

مسائل فصل سوم

۱-۳. اگر یک نیروی محوری کششی معادل ۵۰۰ کیلونیوتن بر یک عضو که از نیمرخ IPB ۱۸۰ ساخته شده، اعمال گردد، مقدار تنش کششی چقدر خواهد بود؟ در صورتی که نیمرخ ناودانی ۳۰۰ باشد، مقدار تنش چقدر خواهد بود؟ برای دیدن سطح مقطع نیمرخهای فوق به جداول ۶ و ۸ ضمیمه مراجعه کنید.

از جداول ۶ و ۸ ضمیمه مقادیر سطح مقطع برای IPB ۱۸۰ و ناودانی ۳۰۰ به ترتیب ۶۵ cm^2 و $۵۸/۸\text{ cm}^2$ بدست می آید بنابراین:

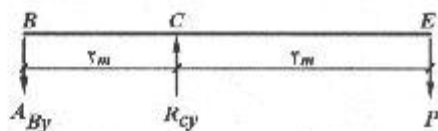
$$\sigma_1 = \frac{P}{A} = \frac{۵۰۰ \times ۱۰^۳ (\text{N})}{۶۵ \times ۱۰^۳ (\text{mm}^2)} = ۷۶/۹ \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{A} = \frac{۵۰۰ \times ۱۰^۳}{۵۸/۸ \times ۱۰^۳} = ۸۵/۰۳ \text{ MPa}$$

۲-۳. مثال ۱-۳ را با استفاده از داده‌های زیر مجدداً حل نمایید. فاصله BC مساوی ۲ متر، فاصله CE مساوی ۴ متر، ضخامت دیوار جان پناه مساوی ۰/۲ متر، وزنی که باید بلند شود مساوی ۸ کیلونیوتن، ابعاد تیر چوبی $۰/۳۵\text{ m} \times ۰/۲۵\text{ m}$ ، قطر پیچها مساوی ۱۸ میلی‌متر و سطح مقطع مؤثر آن در زیر دنده‌ها مساوی ۱۵۴ میلی‌متر مربع.

$$)+ \sum M_B = 0 : ۸ \times ۱۰^۳ \times (۲ + ۴) - R_{Cy} \times ۲ = 0$$

$$\Rightarrow R_{Cy} = ۲۴ \text{ kN}$$



$$)+ \sum M_C = 0 : ۸ \times ۱۰^۳ \times ۴ - R_{By} \times ۲ = 0 \Rightarrow R_{By} = ۱۶ \text{ kN}$$

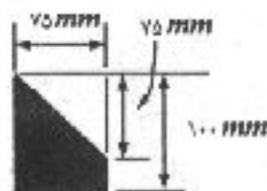
پس نیروی وارد بر هر پیچ ۸ kN خواهد بود و تنش وارد بر هر پیچ عبارتست از:

$$\sigma = \frac{۸ \times ۱۰^۳}{۱۵۴} = ۵۱/۹ \text{ MPa}$$

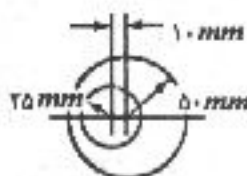
تنش لهیدگی در نقطه C:

$$\sigma_b = \frac{۲۴ \times ۱۰^۳}{۰/۲ \times ۰/۲۵} = ۴۸۰ \text{ kPa}$$

۳-۳ و ۴-۳. دو عضو کوتاه چدنی دارای سطح مقطعی مطابق شکل می‌باشند. اگر این دو عضو تحت تأثیر نیروی محوری فشاری معادل ۴۵ کیلونیوتن قرار گیرند، اولاً محل تأثیر نیروها را طوری تعیین کنید که هیچگونه لنگر خمشی در مقطع عضو ایجاد نگردد، ثانیاً مقدار تنشهای قائم را تعیین کنید. تمام ابعاد نشان داده شده برحسب میلی‌متر می‌باشند.



مسئله (۳-۱۴)



مسئله (۳-۱۳)

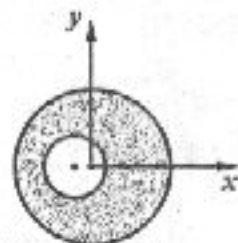
نیرو باید به مرکز سطح وارد شود تا ایجاد لنگر خمشی نکند. مبدأ مختصات را منطبق بر مرکز دایره بزرگ در نظر می‌گیریم.

$$\bar{x} = \frac{\sum Ax}{\sum A} = \frac{\pi(50)^2(0) - \pi(25)^2(-10)}{\pi(50)^2 - \pi(25)^2} \Rightarrow \bar{x} = 3/33 \text{ mm}$$

بعلت تقارن مقطع نسبت به محور x مرکز سطح روی محور x واقع می‌باشد یعنی $\bar{y} = 0$. محل اثر نیرو باید بفاصله $3/33 \text{ mm}$ سمت راست مرکز دایره بزرگ باشد.

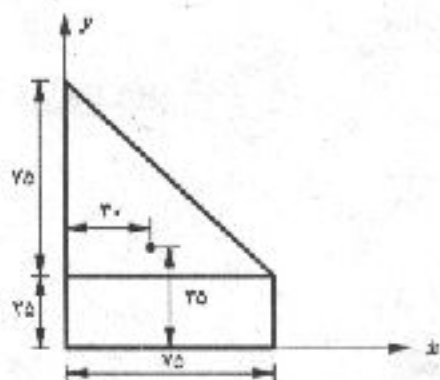
$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{45000}{\pi(50)^2 - \pi(25)^2} = 7/64 \text{ MPa}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum Ay}{\sum A} = \frac{25 \times 75 \times \frac{25}{2} + \frac{1}{2} \times 75 \times 75 \times \left(25 + \frac{75}{3}\right)}{25 \times 75 + \frac{75 \times 75}{2}} \Rightarrow \bar{y} = 35 \text{ mm}$$



$$\bar{x} = \frac{\sum Ax}{\sum A} = \frac{25 \times 75 \times \frac{75}{2} + \frac{1}{2} \times 75 \times 75 \times \frac{75}{2}}{25 \times 75 + \frac{1}{2} \times 75 \times 75} \Rightarrow \bar{x} = 30 \text{ mm}$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{45000}{4687/5} = 9/6 \text{ MPa}$$



۳-۵. لنگر پیچشی 450 نیوتن متر توسط یک چرخ دنده به محوری به قطر 50 میلی متر که توسط یک زیانه به چرخ دنده قفل شده است، انتقال داده می‌شود. طول زیانه 50 میلی متر و پهنای آن 12 میلی متر است. مطلوب است تعیین تنش برشی در زیانه.

$$F = \frac{T}{\frac{D}{2}} = \frac{450 (N.m)}{0/025 (m)} = 18 \text{ kN}$$

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{18000}{50 \times 12} = 30 \text{ N/mm}^2$$



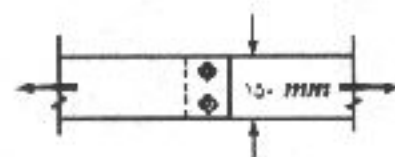
۳-۶. دو تسمه فولادی به ضخامت ۱۰ میلی‌متر و به پهنای ۱۵۰ میلی‌متر، توسط دو پیچ ۲۰ میلی‌متری که به‌طور کاملاً کیپ درون سوراخهای خود قرار دارند، متصل شده است. اگر این اتصال یک نیروی کششی معادل ۴۵ کیلونیوتن انتقال دهد، مطلوب است: (الف) تنش متوسط قائم در ورق در مقطعی که هیچگونه سوراخی وجود ندارد (ب) تنش قائم متوسط در مقطع بحرانی (پ) تنش برشی متوسط در پیچ‌ها (ت) تنش لهدگی متوسط بین تنه پیچ‌ها و ورق.

$$\text{الف) } \sigma_{av} = \frac{P}{A} = \frac{45000}{150 \times 10} = 30 \text{ MPa}$$

$$\text{ب) } \sigma_{bb} = \frac{P}{A} = \frac{45000}{10 \times (150 - 40)} = 40/91 \text{ MPa}$$

$$\text{پ) } \tau = \frac{V}{A} = \frac{45000}{2 \times \pi \times 10^2} = 71/62 \text{ MPa}$$

$$\text{ت) } \sigma_{br} = \frac{P}{A} = \frac{45000}{2 \times 20 \times 10} = 112/5 \text{ MPa}$$



مسئله ۳-۴

۳-۷. در مثال ۳-۲، تنش را در ۰/۵ متری پای ستون پیدا کنید. نتیجه را در روی یک جزء کوچک نمایش دهید.

$$w = \frac{1}{2} (0/5 + 1/25) \times 1/5 \times 0/5 \times 25 = 16/406 \text{ kN}$$

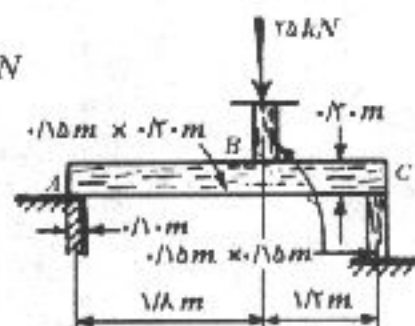
$$\sigma = \frac{P + W}{A} = \frac{5 + 16/406}{1/25 \times 0/5} = 34/25 \text{ kN/m}^2$$

۳-۸. مطلوب است تعیین تنش لهدگی ناشی از بارهای وارده در نقاط A، B و C از سازه نشان داده شده در شکل.

$$\sum M_A = 0 : 25 \times 1/8 - R_c \times 3 = 0 \Rightarrow R_c = 10 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 : R_A + R_c = 25 \text{ kN} \Rightarrow R_A = 10 \text{ kN}$$

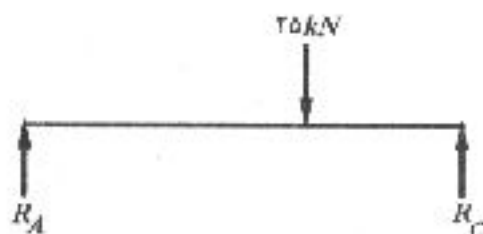
$$\sigma_A = \frac{10 \text{ (kN)}}{0/15 \times 0/1 \text{ (m)}} = 666/66 \text{ kPa}$$



مسئله ۳-۸

$$\sigma_B = \frac{25}{0.15 \times 0.15} = 1111 \text{ kPa}$$

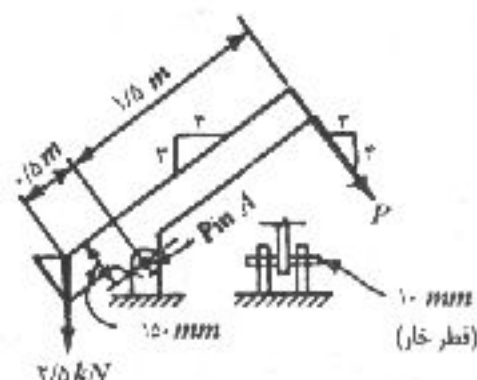
$$\sigma_c = \frac{15}{0.15 \times 0.15} = 666.66 \text{ kPa}$$



۹-۳. یک اهرم که از آن برای بلند کردن پانلهای یک پل قابل حمل نظامی استفاده می‌شود، در شکل نشان داده شده است. مطلوب است تعیین تنش برشی در خار A در اثر بار ۲/۵ کیلونیوتنی

$$F_N = 2/5 \times \frac{4}{5} = 2 \text{ kN}$$

$$F_T = 2/5 \times \frac{3}{5} = 1/5 \text{ kN}$$



مسئله ۹-۳

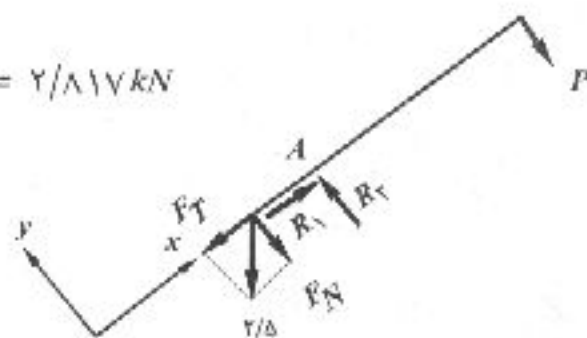
$$\sum M_A = 0 : P \times 1/5 = 2 \times 0/5 + 1/5 \times 0/15 \Rightarrow P = 0/817 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_1 = F_T = 1/5 \text{ kN}$$

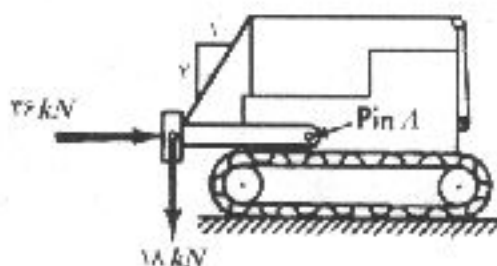
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_v = F_N + P \Rightarrow R_v = 2 + 0/817 = 2/817 \text{ kN}$$

$$R = \sqrt{(1/5)^2 + (2/817)^2} \Rightarrow R = 3/191 \text{ kN}$$

$$\tau = \frac{R}{A} = \frac{3191}{2 \times \pi \times 5^2} = 20/32 \text{ MPa}$$



۱۰-۳. در صورتی که نیروهای وارد بر یک بولدوزر مطابق شکل باشد، مطلوب است تعیین تنش برشی در خار A لازم به تذکر است که در هر طرف بولدوزر، یک خار به قطر ۴۰ میلی‌متر وجود دارد و خارها یک برشه می‌باشند.

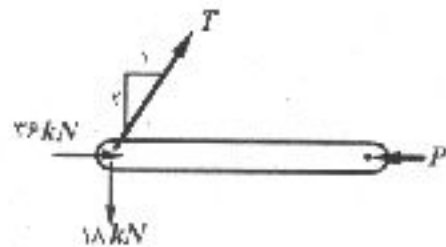


مسئله ۱۰-۳

$$T \times \frac{2}{\sqrt{5}} = 18 \text{ kN} \Rightarrow T = 20/12 \text{ kN}$$

$$P = 36 + 27 \times \frac{1}{\sqrt{5}} = 48 \text{ kN}$$

$$\tau = \frac{V}{A} = \frac{1}{2} \times \frac{48000}{\pi \times 20^3} = 19 \text{ MPa}$$



۱۱-۳. یک میله فولادی به قطر ۲۰ میلی متر به صورت دو برشه تا لحظه خرابی بارگذاری می شود. بار نهایی معادل ۴۵۰ کیلونیوتن اندازه گیری شده است. اگر تنش مجاز بر مبنای ضریب اطمینان ۴ قرار داشته باشد، قطر یک خار فولادی که برای تحمل بار مجازی معادل ۲۵ کیلونیوتن به صورت یک برشه به کار می رود، چقدر است.

$$\tau_{ult} = \frac{V}{A} = \frac{450000}{2 \times (\pi \times 10^3)} = 716/2 \text{ MPa}$$

$$\tau_{All} = \frac{\tau_{ult}}{F.S} = \frac{716/2}{4} = 179 \text{ MPa}$$

$$A = \frac{V'}{\tau_{All}} = \frac{250000}{179} = 139/6 \text{ mm}^2 \quad d = \sqrt{\frac{4 \times 139/6}{\pi}} = 13/3 \text{ mm}$$

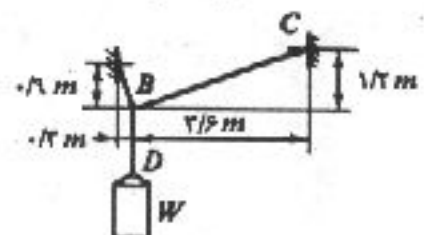
۱۲-۳. یک ستون چوبی به مقطع ۱۵۰ × ۱۵۰ میلی متر، نیرویی معادل ۵۰ کیلونیوتن را همانند شکل ۸-۳ به یک شالوده بتنی منتقل می نماید. (الف) مطلوب است تعیین تنش لهیدگی بین چوب و بتن (ب) اگر فشار مجاز خاک ۱۰۰ کیلونیوتن بر متر مربع باشد، مطلوب است تعیین ابعاد شالوده مربع شکل. از وزن شالوده صرف نظر کنید.

$$\text{الف) } \sigma_{br} = \frac{P}{A} = \frac{50 \times 10^3}{150 \times 150} = 2/22 \text{ MPa}$$

$$\text{ب) } A = \frac{P}{\sigma_{All}} = \frac{50}{100} = 0/5 \text{ m}^2$$

$$A = a^2 \Rightarrow a = \sqrt{A} = \sqrt{0/5} = 0/707 \text{ m}$$

۱۳-۳. یک مجموعه سه میله ای (مطابق شکل)، برای حمل وزنه ای به جرم ۵۰۰۰ کیلوگرم به کار گرفته شده است. قطر میله های AB و BD، ۲۰ میلی متر و قطر میله BC، ۱۳ میلی متر می باشد. مطلوب است تعیین تنش در میله ها.



$$W = 5000 \times 9/81 = 49050 \text{ N} = 49/05 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 : V_{BC} \times (2/7 + 0/3) - 49/05 \times 0/3$$

$$\Rightarrow V_{BC} = 4/905 \text{ kN}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{1/2}{3/6} = 18/43$$

$$F_{BC} = \frac{V_{BC}}{\sin \alpha} = 15/51 \text{ kN}$$

مسئله ۱۳-۳

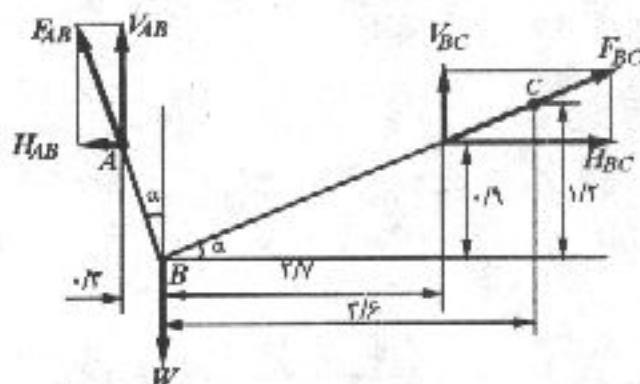
$$\sum F_y = 0 \quad : \quad V_{AB} = W - V_{BC} = ۴۴/۱۴۵ \text{ kN}$$

$$F_{AB} = \frac{V_{AB}}{\cos \alpha} = ۴۶/۵۳ \text{ kN}$$

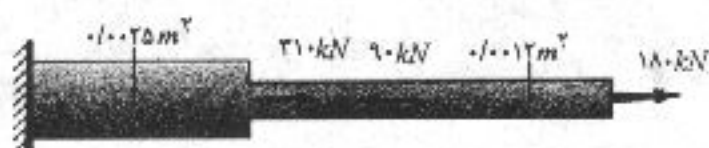
$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{A_{AB}} = \frac{۴۶۵۳۰ \text{ (N)}}{\pi (۱۰)^2 \text{ (mm}^2\text{)}} = ۱۴۸ \text{ MPa}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{۱۵۵۱۰}{\pi (۶/۵)^2} = ۱۱۶/۸۵ \text{ MPa}$$

$$\sigma_{BD} = \frac{W}{A_{BD}} = \frac{۴۹۰۵۰}{\pi (۱۰)^2} = ۱۵۶/۱ \text{ MPa}$$



۱۴-۳. یک میله با مقطع متفاوت که در یک انتها گیردار است، تحت تأثیر سه نیروی محوری مطابق شکل قرار دارد. مطلوب است تعیین حداکثر تنش قائم.



مسئله ۱۴-۳

$$P_a = ۱۸۰ - ۹۰ + ۳۱۰ = ۴۰۰ \text{ kN}$$

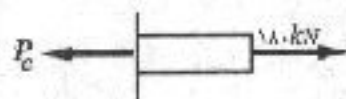
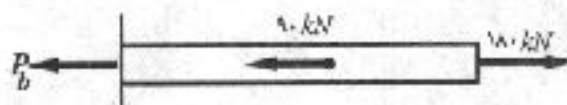
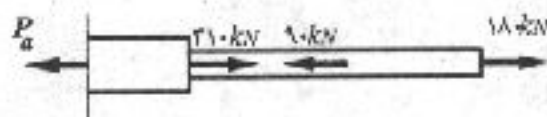
$$\sigma_a = \frac{۴۰۰ \times ۱۰^3 \text{ (N)}}{۰/۰۰۰۲۵ \times ۱۰^6 \text{ (mm}^2\text{)}} = ۱۶۰ \text{ MPa}$$

$$P_b = ۱۸۰ - ۹۰ = ۹۰ \text{ kN}$$

$$\sigma_b = \frac{۹۰ \times ۱۰^3}{۰/۰۰۰۱۲ \times ۱۰^6} = ۷۵ \text{ MPa}$$

$$P_c = ۱۸۰ \text{ kN}$$

$$\sigma_c = \frac{۱۸۰ \times ۱۰^3}{۰/۰۰۰۱۲ \times ۱۰^6} = ۱۵۰ \text{ MPa}$$

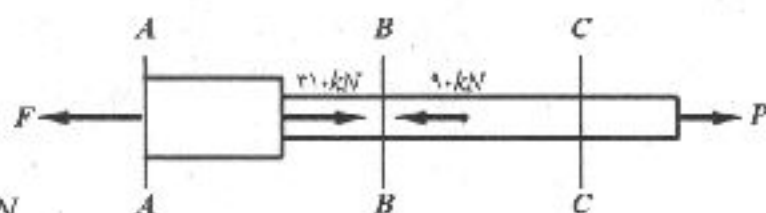


۱۵-۳. مثال قبل را با فرض اینکه مقدار نیروی انتهایی به جای ۱۸۰ کیلونیوتن، طوری باشد که تنش قائم حداکثر یکسانی در دو قطر میله ایجاد گردد، مجدداً حل نمایید. نیروهای محوری ۹۰ کیلونیوتنی و ۳۱۰ کیلونیوتنی دست نخورده باقی می‌مانند و حداکثر تنش قائم در ناحیه نازکتر میله، هم می‌تواند بین دو نیرو و هم می‌تواند در نزدیکی انتهای آزاد باشد. هر دو حالت را بررسی کنید.

$$F = P + ۳۱۰ - ۹۰ = P + ۲۲۰$$

$$\sigma_a = \frac{P + 220}{0.0025}, \sigma_b = \frac{P - 90}{0.0012}, \sigma_c = \frac{P}{0.0012}$$

$$\sigma_{max} = \sigma_a = \sigma_b \quad \text{حالت اول:}$$



$$\frac{P + 220}{0.0025} = \frac{P - 90}{0.0012} \Rightarrow P = 376 \text{ kN}$$

$$\sigma_{max} = \sigma_a = \frac{(376 + 220) \times 10^3 \text{ (N)}}{2500 \text{ (mm}^2\text{)}} = 238/4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = \frac{P}{0.0012} = \frac{376 \times 10^3}{1200} = 313/3 \text{ MP}$$

همانگونه که ملاحظه می شود مقدار σ_c از σ_{max} بیشتر شده پس این حالت صحیح نمی باشد.

$$\sigma_{max} = \sigma_a = \sigma_c$$

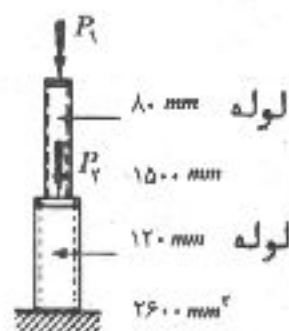
حالت دوم:

$$\frac{P + 220}{0.0025} = \frac{P}{0.0012} \Rightarrow P = 203 \text{ kN}$$

$$\sigma_{max} = \sigma_a = \frac{(203 + 220) \times 10^3 \text{ (N)}}{2500 \text{ (mm}^2\text{)}} = 169/2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = \frac{P - 90}{0.0012} = 94/2 \text{ MPa} < \sigma_{max}$$

این حالت قابل قبول است پس مقدار P برابر 203 kN صحیح می باشد



۱۶-۳. یک ستون کوتاه از دو لوله فولادی که مطابق شکل در روی یکدیگر قرار دارند، ساخته شده است. اگر تنش مجاز فشاری، 100 نیوتن بر میلی متر مربع باشد، مطلوب است: (الف) نیروی محوری مجاز P_1 اگر نیروی محوری P_2 مساوی 200 کیلونیوتن باشد. (ب)، نیروی محوری مجاز P_1 اگر $P_2 = 80$ کیلونیوتن باشد. از وزن لوله ها صرف نظر کنید.

مسئله ۱۶-۳

$$\text{الف) } P_1 = A_1 \sigma_{all} = 1500 \times 100 = 150 \text{ kN}$$

$$P_1 + 200 \times 10^3 = A_2 \sigma_{all}$$

$$P_1 + 2 \times 10^5 = 2600 \times 100 \Rightarrow P_1 = 60 \text{ kN}$$

پس 60 kN قابل قبول است زیرا اگر P_1 از 60 kN بیشتر باشد تنش در لوله پایینی از حد مجاز فراتر خواهد رفت.

$$ب) \quad P_1 = A_1 \sigma_{all} = 150 \text{ kN}$$

$$P_1 + 800000 = 2600 \times 100 \Rightarrow P_1 = 180 \text{ kN}$$

در این حالت مقدار 150 kN قابل قبول می باشد زیرا با گذشتن از مرز 150 kN تنش در لوله بالایی از تنش مجاز فراتر می رود.

۱۷-۳. مثال قبل را با فرض اینکه جهت P_1 معکوس شود، مجدداً حل نمایید (به عبارت دیگر، نیروی P_1 در این حالت کششی است). فرض کنید که تنش کششی مجاز نیز 100 نیوتن بر میلی متر مربع می باشد.

$$الف) \quad P_1 = A_1 \sigma_{all} = 150 \text{ kN}$$

$$P_1 - 2000000 = 2600 \times 100 \Rightarrow P_1 = 260 \text{ kN}$$

$$ب) \quad P_1 = 150 \text{ kN}$$

$$P_1 - 800000 = 2600 \times 100 \Rightarrow P_1 = 340 \text{ kN}$$

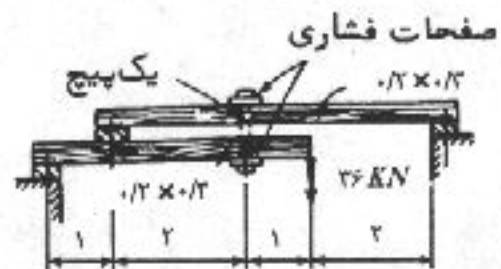
در هر دو حالت جواب 150 kN قابل قبول می باشد.

۱۸-۳. مطلوب است تعیین اندازه پیچ و سطح صفحات فشاری برای سازه نشان داده شده در شکل، در صورتی که تنش مجاز کششی 125 نیوتن بر میلی متر مربع و تنش مجاز لهیدگی $3/5$ نیوتن بر میلی متر مربع باشد از وزن تیرها صرف نظر کنید.

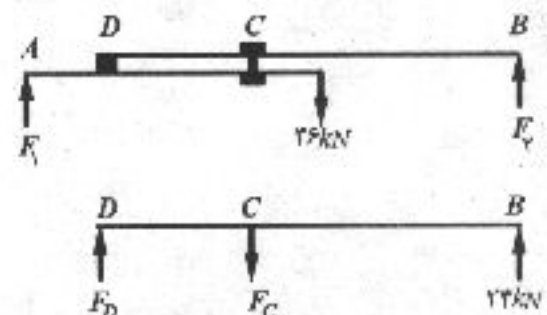
$$\sum M_B: F_1 \times 6 = 36 \times 2 \Rightarrow F_1 = 12 \text{ kN}$$

$$\sum F_A: F_1 \times 6 = 36 \times 4 \Rightarrow F_1 = 24 \text{ kN}$$

$$\sum M_D: 24 \times 5 = F_c \times 2 \Rightarrow F_c = 60 \text{ kN}$$



(تمام ابعاد بر حسب متر) مسئله ۱۸-۳



$$\sigma = \frac{F_c}{A} \rightarrow A = \frac{F_c}{\sigma} = \frac{60000}{125} = 480 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \rightarrow d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = 24.7$$

اگر بخواهیم از پیچهای متریک استاندارد استفاده کنیم قطرهای 24 و 27 میلی متر موجود می باشند که باید قطر 27 میلی متر را بکار ببریم و یا می توانیم از پیچ با قطر 1 اینچ که معادل 25.4 میلی متر می باشد استفاده کنیم.

$$A = \frac{F_c}{\sigma_{br}} = \frac{60000}{3/5} = 100000 \text{ mm}^2$$

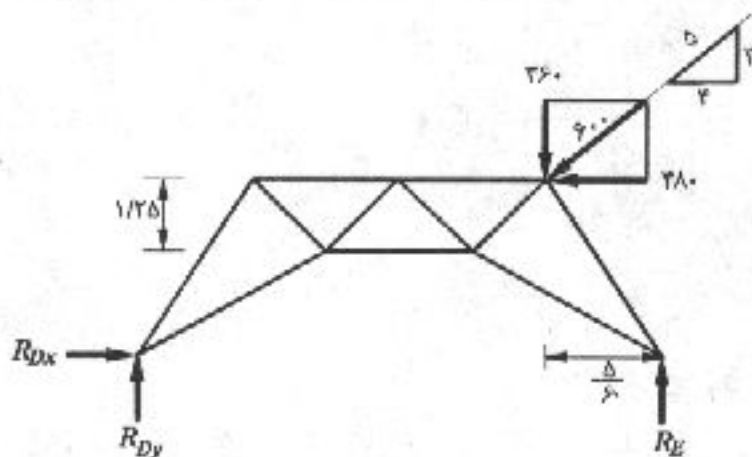
سطح صفحات فشاری:

۱۹-۳. مثال ۳-۶ را با تجدیدنظر در داده‌ها به صورت زیر، مجدداً حل نمایید، ارتفاع کل خریا مساوی ۲/۵ متر و دهانه آن مساوی ۵ متر و بار وارده مساوی ۶۰۰ کیلونیوتن می‌باشد. تنش کششی مجاز را ۱۴۰ مگاپاسکال (نیوتن بر میلی‌مترمربع) در نظر بگیرید.

$$P_x = 600 \times \frac{4}{5} = 480 \text{ kN}$$

$$P_y = 600 \times \frac{3}{5} = 360 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 : R_{Dx} = 480 \text{ kN}$$



$$\sum M_E = 0 : R_{Dy} \times 5 - 480 \times 0 - 480 \times 2/5 - 360 \times \frac{5}{6} = 0 \Rightarrow R_{Dy} = 300 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 : R_{Dy} + R_E = 360 \Rightarrow R_E = 60 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 : F_{Fc} \times 1/2.5 + 300 \times \frac{1}{6} - 480 \times 1/2.5 = 0 \Rightarrow F_{Fc} = 80 \text{ kN}$$

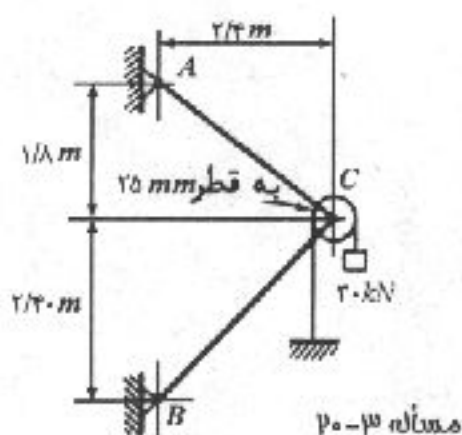
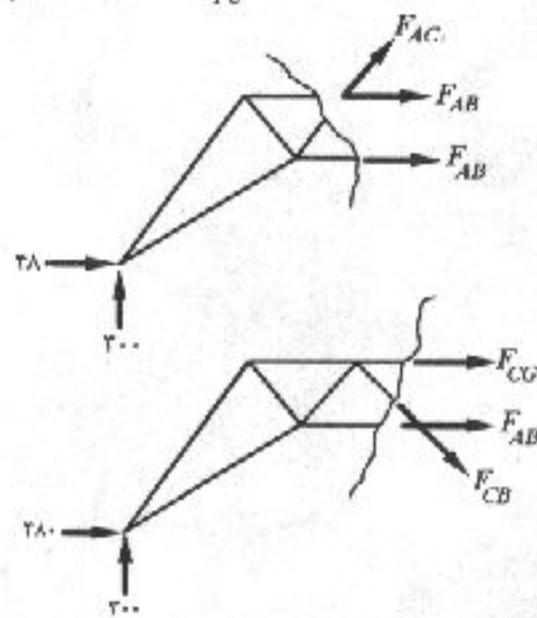
$$A_{Fc} = \frac{F_{Fc}}{\sigma_{all}} = \frac{80 \times 10^3}{140} = 571/43 \text{ mm}^2$$

$$\sum F_y = 0 : (F_{CB})_y = 300 \text{ kN}$$

$$\sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2 + 1/2.5^2} = 1/5$$

$$F_{CB} = \frac{1/5}{1/2.5} \times (F_{CB})_y = 360 \text{ kN}$$

$$A_{CB} = \frac{360 \times 10^3}{140} = 2571/4 \text{ mm}^2$$



۲۰-۳. وزنه ۳۰ کیلونیوتنی توسط یک قرقه، مطابق شکل نگاه داشته می‌شود. قرقه نیز به نوبه خود توسط قاب ABC حمل می‌گردد. مطلوب است تعیین سطح مقطع لازم میله‌های AC و BC در صورتی که تنش مجاز کششی ۱۴۰ نیوتن بر میلی‌مترمربع و تنش مجاز فشاری ۹۶ نیوتن بر میلی‌مترمربع باشد. تنش مجاز فشاری با توجه به اصول فصل چهارده تعیین شده است.

$$\sum M_B = 0 : (F_{AC})_H \times 4/2 - 60 \times 2/4 = 0$$

$$\Rightarrow (F_{AC})_H = 34/29$$

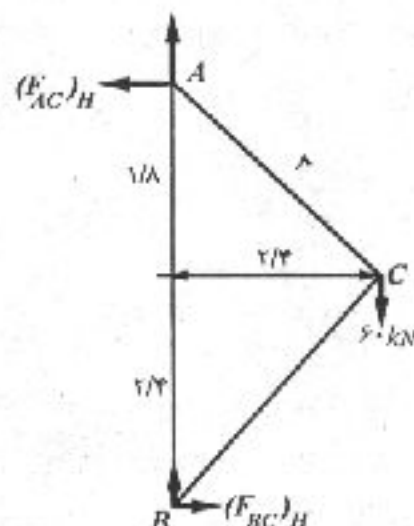
$$F_{AC} = \frac{3}{2/4} \times 34/29 = 42/85 \text{ kN}$$

$$A_{AC} = \frac{F_{AC}}{\sigma} = \frac{42850}{140} = 306 \text{ mm}^2$$

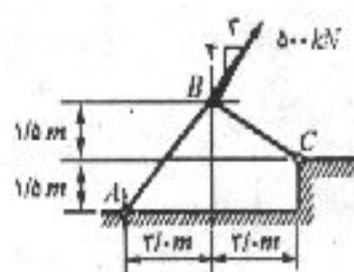
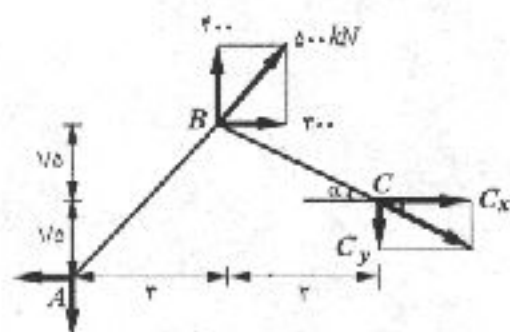
$$\sum F_x = 0 : (F_{BC})_H = 34/29$$

$$\Rightarrow F_{BC} = 34/29 \times \sqrt{2} = 48/49$$

$$A_{BC} = \frac{F_{BC}}{\sigma} = \frac{48490}{96} = 505 \text{ mm}^2$$



۳-۲۱. یک نیروی ۵۰۰ کیلونیوتنی به گره B از یک سیستم دو میله‌ای با گره‌های مفصلی (مطابق شکل) وارد می‌گردد. مطلوب است تعیین سطح مقطع لازم میله BC در صورتی که تنش مجاز کششی ۱۰۰ نیوتن بر میلی‌مترمربع و تنش مجاز فشاری ۷۰ نیوتن بر میلی‌مترمربع باشد.



مسئله ۱۳-۱۱

$$)+ \sum M_A = 0 : c_y \times 6 - C_x \times 1/5 + 300 \times 3 - 400 \times 3 = 0 \quad (1)$$

از طرفی با توجه به هندسه شکل:

$$C_x = 2C_y \quad (2)$$

با جایگزینی معادله (۲) در معادله (۱) مقدار C_y بدست می‌آید.

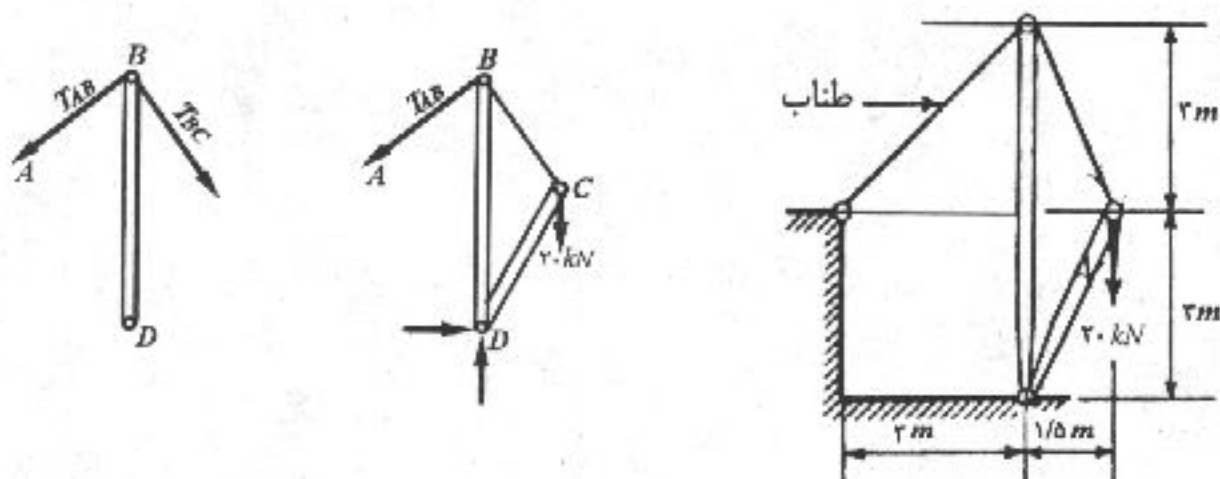
$$C_y = 33/33 \text{ kN}$$

علامت C_y مثبت بدست آمده و با توجه به جهت انتخاب شده برای آن مشخص می‌شود که نیروی عضو BC از نوع کششی می‌باشد بنابراین برای طراحی از تنش مجاز کششی استفاده می‌شود.

$$F_{BC} = \frac{\sqrt{1/5^2 + 3^2}}{1/5} \times C_y = 74/5 \text{ kN}$$

$$A_{BC} = \frac{F_{BC}}{\sigma} = \frac{74500}{100} = 745 \text{ mm}^2$$

۲۲-۳. مطلوب است تعیین تنش در اعضای فشاری دکل نشان داده شده در شکل. تمام اعضا در یک صفحه قرار دارند و اتصالات آنها مفصلی است. اعضای فشاری از لوله‌هایی به قطر ۲۰۰ میلی‌متر و سطح مقطع ۶۰۰۰ میلی‌متر مربع تشکیل شده‌اند. از وزن اعضا صرف نظر کنید.



مسئله ۳-۲۲

$$\sum M_D = 0 : 20 \times 1/5 - \frac{3}{\sqrt{3^2 + 3^2}} T_{AB} \times 6 = 0 \Rightarrow T_{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ kN}$$

$$\sum M_D = 0 : \frac{1/5}{\sqrt{3^2 + 1/5^2}} T_{BC} \times 6 - \frac{3}{\sqrt{3^2 + 3^2}} T_{AB} \times 6 = 0 \Rightarrow T_{BC} = 11/18 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 : F_{CD} = T_{BC} = 11/18 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 : F_{BD} - \frac{3}{\sqrt{18}} T_{AB} - \frac{3}{\sqrt{11/25}} T_{BC} = 0 \Rightarrow F_{BD} = 15 \text{ kN}$$

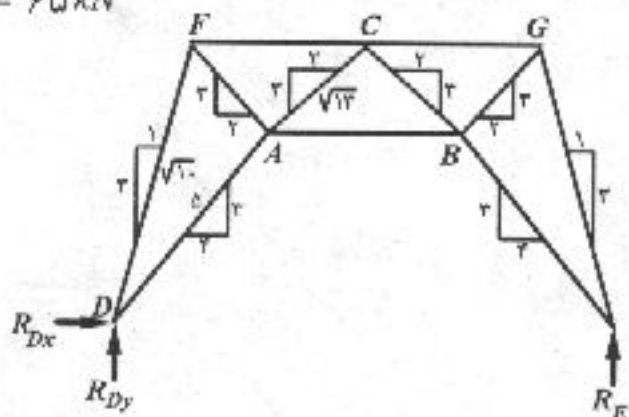
$$\sigma_{BD} = \frac{F_{BD}}{A} = \frac{15000}{6000} = 2/5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{DC} = \frac{F_{DC}}{A} = \frac{11180}{6000} = 1/86 \text{ MPa}$$

۲۳-۳. مطلوب است تعیین مساحت سطح مقطع کلیه اعضای کششی مثال ۳-۶. تنش مجاز کششی مساوی ۱۴۰ نیوتن بر میلی‌متر مربع می‌باشد.

$$R_{Dx} = 520 \text{ kN} \quad \text{و} \quad R_{Dy} = 325 \text{ kN} \quad \text{و} \quad R_E = 65 \text{ kN}$$

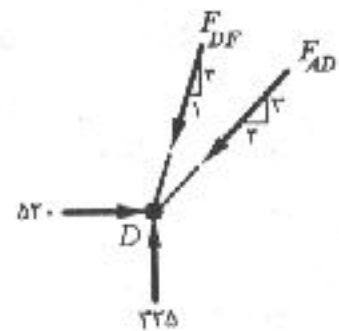
$$F_{FC} = 86/7 \text{ kN} \quad F_{CB} = 391 \text{ kN}$$



گره D:

$$\sum F_x = 0 : 520 - F_{DF} \left(\frac{1}{\sqrt{10}} \right) - F_{AD} \left(\frac{4}{5} \right) = 0$$

$$\sum F_y = 0 : 325 - F_{DF} \left(\frac{3}{\sqrt{10}} \right) - F_{AD} \left(\frac{3}{5} \right) = 0$$

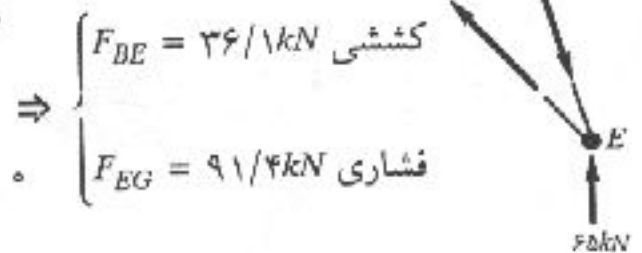


از حل معادلات فوق خواهیم داشت: $F_{DF} = -91/4 \text{ kN}$ و $F_{AD} = 686 \text{ kN}$
جهت نیروی F_{DF} خلاف جهتی است که در نظر گرفته ایم یعنی F_{DF} کششی می باشد.

گره E:

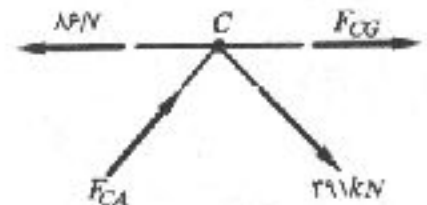
$$\sum F_x = 0 : -F_{BE} \left(\frac{4}{5} \right) + F_{EG} \left(\frac{1}{\sqrt{10}} \right) = 0$$

$$\sum F_y = 0 : 65 - F_{EG} \left(\frac{3}{\sqrt{10}} \right) + F_{BE} \left(\frac{3}{5} \right) = 0$$



گره C:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{CA} = 391 \text{ kN}$$

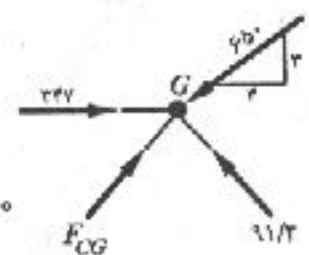


$$\sum F_x = 0 : F_{CG} + \left(\frac{2}{\sqrt{13}} \right) 391 \times 2 - 86/7 = 0 \Rightarrow F_{CG} = -397 \text{ kN}$$

گره G:

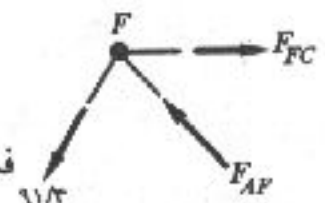
$$\sum F_x = 0 : 347 + F_{GB} \left(\frac{2}{\sqrt{13}} \right) - 91/4 \left(\frac{1}{\sqrt{10}} \right) - 650 \left(\frac{4}{5} \right) = 0$$

$$\Rightarrow F_{CB} = 364 \text{ kN}$$



گره F:

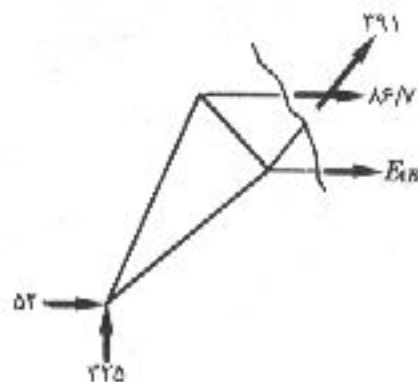
$$\sum F_y = 0 : F_{AF} \left(\frac{3}{\sqrt{13}} \right) - 91/4 \left(\frac{3}{\sqrt{10}} \right) = 0 \Rightarrow F_{AF} = 104/2$$



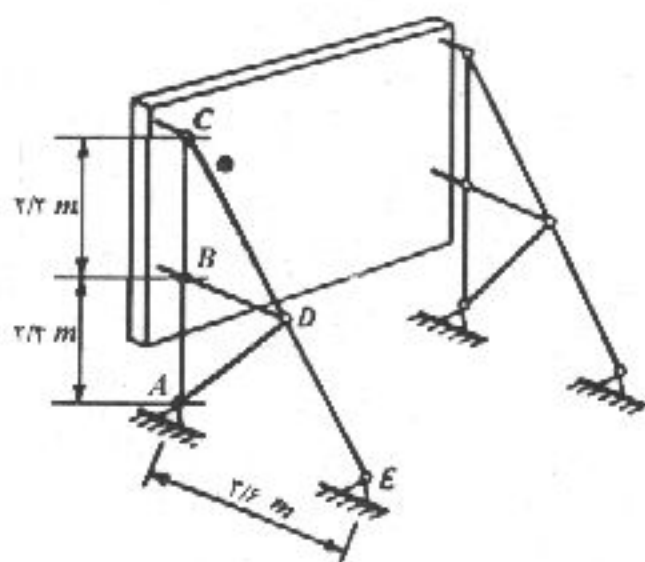
$$\sum F_x = 0 : 520 + 867 + F_{AF} - 391 \left(\frac{2}{\sqrt{13}} \right) = 0 \Rightarrow F_{AB} = -390 \text{ فشاری}$$

$$A_{DF} = \frac{F_{DF}}{\sigma_{all}} = \frac{91400}{140} = 650 \text{ mm}^2$$

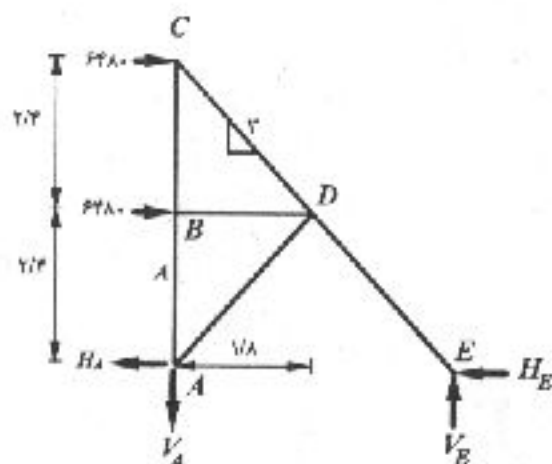
$$A_{BE} = \frac{F_{BE}}{\sigma_{all}} = \frac{36100}{140} = 260 \text{ mm}^2$$



۲۴-۳. یک تابلو علایم راهنمایی و رانندگی به ابعاد $4/5 \times 6$ متر توسط دو قاب مطابق شکل نگهداری می‌شود. سطح مقطع کلیه اعضای قاب 50×100 میلی‌متر می‌باشد. مطلوب است محاسبه تنش در اعضای قاب در اثر فشار افقی باد معادل ۹۶۰ نیوتن بر مترمربع که بر روی تابلو وارد می‌گردد. فرض کنید که تمام اتصالات مفصلی می‌باشند و $\frac{1}{4}$ کل نیروی باد بر نقاط B و C وارد می‌شود. از کماتش احتمالی اعضای فشاری و همچنین وزن سازه صرف نظر کنید.



مسئله ۳-۲۴



$$F = \frac{4/5 \times 6 \times 960}{4} = 6480 \text{ N}$$

$$+ (\sum M_A = 0 : V_E \times 3/6 - 6480 \times 4/8 - 6480 \times 2/4 = 0 \Rightarrow V_E = 12960 \text{ N}$$

$$H_E = \frac{1/8}{2/4} 12960 = 9720 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 : V_E - V_A = 0 \Rightarrow V_A = 12960$$

$$+ (\sum M_D = 0 : 6480 \times 2/4 + H_A \times 2/4 - 12960 \times 1/8 = 0 \Rightarrow H_A = 3240 \text{ N}$$

$$F_{ED} = \sqrt{H_E^2 + V_E^2} = 16200 \text{ N} \quad \sigma_{ED} = \frac{16200}{100 \times 50} = 3/24 \text{ MPa}$$

$$\frac{1}{3} \times F_{CD} = 6480 \Rightarrow F_{CD} = 10800 \text{ N}$$

$$\sigma_{CD} = \frac{10800}{100 \times 50} = 216 \text{ MPa}$$

$$\sum F_x = 0 : F_{BD} = 6480 \text{ N}$$

$$\sigma_{BD} = \frac{6480}{100 \times 50} = 128 \text{ MPa}$$

$$\sum F_x = 0 : \frac{1}{3} \times F_{AD} = H_A \Rightarrow F_{AD} = 5400 \text{ N}$$

$$\sigma_{AD} = \frac{5400}{100 \times 50} = 108 \text{ MPa}$$

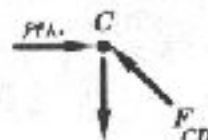
$$\sum F_y = 0 : F_{AB} + \frac{2}{3} F_{AD} - V_A = 0 \Rightarrow F_{AB} = 8640$$

$$\sigma_{AB} = \frac{8640}{100 \times 50} = 1728 \text{ MPa}$$

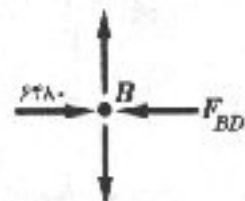
$$\sum F_y = 0 : F_{CB} = 8640 \text{ N}$$

$$\sigma_{CB} = \frac{8640}{100 \times 50} = 1728 \text{ MPa}$$

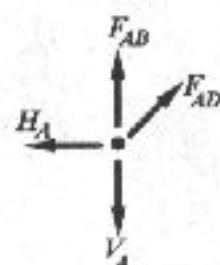
گره C:



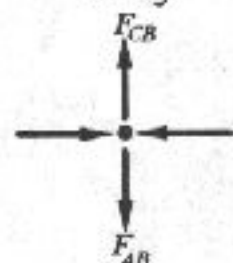
گره B:



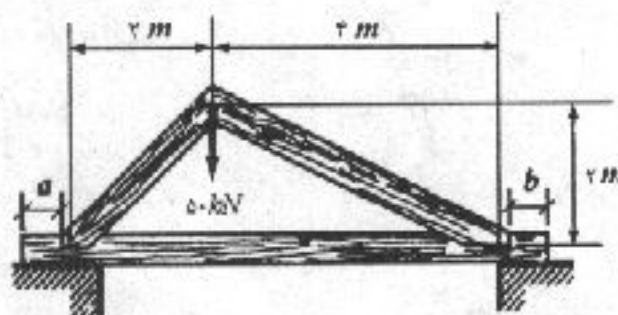
گره A:



گره B:



۲۵-۳. مطلوب است تعیین فواصل لازم a و b در خربای نشان داده شده در شکل. ابعاد سطح مقطع تمام اعضا، 0.2×0.2 متر می باشد. مقاومت برشی نهایی چوب در موازات الیاف آن $3/5$ نیوتن بر میلی متر مربع می باشد. از ضریب اطمینان ۵ استفاده نمایید. (چنین طرحی هیچ وقت توصیه نمی شود.)

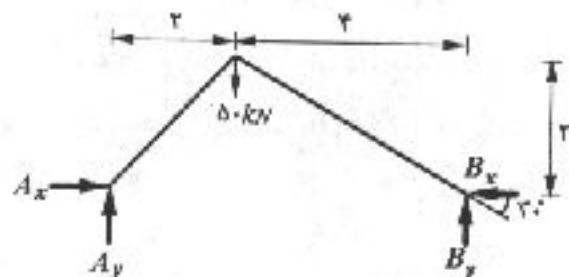


مسئله ۲۵-۳

$$\sum M_A = 0 : 50 \times 2 - B_y \times 6 = 0 \Rightarrow B_y = \frac{50}{3} \text{ kN}$$

$$B_x = \frac{B_y}{\tan 30^\circ} = 1/\sqrt{3} B_y = 28.87$$

$$\sum F_x = 0 : A_x - 28/87 = 0 \Rightarrow A_x = 28/87 \text{ kN}$$



$$\tau_{all} = \frac{A_x}{a.t} \Rightarrow a = \frac{A_x}{\tau.t} = \frac{28870 \text{ (N)}}{\frac{3/5}{5} \text{ (N/mm}^2) \times 200 \text{ (mm)}} = 206/2 \text{ mm}$$

$$\tau_{all} = \frac{B_x}{b.t}$$

با توجه به یکسان بودن همه مقادیر برای طرف دیگر تیر مقدار b لازم نیز 206 mm خواهد بود
۲۶-۳. مطلوب است تعیین قطر خار B برای مکانیسم نشان داده شده در شکل. تنش برشی مجاز مساوی 100 نیوتن بر میلی متر مربع می باشد.

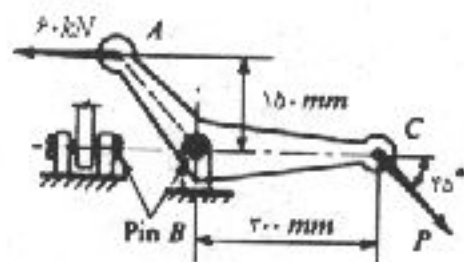
$$\sum M_B = 0 : P_y \times 300 - 60 \times 150 = 0$$

$$P_y = 30 \text{ kN}$$

$$\theta = 45^\circ \Rightarrow P_x = P_y = 30 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 : B_y = P_y = 30 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 : B_x + P_x - 60 = 0 \Rightarrow B_x = 30 \text{ kN}$$

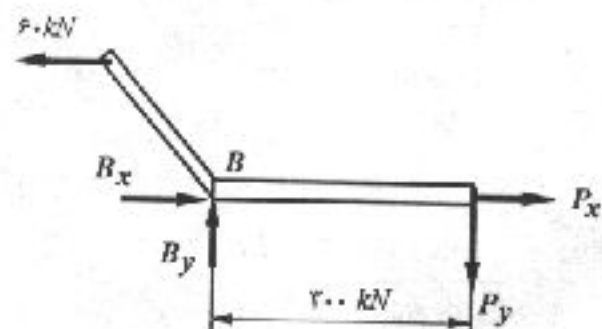


مسئله ۳-۲۶

$$R_B = \sqrt{30^2 + 30^2} = 30\sqrt{2}$$

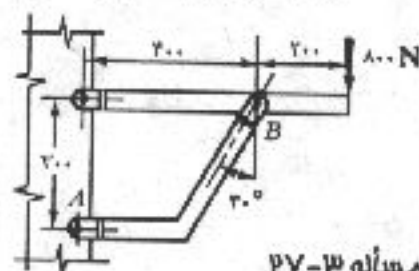
$$A = \frac{R_B}{\sigma_{all}} = \frac{30000\sqrt{2} \text{ (N)}}{100} = 424/3 \text{ mm}^2$$

$$d = \left(\frac{4A}{\pi} \right)^{1/2} = 23/2 \text{ mm}$$



۲۷-۳. مطلوب است تعیین تنش برشی در پیچ A در سازه نشان داده شده در شکل. قطر پیچ مساوی 6 میلی متر می باشد و به صورت دو برشه عمل می کند. تمام ابعاد بر حسب میلی متر می باشند.

$$\sum M_c = 0 : A_x \times 300 = 800 \times 600 \Rightarrow A_x = 1600 \text{ N}$$

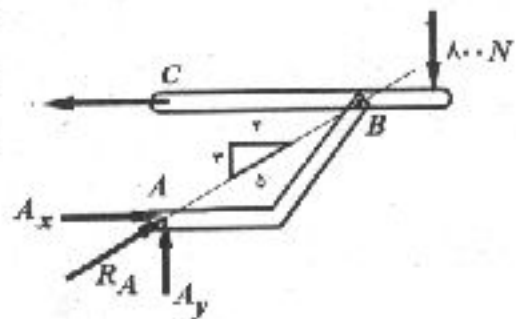


مسئله ۳-۲۷

عضو AB یک عضو دو نیرویی است، بنابراین امتداد نیروی برآیند تکیه گاه A از نقطه B عبور می کند. در این صورت داریم:

$$R_A = \frac{5}{4} A_x = 2000 \text{ N}$$

$$\tau_A = \frac{2000}{\pi(3)^2} = 35/37 \text{ MPa}$$



۲۸-۳. یک سیستم پدال برای به کار انداختن یک مکانیسم فنر در شکل نشان داده شده است. مطلوب است تعیین تنشهای برشی در خارهای A و B در اثر نیروی P به طوری که این نیرو تولید تنشی معادل 70 مگاپاسکال در میله AB بکند. تمام خارها به صورت دو برشی عمل می نمایند.

$$F_{AB} = \sigma A = 70 \times \pi \times (1/5)^2 = 494/8 \text{ N}$$

$$\sum M_A = 0 : -\frac{3}{5} P \times 300 + \frac{4}{5} P \times 100 + F_{AB} \times 100 = 0$$

از حل معادله فوق: $P = 494/8 \text{ N}$

$$\sum F_x = 0 : A_x = \frac{3}{5} P = 296/9 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 : A_y = \frac{4}{5} P + F_{AB} = 890/64 \text{ N}$$

$$R_A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = 938/8 \text{ N}$$

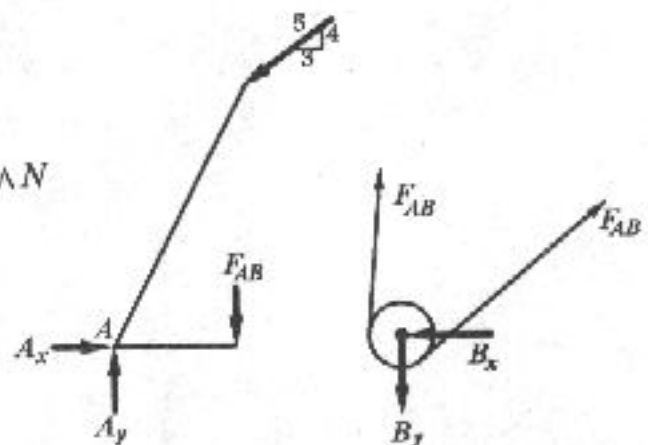
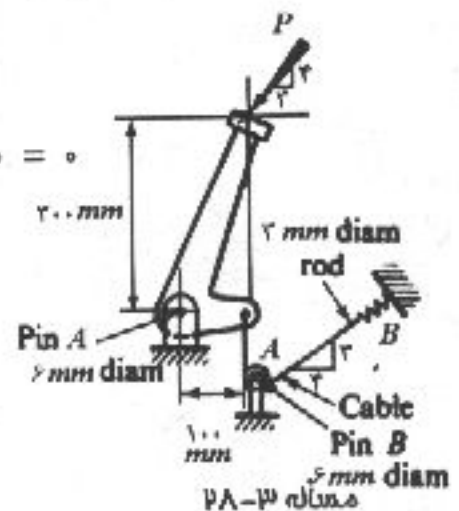
$$\tau_A = \frac{938/8}{2 \times \pi \times 3^2} = 16/6 \text{ MPa}$$

$$\sum F_x = 0 : B_x = \frac{4}{5} F_{AB} = 395/84 \text{ N}$$

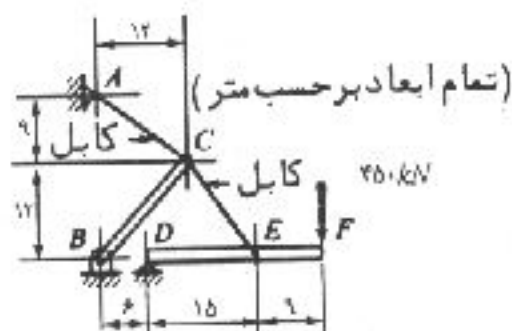
$$\sum F_y = 0 : B_y = F_{AB} + \frac{3}{5} F_{AB} = 791/68 \text{ N}$$

$$R_B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = 885/13 \text{ N}$$

$$\tau_B = \frac{885/13}{\pi \times 3^2} = 31/3 \text{ MPa}$$



۲۹-۳. یک تیر که نیرویی معادل 450 کیلونیوتن در یک انتهای آن تأثیر می نماید، توسط یک سازه کابلی مطابق شکل نگه داشته شده است. مطلوب است تعیین مؤلفه های افقی و قائم واکنشهای A ، B و D . اگر تنش مجاز کششی 140 نیوتن بر میلی متر مربع و تنش مجاز فشاری 70 نیوتن بر میلی متر مربع باشد، مساحت لازم برای سطح مقطع اعضای AC ، BC ، CE را تعیین نمایید. (راهنمایی: ابتدا تیر DF را جدا نمایید).



مسئله ۳-۶۹

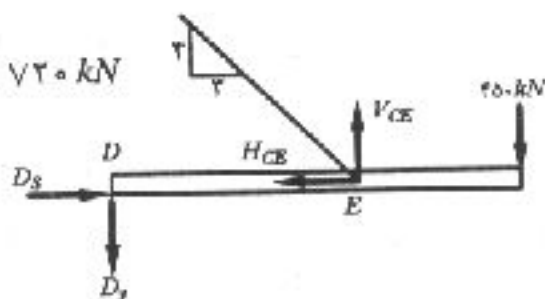
$$\sum M_D = 0 : V_{CE} \times 15 - 450 \times 24 = 0 \Rightarrow V_{CE} = 720 \text{ kN}$$

$$H_{CE} = \frac{3}{4} V_{CE} = 540 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 : D_x = H_{CE} = 540 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 : D_y + 450 - 720 = 0 \Rightarrow D_y = 270 \text{ kN}$$

$$F_{CE} = \frac{5}{4} \times 540 = 900 \text{ kN} \quad A_{CE} = \frac{900 \times 10^3}{140} = 6428 \text{ mm}^2$$



$$\sum M_B = 0 : 720 \times 12 + 540 \times 12 - H_{AC} \times 21 = 0 \Rightarrow H_{AC} = 720 \text{ kN}$$

$$V_{AC} = \frac{3}{4} H_{AC} = 540 \text{ kN}$$

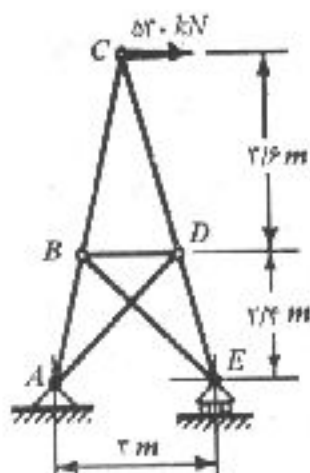
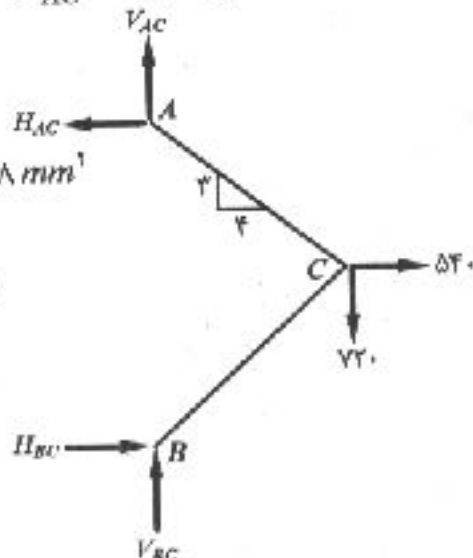
$$F_{AC} = \sqrt{V_{AC}^2 + H_{AC}^2} = 900 \text{ kN}, A_{AC} = \frac{900 \times 10^3}{140} = 6428 \text{ mm}^2$$

$$\sum F_x = 0 : H_{BC} - 720 + 540 = 0 \quad H_{BC} = 180 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 : V_{BC} - 720 + 540 = 0 \quad V_{BC} = 180 \text{ kN}$$

$$F_{BC} = 180\sqrt{2} \text{ kN}$$

$$A_{BC} = \frac{180\sqrt{2} \times 10^3}{\sqrt{2}} = 3636 \text{ mm}^2$$



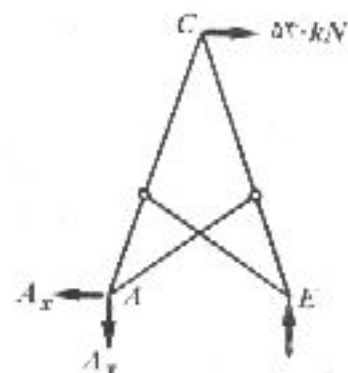
مسئله ۳-۷۰

۳-۳۰. دکل نشان داده شده در شکل، تحت تأثیر نیروی افقی ۵۴۰ کیلونیوتن قرار دارد. اگر تنش مجاز کششی ۱۴۰ نیوتن بر میلی متر مربع و تنش مجاز فشاری ۱۰۰ نیوتن بر میلی متر مربع باشد، سطح مقطع لازم اعضای دکل را معین کنید. تمام اتصالات مفصلی و تمام ابعاد نشان داده شده بر حسب متر می باشند.

$$\sum M_A = 0 : 540 \times 6 - E \times 3 = 0 \Rightarrow E = 1080 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 : A_y = 1080 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 : A_x = 540 \text{ kN}$$



پس از بدست آوردن نیروهای مربوط به اعضاء سازه نتایج زیر حاصل می‌شود

$$F_{AB} = 742/2 \text{ kN} \text{ کششی} \quad F_{BC} = 1113/2 \text{ kN} \text{ کششی}$$

$$F_{BE} = 509/1 \text{ kN} \text{ کششی} \quad F_{AD} = 509/1 \text{ kN} \text{ کششی}$$

$$F_{BD} = 450 \text{ kN} \text{ فشاری} \quad F_{CB} = 1113/2 \text{ kN} \text{ فشاری}$$

$$F_{DE} = 1484/3 \text{ kN} \text{ فشاری}$$

با توجه به تنش مجاز در حالت کشش و فشار می‌توان سطوح اعضاء را محاسبه نمود.

$$A_{AB} = \frac{742/2 \times 10^2}{140} = 5301/4 \text{ mm}^2 \quad A_{BC} = \frac{1113/2 \times 10^2}{140} = 7951/4 \text{ mm}^2$$

$$A_{BE} = \frac{509/1 \times 10^2}{140} = 3636/4 \text{ mm}^2 \quad A_{AD} = \frac{509/1 \times 10^2}{140} = 3636/4 \text{ mm}^2$$

$$A_{BD} = \frac{450 \times 10^2}{100} = 4500 \text{ mm}^2 \quad A_{CB} = \frac{1113/2 \times 10^2}{100} = 111320 \text{ mm}^2$$

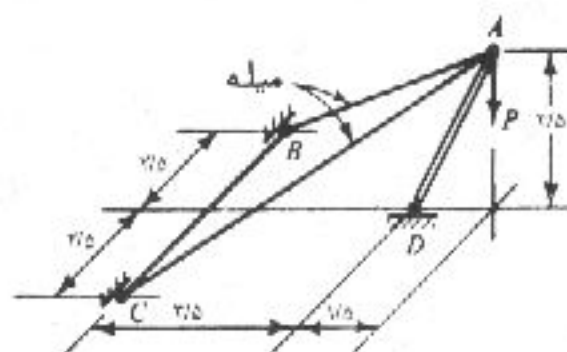
$$A_{DE} = \frac{1484/3 \times 10^2}{100} = 14843 \text{ mm}^2$$

۳-۳۱. مطلوب است تعیین قطر لازم میله‌های AB و AC از سازه فضایی نشان داده شده در شکل که برای

حمل بار $P = 180$ کیلونیوتن به کار گرفته شده است. تمام اتصالات مفصلی می‌باشد و از وزن

مرده سازه صرف نظر نمایید. تنش مجاز کششی مساوی ۱۲۵ نیوتن بر میلی‌متر مربع و تمام ابعاد

نشان داده شده بر حسب متر می‌باشد.



$$V_{AB} = V_{AC}$$

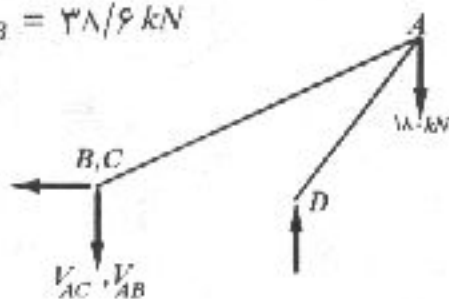
تنش / ۸۳

$$\sum M_D = 0 : 2V_{AB} \times 3/5 - 180 \times 1/5 = 0 \Rightarrow V_{AB} = 38/6 \text{ kN}$$

$$AB = \sqrt{(2/5)^2 + (5)^2 + (3/5)^2} = 6/59 \text{ m}$$

$$F_{AB} = F_{AC} = \frac{6/59}{3/5} \times V_{AB} = 72/7 \text{ kN}$$

$$A_{AB} = A_{AC} = \frac{F_{AB}}{\sigma_{all}} = \frac{72700}{125} = 581/6 \text{ mm}^2 \quad d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = 27/2 \text{ mm}$$

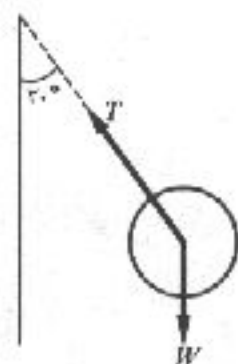


۳-۳۲. یک جرم ۵ کیلوگرمی که به انتهای یک سیم به طول ۱/۵ متر بسته شده است، در روی یک دایره افقی با چنان سرعت زاویه‌ای حرکت می‌کند که سیم زاویه‌ای مساوی ۳۰ درجه با خط قائم می‌سازد. اگر تنش مجاز کششی سیم که از فولاد اعلا ساخته شده، مساوی ۳۰۰ نیوتن بر میلی‌متر مربع باشد، قطر سیم را تعیین کنید.

$$T \cos 30^\circ = W \Rightarrow T = \frac{5 \times 9/81}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 56/64 \text{ N}$$

$$A = \frac{T}{\sigma_{all}} = \frac{56/64}{300} = 0/19 \text{ mm}^2$$

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = 0/49 \text{ mm}$$



۳-۳۳. یک قاب مفصلی که نیروی P را در گره B حمل می‌کند، در شکل نشان داده شده است. تنش قائم σ باید در هر دو عضو AB و BC یکسان باشد. مطلوب است تعیین زاویه α به طوری که وزن این سازه حداقل باشد. اعضای AB و BC دارای سطح مقطع ثابتی می‌باشند.

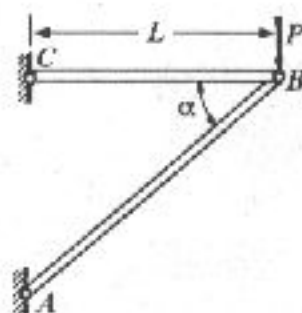
$$F_{BC} = P \cot \alpha \quad A_{BC} = \frac{F_{BC}}{\sigma} = \frac{P}{\sigma} \cot \alpha$$

$$F_{AB} = \frac{P}{\sin \alpha} \quad A_{AB} = \frac{F_{AB}}{\sigma} = \frac{P}{\sigma} \frac{1}{\sin \alpha}$$

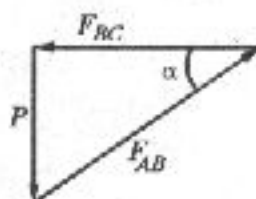
$$(حجم) V = A_{BC} L + A_{AB} L_{AB} \quad \text{و} \quad L_{AB} = \frac{L}{\cos \alpha}$$

$$V = \frac{PL}{\sigma} \left(\cot \alpha + \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} \right)$$

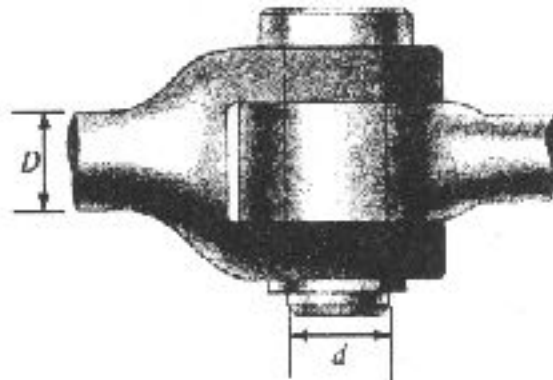
$$\frac{dV}{d\alpha} = 0 \rightarrow \cos^3 \alpha = \frac{1}{3} \rightarrow \alpha = 55^\circ$$



مسئله ۳-۳۳



۳-۳۴. اتصال مفصلی نشان داده شده در شکل برای حمل یک نیروی کششی به کار گرفته می شود. اگر قطر میله D باشد، قطر d خار را تعیین کنید. تنش برشی مجاز خار نصف تنش کششی مجاز میله می باشد.



مسئله ۳-۳۴

$$\sigma = \frac{P}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)} = P \cdot \frac{4}{\pi D^2} \quad \text{و} \quad \tau = \frac{P/2}{\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)} = \frac{P}{2} \cdot \frac{4}{\pi d^2}$$

بنابر فرض مسئله $\tau = \frac{\sigma}{2}$ بنابراین:

$$\frac{P}{2} \cdot \frac{4}{\pi d^2} = \frac{1}{2} \left(P \cdot \frac{4}{\pi D^2} \right) \Rightarrow d = D$$