

امتحان پایان ترم ریاضی ۱ - دانشگاه شریف

مورخ: ۹۴/۳/۱۷ طول امتحان: سه ساعت تعداد سوال: ۶ عدد

توجه: برگه سوالات را نیز برگردانید. کسانی که رعایت نکنند جریمه خواهند شد.

(۱) انتگرال

$$\int_1^e x^3 (\ln x)^2 dx$$

را به روش جزء به جزء محاسبه کنید.

(۲) الف) کسر زیر را به کسرهای جزئی تجزیه کنید (توجه کنید که عامل $x^2 + 6x + 10$ تجزیه ناپذیر است):

$$\frac{100}{x^2 (x^2 + 6x + 10)}$$

ب) انتگرال زیر از کسر جزئی داده شده را با تغییر متغیر مناسب محاسبه کنید:

$$\int_{-3}^{\infty} \frac{6x + 26}{(x^2 + 6x + 10)^2} dx$$

(۳) شعاع همگرایی و بازه همگرایی سری

$$\sum \frac{(2x + 5)^n}{(n^2 + 1) 3^n}$$

را بدست آورید.

(۴) همگرایی یا واگرایی سری های زیر را مشخص کنید:

a) $\sum \frac{(2n)! 6^n}{(3n)!}$

b) $\sum \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$

ادام در پیست

1, 7, 5

$$c) \sum \frac{1}{n} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$$

7, 7, 5

$$d) \sum \frac{1}{n(\ln n)^5}$$

5) تابع $f(x) = \frac{x^2}{x+3}$ را بصورت یک سری توانی حول مبدا بسط داده و بازه بازی که بسط بر آن معتبر است را مشخص کنید. سپس با استفاده از آن بسط مقدار $f^{(12)}(0)$ را بدست آورید.

6) الف) قسمتی از خم $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$ که در ربع اول صفحه واقع است را حول محور X دوران می‌دهیم. مطلوب است مساحت رویه حاصل از دوران. راهنمایی: آیا اگر dx را از ds خارج کنیم انتگرال مورد نظر راحت محاسبه می‌شود و یا اگر در عوض dy را خارج کنیم؟

ب) طول خم معرفی شده در قسمت الف) را محاسبه کنید.

