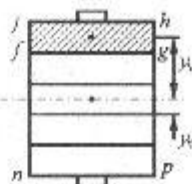


مسائل فصل هفتم

۱-۷. تیری از بهم بستن ۵ الوار، هر کدام به مقطع 150×50 میلیمتر، ساخته شده است. مقطع این تیر همانند شکل ۷-۴-الف می باشد. نشان دهید که: $A_{fghj} \bar{y}_1 = A_{fgpn} \bar{y}_1$ می باشد که در آن، \bar{y}_1 فاصله مرکز هندسی سطح مقطع کل تا مرکز هندسی A_{fghj} و \bar{y}_1 همان فاصله برای سطح A_{fgpn} می باشد.

$$A_{fghj} \bar{y}_1 = \left(\frac{hb}{\delta} \right) \left(\frac{\gamma}{\delta} h \right) = \frac{\gamma h^2 b}{2\delta}$$

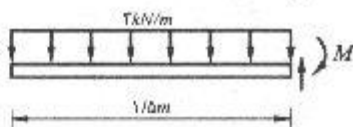
$$A_{fgpn} \bar{y}_1 = \frac{\gamma hb}{\delta} \left(\frac{1}{10} h \right) = \frac{\gamma h^2 b}{2\delta}$$



۲-۷. یک تیر طره‌ای به دهانه ۳ متر از بهم بستن ۵ الوار، هر کدام به مقطع 150×50 میلیمتر، ساخته شده است. مقطع این تیر همانند شکل ۷-۴-الف می باشد. الوارها توسط پیچهای قائم ۲۰ میلیمتر در فواصل ۱۲۰ میلیمتری، به یکدیگر بسته شده‌اند. این تیر بار گسترده یکنواختی به میزان ۳ کیلو نیوتن بر متر که شامل وزن تیر نیز است، حمل می کند. مطلوب است تعیین تنش برشی پیچی که در فاصله ۱/۵ متری از تکیه‌گاه قرار دارد. این کار را در هر ۴ صفحه تماس الوارها انجام دهید.

$$V = 3 \times 1/5 = 4/5 \text{ kN}$$

$$I = \frac{1}{12} (0/15)(0/25)^3 = 1/95 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

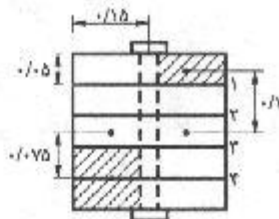


$$q = \frac{VQ}{I} \quad Q_1 = Q_2 = A_1 \bar{y}_1 = (0/05 \times 0/15)(0/1) = 7/5 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$q_1 = q_2 = \frac{(4/5)(7/5 \times 10^{-4})}{1/95 \times 10^{-7}} = 17/3 \text{ kN/m}$$

$$\tau = \frac{q_s}{A_b} = \frac{(17/3)(0/12)}{\frac{\pi}{4}(0/02)^2} = 6608 \text{ kN/m}^2 = 6/61 \text{ MPa}$$

$$Q_1 = Q_2 = A_2 \bar{y}_2 = (0/1 \times 0/15)(0/075) = 11/25 \times 10^{-4}$$



$$q_1 = q_2 = \frac{(4/5)(11/25 \times 10^{-4})}{1/95 \times 10^{-7}} = 26 \text{ kN/m}$$

$$\tau = \frac{q_s}{A_b} = \frac{(26)(0/12)}{\frac{\pi}{4}(0/02)^2} = 9930 \text{ kN/m}^2 = 9/93 \text{ MPa}$$



۵۰ mm × ۱۰۰ mm

۵۰ mm × ۲۵۰ mm

مسئله ۷-۳

۳-۷. توسط چهار الوار، یک تیر با مقطع جعبه‌ای ساخته شده است (به شکل مراجعه کنید). در مقطع مورد مطالعه، نیروی برشی قائم مساوی ۴۴۴۰ نیوتن و لنگر خمشی مساوی

۷۰ نیوتن متر می باشد. اگر الوارها توسط میخهایی که نیروی برشی مجاز آنها ۲۵۰ نیوتن است، به یکدیگر وصل شوند، فاصله آنها چقدر باید باشد.

$$I = \frac{1}{12}(200)(250)^3 - \frac{1}{12}(100)(150)^3 = 232/3 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$Q = A\bar{y} = (50 \times 50)(125 - 25) = 25 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

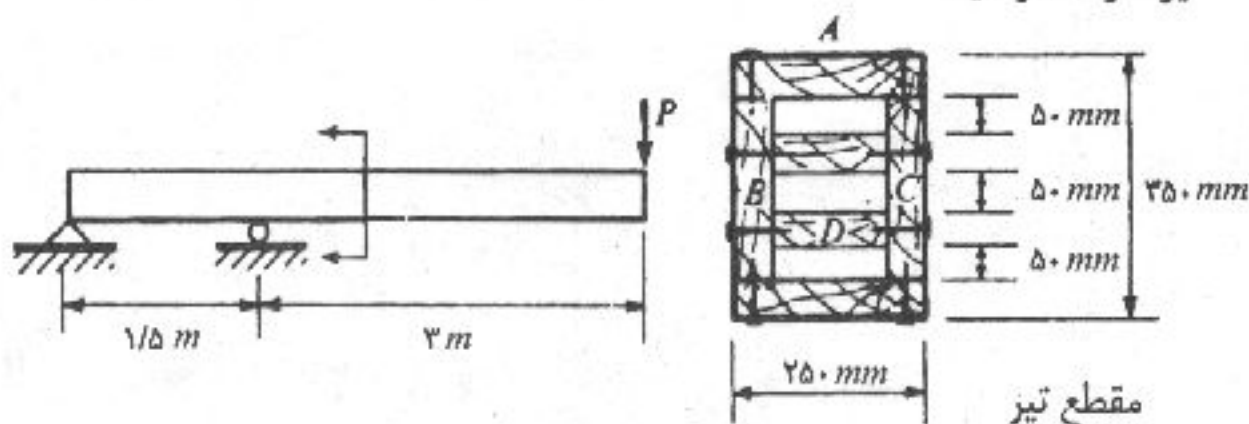
$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{4640 \times 25 \times 10^3}{232/3 \times 10^6} = 5 \text{ N/mm}$$

$$F = qs \Rightarrow s = \frac{F}{q} = \frac{250}{5} = 50 \text{ mm}$$

۴-۷. مطابق شکل، یک تیر بالکن دار، بار P به میزان ۳۹۴۵ نیوتن را در انتهای آزاد خود حمل می کند.

تیر از به هم بستن ۶ الوار به ضخامت ۵۰ میلیمتر ساخته شده است. نیروی برشی هر کدام از میخهای مورد مصرف برای این کار، مساوی ۴۰۰ نیوتن می باشد. لنگر مانند کل مقطع تقریباً مساوی 740×10^6 میلیمتر به توان ۴ می باشد. مطلوب است تعیین،

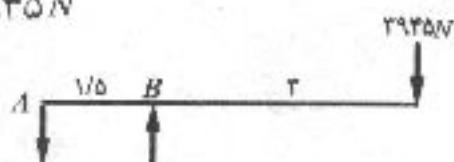
الف) فواصل میخهای اتصال دهنده الوار A به الوارهای B و C در ناحیه نیروی برشی حداکثر.
ب) فواصل میخهای اتصال دهنده الوار D به الوارهای B و C در همان ناحیه. در محاسبات از وزن تیر صرف نظر کنید.



مسئله ۴-۷

$$\sum M_A = 0: 3945 \times 4/5 - R_B \times 1/5 = 0 \rightarrow R_B = 11835 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0: R_A = R_B - 3945 \rightarrow R_A = 7890 \text{ N}$$

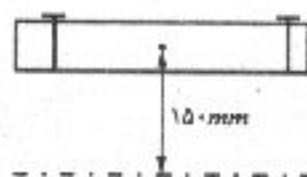


نیروی برشی ماکزیمم در فاصله AB و به میزان ۷۸۹۰ N می باشد.

(الف)

$$Q = (250 \times 50)(175 - 25) = 18/75 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{7890 \times 18/75 \times 10^6}{740 \times 10^6} = 20 \text{ N/mm}$$



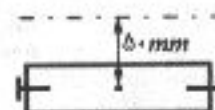
چون از دو پیچ استفاده شده نصف جریان برش بدست آمده بر هر پیچ اعمال می شود.

$$S = \frac{F}{\frac{1}{2}q} = \frac{400}{\frac{20}{2}} = 40 \text{ mm}$$

(ب)

$$Q = (150 \times 50)(50) = 3/75 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{7890 \times 3/75 \times 10^6}{740 \times 10^9} = 2 \text{ N/mm}$$



$$S = \frac{F}{\frac{1}{2}q} = \frac{400}{\frac{1}{2} \times 2} = 200 \text{ mm}$$

۵-۷. از به هم بستن ۴ الوار به ضخامت ۵۰ میلیمتر، می خواهیم یک تیر با مقطع جعبه ای بسازیم. دو راه ممکن برای این کار در شکل نشان داده شده است. به علاوه طرح (الف) می تواند در هنگام استفاده، ۹۰ درجه دوران یابد. (الف) طرحی که برای انتقال نیروی برشی افقی، به کمترین تعداد میخ احتیاج دارد، کدام است. (ب) اگر برشی که قرار است توسط این تیر انتقال یابد، مساوی ۳۰۲۰ نیوتن باشد، برای طرحی که در قسمت الف انتخاب شده، فاصله میخها چقدر خواهد بود. نیروی برشی مجاز میخ مصرفی را مساوی ۲۴۰ نیوتن در نظر بگیرید. ابعاد خارجی قوطی ۲۵۰ × ۲۵۰ میلیمتر می باشد.



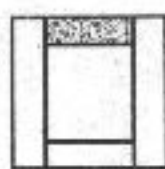
(الف)



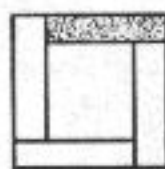
(ب)

مسئله ۵-۷

با در نظر گرفتن رابطه $\tau = \frac{VQ}{It}$ عنوان مؤثر بر تنش برشی مشخص می شوند. برای مسأله مطرح شده سه طرح مختلف امکان پذیر بوده که در زیر ترسیم شده اند.



(۱)



(۲)



(۳)

در این طرحها مقادیر I و t یکسان می باشد، نیروی برشی هم برای هر سه یکسان فرض شده است. بنابراین مقدار تنش برشی فقط تابع Q می باشد. از طرفی $Q = At$ و مقدار t مربوط به سطوح تیره در هر سه مورد، مساوی می باشد و در نتیجه هر یک از سطوح که مساحت کمتری داشته باشد مطلوب است. با توجه به مطالب ذکر شده، طرح شماره (۱) مناسب تر می باشد.

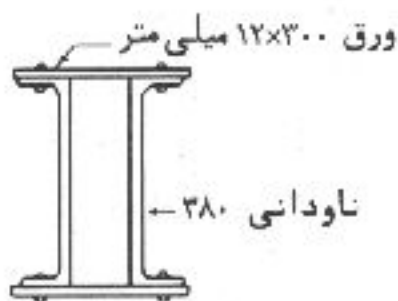
(ب)

$$Q = (150 \times 50) \times 100 = 7/5 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$I = \frac{1}{12}(250)(250)^3 - \frac{1}{12}(150)(150)^3 = 283/3 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{(3020)(7/5 \times 10^6)}{283/3 \times 10^6} = 8 \text{ N/mm}$$

$$S = \frac{F}{\frac{1}{2}q} = \frac{240}{\frac{1}{2} \times 8} = 60 \text{ mm}$$



مسئله ۷-۶

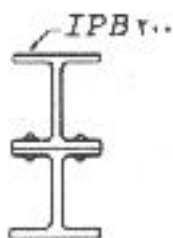
۶-۷. مطابق شکل، تیری از دو نیمرخ ناودانی و ورق تقویتی ساخته شده است. اگر در مقطع مورد مطالعه، نیروی برشی قائم مساوی ۶۵۰ کیلو نیوتن و لنگر خمشی مساوی ۵۰ کیلو نیوتن متر باشد، فواصل پرچهای ۲۲ میلیمتری در هر ردیف چقدر خواهد بود. نیروی برشی مجاز پرچ ۲۲ میلیمتری را مساوی ۳۶/۲ کیلو نیوتن در نظر بگیرید.

$$I = 15760 \text{ cm}^4 = 15760 \times 10^4 \text{ mm}^4 \quad \text{UNP ۳۸۰} \rightarrow \text{جدول ۸ ضمیمه}$$

$$I = 2 \times (15760 \times 10^4) + 2 \left(\frac{1}{12} \times 300 \times 12^3 \right) + 2 \times (12 \times 300)(190 + 6)^2 = 591/88 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{(650 \times 10^3) [(12 \times 300)(196)]}{591/88 \times 10^6} = 774/9 \text{ N/mm}$$

$$S = \frac{F}{\frac{1}{2}q} = \frac{36200}{\frac{1}{2} \times 774/9} = 93/4 \text{ mm}$$



مسئله ۷-۷

۷-۷. برای اینکه دو نیمرخ بال پهن نشان داده شده در شکل به صورت یکپارچه عمل نمایند، آنها را توسط دو ردیف پرچ به یکدیگر می‌بندیم. در مقطع مورد مطالعه، نیروی برشی قائم مساوی ۱۸۰ کیلو نیوتن و لنگر خمشی مساوی ۳۶۰۰ نیوتن متر می‌باشد. با استفاده از پرچهای ۲۲ میلیمتری، که نیروی برشی مجاز هر کدام از آنها مساوی ۳۰ کیلو نیوتن می‌باشد، فاصله مورد نیاز پرچها، چقدر خواهد بود.

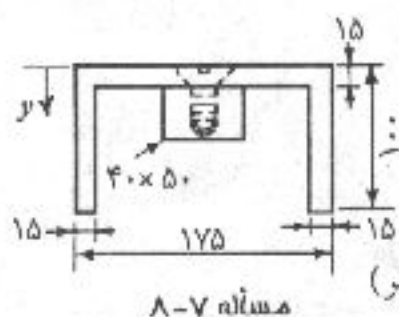
$$I = 5700 \text{ cm}^4 \quad A = 78/1 \text{ cm}^2 \quad \text{IPB ۲۰۰} \rightarrow \text{با استفاده از جدول ۶ ضمیمه}$$

$$I = 2 \times 5700 \times 10^2 + 2 (7810)(100)^2 = 270/2 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{(180000)(7810 \times 100)}{270/2 \times 10^6} = 520/28 \text{ N/mm}$$

$$S = \frac{2F}{q} = \frac{2 \times 30000}{520/28} = 115/3 \text{ mm}$$

۸-۷. یک چهار سوی 40×50 میلیمتر، توسط پیچهای خزینهای به قطر 10 و به فاصله 150 میلیمتر، به نیمرخ ناودانی نشان داده شده در شکل، متصل شده است. اگر این نیمرخ نیروی برشی قائمی به میزان 20 کیلو نیوتن را انتقال دهد، مطلوب است،



(تمام ابعاد بر حسب میلی متر)

الف) تنش برشی در پیچهای خزینهای

ب) تنش برشی در محل اتصال جان با بالهای ناودانی.

پ) حداکثر تنش برشی در بالها.

$$\sum Ay = (15 \times 145) \left(\frac{15}{2} \right) + 2 \left[(100 \times 15)(50) \right] + (40 \times 50)(35) = 2/36 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$\sum A = 15 \times 145 + 2(100 \times 15) + 40 \times 50 = 7/18 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

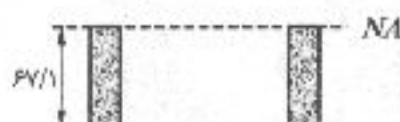
$$\bar{y} = \frac{2/36 \times 10^6}{7/18 \times 10^3} = 32/9 \text{ mm}$$

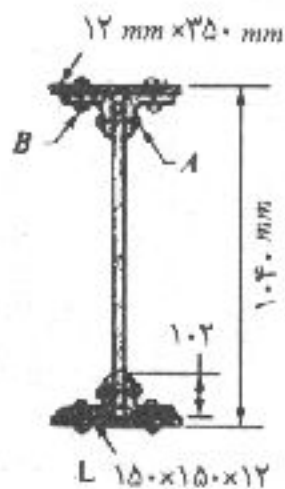
$$I = \frac{1}{12} (145)(15)^3 + (145 \times 15) \left(\frac{32}{9} - 7/5 \right)^2 + 2 \left[\frac{1}{12} (15)(100)^3 + (15 \times 100) \left(50 - \frac{32}{9} \right)^2 \right] + \frac{1}{12} (50)(40)^3 + (40 \times 50) \left(\frac{32}{9} - 35 \right)^2 = 5/01 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{20 \times 10^3 \times (40 \times 50)(2/1)}{5/01 \times 10^6 \times 50} = 335 \times 10^{-3} \text{ N/mm}^2 = 335 \text{ kPa} \quad (\text{الف})$$

$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{20 \times 10^3 (175 \times 15)(25/4)}{5/01 \times 10^6 \times 30} = 8/87 \text{ N/mm}^2 = 887 \text{ kPa} \quad (\text{ب})$$

$$\tau_{max} = \frac{20 \times 10^3 \left[15 \times \left(100 - \frac{32}{9} \right) \left(\frac{100 - 32/9}{2} \right) \right]}{5/01 \times 10^6 \times 30} = 4/49 \text{ N/mm}^2 = 449 \text{ kPa} \quad (\text{پ})$$



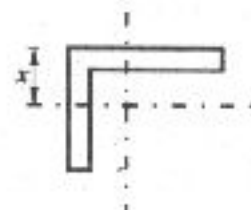


مسئله ۹-۷

۹-۷. یک تیر ورق از دو ورق بال به ابعاد 12×350 میلیمتر، یک ورق جان به ابعاد 1000×10 میلیمتر و ۴ عدد نبشی $150 \times 150 \times 12$ میلیمتر تشکیل یافته است (مطابق شکل). اگر قرار باشد که این مقطع برشی معادل ۶۵۰ کیلو نیوتن را انتقال دهد، فواصل پرچهای A و B چقدر باید باشد؟ لنگر مانند این تیر ورق حول محور خنشی مساوی 5922×10^6 میلیمتر به توان ۴ می باشد. پرچها به قطر ۲۲ میلیمتر می باشند که نیروی برشی آنها در حالت یک برشه مساوی ۳۰ کیلو نیوتن و در حالت دو برشی مساوی ۵۹ کیلو نیوتن می باشد. نیروی لهدگی پیچهای فوق در مقابل ورق ۱۰ میلیمتر مساوی ۵۰ کیلو نیوتن است.

با استفاده از جدول ۱۰ ضمیمه مشخصات مورد نیاز $L 150 \times 150 \times 12$ را استخراج می کنیم:

$$x = 2/12 \text{ Cm} \quad , \quad A = 34/8 \text{ Cm}^2$$



$$Q_A = 12 \times 350 \left(\frac{1040}{2} - \frac{12}{2} \right) + 2(3440) \left(\frac{1040}{2} - 12 - 41/2 \right) = 5/4 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

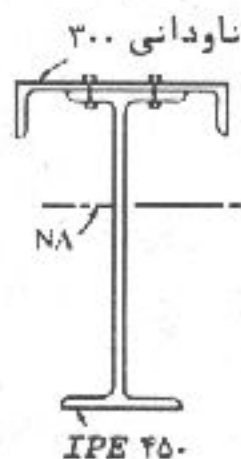
$$q_A = \frac{V_A Q_A}{I} = \frac{(650 \times 10^3)(5/4 \times 10^6)}{5922 \times 10^6} = 5/9 \times 10^2 \text{ N/mm}$$

$$S_A = \frac{F}{q} = \frac{59000}{5/9 \times 10^2} = 1 \text{ mm}$$

$$Q_B = 12 \times 350 \left(\frac{1040}{2} - \frac{12}{2} \right) = 2/16 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

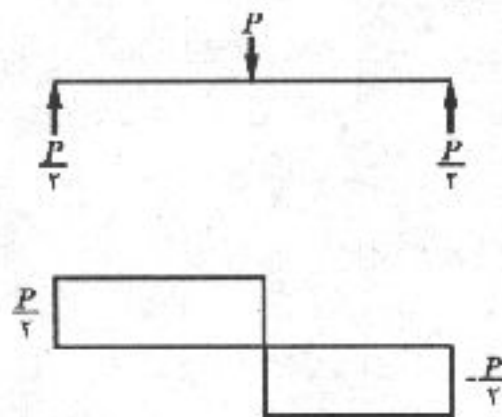
$$q_B = \frac{V_B Q_B}{I} = \frac{(650 \times 10^3)(2/16 \times 10^6)}{5922 \times 10^6} = 2/37 \times 10^2$$

$$S_B = \frac{F}{\frac{1}{3}q} = \frac{30000}{\frac{1}{3} \times 2/37 \times 10^2} = 2/53 \text{ mm}$$



مسئله ۱۰-۷

۱۰-۷. مطابق شکل، مقطع یک تیر ساده از یک ناودانی ۳۰۰ و یک نیمرخ نیم پهن ۴۵۰ تشکیل یافته است. این دو نیمرخ توسط دو ردیف پرچ ۲۰ میلیمتر که در طول تیر در فواصل ۱۵۰ میلیمتری قرار دارند، به یکدیگر متصل شده اند. اگر تیر فوق توسط یک بار متمرکز ۵۰۰ کیلو نیوتنی در وسط دهانه بارگذاری شده باشد، حداکثر تنش برشی در پرچها چقدر خواهد بود. از وزن تیر صرف نظر کنید.



$$V = \frac{P}{2}$$

مشخصات مورد نیاز نیمرخهای به کار رفته در تیر را از جدول ۴ و ۸ ضمیمه استخراج می‌کنیم:

$$IPE ۴۵۰ : A = ۹۸/۸ \text{ cm}^2 \quad I = ۳۳۷۴۰ \text{ cm}^4$$

ناودانی ۳۰۰:

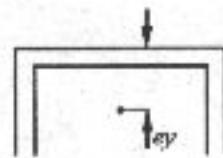
$$A = ۵۸/۸ \text{ cm}^2 \quad I = ۴۹۵ \text{ cm}^4 \quad ey = ۲/۷ \text{ cm} \quad S = ۱۰ \text{ mm}$$

مبنای محاسبه آنرا وسط نیمرخ IPE ۴۵۰ قرار می‌دهیم.

فاصله مرکز هندسی ناودانی تا محور خنثی:

$$d = \frac{۴۵۰}{۲} + ۱۰ - ۲۷ = ۱۳۰/۴$$

$$\bar{y} = \frac{(۹۸۸۰)(۰) + (۵۸۸۰)(۱۳۰/۴)}{۹۸۸۰ + ۵۸۸۰} = ۷۷/۶ \text{ mm}$$



پس محل محور خنثی ۷۷/۶ mm بالاتر از وسط نیمرخ IPE ۴۵۰ می‌باشد.

$$I = \sum (I_i + Ad^2) = (۳۳۷۴۰ + ۹۸/۸ \times (۷/۷۶)^2) + ۴۹۵ + ۵۸/۸ (۱۳/۰۴)^2$$

$$I = ۵۰۱۸۳ \text{ Cm}^4 = ۵۰۱۸۳ \times ۱۰^2 \text{ mm}^4$$

$$Q = ۵۸۸۰ \times ۱۳۰/۴ = ۷۶۶۷۵۲ \text{ mm}^3$$

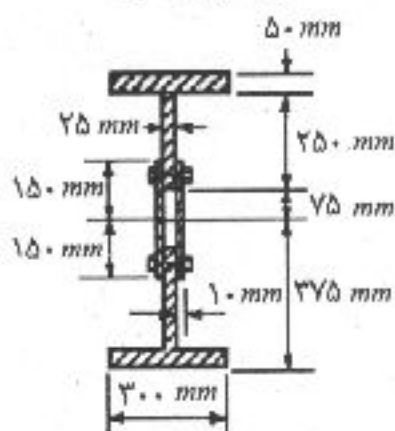
$$q = \frac{\frac{P}{2} Q}{I} = \frac{۲۵۰ \times ۱۰^2 \times ۷۶۶۷۵}{۵۰۱۸۳ \times ۱۰^2} = ۳۸۲ \text{ N/mm}$$

چون پرچها در دو ردیف و به فاصله ۱۵۰ mm از یکدیگر واقع‌اند، بنابراین نیروی وارد بر هر پرچ چنین به دست می‌آید:

$$F = \frac{۳۸۲ \times ۱۵۰}{۲} = ۲۸۶۵۰ \text{ N}$$

و در نهایت تنش وارد بر هر پرچ:

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{۲۸۶۵۰}{\frac{\pi}{4} (۲۰)^2} = ۹۱/۲ \text{ N/mm}^2$$



(ابعاد بر حسب میلی متر)

مسئله ۷-۱۱

۷-۱۱. مقطع یک تیر ساده به دهانه ۷ متر که بار ۹۰۰ کیلو نیوتنی را در وسط دهانه تحمل می کند، مطابق شکل است. اگر قطر پرچهای نشان داده شده در شکل مساوی ۲۲ میلی متر و فاصله طولی آنها ۱۲۵ میلی متر باشد، تحت تأثیر بار وارده، چه تنش برشی در پرچ تولید خواهد شد؟ لنگر ماند مقطع تیر در حول محور خنثی تقریباً مساوی 4300×10^6 میلی متر به توان ۴ می باشد.

$$Q = (50 \times 300)(350) + (25 \times 250)(200) = 6/5 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{450 \times 10^3 \times 6/5 \times 10^6}{4300 \times 10^6} = 680 \text{ N/mm}$$

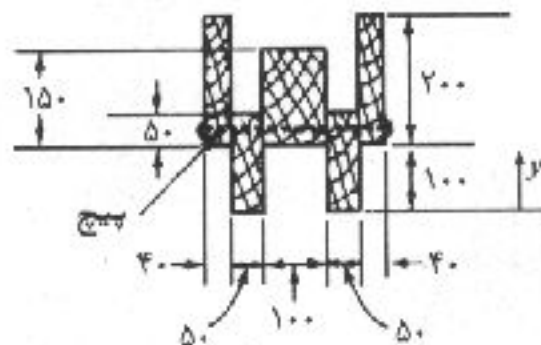
چون پرچها تحت برش مضاعف می باشند:

$$\tau = \frac{F}{2A} = \frac{qs}{2A} = \frac{680 \times 125}{2 \times \frac{\pi}{4} (22)^2} = 112 \text{ N/mm}^2$$

۷-۱۲. تیری از ۵ الوار مجزا که مطابق شکل توسط پیچ به یکدیگر متصل شده اند، تشکیل یافته است. مقطع هر پیچ مساوی ۳۲۰ میلی متر مربع و فاصله طولی آنها ۱۵۰ میلی متر می باشد. اگر دهانه این تیر مساوی ۲/۵ متر و بار وارد بر آن، شامل وزن مرده خود تیر، بار یکنواختی به شدت ۱۸ کیلو نیوتن بر متر باشد، حداکثر تنش برشی تولید شده در پیچها چقدر خواهد بود. لنگر ماند مقطع تیر مساوی 243×10^6 میلی متر به توان ۴ می باشد.

(تمام ابعاد بر حسب میلی متر)

مسئله ۷-۱۲



$$V = \frac{1}{2} (wL) = \frac{1}{2} (18 \times 2/5) = 22/5 \text{ kN}$$

$$\bar{y} = \frac{2 \times (50 \times 150)(75) + 2 \times (40 \times 200)(200) + (100 \times 150)(175)}{2 \times (50 \times 150) + 2 \times (40 \times 200) + (100 \times 150)}$$

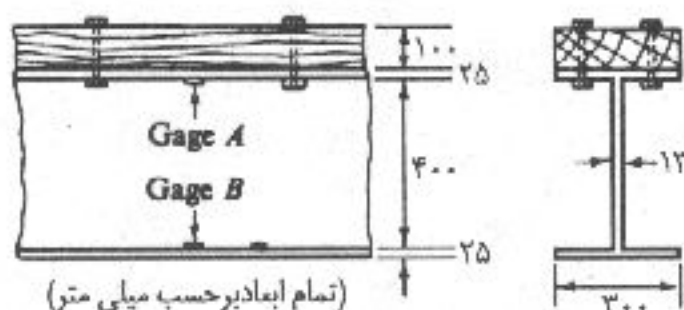
$$\Rightarrow \bar{y} = 151 \text{ mm} \text{ از پایین}$$

$$Q = (40 \times 200)(51) = 40/8 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{22/5 \times 10^3 \times 40/8 \times 10^3}{243 \times 10^6} = 37/8 \text{ N/mm}$$

$$\tau = \frac{qs}{A} = \frac{37/8 \times 150}{320} = 17/7 \text{ MPa}$$

۱۳-۷. مقطع یک تیر ساده به دهانه ۱۰ متر که بار یکنواختی را در تمام طول دهانه تحمل می‌کند، از یک تخته به ابعاد ۱۰۰×۳۰۰ میلیمتر که مطابق شکل به بال فوقانی یک تیر فولادی توسط پیچ متصل شده است، تشکیل می‌شود. توسط دو کرنش سنج A و B که در سطح داخلی دو بال نصب شده‌اند، کرنش نقطه A مساوی ۴۲۰×۱۰^{-۶} و کرنش نقطه B مساوی ۷۰۰×۱۰^{-۶} میلیمتر بر میلیمتر اندازه‌گیری شده است. مطلوب است تعیین، (الف) نیروی کل مؤثر بر قطعه چوبی در این مقطع (ب) اگر پیچها در دو ردیف و به فاصله طولی ۶۰۰ میلیمتر قرار داشته باشند، نیروی برشی حمل شده توسط هر پیچ چقدر است؟ فرض کنید که پیچها به طور مساوی در مقابله با نیروی وارده شرکت می‌کنند ضریب ارتجاعی فولاد را ۲×۱۰^۵ و ضریب ارتجاعی چوب را $۱۰^۵$ نیوتن بر میلیمتر مربع در نظر بگیرید. (کرنش سنجها در وسط دهانه نصب شده‌اند).



مسئله ۱۳-۷

(الف)

$$\bar{y} = \frac{420}{420 + 700} \Rightarrow \bar{y} = 150 \text{ mm}$$

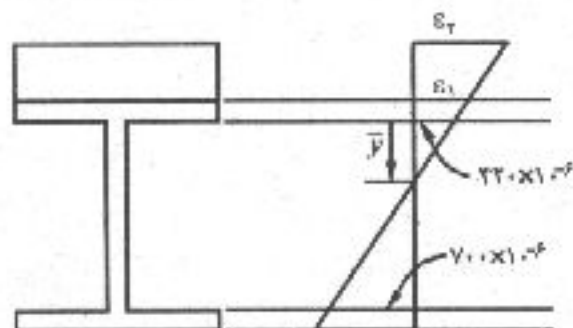
$$\frac{\epsilon_1}{175} = \frac{420}{150} \Rightarrow \epsilon_1 = 490 \times 10^{-6} \quad \sigma_1 = E_w \epsilon_1 = 4/9 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\epsilon_2}{275} = \frac{420}{150} \Rightarrow \epsilon_2 = 770 \times 10^{-6} \quad \sigma_2 = E_w \epsilon_2 = 7/9 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{ave} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = 6/3$$

$$F = \sigma_{ave} \cdot A = 6/3 \times (100 \times 300) = 189 \text{ kN}$$

$$\frac{5}{0/6} = 8/3 \approx 8 \quad \text{تعداد ردیف پیچها:}$$



یعنی در نصف طول تیر (۵ m) هشت ردیف پیچ وجود دارد.

چون در هر ردیف دو پیچ به کار رفته پس تعداد پیچها ۱۶ عدد می‌شود.

$$\frac{189}{16} = 11/8 \text{ kN} \quad \text{نیروی برشی وارد بر هر پیچ}$$

۱۴-۷. اگر تنش برشی مجاز برای چوب داگلاس فیر مساوی ۷۰ نیوتن بر میلیمتر مربع (مگاپاسکال) باشد، مطلوب است تعیین ظرفیت نیروی برشی قائم یک تیر از این نوع چوب را

که مقطع آن به صورت مستطیل توپر به ابعاد 50×100 میلیمتر می باشد. مسأله را در دو حالت، یکی وقتی که ضلع 50 میلیمتر به صورت قائم و دیگری وقتی که ضلع 100 میلیمتری به صورت قائم قرار گرفته، حل نمایید.

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{V}{A} \rightarrow V = \frac{2}{3} \tau A$$

$$V = \frac{2}{3} (0.7) (50 \times 100) = 2333 \text{ N}$$

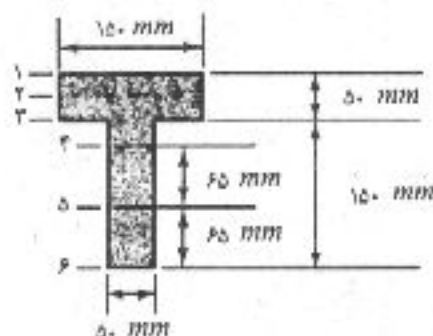
جواب هر دو حالت یکسان می باشد.

۱۵-۷. نشان دهید که حداکثر تنش برشی در یک مقطع دایره شکل توپر، تحت اثر نیروی برشی قائم V ، مساوی $\frac{4}{3} V/A$ می باشد. A مساحت مقطع دایره می باشد.

$$\tau_{max} = \frac{VQ}{It} = \frac{V \left(\frac{1}{2} \pi r^2 \right) \left(\frac{4r}{3\pi} \right)}{\left(\frac{\pi r^4}{4} \right) (2r)} = \frac{4}{3} \frac{V}{A}$$

۱۶-۷. نشان دهید که حداکثر تنش برشی در یک مقطع لوله ای جدار نازک تحت اثر نیروی برشی قائم V مساوی $2V/A$ می باشد. A مساحت خالص مقطع لوله ای می باشد.

$$\tau_{max} = \frac{VQ}{It} = \frac{V (\pi r t) \left(\frac{2r}{\pi} \right)}{(\pi r^3 t) (\gamma t)} = \frac{2V}{\pi r t} = 2 \frac{V}{A}$$



مسأله ۱۷-۷

۱۷-۷. مقطع سپری یک تیر چدنی دارای ابعاد مطابق شکل می باشد. لنگر ماند مقطع مزبور مساوی $53/1 \times 10^6$ می باشد. اگر نیروی برشی قائم وارد بر این مقطع مساوی 240 کیلونیوتن باشد، مطلوب است تعیین تنش برشی در ترازهای نشان داده شده. نتایج را به صورت ترسیمی در ارتفاع تیر نمایش دهید.

$$\bar{y} = \frac{(150 \times 50)(25) + (150 \times 50)(125)}{2 \times 150 \times 50} = 75 \text{ mm} \quad \text{از بالا}$$

$$Q_1 = 0 \quad \text{و} \quad \tau = \frac{VQ}{It} \Rightarrow \tau_1 = 0$$

$$Q_2 = (150 \times 25)(75 - 125/2) = 2/34 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$\tau_2 = \frac{240 \times 10^3 \times 2/34 \times 10^6}{53/1 \times 10^6 \times 150} = 7 \text{ MPa}$$

$$Q_3 = (150 \times 50)(75 - 25) = 3/75 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$\tau_r = \frac{240 \times 10^3 \times 3/75 \times 10^3}{53/1 \times 10^6 \times (150 \text{ یا } 50)} = 11/3 \text{ یا } 33/9 \text{ MPa}$$

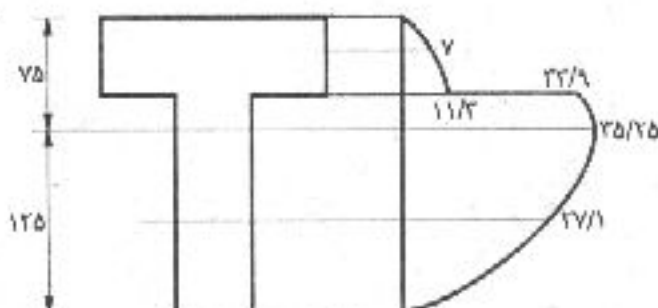
$$Q_r = (130 \times 50)(125 - 65) = 3/9 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$\tau_r = \frac{240 \times 10^3 \times 3/9 \times 10^3}{53/1 \times 10^6 \times 50} = 35/25 \text{ MPa}$$

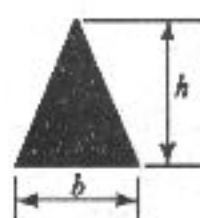
$$Q_s = (65 \times 50) \left(125 - \frac{65}{2}\right) = 3 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$\tau_o = \frac{240 \times 10^3 \times 3 \times 10^3}{53/1 \times 10^6 \times 50} = 27/1 \text{ MPa}$$

$$\tau_p = 0$$



۱۸-۷. مقطع یک تیر به صورت یک مثلث متساوی الساقین است که طول پایه b آن مساوی نصف ارتفاع h آن است. (الف) با استفاده از رابطه اصلی تنش برشی و ریاضیات، محل حداکثر تنش برشی



مسئله ۱۸-۷

ناشی از نیروی برشی قائم V را به دست آورید. نمایش تغییرات نیروی برشی در روی مقطع را به دست آورید. (ب) اگر h مساوی ۸۰ میلیمتر و h مساوی ۱۶۰ میلیمتر و تنش برشی حداکثر به ۰/۸ نیوتن بر میلیمتر مربع محدود شده باشد، حداکثر نیروی برشی قائم V که این مقطع می تواند تحمل کند چقدر است؟

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

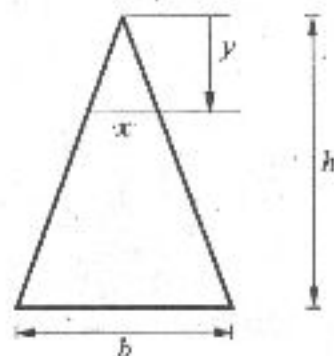
(الف)

با توجه به این نکته که مقادیر V و I ثابت می باشند باید محلی را که در آن $\left(\frac{Q}{t}\right)$ بیشینه است پیدا کنیم.

$$x = \frac{b}{h} y = \frac{1}{2} y$$

$$\frac{Q}{t} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} y\right) y \left(\frac{2}{3} h - \frac{2}{3} y\right)}{\frac{1}{2} y} = \frac{1}{3} (hy - y^2)$$

$$\frac{d\left(\frac{Q}{t}\right)}{dy} = 0 \Rightarrow \frac{1}{3} (h - 2y) = 0 \Rightarrow \boxed{y = \frac{h}{2}}$$

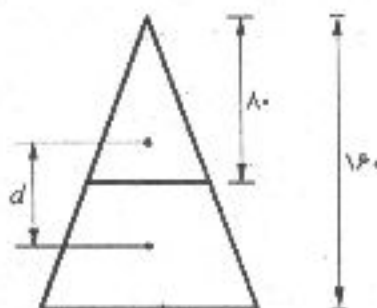


$$b = \frac{h}{2}$$

(ب)

$$d = \frac{2}{3} \times 160 - \frac{2}{3} \times 80 = 53/3$$

$$\tau = \frac{VQ}{It} \rightarrow V = \frac{\tau It}{Q} = \frac{0/8 \times \frac{1}{36} (80) (160)^2 (40)}{\frac{1}{2} (40) (80) (53/3)} = 3415 \text{ N}$$



۱۹-۷. مقطع یک تیر که به صورت مثلث متساوی الساقین، به پایه $b = ۱۵۰$ و به ارتفاع $h = ۴۵۰$ میلیمتر، می باشد، تحت تأثیر نیروی برشی قائم ۲۷۰۰۰ نیوتن قرار دارد. مطلوب است تعیین تنش برشی افقی در محور خنثی و وسط ارتفاع. بعد از تعیین تنش در چند نقطه دیگر، نتایج را به صورت ترسیم تغییرات تنش برشی در ارتفاع مقطع، نمایش دهید.

$$Q = \left(\frac{1}{3} \times ۱۰۰ \times ۳۰۰ \right) (۱۰۰) = ۱/۵ \times ۱۰^9 \text{ mm}^3$$

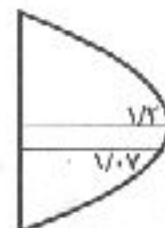
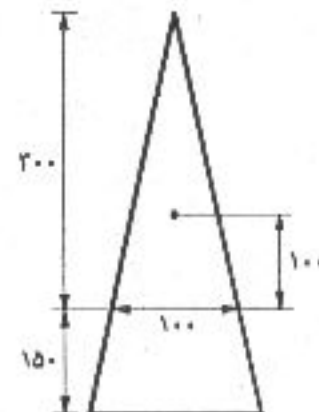
$$I = \frac{1}{36} (۱۵۰) (۴۵۰)^3 = ۳/۸ \times ۱۰^8 \text{ mm}^4$$

$$\tau_{NA} = \frac{VQ}{It} = \frac{۲۷۰۰۰ \times ۱/۵ \times ۱۰^9}{۳/۸ \times ۱۰^8 \times ۱۰۰} = ۱/۰۷ \text{ MPa}$$

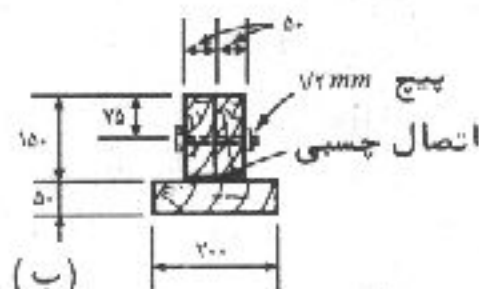
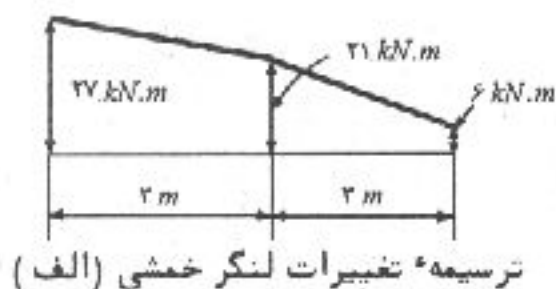
$$Q = \left(\frac{1}{3} \times ۷۵ \times ۲۲۵ \right) (۱۵۰) = ۱/۲۶۶ \times ۱۰^9 \text{ mm}^3$$

$$\tau = \frac{۲۷۰۰۰ \times ۱/۲۶۶ \times ۱۰^9}{۳/۸ \times ۱۰^8 \times ۷۵} = ۱/۲ \text{ MPa}$$

منحنی توزیع تنش سهمی با ماکزیمم $۱/۲$ می باشد.



۲۰-۷. تیری با مقطع نشان داده شده، طوری بارگذاری شده است که تغییرات لنگر خمشی آن مطابق شکل می باشد. مطلوب است (الف) حداکثر نیروی برشی افقی در پیچهای ۱۲ میلیمتری که به فاصله ۳۰۰ میلیمتر از یکدیگر قرار دارند. (ب) حداکثر تنش برشی در اتصال چسبی.



مسئله ۷-۲۰

(الف)

دو بلوک ۱۵۰×۵۰ میلیمتری مثل یک بلوک واحد عمل می کنند.

$$\tau = ۰$$

(ب)

$$V = \frac{dM}{dx} \quad V_1 = \frac{۲۷ - ۲۱}{۳} = ۲ \text{ kN} \quad V_2 = \frac{۲۱ - ۶}{۳} = ۵ \text{ kN}$$

در نتیجه: $V_{max} = ۵ \text{ kN}$

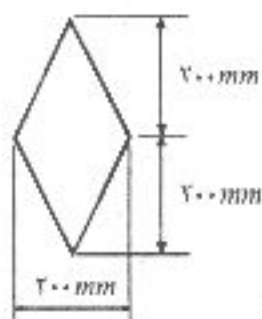
$$\bar{y} = \frac{(۲۰۰ \times ۵۰)(۲۵) + (۱۰۰ \times ۱۵۰)(۱۲۵)}{۲۰۰ \times ۱۵۰ + ۱۰۰ \times ۱۵۰} = ۸۵ \text{ mm} \quad \text{از پایین}$$

$$I = \frac{1}{12} (200) (50)^3 + (200 \times 50) (60)^2 + \frac{1}{12} (100) (150)^3 + (100 \times 150) (40)^2$$

$$\Rightarrow I = 90/2 \times 10^8 \text{ mm}^4$$

$$Q = (200 \times 50) (85 - 25) = 6 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{(5000) (6 \times 10^6)}{(90/2 \times 10^8) \times (100)} = 0/332 \text{ MPa} = 332 \text{ kPa}$$



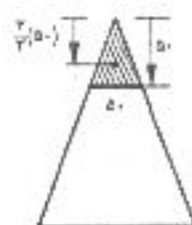
مسئله ۷-۲۱

۷-۲۱. مقطع تیری به شکل لوزی می باشد (مطابق شکل). بر این مقطع نیروی برشی قائمی مساوی ۵۰۰۰ نیوتن وارد می شود. با تعیین تنش برشی در فواصل ۵۰ میلیمتری، ترسیم تغییرات تنش برشی در ارتفاع مقطع را ترسیم نمایید.

$$I = 2 \times \frac{1}{12} (200) (200)^3 = 2/67 \times 10^8 \text{ mm}^4$$

$$\tau = \frac{VQ}{It} \quad \tau_1 = 0$$

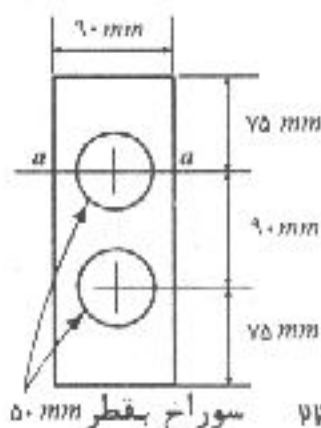
$$\tau_1 = \frac{(5000) \left[\left(\frac{1}{2} \times 50 \times 50 \right) \times \left(200 - \frac{2}{3} \times 50 \right) \right]}{(2/67 \times 10^8) (50)} = 0/0782 \text{ MPa} = 78/2 \text{ kPa}$$



$$\tau_r = \frac{(5000) \left[\left(\frac{1}{2} \times 100 \times 100 \right) \times \left(200 - \frac{2}{3} \times 100 \right) \right]}{(2/67 \times 10^8) (100)} = 125 \text{ kPa}$$

$$\tau_r = \frac{(5000) \left[\left(\frac{1}{2} \times 150 \times 150 \right) \times \left(200 - \frac{2}{3} \times 150 \right) \right]}{(2/67 \times 10^8) (150)} = 140 \text{ kPa}$$

$$\tau_0 = \frac{5000 \left[\left(\frac{1}{2} \times 200 \times 200 \right) \times \left(\frac{200}{3} \right) \right]}{(2/67 \times 10^8) (200)} = 125 \text{ kPa}$$



مسئله ۷-۲۲ سوراخ قطر ۵۰ mm

۷-۲۲. مقطع یک تیر چدنی مطابق شکل می باشد. اگر تنش کششی مجاز مساوی ۵۰، تنش فشاری مجاز مساوی ۲۰۵ و تنش برشی مجاز مساوی ۵۵ نیوتن بر میلیمتر مربع باشد، حداکثر نیروی برشی مجاز و حداکثر لنگر خمشی مجاز وارد بر این مقطع چقدر خواهد بود. فقط بارهای شاقولی را در نظر بگیرید و محاسبات خود را محدود به تراز $a-a$ نمایید.

تنش برشی در تیرها / ۱۸۱

$$I = \frac{1}{12} (0.09)(0.24)^3 - 2 \left[\frac{\pi}{4} (0.025)^3 + \pi (0.025)^2 \times (0.045)^2 \right] = 9/5 \times 10^{-6} m^4$$

$$Q = (0.09 \times 0.075) \left(75 + 45 - \frac{75}{2} \right) - \frac{1}{2} \pi (0.025)^2 \times \left(0.045 + \frac{4(0.025)}{3\pi} \right) = 0.557 m^3$$

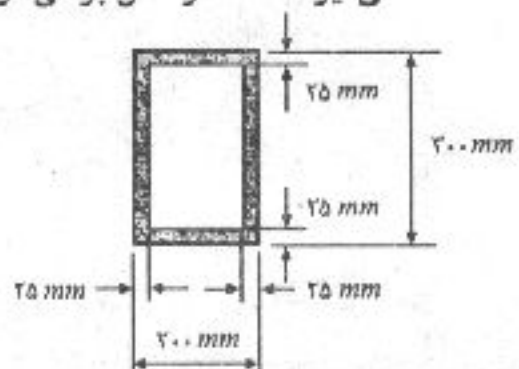
$$V = \frac{\tau It}{Q} = \frac{(55 \times 10^6)(9/5 \times 10^{-6})(0.04)}{0.557} = 375 kN$$

$$M = \frac{\sigma I}{c} = \frac{(50 \times 10^6)(9/5 \times 10^{-6})}{0.12} = 39/6 kN.m$$

۲۳-۷. مقطع جعبه‌ای نشان داده شده در شکل، مقطع یک تیر ساده می‌باشد. در یک ناحیه مشخص از تیر، تغییرات لنگر خمشی خطی و با شیب ۴۰۰۰ نیوتن متر بر متر در امتداد محور تیر صورت می‌گیرد. حداکثر تنش برشی تولید شده در مقطع در این ناحیه چقدر است.

$$V = \frac{\Delta M}{\Delta L} = 4 kN$$

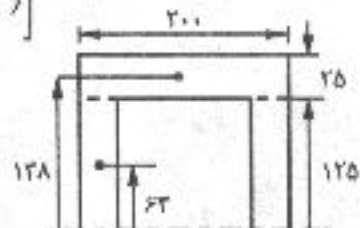
$$I = \frac{1}{12} (0.2)(0.3)^3 - \frac{1}{12} (0.15)(0.25)^3 = 2/55 \times 10^{-7} m^4$$



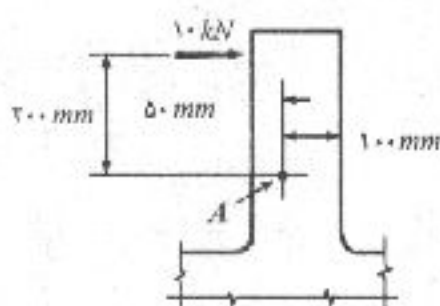
مسئله ۷-۲۳

$$Q = \left[(0.2 \times 0.025)(0.138) + 2(0.125 \times 0.025)(0.063) \right] = 1/58 \times 10^{-7} m^3$$

$$\tau_{max} = \frac{VQ}{It} = \frac{4 \times 1/58 \times 10^{-7}}{(2/55 \times 10^{-7})(0.05)} = 340 kPa$$



۲۴-۷. زائده لچکی مانندی از یک ماشین که دارای مقطع مربع مستطیل 40×150 میلیمتر می‌باشد،



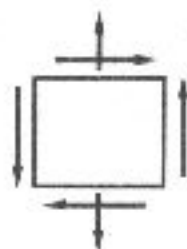
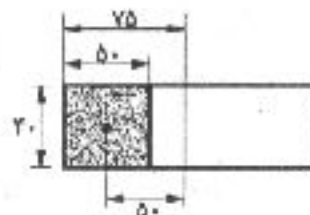
مسئله ۷-۲۴

مطابق شکل تحت اثر نیروی متمرکز ۱۰ کیلو نیوتنی قرار دارد. مطلوب است تعیین تنشهای برشی در یک جزء کوچک که در نقطه A قرار دارد. نتایج را به صورت ترسیمی در روی یک جزء کوچک نمایش دهید. از آنجایی که این جزء کوچک تحت تنش قائم نیز می‌باشد، بدون محاسبه این تنش، تنشهای قائم را با جهت صحیح در روی جزء کوچک نمایش دهید.

$$Q = (50 \times 40)(50) = 1000 \text{ mm}^2$$

$$I = \frac{1}{12}(40)(150)^3 = 11/25 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{(10 \times 10^3)(100)}{(11/25 \times 10^6)(40)} = 2/22 \text{ MPa}$$



۲۵-۷. مطلوب است تعیین حداکثر تنش برشی در مقطع $A-A$ از لچکی مثال ۵-۶. نتایج را در روی یک جزء سطح نمایش دهید. آیا در روی این جزء سطح تنش خمشی نیز تأثیر می‌کند.

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

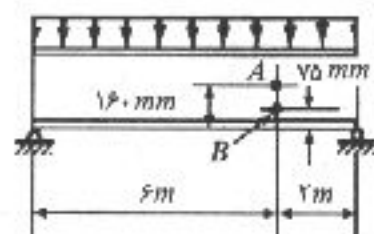
$$V = 36/3 \text{ kN}, \quad I = 5/64 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$Q = 2 \times 25 \times (100 - 42/5) \frac{(100 - 42/5)}{2} = 82656/3 \text{ mm}^2$$

$$\tau = \frac{36300 \times 82656/3}{(5/64 \times 10^9)(2 \times 25)} = 10/64 \text{ MPa}$$

اگر جزء سطح روی محور خمشی باشد تنش خمشی بر آن تأثیر نمی‌کند در غیر این صورت تنش خمشی نیز روی آن موجود است.

۲۶-۷. یک نیم رخ $IPE 360$ باری معادل ۶۰ کیلو نیوتن بر متر را که شامل وزن خودش نیز می‌باشد،

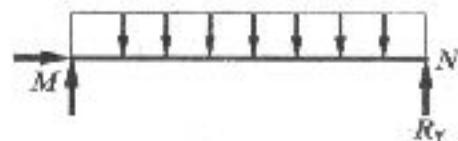


مسئله ۷-۲۶

تحت دهانه ساده ۸ متر تحمل می‌کند (مطابق شکل).
مطلوب است تعیین تنشهای برشی در نقاط A و B . تنشهای
به دست آمده را در روی یک جزء سطح با جهت‌های مربوطه
نمایش دهید. اگر در روی این جزء سطحها، تنشهای خمشی
نیز تأثیر می‌کند، بدون محاسبه این تنشها، آنها را با جهت
صحیح در روی شکل نشان دهید.

$$\sum M_M = 0: 60 \times 8 \times 4 - R_V \times 8 = 0 \rightarrow R_V = 240 \text{ kN}$$

$$V = 240 - 60 \times 2 = 120 \text{ kN}$$

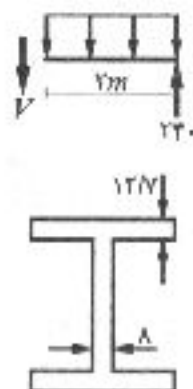


با مراجعه به جدول ۴ ضمیمه مشخصات مورد نیاز برای $IPE 360$ به دست می‌آید.

$$Q_A = 12/7 \times 170 \times (180 - 6/35) + (180 - 12/7) \times 8 \times \left(\frac{180 - 12/7}{2} \right)$$

$$Q_A = 4/87 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$\tau_A = \frac{VQ_A}{It} = \frac{(120 \times 10^3)(4/87 \times 10^6)}{(16270 \times 10^4)(8)} = 44/9 \text{ MPa}$$

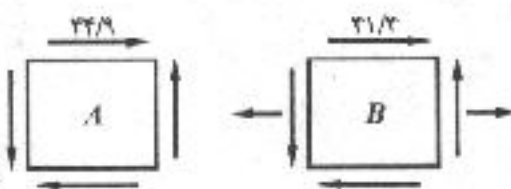


تنش برشی در تیرها / ۱۸۳

$$Q_B = 12/7 \times 170 \times (180 - 6/35) + (75 - 12/7) \times 8 \times \left(\frac{75 - 12/7}{2} \right) \times 8 \times (180 - 75)$$

$$Q_B = 4/49 \times 10^5$$

$$\tau_B = \frac{VQ_B}{It} = \frac{(120 \times 10^3)(4/49 \times 10^5)}{(16270 \times 10^3)(8)} = 41/4 \text{ MPa}$$



۲۷-۷. یک تیر با مقطع مستطیل توپر به ابعاد 200×300 میلیمتر، مطابق شکل بارگذاری شده است. از این تیر یک قطعه $200 \times 150 \times 50$ میلیمتر که در شکل به صورت سایه دار نشان داده شده است، جدا نمایید. سپس در روی تروسیمه جسم آزاد این قطعه، نقطه تأثیر، مقدار و جهت تمام نیروهای برآیند ناشی از تنشهای برشی و خمشی را نشان دهید. از وزن تیر صرف نظر کنید.

$$\sum M_A = 0 : R_B \times 3 = 100 \times 1/8 \Rightarrow R_B = 40 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 : R_A = 40 \text{ kN}$$

$$I = \frac{1}{12} 2 (0/2) (0/3)^3 = 4/5 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

$$\sigma_L = \frac{M_L y}{I} = \frac{(40 \times 1/2)(0/15)}{4/5 \times 10^{-7}} = 16000 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_R = \frac{M_R y}{I} = \frac{(40 \times 1/25)(0/15)}{4/5 \times 10^{-7}} = 16700 \text{ kN/m}^2$$

$$F_L = \frac{1}{2} (16000) (0/15 \times 0/2) = 240 \text{ kN}$$

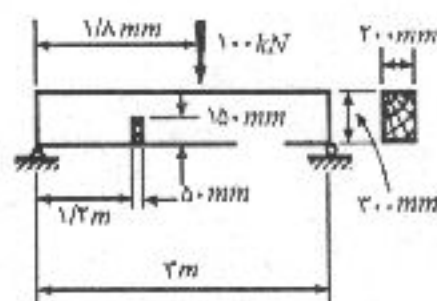
$$F_R = \frac{1}{2} (16700) (0/15 \times 0/2) = 250 \text{ kN}$$

$$Q = (0/15 \times 0/2)(0/075) = 2/25 \times 10^{-2}$$

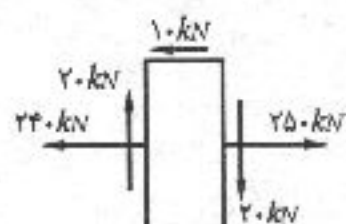
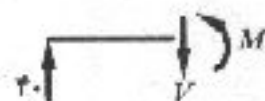
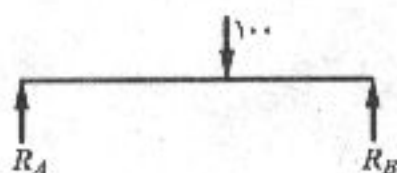
$$\tau_{max} = \frac{VQ}{It} = \frac{40 \times 2/25 \times 10^{-2}}{4/5 \times 10^{-7} \times 0/2} = 1000 \text{ kN/m}^2 = 1 \text{ MPa}$$

$$\text{نیروی برشی} = 1000 \times (0/05 \times 0/2) = 10 \text{ kN}$$

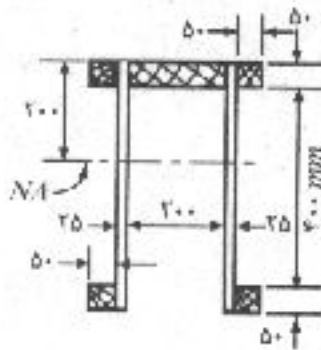
$$\text{نیروی عمودی} = \frac{V}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ kN}$$



مسئله ۲۷-۷



۲۸-۷. مطابق شکل، مقطع یک تیر از به هم چسباندن چند قطعه تخته سه لایی ساخته شده است. در یک مقطع بحرانی، این مقطع باید بتواند نیروی برشی قائمی معادل ۱۵ کیلو نیوتن را تحمل کند.



مطلوب است تعیین تنش برشی حداکثر در سطوح تماس
قطعات به هم چسبیده به منظور انتخاب چسب مناسب برای
کار. لنگر ماند کل مقطع در حول محور خشی مساوی
 1425×10^6 میلیمتر به توان ۴ می باشد.

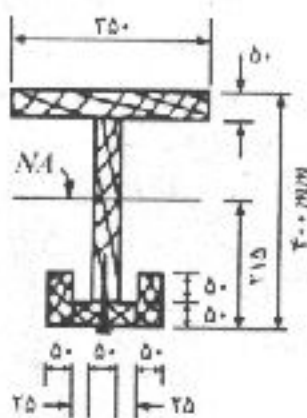
مسئله PA-V

تنش برشی در سطوح پایینی

$$\tau_a = \frac{(15 \times 10^3) [(50 \times 50) \times 275]}{(1425 \times 10^6)(50)} = 0.144 \text{ MPa} = 144 \text{ kN/m}^2$$

تنش برشی در سطوح بالا

$$\tau_b = \frac{(15 \times 10^3) [(50 \times 200) \times 175]}{(1425 \times 10^6) \times 2(50)} = 0.184 \text{ MPa} = 184 \text{ kN/m}^2$$



مسئله PQ-V

۲۹-۷. مقطع یک تیر چوبی مطابق شکل می باشد. اتصال بال پایینی به
جان توسط میخهایی که به فاصله ۴۰ میلیمتر در امتداد طولی تیر
کوبیده شده اند، تأمین می شود. اتصال دو قسمت قائم بال پایینی
به قسمت افقی، توسط چسب تأمین شده است. اگر این مقطع
تحت تأثیر نیروی برشی قائم ۲۵ کیلو نیوتن قرار داشته باشد،
مطلوب است تعیین نیروی برشی موجود در میخها و تنش
برشی در چسب. لنگر ماند کل مقطع در حول محور خشی
مساوی 1030×10^6 میلیمتر به توان ۴ می باشد.

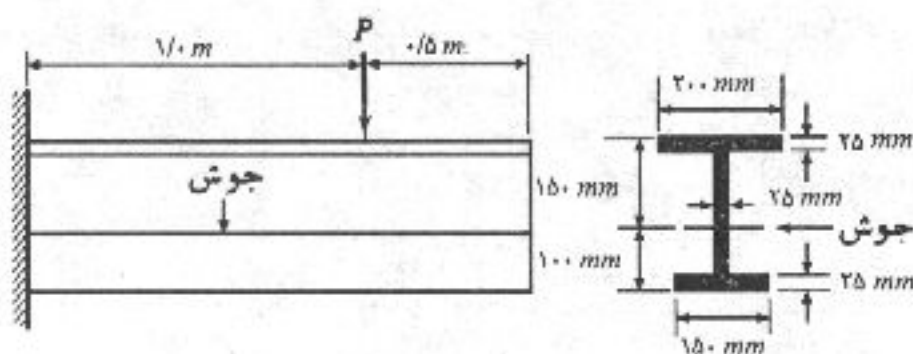
تنش برشی در چسب:

$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{25000 [(100 \times 50)(215 - 50)]}{(1030 \times 10^6)(50)} = 0.40 \text{ MPa}$$

$$F = qs = \frac{VQ}{I} S$$

$$F = \frac{(25000) [2(100 \times 50)(215 - 50) + (100 \times 50)(215 - 25)]}{(1030 \times 10^6)} \times (40) = 2524 \text{ N}$$

۳۰-۷. مطابق شکل، مقطع یک تیر طره ای به دهانه ۱/۵ متر از جوش دادن دو نیم رخ سپری به یکدیگر
ساخته شده است. مطلوب است تعیین نیروی P که تیر می تواند در وضعیت نشان داده شده
تحمل کند. از وزن تیر صرف نظر کنید. تنش مجاز خمشی در فشار و کشش مساوی ۱۵۰ نیوتن
بر میلیمتر مربع و تنش مجاز برشی در مصالح نیمرخها مساوی ۱۰۰ نیوتن بر میلیمتر مربع و
نیروی برشی مجاز در مصالح جوش مساوی ۲ کیلو نیوتن بر میلیمتر طول جوش می باشد.



مسئله ۷-۳۰

$$\sum Ay = (0.025 \times 0.15)(0.0125) + (0.2 \times 0.025)(0.125) + (0.025 \times 0.2)(0.2375) \\ = 1/86 \times 10^{-2} m^2$$

$$\sum A = (0.025 \times 0.15) + (0.2 \times 0.025) + (0.025 \times 0.2) = 1/375 \times 10^{-2} m^2$$

$$\bar{y} = \frac{1/86 \times 10^{-2}}{1/375 \times 10^{-2}} = 0.135 m$$

$$I = \frac{1}{12} (0.2)(0.025)^3 + (0.2 \times 0.025)(0.103)^2 + \frac{1}{12} (0.025)(0.2)^3 \\ + (0.025 \times 0.2)(0.01)^2 + \frac{1}{12} (0.15)(0.025)^3 + (0.15 \times 0.025)(0.123)^2 \\ = 1/3 \times 10^{-6} m^4$$

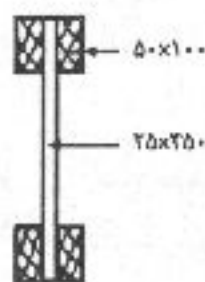
$$\sigma = \frac{M.c}{I} \Rightarrow P \times 1 = \frac{\sigma I}{c} = \frac{(150 \times 10^6)(1/3 \times 10^{-6})}{0.135} = 144 kN$$

$$\tau = \frac{VQ}{It} \Rightarrow P = \frac{\tau It}{Q} = \frac{(100 \times 10^6)(1/3 \times 10^{-2})(0.025)}{(0.025 \times 0.15)(0.123) + (0.025 \times 0.11)\left(\frac{0.11}{2}\right)} \\ = 531000 N = 531 kN$$

$$q = \frac{VQ}{I} \Rightarrow P = \frac{qI}{Q} = \frac{(2 \times 10^6)(1/3 \times 10^{-2})}{(0.025 \times 0.15)(0.123) + (0.025 \times 0.075)(0.0725)} = 435 kN$$

$$P = 144 kN$$

کمترین مقدار به دست آمده برای P جواب مسأله می باشد.



مسئله ۷-۳۱

۳۱-۷. مقطع یک تیر از چهار قطعه چوب داگلاس فیر به ابعاد 50×100 میلیمتر که به یک سه لایه داگلاس فیر به ابعاد 25×450 میلیمتر چسب شده اند، تشکیل شده است (مطابق شکل). مطلوب است تعیین حداکثر نیروی برشی مجاز و حداکثر لنگر خمشی مجاز در صورتی که تنش خمشی مجاز مساوی 10 نیوتن بر میلیمتر مربع و تنش برشی مجاز در مصالح چوب مساوی 0.6 نیوتن بر میلیمتر مربع و تنش

برشی مجاز در اتصال چسبی ۰/۳ نیوتن بر میلیمتر مربع باشد. تمام ابعاد نشان داده شده در شکل بر حسب میلیمتر می باشند.

$$I = \frac{1}{12} (0/125)(0/45)^3 - \frac{1}{12} (0/1)(0/25)^3 = 8/19 \times 10^{-7} m^4$$

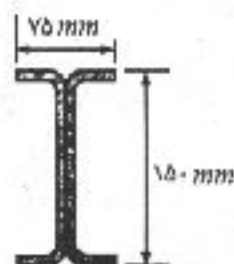
$$M = \frac{\sigma I}{c} = \frac{(10 \times 10^6)(8/19 \times 10^{-7})}{0/225} = 36400 N.m = 36/4 kN.m$$

$$V_{(چسب)} = \frac{\tau I b}{Q} = \frac{(0/3 \times 10^6)(8/19 \times 10^{-7})(0/1)}{(0/05 \times 0/1)(0/175)} = 28/1 kN$$

$$V_{(چوب)} = \frac{(0/6 \times 10^6)(8/19 \times 10^{-7})(0/025)}{(0/125 \times 0/1)(0/175) + (0/025 \times 0/125)(\frac{0/125}{2})} = 5/16 kN$$

حداکثر نیروی برشی مجاز ۵/۱۶ kN می باشد.

۳۲-۷. مقطع یک نیمرخ نیمه سبک مطابق شکل می باشد. (الف) اگر ضخامت ورقی که پروفیل‌های فوق



مسئله ۷-۳۲

از آن ساخته شده مساوی ۳/۴ میلیمتر و تنش خمشی مجاز مساوی ۱۲۵ نیوتن بر میلیمتر مربع باشد؛ حداکثر لنگر خمشی مجاز مقطع چقدر می باشد؟ (ب) اگر تنش برشی مجاز مساوی ۸۰ نیوتن بر میلیمتر مربع باشد، حداکثر نیروی برشی مجاز برای مقطع فوق چقدر است. در محاسبات از گردی گوشه‌های نیمرخها صرف نظر نمایید.

$$I = \frac{1}{12} (75)(150)^3 - \frac{1}{12} (75 - 2 \times 3/4)(150 - 2 \times 3/4)^3 = 4/4 \times 10^6 mm^4$$

$$M = \frac{\sigma I}{c} = \frac{(125)(4/4 \times 10^6)}{75} = 7/33 \times 10^6 N.mm = 733 kN.m$$

$$Q = (75 \times 3/4) \left(75 - \frac{3/4}{2} \right) + \left[(2 \times 3/4) \times (75 - 3/4) \times \left(\frac{75 - 3/4}{2} \right) \right]$$

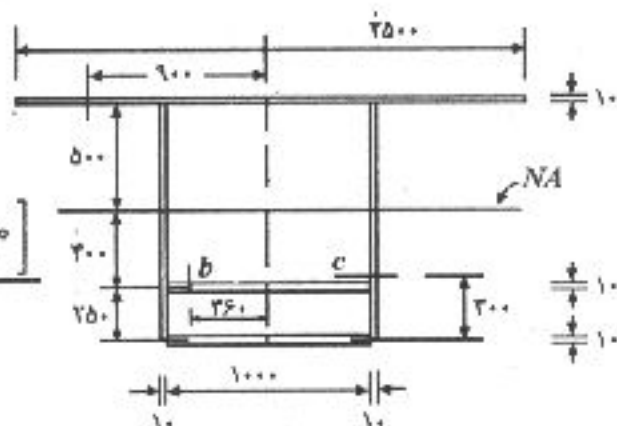
$$= 36121/8 mm^3$$

$$V = \frac{\tau I b}{Q} = \frac{(80)(4/4 \times 10^6)(6/8)}{36121/8} = 66/265 kN$$

۳۳-۷. ابعاد مقطع یک تیر جعبه‌ای که نیروی برشی قائمی مساوی ۱۵۰۰ کیلو نیوتن را انتقال می دهد، مطابق شکل است. مطلوب است تعیین تنشهای برشی در مقاطع a، b و c. لنگر ماند مقطع حول محور خشی مساوی 15000×10^6 میلیمتر به توان ۴ می باشد.

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

$$\tau_a = \frac{(1500 \times 10^2) \left[\left(\frac{2500}{2} - 900 \right) \times 10 \times 500 \right]}{(15 \times 10^9)(10)} = 17/5 \text{ MPa}$$

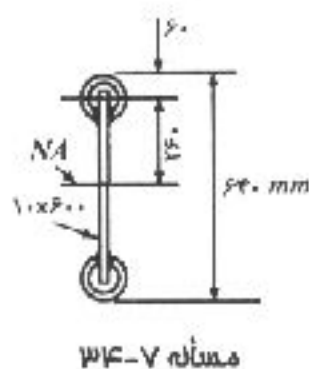


(تمام ابعاد برحسب میلی‌متر)
مسئله ۷-۳۳

$$\tau_b = \frac{(1500 \times 10^2) [(360 \times 10)(400)]}{(15 \times 10^9)(10)} = 14/4 \text{ MPa}$$

$$Q_c = (1000 \times 10) \times 650 + (1000 \times 10) \times 400 + 2 \times (300 \times 10) \times \left(650 - \frac{300}{2} \right) = 13/5 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$\tau_c = \frac{(1500 \times 10^2)(13/5 \times 10^6)}{(15 \times 10^9)(2 \times 10)} = 67/5 \text{ MPa}$$



۷-۳۴. با شکاف دادن دو نیم‌رخ لوله‌ای به قطر ۱۲۰ و به ضخامت ۱۰ میلیمتر و سپس جوش آنها به یک ورق ۶۰۰ × ۱۰ میلیمتر، مقطعی مطابق شکل ساخته‌ایم. لنگر ماند مقطع کل در حول محور خشای مربوطه مساوی ۴۶۳ × ۱۰۶ میلیمتر به توان ۴ می‌باشد. اگر این مقطع نیروی برشی قائمی مساوی ۱۸۰ کیلونیوتن را انتقال دهد، مطلوب است تعیین تنش برشی در لوله و ورق جان در توازی مساوی ۲۶۰ میلیمتر بالای محور خشی.

$$A = \frac{\pi}{4} (120^2 - 100^2) = 3455/7 \text{ mm}^2$$

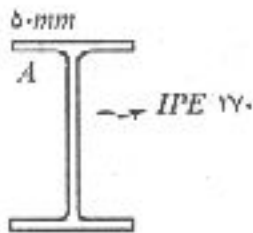
$$\bar{R} = \frac{60 + 50}{2} = 55 \text{ mm} \quad \bar{y} = 260 + \frac{\bar{R}}{\pi} = 295 \text{ mm}$$

$$Q_p = \left(\frac{1}{2} \times 3455/7 \right) (295) = 5/1 \times 10^5 \text{ mm}^2$$

$$\tau_{pipe} = \frac{(180 \times 10^3)(5/1 \times 10^5)}{(463 \times 10^6)(2 \times 10)} = 10/53 \text{ MPa}$$

$$Q_w = (300 - 260) \times 10 \times \left(260 + \frac{300 - 260}{2} \right) = 1/12 \times 10^5 \text{ mm}^2$$

$$\tau_{web} = \frac{(180 \times 10^3)(1/12 \times 10^5)}{(463 \times 10^6)(10)} = 4/35 \text{ MPa}$$



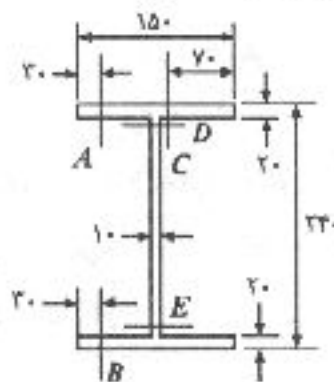
مسئله ۳۵-۷

۳۵-۷. مطلوب است تعیین تنش برشی در مقطع A از یک تیر IPE ۲۷۰ که نیروی برشی قائمی مساوی ۹۰ کیلونیوتن و لنگر خمشی ۳/۵ کیلونیوتن متر را حمل می‌کند.

$$\tau_A = \frac{VQ}{It} = \frac{(90 \times 10^3) \left[(500 \times 10/2) \left(\frac{270}{2} - \frac{10/2}{2} \right) \right]}{(5790 \times 10^4)(10/2)} = 10/1 \text{ MPa}$$

مشخصات مورد نیاز از جدول ۴ ضمیمه برداشت شده است.

۳۶-۷. تیری با مقطع نشان داده شده در شکل مفروض است. اگر در ناحیه‌ای از این تیر، نیروی برشی مثبتی مساوی ۱۰۰ کیلونیوتن وجود داشته باشد، مطلوب است، (الف) جریان برش q که در هر یک از پنج مقطع نشان داده شده وجود دارد. (ب) فرض کنید که لنگر خمشی مثبتی معادل ۲۷۰۰۰ نیوتن در یک مقطع از تیر عمل می‌کند و در مقطع دیگری که به فاصله ۱۰ میلیمتر از آن قرار دارد، لنگر خمشی بزرگتری وارد می‌شود. یک طرح سه بعدی از قطعاتی که توسط این دو مقطع عرضی و پنج مقطع A, B, C, D و E از تیر جدا می‌شوند، رسم نمایید و در روی آنها تمام نیروهای مؤثر را نشان دهید، از تنش برشی قائم در بالها صرف نظر نمایید. (تمام ابعاد نشان داده شده در شکل بر حسب میلیمتر هستند)



(ابعاد بر حسب میلی‌متر)

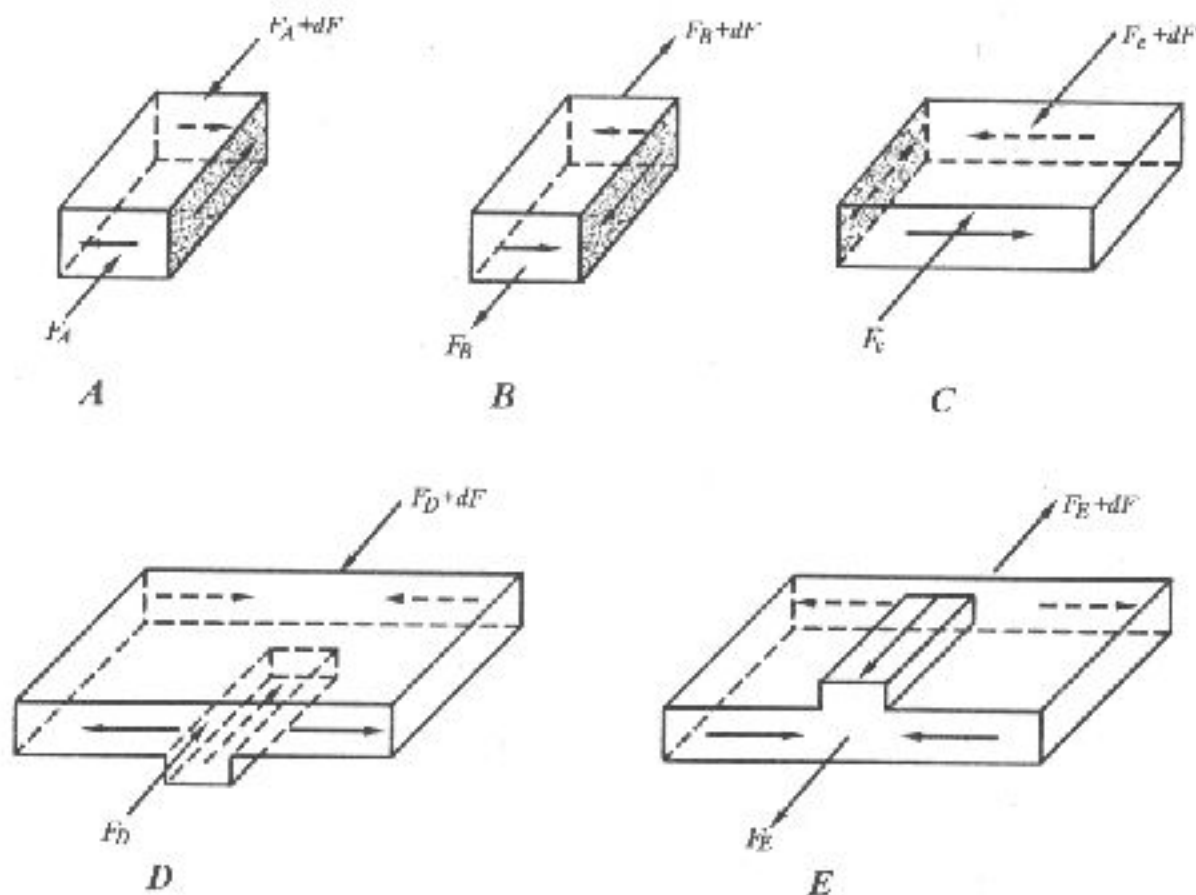
مسئله ۳۶-۷

$$I = \frac{1}{12} (0/15)(0/24)^3 - \frac{1}{12} (0/14)(0/2)^3 = 7/95 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$q_A = q_B = \frac{VQ}{I} = \frac{100(kN) \times (0/03 \times 0/02)(0/11)}{7/95 \times 10^{-5}} = 83 \text{ kN/m}$$

$$q_C = \frac{100 \times (0/07 \times 0/02)(0/11)}{7/95 \times 10^{-5}} = 194 \text{ kN/m}$$

$$q_D = q_E = \frac{100 \times (0/15 \times 0/02)(0/11)}{7/95 \times 10^{-5}} = 415 \text{ kN/m}$$



۳۷-۷. تیری با مقطع نشان داده شده در شکل، نیروی برشی قائمی مساوی ۳۰ کیلو نیوتن را که بر مرکز برش آن وارد می شود، انتقال می دهد. مطلوب است تعیین تنشهای برشی در مقاطع A، B و C لنگر ماند در حول محور خنثی مساوی $12/2 \times 10^6$ میلیمتر به توان ۴ و ضخامت مقطع در تمام نقاط ثابت و مساوی ۱۰ میلیمتر می باشد.

$$Q_A = (30 \times 10) \left(75 - 10 - \frac{30}{2} \right) \rightarrow Q_A = 150000 \text{ mm}^2$$

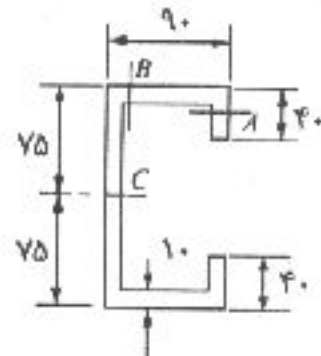
$$\tau_A = \frac{VQ_A}{It} = \frac{(30 \times 10^3)(150000)}{(12/2 \times 10^6)(10)} = 3/7 \text{ N/mm}^2$$

$$Q_B = Q_A + (80 \times 10) (75 - 5) = 710000 \text{ mm}^2$$

$$\tau_B = \frac{VQ_B}{It} = \frac{(30 \times 10^3)(710000)}{(12/2 \times 10^6)(10)} = 17/26 \text{ N/mm}^2$$

$$Q_C = Q_B + (75 \times 10) \left(\frac{75}{2} \right) = 991250 \text{ mm}^2$$

$$\tau_C = \frac{VQ_C}{It} = \frac{(30 \times 10^3)(991250)}{(12/2 \times 10^6)(10)} = 24/37 \text{ N/mm}^2$$



(تمام ابعاد بر حسب میلی متر)
مسئله ۳۷-۷

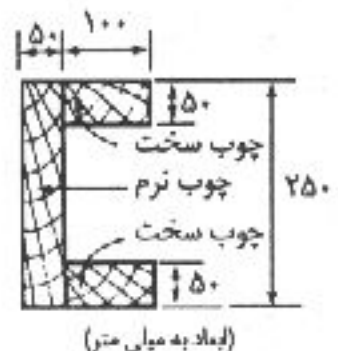
۳۸-۷. مطابق شکل، مقطع یک تیر طره‌ای به دهانه ۱/۲ متر، از به هم چسباندن سه قطعه تخته، ساخته شده است. یک نیروی متمرکز به طرف بالایی مساوی ۴۰۰۰ نیوتن قرار است که بر این تیر طوری وارد گردد که هیچ گونه لنگر پیچشی تولید نکند، محل تأثیر این نیرو، کجا باید باشد؟

فرض کنید که تخته‌ها را بتوان نازک فرض کرد. ضریب ارتجاعی چوب سخت‌تر مساوی 10×10^5 و ضریب ارتجاعی چوب نرم‌تر مساوی 0.7×10^5 نیوتن بر میلیمتر مربع می‌باشد. (راهنمایی: مقطع را به یک مقطع معادل که از یک ماده ساخته شده، تبدیل نمایید).

$$n = \frac{0.1}{0.07} = \frac{10}{7}$$

$$nb = \frac{10}{7} \times 100 = 143 \text{ mm} = \text{عرض معادل چوب سخت}$$

$$I = \frac{1}{12} (143)(250)^3 - \frac{1}{12} (143)(150)^3 = 211 \times 10^6 \text{ mm}^4$$



(ابعاد به میلی‌متر)

مسئله ۷-۳۸

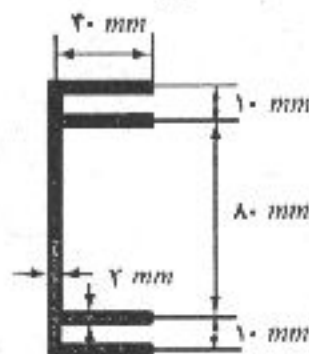
همانگونه که در بحث مرکز برش ملاحظه نمودید، رابطه مرکز برش برای این نوع مقطع به شکل زیر می‌باشد:

$$e = \frac{b^2 h^2 t}{4I} = \frac{(150)^2 (250)^2 (50)}{4 (211 \times 10^6)} = 83/3 \text{ mm}$$

$$83/3 - 25 = 60/3$$

یعنی نیرو باید در فاصله $60/3 \text{ mm}$ از لبه سمت چپ مقطع اثر کند.

۷-۳۹. مطلوب است تعیین مرکز برش برای مقطع نشان داده شده.



مسئله ۷-۳۹

$$I = \frac{1}{12} (2)(100)^3 + 2(2 \times 40)(40)^2 + 2 \times (2 \times 40)(50)^2 = 8/23 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

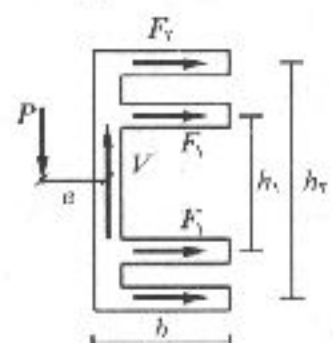
از جمله $(2)(40)(2)^2$ به خاطر ناچیز بودن در مقایسه با سایر جمله‌ها صرف‌نظر شده است.

$$P.e = h_1 F_1 + h_2 F_2, \quad P = V$$

$$F_1 = \frac{1}{2} \tau_1 A_1 = \frac{VQ_1}{2It} A_1 = \frac{VA_1 \bar{y}_1}{2It} A_1$$

به همین ترتیب:

$$F_2 = \frac{VA_2 \bar{y}_2}{2It} A_2$$



$$A_1 = tb = A_2$$

$$\bar{y}_1 = \frac{h_1}{2}, \quad \bar{y}_2 = \frac{h_2}{2}$$

از ترکیب روابط فوق نتیجه می شود:

$$e = \frac{tb^2}{4I} (h_1^2 + h_2^2)$$

$$e = \frac{2(40)^2}{4(8/23 \times 10^5)} (80^2 + 100^2) = 15/9 \text{ mm}$$

۴۰-۷. مطلوب است تعیین مرکز برش برای مقطع نشان داده شده.

$$I = \frac{1}{12} (2)(50)^3 + 2 \times (2 \times 26)(25)^2 = 8/58 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

$$P \cdot e = F_r h_r - F_l h_l \quad (1), \quad h_r = h_l = 50 \text{ mm}, \quad P = V$$

$$F_r = \frac{VA_r \bar{y}_1}{2It} A_r$$

$$F_l = \frac{VA_l \bar{y}_2}{2It} A_l$$

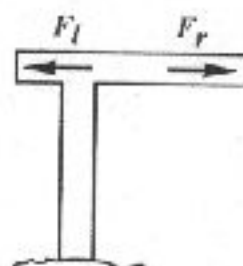
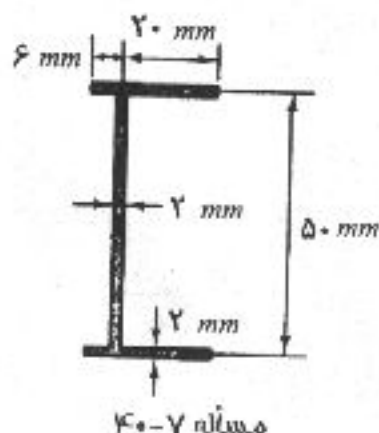
$$\bar{y}_1 = \bar{y}_2 = 25 \text{ mm}$$

$$F_r = \frac{V(2 \times 20)^2(25)}{2(8/58 \times 10^3)(2)} = 11/655 \times 10^{-3} \times V$$

$$F_l = \frac{V(2 \times 6)^2(25)}{2(8/58 \times 10^3)(2)} = 1/049 \times 10^{-3} \times V$$

$$(1) \rightarrow e = \frac{11/655 \times 10^{-3} V \times 50 - 1/049 \times 10^{-3} V \times 50}{V}$$

$$\rightarrow e = 5/3 \text{ mm}$$

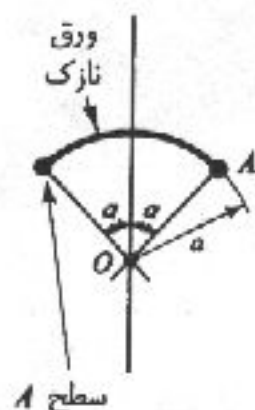


۴۱-۷. مطلوب است تعیین مرکز برش برای مقطع نشان داده شده. فرض کنید که سطح مقطع ورق، در مقایسه با سطوح A ناچیز است.

$$I = 0 + Ad^2 = 2A(a \sin \alpha)^2$$

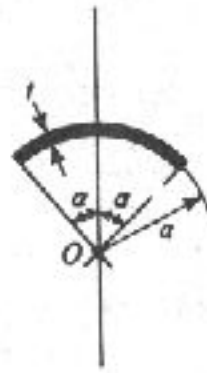
$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{VA(a \sin \alpha)}{2A(a \sin \alpha)^2} = \frac{V}{2a \sin \alpha}$$

$$P \cdot e = Ve = \frac{2\pi a(2\alpha)}{2\pi} aq = \frac{V\alpha a}{\sin \alpha} \Rightarrow e = \frac{\alpha}{\sin \alpha} \cdot a$$



مسئله ۴۱-۷

۴۲-۷. مطلوب است تعیین مرکز برش برای مقطع نشان داده شده.



مسئله ۴۲-۷

$$I = \int y^2 dA = \int_0^\alpha (a \sin \theta)^2 a d\theta = a^3 \int_0^\alpha (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$Q = \int_{\theta_1}^\alpha y dA = \int_{\theta_1}^\alpha (a \sin \theta) a d\theta = a^2 t (\cos \theta_1 - \cos \alpha)$$

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{V}{I} a^2 t (\cos \theta_1 - \cos \alpha)$$

$$P.e = V.e = \int_0^\alpha \left(\frac{q}{t}\right) (a d\theta) a = \frac{V a^3 t}{I} \int_0^\alpha (\cos \theta - \cos \alpha) d\theta$$

$$\Rightarrow V.e = \frac{V a^3 t}{I} (\sin \alpha - \alpha \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow e = \frac{a(\sin \alpha - \alpha \cos \alpha)}{\alpha - \sin \alpha \cos \alpha} \text{ (از نقطه } O \text{)}$$