

۳۸- فرض کنید چگالی سطحی هر نقطه از پوسته سهمیگون با ضابطه $z = \frac{1}{3}(x^2 + y^2)$ که زیر صفحه $z = 1$ واقع

است، برابر ارتفاع آن نقطه باشد. جرم پوسته، کدام است؟

$$\frac{2\pi(6\sqrt{3} + 1)}{15} \quad (1)$$

$$\frac{\pi(12\sqrt{3} + 1)}{15} \quad (2)$$

$$\frac{2\pi(3\sqrt{3} + 1)}{15} \quad (3)$$

$$\frac{\pi(6\sqrt{3} + 1)}{15} \quad (4)$$

$$\textcircled{3\Lambda} \rho = \frac{M}{S} \left(\frac{1}{r^2} \sqrt{\frac{r^2}{2}} \right) \rightarrow M = \iint \rho \, dS$$

$$dS = \frac{|\nabla g|}{|\nabla g \cdot \mathbf{k}|} \, dA$$

$$\rightarrow dS = |(x, y, -1)| \, dA = \sqrt{x^2 + y^2 + 1} \, dA$$

$$M = \iint_{\text{disk}} z \sqrt{x^2 + y^2 + 1} \, dA = \iint \frac{1}{2} r^2 \sqrt{r^2 + 1} \cdot r \, dr \, d\theta$$

$$\left. \begin{array}{l} z=1 \\ z=\frac{1}{2}r^2 \end{array} \right\} \rightarrow r^2=2 \rightarrow M = \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{\sqrt{2}} \frac{1}{2} r^3 \sqrt{r^2 + 1} \, dr \, d\theta$$

$$\rightarrow M = (\pi) \int_0^{\sqrt{2}} r^3 \sqrt{r^2 + 1} \, dr = \frac{2\pi}{15} (12\sqrt{3} + 2)$$

$$\left. \begin{array}{l} r^2 + 1 = t^2 \\ 2r \, dr = 2t \, dt \\ \int_1^{\sqrt{3}} (t^2 - 1) \cdot t^2 \, dt = t^5/5 - t^3/3 \Big|_1^{\sqrt{3}} \\ = 4\sqrt{3}/5 + 2/15 \end{array} \right\} \text{كوه استرال ریس}$$

$$= \frac{2\pi}{15} (6\sqrt{3} + 1)$$