

## **فصل دوم**

### **نمایش اطلاعات در کامپیوتر**

## مقدمه

سیستم اعداد باینری که از رقم‌های صفر و یک تشکیل می‌شود در کامپیوتر استفاده می‌گردد که هر یک از اعداد 0 یا 1 را یک بیت (یا یک رقم باینری) نامند و مبنای این سیستم اعداد، عدد 2 می‌باشد. البته معمول‌ترین روش نمایش اعداد در کامپیوتر، سیستم باینری است ولی چون مردم با سیستم دهدهی کار می‌کنند، بعضی اوقات مناسب‌تر است که در کامپیوتر از این سیستم اعداد نیز استفاده شود. اصولاً یک سیستم اعداد در مبنای  $r$  دارای  $r$  رقم می‌باشد که اعداد در این سیستم با مجموعه-ای از این  $r$  رقم نمایش داده می‌شوند. برای تبدیل عدد دهدهی به معادل باینری آن، می‌توان عدد دهدهی را تقسیم بر 2 نمود و باقیمانده‌ها را تا موقعی که خارج قسمت صفر شود، در نظر گرفت. به عنوان مثال عدد 25 را به عدد باینری معادل تبدیل می‌کنیم:

$$25 \div 2 = 12$$

$$12 \div 2 = 6$$

$$6 \div 2 = 3$$

$$3 \div 2 = 1$$

$$1 \div 2 = 0$$

پس عدد 25 برابر 11001 در سیستم باینری است.

برای بدست آوردن معادل دودویی قسمت کسری نیز با ضرب در 2، دارای یک عدد صحیح می‌شود که این عدد بزرگ‌ترین یا با ارزش‌ترین بیت قسمت کسری عدد باینری است. قسمت کسری حاصلضرب را دوباره ضرب در 2 می‌کنیم که قسمت صحیح حاصلضرب، دومین رقم باینری است. به همین ترتیب قسمت کسری حاصلضرب جدید را دوباره در 2 ضرب می‌کنیم و روش را ادامه می‌دهیم تا اینکه قسمت کسری برابر صفر شود یا اینکه تعداد رقم‌ها دقت مورد نظر را حاصل کند. در انتها قسمت صحیح عدد باینری و قسمت کسری عدد باینری پهلوی هم قرار داده می‌شود که عدد معادل باینری مذکور بدست می‌آید. مثلاً برای عدد 41/6875 خواهیم داشت:

برای عدد صحیح 41:			برای قسمت کسری 0/6875:		
خارج قسمت	باقیمانده				
$41 \div 2 = 20$	1	کوچکترین بیت	$0/6875 \times 2 = 1/3750$		
$20 \div 2 = 10$	0		$0/3750 \times 2 = 0/7500$		
$10 \div 2 = 5$	0		$0/7500 \times 2 = 1/5000$		
$5 \div 2 = 2$	1		$0/5000 \times 2 = 1/0000$		
$2 \div 2 = 1$	0				پس
$1 \div 2 = 0$	1	بزرگترین بیت			
$(41)_{10} = (101001)_2$		پس	$(0/6875)_2 = (0.1011)_2$		

در نتیجه عدد 41/6875 برابر عدد باینری  $(101001.1011)_2$  می‌باشد یا:

$$(41/6875)_{10} = (101001.1011)_2 \text{ است.}$$

## اعداد هگزادسیمال

برای راحتی کار در کامپیوترها، از سیستم اعداد هگزادسیمال یعنی اعداد در مبنای 16 استفاده می‌شود. به عنوان مثال عدد باینری 100010010110 که از یک سری صفر و یک‌ها تشکیل شده را می‌توان به صورت 896H هگزادسیمال که بسیار آشنا تر است و آسانتر خوانده می‌شود، را نشان داد. سیستم اعداد باینری دارای دو رقم صفر و یک می‌باشند ولی سیستم اعداد دهدهی از رقم صفر تا نه تشکیل می‌شوند و سیستم اعداد هگزادسیمال دارای رقم‌های صفر تا نه و رقم‌های A, B, C, D, E و F می‌باشد.

## تبدیل عدد باینری به هگزادسیمال

برای تبدیل اعداد باینری به هگزادسیمال کافیست عدد باینری را از سمت راست، چهار بیت چهار بیت جدا کنیم و به جای هر چهار بیت کد معادل نظیر هگزادسیمال آن را قرار دهیم. به عنوان مثال عدد باینری (1010111101100011) را به صورت چهار بیت از سمت راست جدا می‌کنیم که خواهیم داشت:

$$\begin{array}{cccc} \underbrace{1010} & \underbrace{1111} & \underbrace{0110} & \underbrace{0011} \\ A & F & 6 & 3 \end{array}$$

عدد باینری  
عدد هگزادسیمال

لذا عدد باینری فوق، معادل عدد AF63H در سیستم هگزادسیمال می‌باشد (علامت H در انتهای عدد یعنی سیستم اعداد هگزادسیمال است). در صورتی که در انتهای سمت چپ عدد، کمتر از 4 بیت باقی مانده، به انتهای سمت چپ عدد آنقدر صفر اضافه می‌کنیم تا گروه آخری هم 4 بیتی شود که بتوان معادل هگزادسیمال آن را نوشت.

## تبدیل عدد هگزادسیمال به باینری

برای تبدیل عدد هگزادسیمال به مقدار باینری نیز کافیست به جای هر رقم هگزادسیمال، عدد معادل باینری آن را قرار داد. به عنوان مثال عدد گزا دسیمال 8E6H برابر است با:

$$\begin{array}{ccc} \frac{A}{1000} & \frac{E}{1110} & \frac{6}{0110} \end{array}$$

عدد هگزادسیمال  
عدد باینری

یعنی عدد هگزادسیمال 8E6H برابر 1000 1110 0110 باینری است.

## تبدیل عدد دهدهی به هگزادسیمال

برای تبدیل اعداد دهدهی به هگزادسیمال دو راه وجود دارد:

الف: تبدیل عدد دهدهی به باینری و سپس تبدیل عدد باینری به هگزادسیمال

ب: تبدیل عدد دهدهی مستقیماً به هگزادسیمال که برای این کار، کفایت عدد دهدهی را بر 16 تقسیم کنیم که باقی‌مانده، اولین یا کم ارزش‌ترین رقم هگزادسیمال است. سپس خارج قسمت را بر 16 تقسیم کنیم و باقیمانده را در نظر بگیریم، آنقدر این کار را ادامه می‌دهیم تا خارج قسمت صفر شود.

### تبدیل عدد هگزادسیمال به عدد دهدهی

برای تبدیل عدد هگزادسیمال به عدد دهدهی معادل آن می‌توان:

الف: ابتدا عدد را به باینری تبدیل می‌کنیم و سپس عدد باینری را به عدد دهدهی تبدیل نمائیم.

ب: مستقیماً عدد هگزادسیمال را به دهدهی تبدیل کنیم. به عنوان مثال عدد هگزادسیمال 6B2H را مطابق زیر به دهدهی تبدیل می‌کنیم

$$6B2 = 6 \cdot 16^2 + B \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^0$$

پس خواهیم داشت:

$$\begin{array}{r} 6B2 \text{ هگزا دسیمال} = 2 \cdot 16^0 + 11 \cdot 16^1 + 6 \cdot 16^2 \\ \phantom{6B2 \text{ هگزا دسیمال} = } 176 \\ \phantom{6B2 \text{ هگزا دسیمال} = } \underline{1536} \\ \phantom{6B2 \text{ هگزا دسیمال} = } 1714 \end{array}$$

یعنی عدد هگزادسیمال 6B2H برابر عدد 1714 در سیستم اعداد دهدهی است.

### جمع و تفریق اعداد باینری

جمع و تفریق اعداد باینری در مدارهای جمع کننده کامپیوتر، انجام می‌شوند. در مورد اعداد علامت‌دار، آخرین بیت سمت چپ به عنوان بیت علامت (S) در نظر گرفته می‌شود که اگر S=0 باشد یعنی عدد مثبت است و در صورتی که S=1 باشد عدد منفی است. در مورد جمع و تفریق اعداد باینری، بیت علامت نیز مانند سایر بیت‌ها در نظر گرفته می‌شود.

### جمع باینری

جمع اعداد باینری بسیار ساده است. (مطابق جدول زیر) در این جا مجموع دو بیت، S و بیت نقلی C می‌باشند. همان طور که ملاحظه می‌شود اگر دو بیت صفر باشند، مجموع آنها نیز صفر است و اگر یکی از آنها یک باشد، مجموع یک می‌باشد و در صورتی که هر دو بیت یک باشند، مجموع S برابر صفر و بیت نقلی C مساوی یک است، که برای جمع با بیت بعدی آن را نیاز خواهیم داشت. جهت جمع هر بیت دو عدد، از مداری به نام F.A. (جمع کننده کامل) استفاده می‌شود که اگر اعداد ما چهار بیتی باشند، چهار مدار جمع کننده کامل F.A. استفاده می‌شود.

**مثال:** اگر عدد باینری  $A=00000110$  و عدد باینری  $B=00001101$  باشند، در این صورت مجموع این دو عدد، با جمع بیت با بیت این دو عدد از سمت راست انجام می‌پذیرد. یعنی با توجه به جدول زیر خواهیم داشت:

مجموع دو بیت باینری		
$a+b$	مجموع $s$	بیت نقلی $C$
0+0	0	0
0+1	1	0
1+0	1	0
1+1	0	1

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccccccc}
 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\
 A= & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 B= & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 \hline
 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 S & S_7 & S_6 & S_5 & S_4 & S_3 & S_2 & S_1 & S_0 \\
 \hline
 C & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & & 
 \end{array}
 \end{array}$$

مجموع دو بیت صفرم عدد  $A$  و  $B$  برابر  $S_0 = 1$  و مجموع دو بیت یکم  $A$  و  $B$  برابر  $S_1 = 1$  می‌باشد. در مورد بیت دوم  $A$  و  $B$ ، چون هر دو عدد یک هستند، پس طبق جدول (مجموع دو بیت باینری)،  $S_2 = 0$  و یک بیت نقلی  $C=1$  برای جمع با بیت بعدی سمت چپ خواهد بود بنابراین برای جمع بیت سوم، بیت نقلی  $C$  که برابر یک است، با بیت سوم دو عدد جمع می‌شوند که مجموع  $S_3 = 0$  و بیت نقلی آخری  $C=1$  می‌گردد. با جمع این بیت نقلی با بیت چهارم عدد، مجموع دو بیت چهارم در  $S_4 = 1$  و  $C=0$  می‌شود و به همین ترتیب مجموع بقیه بیت‌ها بدست می‌آید. با روش مذکور جمع دو رقم باینری  $A$  و  $B$  در جمع‌کننده‌های کامپیوتر انجام می‌گردد.

## تفریق اعداد باینری و سیستم اعداد مکمل 2

در کامپیوترها تفریق‌کننده مجزا برای تفریق دو عدد ساخته نمی‌شود و معمولاً از همان جمع‌کننده که برای جمع دو عدد به کار می‌رود، برای تفریق نیز استفاده می‌شود. در این صورت برای تفریق دو عدد، مکمل 2 مفرق را پیدا می‌کنیم، و با مفرق منه جمع می‌نمائیم. مکمل 2 یک عدد یعنی مکمل یک آن عدد بعلاوه یک. برای پیدا کردن مکمل 1 هر عدد، بیت‌های آن عدد را معکوس می‌کنیم، یعنی صفر را به یک، یک را به صفر تبدیل می‌کنیم. به عنوان مثال عدد  $9 = 00001001$  را در نظر می‌گیریم. مکمل یک عدد 9 برابر  $11110110$  می‌باشد که هر بیت عدد معکوس شده‌اند. یعنی اگر صفر بوده تبدیل به یک و اگر یک بوده تبدیل به صفر شده‌اند. برای پیدا کردن مکمل 2 عدد کافایت به مکمل 1 عدد، یک واحد اضافه نمائیم، یعنی مکمل 2 عدد 9 برابر  $11110111 = 11110110 + 1$  می‌شود. حال اگر بخواهیم عدد  $9 = 00001001$  را از عدد  $A = 00001101$  کم کنیم، کافایت مکمل 2 عدد  $B$  یعنی  $11110111$  را با عدد  $A$  جمع کنیم، در نتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{array}{r}
 13 = 00001101 + \\
 \underline{9 = 11110111} \quad \text{مکمل 2 عدد 9} \\
 A-B = 00000100 = 4
 \end{array}$$

همچنین می‌بایستی از بیت نقلی آخری صرف‌نظر کنیم که نتیجه تفریق برابر 4 بدست می‌آید. با توجه به مطالب فوق ملاحظه می‌شود برای عمل تفریق می‌توان از همان جمع‌کننده‌های کامپیوتر استفاده نمود، بشرط اینکه بجای مفروق، مکمل 2 آن به ورودی جمع‌کننده داده شود. به این ترتیب نیازی به تفریق‌کننده مجزا نیست. جمع و تفریق اعداد علامت‌دار نیز عیناً مانند فوق انجام می‌شود و آخرین بیت سمت چپ هر عدد که به عنوان بیت علامت است، مانند سایر بیت‌ها در نظر گرفته می‌شود و در سیستم اعداد مکمل 2، نتیجه صحیح بدست می‌آید.

## اعداد علامت‌دار مثبت و منفی

بزرگترین عدد هفت بیتی موقعی است که همه بیت‌ها برابر یک باشند، یعنی  $111\ 1111 = 127$  که برابر  $2^7 - 1$  است. اگر عدد هشت بیتی باشد، بزرگترین عدد برابر  $2^8 - 1 = 255$  می‌باشد و بالاخره اگر عدد bاینری با n بیت داشته باشیم، بزرگترین عدد bاینری n بیتی مساوی  $2^n - 1$  است. کوچکترین عدد bاینری نیز برابر صفر می‌باشد. برای اعداد علامت‌دار، بزرگترین یا بالارزش‌ترین بیت را، بیت علامت (S) در نظر می‌گیرند. مثلاً اگر عدد 8 بیتی را در نظر بگیریم بیت آخر، بیت علامت و هفت بیت دیگر، قدر مطلق عدد است. به این ترتیب بازه‌ی اعداد مثبت 0, 1, 2, 3, 4 ... 127

بیت علامت		
↓		
0000	0000	= 0
0000	0001	= 1
0000	0010	= 2
0000	0011	= 3
.....	.....	= .
.....	.....	= .
0111	1111	= 127

می‌باشند. اعداد منفی معمولاً به صورت مکمل 2 نشان داده می‌شوند. مثلاً عدد 3- برابر مکمل 2 عدد 3 یعنی:

علامت	عدد
↓	
1	1111 1101

است و عدد 124- برابر مکمل 2 عدد 127+ و مساوی:

علامت
↓
1000 0001

می‌باشد. به این ترتیب با 8 بیت می‌توان اعداد مثبت بین 0 تا 127+ و اعداد منفی بین 0 تا 128- را نشان داد و یا اعداد بدون علامت بین 0 تا 255 را نمایش داد.

## نمایش اعداد دهدهی BCD

گرچه در کامپیوتر انجام محاسبات در سیستم اعداد bاینری آسان‌تر است ولی مردم به سیستم اعداد دهدهی عادت کرده‌اند. یک راه برای حل این مساله این است که تمام اعداد دهدهی را در ورود به کامپیوتر، به اعداد bاینری تبدیل کنیم و محاسبات را در سیستم اعداد bاینری در کامپیوتر انجام دهیم و برای خارج کردن نتایج، دوباره اعداد bاینری را به اعداد دهدهی تبدیل

نمائیم. راه دیگر این است که ما محاسبات را مستقیماً در سیستم اعداد دهدهی BCD در کامپیوتر انجام دهیم. در نمایش اعداد دهدهی BCD چون ما 10 رقم داریم، بنابراین 4 بیت برای نمایش آن نیاز است ولی با چهار بیت  $2^4 = 16$  ترکیب داریم که از ده ترکیب آن برای نمایش رقم‌های صفر تا نه استفاده می‌شود و از بقیه شش ترکیب استفاده نمی‌گردد.

### نمایش اعداد و حروف در کد ASCII

اکثر کاربردهای کامپیوتر نیاز به حروف بزرگ و کوچک انگلیسی و رقم‌های صفر تا نه و حروف خاص مانند +، \$، =، ... دارند که تعداد آنها بیش از 70 نویسه می‌باشند لذا برای نمایش آنها حداقل 7 بیت لازم است.