شده به آن را بررسی می‌کنیم:



$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow T + f_{s\max} = F_x$$

$$\Rightarrow T + ۱۰ = ۳۰ \Rightarrow T = ۲۰N$$

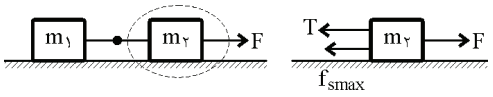
دقت کنید که اگر مقدار F_x کم‌تر از $f_{s\max}$ می‌شد، در آن صورت، نیروی اصطکاک ایستایی وارد شده به $m_۲$ دیگر بیشینه نبود و در این حالت اندازه‌ی f_s برابر F_x و نیروی کشش نخ نیز برابر صفر می‌شد. اگر هنوز مطلب برایتان جا نیافتاده است، نمونه‌ی زیر را با دقت بخوانید:



فرض کنید در شکل مقابل نیروی F را از مقدار صفر به تدریج زیاد می‌کنیم. به این ترتیب نیرو f_s نیز همراه با F زیاد می‌شود و برایند F و f_s برابر صفر می‌شود. در این حالت جسم ساکن بوده و نیروی کشش نخ برابر

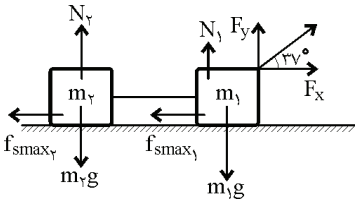
www.konkuryha.ir

صفر است (چون هنوز نخ کشیده نشده است). حالا نیروی F را آن‌قدر زیاد می‌کنیم تا برابر $f_{s\max}$ شود. در این حالت نیز نیروی F توسط $f_{s\max}$ خنثی می‌شود و باز هم T صفر است. حالا اگر نیروی F را باز هم زیاد کنیم، نخ مورد نظر شروع به کشیده شدن می‌کند. در این حالت اگر برایند نیروهای وارد بر جسم $m_۲$ را برابر صفر قرار دهیم، اندازه‌ی T به‌دست می‌آید.



$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow T + f_{s\max} = F$$

۱۰ ـ ٤ پله‌ی یکم: رسم شکل و نیروهای وارد شده به مجموعه، اولین کاری است که برای حل یک سؤال دینامیک باید انجام دهید:



$$\begin{cases} F_x = F\cos ۳۷^\circ = ۵۰(۰/۸) = ۴۰N \\ F_y = F\sin ۳۷^\circ = ۵۰(۰/۶) = ۳۰N \end{cases}$$

پله‌ی دوم: با توجه به این‌که مجموعه در آستانه‌ی حرکت قرار دارد، نیروهای اصطکاک وارد شده به اجسام $f_{s\max}$ می‌باشند. برای به‌دست آوردن μ_s باید مقادیر $N_۱$ و $N_۲$ را داشته باشیم:

$$N_۱ + F_y = m_۱g \Rightarrow N_۱ = m_۱g - F_y = ۶۰ - ۳۰ = ۳۰N$$

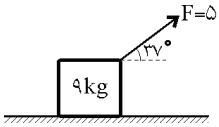
$$N_۲ = m_۲g \Rightarrow N_۲ = ۳۰N$$

پله‌ی سوم: چون مجموعه ساکن است، برایند نیروهای وارد بر آن صفر می‌باشد، بنابراین داریم:

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F_x = f_{s\max_۱} + f_{s\max_۲} \Rightarrow F_x = \mu_s(N_۱) + \mu_s(N_۲)$$

$$\Rightarrow \mu_s = \frac{F_x}{N_۱ + N_۲} = \frac{۴۰}{۳۰+۳۰} \Rightarrow \boldsymbol{\mu_s = \frac{۲}{۳}}$$

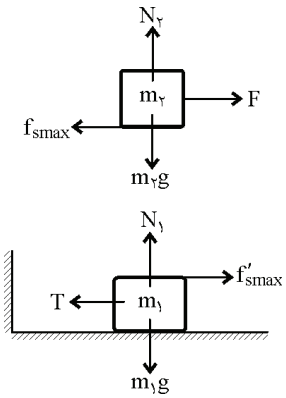
شیوه‌ی دوم: برای محاسبه‌ی μ_s می‌توانیم دستگاهی شامل یک جرم ۹ کیلوگرمی در نظر بگیریم (شکل روبه‌رو)



$$\mu_s = \frac{F\cos ۳۷^\circ}{mg - F\sin ۳۷^\circ} = \frac{۴۰}{۹۰-۳۰} = \frac{۲}{۳}$$

۱۱ ـ ٤ پله‌ی یکم: مطابق شکل مقابل دو جسم را از یک‌دیگر جدا کرده و نیروهای وارد شده به هریک را رسم می‌کنیم.

در این شکل نیروهای $f_{s\max}$ و $f'_{s\max}$ نیروهای عمل و عکس‌العمل هستند که به‌ترتیب به جسم $m_۲$ و $m_۱$ وارد می‌شوند.



پله‌ی دوم: چون جسم $m_۱$ ساکن است، برایند نیروهای وارد بر آن صفر خواهد بود:

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow T = f'_{s\max} \Rightarrow f'_{s\max} = ۱۰N$$

پله‌ی سوم: طبق آن‌چه در پله‌ی یکم گفتیم:

$$|f'_{s\max}| = |f_{s\max}| = ۱۰N$$

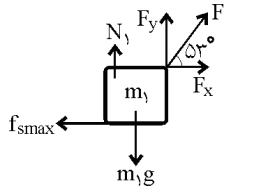
پله‌ی چهارم: نیروی عمودی سطح وارد شده به جسم $m_۲$ را به‌دست می‌آوریم:

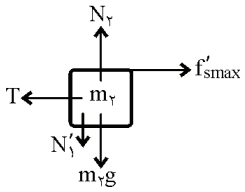
$$N_۲ = m_۲g = ۳(۱۰) = ۳۰N$$

پله‌ی پنجم: دیگر آماده‌ایم تا μ_s را حساب کنیم:

$$\mu_s = \frac{f_{s\max}}{N_۲} = \frac{۱۰}{۳۰} \Rightarrow \boldsymbol{\mu_s = \frac{۱}{۳}}$$

۱۲ ـ ۲ پله‌ی یکم: اجسام را از یک‌دیگر جدا می‌کنیم و نیروهای وارد بر هریک را رسم و نیروی F را به مؤلفه‌های سازنده‌اش تجزیه می‌کنیم:





$$\begin{cases} F_x = F\cos ۵۳^\circ = ۰/۶F \\ F_y = F\sin ۵۳^\circ = ۰/۸F \end{cases}$$

پله‌ی دوم: با توجه به این‌که هر دو جسم ساکن هستند، برایند نیروهای وارد بر هر دو جسم صفر است، بدین‌ترتیب داریم:

$$\sum F_{x_۱} = ۰ \Rightarrow f_{s\max} = F_x = ۰/۶F \quad (۱)$$

پله‌ی سوم: از طرف دیگر با داشتن μ_s می‌توانیم $f_{s\max}$ را به‌دست آوریم:

$$\sum F_{y_۱} = ۰ \Rightarrow N_۱ + F_y = m_۱g \Rightarrow N_۱ = m_۱g - F_y = ۲۰ - ۰/۸F$$

$$f_{s\max} = \mu_s N_۱ = ۰/۵(۲۰ - ۰/۸F) = ۱۰ - ۰/۴F \quad (۲)$$

پله‌ی چهارم: با توجه به روابط (۱) و (۲) که در دو پله‌ی قبل به‌دست آمد، F و $f_{s\max}$ به‌راحتی به‌دست می‌آیند:

$$\left.\begin{matrix} f_{s\max} = ۰/۶F \\ f_{s\max} = ۱۰ - ۰/۴F \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۰/۶F = ۱۰ - ۰/۴F$$

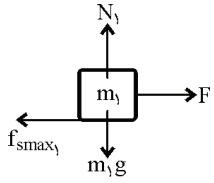
$$\Rightarrow F = ۱۰N \Rightarrow f_{s\max} = ۶N$$

پله‌ی پنجم: همان‌طور که در سؤال قبل هم مشاهده کردید، $f_{s\max}$ و $f'_{s\max}$ نیروهای عمل و عکس‌العمل هستند و اندازه‌ی آن‌ها با یک‌دیگر برابر است. حالا برایند نیروهای وارد بر جسم $m_۲$ را برابر صفر قرار می‌دهیم تا T به‌دست آید:

$$|f'_{s\max}| = |f_{s\max}| = ۶N$$

$$\sum F_{x_۲} = ۰ \Rightarrow \boldsymbol{T = f'_{s\max} = ۶N}$$

۱۳ ـ ۲ پله‌ی یکم: مطابق شکل مقابل، چهار نیرو به جسم بالایی وارد می‌شود. چون این جسم در آستانه‌ی لغزش بر روی جسم پایینی است، بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع $f_{s\max}$ است که به راحتی محاسبه می‌شود:

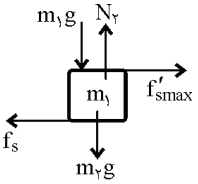


$$\sum F_{y_۱} = ۰ \Rightarrow N_۱ = m_۱g = ۳۰N$$

$$f_{s\max_۱} = \mu_s N_۱ = \frac{۵}{۶}(۳۰) = ۲۵N$$

www.konkuryha.ir

پله‌ی دوم: حالا به سراغ جسم پایینی می‌رویم و نیروهای وارد شده به آن را بررسی می‌کنیم:



همان‌طور که در تست‌های قبلی مشاهده کردید اندازه‌ی $f'_{s\max}$ برابر اندازه‌ی $f_{s\max_1}$ است. نیروی $f'_{s\max}$ برای جسم m_2، حکمِ نیروی محرک را دارد.

اکنون باید این مطلب را بررسی کنیم که نیروی اصطکاک بین جسم m_2 و سطح زمین از چه نوعی و دارای چه مقداری است.

پله‌ی سوم: در این پله ابتدا بیشینه‌ی نیروی اصطکاکی را که می‌تواند بین جسم m_2 و سطح زمین به‌وجود آید، به‌دست می‌آوریم:

$$\sum F_{y_2}=0 \Rightarrow N_2=m_1g+m_2g=30+30=60N$$

$$f_{s\max_2}=\mu_s N_2=\frac{5}{6}(60)=50N$$

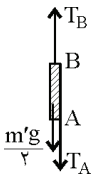
همان‌طور که می‌بینید، اندازه‌ی نیروی محرک وارد شده به جسم m_2 (یعنی $f'_{s\max}$) کوچک‌تر از $f_{s\max_2}$ است؛ بنابراین جسم m_2 ساکن بوده، اندازه‌ی نیروی اصطکاک وارد شده به آن (f_s) برابر $f'_{s\max}$ است. (به نظر شما اگر $f_{s\max_2} < f'_{s\max}$ می‌شد، چه اتفاقی می‌افتاد؟)

$$\sum F_{x_2}=0 \Rightarrow f_s=f'_{s\max}=25N$$

پله‌ی آخر: فقط می‌ماند که R را به‌دست آوریم:

$$R=\sqrt{f_s^2+N_2^2}=\sqrt{25^2+60^2}=\sqrt{5^2(5^2+12^2)}=5\times13 \Rightarrow \mathbf{R=65N}$$

۱۴ ـ ۴ پله‌ی یکم: قانون اول نیوتن را برای تکه‌ی AB طناب می‌نویسیم (شکل روبه‌رو):

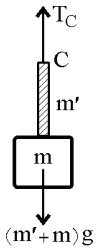


$$\sum F_y=0 \Rightarrow T_B-T_A-\frac{m'g}{2}=0 \Rightarrow T_B-T_A=\frac{m'g}{2}$$

$$\Rightarrow 5=\frac{m'\times10}{2} \Rightarrow m'=1kg$$

پس جرم کل طناب 1kg است.

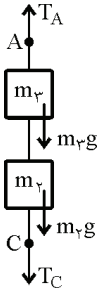
پله‌ی دوم: حالا نیروی کشش را در نقطه‌ی C ، به‌دست می‌آوریم:



$$\sum F_y=0 \Rightarrow T_C-(m'+m)g=0 \Rightarrow T_C=(1+4)\times10$$

$$\Rightarrow \mathbf{T_C=50N}$$

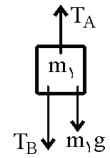
۱۵ ـ ۲ در یک پله: نخ‌ها را از دو نقطه‌ی A و C بُرش می‌دهیم (شکل روبه‌رو). چون دستگاه ساکن است داریم:



$$\sum F_y=0 \Rightarrow T_A-T_C-m_2g-m_3g=0$$

$$\Rightarrow 80-(3\times10)-10m_3=0 \Rightarrow \mathbf{m_3=5kg}$$

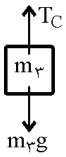
۱۶ ـ ۲ پله‌ی یکم: جسم m_1 را از مجموعه جدا و نیروهای وارد شده به آن را رسم می‌کنیم:



پله‌ی دوم: چون جسم m_1 ساکن است، برایند نیروهای وارد بر آن، صفر است و داریم:

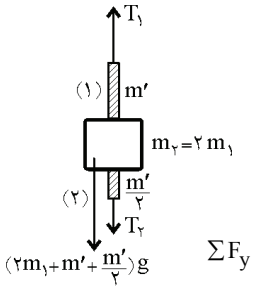
$$\sum F_y=0 \Rightarrow T_A=T_B+m_1g \Rightarrow T_A-T_B=m_1g \Rightarrow 20=m_1g$$

پله‌ی سوم: حالا سراغ جسم m_3 می‌رویم و این بار m_3 را از هم قطارهایش جدا می‌کنیم!



$$\sum F_y=0 \Rightarrow T_C=m_3g=3m_1g=3(20) \Rightarrow \mathbf{T_C=60N}$$

۱۷ ـ ۱ پله‌ی یکم: طناب (۱) را از محل اتصالش به سقف و طناب (۲) را از وسطش بُرش می‌دهیم (شکل روبه‌رو): (جرم هریک از طناب‌ها را m' فرض کرده‌ایم)



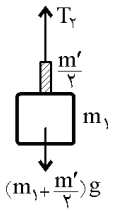
پله‌ی دوم: چون دستگاه ساکن است داریم:

$$\sum F_y=0 \Rightarrow T_1-T_2-(2m_1+m'+\frac{m'}{2})g=0$$

$$\Rightarrow 3/2T_2-T_2-(2m_1+\frac{3m'}{2})g=0$$

$$2/2T_2=(2m_1+\frac{3m'}{2})g \quad \text{(ابطه‌ی ۱)}$$

پله‌ی سوم: حالا دستگاه را از وسط طناب (۲) به پایین نگه می‌داریم و قسمت بالایی را حذف می‌کنیم (شکل «ب»). با این کار می‌توانیم T_2 را برحسب m_1 و m' به‌دست آوریم:



$$\sum F_y=0 \Rightarrow T_2-(m_1+\frac{m'}{2})g=0 \Rightarrow T_2=(m_1+\frac{m'}{2})g \quad \text{(رابطه‌ی ۲)}$$

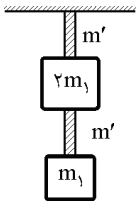
پله‌ی چهارم: اگر رابطه‌ی (۲) را در رابطه‌ی (۱) جای‌گزین کنیم، پاسخ تست به‌دست می‌آید:

$$2/2(m_1+\frac{m'}{2})g=(2m_1+\frac{3m'}{2})g \Rightarrow 0/2m_1=0/4m' \Rightarrow \frac{m'}{m_1}=\frac{1}{2}$$

پله‌ی پنجم: هیچ وقت عجله نکنید! طراح پرسیده است که مجموع جرم دو طناب چند برابر m_1 است، پس داریم:

$$\frac{2m'}{m_1}=2\times\frac{1}{2}=1$$

شیوه‌ی دوم: به کمک تناسب داریم:



$$\frac{3m_1+2m'}{m_1+\frac{m'}{2}}=3/2=\frac{16}{5}$$

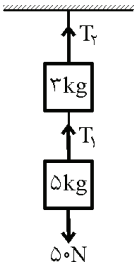
$$\Rightarrow 16m_1+8m'=15m_1+10m'$$

$$\Rightarrow \frac{m'}{m}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2m'}{m_1}=1$$

۱۸ ـ ۲ برای حل مسائل مربوط فنرها، ابتدا باید فرض کنیم که به جای فنر، نخ داریم. (چرا که فنرها نیز مانند نخ‌ها بدون جرم درنظر گرفته می‌شوند). پس از محاسبه‌ی کشش نخِ فرضی، می‌توانیم نیروی کشش را برابر با نیروی فنر قرار دهیم.

www.konkuryha.ir

پله‌ی یکم: در شکل مقابل به جسم 5kg ، دو نیروی ۵۰N و T_1 وارد می‌شود. اکنون به‌راحتی می‌دانیم که $T_1 = 50N$ است؛ داریم:



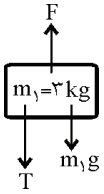
$$T_1 = k_1\Delta x_1 \Rightarrow 50 = 1000\Delta x_1$$
$$\Rightarrow \Delta x_1 = \frac{50}{1000}m \Rightarrow \mathbf{\Delta x_1 = 5cm}$$

پله‌ی دوم: با توجه به آن‌چه پیش از این گفتیم. بدیهی است که $T_2 = 80N$ است؛ پس می‌توان گفت:

$$T_2 = k_2\Delta x_2 \Rightarrow 80 = 2000\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{80}{2000}m \Rightarrow \mathbf{\Delta x_2 = 4cm}$$

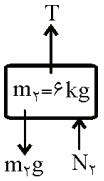
۱۹ ـ ۲ شیوه‌ی اول: پله‌ی یکم: قبل از هرچیز نیروی وارد شده به فنر را محاسبه می‌کنیم: $|F| = k\Delta x = 500\times(\frac{8}{100}) = 40N$

پله‌ی دوم: حالا جسم بالایی را جدا، نیروهای وارد شده بر آن را مطابق شکل رسم می‌کنیم و به کمک این شکل نیروی کشش میله‌ی بین دو جسم را به‌دست می‌آوریم:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F = T + m_1g$$
$$\Rightarrow T = F - m_1g = 40 - 30 = 10N$$

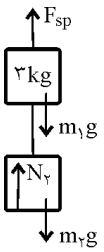
پله‌ی سوم: این بار نوبت جسم m_2 است که تنهایی مورد بررسی قرار بگیرد:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T + N_2 = m_2g$$
$$\Rightarrow N = m_2g - T = 60 - 10 \Rightarrow \mathbf{N_2 = 50N}$$

نیروی N_2 همان نیرویی است که باسکول نشان می‌دهد.

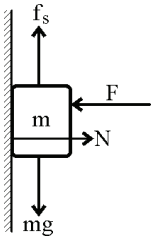
شیوه‌ی دوم: پس از محاسبه‌ی نیروی فنر (که در پله‌ی یکم شیوه‌ی اول انجام شد) دو جسم را یک‌جا با هم بررسی می‌کنیم (شکل روبه‌رو):



$$F_{sp} = m_1g - m_2g + N_2 = 0$$
$$\Rightarrow 40 - 30 - 60 + N_2 = 0$$
$$\Rightarrow \mathbf{N_2 = 50N}$$

۲۰ ـ ۲ پله‌ی یکم: چون جسم ساکن است، برایند نیروهای وارد بر آن هم در راستای افقی و هم در راستای قائم صفر است.

با توجه به شکل مقابل داریم:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F = N$$

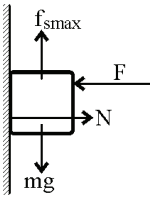
به این ترتیب با افزایش نیروی F ، اندازه‌ی نیروی N نیز زیاد خواهد شد.

پله‌ی دوم: برایند نیروها در راستای قائم نیز صفر است. پس:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow f_s = mg$$

همان‌طور که می‌بینید، اندازه‌ی f_s برابر وزن جسم و مستقل از نیروی F است. بنابراین با افزایش نیروی F، تغییری در f_s رخ نمی‌دهد.

۲۱ ـ ۴ پله‌ی یکم: طبق معمول در پله‌ی یکم کاری جز رسم شکل و نیروهای وارد بر جسم نداریم.



پله‌ی دوم: چون جسم ساکن است، بنابراین هم در راستای افقی و هم در راستای قائم برایند نیروها صفر است. در این پله راستای قائم را بررسی می‌کنیم و بررسی برایند نیروها در راستای افقی را به پله‌ی چهارم موکول می‌کنیم: $\sum F_y = 0 \Rightarrow f_{s\max} = mg = 4(10) = 40N$

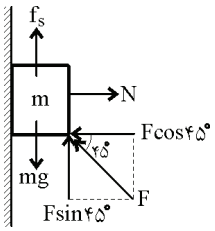
پله‌ی سوم: نوبت به‌دست آوردن نیروی عمودی سطح است:

$$f_{s\max} = \mu_s N \Rightarrow N = \frac{f_{s\max}}{\mu_s} = \frac{40}{0/8} = 50N$$

پله‌ی چهارم:
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \mathbf{F = N = 50N}$$

بنابراین کم‌ترین مقدار نیروی F برای این‌که جسم ساکن بماند، برابر ۵۰ نیوتن است. اگر نیروی F از این مقدار کم‌تر شود، نیروی N نیز به دنبال آن کاهش می‌یابد و به این ترتیب اندازه‌ی نیروی اصطکاک نیز کم‌تر از ۴۰ نیوتن می‌شود و جسم به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند.

۲۲ ـ ۴ پله‌ی یکم: شکل جسم و نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم.



دقت کنید که چون $mg > F\sin 45°$ است، جسم تمایل دارد به سمت پایین حرکت کند، بنابراین جهت f_s به سمت بالا خواهد بود.

پله‌ی دوم: چون جسم ساکن است، برایند نیروهای وارد بر آن صفر خواهد بود و بدین ترتیب می‌توانیم f_s را به راحتی به‌دست آوریم:

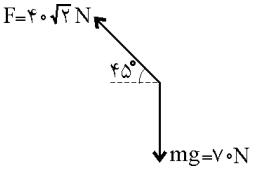
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F\sin 45° + f_s - mg = 0$$
$$\Rightarrow 40\sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}) + f_s - 7(10) = 0 \Rightarrow f_s = 30N$$

پله‌ی سوم: خوب! شما بگویید برای به‌دست آوردن R علاوه بر f_s دیگر چه می‌خواهیم؟! درست است: N

$$N = F\cos 45° = 40\sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}) = 40N$$

پله‌ی چهارم: و اما R :
$$R = \sqrt{f_s^2 + N^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} \Rightarrow \mathbf{R = 50N}$$

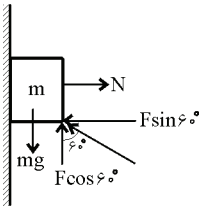
شیوه‌ی دوم: چون جسم ساکن است. برایند نیرویی که دیوار به جسم اثر می‌دهد، برابر برایند نیروهای دیگر است. بنابراین با توجه به شکل روبه‌رو داریم:



$$R = \sqrt{F^2 + (mg)^2 + 2Fmg\cos 135°}$$
$$= \sqrt{(40\sqrt{2})^2 + (70)^2 + 2\times 40\sqrt{2}\times 70\times(-\frac{\sqrt{2}}{2})}$$
$$= \sqrt{3200 + 4900 - 5600} \Rightarrow \mathbf{R = 50N}$$

www.konkuryha.ir

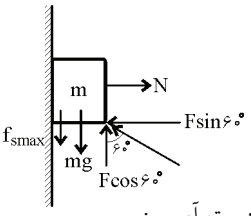
۲۳ ـ ٤ پله‌ی یکم: امید داریم بتوانید شکل ساده‌ای را از جسم و نیروهایش رسم کنید.



پله‌ی دوم: اگر کمی به شکل بالا دقت کنید، متوجه می‌شوید که در شکل بالا $f_{s\max}$ رسم نشده است؛ زیرا هنوز جهت آن را نمی‌دانیم. برای مشخص شدن جهت $f_{s\max}$ کافی است، نیروی mg را با $F\cos۶۰$ مقایسه کنیم:

$$\begin{cases} mg = ۴۰N \\ F\cos۶۰^\circ = ۱۰۰(\frac{۱}{۲}) = ۵۰N \end{cases}$$

همان‌طور که می‌بینید اندازه‌ی $F\cos۶۰^\circ$ بزرگ‌تر از mg است، بنابراین جسم در این حالت تمایل دارد به سمت بالا حرکت کند و در نتیجه $f_{s\max}$ به سمت پایین خواهد بود.



پله‌ی سوم: حالا می‌توانیم N و $f_{s\max}$ را به‌دست آوریم:

$$N = F\sin۶۰^\circ = ۱۰۰(\frac{\sqrt{۳}}{۲}) = ۵۰\sqrt{۳}N$$

$$f_{s\max} = \mu_s N = ۵۰\sqrt{۳}\mu_s$$

پله‌ی چهارم: برایند نیروها در راستای قائم را برابر صفر قرار داده، μ_s را به‌دست می‌آوریم:

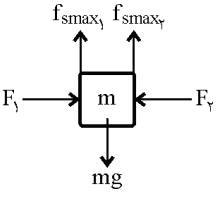
$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow F\cos۶۰ - f_{s\max} - mg = ۰$$

$$\Rightarrow ۱۰۰(\frac{۱}{۲}) - ۵۰\sqrt{۳}\mu_s - ۴۰ = ۰ \Rightarrow ۵۰\sqrt{۳}\mu_s = ۱۰ \Rightarrow \boxed{\mu_s = \frac{\sqrt{۳}}{۱۵}}$$

۲۴ ـ ۳ پله‌ی یکم: نیروی وارد شده به فنر $k_۱$ را به‌دست می‌آوریم:

$$F_۱ = k_۱\Delta x = ۲۰۰۰(۰/۰۴) = ۸۰N$$

پله‌ی دوم: حالا نیروهای وارد شده به جسم را مطابق شکل مقابل رسم می‌کنیم.



پله‌ی سوم: نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ همان نیروهای عمودی سطح می‌باشند. با توجه به این‌که برایند نیروهای وارد بر جسم صفر است، داریم:

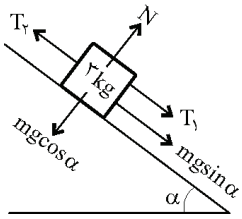
$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F_۱ = F_۲ = ۸۰N$$

پله‌ی چهارم: برایند نیروهای وارد بر این جسم در راستای قائم نیز صفر است، پس:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow f_{s\max_۱} + f_{s\max_۲} = mg \Rightarrow \mu_s(F_۱) + \mu_s(F_۲) = mg$$

$$\Rightarrow \mu_s(۸۰) + \mu_s(۸۰) = ۵۰ \Rightarrow \boxed{\mu_s = \frac{۵۰}{۱۶۰} = \frac{۵}{۱۶}}$$

۲۵ ـ ۱ پله‌ی یکم: مطابق شکل مقابل جسم سه کیلوگرمی را از مجموعه جدا کرده و نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم.



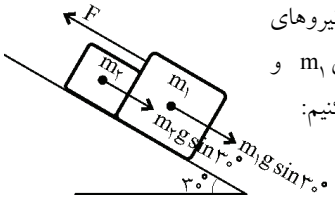
همان‌طور که در شکل می‌بینید ما نیروی وزن را تجزیه کرده‌ایم و فقط مؤلفه‌های آن را رسم کرده‌ایم. (امیدواریم شما هم در رسم نیروها به تسلط کافی رسیده باشید.)

پله‌ی دوم: چون مجموعه ساکن است، برایند نیروهای وارد شده به اجسام صفر خواهد بود و بدین ترتیب داریم:

$$\sum F = ۰ \Rightarrow T_۲ = T_۱ + mg\sin\alpha \Rightarrow T_۲ - T_۱ = mg\sin\alpha$$

$$\Rightarrow ۱۵ = ۳۰\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \boxed{\alpha = ۳۰^\circ}$$

۲۶ ـ ۲ در یک پله: پس از رسم نیروهای وارد بر دستگاه (شامل جسم‌های $m_۱$ و $m_۲$) قانون یکم نیوتن را پیاده می‌کنیم:

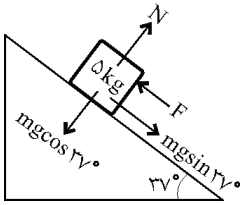


$$\sum F = ۰ \Rightarrow F - m_۱g\sin۳۰^\circ - m_۲g\sin۳۰^\circ = ۰$$

$$\Rightarrow ۳۵ - ۴\times۱۰\times\frac{۱}{۲} - ۱m_۲\times۱۰\times\frac{۱}{۲} = ۰ \Rightarrow \boxed{m_۲ = ۳kg}$$

(توجه داشته باشید که نیروهایی که دو جسم $m_۱$ و $m_۲$ را برهم اثر می‌دهند، نیروی داخلی محسوب می‌شود و در محاسبه‌ی $\sum F$ وارد نمی‌شوند.)

۲۷ ـ ٤ پله‌ی یکم: کافی است نیروهای وارد شده به جسم ۵ کیلوگرمی را به‌درستی رسم کنیم تا به پاسخ تست دست یابیم.



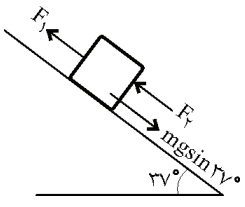
دقت کنید که چون فنر فشرده شده است، بنابراین نیرویی که به جسم وارد می‌کند به سمت بالا است.

پله‌ی دوم: $\sum F = ۰ \Rightarrow F = mg\sin۳۷ = ۵(۱۰)(۰/۶) = ۳۰N$

پله‌ی سوم: نیروی وارد شده به فنر را که داشته باشیم می‌توانیم تغییرات طول فنر را محاسبه کنیم:

$$F = k\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{F}{k} = \frac{۳۰}{۴۰۰} = ۰/۰۷۵m \Rightarrow \boxed{\Delta x = ۷/۵cm}$$

۲۸ ـ ۲ شیوه‌ی اول: پله‌ی یکم: به هر میزان که فنر $k_۲$ کشیده شود، فنر $k_۱$ فشرده می‌شود. نتیجه می‌گیریم اولاً تغییر طول هر دو فنر برابر است و ثانیاً فنرهای $k_۱$ و $k_۲$ هر دو روبه بالا بر جسم ۱۰ کیلوگرمی نیرو اثر می‌دهند (شکل روبه‌رو).



پله‌ی دوم: براساس قانون یکم نیوتن و با توجه به شکل داریم:

$$\sum F = ۰ \Rightarrow mg\sin۳۷^\circ - F_۱ - F_۲ = ۰ \Rightarrow mg\sin۳۷^\circ = k_۱\Delta x + k_۲\Delta x$$

$$\Rightarrow ۱۰\times۱۰\times۰/۶ = (۸۰۰\times\Delta x) + (۴۰۰\times\Delta x) \Rightarrow \Delta x = \frac{۶۰}{۱۲۰۰}m$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta x = ۵cm}$$

شیوه‌ی دوم: دو فنر موازی‌اند و ثابت فنرِ معادل، برابر است با:

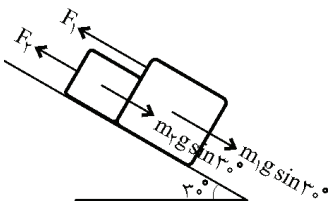
$$k_t = ۸۰۰ + ۱۴ = ۱۲۰۰N/m$$

$$mg\sin\alpha = k\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{۱۰\times۱۰\times۰/۶}{۱۲۰۰} = \frac{۵}{۱۰۰}m \Rightarrow \boxed{\Delta x = ۵cm}$$

www.konkuryha.ir

www.konkuryha.ir

۲۹ ـ ٤ در یک پله: همانند تست ۲۶ نیروهای خارجی وارد بر کل دستگاه را رسم می‌کنیم؛ سپس برایند نیروها را برابر صفر قرار می‌دهیم:

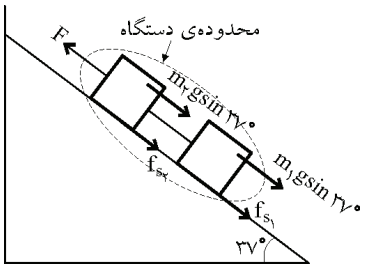


$$\sum F = 0 \Rightarrow m_1 g\sin 30^\circ + m_2 g\sin 30^\circ - F_1 - F_2 = 0$$

$$\xrightarrow{F=k\Delta x} (4\times 10\times \frac{1}{2}) + (m_2\times 10\times \frac{1}{2}) - (500\times \frac{5}{100}) - (80\times \frac{5}{100}) = 0$$

$$\Rightarrow \mathbf{m_2 = 1/8kg}$$

۳۰ ـ ۱ پله‌ی یکم: ابتدا دو جسم ۵kg و ۱۵kg را در کنار هم به‌عنوان یک دستگاه در نظر می‌گیریم. مطابق شکل «الف»، نیروهای خارجی وارد بر این دستگاه عبارتند از:



شکل «الف»

۱) نیروی محرک F (رو به بالا)

۲) نیروی $m_1 g\sin 37^\circ$ (رو به پایین)

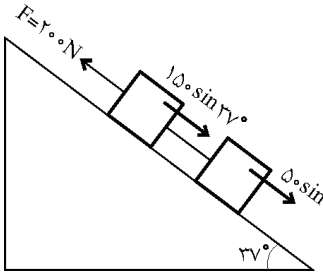
۳) نیروی $m_2 g\sin 37^\circ$ (رو به پایین)

۴) نیروهای اصطکاک ایستایی وارد بر m_1 و m_2 (که در این‌جا رو به پایین هستند.)

در این مسئله، نیروی **F = ۲۰۰N رو به بالا** است. اندازه‌ی نیروهای $mg\sin\alpha$ نیز برابرند با:

$$m_1 g\sin 37^\circ = 50\times 0/6 = 30N$$

$$m_2 g\sin 37^\circ = 150\times 0/6 = 90N$$



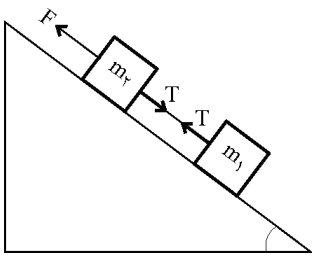
شکل «ب»

برایند F و $mg\sin\alpha$ ها رو به بالا است. پس f_s کل باید رو به پایین باشد.

برایند سه نیرویی که در شکل می‌بینید برابر با **۸۰N و رو به بالا** است، در نتیجه مطابق قانون اول نیوتن، f_s کل باید برابر با **۸۰N و رو به پایین** باشد تا $\sum F = 0$ شود.

سؤال: آیا نیروی کشش نخی که بین دو جسم است، نیروی خارجی محسوب می‌شود؟

پاسخ: خیر، نیروی کشش نخی که بین دو جسم است، برای این دستگاه **نیروی داخلی** محسوب می‌گردد. چرا که مطابق شکل «پ»، نیروی کشش T، **بین اجزاء** این دستگاه وجود دارد. یعنی m_1 به m_2 نیروی T وارد می‌کند و



شکل «پ»

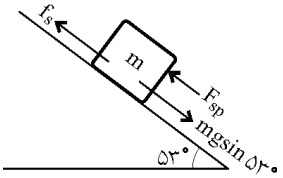
نیز متقابلاً m_2 به m_1، نیروی T وارد می‌کند. بنابراین T را در محاسبه‌ی $\sum F$ نباید دخالت دهیم.

پله‌ی دوم: اکنون که f_s کل را حساب کردیم، به‌راحتی می‌توان اصطکاک جسم m_1 با سطح شیب‌دار را پیدا کرد. طبق اطلاعات مسئله f_{s_2} (اصطکاک ایستایی m_2) برابر با **۶۰N** است و چون f_s کل برابر با ۸۰N شد، نتیجه می‌گیریم که f_{s_1} (اصطکاک ایستایی m_1) باید برابر با **۲۰N** باشد.

۳۱ ـ ۲ پله‌ی یکم: ابتدا اندازه‌ی نیروی فنر را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{sp} = k\Delta x = 400(0/06) = 24N$$

پله‌ی دوم: در این پله نیروهایی را که در راستای سطح بر جسم وارد می‌شوند، مطابق شکل مقابل رسم می‌کنیم.

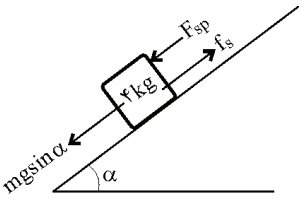


برای تعیین جهت f_s باید به این پرسش پاسخ دهید که جسم تمایل دارد در چه جهتی حرکت کند، همان‌طور که می‌دانید جهت نیروی اصطکاک همواره در خلاف جهت حرکت احتمالی جسم است. در شکل بالا نیرویی معادل ۲۴ نیوتن (F_{sp}) به سمت بالای سطح به جسم وارد می‌شود و نیرویی به اندازه‌ی ۶۴ نیوتن ($mg\sin 53^\circ$) به سمت پایین سطح به جسم وارد می‌شود. بنابراین، اگر اصطکاک وجود نداشته باشد، این جسم تمایل دارد به سمت پایین حرکت کند. بنابراین جهت نیروی اصطکاک به سمت بالا خواهد بود.

پله‌ی سوم: با توجه به این‌که برایند نیروهای وارد بر جسم صفر است، داریم: $\sum F = 0 \Rightarrow F_{sp} + f_s = mg\sin 53^\circ \Rightarrow 24 + f_s = 8(10)(0/8)$

$$\Rightarrow \mathbf{f_s = 40N}$$

۳۲ ـ ۲ پله‌ی یکم: جسم چهار کیلوگرمی را جدا کرده و نیروهای وارد شده به آن را در راستای سطح شیب‌دار رسم می‌کنیم:

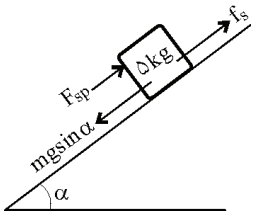


پله‌ی دوم: در این مرحله با صفر قراردادن برایند نیروها می‌توانیم مقدار α را به‌دست آوریم.

$$\sum F = 0 \Rightarrow mg\sin\alpha + F_{sp} = f_s \Rightarrow 4(10)\sin\alpha + k\Delta x = f_s$$

$$\Rightarrow 40\sin\alpha + 500(0/02) = 30 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

پله‌ی سوم: حالا جسم ۵ کیلوگرمی را مورد بررسی قرار می‌دهیم:



$$\sum F = 0 \Rightarrow mg\sin\alpha = F_{sp} + f_s$$

$$\Rightarrow mg\sin\alpha = k\Delta x + f_s$$

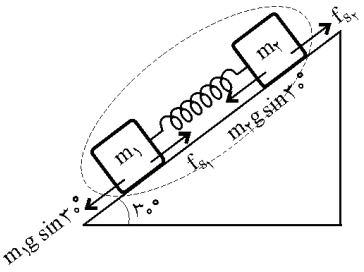
$$\Rightarrow 5(10)(\frac{1}{2}) = 500(0/02) + f_s$$

$$\Rightarrow f_s = 15N$$

www.konkuryha.ir

دقت کنید که فنر، فشرده شده است و تمایل دارد که باز شود و به طول عادی خود برگردد، به این ترتیب نیرویی که فنر به جسم ۵ کیلوگرمی وارد می‌کند به سمت بالا و نیرویی که به جسم ۴ کیلوگرمی وارد می‌کند به سمت پایین خواهد بود.

دوباره پله‌ی سوم: پله‌ی سوم این بار به گونه‌ای دیگر مطرح می‌شود. این بار برای به‌دست آوردن نیروی اصطکاک وارد شده به جسم ۵ کیلوگرمی هر دو جرم را به عنوان دستگاه انتخاب می‌کنیم.



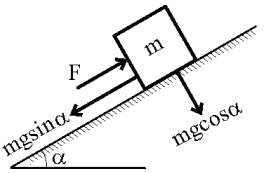
$$\sum F = 0 \Rightarrow m_1 g\sin 30 + m_2 g\sin 30° = f_{s_1} + f_{s_2}$$

$$\Rightarrow 4(10)(\tfrac{1}{2}) + 5(10)(\tfrac{1}{2}) = 30 + f_{s_2}$$

$$\Rightarrow 20 + 25 = 30 + f_{s_2} \Rightarrow \mathbf{f_{s_2} = 15N}$$

دقت کنید که در معادلات فوق، سر و کله‌ی فنر و F_{sp} پیدا نشد. چون نیروی فنر برای کل دستگاه یک نیروی داخلی است و هنگامی که دستگاه ما مجموعه‌ی هر دو جسم باشد نیروهای داخلی وارد معادلات نمی‌شوند.

۳۳ ـ ۲ پله‌ی یکم: صورت سؤال ممکن است کمی مبهم به‌نظر برسد. برای درک بهتر صورت مسأله ابتدا نگاهی به شکل مقابل بیاندازید.

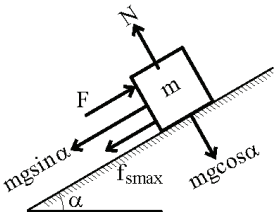


به‌نظر شما این جسم به کدام سمت حرکت می‌کند. بالا یا پایین؟!

بله درست است، ممکن است به سمت بالا حرکت کند و ممکن است به سمت پایین حرکت کند.

اگر $F > mg\sin\alpha$ باشد جسم تمایل دارد به سمت بالا برود و در این صورت جهت نیروی اصطکاک به سمت پایین خواهد بود و اگر $F < mg\sin\alpha$ باشد جسم تمایل دارد به سمت پایین حرکت کند و جهت نیروی اصطکاک به سمت بالا خواهد بود. بنابراین در دو حالت کلی باید تعادل نیروهای وارد بر جسم را بررسی کنیم.

پله‌ی دوم: اگر $F > mg\sin\alpha$ باشد داریم:



$$N = mg\cos\alpha = 5(10)\frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}N$$

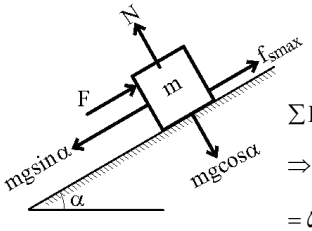
$$f_{s\max} = \mu_s N = \frac{\sqrt{3}}{5}(25\sqrt{3}) = 15N$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F - mg\sin\alpha - f_{s\max} = 0$$

$$\Rightarrow F = 5(10)(\tfrac{1}{2}) + 15 \Rightarrow \mathbf{F = 40N}$$

دقت کنید که این بیش‌ترین مقدار نیروی F است که می‌توانیم به جسم وارد کنیم تا جسم هم‌چنان ساکن بماند. اگر نیروی F اندکی از این مقدار بیش‌تر شود. جسم به سمت بالا شروع به حرکت خواهد کرد.

پله‌ی سوم: اگر $F < mg\sin\alpha$ باشد، داریم:



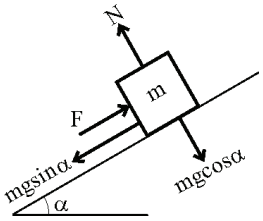
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F + f_{s\max} - mg\sin\alpha = 0$$

$$\Rightarrow F = mg\sin\alpha - f_{s\max}$$

$$= 5(10)(\tfrac{1}{2}) - 15 \Rightarrow \mathbf{F = 10N}$$

این مقدار، کم‌ترین مقدار نیروی F است که در صورت وارد شدن به جسم، جسم هم‌چنان ساکن می‌ماند. دقت کنید که اگر نیروی F اندکی از این مقدار کم‌تر باشد، جسم به سمت پایین شروع به حرکت خواهد کرد.

۳۴ ـ ۳ پله‌ی یکم: باز هم رسم شکل!

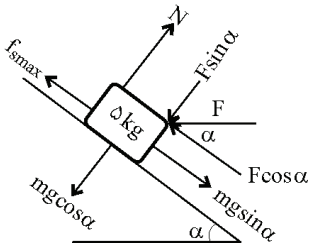


پله‌ی دوم: همان‌طور که می‌دانید، اندازه‌ی نیروی اصطکاک ایستایی برابر برایند نیروهای محرک وارد شده به جسم است. اگر برایند نیروهای وارد شده به جسم صفر شود، f_s نیز صفر خواهد شد. بنابراین داریم:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F - mg\sin\alpha = 0 \Rightarrow F = mg\sin\alpha = 5(10)(\tfrac{1}{2})$$

$$\Rightarrow \mathbf{F = 25N}$$

۳۵ ـ ۴ پله‌ی یکم: دیگر باید در رسم شکل‌های سطح شیب‌دار به تسلط کافی رسیده باشید.



پله‌ی دوم: حالا باید N و $f_{s\max}$ را بیابیم:

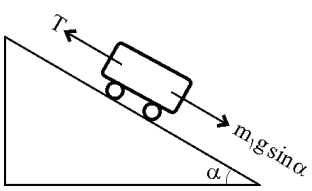
$$N = mg\cos\alpha + F\sin\alpha = 5(10)(0/8) + 0/6F = 40 + 0/6F$$

$$f_{s\max} = \mu_s N = \frac{2}{11}(40 + 0/6F) = \frac{80}{11} + \frac{1/2}{11}F$$

پله‌ی سوم: هنگامی که جسم در آستانه‌ی حرکت به سمت پایین است $f_{s\max}$ به سمت بالا بوده و نیروی F کم‌ترین مقدار خود را خواهد داشت. به این ترتیب داریم: $\sum F_x = 0 \Rightarrow mg\sin\alpha - f_{s\max} - F\cos\alpha = 0$

$$\Rightarrow 5(10)(0/6) - \frac{80}{11} - \frac{1/2}{11}F - 0/8F = 0 \Rightarrow \mathbf{F = 25N}$$

۳۶ ـ ۲ پله‌ی یکم: جسم m_1 را جدا کرده، نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم. چون ضریب اصطکاک این جسم با سطح شیب‌دار ناچیز است، از نیروی اصطکاک صرف‌نظر کرده‌ایم.

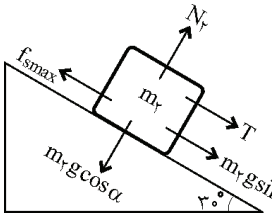


www.konkuryha.ir

پله‌ی دوم: برایند نیروهای وارد شده به این جسم را برابر صفر قرار می‌دهیم تا α به‌دست آید.

$$\sum F = ۰ \Rightarrow T = m_۱ \sin\alpha \Rightarrow ۲۰ = ۴(۱۰)\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \alpha = ۳۰^\circ$$

پله‌ی سوم: حالا نیروهای وارد شده به جسم $m_۲$ را مورد بررسی قرار می‌دهیم:



$$\sum F = ۰ \Rightarrow f_{s\max} = T + m_۲ g\sin۳۰^\circ$$

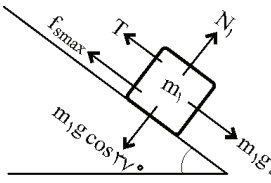
$$\Rightarrow f_{s\max} = ۲۰ + ۸(۱۰)(\frac{۱}{۲}) = ۶۰\text{N}$$

پله‌ی چهارم: اگر بتوانیم نیروی عمودی سطح ($N_۲$) را به‌دست آوریم، با داشتن $f_{s\max}$، ضریب اصطکاک ایستایی به راحتی پیدا خواهد شد.

$$N_۲ = m_۲ g\cos\alpha = ۸(۱۰)\frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۴۰\sqrt{۳}$$

$$\mu_s = \frac{f_{s\max}}{N_۲} = \frac{۶۰}{۴۰\sqrt{۳}} = \frac{۳}{۲\sqrt{۳}} \Rightarrow \boxed{\mu_s = \frac{\sqrt{۳}}{۲}}$$

۳۷ ـ ٤ پله‌ی یکم: این بار ابتدا به سراغ $m_۱$ می‌رویم، تا ببینیم چه نیروهایی به آن وارد می‌شوند.



پله‌ی دوم: در این مرحله می‌خواهیم $N_۱$ و $f_{s\max_۱}$ را به‌دست آوریم:

$$N_۱ = m_۱ g\cos۳۷^\circ = ۴(۱۰)(۰/۸) = ۳۲\text{N}$$

$$f_{s\max_۱} = \mu_{s_۱} N_۱ = ۰/۵(۳۲) = ۱۶\text{N}$$

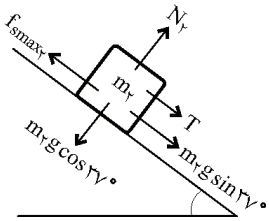
دقت کنید که مقدار $m_۱g\sin۳۷^\circ$ برابر ۲۴N می‌شود، بنابراین چون این نیروی محرک بیش‌تر از $f_{s\max}$ است، نیروی اصطکاک وارد شده به جسم بیشینه بوده و کشش نخ هم داریم. اما اگر مقدار $m_۱g\sin۳۷^\circ$ از $f_{s\max}$ کم‌تر می‌شد، آن‌گاه نیروی اصطکاک وارد شده به جسم برابر همان $m_۱g\sin۳۷^\circ$ شده و نیروی کشش نخ هم صفر می‌شد.

پله‌ی سوم: بدون شرح!

$$\sum F = ۰ \Rightarrow m_۱ g\sin۳۷^\circ = T + f_{s\max_۱}$$

$$\Rightarrow ۴(۱۰)(۰/۶) = T + ۱۶ \Rightarrow T = ۸\text{N}$$

پله‌ی چهارم: حالا که نیروی کشش نخ را یافتیم به سراغ $m_۲$ می‌رویم تا $f_{s\max_۲}$ را هم بیابیم.



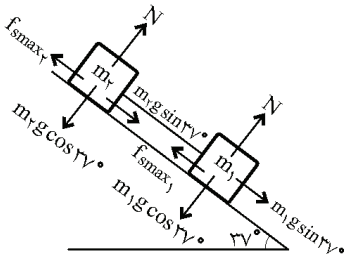
$$\sum F = ۰ \Rightarrow f_{s\max_۲} = T + m_۲ g\sin۳۷^\circ$$

$$\Rightarrow f_{s\max_۲} = ۸ + ۸(۱۰)(۰/۶) = ۵۶\text{N}$$

پله‌ی آخر: بعداز طی کردن چهار پله‌ی طولانی، به‌دست آوردن جواب در پله‌ی آخر بسیار شیرین خواهد بود.

$$\mu_{s_۲} = \frac{f_{s\max_۲}}{N_۲} = \frac{f_{s\max_۲}}{mg\cos۳۷^\circ} = \frac{۵۶}{۸(۱۰)(۰/۸)} = \frac{۵۶}{۶۴} \Rightarrow \boxed{\mu_{s_۲} = \frac{۷}{۸}}$$

روش دوم: در یک پله: پس از رسم شکل کل دستگاه با هم، $\sum F$ را برابر صفر قرار می‌دهیم: (نیروهای کشش نخ نیروی داخلی محسوب می‌شود و در محاسبه‌ی $\sum F$ دخالت ندارند.)



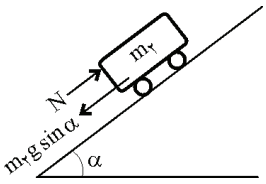
$$\sum F = ۰ \Rightarrow m_۱ g\sin۳۷^\circ - f_{s\max_۱} + m_۲ g\sin۳۷^\circ - f_{s\max_۲} = ۰$$

$$\Rightarrow (۴\times۱۰\times۰/۶) - (۰/۵\times۴\times۱۰\times۰/۸) + (۸\times۱۰\times۰/۶)$$

$$-(\mu_s \times ۸\times۱۰\times۰/۸) = ۰ \Rightarrow ۲۴ - ۱۶ + ۴۸ - ۶۴\mu_{s_۲} = ۰ \Rightarrow \boxed{\mu_{s_۲} = \frac{۷}{۸}}$$

برای استفاده از این روش باید اول مطمئن شوید که $m_۱g\sin\alpha$ بزرگ‌تر از $f_{s\max_۱}$ است (به‌نظر شما چرا؟)

۳۸ ـ ۲ پله‌ی یکم: بعداز حل کردن تست‌های قبل دیگر باید در جدا کردن اجسام و رسم نیروها حرفه‌ای شده باشید.

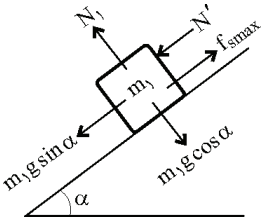


N نیرویی است که $m_۱$ به $m_۲$ وارد می‌کند.

پله‌ی دوم: برایند نیروهای وارد شده به جسم $m_۲$ صفر است، پس:

$$N = m_۲ g\sin\alpha = ۲(۱۰)\sin\alpha$$

پله‌ی سوم: حالا نیروهای وارد شده به $m_۱$ را رسم می‌کنیم. دقت کنید که همان عکس‌العمل N است که از طرف $m_۲$ به $m_۱$ وارد می‌شود.



پله‌ی چهارم: در این پله می‌خواهیم نیروی عمودی سطح و $f_{s\max}$ را حساب کنیم:

$$N_۱ = m_۱ g\cos\alpha = ۱۰(۱۰)\cos\alpha$$

$$f_{s\max} = \mu_s (N_۱) = ۰/۹\times۱۰۰\cos\alpha = ۹۰\cos\alpha$$

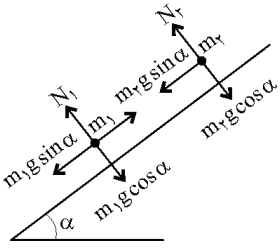
پله‌ی پنجم: حالا کافی است برایند نیروهای وارد شده به $m_۱$ را برابر صفر قرار دهیم تا α خودش را به ما نشان دهد. دقت کنید که اندازه‌ی N و N' با یک‌دیگر برابر است.

$$\sum F = ۰ \Rightarrow m_۱ g\sin\alpha + N' = f_{s\max}$$

$$\Rightarrow ۱۰(۱۰)\sin\alpha + ۲۰\sin\alpha = ۹۰\cos\alpha \Rightarrow ۱۲۰\sin\alpha = ۹۰\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{۹۰}{۱۲۰} \Rightarrow \text{tg}\alpha = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \boxed{\alpha = ۳۷^\circ}$$

روش دوم: در یک پله: در شکل روبه‌رو همه‌ی نیروها (به‌جز نیروهای داخلی که دو جسم بر هم اثر می‌دهند) را رسم کرده‌ایم قانون یکم نیوتن را برای این دستگاه می‌نویسیم:



www.konkuryha.ir

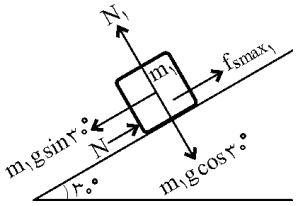
$$\sum F=0 \Rightarrow m_1 g\sin\alpha - f_{s\max} + m_2 g\sin\alpha = 0$$

$$\xrightarrow{f_{s\max}=\mu_s N_1} (10\times 10\times \sin\alpha) - (0/9\times 10\times 10\times\cos\alpha)$$

$$+(2\times 10\times\sin\alpha)=0 \Rightarrow 12\sin\alpha = 9\cos\alpha \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{9}{12}$$

$$\Rightarrow \tan\alpha=\frac{3}{4} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 37^\circ}$$

۳۹ ـ ۲ پله‌ی یکم: قبل از هر چیز باید بفهمیم که اگر جسم m_1 تنها بود، ساکن می‌ماند یا نه؟ برای این منظور باید $f_{s\max_1}$ را با $m_1 g\sin 30^\circ$ مقایسه کنیم:



شکل «الف»

$$\frac{\sqrt{3}}{5}\times 5\times 10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=15N$$

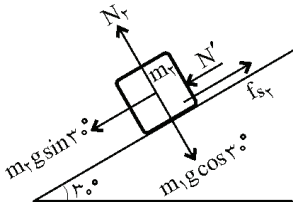
$$m_1 g\sin 30^\circ = 5\times 10\times\frac{1}{2}=25N$$

چون $m_1 g\sin 30^\circ$ بزرگ‌تر از $f_{s\max_1}$ است پس اگر m_1 تنها بود، ساکن نمی‌ماند. برای ساکن ماندن m_1 باید m_2 به m_1، نیروی N را اثر دهد (شکل «الف»):

$$\sum F=0 \Rightarrow m_1 g\sin 30^\circ - f_{s\max_1} - N = 0$$

$$\Rightarrow 25-15-N=0 \Rightarrow N=10N$$

پله‌ی دوم: جسم m_1 را رها می‌کنیم و جسم m_2 را مورد بررسی قرار می‌دهیم (شکل «ب»). N' نیرویی است که جسم m_1 در پاسخ N به جسم m_2 اثر می‌دهد $(N'=N)$.



چون جسم ساکن است داریم:

$$\sum F=0 \Rightarrow m_2 g\sin 30^\circ + N' - f_{s_2} = 0$$

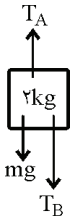
$$\Rightarrow 10\times 10\times\frac{1}{2}+10-f_{s_2}=0 \Rightarrow \boldsymbol{f_{s_2}=60N}$$

پله‌ی اضافه: برای آن‌که مطمئن شویم طراح اشتباه نکرده، $f_{s\max_2}$ را هم حساب می‌کنیم:

$$f_{s\max_2}=\mu_s N_2=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 10\times 10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=75N$$

واضح است که $f_{s_2} < f_{s\max_2}$ است و طراح اشتباه نکرده است!

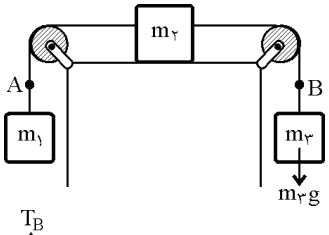
۴۰ ـ ۲ پله‌ی یکم: کافی است جسم ۲ کیلوگرمی را از مجموعه جدا کرده و برایند نیروهای وارد شده به آن را برابر صفر قرار دهیم.



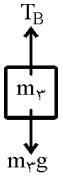
پله‌ی دوم: $\sum F=0 \Rightarrow T_A = mg + T_B \Rightarrow 45 = 20 + T_B$

$$\Rightarrow \boldsymbol{T_B = 25N}$$

۴۱ ـ ۳ پله‌ی یکم: در این پله، شکل سؤال را دوباره رسم کرده‌ایم. همین!

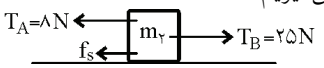


پله‌ی دوم: جسم m_3 را جدا می‌کنیم و برایند نیروهای وارد بر آن را برابر صفر قرار می‌دهیم تا کشش نخ در نقطه‌ی B به‌دست آید:



$$\sum F=0 \Rightarrow T_B = m_3 g = 2/5(10)=25N$$

پله‌ی سوم: حالا جسم m_2 را تنها می‌گیریم!

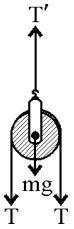


اگر جسم m_2 و سطح میز دارای اصطکاک نباشند، جسم m_2 تمایل دارد به سمت راست حرکت کند؛ بنابراین جهت نیروی اصطکاک به سمت چپ خواهد بود.

پله‌ی آخر: بدون شرح!

$$\sum F=0 \Rightarrow T_B = f_s + T_A \Rightarrow 25 = f_s + 8 \Rightarrow \boldsymbol{f_s = 17N}$$

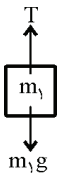
۴۲ ـ ۴ پله‌ی یکم: نیروهای وارد شده به قرقره را مطابق شکل مقابل رسم می‌کنیم:



پله‌ی دوم: با توجه به این‌که قرقره ساکن است، برایند نیروهای وارد شده به آن صفر خواهد بود. بدین‌ترتیب می‌توانیم T را به‌دست آوریم:

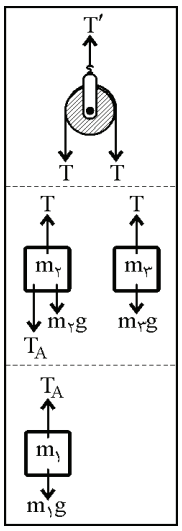
$$\sum F=0 \Rightarrow T' = 2T + mg \Rightarrow 4/8 = 2(T) + 0/1(10) \Rightarrow T = 1/9N$$

پله‌ی سوم: نیروهای وارد شده به جسم m_1 مطابق شکل روبه‌رو هستند. چون مجموعه ساکن است، برایند نیروهای وارد شده به m_1 صفر است.



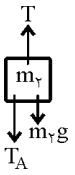
$$\sum F=0 \Rightarrow m_1 g = T \Rightarrow m_1 = \frac{T}{g}=\frac{1/9}{10}=0/19kg \Rightarrow \boldsymbol{m_1 = 190g}$$

۴۳ ـ ۴ پله‌ی یکم: اول به شکل قطعه‌قطعه‌شده‌ی مجموعه نگاهی دقیق بیاندازید تا بعد:



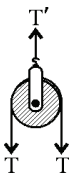
www.konkuryha.ir

پله‌ی دوم: حالا برایند نیروهای وارد شده به جسم $m_۲$ را برابر صفر قرار می‌دهیم تا T به‌دست آید.



$$\sum F = ۰ \Rightarrow T = T_A + m_۲g = ۳۰ + ۲(۱۰) = ۵۰N$$

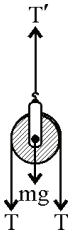
پله‌ی سوم: حالا دیگر نوبت قرقره است.



$$\sum F = ۰ \Rightarrow T' = ۲T = ۲(۵۰) \Rightarrow \mathbf{T' = ۱۰۰N}$$

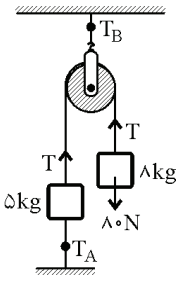
برای تمرین بیش‌تر سعی کنید به کمک شکل رسم شده در پله‌ی یکم، مقادیر $m_۱$ و $m_۳$ را به‌دست آورید.

۴۴ ـ ٤ پله‌ی سوم: کافی است در پله‌ی سوم پاسخ سؤال قبل تغییر کوچکی ایجاد کنیم تا به پاسخ این تست دست یابیم:



$$\sum F = ۰ \Rightarrow T' = ۲T + mg = ۲(۵۰) + ۰/۲(۱۰) \Rightarrow \mathbf{T' = ۱۰۲N}$$

۴۵ ـ ٤ پله‌ی یکم: ابتدا مطابق شکل «الف» به جای نیروسنج‌ها، نخ‌های بدون جرمی را در نظر می‌گیریم و می‌دانیم که کشش این نخ‌ها برابر با عدد نیروسنج‌ها خواهد بود. اگر نیروهای وارد بر جسم ۸kg را رسم کنیم، با توجه به ساکن بودن دستگاه، داریم:

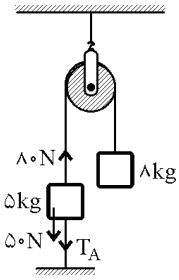


شکل «الف»

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow T = ۸۰N$$

بنابراین به جسم ۵kg نیز یک کشش ۸۰N رو به بالا وارد می‌شود.

پله‌ی دوم: اکنون نیروهای وارد بر جسم ۵kg را مشخص می‌کنیم. مطابق شکل «ب» و با توجه به ساکن بودن جسم ۵kg، داریم:

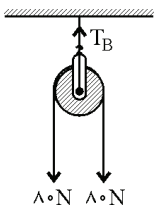


شکل «ب»

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow ۸۰ = ۵۰ + T_A = \mathbf{T_A = ۳۰N}$$

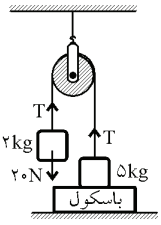
می‌توان نتیجه گرفت که نیروسنج A، **۳۰N** را نشان می‌دهد.

پله‌ی سوم: با توجه به آن‌چه که پیش از این درباره‌ی **کشش نخ متصل به محور** در قرقره‌ها آموختید و با توجه به شکل «پ» واضح است که $\mathbf{T_B = ۲\times ۸۰ = ۱۶۰N}$ است. در نتیجه نیروسنج B نیز عدد **۱۶۰N** را نشان خواهد داد.



شکل «پ»

۴۶ ـ ۲ پله‌ی یکم: مطابق شکل «الف» چون جسم ۲kg ساکن است، بنابراین $T = ۲۰N$ است. پس کشش نخ متصل به جسم ۵kg نیز برابر با ۲۰N است.



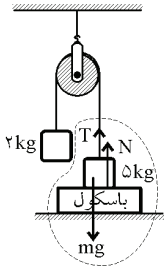
شکل «الف»

پله‌ی دوم: نیروهای وارد بر جسم ۵kg مطابق شکل «ب» عبارتند از:

۱) کشش نخ (T ، رو به بالا)

۲) وزن (mg ، رو به پایین)

۳) نیروی عمودی تکیه‌گاه که از طرف باسکول به وزنه وارد می‌شود (N ، رو به بالا)

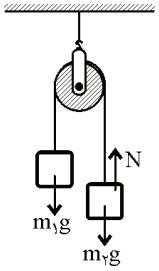


شکل «ب»

با توجه به **ساکن** بودن جسم ۵kg داریم:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow T + N = mg \Rightarrow N = mg - T = ۵۰ - ۲۰ \Rightarrow \mathbf{N = ۳۰N}$$

پله‌ی سوم: مطابق با **قانون سوم نیوتن**، همان‌گونه که باسکول نیروی ۳۰ نیوتنی به جسم وارد می‌کند، جسم نیز نیرویی معادل **۳۰ نیوتن** به باسکول وارد می‌کند و پیش از این آموختید که **عددی** که **یک باسکول نشان می‌دهد برابر با نیرویی است که به آن وارد می‌شود**. بنابراین باسکول نیز عددی معادل **۳۰N** را نشان خواهد داد.

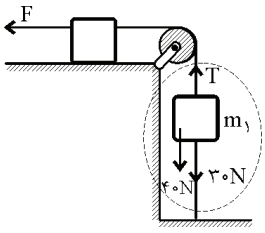


روش دوم: در یک پله: کل دستگاه را که در نظر بگیریم، نیروهای کشش، نیروی داخلی محسوب می‌شوند. با توجه به شکل روبه‌رو داریم:

$$\sum F = ۰ \Rightarrow m_۱g + N - m_۲g = ۰$$

$$\Rightarrow ۲۰ + N - ۵۰ = ۰ \Rightarrow \mathbf{N = ۳۰N}$$

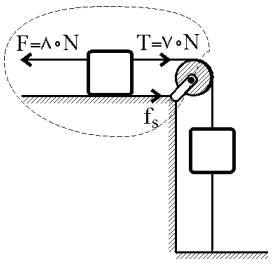
۴۷ ـ ۱ شیوه‌ی اول: پله‌ی یکم: مطابق معمول به جای نیروسنج نخی بدون جرم قرار می‌دهیم (شکل «الف») و می‌دانیم که کشش این نخ برابر با **۳۰N** است. اگر نیروهای وارد بر جسم $m_۱$ را رسم کنیم، با توجه به **ساکن بودن** این جسم، مقدار T برابر است با:



شکل «الف»

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow T = ۴۰ + ۳۰ = ۷۰N$$

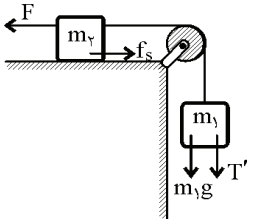
پله‌ی دوم: اکنون نیروهای وارد بر جسم $m_۲$ را رسم می‌کنیم (شکل «ب»). طبق آن‌چه که پیش از این توضیح دادیم، برای تعیین جهت f_s، ابتدا فرض می‌کنیم که هیچ اصطکاکی به جسم وارد نمی‌شود. **چون برایند F و T** برابر با ۱۰N و به **سمت چپ** است، لازم است



شکل «ب»

www.konkuryha.ir

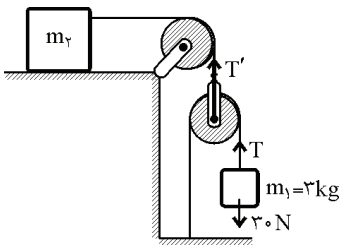
که مقدار f_s نیز برابر **۱۰N** و جهت آن **به سمت راست** باشد تا جسم $m_۲$ نیز ساکن بماند.



شیوه‌ی دوم: در یک پله: اگر جرم‌های $m_۱$ و $m_۲$ را به‌عنوان کل دستگاه انتخاب کنیم، نیروی T ، داخلی محسوب شده، در محاسبه‌ی ΣF نقشی ندارد:

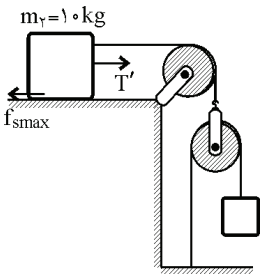
$$\Sigma F = ۰ \Rightarrow F - f_s - m_۱g - T' = ۰ \Rightarrow ۸۰ - f_s - ۴۰ - ۳۰ \Rightarrow \mathbf{f_s = ۱۰N}$$

۴۸ ـ ٤ پله‌ی یکم: ابتدا نیروهای وارد بر جسم $m_۱$ را رسم می‌کنیم تا بتوانیم T را به‌دست آوریم (شکل «الف»). با توجه به ساکن بودن جسم $m_۱$، دیگر به‌راحتی می‌دانیم که $T = ۳۰N$ است. از آن‌جایی که T، کشش نخ داخل شیار است، می‌توان نتیجه گرفت که T' (کشش نخ متصل به محور قرقره) باید برابر با **۶۰N** باشد $(T' = ۲T)$.



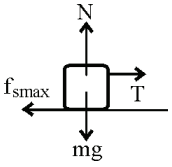
شکل «الف»

پله‌ی دوم: اکنون نیروهای وارد بر جسم $m_۲$ را رسم می‌کنیم (شکل «ب»). مشخص است که T'، جسم $m_۲$ را به سمت راست می‌کشد. در نتیجه اصطکاک ایستایی وارد بر $m_۲$ باید به سمت چپ باشد. و چون جسم $m_۲$ **در آستانه‌ی حرکت** است، داریم: $f_{s\,max} = T' = ۶۰N$



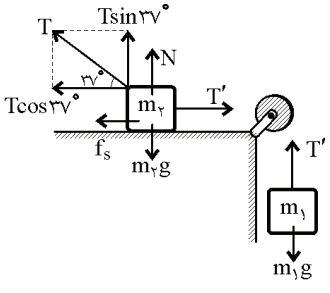
شکل «ب»

پله‌ی سوم: اکنون از رابطه‌ی $f_{s\,max} = \mu_s N$ به‌راحتی می‌توان μ_s را حساب کرد. فراموش نکنید که چون جسم $m_۲$ روی سطح افقی واقع است، در راستای قائم به‌جز وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه نیروی دیگری بر جسم اثر نمی‌کند، نیروی عمودی تکیه‌گاه (N) وارد بر این جسم برابر با mg است (شکل «پ»). داریم: $f_{s\,max} = \mu_s(mg) = \mu_s(۱۰۰) = ۶۰ \Rightarrow \mathbf{\mu_s = ۰/۶}$



شکل «پ»

۴۹ ـ ٣ پله‌ی یکم: باز هم مجموعه را قطعه قطعه می‌کنیم و بعد نیروهای وارد شده به هر قطعه را رسم می‌کنیم. همان‌طور که می‌بینید، نیروی T را هم تجزیه کرده‌ایم.



پله‌ی دوم: اگر برایند نیروهای وارد بر جسم $m_۱$ را برابر صفر قرار دهیم، T' به‌دست می‌آید. $\Sigma F_{y_۱} = ۰ \Rightarrow T' = m_۱g = ۴(۱۰) = ۴۰N$

پله‌ی سوم: در این پله برایند نیروهای وارد شده به $m_۲$ را در راستای افقی برابر صفر قرار می‌دهیم تا f_s به‌دست آید.

$$\Sigma F_{x_۲} = ۰ \Rightarrow T' = T\cos ۳۷ + f_s \Rightarrow ۴۰ = ۲۵(۰/۸) + f_s \Rightarrow f_s = ۲۰N$$

پله‌ی چهارم: این بار نوبت برایند نیروها در راستای قائم است که برابر صفر قرار گیرند.

$$\Sigma F_{y_۲} = ۰ \Rightarrow N + T\sin ۳۷ = m_۲g \Rightarrow N + ۲۵(۰/۶) = ۵(۱۰)$$

$$\Rightarrow N = ۳۵N$$

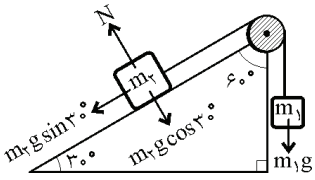
پله‌ی آخر: حالا همه‌چیز آماده است تا نیروی واکنش سطح را محاسبه کنیم:

$$R = \sqrt{N^۲ + f_s^۲} = \sqrt{۳۵^۲ + ۲۰^۲} \Rightarrow \mathbf{R \simeq ۴۰N}$$

۵۰ ـ ٣ پله‌ی آخر: می‌توانیم خیلی ساده و سریع بگوییم که کشش نخ برابر ۴۰ نیوتن است!

دقت کنید که با توجه به تعادل جسم ۴ کیلوگرمی، نیروی کشش نخ متصل شده به آن برابر mg می‌باشد که ۴۰N می‌شود و با توجه به این‌که در ادامه‌ی مسیر هم‌چنان با همان نخ طرف هستیم، پس باز هم کشش آن همان ۴۰N است. اگر هنوز مطلب برایتان درست جا نیافتاده است، نگاهی دوباره بر مثال ۱۲ بیاندازید و این‌بار با دقت بیش‌تری نکته‌ی مربوط به آن را بخوانید.

۵۱ ـ ١ پله‌ی یکم: ابتدا نیروهای وارد شده به مجموعه را مطابق شکل مقابل رسم می‌کنیم:



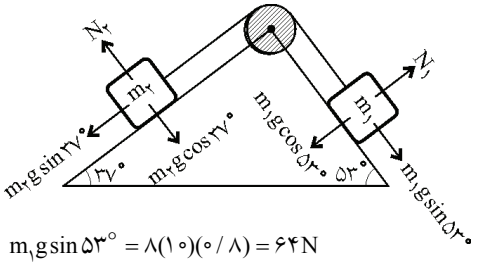
پله‌ی دوم: حالا می‌خواهیم مقادیر $m_۱g$ و $m_۲g\sin ۳۰$ را محاسبه کنیم.

$$m_۱g = ۴(۱۰) = ۴۰N$$

$$m_۲g\sin ۳۰^\circ = ۸(۱۰)(\tfrac{۱}{۲}) = ۴۰N$$

همان‌طور که می‌بینید مقدار این دو نیرو با یک‌دیگر برابر است. بنابراین مجموع نیروهای محرک وارد شده به اجسام صفر بوده، در نتیجه **نیروی اصطکاک ایستایی هم صفر** می‌شود.

۵۲ ـ ٤ پله‌ی یکم: ابتدا شکل ساده‌ای از دستگاه را رسم می‌کنیم.

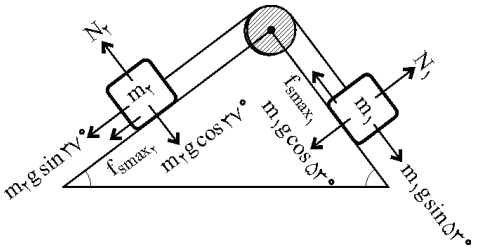


$$m_۱g\sin ۵۳^\circ = ۸(۱۰)(۰/۸) = ۶۴N$$

$$m_۲g\sin ۳۷^\circ = ۴(۱۰)(۰/۶) = ۲۴N$$

www.konkur

همان‌طور که می‌بینید اندازه‌ی $m_1 g\sin 53^\circ$ بیش‌تر از اندازه‌ی $m_2 g\sin 37^\circ$ است، بنابراین در غیاب نیروی اصطکاک جسم m_1 تمایل دارد به سمت پایین حرکت کند و جسم m_2 می‌خواهد بالا رود. حالا با توجه به این نکته، جهت نیروهای اصطکاک مشخص شده و شکل ما به‌صورت زیر کامل می‌شود:



پله‌ی دوم: در این پله نیروهای عمودی سطح و اندازه‌ی نیروهای اصطکاک را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} N_1 = m_1 g\cos 53^\circ = 8(10)(0/6) = 48N \\ N_2 = m_2 g\cos 37^\circ = 4(10)(0/8) = 32N \end{cases}$$

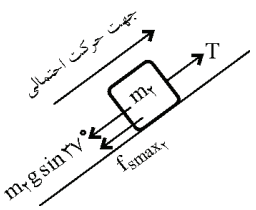
$$\begin{cases} f_{s\max_1} = \mu_s N_1 = 48\mu_s \\ f_{s\max_2} = \mu_s N_2 = 32\mu_s \end{cases}$$

پله‌ی سوم: برایند نیروهای وارد بر کل دستگاه، چنین است:

$$\sum F = 0 \Rightarrow m_1 g\sin 53^\circ - f_{s\max_1} - m_2 g\sin 37^\circ - f_{s\max_2} = 0$$

$$\Rightarrow 64 - 48\mu_s - 24 - 32\mu_s = 0 \Rightarrow \mu_s = 0/5$$

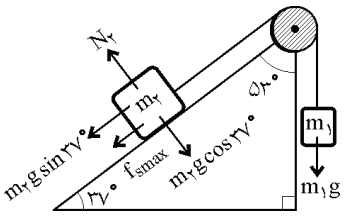
پله‌ی آخر: نخ را برش می‌دهیم و یک طرف دستگاه را نگه می‌داریم (شکل روبه‌رو)؛ در این صورت داریم:



$$T - m_2 g\sin 37^\circ - f_{s\max_2} = 0$$

$$\Rightarrow T = 24 + (32\times 0/5) \Rightarrow \mathbf{T = 40N}$$

۵۳ ـ ۲ پله‌ی یکم: برای حل این سؤال باید دستگاه را در دو حالت مختلف مورد بررسی قرار دهیم. در حالت اول فرض می‌کنیم جسم m_2 در آستانه‌ی حرکت به سمت بالا باشد، در این‌صورت نیروی اصطکاک وارد شده به آن به سمت پایین سطح می‌باشد. به شکل دقت کنید.



پله‌ی دوم: حالا وقت آن است که اندازه‌ی نیروی اصطکاک را به‌دست آوریم:

$$N = m_2 g\cos 37 = 5(10)(0/8) = 40N$$

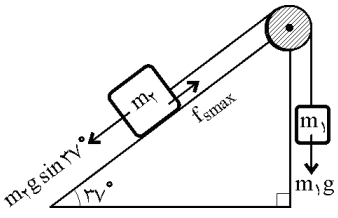
$$f_{s\max} = \mu_s N = 0/4(40) = 16N$$

پله‌ی سوم: چون مجموعه در حال سکون است برایند نیروهای وارد بر آن صفر می‌شود. دقت کنید که چون کل مجموعه را به‌عنوان دستگاه در نظر گرفته‌ایم و با توجه به این‌که نیروهای کشش نخ در این حالت نیروهای داخلی محسوب می‌شوند، در هنگام محاسبه‌ی برایند، نیروهای کشش نخ وارد معادلات نمی‌شوند.

$$\sum F = 0 \Rightarrow m_1 g = m_2 g\sin 37 + f_{s\max} \Rightarrow m_1 g = 5(10)(0/6) + 16 = 46N$$

$$\Rightarrow m_1 = 4/6kg$$

پله‌ی چهارم: حالا نوبت آن رسیده است که فرض کنیم جسم m_2 در آستانه‌ی حرکت به سمت پایین است. در این حالت جهت نیروی اصطکاک ایستایی که به جسم m_2 وارد می‌شود به سمت بالای سطح خواهد بود.



در این حالت مقادیر نیروهای $f_{s\max}$ و $m_2 g\sin 37^\circ$ نسبت به حالت قبل تغییر نخواهد کرد و فقط جهت $f_{s\max}$ تغییر می‌کند.

پله‌ی پنجم: بار دیگر باید برایند نیروهای وارد شده به دستگاه را برابر صفر قرار دهیم.

$$\sum F = 0 \Rightarrow m_1 g + f_{s\max} = m_2 g\sin 37^\circ$$

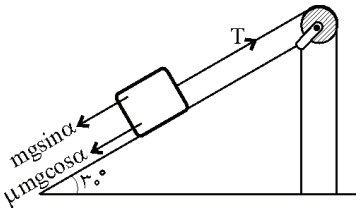
$$\Rightarrow m_1 g = m_2 g\sin 37^\circ - f_{s\max} \Rightarrow m_1 g = 30 - 16 = 14N$$

$$\Rightarrow m_1 = 1/4kg$$

پله‌ی آخر: پس! $\mathbf{1/4 \le m_1 \le 4/6}$

۵۴ ـ ۴ ابتدا پاسخی را که در کتاب سازمان سنجش و آموزش کشور برای این تست نگارش شده است با هم می‌خوانیم:

وزنه ممکن است در آستانه‌ی حرکت رو به بالا، به ریسمان بسته شده باشد که در این‌صورت با کم‌ترین افزایش نیروی کشش ریسمان، جسم به طرف بالای سطح کشیده می‌شود. در این حالت نیروی اصطکاک و مؤلفه‌ی نیروی وزن در راستای سطح $(mg\sin\alpha)$ هم‌جهت می‌باشند:

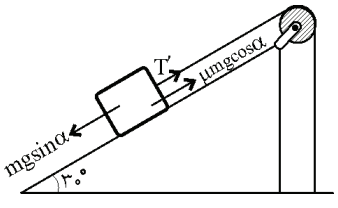


$$T - mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow T - 5\times 10\times\frac{1}{2} - 0/4\times 5\times 10\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \Rightarrow T = 42N$$

بیش ترین نیروی کشش در آستانه‌ی حرکت رو به بالا 42N است.

اگر وزنه در آستانه‌ی حرکت رو به پایین به ریسمان بسته شده باشد، با کم‌ترین کاهش نیروی کشش ریسمان، جسم به‌طرف پایین به حرکت درمی‌آید و در این حالت نیروی کشش ریسمان و نیروی اصطکاک هم‌جهت هستند.



بنابراین:

$$mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha - T' = 0$$

$$\Rightarrow T' = 5\times 10\times\frac{1}{2} - 0/4\times 5\times 10\times\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \mathbf{T' = 8N}$$

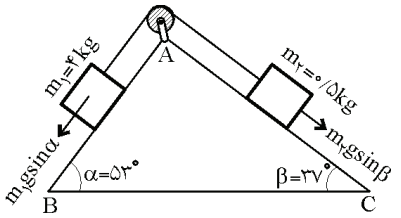
www.konkuryha.ir

پس کم‌ترین نیروی کشش در آستانه‌ی حرکت ۸N است و از آن‌جا $۸ \le T \le ۴۲$. بنابراین پاسخ **گزینه‌ی ۴** است.

به‌نظر شما آیا این ریسمان می‌تواند جسم را بالا بکشد یا فقط از افتادن آن ممانعت می‌کند؟ این نکته‌ای است که طراح و پاسخ دهنده‌ی سازمان سنجش به آن توجه نکرده‌اند.

ما در کم‌ترین مقدار T با سازمان سنجش موافقیم اما امکان این‌که نیروی اصطکاک به‌طرف پایین سطح باشد و یا این‌که جسم در آستانه‌ی حرکت به‌طرف بالا باشد بعید به نظر می‌رسد (مگر این‌که ریسمان به‌کار رفته در این تست، کِشی باشد یا یک فنر به انتهای ریسمان وصل باشد!).

۵۵ ـ ۴ در شکل روبه‌رو نیروهایی را که در تعادل دستگاه نقش دارند، ملاحظه می‌فرمایید. نیروی اصطکاک بین وزنه‌ی $m_۱$ و سطح از نوع ایستایی است و مقدار آن به روش زیر محاسبه می‌شود:



$$\sum F = ۰ \Rightarrow m_۱ g \sin\alpha - f_s - m_۲ g \sin\beta = ۰$$

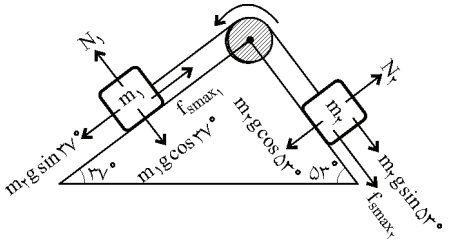
$$\Rightarrow ۴\times۱۰\times۰/۸ - f_s - ۵\times۱۰\times۰/۶ = ۰ \Rightarrow f_s = ۲N$$

از طرفی می‌دانیم: $f_{s\max} \ge f_s \Rightarrow \mu_s m_۱ g\cos\alpha \ge ۲$

$$\Rightarrow \mu_s \times ۴\times۱۰\times۰/۶ \ge ۲ \Rightarrow \boldsymbol{\mu_s \ge \frac{۱}{۱۲}}$$

پس، حداقل مقدار μ_s برابر $\frac{۱}{۱۲}$ است.

۵۶ ـ ۳ **پله‌ی یکم:** برای حل این سؤال هم باید در دو حالت مختلف نیروهای وارد شده به دستگاه را بررسی کنیم. در حالت اول تصور می‌کنیم جسم $m_۱$ در آستانه‌ی حرکت به سمت پایین باشد. در این‌صورت نیروهای وارد شده به دستگاه مطابق شکل زیر خواهند بود.



پله‌ی دوم: نوبت یافتن نیروهای عمودی سطح است و بعداز آن هم نیروهای اصطکاک را به‌دست خواهیم آورد.

$$\begin{cases} N_۱ = m_۱ g\cos۳۷^\circ = ۸m_۱ \Rightarrow f_{s\max_۱} = \mu_s N_۱ = ۲m_۱ \\ N_۲ = m_۲ g\cos۵۳^\circ = ۱۲N \Rightarrow f_{s\max_۲} = \mu_s N_۲ = ۳N \end{cases}$$

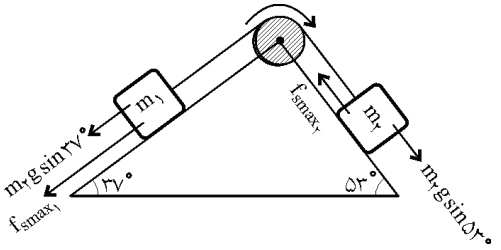
پله‌ی سوم: مجموعه ساکن و برایند نیروهای وارد شده به آن صفر است.

$$\sum F = ۰ \Rightarrow m_۱ g\sin۳۷^\circ = f_{s\max_۱} + f_{s\max_۲} + m_۲ \sin۵۳^\circ$$

$$\Rightarrow m_۱(۶) = ۲m_۱ + ۳ + ۲(۱۰)(۰/۸) \Rightarrow ۴m_۱ = ۱۹$$

$$\Rightarrow m_۱ = \frac{۱۹}{۴} = ۴/۷۵kg$$

پله‌ی چهارم: باید دوباره مراحل طی شده در سه پله‌ی قبل را تکرار کنیم. اما این بار با این فرض که جسم $m_۱$ در آستانه‌ی حرکت به سمت بالا است.



پله‌ی پنجم: با توجه به این‌که فقط جهت نیروهای اصطکاک تغییر کرده و اندازه‌ی آن‌ها نسبت به حالت قبل تغییر نداشته است، می‌توانیم برایند نیروهای وارد بر دستگاه را برابر صفر قرار داده، دوباره $m_۱$ را به‌دست آوریم:

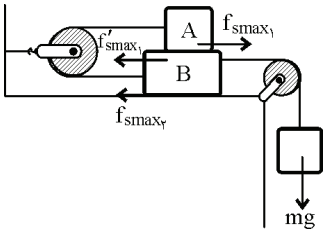
$$\sum F = ۰ \Rightarrow m_۱ g\sin۳۷^\circ + f_{s\max_۱} + f_{s\max_۲} = m_۲ g\sin۵۳^\circ$$

$$\Rightarrow m_۱(۶) + ۲m_۱ + ۳ = ۲(۱۰)(۰/۸)$$

$$\Rightarrow ۸m_۱ = ۱۳ \Rightarrow m_۱ = \frac{۱۳}{۸} = ۱/۶۲۵kg$$

پله‌ی ششم: به این ترتیب حدود تغییرات $m_۱$ برای این‌که دستگاه ساکن بماند به‌صورت $۱/۶۲۵ \le m_۱ \le ۴/۷۵$ است. حالا کافی است بررسی کنیم کدام‌یک از گزینه‌ها در این محدوده قرار می‌گیرد. امیدواریم شما هم **گزینه‌ی ۳** را انتخاب کرده باشید.

۵۷ ـ ۴ آن‌چه که در حل این مسئله **از اهمیت اساسی** برخوردار است، تشخیص **نیروهای خارجی** وارد بر دستگاه است. اگر **هر سه وزنه** را با هم **یک دستگاه واحد** درنظر بگیریم، در این صورت مطابق شکل با **چهار نیروی خارجی** سروکار داریم:



۱) نیروی وزن m (یعنی mg)

۲) نیروی اصطکاکی که B به A وارد می‌کند ($f_{s\max_۱}$)

۳) نیروی اصطکاکی که A به B وارد می‌کند ($f'_{s\max_۱}$)

۴) نیروی اصطکاکی که زمین به B وارد می‌کند ($f_{s\max_۲}$)

در این‌جا لازم است توضیحاتی درباره‌ی نیروهای اصطکاک داده شود:

الف) چون جسم A در آستانه‌ی حرکت به **سمت چپ** است، پس $f_{s\max_۱}$ باید **به سمت راست** باشد.

ب) چون جسم B در آستانه‌ی حرکت به **سمت راست** است، نیروهای اصطکاکی که **جسم A** و **زمین** به **جسم B** وارد می‌کنند، باید به **سمت چپ** باشند.

پ) $f_{s\max_۱}$ و $f'_{s\max_۱}$ با هم برابرند. چرا که **عمل و عکس‌العمل** محسوب می‌شوند.

www.konkuryha.ir

ت) $f_{s\max_1}=\mu_s N_1$ است. N_1 نیروی عمودی تکیه‌گاه در محل تماس A و B است. با قرار دادن یک باسکول بین جسم‌های A و B، مقدار N_1 برابر با وزن جسم A (یعنی ۳۰N) خواهد شد.

ث) $f_{s\max_2}=\mu_s N_2$ است. N_2 نیروی عمودی تکیه‌گاه در محل تماس B با زمین است. با قرار دادن یک باسکول بین جسم B و زمین مقدار N_2 برابر با مجموع وزن‌های A و B (یعنی ۸۰ نیوتن) به‌دست خواهد آمد.

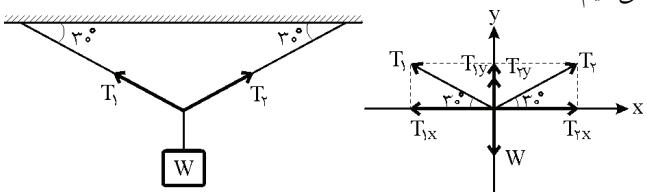
اکنون کافی است که مقادیر $f_{s\max_1}$، $f'_{s\max_1}$ و $f_{s\max_2}$ را حساب کرده و با هم جمع کنیم. بدیهی است که نیروی mg باید برابر با مجموع این **نیروهای مقاوم** باشد تا دستگاه در **آستانه‌ی حرکت قرار گیرد**:

$$f_{s\max_1}=\mu_s N_1=\frac{1}{3}\times 30=10N$$
$$f'_{s\max_1}=f_{s\max_1}=10N$$
$$f_{s\max_2}=\mu_s N_2=\frac{1}{2}\times 80=40N$$

در نتیجه mg برابر می‌شود با:

$$\Rightarrow \sum f=0\Rightarrow mg=f_{s\max_1}+f'_{s\max_1}+f_{s\max_2}$$
$$\Rightarrow mg=10+10+40=60N\Rightarrow \mathbf{m=6kg}$$

۵۸ ـ ۳ **روش اول: پله‌ی یکم:** مطابق شکل زیر نیروهای هم‌رس را در یک دستگاه مختصات رسم کرده، در راستای محورهای مختصات تجزیه می‌کنیم:



پله‌ی دوم: با توجه به شکل بالا مقادیر T_{2x} و T_{1x} با یک‌دیگر برابر بوده، یک‌دیگر را خنثی می‌کنند. حالا می‌توانیم تعادل نیروها را در راستای قائم بررسی کنیم:

$$\sum F_y=0\Rightarrow T_{1y}+T_{2y}=W\Rightarrow T_1\sin 30^\circ+T_2\sin 30^\circ=W$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}(T_1)+\frac{1}{2}(T_2)=W\xrightarrow{T_1=T_2=T}\frac{1}{2}(T)+\frac{1}{2}(T)=W\Rightarrow T=W$$

دقت کنید که باز هم به علت تقارن می‌توانیم بگوییم که:

$$T_1=T_2=T$$

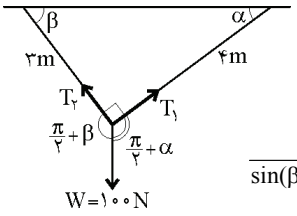
روش دوم: پله‌ی اول و آخر: طبق قضیه لامی داریم:

$$\frac{T_1}{\sin(90^\circ+30^\circ)}=\frac{T_2}{\sin(90^\circ+30^\circ)}=\frac{W}{\sin(120^\circ)}\Rightarrow T_1=T_2=W$$

روش سوم: چون دستگاه در حال تعادل است و سه نیرو با هم زاویه‌های برابر (۱۲۰°) می‌سازند، لزوماً هر سه نیرو با هم برابرند:

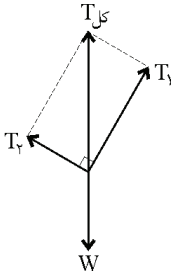
$$T_1=T_2=W$$

۵۹ ـ ۳ به کمک شکل مقابل و قضیه‌ی لامی به راحتی T_1 و T_2 را به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{T_1}{\sin(\beta+90^\circ)}=\frac{T_2}{\sin(\alpha+90^\circ)}=\frac{W}{\sin(90^\circ)}$$
$$\Rightarrow \frac{T_1}{\cos\beta}=\frac{T_2}{\cos\alpha}=\frac{W}{1}$$
$$\Rightarrow \frac{T_1}{\frac{3}{5}}=\frac{T_2}{\frac{4}{5}}=100\Rightarrow\begin{cases}T_1=60N\\T_2=80N\end{cases}$$

۶۰ ـ ۱ **پله‌ی یکم:** در شکل مقابل نقطه‌ی هم‌رسی نخ‌ها رسم شده است. نخ سمت راست به نقطه‌ی A و نخ سمت چپ به وزنه‌ی ۸۰ گرمی متصل است.



پله‌ی دوم: اگر مجموعه در حال تعادل باشد، باید برایند دو نیروی T_1 و T_2 هم‌اندازه با W و در خلاف جهت آن باشد، تا برایند نیروها برابر صفر شود. به این ترتیب داریم: $|T_{کل}|=|W|=mg=0/1(10)=1N$

پله‌ی سوم: اندازه‌ی نیروی کشش نخ T_2 برابر وزن جسم ۸۰ گرمی است. حالا با داشتن $T_{کل}$ و T_2 به‌راحتی می‌توانیم T_1 را محاسبه کنیم:

$$T_2=m_2g=0/08(10)=0/8N$$
$$T_{کل}=\sqrt{T_1^2+T_2^2}\Rightarrow 1=T_1^2+(0/8)^2\Rightarrow T_1=0/6N$$

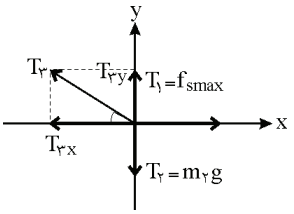
پله‌ی چهارم: نیروی کشش نخ T_1 هم‌اندازه با نیروی وزن، جسمی است که در نقطه‌ی A به نخ آویزان می‌شود. بنابراین داریم: $m_1g=T_1$

$$m_1=\frac{T_1}{g}=\frac{0/6}{10}=0/06kg\Rightarrow \mathbf{m_1=60g}$$

۶۱ ـ ۴ **شیوه‌ی اول: پله‌ی یکم:** قبل از هرچیز اندازه‌ی $f_{s\max}$ را که به جسم ۱۰ کیلوگرمی وارد می‌شود، به‌دست می‌آوریم:

$$N=mg=10(10)=100N$$
$$f_{s\max}=\mu_s N=0/6(100)=60N$$

پله‌ی دوم: حالا مطابق شکل مقابل نیروهای هم‌رس را در یک دستگاه مختصات رسم کرده و T_3 را نیز تجزیه می‌کنیم:



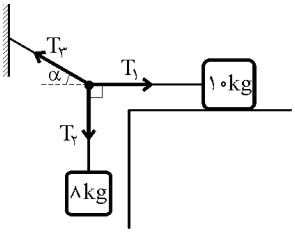
پله‌ی سوم: برایند نیروها در هر دو راستای افقی و قائم صفر است. پس:

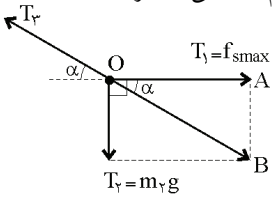
$$\left.\begin{aligned}\sum F_y=0\Rightarrow T_3\sin\alpha=m_2g\\ \sum F_x=0\Rightarrow T_3\cos\alpha=f_{s\max}\end{aligned}\right\}$$

$$\xrightarrow[\text{برهم تقسیم می‌کنیم}]{\text{طرفین دو رابطه را}} \quad tg\alpha=\frac{m_2g}{f_{s\max}}=\frac{80}{60}=\frac{4}{3}\Rightarrow \alpha=53^\circ$$

www.konkuryha.ir

شیوه‌ی دوم: پله‌ی دوم: پله‌ی یکم این روش مانند روش قبل است اما پله‌ی دوم آن کمی زیباتر است.

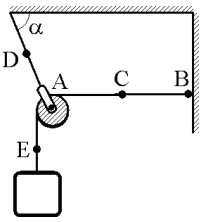




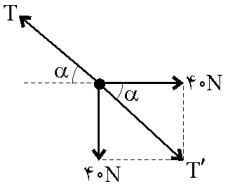
با توجه به شکل بالا برای این‌که برایند سه نیروی هم‌رس صفر شود باید برایند نیروهای T_1 و T_2 در راستای نیروی T_3 قرار بگیرد. حالا کافی است مقدار tgα را به کمک مثلث OAB به‌دست آوریم:

$$\text{tg}\alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{AB}{OA} = \frac{m_2 g}{f_{s\max}} = \frac{۸۰}{۶۰} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = ۵۳^\circ}$$

۶۲ ـ ۳ پله‌ی یکم: همان‌طور که می‌دانید اگر جرم نخ ناچیز باشد، کشش در تمام طول آن یک‌سان می‌شود. بنابراین در شکل مقابل کشش در تمام نقاط B ، C ، A و E برابر ۴۰N است.



پله‌ی دوم: در این پله شکل ساده‌ای از نیروهای هم‌رس را رسم می‌کنیم:



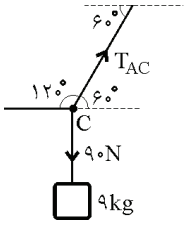
با توجه به این‌که برایند این سه نیرو صفر است، باید برایند دو نیروی ۴۰ نیوتنی هم‌اندازه و خلاف جهت T باشد تا بتواند آن را خنثی کند. به این‌ترتیب اندازه‌ی T و زاویه‌ی α به راحتی به‌دست می‌آیند:

$$|T| = |T'| = \sqrt{۴۰^2 + ۴۰^2} = ۴۰\sqrt{۲}\,\text{N}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{۴۰}{۴۰} = ۱ \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = ۴۵^\circ}$$

سؤال فوق را به کمک قضیه لامی و تجزیه‌ی نیروها نیز می‌توانستید حل کنید. پیش‌نهاد می‌کنیم این دو روش را هم یک بار امتحان کنید. بعد ببینید کدام‌یک به مذاق شما خوش‌تر است.

۶۳ ـ ۲ پله‌ی یکم: در این مثال با **دو نقطه‌ی هم‌رسی** مواجه هستیم. ابتدا قضیه‌ی لامی را برای نقطه‌ی C می‌نویسیم (شکل «الف»):

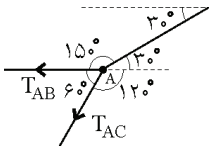


شکل «الف»

$$\frac{۹۰}{\sin۱۲۰} = \frac{T_{AC}}{\sin۹۰}$$

$$\Rightarrow \frac{۹۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{T_{AC}}{۱} \Rightarrow \boldsymbol{T_{AC} = ۶۰\sqrt{۳}\,N}$$

پله‌ی دوم: اکنون قضیه‌ی لامی را برای نقطه‌ی A می‌نویسیم تا کشش نخ AD به‌دست آید (شکل «ب»):



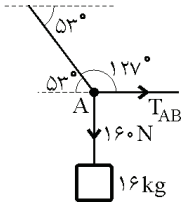
شکل «ب»

$$\frac{T_{AB}}{\sin(۱۲۰^\circ + ۳۰^\circ)} = \frac{T_{AC}}{\sin۱۵۰^\circ}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{T_{AB} = T_{AC} = ۶۰\sqrt{۳}\,N}$$

برای تمرین بیش‌تر می‌توانید کشش نخ AD را نیز حساب کنید (که برابر با ۱۸۰N است).

۶۴ ـ ۱ پله‌ی یکم: در این‌جا نیز با دو نقطه‌ی هم‌رسی مواجه هستیم. ابتدا قضیه‌ی لامی را برای نقطه‌ی A می‌نویسیم (شکل «الف»):

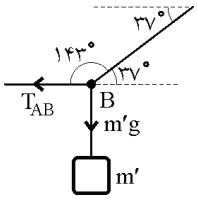


شکل «الف»

$$\frac{۱۶۰}{\sin۱۲۷^\circ} = \frac{T_{AB}}{\sin۱۴۳^\circ} \Rightarrow \frac{۱۶۰}{۰/۸} = \frac{T_{AB}}{۰/۶}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{T_{AB} = ۱۲۰N}$$

پله‌ی دوم: اکنون قضیه‌ی لامی را برای نقطه‌ی B می‌نویسیم تا بتوانیم کشش نخ متصل به جسم m' را (که برابر $m'g$ است)، حساب کنیم (شکل «ب»):

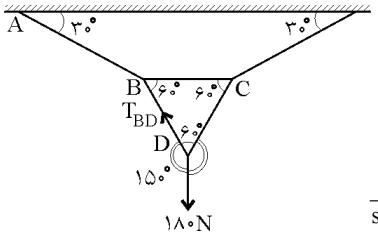


شکل «ب»

$$\frac{T_{AB}}{\sin۱۲۷^\circ} = \frac{m'g}{\sin۱۴۳^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۲۰}{۰/۸} = \frac{m'(۱۰)}{۰/۶} \Rightarrow \boldsymbol{m' = ۹kg}$$

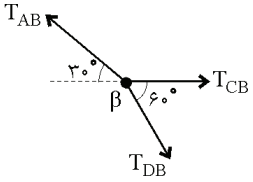
۶۵ ـ ۴ پله‌ی یکم: با توجه به شکل روبه‌رو و به کمک قضیه‌ی لامی، T_{BD} را حساب می‌کنیم:



$$\frac{۱۸۰}{\sin۶۰^\circ} = \frac{T_{BD}}{\sin۱۵۰^\circ}$$

$$\Rightarrow T_{BD} = \frac{\frac{۱}{۲}\times۱۸۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۱۸۰}{\sqrt{۳}}\,N$$

پله‌ی دوم: حالا یک شکل دیگر این بار برای نقطه‌ی هم‌رس B رسم می‌کنیم تا پاسخ تست را باز هم به کمک قضیه‌ی لامی به‌دست آوریم:



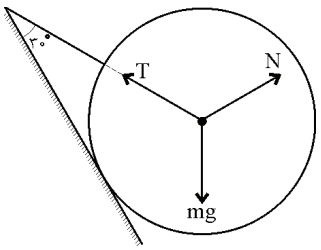
$$\frac{T_{AB}}{\sin۶۰} = \frac{T_{DB}}{\sin۱۵۰} \Rightarrow T_{AB} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times\frac{۱۸۰}{\sqrt{۳}}}{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow \boldsymbol{T_{AB} = ۱۸۰N}$$

۶۶ ـ ۱ پله‌ی یکم: مطابق شکل «الف» ۳ نیرو به مرکز جرم گوی اثر می‌کند:

۱) نیروی وزن (mg)

۲) نیروی کشش (T)

۳) نیروی عمودی تکیه‌گاه (N)

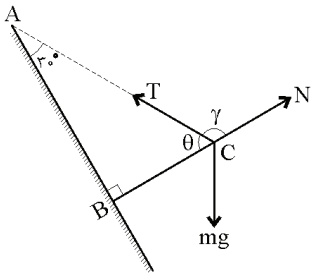


شکل «الف»

اگر زاویه‌ی بین نیروها را بدانیم کار تمام است. در پله‌های بعدی در پی محاسبه‌ی زاویه‌ها هستیم.

www.konkuryha.ir

پله‌ی دوم: راستای نیروی N بر سطح (۱) عمود است (زیرا سطح (۱) بر کره مماس است و هر سطح مماس بر کره بر شعاع آن عمود می‌شود).



شکل «ب»

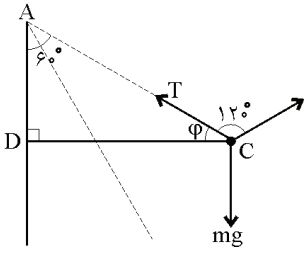
بنابراین در مثلث ABC (شکل «ب») برای زاویه‌ی θ به‌دست می‌آید:

$$\theta = ۱۸۰^\circ - (۹۰^\circ + ۳۰^\circ) = ۶۰^\circ$$

زاویه‌ی γ هم که مکمل θ به‌دست می‌آید:

$$\gamma = ۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ$$

پله‌ی سوم: در شکل «پ» به کمک مثلث ADC زاویه‌ی φ را به‌دست می‌آوریم:



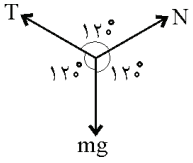
شکل «پ»

$$\varphi = ۱۸۰^\circ - (۹۰^\circ + ۶۰^\circ) = ۳۰^\circ$$

اگر زاویه‌ی بین دو نیروی T و mg را α بنامیم، خواهیم داشت:

$$\alpha = ۹۰^\circ + \varphi = ۹۰^\circ + ۳۰^\circ = ۱۲۰^\circ$$

پله‌ی چهارم: حال که زاویه‌های بین نیروها معلوم شد (شکل «ت»)، می‌توانیم مقدار T و N را حساب کنیم:

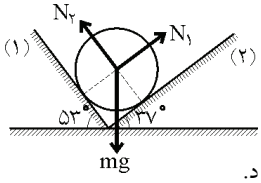


شکل «ت»

$$\frac{T}{\sin ۱۲۰^\circ} = \frac{mg}{\sin ۱۲۰^\circ} \Rightarrow \mathbf{T = mg = ۵۰N}$$

◇ پس از این‌که فهمیدیم این سه نیرو (که برایندشان صفر است) با هم زاویه‌ی ۱۲۰° می‌سازند، می‌توانیم به‌واسطه‌ی تقارن نیروها به پاسخ تست برسیم.

۶۷ ـ ۲ پله‌ی یکم: مطابق شکل به این گلوله سه نیرو وارد می‌شود:



۱) N_1، نیروی عمودی از طرف سطح ۱

۲) N_2، نیروی عمودی از طرف سطح ۲

۳) mg، نیروی وزن

می‌توان این سه نیرو را از مرکز کره رسم کرد.

زاویه‌هایی که اضلاع عمود بر هم دارند، با یک‌دیگر برابرند.

پله‌ی دوم: یکی از نکته‌های مهمی که در حل مسائل **نیروهای هم‌رس** باید بدانید، نحوه‌ی محاسبه‌ی **زاویه‌های بین نیروهاست**. پیش از این در یکی از یادداشت‌های ریاضی توضیح دادیم که **دو زاویه که اضلاع‌شان بر هم عمود است، یا با هم برابرند و یا مکمل یک‌دیگرند**.

در این شکل نیز با توجه به عمود بودن اضلاع زاویه‌ها، می‌توانیم به‌راحتی زاویه‌ی بین نیروها را حساب کنیم. اکنون براساس **قضیه‌ی لامی** داریم:

$$\frac{mg}{\sin ۹۰^\circ} = \frac{N_1}{\sin(۹۰^\circ + ۵۳^\circ)} = \frac{N_2}{\sin(۹۰^\circ + ۳۷^\circ)} \Rightarrow \frac{۴۰}{۱} = \frac{N_1}{۰/۶} = \frac{N_2}{۰/۸}$$

$$\Rightarrow \mathbf{N_1 = ۲۴N \ , \ N_2 = ۳۲N}$$