

« هو العليم »

مدرس آقای قاضی

نام و نام خانوادگی

تاریخ شهید

نمونه سوالات امتحانی جبر هشتم - فصل چهارم جبر و معادله

سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۱۶- هر یک از کسرهای زیر را با تجزیه صورت و مخرج آن‌ها، ساده کنید.

الف) $\frac{ra+rb}{ra+rb} = \frac{\cancel{r}(a+b)}{\cancel{r}(a+b)} = \frac{c}{r}$

①

ب) $\frac{rab+a}{rb^2+b} = \frac{a(\cancel{r}b+1)}{b(\cancel{r}b+1)} = \frac{a}{b}$

①

ج) $\frac{ra^2-rab}{ra^2-rb} = \frac{ra(\cancel{a^2}-b)}{\cancel{r}a(\cancel{a^2}-b)} = \frac{ra}{r}$

①

د) $\frac{rx^2y-xy^2}{yx^2-xy^2} = \frac{\cancel{xy}(x-y)}{\cancel{xy}(x-y)} = \frac{ry}{r}$

①

ه) $\frac{rm^2+rmn}{rmn-rn^2} \times \frac{rmn-n^2}{m^2+mn} = \frac{\cancel{r}m(\cancel{m+n}) \times \cancel{r}(mn-n^2)}{\cancel{r}(mn-n^2) \times m(\cancel{m+n})} = \frac{r}{r}$

①

۱۷- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $3x-2=5 \rightarrow 3x=7 \rightarrow \boxed{x=\frac{7}{3}}$

①

ب) $4-2x=7 \rightarrow 2x=4-7=-3 \rightarrow \boxed{x=-\frac{3}{2}}$

①

ج) $2(x-1)=2 \rightarrow 2x-2=2 \rightarrow 2x=4 \rightarrow \boxed{x=\frac{4}{2}}$

①

د) $2x-2(5-x)=7 \rightarrow 2x-10+2x=7 \rightarrow 4x=17 \rightarrow \boxed{x=\frac{17}{4}}$

①

ه) $3x-9=4x+11 \rightarrow \boxed{x=-20}$

①

و) $2(x-2)=2(2-x) \rightarrow 2x-4=4-2x \rightarrow 4x=8 \rightarrow \boxed{x=2}$

$$3) 5 - 2(2x - 2) = 2x - 2(x - 2) \rightarrow 5 - 4x + 4 = 2x - 2x + 4$$

$$\rightarrow 14 - 4x = 4 \rightarrow 9x = 11 \rightarrow x = \frac{11}{9}$$

1

$$2) \frac{r}{r}x = \frac{5}{r} \rightarrow x = \frac{5}{r}$$

فرض میکنیم:

1

$$3) \frac{r}{r} = -\frac{2x}{r} \rightarrow x = -\frac{r}{2}$$

~ ~

1

$$4) \frac{1}{r}x + \frac{r}{r} = \frac{r}{r} + \frac{r}{r}x \rightarrow \frac{1}{r}x - \frac{r}{r}x = \frac{r}{r} - \frac{r}{r} \rightarrow -x = -\frac{1}{12} \rightarrow x = \frac{1}{12}$$

1

$$5) 5 - \frac{2x}{r} = x - \frac{r}{5} \rightarrow 5 + \frac{r}{5} = x + \frac{2}{r}x \rightarrow \frac{r}{5} = \frac{5}{r}x \rightarrow x = \frac{r \times r}{5 \times 5} = \frac{r^2}{25}$$

1

$$6) \frac{2x-1}{r} = \frac{r-2x}{r} \rightarrow 2x-1 = r-2x \rightarrow 4x = r+1 \rightarrow x = \frac{r+1}{4}$$

1

$$7) \frac{r-1}{5-r} = \frac{r}{r} \rightarrow 2rt - 1 = 10 - 5t \rightarrow 14t = 11 \rightarrow t = \frac{11}{14}$$

1

$$8) \frac{r-2x}{r} - 2x = 2x \rightarrow \frac{r-4x-4x}{r} = 2x \rightarrow r-8x = 4x \rightarrow 12x = r \rightarrow x = \frac{r}{12}$$

1

$$9) x + \frac{2x-1}{r} = \frac{x}{r} \rightarrow \frac{rx + 2x - 1}{r} = \frac{x}{r} \rightarrow 12x - 1 = 5x \rightarrow 7x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{7}$$

1

$$10) \frac{x-1}{r} + 1 = \frac{x+r}{r} \rightarrow \frac{x-1+r}{r} = \frac{x+r}{r} \rightarrow x-1+r = x+r \rightarrow -1 = 0$$

1

$$11) \frac{x+1}{r} - \frac{x-1}{r} = \frac{1}{12} \rightarrow 2x = \frac{1}{12} \rightarrow x = \frac{1}{24}$$

1

$$12) \frac{r-2x}{r} - \frac{x-r}{r} = \frac{2x-1}{r} - \frac{r+2x}{r} \rightarrow r-2x-x+r = 2x-1-r-2x \rightarrow 2r-3x = -1-2x \rightarrow 2r = x-1 \rightarrow x = 2r+1$$

1

$$\rightarrow 12 - 4x = -2x - 12 \rightarrow 24 = 2x \rightarrow x = 12$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}$$

$$\left(\frac{1}{3}x\right)^3 + (x^3)^{\frac{1}{3}} = \frac{x^3}{27} + x^{\frac{3}{3}} = \frac{x^3 + 27}{27}$$

و) اختلاف معکوس دو عدد a و b :
 ز) مجموع مکعب ثلث عددی با مجذور مکعب همان عدد :
 ح) مساحت مربعی به ضلع $x - y$:

$$(2n-y)^2 = (2n-y)(2n-y) = 4n^2 - 4ny + y^2$$

۱۱- ثابت کنید مجموع یک عدد فرد و یک عدد زوج، عددی فرد خواهد شد.

$$\begin{cases} \text{زوج} = 2n \\ \text{فرد} = 2n+1 \end{cases} \rightarrow 2n+1 + 2y = 2(n+y) + 1 = 2k+1$$

عبارت فرد است !
 ک از زوج (فرد) !

۱۲- ثابت کنید حاصل ضرب دو عدد زوج، عددی زوج است.

$$2n \times 2y = 4ny = 2(2ny) = 2k$$

عبارت زوج است !

۱۳- ثابت کنید مجموع هر عدد دو رقمی با مقلوب خودش، همواره بر ۱۱ بخش پذیر است.

$$\begin{aligned} \overline{ab} + \overline{ba} &= 10a + b + 10b + a = 11a + 11b \\ &= 11(a+b) \rightarrow \text{بر ۱۱ بخش پذیر است} \\ &= 11k \end{aligned}$$

۱۴- ثابت کنید اگر دو عدد بر ۳ بخش پذیر باشند، مجموع آن ها نیز بر ۳ بخش پذیر است.

$$\begin{aligned} A &= 3n \\ B &= 3y \\ A+B &= 3n+3y = 3(n+y) = 3k \end{aligned}$$

مجموع آن ها بر ۳ بخش پذیر است !

۱۵- هر یک از عبارات های زیر را به حاصل ضرب دو عبارت جبری تبدیل کنید.

الف) $4xy - 4 = 4(xy - 1)$

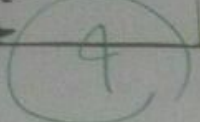
ب) $9ax - 3a = 3a(3x - 1)$

ج) $12a^2b - 4ab^2 = 4ab(3a - b)$

د) $6mn^2 - 12m^2n^2 - 18mn^2 = 6mn(n - 2mn - 3n) = 6mn(4n - 2n - 2mn)$

ه) $x^3 - x^2 - x^2 = x^2(x^2 - 2x - 1)$

و) $18a^2b^2c^2 - 27a^2b^2c^2 + 24a^2bc^2 = 9a^2bc^2(2b^2 - 3ab + 2c)$



۱۸- مسئله‌های زیر را با تشکیل معادله حل کنید.

الف) اگر سه برابر عددی را با چهار برابر همان عدد جمع کنیم، سپس ۶ واحد از حاصل جمع آن‌ها کم کنیم، عدد ۲۲ به دست می‌آید. این عدد را به دست آورید.

$$3n + 4n - 6 = 22 \rightarrow 7n = 28 \rightarrow \boxed{n = 4} \quad (1)$$

ب) محیط مستطیلی ۲۶ متر و طول آن ۳ متر از عرض آن بیش‌تر است. مساحت این مستطیل را به دست آورید.

$$2[n + (n+3)] = 26 \rightarrow 2n + 3 = 13 \rightarrow \boxed{n = 5} \rightarrow \begin{matrix} \text{طول} = 5 \\ \text{عرض} = 8 \end{matrix} \rightarrow \boxed{S = 40} \quad (2)$$

ج) مجموع سه عدد صحیح فرد متوالی ۲۷- است. کوچک‌ترین آن‌ها را به دست آورید.

$$(2n+1) + (2n+3) + (2n+5) = -27 \rightarrow 6n + 9 = -27 \rightarrow 6n = -36 \rightarrow n = -6 \rightarrow \text{کوچک‌ترین} = 2(-6) + 1 = -11 \quad (3)$$

د) مجموع چهار عدد طبیعی متوالی ۶۶ است. بزرگ‌ترین عدد را به دست آورید.

$$n + (n+1) + (n+2) + (n+3) = 66 \rightarrow 4n + 6 = 66 \rightarrow 4n = 60 \rightarrow n = 15 \rightarrow \text{بزرگ‌ترین} = (15+3) = 18 \quad (4)$$

ه) اندازه‌ی زاویه‌های مثلثی $5x + 10$ ، $4x - 10$ ، و $2x + 40$ است. نوع مثلث را مشخص کنید.

$$5x + 10 + 4x - 10 + 2x + 40 = 180 \rightarrow 11x + 40 = 180 \rightarrow 11x = 140 \rightarrow x = 12.7 \rightarrow \begin{matrix} \text{زاویه 1} = 72.7^\circ \\ \text{زاویه 2} = 10.7^\circ \\ \text{زاویه 3} = 76.6^\circ \end{matrix} \rightarrow \text{مثلث حاده} \quad (5)$$

$$n = n$$

$$n + (41+n) = 59 \rightarrow 2n + 41 = 59 \rightarrow 2n = 18 \rightarrow n = 9 \quad (6)$$

ز) سن پدری ۲۵ سال و سن پسرش ۵ سال است. پس از چند سال سن پدر، چهار برابر سن پسر خواهد شد؟

$$(25+n) = 4(5+n)$$

$$25+n = 20+4n \rightarrow 5 = 3n \rightarrow n = 1.67 \rightarrow \text{پس از } 1.67 \text{ سال} \quad (7)$$

پس از ۵ سال !!



۴- جمع و تفریق‌های زیر را انجام دهید.

الف) $k + 4k - k - 4k = 0$

ب) $\frac{2}{3}ab + \frac{5}{3}ab - \frac{7}{3}ab = \frac{1}{3}ab - \frac{2}{3}ab = \frac{2}{3}ab - \frac{2}{3}ab = \frac{0}{3}ab$

ج) $2\frac{1}{3}x^2 - 2\frac{1}{3}x^2 = \frac{10}{3}x^2 - \frac{6}{3}x^2 = \frac{4}{3}x^2 = x^2$

د) $\frac{a^2b}{5} - \frac{2a^2b}{5} + \frac{3a^2b}{5} - \frac{4a^2b}{5} = \frac{1-2+3-4}{5}a^2b = -\frac{2}{5}a^2b$

ه) $\frac{4}{9}m - \frac{2n}{5} + \frac{4m}{9} + \frac{2n}{5} = m - \frac{1}{5}n$

و) $-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} - \frac{5x}{2} - \frac{3}{2} = -2x$

ز) $a^3 - a^2b + ab^2 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)^3$

۵- ضرب‌های زیر را انجام دهید.

الف) $-2x^2y \times 2xy^2 = -4x^3y^3$

ب) $\frac{2}{5}ab^2c \times 25a^2c^2 = 10a^3b^2c^3$

ج) $\frac{2}{3}mnp^2 \times (-\frac{3}{2}pm^2n) = -m^3n^2p^3$

د) $-2 \times 2ab \times (-5a^2) \times 2b = 20a^3b^2$

ه) $\frac{2}{3}x^2y^2 \times \frac{5}{6}x^2y^2 = \frac{10}{9}x^4y^4$



هر یک از عبارات‌های ستون سمت چپ را به عبارت‌های مناسب در ستون سمت راست وصل کنید. (در ستون سمت راست

چند عبارت اضافه است.)



جمله‌ای متشابه با جمله‌ی $-2x^2y$	$y+n$
گسترده‌ی عدد $\overline{ab}$	$-2xy^2$
بزرگ‌ترین عامل مشترک $4ab^2$ و $8a^2b$	n^2
مضرب‌های عدد ۷	$\frac{2x^2y}{2}$
مکعب اعداد طبیعی	$1=a+b$
	vn
	$1=b+a$
	$2ab$
	$4a^2b^2$

درستی یا نادرستی عبارات‌های زیر را تعیین کنید.

(الف) $\frac{2x}{y}$ یک جمله‌ای است. (درست)

(ب) جمله‌ی a^2 ضریب ندارد. (نادرست)

(ج) دو جمله‌ی ab و $2ba$ متشابه‌اند. (درست)

(د) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ (نادرست)

(هـ) عدد $2m(m+1)$ عددی زوج است. (درست)

(و) پاسخ معادله‌ی $\frac{1}{5}x = 2$ ، برابر با ۱۰ است. (درست)

(ز) تجزیه شده‌ی عبارت $4mn - 4m$ برابر با $4m(n-1)$ است. (درست)

(ح) مقدار عددی عبارت $2x^2 - 1$ ، به ازای $x = -1$ برابر با ۱ است. (درست)

(ط) حاصل $x + x$ برابر با x^2 است. (نادرست)

$= 2x$

دبیرستان مفید قیصریه (دوره اول)

۵

۶- عبارت های زیر را پس از انجام ضرب ها، ساده کنید.

الف) $ra(rb) - rb(ra) = rab - rab = -rab$

ب) $ra^r b^r \times ra^r b^r - (ra^r b^r)^r = 1 \xi a^r b^r - 9 a^r b^r = 8 a^r b^r$

ج) $rmn(-m^r n) - rn^r m(rm^r) = -rm^r n^r - 7m^r n^r = -8m^r n^r$

د) $r-x-(x-r) = 8 - 2x$

ه) $r(2a-b+rc) - r(a+rb-c) = 9a - 5b + 7c - 2a - 8b + 5c = 7a - 13b + 12c$

و) $-r(x^r - rx + 5) + \frac{1}{r}(4x^r - rx - 1r) = -\xi x^r + 4x - 5 + \xi x^r - 2x + 1 = 2x - 4$

ز) $rab(a-b) - ab(ra+rb) = \cancel{ra^r b} - \cancel{rab^r} - \cancel{ra^r b} - \cancel{rab^r} = -\xi ab^r$

ح) $rx(ry-z) - rxy + rxz = 2xy - \cancel{rxy} - \cancel{rxy} + \cancel{rxz} = \xi ny$

ط) $rm^r n(mn - rn^r) - mn^r(-rm^r + mn - 1) = rm^r n^r - 7m^r n^r + rm^r n^r - m^r n^r + mn^r = 2m^r n^r - 6m^r n^r + mn^r$

ی) $\frac{r}{r} a^r b(r a^r - r b^r) - ab(ab^r - a^r) = \frac{r}{r} a^r b - \frac{9}{\xi} a^r b^r - a^r b^r + a^r b = \frac{8}{r} a^r b - \frac{10}{\xi} a^r b^r$

۷- ضرب چند جمله ای های زیر را انجام دهید و حاصل را به ساده ترین صورت بنویسید.

الف) $(ra-b)(b+ra) = \cancel{ra^r b} + \xi a^r - b^r - \cancel{ra^r b} = \xi a^r - b^r$

ب) $(a^r-1)(a^r+a^r+1) = a^r + a^r - a^r - a^r - 1 = -1$

ج) $(x-5)(x+7) = x^r + 7x - 5x - 35 = x^r + 2x - 35$

د) $(ra-rb)^r = (ra-rb)(ra-rb) = \xi a^r - 7ab - 7ab + 9b^r = \xi a^r - 14ab + 9b^r$

ه) $(ra-rb)(ra^r+9b^r)(ra+rb) = (\xi a^r - 9b^r)(\xi a^r + 9b^r) = \xi^2 a^r - 81b^r = 14a^r - 81b^r$

و) $(r-ra)^r = (c-ra)(c-ra)(c-ra) = (9-7a-7a+\xi a^r)(c-ra) = (9-14a+\xi a^r)(c-ra) = 9c - 14ac + \xi a^r c - 9c + 14ar - \xi a^r r = 14ar - 14a^2 - \xi a^r r$

ز) $5x^r + (x-r)(rx+r) - r(x-1) = 5x^r + (rx^r + rx - 7x - 7 - rx + r) = 5x^r + rx^r + rx - 7x - 7 - rx + r = 6x^r + rx - 7x - 6$

ح) $rx^r + 8x^r - 7x - 6$

دیرستان مفید قیصریه (دوره اول)



$$\begin{aligned} \text{ج) } (ra^2 - b)(b + ra^2) - (b^2 - ra^2) &= \cancel{ra^2b} + \cancel{ra^4} - b^2 - \cancel{ra^2b} - b^2 + \cancel{ra^4} \\ &= \cancel{2ra^4} - 2b^2 \end{aligned}$$

۸- گسترده‌ی اعداد زیر را بنویسید و ساده کنید.

$$\text{الف) } \overline{ab} + \overline{ba} = 10a + b + 10b + a = 11a + 11b = 11(a + b)$$

$$\text{ب) } \overline{abc} + \overline{cba} = 100a + 10b + c + 100c + 10b + a = 101a + 20b + 101c$$

$$\text{ج) } \overline{5a} - \overline{ra} = 5 \times 10 + a - 3 \times 10 - a = 50 + a - 30 - a = 20$$

$$\text{د) } \overline{rab} - \overline{ar}b = 2 \times 100 + 10a + b - 100a - 2 \times 10 - b = 180 - 90a = 90(2 - a)$$

۹- مقدار عددی هر یک از عبارت‌های زیر را به ازای مقادیر داده شده به دست آورید.

$$\begin{aligned} \text{الف) } 3mn - 2m - n &= 3(-1)(-2) - 2(-1) + 2 = 6 + 2 + 2 = 10 \\ (m = -1, n = -2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } ra^2 - rb^2 &= 2(-1)^2 - 3(-2)^2 = 2 - 12 = -10 \\ (a = -1, b = -2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ج) } \sqrt{b^2 - rac} &= \sqrt{(-2)^2 - 2(3)(-5)} = \sqrt{4 + 30} = \sqrt{34} = \sqrt{34} \\ (a = 2, b = -2, c = -5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{د) } \frac{rx^2y - xy^2 - x^2}{-x^2y^2 + y^2} &= \frac{2(-1)^2(-2) - (-1)(-2)^2 - (-1)^2}{-(-1)^2(-2)^2 + (-2)^2} = \frac{-4 - 4 - 1}{-4 + 4} = \frac{-9}{0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ه) } \frac{rx - 5y}{x + y} &= \frac{2(1/2) - 5(-1/2)}{1/2 - 1/2} = \frac{1 + 5/2}{0} = \frac{7/2}{0} = \frac{7}{0} \end{aligned}$$

۱۰- هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت عبارتی جبری بنویسید.

الف) محیط مستطیلی به اضلاع $2b, 2a$.ب) مساحت دوزنقهای با قاعده‌های a, b و ارتفاع h .

ج) نصف مجذور عددی:

د) مجذور نصف عددی:

ه) مجموع عددی با معکوس خودش:

$$\begin{aligned} 2(2a + 2b) &= 4a + 4b \\ \frac{(a+b)h}{2} &= \frac{ah + bh}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{n^2}{2}$$

$$\left(\frac{n}{2}\right)^2 = \frac{n^2}{4}$$

$$n + \frac{1}{n} = \frac{n^2 + 1}{n}$$

۲

جاهای خالی را با عدد، کلمه یا عبارت های مناسب پر کنید.

- الف) جمله n ام دنباله $6, 10, 14, \dots$ است $2(n+1)$
 ب) اعداد زوج را با نماد $2n$ و اعداد فرد را با نماد $2n+1$ نمایش می دهیم
 ج) ساده شده عبارت $5x^2 - 1 - 2x^2$ برابر با $3x^2 - 1$ است
 د) ضرب جمله $5a^2$ برابر با $5a^2$ است و ضرب جمله m^2 برابر با m^2 است
 هـ) جملات مشابه باید $5a^2$ یکسان یا توان مساوی داشته باشند. $5a^2$
 و) در جمع و تفریق جملات مشابه، فقط ضرایب جمع و تفریق می شوند.
 ز) ساده شده عبارت $a^2 + 2ab + b^2 + (a-b)^2$ است $a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 = 2a^2 + 2b^2$
 ح) گسترده عدد $7ab$ است $700 + 10a + b$
 ط) ضرب مجهول در معادله $2 - \frac{x}{5} = 3$ است -5
 ی) عبارت $3x + 2x^2 - x$ یک جمله ای است
 ک) مساحت متوازی الاضلاعی که قاعده ای آن $2x - 1$ و ارتفاع آن $3 - 2x$ باشد است $(2x-1)(3-2x) = 6x - 2x^2 - 3 + 2x = 8x - 2x^2 - 3$

به سوالات زیر به صورت تشریحی و با راه حل کامل پاسخ دهید.

۱- جمله n ام هر یک از دنباله های عددی زیر را بنویسید و با استفاده از آن، جمله بیستم دنباله را محاسبه کنید.

- { فرض: $n=1, 2, 3, \dots$ }
 الف) $7, 11, 15, 19, \dots$ جمله بیستم: $2(20+1)+1 = 2(21)+1 = 43$
 ب) $-4, -1, 2, 5, \dots$ جمله بیستم: $-2(20)^2 + 4(20) - 11 = -800 + 80 - 11 = -731$
 ج) $2, 5, 10, 17, \dots$ جمله بیستم: $(20)^2 + 1 = 401$
 د) $2, 8, 26, 80, \dots$ جمله بیستم: $2(20)^2 - 12(20) + 8 = 800 - 240 + 8 = 568$

۲- از بین عبارت های زیر یک جمله ای ها را مشخص کنید و متغیر (های) آن ها را بنویسید.

عبارت	$\frac{2x}{5}$	$\frac{2}{x}$	$\sqrt{2}ab$	$2\sqrt{a}$	$2a-1$	$\frac{-x^2y}{3}$	t	$-p$	$2a+b$
یک جمله ای	✓	✓	✓	✓	X	✓	✓	✓	X
ضرب	$-\frac{3}{5}$	2	$\sqrt{3}$	3	2	$-\frac{1}{3}$	1	-1	2
متغیر (ها)	n	n	ba	a	a	y, n	t	p	a, b

۳- در هر دسته از جملات زیر، جمله های متشابه را مشخص کنید.

- الف) $rab, ra^2b, -rba$
 ب) $\frac{xy}{2}, 2xy^2, -xy$
 ج) $-3mn, \frac{-mn}{3}, \frac{2nm}{5}$