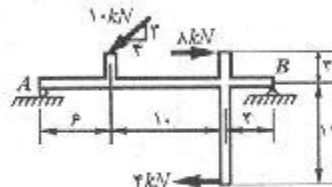
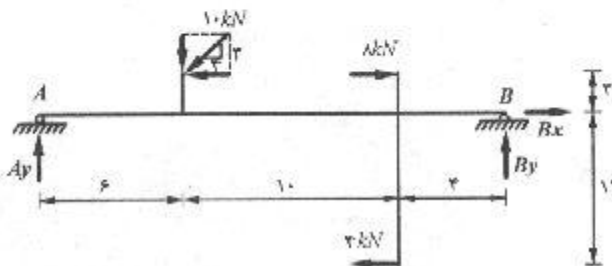


مسائل فصل دوم

۱-۲ و ۲-۲. مطلوب است تعیین واکنشهای ناشی از بارگذاری برای سازه‌های صفحه‌ای نشان داده شده در اشکال.



مسئله ۱-۲

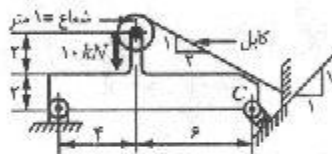


$$\sum F_x = 0 : B_x + 8 - 4 - 10 \left(\frac{4}{5} \right) = 0 \Rightarrow B_x = 4 \text{ kN} \rightarrow$$

$$\sum M_A = 0 : B_y (20) + 10 \left(\frac{4}{5} \right) (3) - 10 \left(\frac{3}{5} \right) (6) - 8(3) - 4(11) = 0$$

$$\Rightarrow B_y = 4 \text{ kN} \uparrow$$

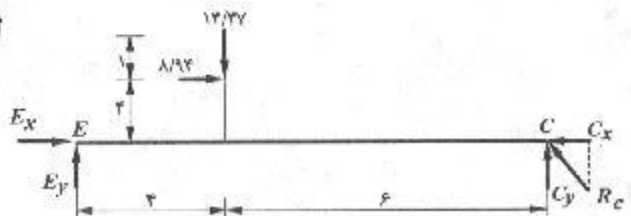
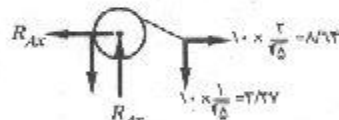
$$\sum F_y = 0 : A_y + B_y - 10 \left(\frac{3}{5} \right) = 0 \Rightarrow A_y = 2 \text{ kN} \uparrow$$



مسئله ۲-۲

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{Ax} = 14/9 \text{ kN} \leftarrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{Ay} = 14/9 \text{ kN} \uparrow$$



نیروی برشی، لنگر خمشی / ۱۵

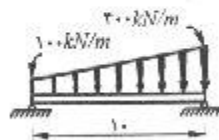
$$+\left(\sum M_E = 0 : C_y (10) - 14/47(4) - 8/94(4) = 0 \Rightarrow C_y = 9/37 \text{ kN} \uparrow\right.$$

$$\Rightarrow C_x = 9/37 \text{ kN} \leftarrow$$

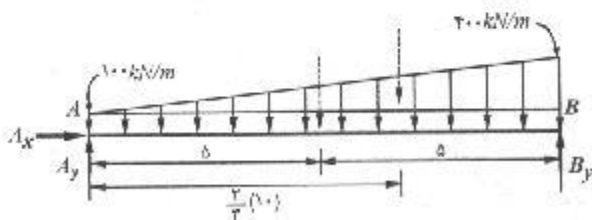
$$\rightarrow \sum F_x = 0 : E_x + 8/94 - 9/37 = 0 \Rightarrow F_x = 0/43 \text{ kN} \rightarrow$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 : E_y + C_y - 14/47 = 0 \Rightarrow E_y = 5/11 \text{ kN} \uparrow$$

۳-۲ تا ۵-۲. برای تیرهای نشان داده شده در اشکال، نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی را با استفاده از روش مقطع زدن در وسط فاصله بین دو تکیه‌گاه به دست آورید.



مسئله ۳-۲



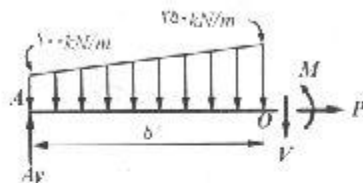
$$+\left(\sum M_A = 0 : B_y (10) - (100 \times 10)(5) - \left(\frac{1}{2} \times 300 \times 10\right)\left(\frac{10}{3} \times 10\right) = 0\right.$$

$$B_y = 1500 \text{ kN} \uparrow$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 : A_y + B_y - \frac{1}{2}(100 + 300)(10) = 0 \Rightarrow A_y = 1000 \text{ kN} \uparrow$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow P = 0$$

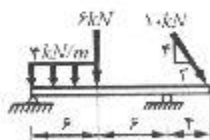


$$\uparrow \sum F_y = 0 : A_y - V - \frac{1}{2}(100 + 200)(5) = 0$$

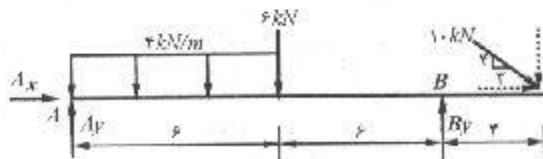
$$V = 125 \text{ kN} \downarrow$$

$$+\left(\sum M_o = 0 : M + (100 \times 5)\left(\frac{5}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} \times 100 \times 5\right)\left(\frac{1}{3} \times 5\right) - A_y(5) = 0\right.$$

$$M = 3125 \text{ kN.m} \uparrow$$



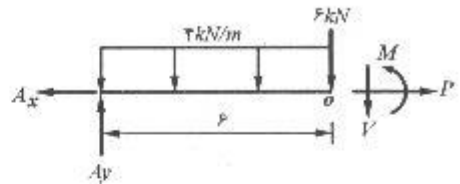
مسئله ۴-۲



$$+\left(\sum M_A = 0 : B_y (12) - \left(10 \times \frac{3}{2}\right)(16) - 6(6) - (4 \times 6)(3) = 0 \Rightarrow B_y = 19/6 \text{ kN} \uparrow\right.$$

$$\uparrow^+ \sum F_y = 0 : A_y + B_y - \left(10 \times \frac{4}{5}\right) - 6 - (4 \times 6) = 0 \Rightarrow A_y = 18/33 \text{ kN} \uparrow$$

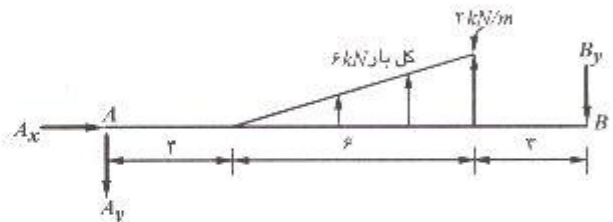
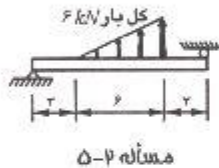
$$\rightarrow \sum F_x = 0 : A_x + \left(10 \times \frac{3}{5}\right) \Rightarrow A_x = -6 \text{ kN} \Rightarrow A_x = 6 \text{ kN} \leftarrow$$



$$\rightarrow \sum F_x = 0 : P - A_x = 0 \Rightarrow P = 6 \text{ kN} \rightarrow$$

$$\uparrow^+ \sum F_y = 0 : A_y - V - 6 - (4 \times 6) = 0 \Rightarrow V = -11/67 \text{ kN} \Rightarrow V = 11/67 \text{ kN} \uparrow$$

$$\uparrow^+ \sum M_o = 0 : M + (4 \times 6)(3) - A_y(6) = 0 \Rightarrow M = 37/98 \text{ kN.m}$$

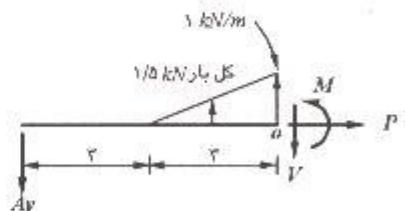


$$\uparrow^+ \sum M_A = 0 : 6 \left[3 + \left(\frac{3}{2}\right)(6) \right] - B_y(12) = 0 \Rightarrow B_y = 3/5 \text{ kN} \downarrow$$

$$\uparrow^+ \sum F_y = 0 : -A_y + 6 - B_y = 0 \Rightarrow A_y = 2/5 \text{ kN} \downarrow$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

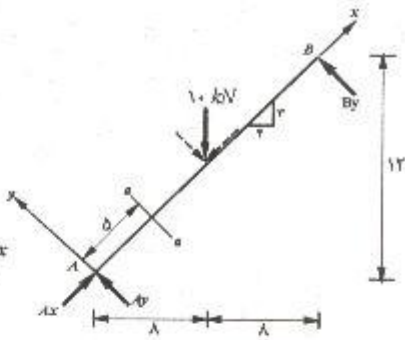
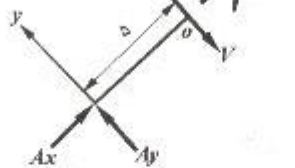
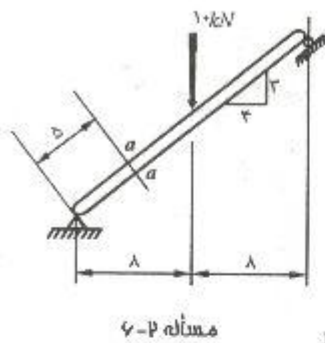
$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow P = 0$$



$$\uparrow^+ \sum F_y = 0 : -A_y - V + 1/5 = 0 \Rightarrow V = -1 \text{ kN} \downarrow$$

$$\uparrow^+ \sum M_o = 0 : M + A_y(6) - 1/5 \left(\frac{1}{2} \times 3 \right) = 0 \Rightarrow M = -13/5 \text{ kN.m}$$

۲-۶ تا ۱۳-۲. برای سازه‌های صفحه‌ای نشان داده شده در اشکال، نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی را در مقطع $a-a$ به دست آورید. به استثنای مسأله ۲-۷، از وزن اعضا صرف نظر نمایید. در هر حالت، ترسیم جسم آزاد قسمت جداشده سازه را رسم نمایید و در روی آن نیروهای داخلی را با جهت صحیح نشان دهید. در حل مسائل از قرارداد علامت تیرها استفاده نمایید.



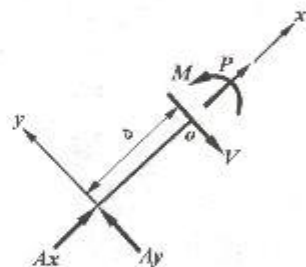
$$+\circlearrowleft \sum M_B = 0 : -A_y (\Delta) + (10 \times \frac{\Delta}{2}) (10) = 0 \Rightarrow A_y = 4 \text{ kN} \nearrow$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 : A_x - (10 \times \frac{\Delta}{2}) = 0 \Rightarrow A_x = 4 \text{ kN} \nearrow$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 : A_x + P = 0 \Rightarrow P = -4 \text{ kN} \searrow$$

$$\downarrow \sum F_y = 0 : A_y - V = 0 \Rightarrow V = 4 \text{ kN} \searrow$$

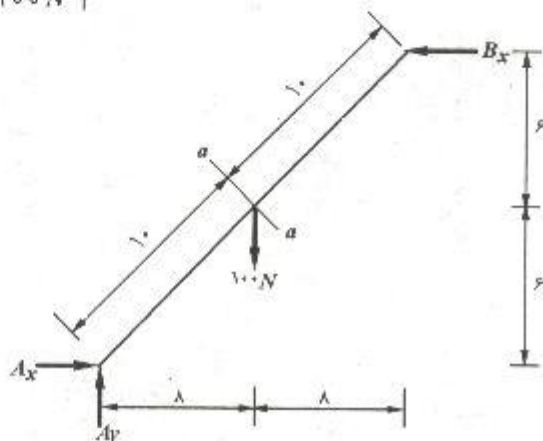
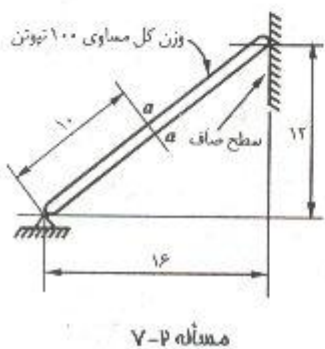
$$+\circlearrowleft \sum M_o = 0 : M - A_y (\Delta) = 0 \Rightarrow M = 4 \text{ kN.m} \searrow$$



$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 : B_x (12) - 100 (\Delta) = 0 \Rightarrow B_x = 8.33 \text{ kN} \leftarrow$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 : A_x - B_x = 0 \Rightarrow A_x = 8.33 \text{ kN} \rightarrow$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 : A_y - 100 = 0 \Rightarrow A_y = 100 \text{ N} \uparrow$$

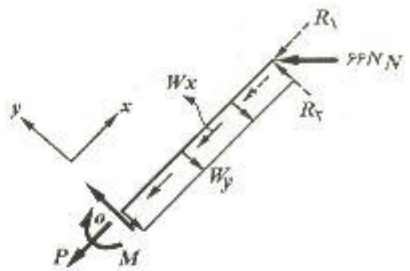


$$R_1 = 66 / \sqrt{\left(\frac{16}{70}\right)} = 53 / 4 N$$

$$R_2 = 66 / \sqrt{\left(\frac{12}{70}\right)} = 40 / 0 N$$

$$w_x = \left(\frac{100}{70}\right) \times \left(\frac{12}{70}\right) = 3 \frac{N}{m}$$

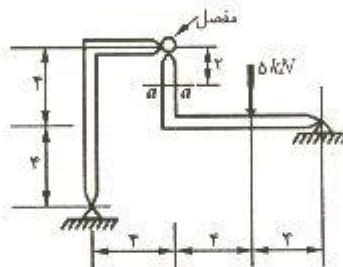
$$w_y = \left(\frac{100}{70}\right) \times \left(\frac{16}{70}\right) = 4 \frac{N}{m}$$



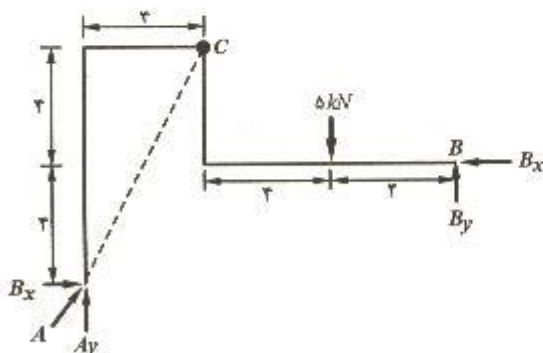
$$\sum F_x = 0 : -P - w_x(10) - R_1 = 0 \Rightarrow P = -113 / 4 N$$

$$\sum F_y = 0 : V + R_2 - w_y(10) = 0 \Rightarrow V = 0$$

$$\sum M_o = 0 : -M - w_y(10)(5) + R_2(10) = 0 \Rightarrow M = 400 N.m$$



مسئله ۲-۸



چون عضو AC یک عضو دو نیرویی می باشد امتداد نیروی A باید از نقطه C بگذرد با توجه به این نکته از هندسه شکل:

$$A_x = \frac{A_y}{2}$$

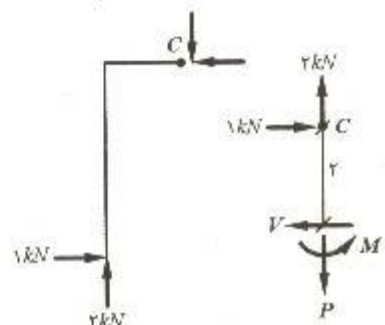
$$\sum M_B = 0 : -A_y(12) + \frac{A_y}{2}(4) + 5(4) = 0$$

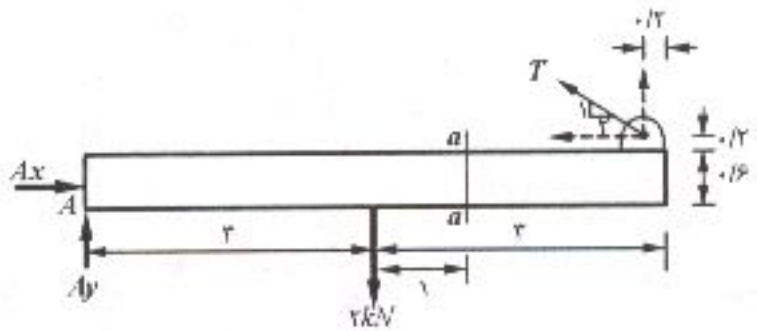
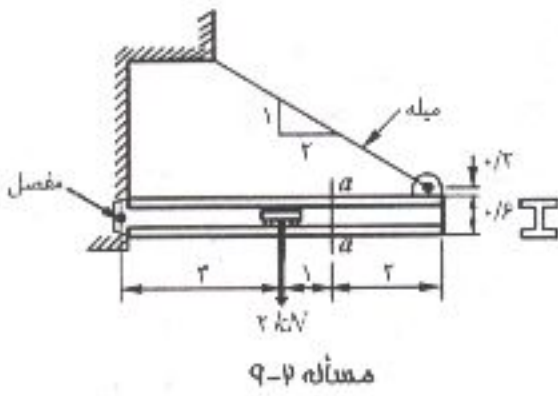
$$\Rightarrow A_y = 2 kN, A_x = \frac{A_y}{2} = 1 kN$$

$$P = 2 kN$$

$$V = 1 kN$$

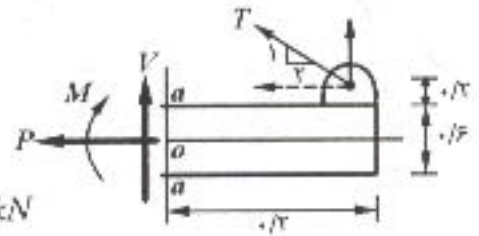
$$M = 1 \times 2 = 2 kN.m$$





$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 : \left(T \times \frac{2}{\sqrt{5}} \right) \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \right) + \left(T \times \frac{1}{\sqrt{5}} \right) (2 - \frac{1}{2}) - 2(2) = 0$$

$$T = 1/9 \sqrt{5} \text{ kN}$$

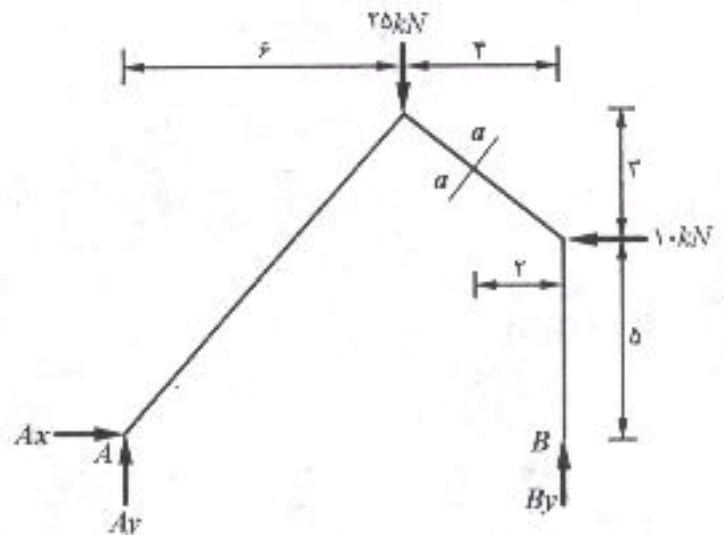
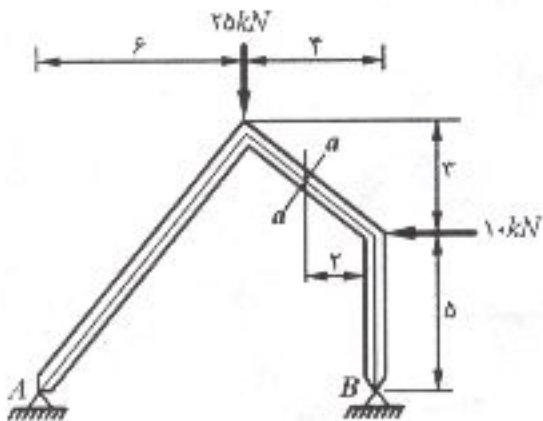


$$+\rightarrow \sum F_x = 0 : -P - \left(1/9 \sqrt{5} \times \frac{2}{\sqrt{5}} \right) = 0 \Rightarrow P = -1/9 \sqrt{5} \text{ kN}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 : V + \left(1/9 \sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = 0 \Rightarrow V = -0/9 \sqrt{5} \text{ kN}$$

$$+\circlearrowleft \sum M_o = 0 : -M + \left(1/9 \sqrt{5} \times \frac{2}{\sqrt{5}} \right) \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \right) + \left(1/9 \sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{5}} \right) (2 - \frac{1}{2}) = 0$$

$$\Rightarrow M = 2/9 \sqrt{5} \text{ kN.m}$$



$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 : B_y (10) + 10(5) - 20(5) = 0 \Rightarrow B_y = 10 \text{ kN} \uparrow$$

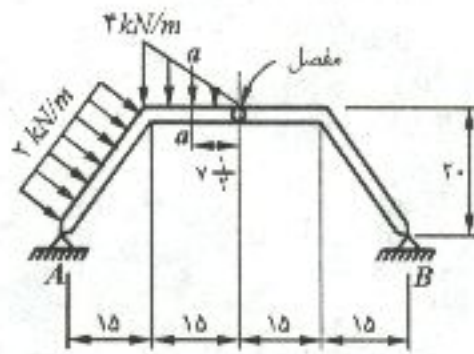
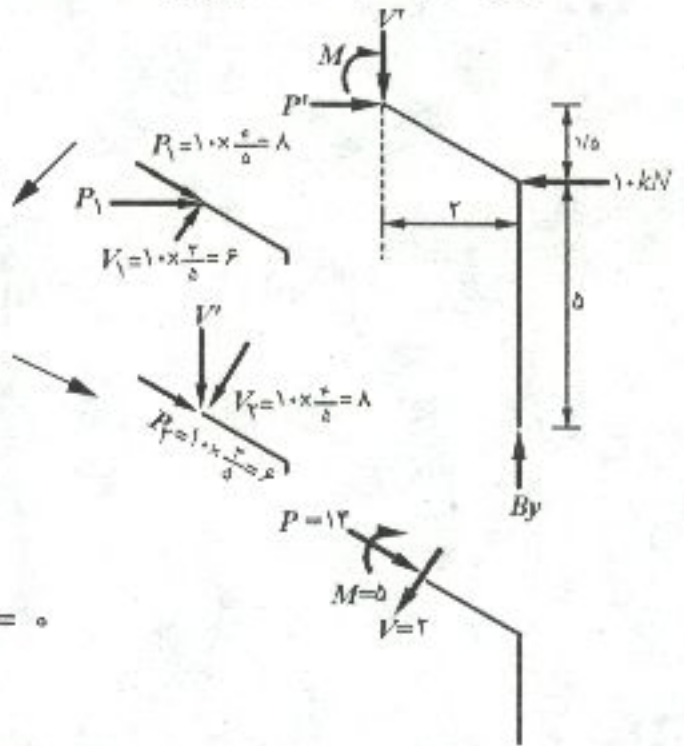
$$+\rightarrow \sum F_x = 0 : P' - 10 = 0 \Rightarrow P' = 10 \text{ kN} \rightarrow$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 : B_y - V' = 0 \Rightarrow V' = 10 \text{ kN} \downarrow$$

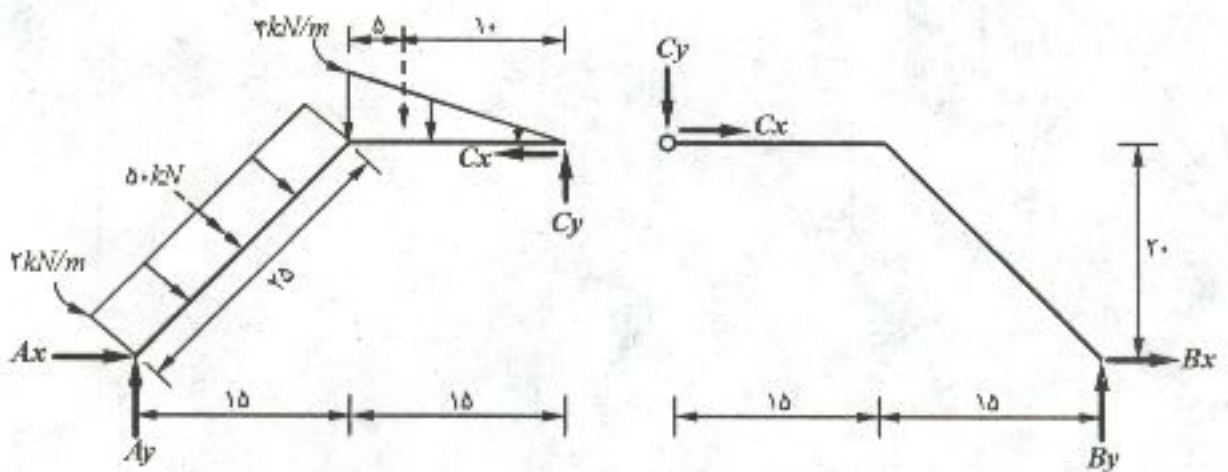
$$\therefore V = V_1 - V_2 = 8 - 6 = 2 \Rightarrow V = 2 \text{ kN}$$

$$P = P_1 + P_2 = 8 + 6 = 14 \Rightarrow P = 14 \text{ kN}$$

$$+\left(\sum M_o = 0 : -M + B_y (2) - 10(1/5) = 0 \right. \\ \Rightarrow M = 5 \text{ kN.m} \uparrow$$



مسئله ۱۱-۲



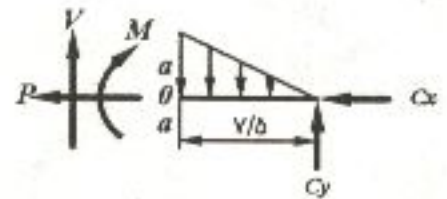
توضیح: بجای بارهای گسترده یکنواخت و مثلی، از اثر معادل آنها بصورت نیروی متمرکز استفاده می شود.

$$+\left(\sum M_A = 0 : C_x (20) + C_y (30) - \left(\frac{2 \times 15}{2} \right) (15 + 5) - (2 \times 25) \left(\frac{25}{2} \right) = 0 \right.$$

نیروی برشی، لنگر خمشی / ۲۱

$$\begin{aligned}
 +(\sum M_A = 0) &\Rightarrow \begin{cases} C_x(20) + C_y(30) = 1225 \\ -C_x(20) + C_y(30) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} C_x &= 30/63 \\ C_y &= 20/42 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

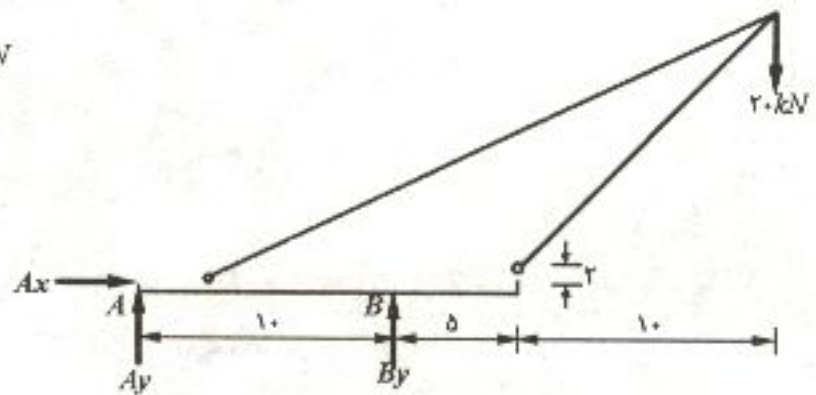
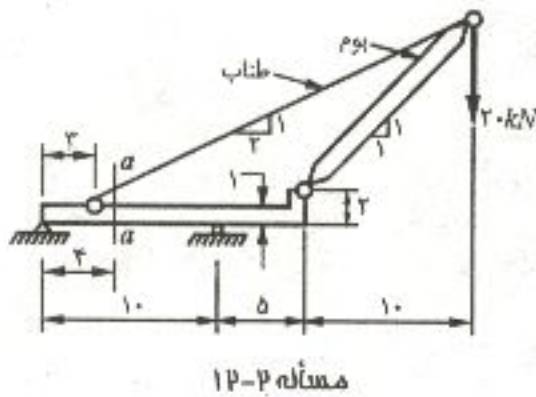
ترسیم آزاد مقطع (a-a)
(روی قطعه سمت چپ)



(a-a) ترسیم آزاد مقطع: $\rightarrow \sum F_x = 0 : -P - C_x = 0 \Rightarrow P = -30/63 \text{ kN}$

$\uparrow \sum F_y = 0 : V + C_y - \left(\frac{2 \times 20}{5}\right) = 0 \Rightarrow V = -12/92 \text{ kN}$

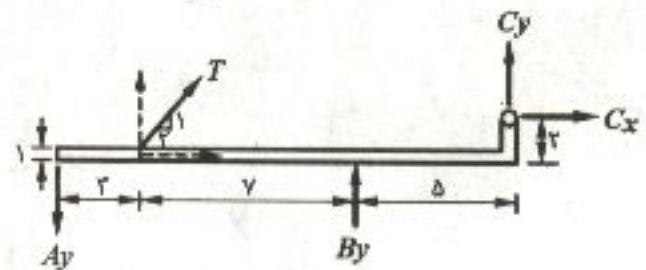
$+(\sum M_o = 0 : -M + C_y(20) - \left(\frac{2 \times 20}{5}\right) \times \left(\frac{20}{3}\right) = 0 \Rightarrow M = 134/4 \text{ kN.m}$)



$+(\sum M_A = 0 : B_y(10) - 20(20) = 0 \Rightarrow B_y = 40 \text{ kN} \uparrow$

$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$

$\uparrow \sum F_y = 0 : A_y + B_y - 20 = 0 \Rightarrow A_y = -20 \text{ kN} \uparrow \Rightarrow A_y = 20 \text{ kN} \downarrow$

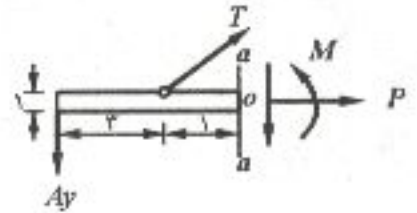


$+(\sum M_c = 0 : A_y(10) - B_y(5) + \left(T \times \frac{2}{\sqrt{5}}\right)(1) - \left(T \times \frac{1}{\sqrt{5}}\right)(12) = 0$

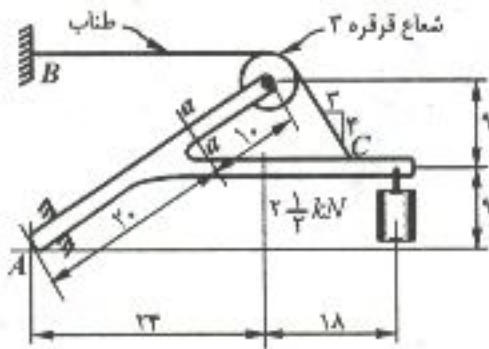
$\Rightarrow T = 20\sqrt{5} \text{ kN}$

a-a ترسیم آزاد مقطع: $\rightarrow \sum F_x = 0 : P + T\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = 0 \Rightarrow P = -40 \text{ kN}$

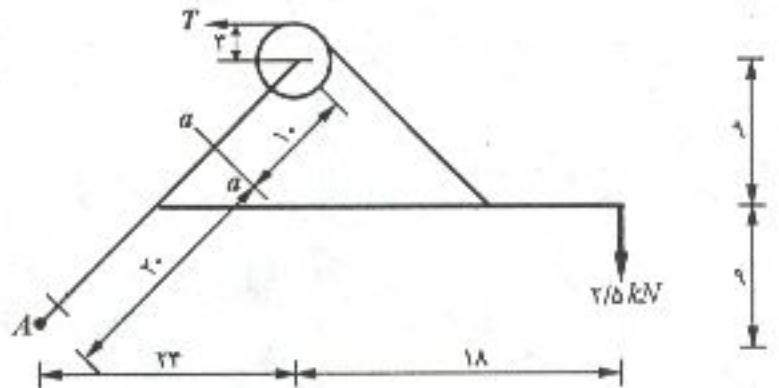
$$\uparrow^+ \sum F_y = 0 : -A_y - V + T \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \right) = 0 \Rightarrow V = -10 \text{ kN}$$



$$+\circlearrowleft \sum M_o = 0 : M + A_y (4) - (T \times \frac{1}{\sqrt{5}})(1) - (T \times \frac{3}{\sqrt{5}})(0.5) = 0 \Rightarrow M = -8 \text{ kN.m}$$



مسئله ۱۳-۲



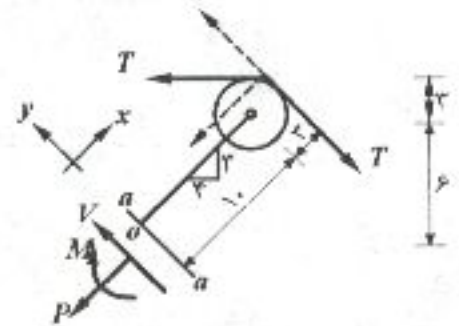
$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 : T (18 + 24) - 20/5 (24 + 18) = 0 \Rightarrow T = 5 \text{ kN} \leftarrow$$

$$+\circlearrowleft \sum M_o = 0 : -M - T(10 + 24) + T(6 + 24) = 0$$

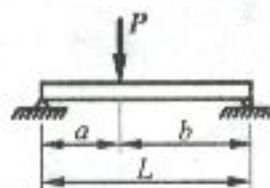
$$M = -20 \text{ kN.m}$$

$$/+ \sum F_x = 0 : -P - T \left(\frac{4}{5} \right) = 0 \Rightarrow P = -4 \text{ kN}$$

$$\uparrow^+ \sum F_y = 0 : V + T \left(\frac{3}{5} \right) - T = 0 \Rightarrow V = 2 \text{ kN}$$

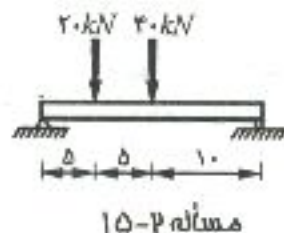
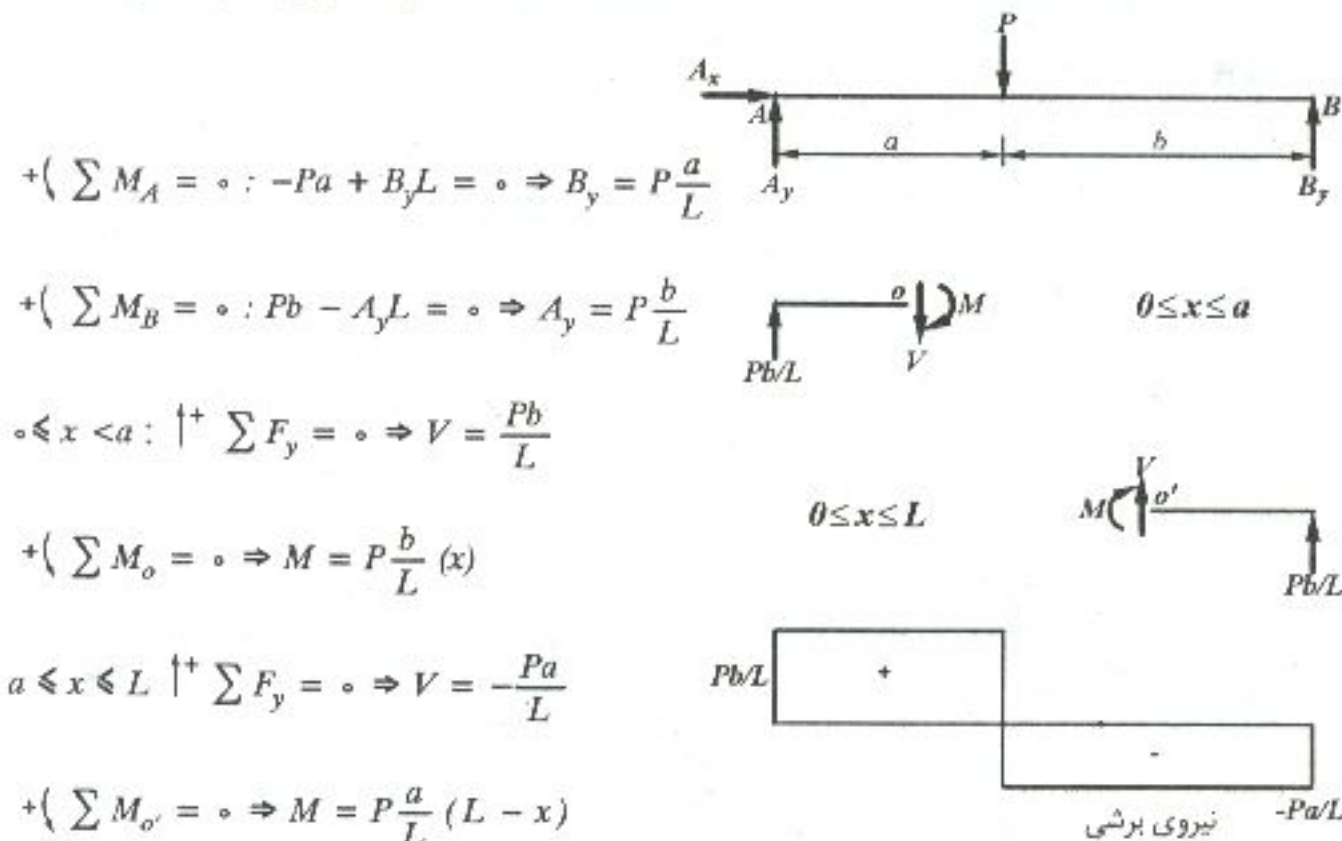


۱۴-۲ تا ۱۹-۲. برای تیرهای نشان داده شده، ترسیم تغییرات نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی را با استفاده از روش مقطع زدن رسم نمایید.



مسئله ۱۴-۲

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$



$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$+\left(\sum M_A = 0 : B_y(20) - 20(5) - 40(10) = 0\right)$$

$$\Rightarrow B_y = 25 \text{ kN} \uparrow$$

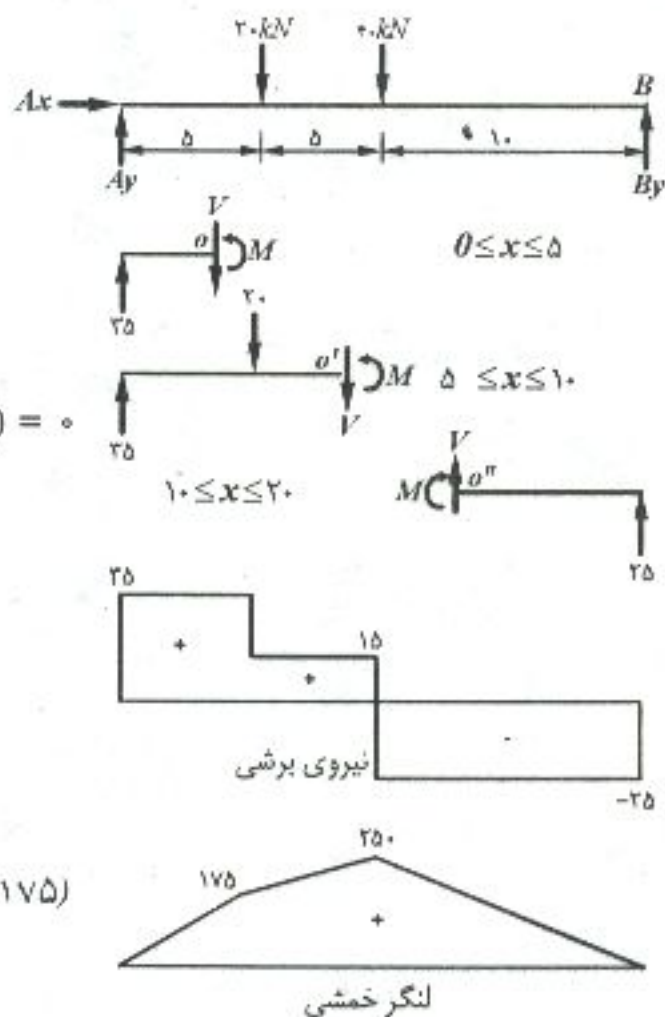
$$\uparrow \sum F_y = 0 : A_y + B_y - 20 - 40 = 0$$

$$\Rightarrow A_y = 35 \text{ kN} \uparrow$$

$$0 \leq x \leq 5 \Rightarrow \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow V = 35 \text{ kN}$$

$$+\left(\sum M_o = 0 : M = 35x : (x = 5 \Rightarrow M = 175)\right)$$

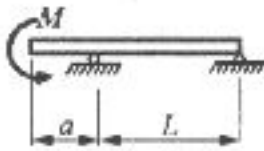
$$5 < x \leq 10 \Rightarrow \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow V = 15 \text{ kN}$$



$$+\left(\sum M_o = 0 : M = 35x - 20(x - 5) = 15x + 100 : (x = 10 \Rightarrow M = 250)\right)$$

$$10 < x \leq 20 \Rightarrow \uparrow^+ \sum F_y = 0 \Rightarrow V = -25 \text{ kN}$$

$$+\left(\sum M_o = 0 \Rightarrow M = 25(20 - x)\right)$$

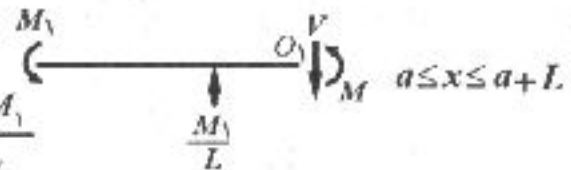


مسئله ۱۷-۲



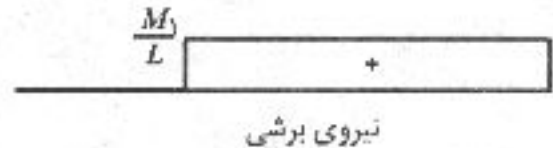
$$\left(\frac{M_1}{a}\right) \quad 0 \leq x \leq a$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow B_x = 0$$



$$+\left(\sum M_A = 0 : M_1 + B_y L = 0 \Rightarrow B_y = \frac{-M_1}{L}\right)$$

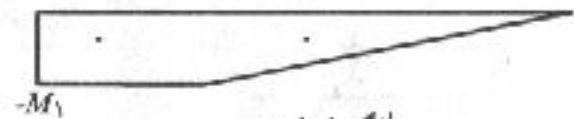
$$+\left(\sum M_B = 0 : M_1 - A_y L = 0 \Rightarrow A_y = \frac{M_1}{L}\right)$$



نیروی برشی

$$0 \leq x \leq a \Rightarrow +\left(\sum M_o = 0 \Rightarrow M = -M_1\right)$$

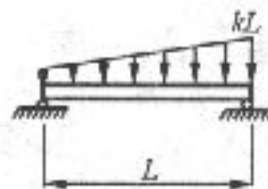
$$a \leq x \leq a + L \Rightarrow \uparrow^+ \sum F_y = 0 \Rightarrow V = \frac{M_1}{L}$$



لنگر خمشی

$$+\left(\sum M_o = 0 : M = \frac{M_1}{L}(x - a) - M_1\right)$$

$$\Rightarrow M = M_1 \left(\frac{x-a}{L} - 1 \right)$$



مسئله ۱۷-۲

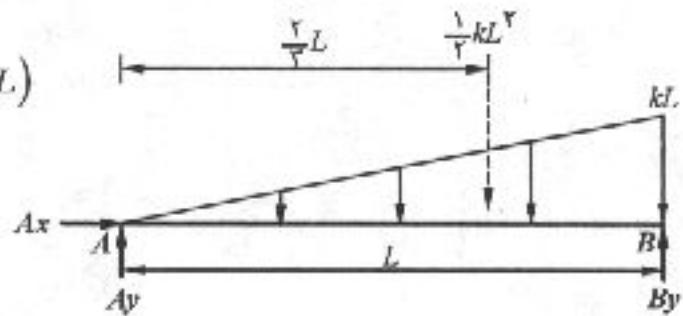
$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$+\left(\sum M_A = 0 : B_y L - \frac{1}{2} kL \left(\frac{1}{2} L \right) = 0 \Rightarrow B_y = \frac{kL^2}{3}\right)$$

$$+\left(\sum M_B = 0 : -A_y L + \frac{1}{2} kL \left(\frac{1}{2} L \right) = 0 \Rightarrow A_y = \frac{kL^2}{6}\right)$$

$$0 \leq x \leq L \Rightarrow \uparrow^+ \sum F_y = 0 : -V - \left(\frac{1}{\sqrt{3}} Kx^{\sqrt{3}}\right) + \frac{KL^{\sqrt{3}}}{6} = 0$$

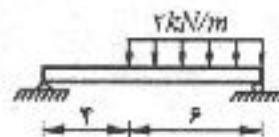
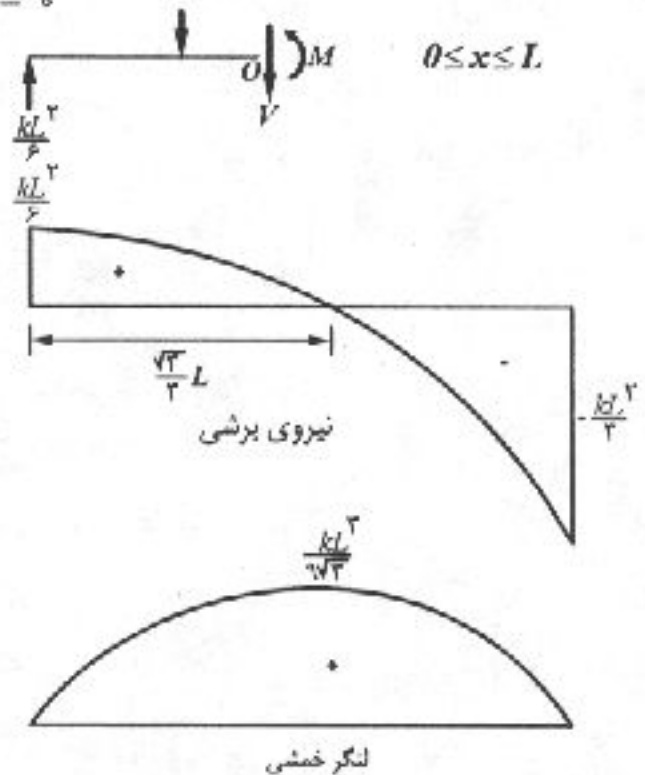
$$V = \frac{KL^{\sqrt{3}}}{6} - \frac{Kx^{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \Rightarrow (V = 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3} L)$$



$$\uparrow^+ (\sum M_o = 0 : M + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} Kx^{\sqrt{3}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} x\right) - \frac{KL^{\sqrt{3}}}{6} x = 0$$

$$M = \frac{KL^{\sqrt{3}}}{6} x - \frac{Kx^{\sqrt{3}}}{6}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{3} L \Rightarrow M_{max} = \frac{KL^{\sqrt{3}}}{9\sqrt{3}}$$



مسئله ۱۸-۲

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$\uparrow^+ (\sum M_A = 0 : B_y(10) - (2 \times 6)(4 + 3) = 0 \Rightarrow B_y = 11/4 kN \uparrow$$

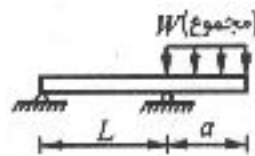
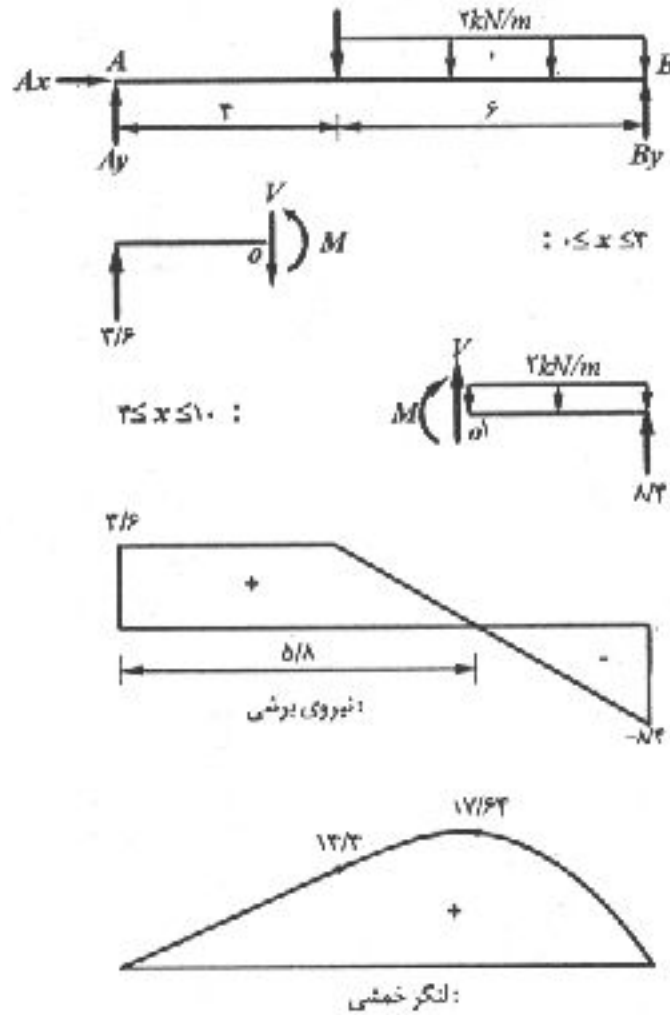
$$\uparrow^+ \sum F_y = 0 : A_y + B_y - (2 \times 6) = 0 \Rightarrow A_y = 3/6 kN \uparrow$$

$$0 \leq x \leq 2 : \uparrow^+ \sum F_y = 0 : V = 3/6 kN + (\sum M_o = 0 \Rightarrow M = 3/6 x$$

$$2 \leq x \leq 10 : \uparrow^+ \sum F_y = 0 : V + 11/4 - 2(10 - x) = 0 \Rightarrow V = 11/6 - 2x$$

$$\uparrow^+ (\sum + M_o = 0 : M + 2 \times \frac{(10 - x)^2}{2} - 11/4(10 - x) = 0 \Rightarrow M = -x^2 + 11/6 x - 16$$

$$V = 0 \Rightarrow x = 5/8 \Rightarrow M_{max} = - (5/8)^2 + 11/6(5/8) - 16 = 17/64$$



مسئله ۱۹-۲

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$+ (\sum M_A = 0 : B_y L - W(L + \frac{a}{2}) = 0 \Rightarrow B_y = W(1 + \frac{a}{2L})$$

$$+ (\sum M_B = 0 : -A_y L - W \frac{a}{2} = 0 \Rightarrow A_y = -W \frac{a}{2L}$$

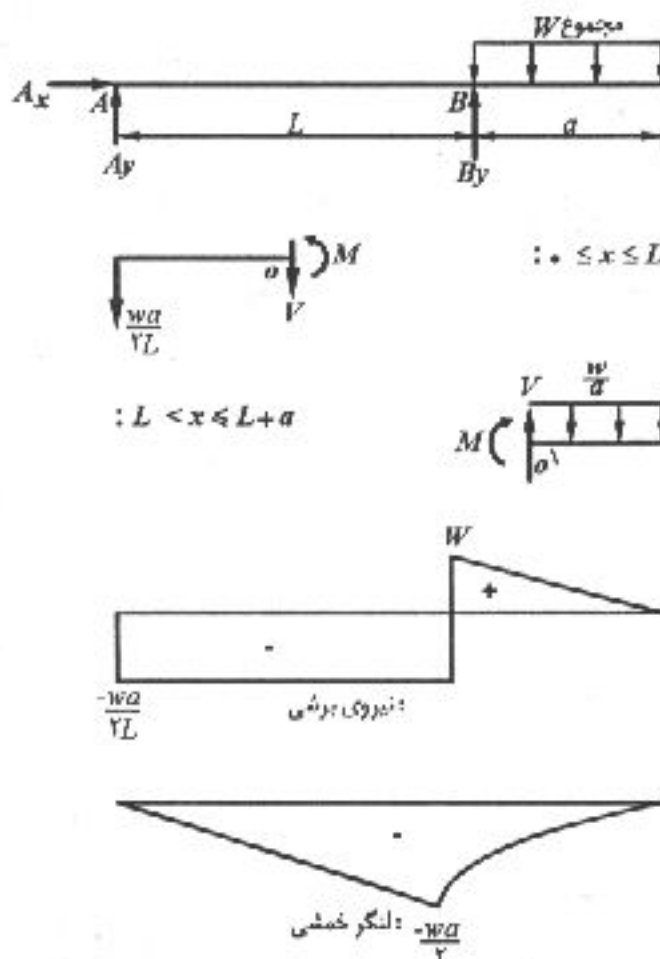
$$0 \leq x \leq L : \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow V = -W \frac{a}{2L}$$

$$+ (\sum M_o = 0 \Rightarrow M = -W \frac{a}{2L} x$$

$$L \leq x \leq L + a : \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow V = \frac{W}{a} (L + a - x)$$

$$+ (\sum M_{o'} = 0 : M = -\frac{W}{a} \frac{(L + a - x)^2}{2}$$

$$x = L \Rightarrow M_{max} = -\frac{Wa}{2}$$



۲-۲۰. مطلوب است رسم ترمیم تغییرات نیروی برشی و لنگر خمشی برای تیر مسأله ۲-۳ با استفاده از روش مقطع زدن. از قرارداد علامت تیرها استفاده نماید.

$$0 \leq x \leq 10: \uparrow \sum F_y = 0: 10000 - V - \frac{1}{2}x \left[1000 + 1000 + \frac{x}{10}(3000) \right] = 0$$

$$V = 10000 - \frac{1}{2}x(2000 + 300x)$$

$$\Rightarrow V = -15x^2 - 100x + 10000$$

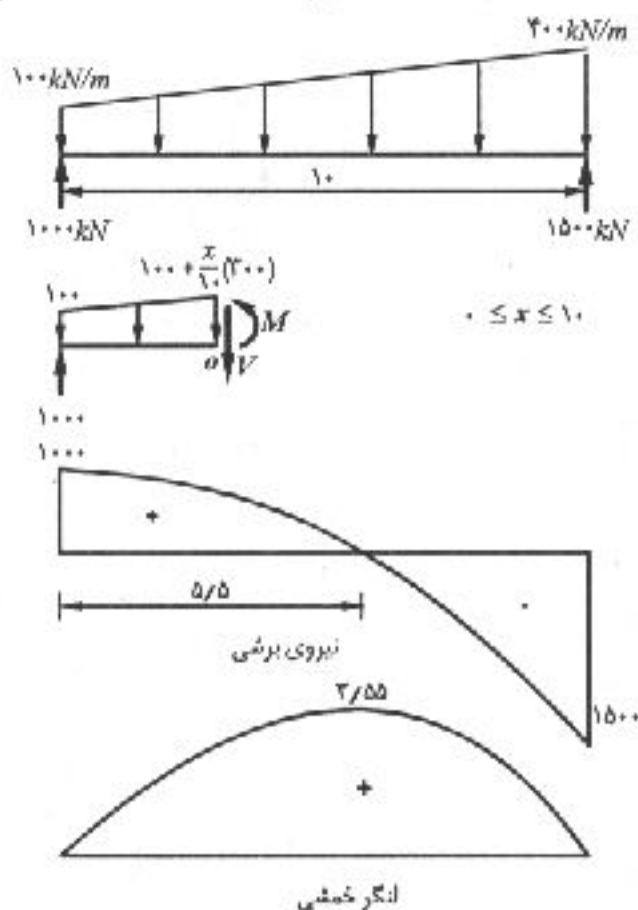
$$+\left(\sum M_o = 0 \Rightarrow M - 10000x \right.$$

$$\left. + \left[1000 \frac{x^2}{2} + \left(300 \frac{x^2}{2} \right) \left(\frac{x}{3} \right) \right] = 0 \right.$$

$$M = -5x^3 - 50x^2 + 10000x$$

$$V = 0 \Rightarrow x = 5/5$$

$$\Rightarrow M_{max} = 3155 \text{ kN.m}$$



۲۱-۲. خواسته‌های مسأله ۲-۲۰ را برای تیر مسأله شماره ۲-۴ انجام دهید.

$$0 \leq x \leq 6: \uparrow \sum F_y = 0: -V - 4x + 18/33 = 0 \Rightarrow V = 18/33 - 4x$$

$$+\circlearrowleft \sum M_o = 0: M + \frac{4x^2}{2} - 18/33x = 0 \Rightarrow M = -2x^2 + 18/33x$$

$$V = 0 \Rightarrow x = 4/6 \Rightarrow M_{max} = 42$$

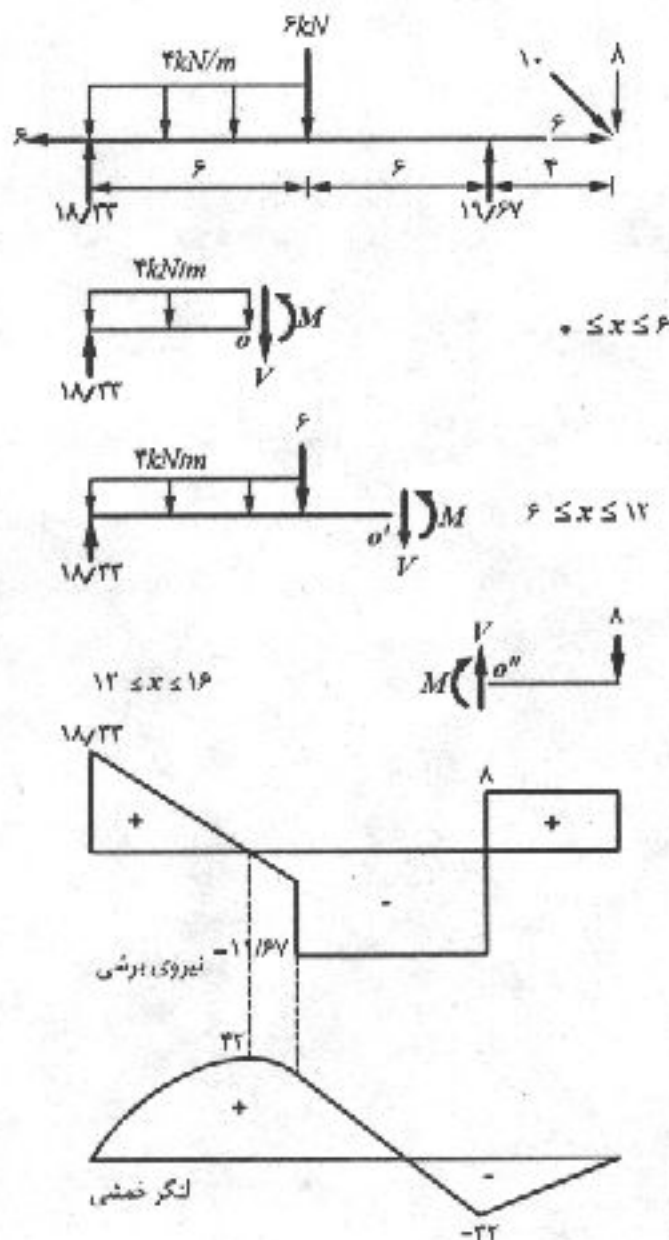
$$6 \leq x \leq 12: \uparrow \sum F_y = 0: -V - 6 - (4)(6) + 18/33 = 0 \Rightarrow V = -11/67$$

$$+\circlearrowleft \sum M_o = 0: M + 6(x-6) + (4)(6)(x-3) - 18/33x = 0$$

$$M = -11/67x + 108 \quad (x = 12 \Rightarrow M_{12} = -32 \text{ kN.m})$$

$$12 \leq x \leq 16: \uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow V = 8 \text{ kN}$$

$$+\circlearrowleft \sum M_o = 0: M = -8(16-x) \Rightarrow M = 8x - 128$$



۲۲-۲. خواسته‌های مسأله ۲-۲۰ را برای تیر مسأله شماره ۲-۵ انجام دهید.

$$0 \leq x \leq 3: \uparrow^+ \sum F_y = 0 \Rightarrow V = -2/5 \text{ kN}$$

$$+(\sum M_o = 0 \Rightarrow M = -2/5 x$$

$$3 \leq x \leq 9: \uparrow^+ \sum F_y = 0 \Rightarrow -V - 2/5$$

$$+ \left[\frac{2(x-3)}{6} \times \frac{(x-3)}{2} \right] = 0$$

$$V = \frac{1}{6} x^2 - x - 1$$

$$+(\sum M_o = 0 \Rightarrow M + 2/5 x$$

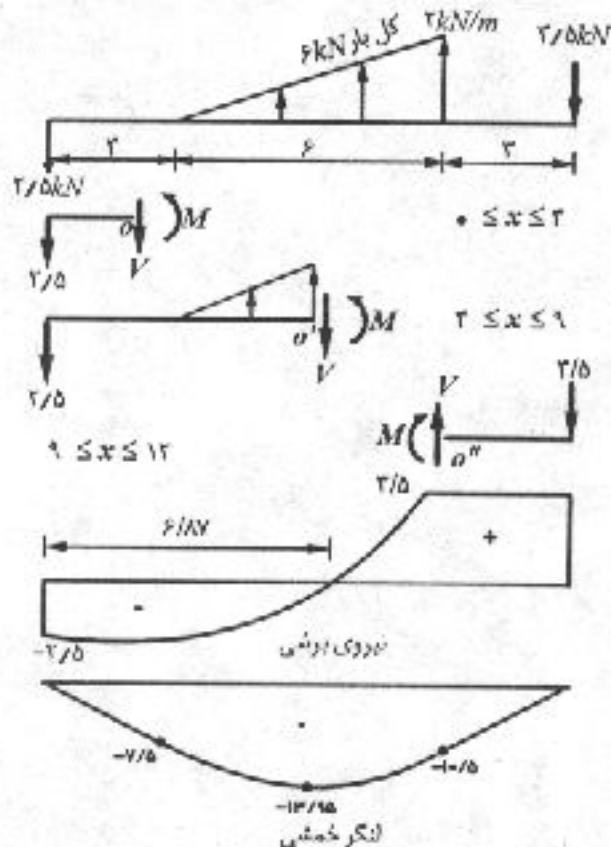
$$- \left[\frac{2(x-3)}{6} \times \frac{(x-3)}{2} \times \frac{(x-3)}{3} \right] = 0$$

$$M = \frac{(x-3)^2}{18} - 2/5 x$$

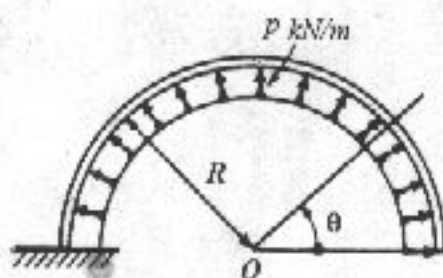
$$V = 0 \Rightarrow x = 6/17 \text{ m} \Rightarrow M_{\max} = \frac{(6/17 - 3)^2}{18} - 2/5 (6/17) = -13/95$$

$$9 \leq x \leq 12: \uparrow^+ \sum F_y = 0: V = 3/5 \text{ kN}$$

$$+(\sum M_o = 0: -M - 3/5 (12 - x) = 0 \Rightarrow M = 3/5 x - 42$$



۲۳-۲ و ۲۴-۲. مطلوب است رسم تغییرات نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی برای تیر طره‌ای نیم‌دایره‌ای که مطابق شکل تحت فشار داخلی P قرار دارد با استفاده از روش مقطع زدن. برای حل مسأله از مختصات قطبی استفاده نمایید. یعنی مقادیر P ، V و M را برحسب θ تعیین کرده و رسم نمایید (مطالعه مثال ۲-۸ مفید خواهد بود). از قرارداد علامت تیرها استفاده نمایید.



مسئله ۲-۲۴

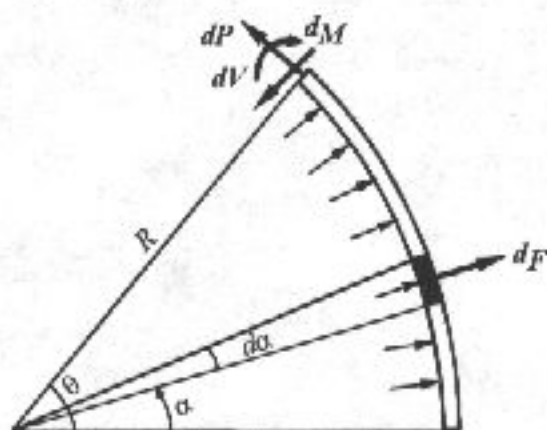
کمانی را در نظر بگیرید که روی نقطه‌ای از آن نیروی F وارد می‌شود. با توجه به شکل الف در محلی

روی کمان که نسبت به محل اثر نیرو با زاویه مرکزی φ مشخص می‌شود داریم:

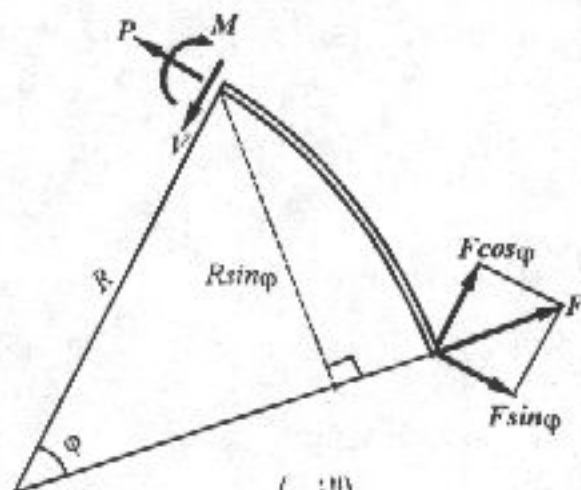
$$P = F \sin \varphi$$

$$V = F \cos \varphi$$

$$M = FR \sin \varphi$$



(ب)



(الف)

جزء نیروی وارد بر المان در شکل (ب):

$$dF = pds = pRd\alpha$$

با بکارگیری روابط (۱) برای المان:

$$dP = dF \sin (\theta - \alpha) = pRd\alpha \sin (\theta - \alpha)$$

$$dV = dF \cos (\theta - \alpha) = pRd\alpha \cos (\theta - \alpha)$$

$$dM = dFR \sin (\theta - \alpha) = pR^2d\alpha \sin (\theta - \alpha)$$

$$P = \int_0^\theta dP = \int_0^\theta pR \sin(\theta - \alpha) d\alpha = pR \cos(\theta - \alpha) \Big|_0^\theta \Rightarrow P = pR (1 - \cos \theta)$$

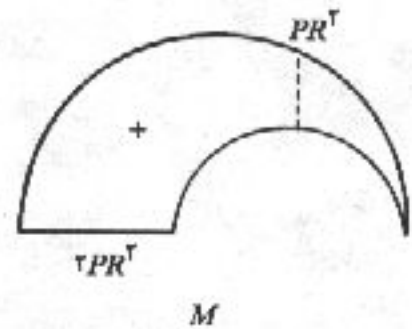
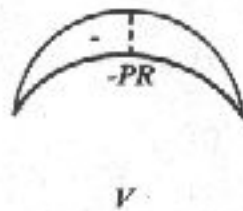
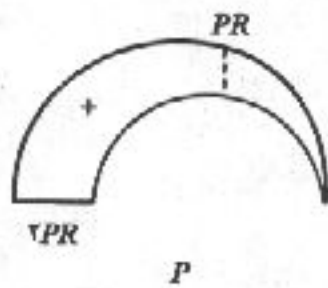
$$\theta = 0 \Rightarrow P = 0, \theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow P = pR, \theta = \pi \Rightarrow P = 2pR$$

$$V = \int_0^\theta dV = \int_0^\theta pR \cos(\theta - \alpha) d\alpha = -pR \sin(\theta - \alpha) \Big|_0^\theta \Rightarrow V = -pR \sin \theta$$

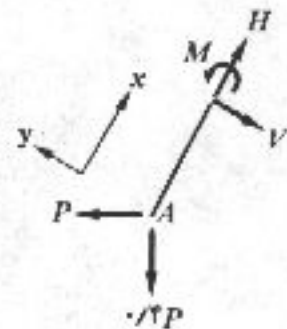
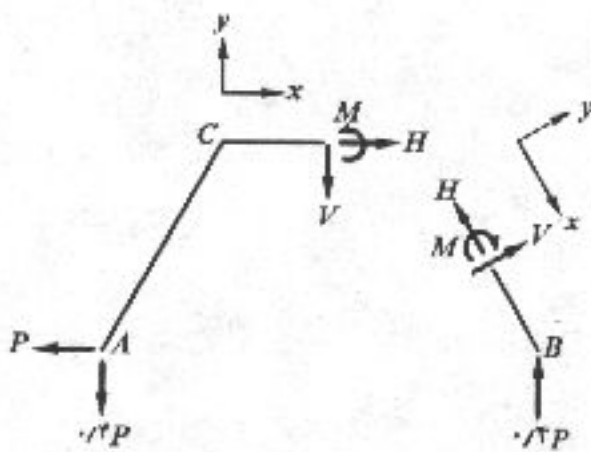
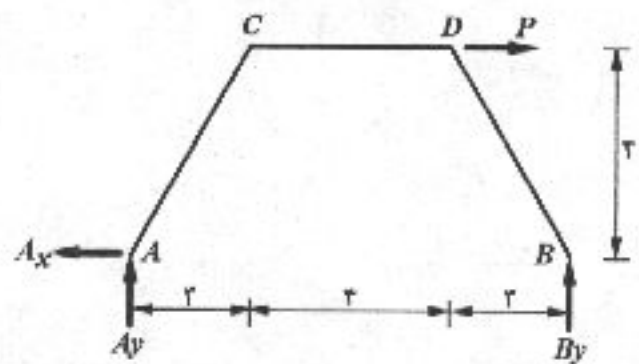
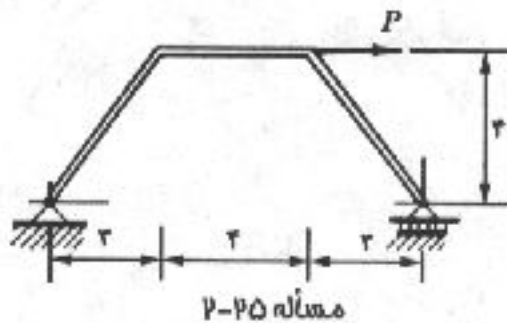
$$\theta = 0 \Rightarrow V = 0, \theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow V = -pR, \theta = \pi \Rightarrow V = 0$$

$$M = \int_0^\theta dM = \int_0^\theta pR^2 \sin(\theta - \alpha) d\alpha = pR^2 \cos(\theta - \alpha) \Big|_0^\theta \Rightarrow M = pR^2 (1 - \cos \theta)$$

$$\theta = 0 \Rightarrow M = 0, \theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow M = pR^2, \theta = \pi \Rightarrow M = 2pR^2$$



۲-۲۵. مطلوب است رسم تغییرات نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی برای قاب نشان داده شده در شکل با استفاده از روش مقطع زدن. از قرارداد علامت تیرها استفاده نمایید و ترسیمه‌های مثبت را در طرف فشاری قاب نشان دهید.



$$\rightarrow \sum F_x = 0 : -A_x + P = 0 \Rightarrow A_x = P \leftarrow$$

$$+ (\sum M_A = 0 : B_y (4) - P (3) = 0 \Rightarrow B_y = 3/4 P \uparrow$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 : A_y + B_y = 0 \Rightarrow A_y = -3/4 P \uparrow$$

$$A_y = 3/4 P \downarrow$$

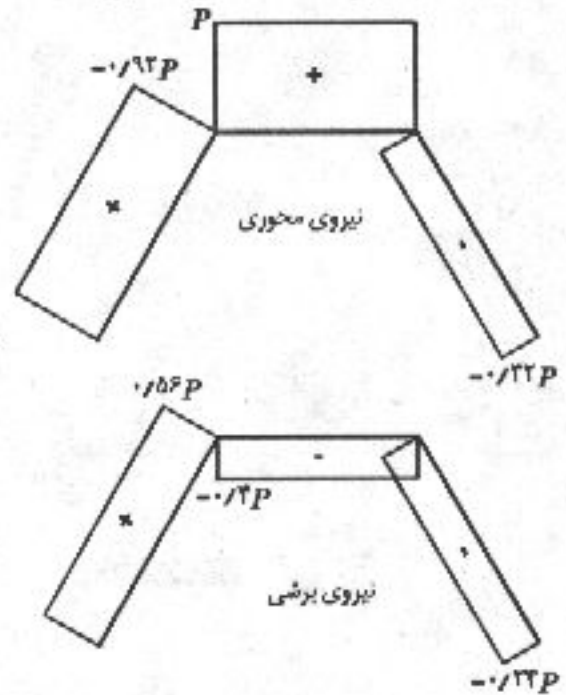
$$\rightarrow \sum F_x = 0 : H - (3/4 P) \left(\frac{4}{5} \right) - P \left(\frac{3}{5} \right) = 0 \Rightarrow H = 9/10 P$$

$$\downarrow \sum F_y = 0 : -V - (3/4 P) \left(\frac{3}{5} \right) + P \left(\frac{4}{5} \right) = 0 \Rightarrow V = 1/10 P$$

$$+ (\sum M_A = 0 : M - V_x = 0 \Rightarrow M = 1/10 P x \quad (0 \leq x \leq 4))$$

قطعه AC

قطعه ACD



$$\rightarrow \sum F_x = 0 : H - P = 0 \Rightarrow H = P \rightarrow$$

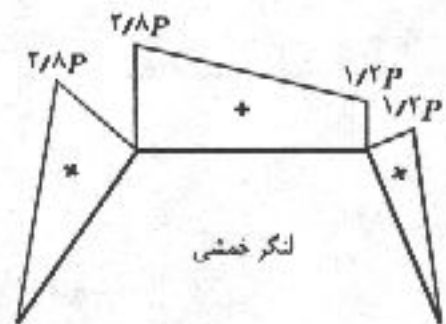
$$\uparrow \sum F_y = 0 : -V - 0.16P = 0 \Rightarrow V = -0.16P \downarrow$$

$$\circlearrowleft \sum M_A = 0 \Rightarrow M - H(4) - V(3+x) = 0$$

$$M - P(4) - (-0.16P)(3+x) = 0$$

$$M = 2/8P - 0.16Px \quad (0 \leq x \leq 4)$$

قطعه BD



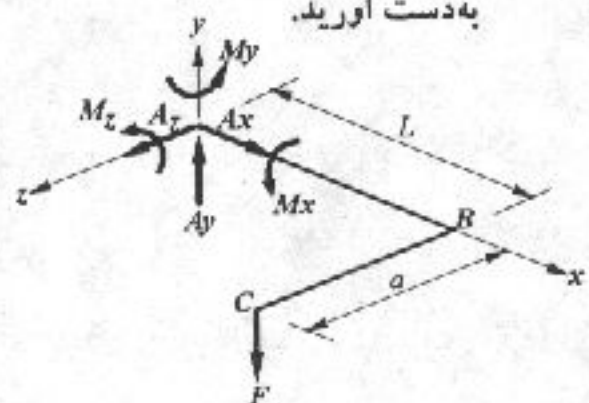
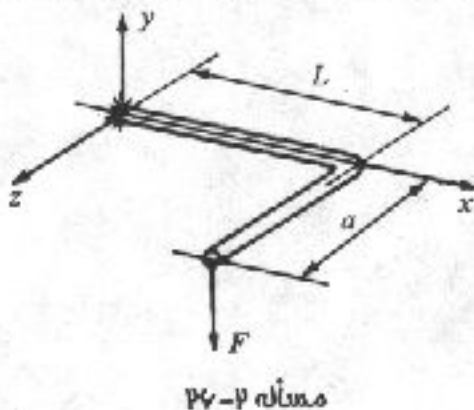
$$\rightarrow \sum F_x = 0 : -H - (0.16P)(\frac{4}{5}) = 0 \Rightarrow H = -0.128P$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 : V + 0.16P(\frac{3}{5}) = 0 \Rightarrow V = -0.128P$$

$$\circlearrowleft \sum M_B = 0 : -M - V(5-x) = 0 \Rightarrow -M - (-0.128P)(5-x) = 0$$

$$\Rightarrow M = 0.128P(5-x) \quad (0 \leq x \leq 5)$$

۲-۲۶. میله خم شده‌ای همانند شکل مفروض است. ابتدا با صرف نظر کردن از وزن میله، رابطه تغییرات نیروی برشی V و لنگر خمشی M و لنگر پیچشی T را با استفاده از روش مقطع زدن پیدا نمایید و سپس آنها را رسم کنید. از قرارداد علامت منطبق بر محور مختصات راست استفاده نمایید. سپس با در نظر گرفتن وزن میله به مقدار P کیلونیوتن بر متر، واکنشهای تکیه‌گاهی انتهای گیردار را به دست آورید.



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

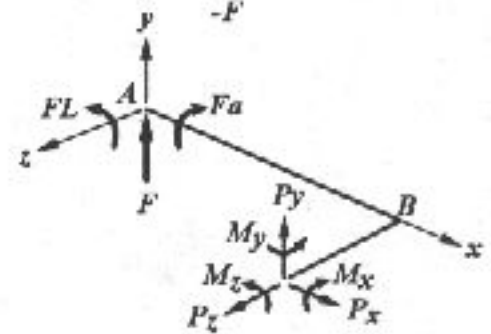
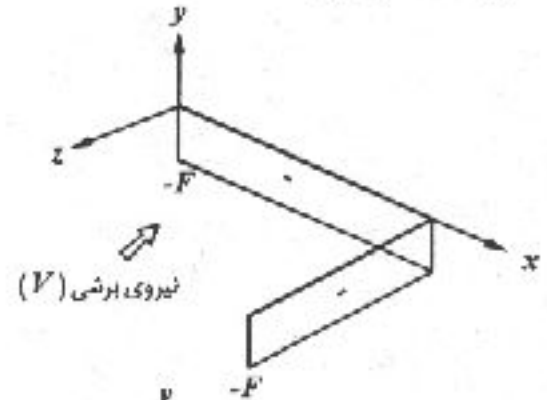
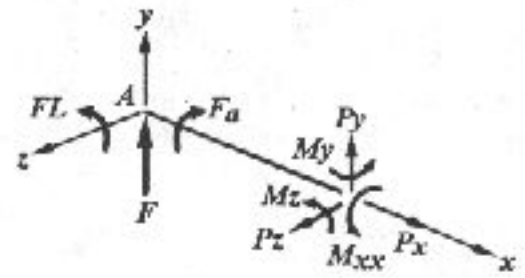
$$\sum F_y = 0 : A_y - F = 0 \Rightarrow A_y = F \uparrow$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow A_z = 0$$

$$\sum M_x = 0 : M_x + Fa = 0 \Rightarrow M_x = -Fa \downarrow$$

$$\sum M_y = 0 \Rightarrow M_y = 0$$

$$\sum M_z = 0 : M_z - FL = 0 \Rightarrow M_z = FL \uparrow$$



قطعه AB

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 : P_y + F = 0 \Rightarrow P_y = -F \uparrow = V$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow P_z = 0$$

$$\sum M_x = 0 : M_x - Fa = 0 \Rightarrow M_x = Fa \downarrow = T$$

$$\sum M_y = 0 \Rightarrow M_y = 0$$

$$\sum M_z = 0 : M_z + FL - Fx = 0 \Rightarrow$$

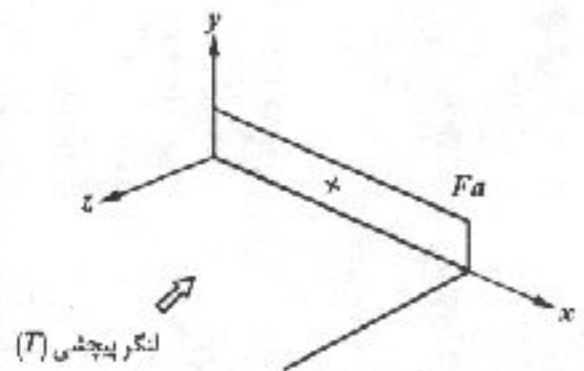
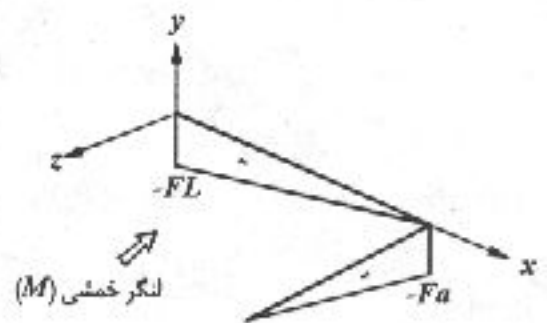
$$M_z = F(x - L) \uparrow = M \quad 0 \leq x \leq L$$

قطعه BC

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 : P_y + F = 0 \Rightarrow P_y = -F \uparrow = V$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow P_z = 0$$



لنگر پیچشی (T)

$$+\left(\sum M_x = 0 : -M_x - Fa + Fz = 0 \Rightarrow M_x = F(z - a) \downarrow = M \quad 0 \leq z \leq a\right.$$

$$+\left(\sum M_y = 0 \Rightarrow M_{yy} = 0\right.$$

$$+\left(\sum M_z = 0 : M_z + FL - FL = 0 \Rightarrow M_z = 0 = T\right.$$

$$+\left(\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0\right.$$

$$+\left(\sum F_y = 0 : A_y - F - PL - Pa = 0 \Rightarrow\right.$$

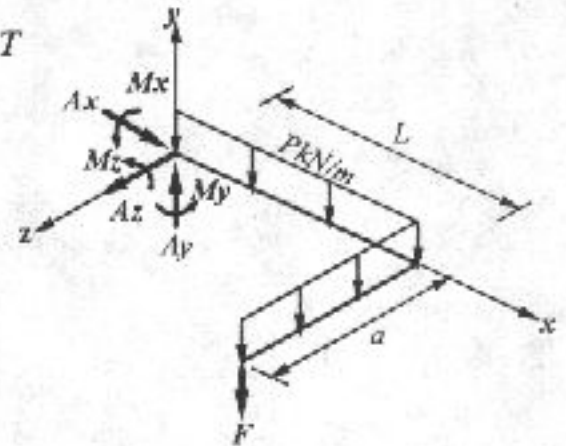
$$A_y = F + P(L + a) \uparrow$$

$$+\left(\sum F_z = 0 \Rightarrow A_z = 0\right.$$

$$+\left(\sum M_{x_A} = 0 : M_{x_A} + Fa + (Pa) \left(\frac{a}{2}\right) = 0 \Rightarrow M_{x_A} = -Fa - P \frac{a^2}{2} \downarrow\right.$$

$$+\left(\sum M_{y_A} = 0 \Rightarrow M_{y_A} = 0\right.$$

$$+\left(\sum M_{z_A} = 0 : M_{z_A} - FL - (Pa)(L) - (PL) \left(\frac{L}{2}\right) = 0 \Rightarrow M_{z_A} = FL + PaL + \frac{PL^2}{2}\right)$$

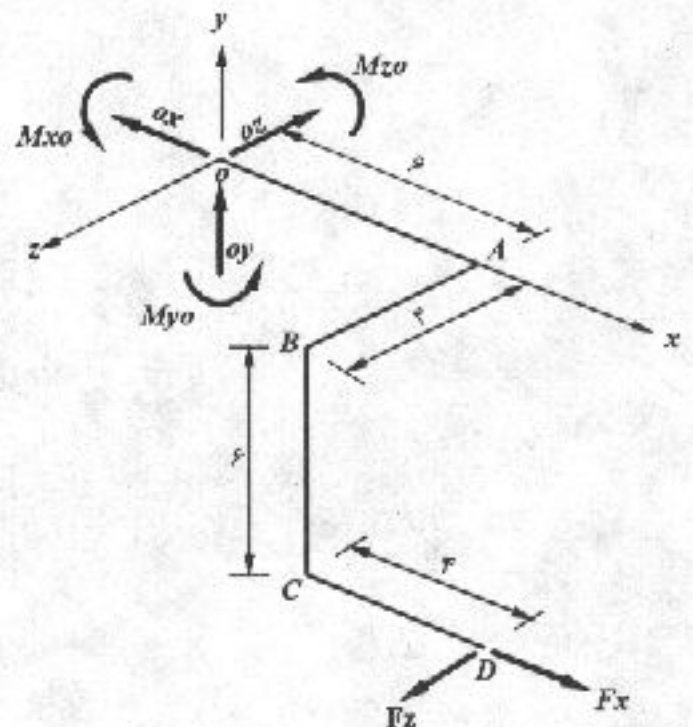
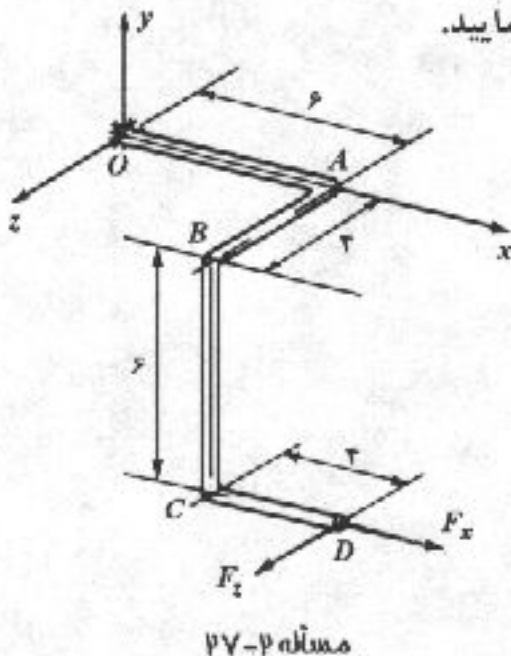


۲۷-۲. لوله ای مطابق شکل که دارای سه زانوی ۹۰ درجه می باشد، در نظر بگیرید.

(الف) رابطه کلی نیروهای داخلی P_x ، P_y ، P_z و M_x و M_y و M_z را در هر یک از قسمتهای آن به دست آورید. نیروی F_x را مساوی ۱۰۰ و P_z را مساوی ۵۰ کیلونیوتن در نظر بگیرید و از قرارداد علامت منطبق بر دستگاه مختصات راست استفاده نمایید.

(ب) نتایج قسمت الف را رسم نمایید.

(پ) اگر علاوه بر نیروهای وارده F_x و F_z ، وزن لوله به میزان ۱۰ کیلونیوتن بر متر در نظر گرفته شود، واکنشهای تکیه گاهی تکیه گاه گیردار O را تعیین نمایید.



نیروی برشی، لنگر خمشی / ۳۵

$$\downarrow + \sum F_x = 0 : -O_x + F_x = 0 \Rightarrow O_x = F_x = 100 \text{ kN}$$

$$\uparrow + \sum F_y = 0 \Rightarrow O_y = 0$$

$$\nearrow + \sum F_z = 0 : -O_z + F_z = 0 \Rightarrow O_z = F_z = 50 \text{ kN}$$

$$+ (\sum M_{x_o} = 0 : M_{x_o} - F_x(6) = 0 \Rightarrow M_{x_o} = 6F_x = 300 \text{ kN.m} \uparrow$$

$$+ (\sum M_{y_o} = 0 : M_{y_o} + F_x(6) - F_z(10) = 0 \Rightarrow M_{y_o} = 100 \text{ kN.m} \quad)$$

$$+ (\sum M_{z_o} = 0 : M_{z_o} + F_x(6) = 0 \Rightarrow M_{z_o} = -6F_x = -600 \text{ kN.m} \quad)$$

قطعه A

$$\downarrow + \sum F_x = 0 : P - 100 = 0 \Rightarrow P = 100 \text{ kN}$$

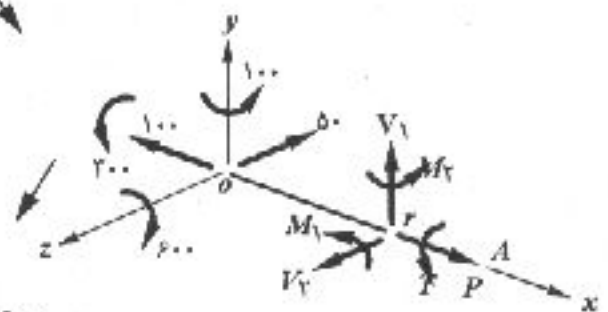
$$\uparrow + \sum F_y = 0 \Rightarrow V_1 = 0$$

$$\nearrow + \sum F_z = 0 : V_1 - 50 = 0 \Rightarrow V_1 = 50 \text{ kN}$$

$$+ (\sum M_{x_r} = 0 : T + 300 = 0 \Rightarrow T = -300 \text{ kN.m}$$

$$+ (\sum M_{y_r} = 0 : M_1 + 100 - 50x = 0 \Rightarrow M_1 = 50x - 100 : 0 \leq x \leq 6$$

$$+ (\sum M_{z_r} = 0 : M_1 - 600 = 0 \Rightarrow M_1 = 600 \text{ kN.m} \quad)$$



قطعه AB

$$\downarrow + \sum F_x = 0 : -V_1 - 100 = 0 \Rightarrow V_1 = -100 \text{ kN}$$

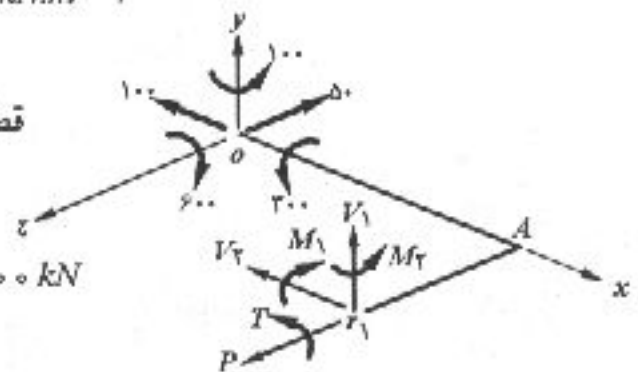
$$\uparrow + \sum F_y = 0 \Rightarrow V_1 = 0$$

$$\nearrow + \sum F_z = 0 : P - 50 = 0 \Rightarrow P = 50 \text{ kN}$$

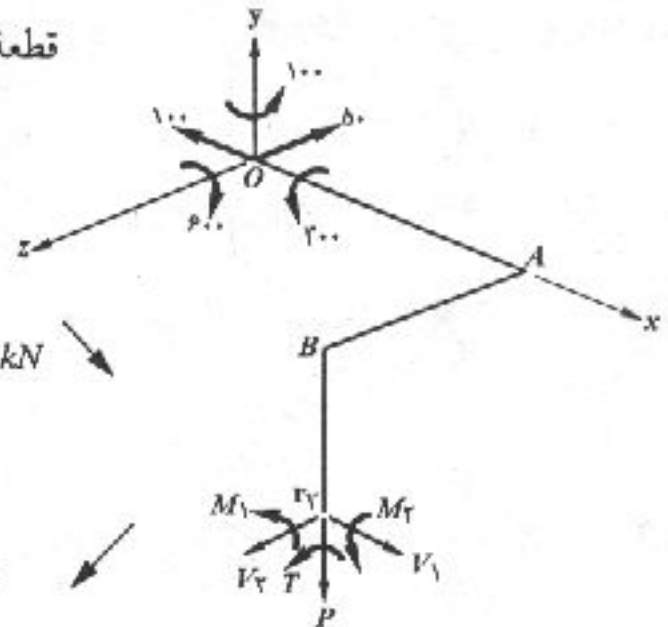
$$+ (\sum M_{x_n} = 0 : -M_1 + 300 = 0 \Rightarrow M_1 = +300 \text{ kN.m}$$

$$+ (\sum M_{y_n} = 0 : M_1 + 100 + 100z - 50(6) = 0 \Rightarrow M_1 = 200 - 100z : 0 \leq z \leq 4$$

$$+ (\sum M_{z_n} = 0 : T - 600 = 0 \Rightarrow T = 600 \text{ kN.m}$$



قطعة BC:



$$\downarrow + \sum F_x = 0 : V_1 - 100 = 0 \Rightarrow V_1 = 100 \text{ kN}$$

$$\uparrow + \sum F_y = 0 : -P = 0 \Rightarrow P = 0$$

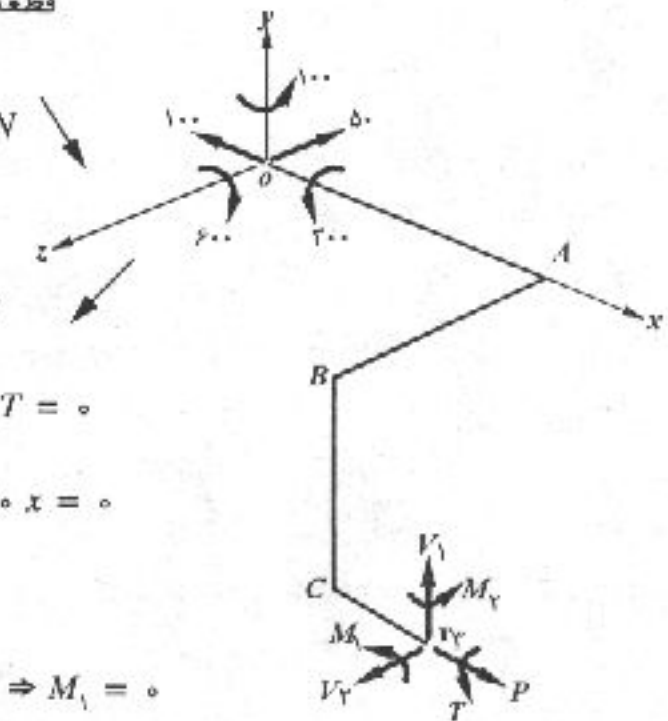
$$\nearrow + \sum F_z = 0 : V_1 - 50 = 0 \Rightarrow V_1 = 50 \text{ kN}$$

$$+ (\sum M_{x_r} = 0 : M_1 + 300 - 50 \cdot y = 0 \Rightarrow M_1 = 50 \cdot y - 300 \quad ; \quad 0 \leq y \leq 6$$

$$+ (\sum M_{y_r} = 0 : -T + 100 - 50 \cdot (6) + 100 \cdot (4) = 0 \Rightarrow T = 200 \text{ kN.m}$$

$$+ (\sum M_{z_r} = 0 : M_1 - 600 + 100 \cdot y = 0 \Rightarrow M_1 = 600 - 100 \cdot y \quad ; \quad 0 \leq y \leq 6$$

قطعة CD:



$$\downarrow + \sum F_x = 0 : P - 100 = 0 \Rightarrow P = 100 \text{ kN}$$

$$\uparrow + \sum F_y = 0 \Rightarrow V_1 = 0$$

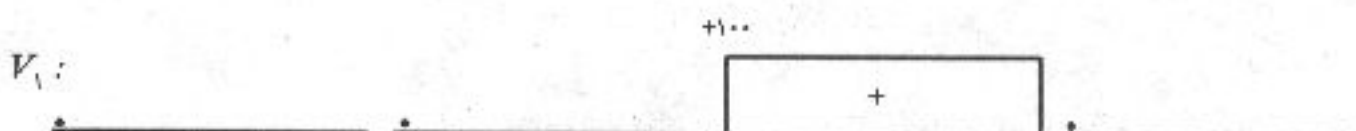
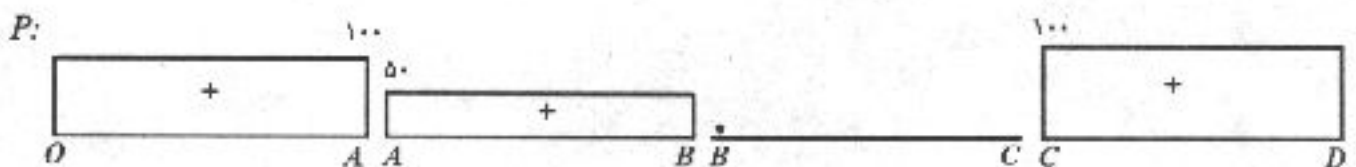
$$\nearrow + \sum F_z = 0 : V_1 - 50 = 0 \Rightarrow V_1 = 50 \text{ kN}$$

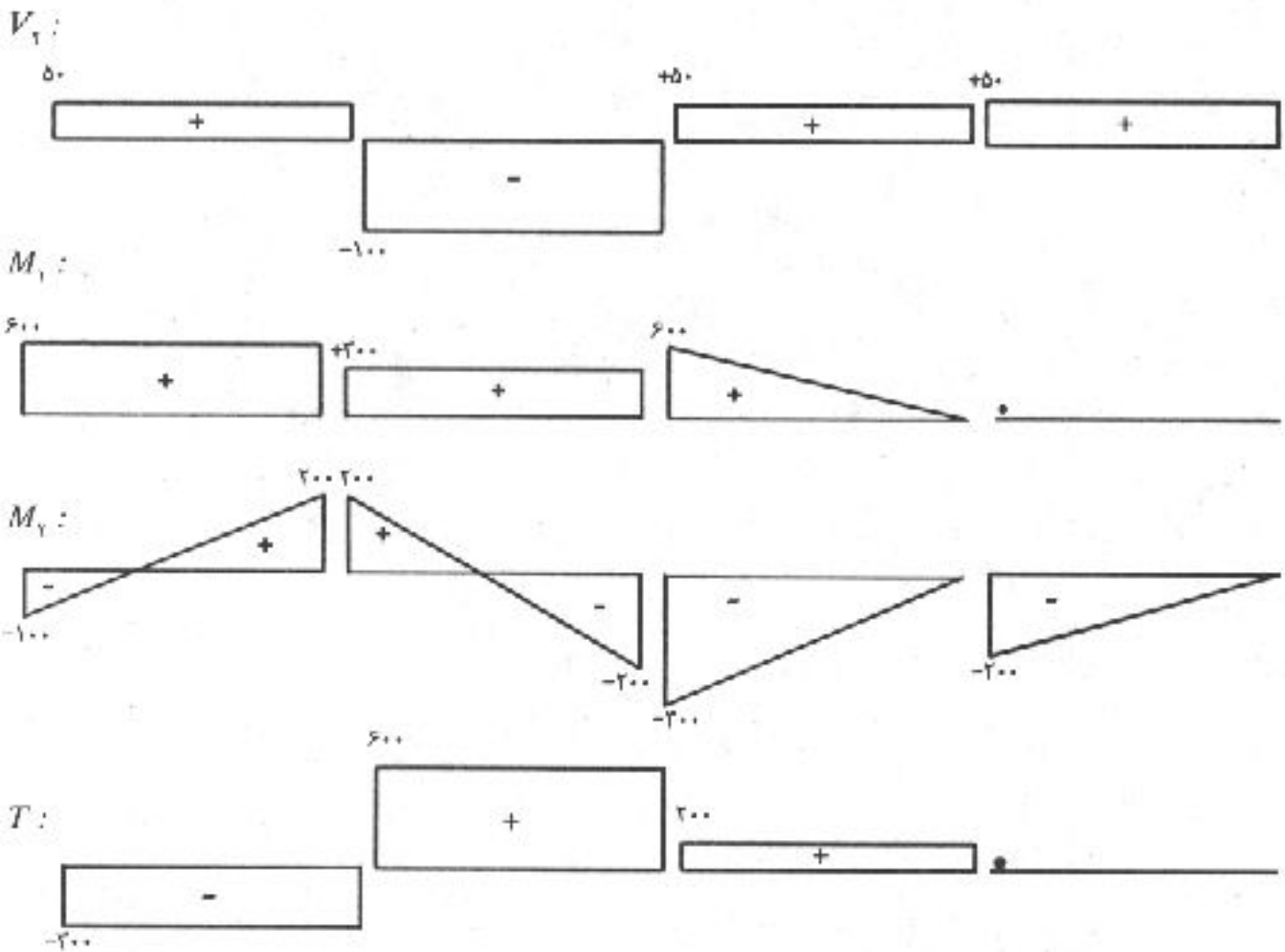
$$+ (\sum M_{x_r} = 0 : T + 300 - 50 \cdot (6) = 0 \Rightarrow T = 0$$

$$+ (\sum M_{y_r} = 0 : M_1 + 100 + 100 \cdot (4) - 50 \cdot x = 0$$

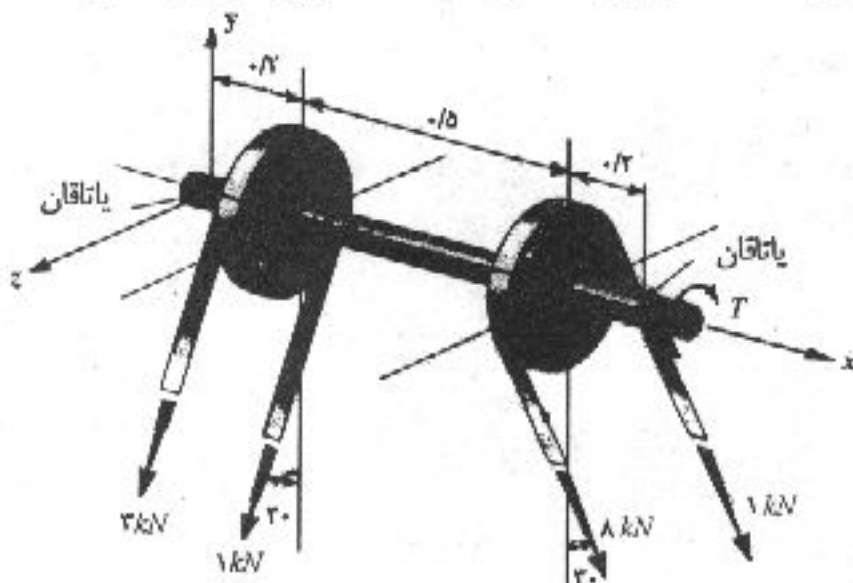
$$M_1 = 50 \cdot x - 500 \quad ; \quad 6 \leq x \leq 10$$

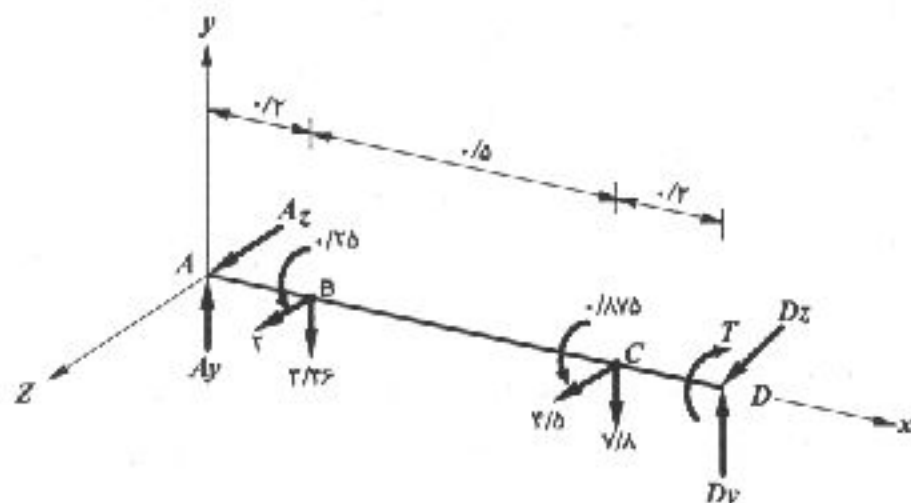
$$+ (\sum M_{z_r} = 0 : M_1 - 600 + 100 \cdot (6) = 0 \Rightarrow M_1 = 0$$





۲-۲۸. موتوری محوری را که دارای دو قرقره تسمه خور به قطر ۲۵/۰ متر می باشد، به دوران در می آورد. نیروی کششی تسمه ها معلوم هستند و مقادیر آنها در روی شکل نشان داده شده است. با استفاده از روش مقطع زدن، مطلوب است: (الف) رسم تغییرات لنگر خمشی ناشی از مؤلفه قائم نیروهایی که بر روی محور تأثیر می کنند، به عبارت دیگر رسم تغییرات لنگر خمشی برای صفحه xy (ب) رسم تغییرات لنگر خمشی ناشی از مؤلفه افقی نیروهایی که بر محور تأثیر می کنند، به عبارت دیگر رسم تغییرات لنگر خمشی برای صفحه xz (پ) رسم تغییرات لنگر پیچشی. از قرارداد علامت منطبق بر محورهای مختصات راست استفاده نمایید. (لازم به تذکر است که با استفاده از معادله $\sum M_x = 0$ و اطلاعات مربوط به کشش تسمه ها، لنگر پیچشی وارده T به دست می آید).





ابتدا برآیند نیروی کششی تسمه‌ها را (بصورت یک نیروی متمرکز و یک لنگر) محاسبه نموده و بر محور اثر می‌دهیم.

$$P_B = 3 + 1 = 4 \text{ kN} \Rightarrow B_y = 4 \cos 30^\circ = 3.46 \text{ kN} \downarrow$$

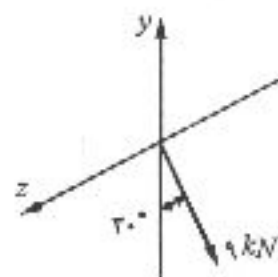
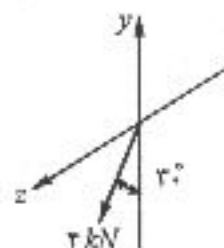
$$B_z = 4 \sin 30^\circ = 2 \text{ kN} \swarrow$$

$$M_B = (3 - 1) \left(\frac{0.25}{2} \right) = 0.25 \text{ kN.m}$$

$$P_C = 8 + 1 = 9 \text{ kN} \Rightarrow C_y = 9 \cos 30^\circ = 7.8 \text{ kN} \downarrow$$

$$C_z = 9 \sin 30^\circ = 4.5 \text{ kN} \swarrow$$

$$M_C = (8 - 1) \left(\frac{0.25}{2} \right) = 0.875 \text{ kN.m}$$



حال عکس‌العمل تکیه‌گاهها (یا تاقانهای A و D) را محاسبه می‌کنیم:

$$+\left(\sum M_{z_A} = 0 : D_y(0.9) - 7.8(0.7) - 3.46(0.2) = 0 \Rightarrow D_y = 6.84 \text{ kN} \uparrow \right.$$

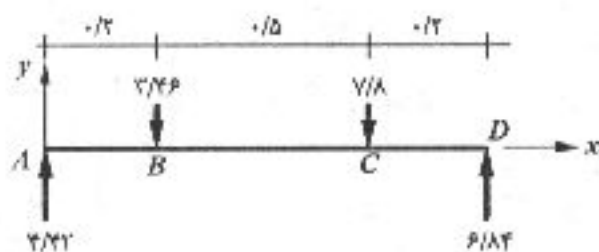
$$\uparrow + \sum F_y = 0 : A_y + D_y - 3.46 - 7.8 = 0 \Rightarrow A_y = 4.42 \text{ kN} \uparrow$$

$$+\left(\sum M_{y_A} = 0 : -D_z(0.9) + 4.5(0.7) - 2(0.2) = 0 \Rightarrow D_z = 3.05 \text{ kN} \swarrow \right.$$

$$+\downarrow \sum F_z = 0 : +A_z + D_z + 2 - 4.5 = 0 \Rightarrow A_z = -0.55 \swarrow$$

$$+\left(\sum M_{x_A} = 0 : -T + 0.25 + 0.875 = 0 \Rightarrow T = 1.125 \text{ kN.m} \right) + \text{ لنگر پیچشی وارده}$$

الف، رسم نمودار لنگر خمشی برای صفحه xy

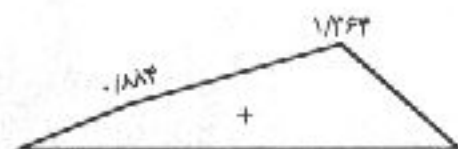


AB مقطع، $M = 4/42x$ ؛ $0 \leq x \leq 0.2$

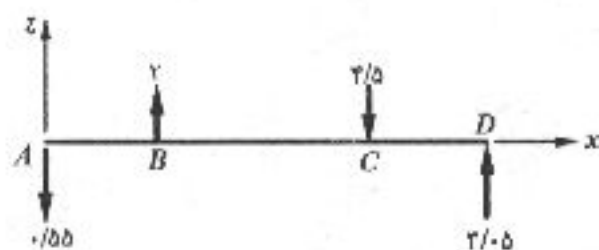
BC مقطع، $M = 4/42x - 3/46(x - 0.2)$

$= 0.96x + 0.692$ ؛ $0.2 \leq x \leq 0.7$

CD مقطع، $M = 6/82(0.9 - x)$ ؛ $0.7 \leq x \leq 0.9$



ب، رسم نمودار لنگر خمشی برای صفحه xz

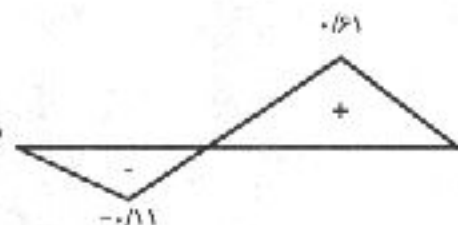


AB مقطع، $M = -0.55x$ ؛ $0 \leq x \leq 0.2$

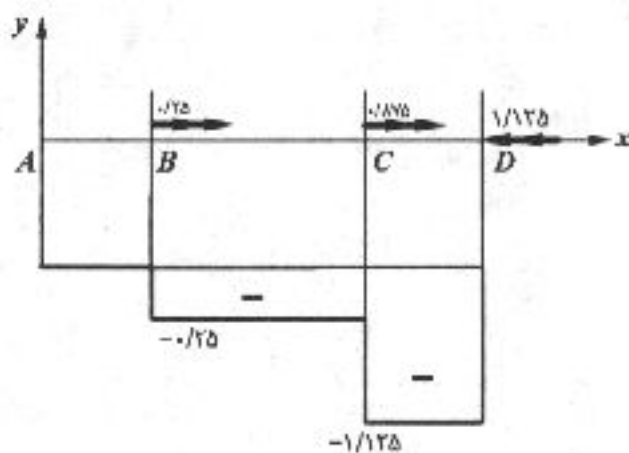
BC مقطع، $M = 2(x - 0.2) - 0.55x$

$= 1/45x - 0.4$ ؛ $0.2 \leq x \leq 0.7$

CD مقطع، $M = 3/55(0.9 - x)$ ؛ $0.7 \leq x \leq 0.9$



پ: رسم نمودار لنگر پیچشی،



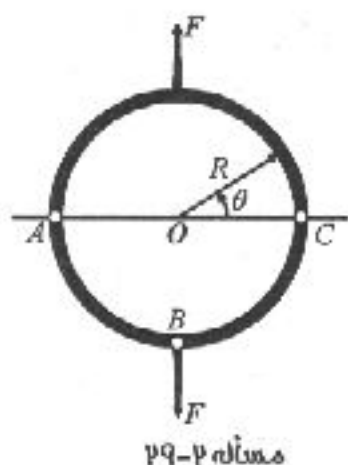
AB مقطع، $T = 0$

BC مقطع، $T = -0.25$

CD مقطع، $T = -1/125$

۲-۲۹. یک حلقه دایره شکل با سه مفصل در نقاط A, B, C تحت تأثیر بارگذاری نشان داده شده در شکل قرار دارد. مطلوب است تعیین روابط ریاضی $P(\theta)$, $V(\theta)$ و $M(\theta)$ برای ناحیه $0 < \theta < 90^\circ$. از قرارداد علامت تیرها استفاده نمایید.

قطعه AC

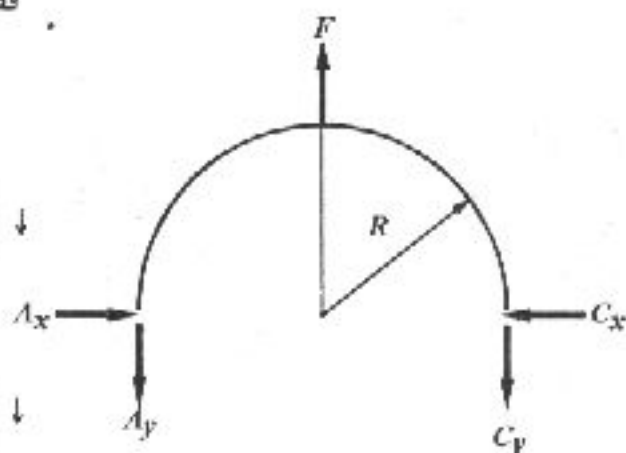


مسئله ۲۹-۲

$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 : F.R - C_y(\sqrt{2}R) = 0 \Rightarrow C_y = \frac{F}{\sqrt{2}} \downarrow$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 : -A_y + F - C_y = 0 \Rightarrow A_y = \frac{F}{\sqrt{2}} \downarrow$$

$$+\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = C_x$$



قطعه BC

$$+\circlearrowleft \sum M_B = 0 : \frac{F}{\sqrt{2}}(R) - C_x(R) = 0 \Rightarrow C_x = \frac{F}{\sqrt{2}} \rightarrow$$

$$+\rightarrow \sum F_x = 0 : -P - \frac{F}{\sqrt{2}} \sin \theta + \frac{F}{\sqrt{2}} \cos \theta = 0$$

$$\Rightarrow P = \frac{F}{\sqrt{2}} (\cos \theta - \sin \theta)$$

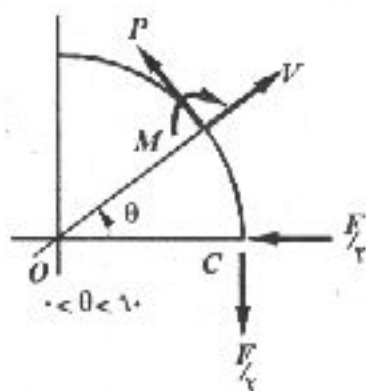
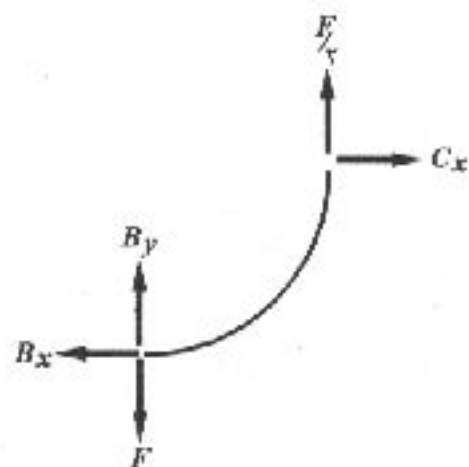
$$+\uparrow \sum F_y = 0 : V - \frac{F}{\sqrt{2}} \cos \theta - \frac{F}{\sqrt{2}} \sin \theta = 0$$

$$\Rightarrow V = \frac{F}{\sqrt{2}} (\cos \theta + \sin \theta)$$

$$+\circlearrowleft \sum M_O = 0 \Rightarrow -M - \frac{F}{\sqrt{2}} R + P.R = 0$$

$$\Rightarrow M = -\frac{F}{\sqrt{2}} R + \frac{F}{\sqrt{2}} (\cos \theta - \sin \theta) R$$

$$M = \frac{F}{\sqrt{2}} R (\cos \theta - \sin \theta - 1)$$



۲-۳۰. اگر جهت مثبت نیروهای داخلی P, V, M طبق شکل تعریف شده باشد، مطلوب است تعیین روابط ۲-۴، ۲-۵ و ۲-۶ برای آن

$$+\downarrow \sum F_z = 0 \Rightarrow -V + P \Delta x + V + \Delta V = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V}{\Delta x} = -P \Rightarrow \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta x} = -P \Rightarrow \frac{dV}{dx} = -P \quad (1)$$

$$+\circlearrowleft \sum M = 0$$

$$\Rightarrow M + \Delta M - M - P \frac{\Delta x^2}{2} - (V + \Delta V) \Delta x = 0$$

$$\frac{\Delta M}{\Delta x} = \frac{P \Delta x}{2} + (V + \Delta V) \Rightarrow \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} P \frac{\Delta x}{2} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (V + \Delta V)$$

$$\therefore \frac{dM}{dx} = 0 - V \Rightarrow \frac{dM}{dx} = -V \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \frac{d}{dx} \left(\frac{dM}{dx} \right) = \frac{d(-V)}{dx} \Rightarrow \frac{d^2 M}{dx^2} = +P$$

$$(1) \text{ انتگرال از رابطه } \Rightarrow V_D - V_C = \int_{x_C}^{x_D} -P dx$$

$$(2) \text{ انتگرال از رابطه } \Rightarrow M_D - M_C = \int_{x_C}^{x_D} -V dx$$

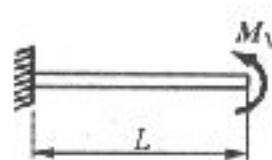
۲-۳۱ تا ۲-۵۳. مطلوب است رسم ترسیمه‌های تغییرات نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر

خمشی برای تیرهای نشان داده شده در شکل با استفاده از روش جمع زدن. با توجه به ترسیمه

تغییرات لنگر خمشی، منحنی ارتجاعی تیرها را نیز به طور کیفی

رسم نمایید. در تمام مسائل از وزن تیرها صرف نظر نمایید و از

قرارداد علامت تیرها استفاده کنید.

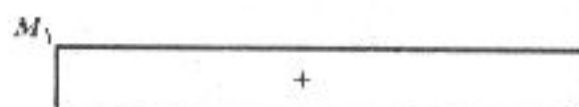


مسئله ۲-۳۱

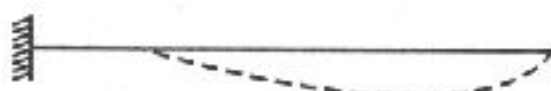
$$+\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = 0$$

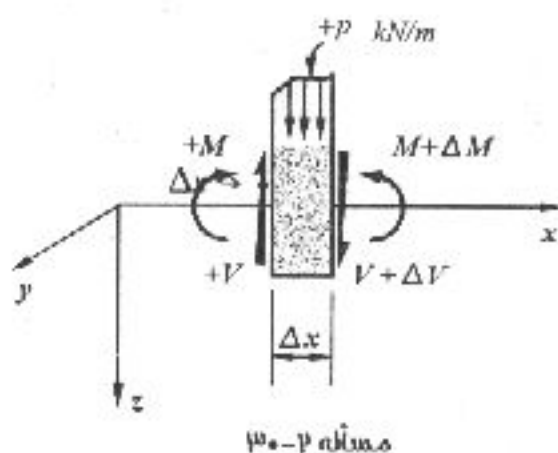
$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 : -M + M_1 = 0 \Rightarrow M = +M_1$$

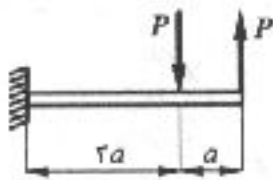


لنگر خمشی



منحنی ارتجاعی



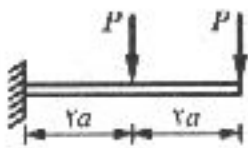


مسئله ۳۲-۲

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = 0$$

$$+\left(\sum M_A = 0 : -M - P(2a) + P(a) = 0 \Rightarrow M = Pa \right)$$



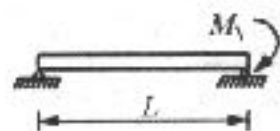
مسئله ۳۳-۲

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = 2P$$

$$+\left(\sum M_B = 0 \Rightarrow -M - P(2a) - P(a) = 0 \Rightarrow M = -6Pa \right)$$

$$M = -6Pa$$



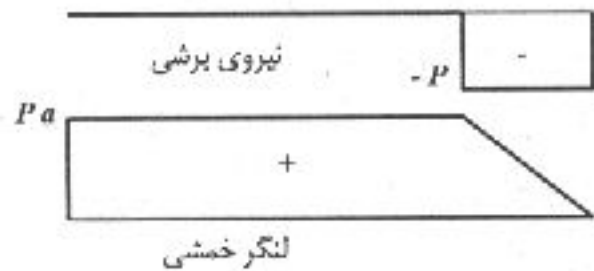
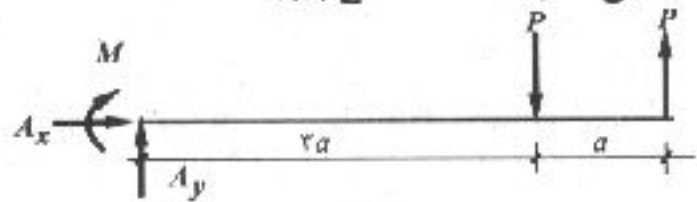
مسئله ۳۴-۲

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$+\left(\sum M_A = 0 : -M_1 + B_y L = 0 \Rightarrow B_y = \frac{M_1}{L} \right)$$

$$+\left(\sum M_B = 0 \Rightarrow -M_1 - A_y L = 0 \right)$$

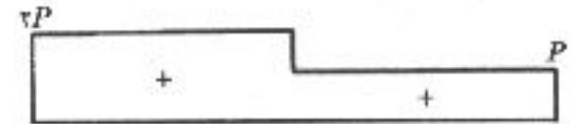
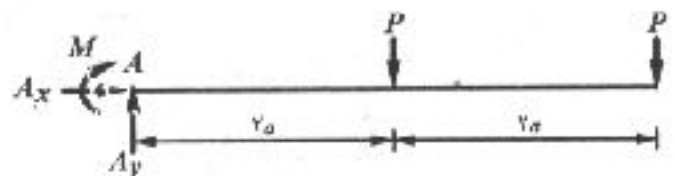
$$\Rightarrow A_y = -\frac{M_1}{L} \uparrow \Rightarrow A_y = \frac{M_1}{L} \downarrow$$



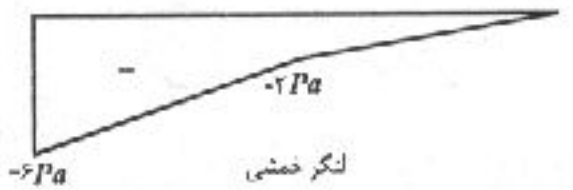
لنگر خمشی



منحنی ارتجاعی



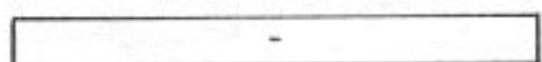
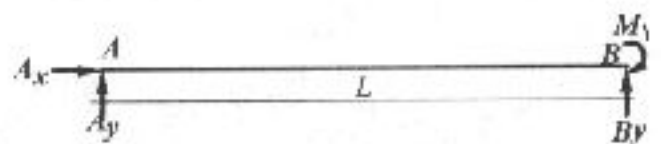
نیروی برشی



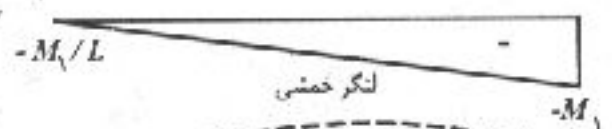
لنگر خمشی



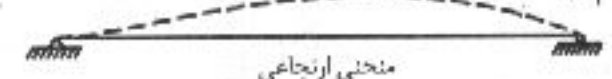
منحنی ارتجاعی



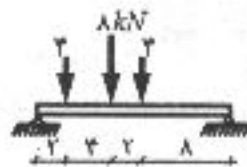
نیروی برشی



لنگر خمشی



منحنی ارتجاعی



مسئله ۷-۵

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

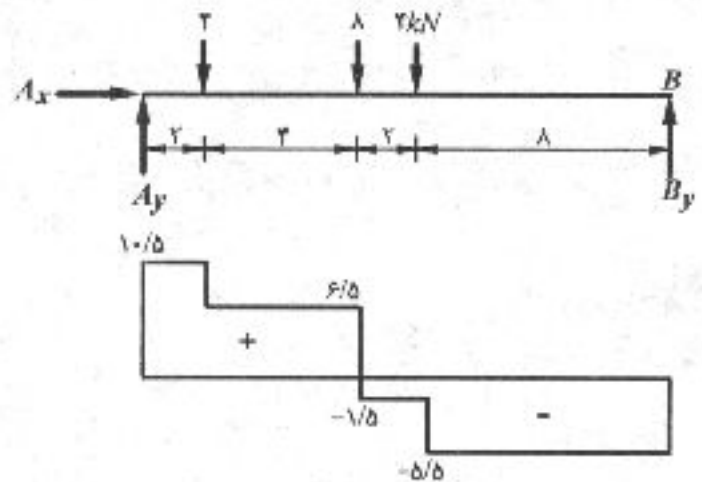
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow$$

$$B_y(10) - 2(8) - 8(6) - 2(2) = 0$$

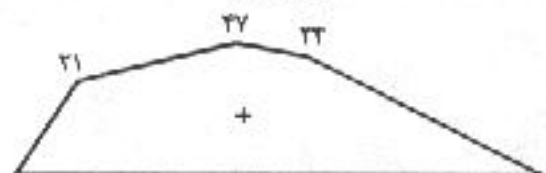
$$\Rightarrow B_y = 5/5 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow -A_y(10) + 2(12) + 8(10) + 2(8) = 0$$

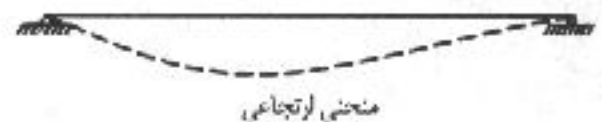
$$\Rightarrow A_y = 10/5 \text{ kN} \uparrow$$



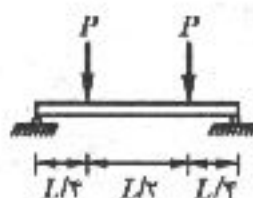
نیروی برشی



لنگر خمشی



منحنی ارتجاعی



مسئله ۷-۶

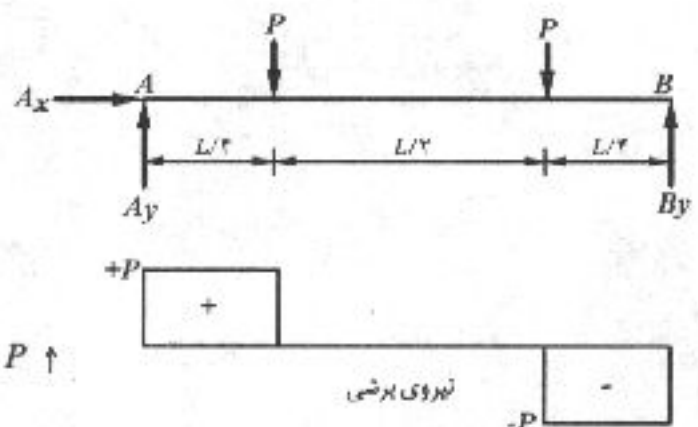
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$\sum M_A = 0$$

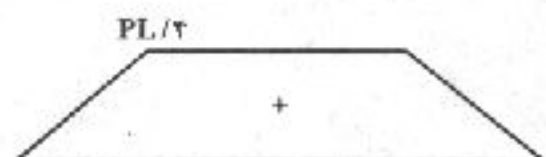
$$\Rightarrow B_y(L) - P\left(\frac{3L}{4}\right) - P\left(\frac{L}{4}\right) = 0 \Rightarrow B_y = P \uparrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 2P = 0$$

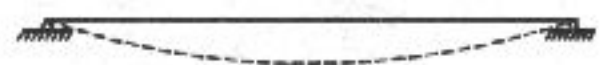
$$\Rightarrow A_y = P \uparrow$$



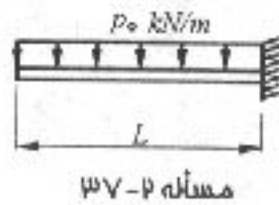
نیروی برشی



لنگر خمشی



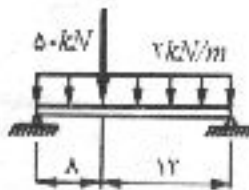
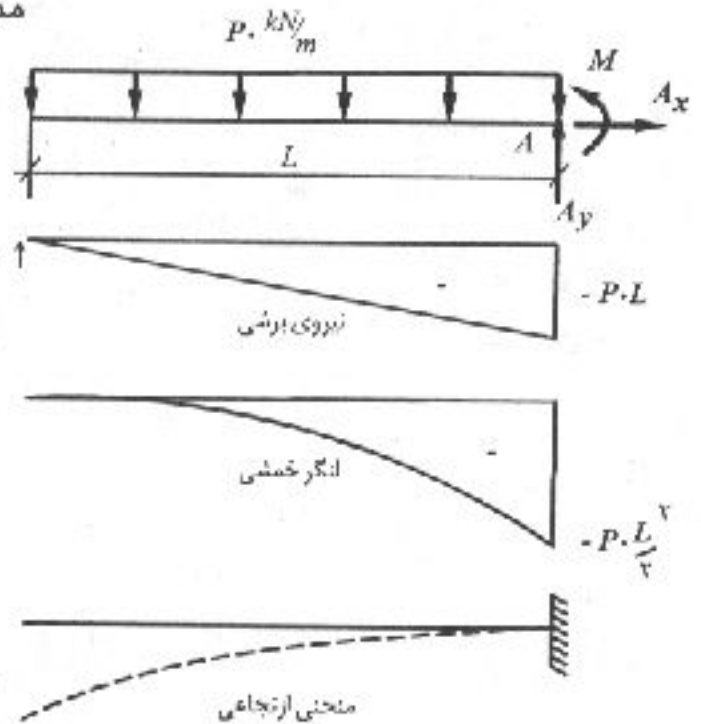
منحنی ارتجاعی



$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 : A_y - P \cdot L = 0 \Rightarrow A_y = P \cdot L \uparrow$$

$$\begin{aligned} +(\sum M_A = 0 \Rightarrow M + P \cdot L \left(\frac{L}{2}\right) &= 0 \\ \Rightarrow M &= -\frac{P \cdot L^2}{2} \end{aligned}$$



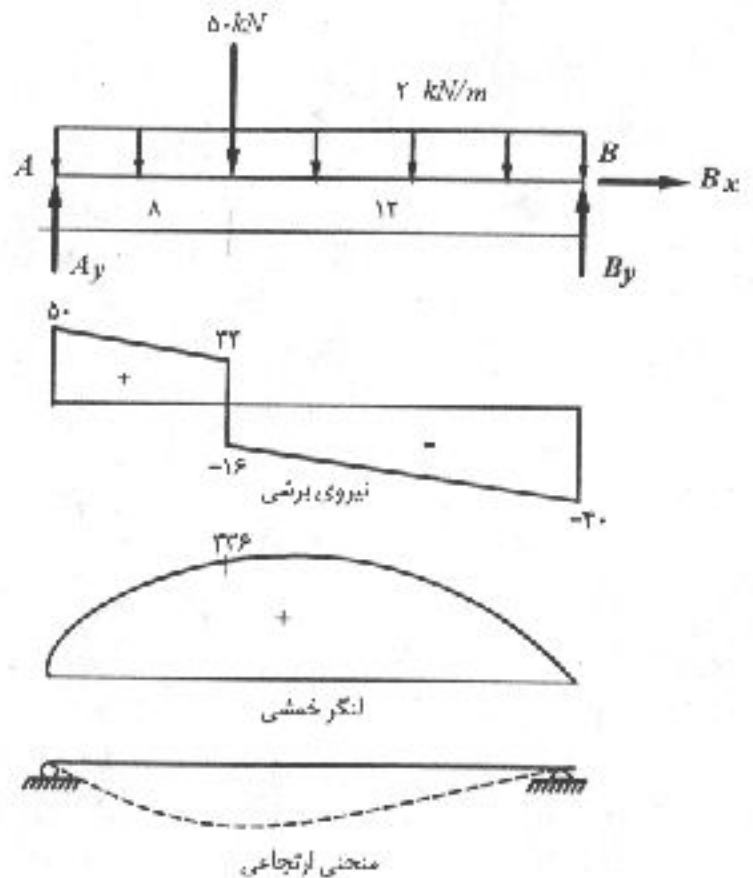
$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow B_x = 0$$

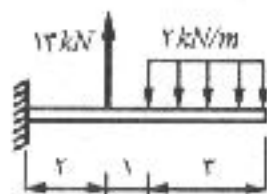
$$+(\sum M_A = 0$$

$$\Rightarrow B_y (20) - 50(8) - 2(20)\left(\frac{20}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow B_y = 40 \text{ kN} \uparrow$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 : A_y + B_y - 50 - (2)(20) = 0 \Rightarrow A_y = 50 \text{ kN} \uparrow$$





مسئله ۳۹-۲

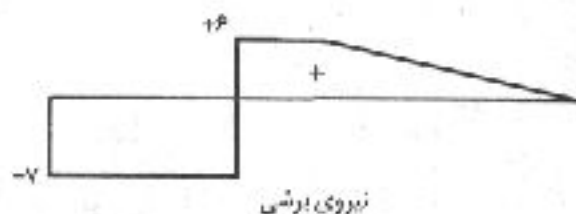
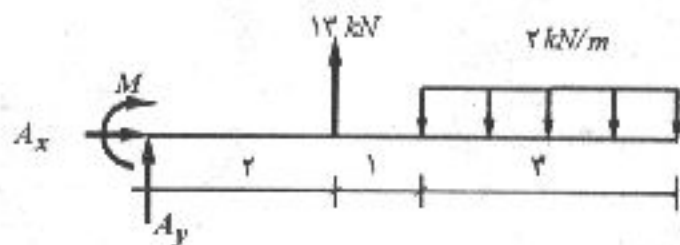
$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + 13 - (2)(3) = 0$$

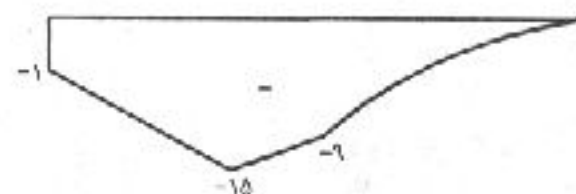
$$\Rightarrow A_y = -7 \text{ kN} \uparrow \Rightarrow A_y = 7 \text{ kN} \downarrow$$

$$+ (\sum M_A = 0 \Rightarrow -M - (2)(3)(3 + \frac{3}{2})$$

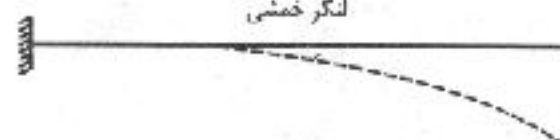
$$+ 13(2) = 0 \Rightarrow M = -1 \text{ kN.m})$$



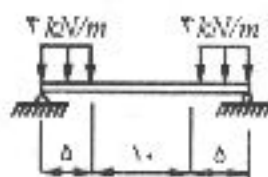
نیروی برشی



لنگر خمشی



منحنی ارتجاعی



مسئله ۴۰-۲

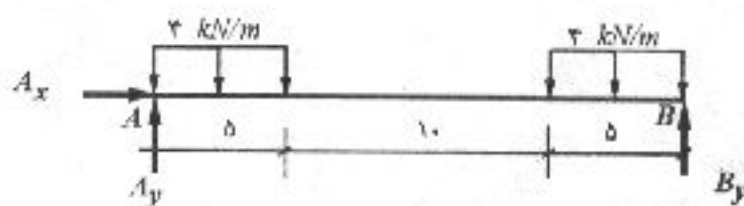
$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$+ (\sum M_A = 0 \Rightarrow B_y(10) - 2(5)(17/5)$$

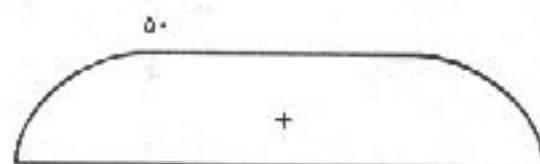
$$- 2(5)(2/5) = 0 \Rightarrow B_y = 7 \text{ kN} \uparrow$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 2(5) - 2(5) = 0$$

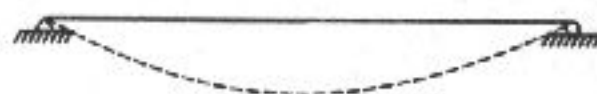
$$\Rightarrow A_y = 7 \text{ kN} \uparrow$$



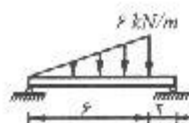
نیروی برشی



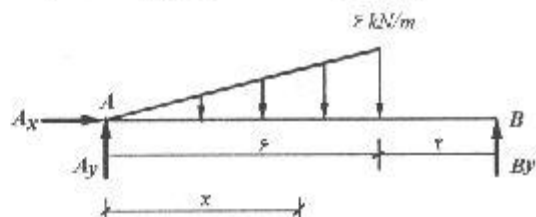
لنگر خمشی



منحنی ارتجاعی



مسئله ۴۱-۲



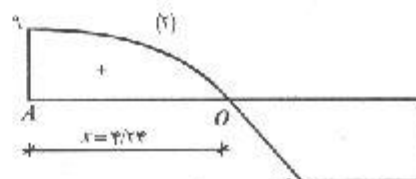
$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$+ (\sum M_A = 0 : B_y (12) - 6 \left(\frac{6}{12} \right) \left(\frac{1}{3} \right) (6) = 0$$

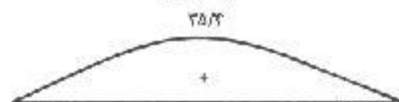
$$\Rightarrow B_y = 9 \text{ kN} \uparrow$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 6 \left(\frac{6}{12} \right) = 0$$

$$\Rightarrow A_y = 9 \text{ kN} \uparrow$$



بروزی برشی



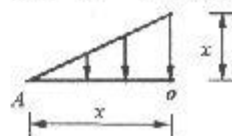
لنگر خمشی



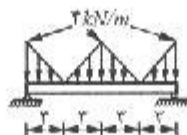
منحنی ارتجاعی

توضیح: بمنظور تعیین لنگر ماکزیمم باید سطح زیر نمودار برش در فاصله A تا O محاسبه شود:

$$\frac{1}{3} (x \cdot x) = 9 \Rightarrow x = 4/3$$



$$M_{max} = \frac{1}{3} (9) (4/3) = 25/4 \text{ kN.m}$$



مسئله ۴۲-۲

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$+ (\sum M_A = 0 : B_y (12) - (3 \times \frac{6}{3}) (\frac{1}{3} \times 3)$$

$$- (6 \times \frac{6}{3}) (6) - (3 \times \frac{6}{3}) (9 + \frac{1}{3} \times 3) = 0$$

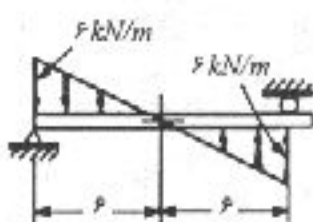
$$B_y = 12 \text{ kN} \uparrow$$

$$\uparrow^+ \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 2\left(3 \times \frac{4}{3}\right) = 0$$

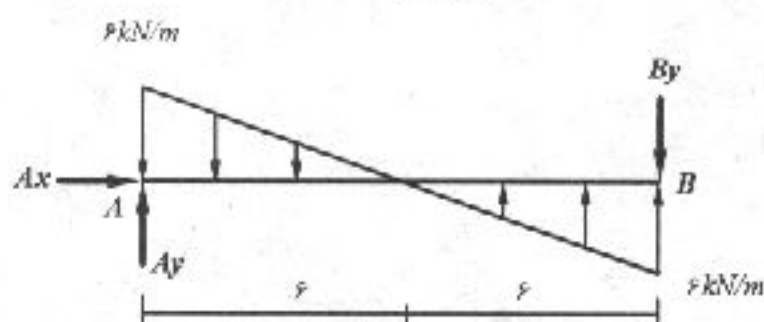
$$\Rightarrow A_y = 12 \text{ kN} \uparrow$$

سطح زیر نمودار برش از A تا 0

$$= \underbrace{\left[6 \times 3 + \frac{1}{3}(6 \times 3) \right]}_{24} + \frac{2}{3}(6 \times 3) = 36 \text{ kN.m}$$



مسئله ۳-۴



$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$+(\sum M_A = 0 \Rightarrow -B_y(12)$$

$$- 6\left(\frac{6}{2}\right)\left(\frac{6}{3}\right) + 6\left(\frac{6}{2}\right)\left(6 + \frac{2}{3} \times 6\right) = 0$$

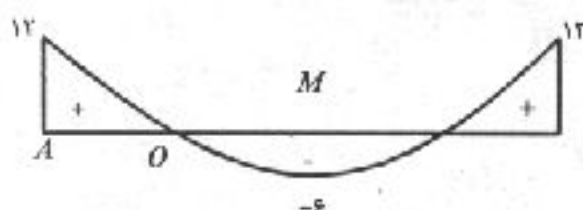
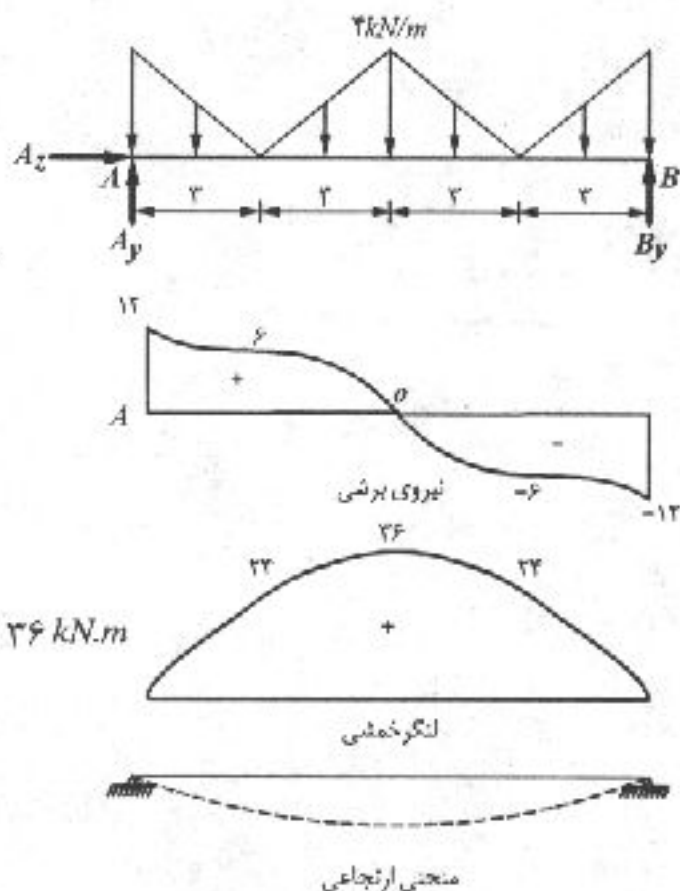
$$B_y = 12 \text{ kN} \downarrow$$

$$\uparrow^+ \sum F_y = 0 : A_y + 6\left(\frac{6}{2}\right) - 6\left(\frac{6}{2}\right) - B_y = 0$$

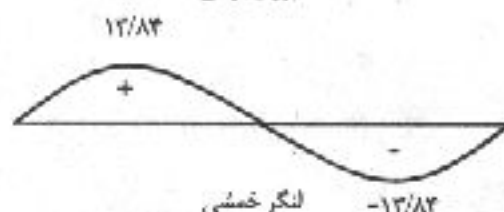
$$\Rightarrow A_y = 12 \text{ kN} \uparrow$$

$$\frac{1}{2}(x \cdot x) = 6 \Rightarrow x = 3/46$$

$$M_{max} = \frac{2}{3}(6)\left(3/46\right) = 13/84$$



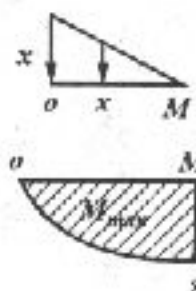
نیروی برشی

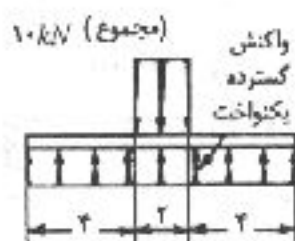


لنگر خمشی



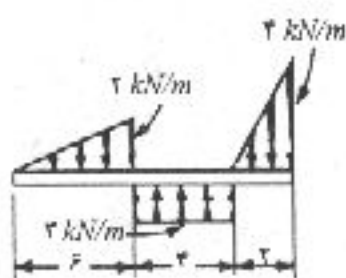
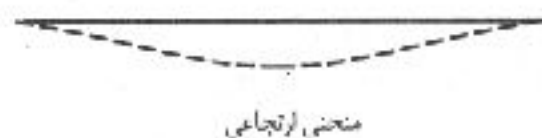
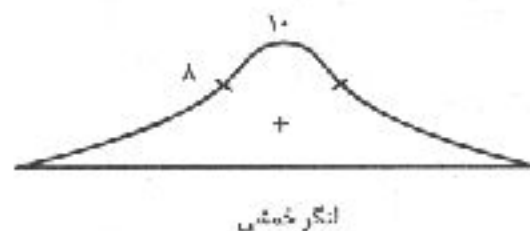
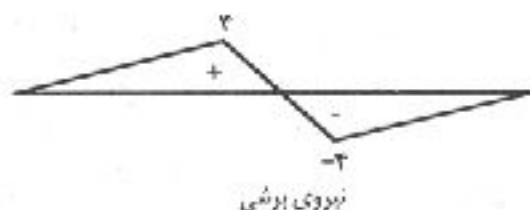
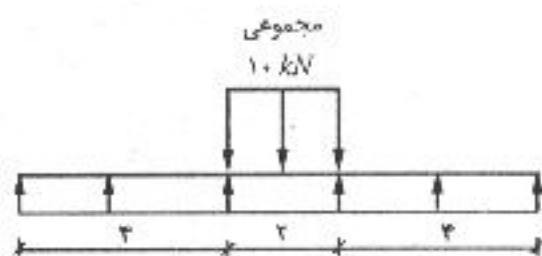
منحنی انحرافی



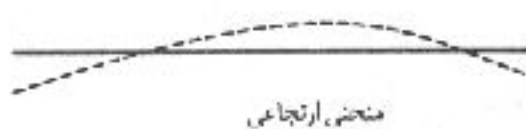
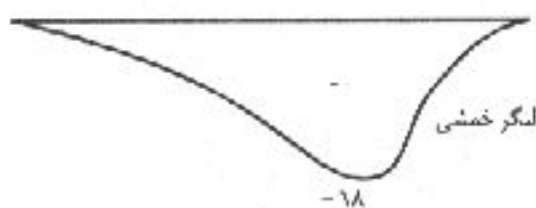
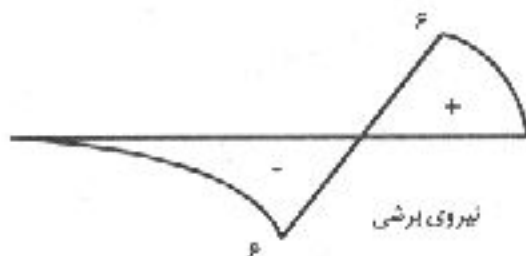
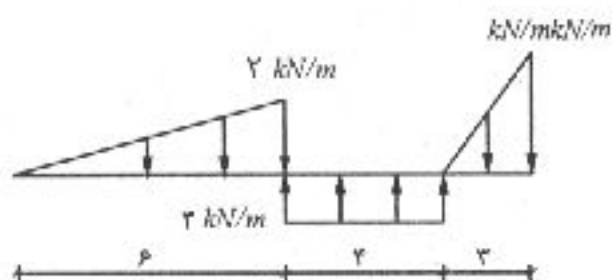


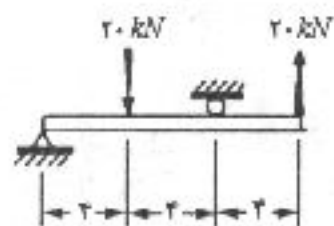
مسئله ۶-۴۴

$$\uparrow \sum F_y = 0 : R_y(10) - 10 = 0 \Rightarrow R_y = 1 \text{ kN/m}$$



مسئله ۶-۴۵





مسئله ۴۶-۲

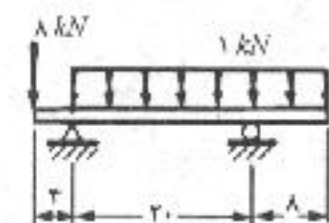
$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$\uparrow (\sum M_A = 0 : -B_y(12) - 20(4) + 20(12) = 0$$

$$\Rightarrow B_y = 20 \text{ kN} \downarrow$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + 20 - B_y - 20 = 0$$

$$\Rightarrow A_y = 20 \text{ kN} \uparrow$$



مسئله ۴۷-۲

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

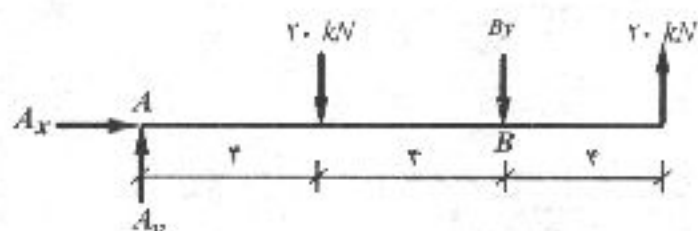
$$\uparrow (\sum M_A = 0$$

$$\Rightarrow B_y(20) + 8(4) - 1(28)\left(\frac{28}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow B_y = +18 \text{ kN} \uparrow$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 8 - 1(28) = 0$$

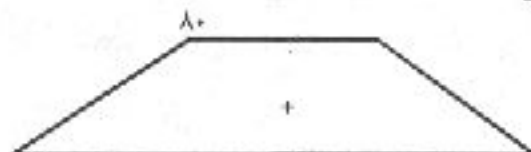
$$\Rightarrow A_y = +18 \text{ kN} \uparrow$$



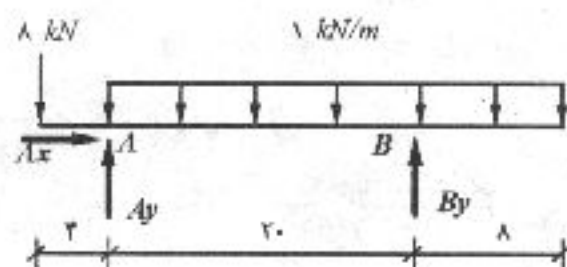
نیروی برشی



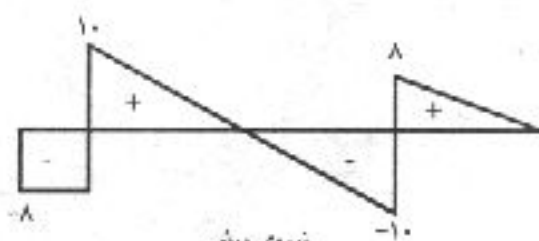
لنگر خمشی



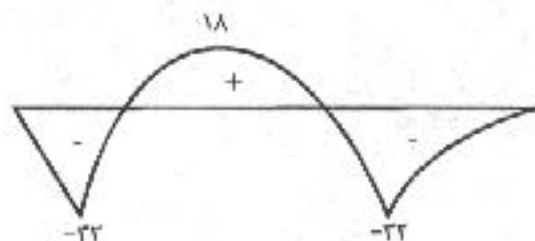
منحنی ارتجاعی



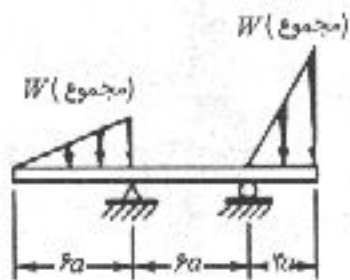
نیروی برشی



لنگر خمشی



منحنی ارتجاعی



مسئله ۴۸-۲

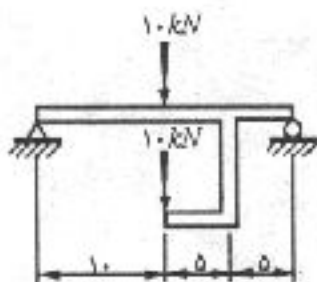
$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$+(\sum M_A = 0 : B_y(6a) - W(6a + 2a) + W(2a) = 0$$

$$\Rightarrow B_y = W \uparrow$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 2W = 0$$

$$\Rightarrow A_y = W \uparrow$$



مسئله ۴۹-۲

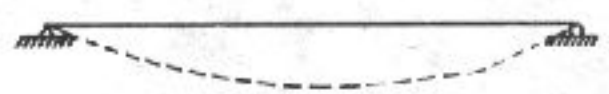
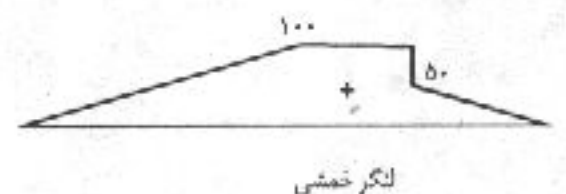
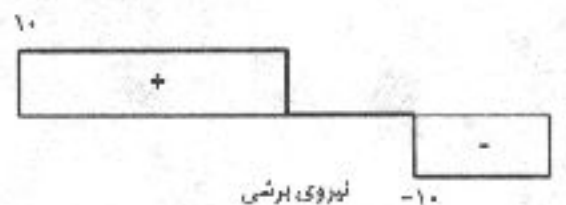
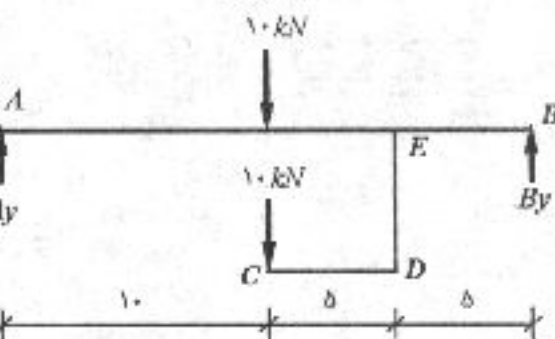
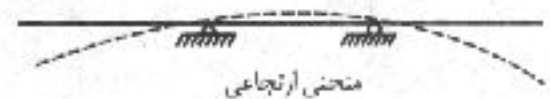
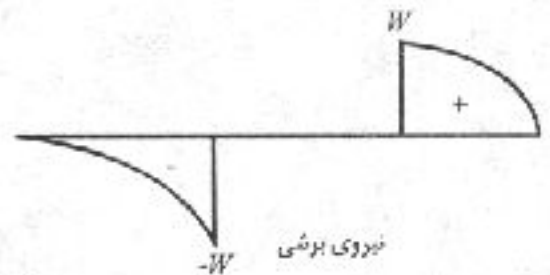
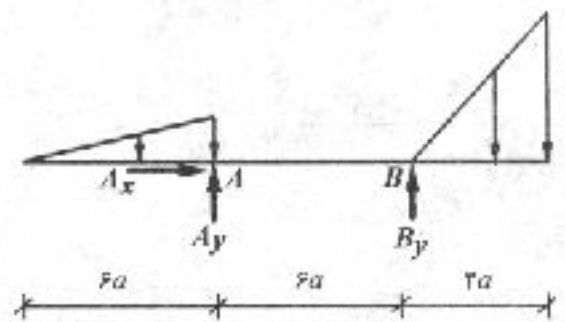
$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$+(\sum M_A = 0 \Rightarrow B_y(20) - (10 + 10)(10) = 0$$

$$\Rightarrow B_y = 10 \text{ kN} \uparrow$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - (10 + 10) = 0$$

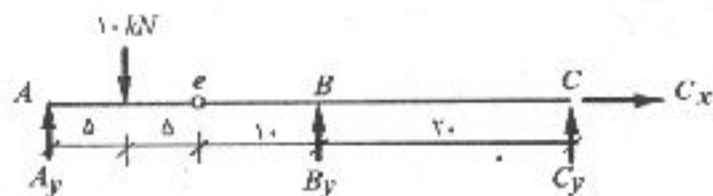
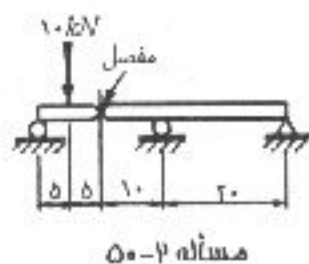
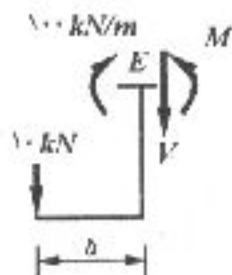
$$\Rightarrow A_y = 10 \text{ kN} \uparrow$$



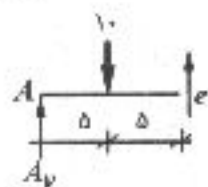
منحنی ارتجاعی

توضیح: بمنظور تعیین لنگر در نقطه E، این قسمت را جدا می‌کنیم. (شکل زیر) لنگر در طرف چپ این قطعه معلوم و مساوی 100 kN.m می‌باشد.

بنابراین برای تعادل این قطعه باید در سمت راست لنگر برابر 50 kN.m باشد.



$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow C_x = 0$$

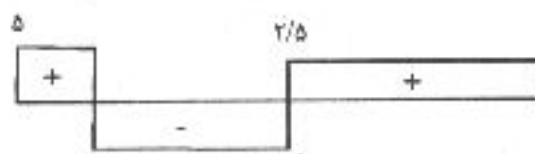


$$+(\sum M_e = 0 \Rightarrow -A_y(10) + 10(5) = 0$$

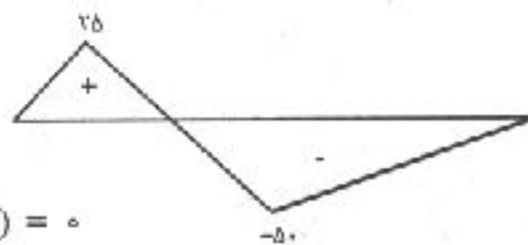
$$\Rightarrow A_y = 5 \text{ kN} \uparrow$$

$$+(\sum M_B = 0 \Rightarrow C_y(20) + 10(5) - 5(20) = 0$$

$$\Rightarrow C_y = -2/5 \uparrow \Rightarrow C_y = 2/5 \text{ kN} \downarrow$$



نیروی برشی



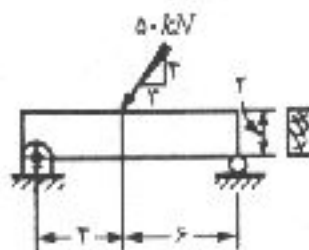
لنگر خمشی

$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - C_y - 10 = 0$$

$$\Rightarrow B_y = 7/5 \text{ kN} \uparrow$$



مختی ارتجاعي

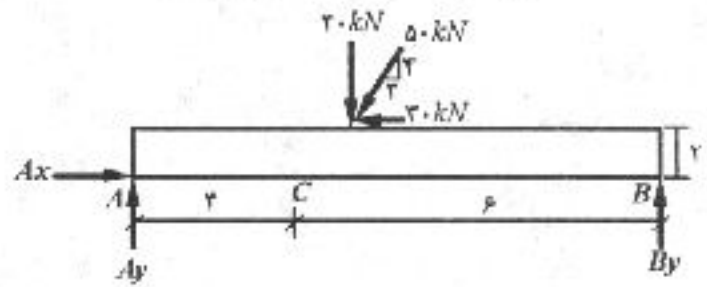


$$\rightarrow \sum F_x = 0 : A_x - 30 = 0 \Rightarrow A_x = 30 \text{ kN} \rightarrow$$

$$+(\sum M_A = 0 : B_y(10) + 30(2) - 40(4) = 0 \Rightarrow B_y = 10 \text{ kN} \uparrow$$

$$\uparrow^+ \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 40 = 0$$

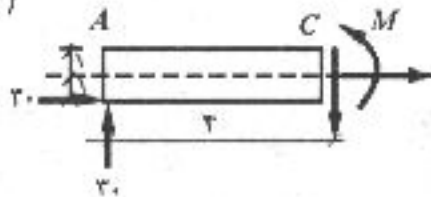
$$\Rightarrow A_y = 30 \text{ kN} \uparrow$$



توضیح: بمنظور رسم نمودار لنگر خمشی توجه به این نکته ضروری است که در ناحیه AC علاوه بر لنگر ناشی از بارگذاری قائم، لنگر حاصل از نیروی افقی نیز مؤثر می باشد. بنابراین لنگر در سمت چپ C برابر است با:

$$+ (\sum M_C = 0 \Rightarrow M + 30(1) - 30(4) = 0$$

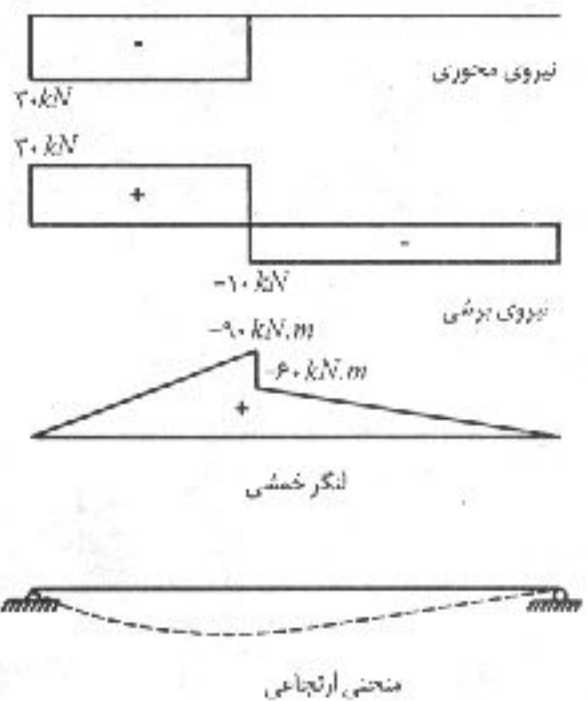
$$M = 90 \text{ kN.m})$$



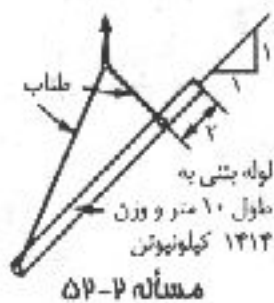
و لنگر در سمت راست C نیز برابر است با:

$$+ (\sum M_C = 0 \Rightarrow M + 30(1) + 30(1) - 30(4) = 0$$

$$M = 60 \text{ kN.m} \uparrow$$



به عبارت دیگر در نقطه C نمودار لنگر دارای جهش می باشد.

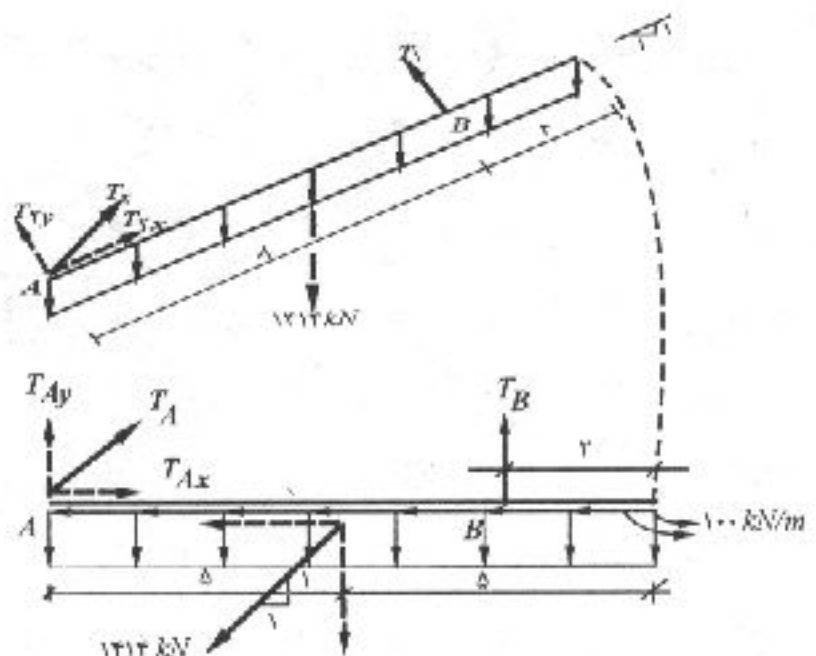


$$+ (\sum M_A = 0$$

$$\Rightarrow T_B(8) - 1414 \left(\frac{10}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0$$

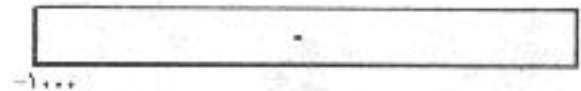
$$\Rightarrow T_B = 624/9 \approx 625$$

$$\Rightarrow T_B = 625 \text{ kN} \uparrow$$



نیروی برشی، لنگر خمشی / ۵۳

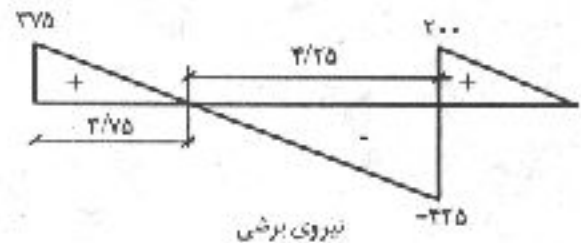
$$\uparrow^+ \sum F_y = 0 \Rightarrow T_1 + T_{Ay} - 1414 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0$$



نیروی محوری

$$\Rightarrow T_{Ay} = 374/9 \approx 375$$

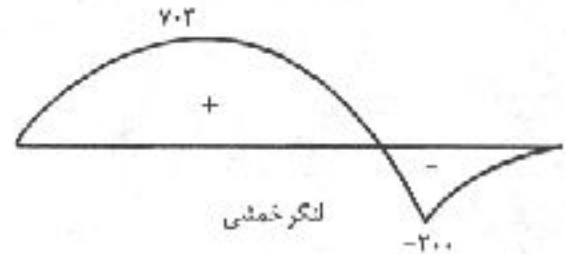
$$\Rightarrow T_{Ay} = 375 \text{ kN} \uparrow$$



نیروی برشی

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow T_{Ax} - 1414 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0$$

$$\Rightarrow T_{Ax} = 999/8 \approx 1000$$

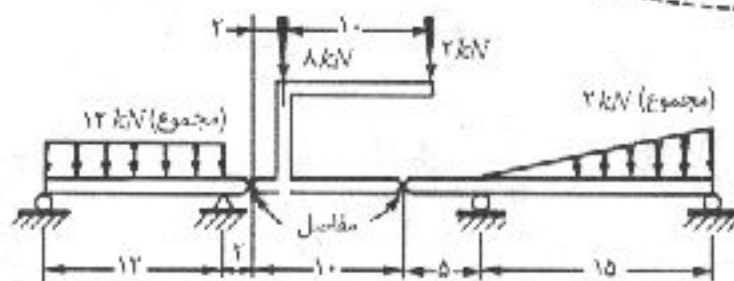


لنگر خمشی

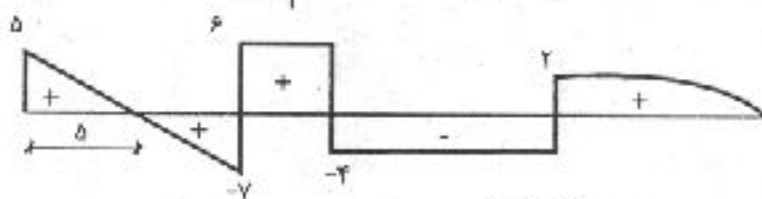
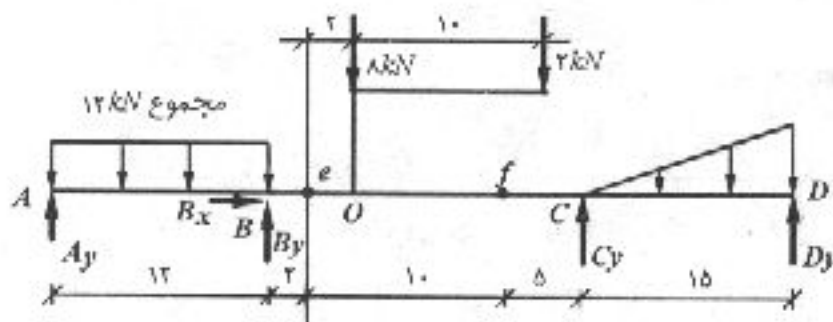
$$T_{Ax} = 1000 \text{ kN} \rightarrow$$



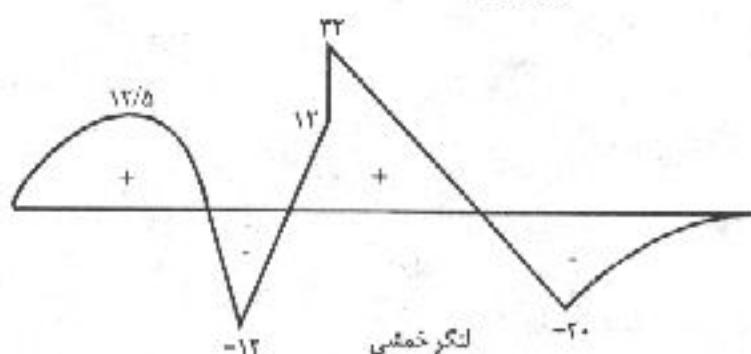
منحنی ارتجاعی



مسئله ۵۳-۲



نیروی برشی



لنگر خمشی



$$+\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow B_x = 0$$

$$+(\sum M_e = 0 \Rightarrow f_y(10) - 2(12) - 8(2) = 0$$

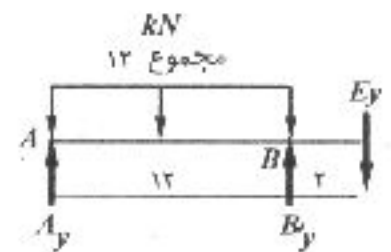
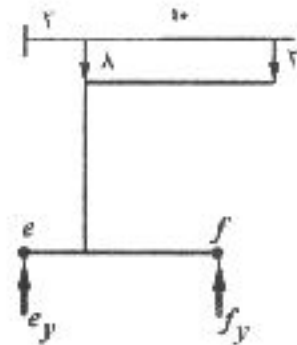
$$f_y = 4 \text{ kN}$$

$$\uparrow + \sum F_y = 0 \Rightarrow e_y = 6 \text{ kN}$$

$$+(\sum M_A = 0 \Rightarrow B_y(12) - e_y(14) - 12(6) = 0$$

$$B_y = 13 \text{ kN} \uparrow$$

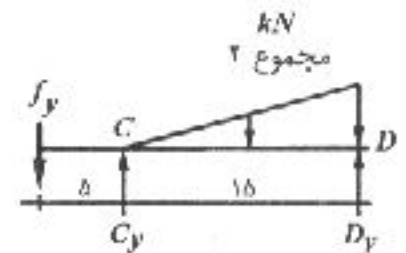
$$\uparrow + \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = 5 \text{ kN} \uparrow$$



$$+(\sum M_C = 0 \Rightarrow D_y(15) + f_y(5) - 2(10) = 0$$

$$D_y = 0$$

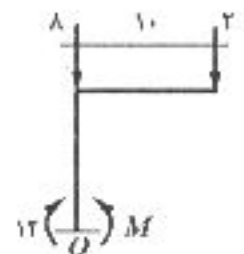
$$\uparrow + \sum F_y = 0 \Rightarrow C_y = 6 \text{ kN} \uparrow$$



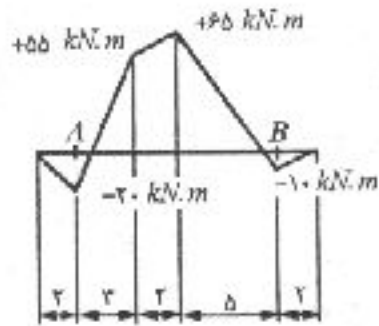
توضیح: همانند مسأله (۲-۴۹) به منظور تعیین لنگر در نقطه o این قسمت را جدا نموده با توجه به جمع سطوح برش تا این نقطه، میزان لنگر در سمت چپ نقطه o برابر $12 \text{ kN.m} +$ می باشد بنابراین باید در سمت راست نقطه o لنگر برابر $32 \text{ kN.m} +$ باشد:

$$+(\sum M_o = 0 \Rightarrow M - 12 - 2(10) = 0$$

$$\Rightarrow M = 32 \text{ kN.m}$$



۵۴-۲ الی ۵۶-۲. منحنی تغییرات لنگر خمشی برای تیرهایی که در نقاط A و B تکیه دارند، نشان داده شده است. شکل بارگذاری این تیرها را مشخص نمایید. تمام منحنی های غیرخطی سهمی درجه ۲ می باشند. رسم ترسیم تغییرات نیروی برشی کمک خوبی برای تعیین شکل بارگذاری می باشد.



مسئله ۴-۵

مقادیر نیروی برشی را در مقاطع مختلف محاسبه می‌کنیم و از روی این مقادیر، نیروهای اعمال شده مشخص خواهند شد.

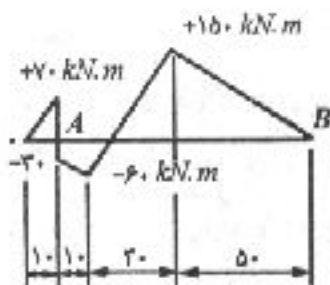
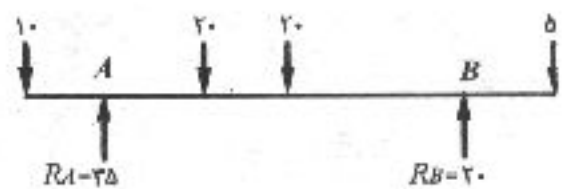
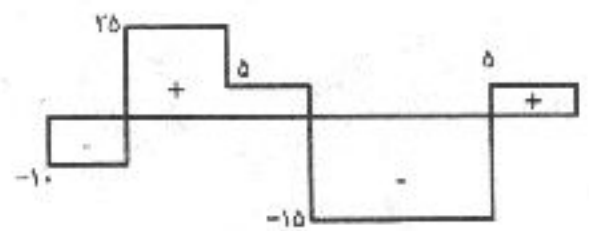
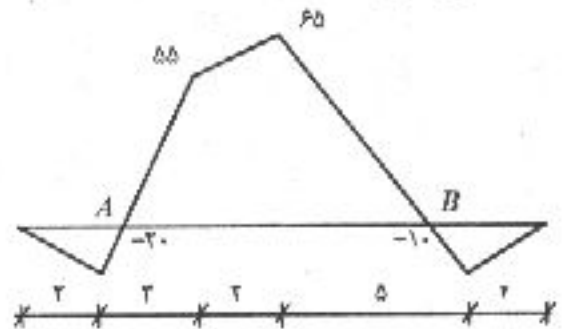
$$0 < x < 2 \quad V = \frac{-20}{2} = -10 \text{ kN}$$

$$2 < x < 4 \quad V = \frac{55 - (-20)}{2} = 37.5 \text{ kN}$$

$$4 < x < 6 \quad V = \frac{65 - 55}{2} = 5 \text{ kN}$$

$$6 < x < 12 \quad V = \frac{-10 - 65}{6} = -11.67 \text{ kN}$$

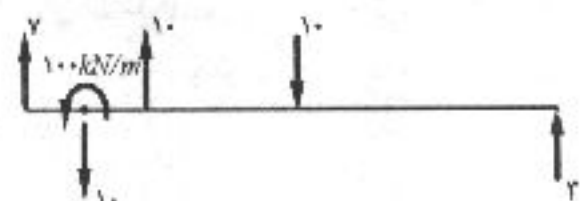
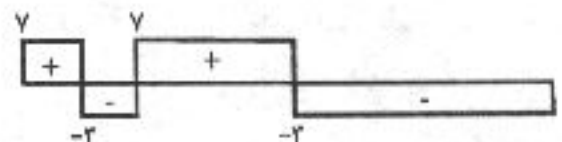
$$12 < x < 14 \quad V = \frac{0 - (-10)}{2} = 5 \text{ kN}$$



مسئله ۵-۵

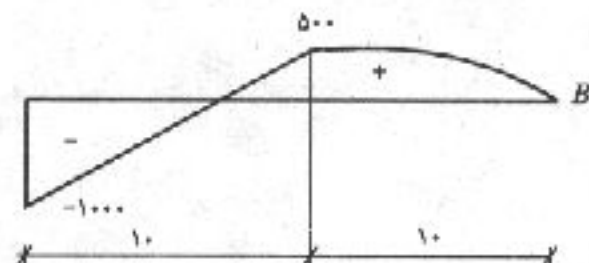
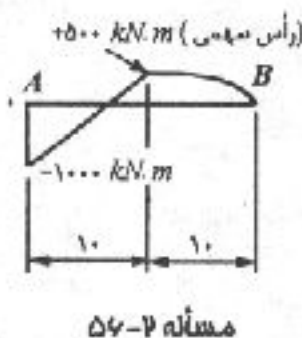
$$0 < x < 1 \quad V = \frac{70}{1} = 70 \text{ kN}$$

$$1 < x < 3 \quad V = \frac{-60 - (-30)}{2} = -15 \text{ kN}$$



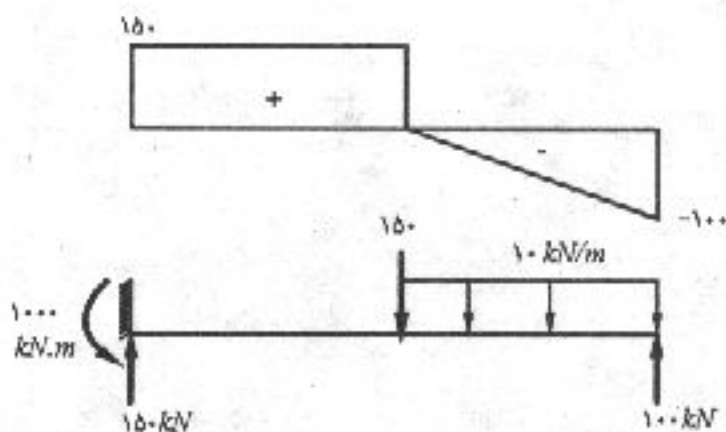
$$20 < x < 50 \quad V = \frac{150 - (-60)}{30} = 7 \text{ kN}$$

$$50 < x < 100 \quad V = \frac{0 - 150}{50} = -3 \text{ kN}$$



$$0 < x < 10 : V = \frac{500 - (-1000)}{10} = 150 \text{ kN}$$

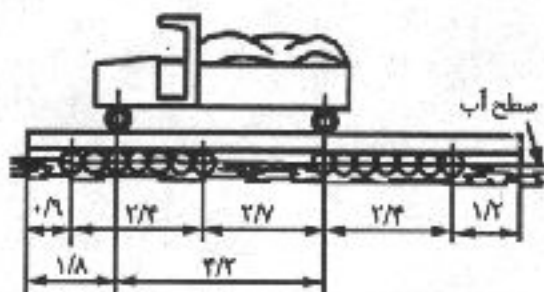
$$x = 10 : V = \tan 0 = 0$$



چون منحنی ممان خمشی سهمی است با توجه به رابطه $V = \frac{dM}{dx}$ رابطه نیروی برشی خطی خواهد بود. از طرفی مساحت زیر نمودار نیروی برشی بین دو نقطه معرف تغییر مقدار ممان خمشی بین آن دو نقطه است:

$$\frac{1}{2} \times 10 \times V_B = 0 - 500 \Rightarrow V_B = -100 \text{ kN}$$

۵۶-۲. یک کامیون به وزن ۷۵ کیلو نیوتن در روی یک کلک قرار دارد. فرض کنید که هر یک از چرخهای جلو ۱/۴ وزن کامیون و هر یک از چرخهای عقب، ۴/۰ وزن کامیون را حمل می کنند. این کلک دارای دو تیر طولی می باشد که به فاصله ۱/۸ متر از یکدیگر قرار دارند و هر یک نصف وزن کامیون را حمل می نمایند. این دو تیر طولی به نوبه خود در روی دو دسته چوب به هم بسته که شناوری کلک را تأمین می کنند، تکیه دارند. اگر فرض نماییم که نیروهای واکنش تکیه گاهی به صورت گسترده یکنواخت در روی سطح تماس وارد شوند، مطلوب است رسم ترسیم تغییرات نیروی برشی و لنگر خمشی برای هر یک از تیرها در حالی که کامیون در وضعیت نشان داده شده در شکل قرار دارد. (از روش جمع زدن استفاده نمایید).



مسئله ۵۷-۲

نقاط A و B محل برآیند عکس العملها در نظر گرفته شده‌اند

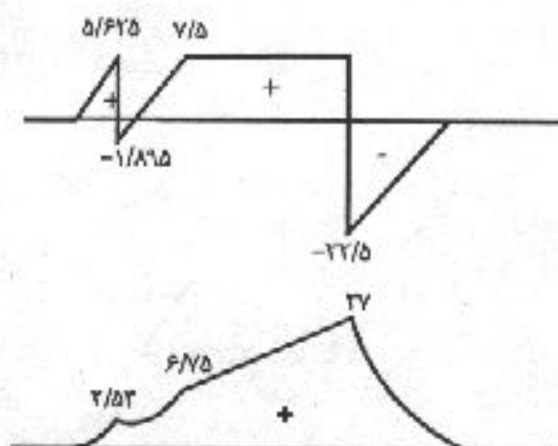
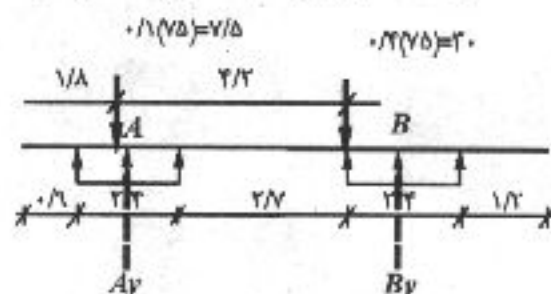
$$+(\sum M_A = 0 \Rightarrow B_y (2/7 + 1/2 + 1/2)$$

$$+ 7/5 \left(\frac{2/4}{2} - 0/9 \right) - 30(2/7 + 1/2) = 0$$

$$B_y = 22/5 \text{ kN} \Rightarrow R_B = \frac{B_y}{2/4} = 9/375 \text{ kN/m}$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 7/5 - 30 = 0$$

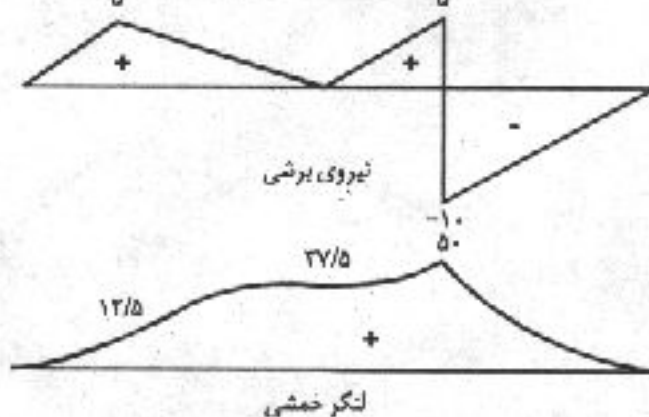
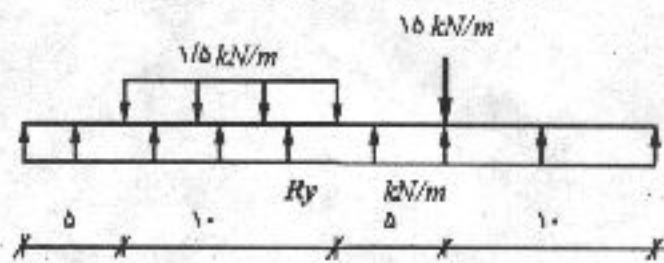
$$A_y = 15 \text{ kN} \Rightarrow R_A = \frac{A_y}{2/4} = 6/25 \text{ kN/m}$$



۵۸-۲. یک قایق باریک، همانند شکل بارگذاری شده است. مطلوب است رسم منحنی تغییرات نیروی برشی و لنگر خمشی برای بارهای وارده.



مسئله ۵۸-۲



ابتدا نیرویی را که بر هر متر طول قایق از طرف آب وارد می شود محاسبه می کنیم:

$$\uparrow \sum F_y = 0 : R_y(30) - 15 - 1/5(10) = 0 \rightarrow R_y = 1 \text{ kN/m}$$

$$F_1 = 0$$

$$F_y = 1 \left(\text{kN/m} \right) \times 5 \text{ (m)} = 5 \text{ kN}$$

$$F_y = F_y + 1 \times 10 - 1/5 \times 10 = 0$$

$$F_y = F_y + 1 \times 5 = 5 \text{ kN}$$

$$F_y' = F_y - 15 = -10 \text{ kN}$$

$$F_0 = -10 + 1 \times 10 = 0$$

$$M_1 = 0$$

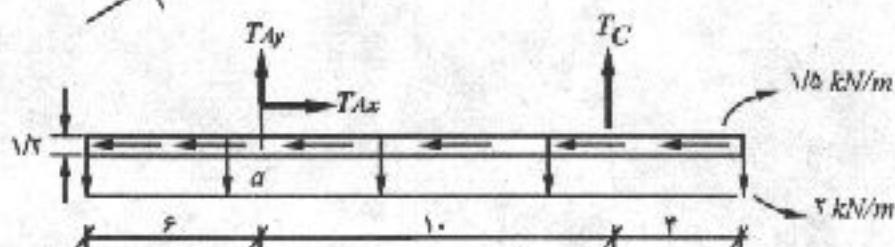
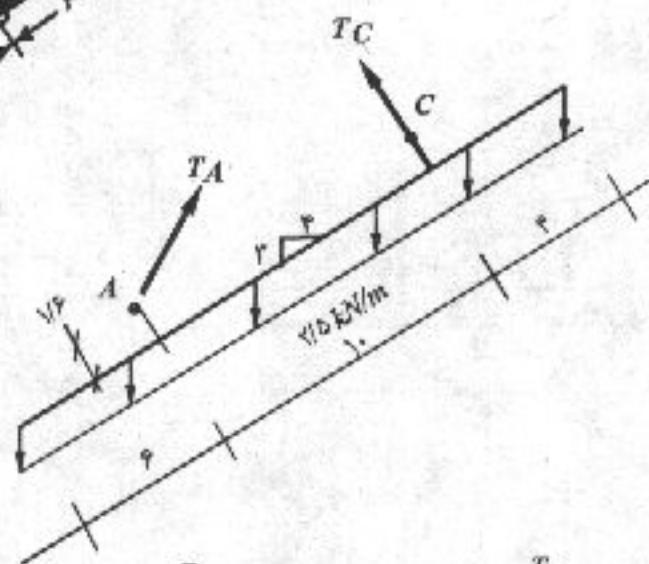
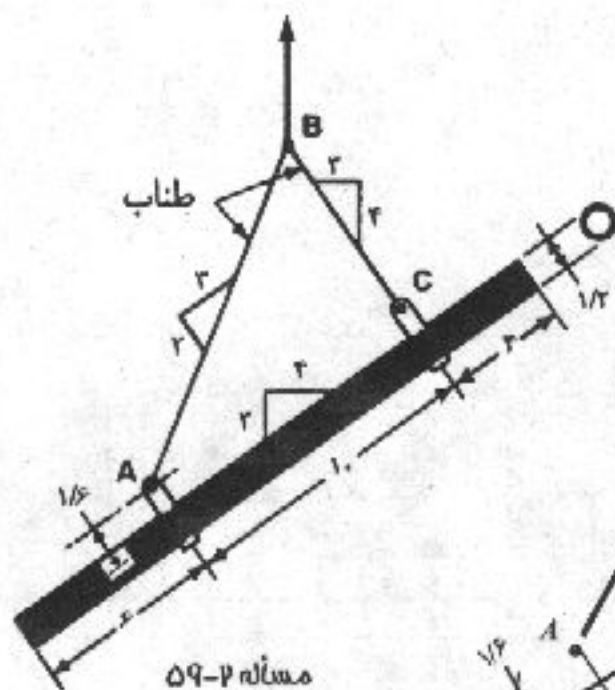
$$M_y = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = 12.5 \text{ kN.m}$$

$$M_y = 12.5 + \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 37.5 \text{ kN.m}$$

$$M_y = 37.5 + \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = 50 \text{ kN.m}$$

$$M_0 = 50 - \frac{1}{2} \times 10 \times 0 = 0$$

۵۹-۲. لوله ای به قطر ۱۲۰ سانتی متر و به وزن ۲/۵ کیلو نیوتن بر متر مطابق شکل توسط دو کابل نگه داشته شده است. مطلوب است رسم منحنی تغییرات نیروی برشی و لنگر خمشی برای لوله فوق با استفاده از روش جمع زدن.



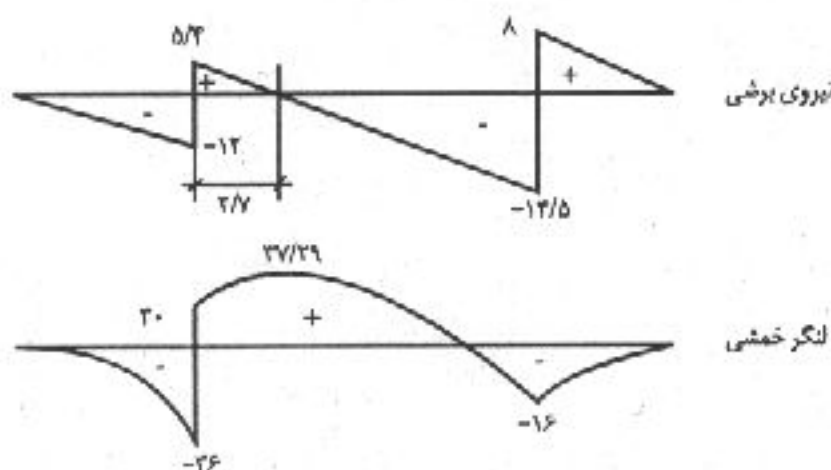
نیروی برشی، لنگر خمشی / ۵۹

$$\rightarrow \sum F_x = 0 : T_{Ax} - 1/5(20) = 0 \Rightarrow T_{Ax} = 30 \text{ kN} \rightarrow$$

$$+(\sum M_A = 0 : T_C(10) - 2(20)(4) - 1/5(20)(1/6 + \frac{1/2}{2})$$

$$T_C = 22/6 \text{ kN} \uparrow$$

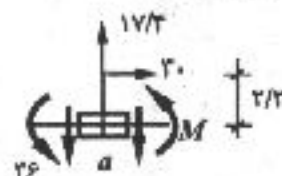
$$\uparrow \sum F_y = 0 : T_{Ay} + T_C - 2(20) = 0 \Rightarrow T_{Ay} = 17/3 \text{ kN} \uparrow$$



توضیح: همانند مسأله (۲-۴۹) برای تعیین لنگر در نقطه a خواهیم داشت،

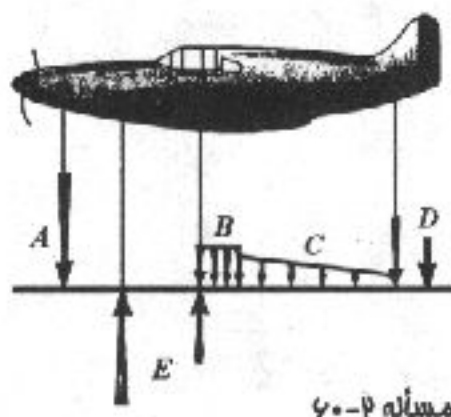
$$+(\sum M_a = 0 \Rightarrow M + 36 - 30 \times 2/2 = 0$$

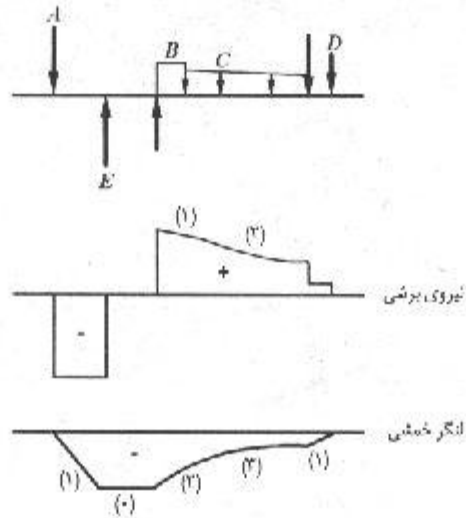
$$M = 30 \text{ kN.m})$$



(شایان ذکر است که مقدار لنگر در سمت چپ a از جمع سطح برش حاصل شده است)

۶۰-۲. نیروهای وارد بر یک هواپیمای کوچک یک موتور در هنگام پرواز در شکل نشان داده شده است. در این ترسیمه، نیروی A نشان دهنده وزن موتور، نیروی گسترده B نشان دهنده وزن کابین و نیروی گسترده C نشان دهنده وزن مخزن سوخت و نیروی D نشان دهنده نیروی ناشی از سطوح کنترل دم و نیروهای به طرف بالای E نشان دهنده نیروهای بر آن که بر بال هواپیما وارد می شوند، می باشند. با استفاده از این داده ها، ترسیمه تغییرات نیروی برشی و لنگر خمشی را به صورت کیفی رسم کنید.





توضیح: اعداد نشان داده شده در کنار منحنی ها بیانگر درجه منحنی می باشد.