

۲ نکته جالب در آزمون ۱۴۰۰ حائز اهمیت بود:

- (۱) از سهم ۵ سوال ریاضی مهندسی ۱ تست کم و به تعداد سوالات معادلات ۱ تست اضافه شده بود.
- (۲) ترتیب سوالات به هم ریخته بود و نظم سال های گذشته رو نداشت.

### تحلیل سوالات ریاضی کنکور ارشد ۱۴۰۰ مهندسی مکانیک

معادلات دیفرانسیل	ریاضی ۲	ریاضی ۱	درس-سطح
۱	۳	۱	ساده
۴	۱	۲	متوسط
۱	۱	۲	سخت

پوشش \*فاز ۱ و ۲ ریاضیات نوین نگرش در آزمون ارشد مکانیک ۱۴۰۰ :

(\*فاز ۱ مجموعه ای مختصر و مفید در حد ۱۸ ساعت و \*فاز ۲ در حد ۱۱ ساعت است.)

۱۵ سوال از ۱۶ سوال (غیر از ریاضی مهندسی)

در کمتر از ۳۰ ساعت از صفر به ۷۵ درصد میرسیدید.

**ابراهیم شاه ابراهیم**

**نوین نگرش**

اگه میخوای نگرشت نسبت به ریاضی تغییر کنه

کافیه نوین نگرشوا متحان کنی

## سوالات و پاسخنامه کلیدی

صفحه ۷

726A

مهندسی مکانیک - کد (۱۲۶۷)

ریاضیات (ریاضی عمومی (۲) و (۱)، معادلات دیفرانسیل، ریاضی مهندسی):

۳۱- تعداد جواب‌های معادله  $e^z = 2i$  که درون دایره  $x^2 + y^2 = 25$  قرار می‌گیرند، کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۳۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{\ln(x + \sqrt{1+x^2})}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$  ، کدام است؟
  $e^{-\frac{1}{6}}$  (۱)

  $e^{\frac{1}{6}}$  (۲)

  $e^2$  (۳)

 ۱ (۴)
۳۳- حاصل  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=0}^{n-1} \sqrt{(nx+k)(nx+k+1)}$  ،  $x > 0$  ، کدام است؟
  $x^2$  (۱)

  $x + \frac{1}{2}$  (۲)

  $x+1$  (۳)

  $2x+1$  (۴)

نوین نگرش

مهندس شاه‌ابراهیم

۳۴- مقدار مینیمم تابع  $z = x^2 + y^2$  مقید به معادله  $1 = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}$ ،  $(a, b \neq 0)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{ab(a+b)}{(a^2+b^2)^2}$

(۲)  $\frac{a^2b^2}{(a^2+b^2)^2}$

(۳)  $\frac{ab(a+b)}{a^2+b^2}$

(۴)  $\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$

۳۵- اگر  $u(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$  باشد، حاصل  $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  در نقطه  $(2, 0)$ ، کدام است؟

(۱)  $-\frac{2}{2}$

(۲)  $\frac{2}{4}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۴)  $\frac{4}{4}$

۳۶- مختصات مرکز ثقل اولین قوس سیکلوئید  $\begin{cases} x = 3(1 - \cos t) \\ y = 3(t - \sin t) \end{cases}$ ،  $0 \leq t \leq 2\pi$ ، کدام است؟

(۱)  $(3, 4\pi)$

(۲)  $(4, 3\pi)$

(۳)  $(2, 2\pi)$

(۴)  $(3, 2\pi)$

۳۷- میدان نیروی  $\vec{F}(x, y, z) = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$  بر سطح نیم کره فوقانی با معادله  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  جریان دارد. شار گذرا توسط نیروی  $\vec{F}$  از سطح مورد نظر، کدام است؟

(۱)  $\frac{\pi}{4}$

(۲)  $\frac{\pi}{2}$

(۳)  $\pi$

(۴)  $2\pi$

۳۹- فرض کنید  $C$  مسیر بسته واقع بر منحنی به معادله  $\begin{cases} x = 2 \sin^2 t \\ y = 4 \sin t \cos t \\ z = 2 \cos^2 t \end{cases}$  در دامنه  $[0, \pi]$  باشد. مقدار

$$\oint_C (y+z)dx + (z+x)dy + (x+y)dz$$

کدام است؟

(۱)  $2\pi$

(۲)  $\pi$

(۳)  $\frac{\pi}{2}$

(۴) صفر

۴۰- اگر سری  $\sum_{n=2}^{\infty} n^{\alpha} (\sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2-2})$  واگرا باشد، مقدار  $\alpha$ ، کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{1}{4}$

(۴) صفر

۴۱- اگر  $y(x) = \frac{2}{x}$  یک جواب خصوصی معادله دیفرانسیل  $y' + 2x^{-2}y = 2x^{-1}y - y^2$  با شرط  $x \neq 0$  باشد، جواب عمومی معادله، کدام است؟

(۱)  $y = \frac{2}{x} + \frac{2x^2}{x^2 + c}$

(۲)  $y = \frac{2}{x} + \frac{1}{-x + cx^2}$

(۳)  $y = \frac{2}{x} + \frac{x^3 + c}{2x^2}$

(۴)  $y = \frac{2}{x} + \frac{-1 + cx^2}{x}$

۴۲- هرگاه جواب معادله دیفرانسیل  $x^2 y'' - 2y = 0$  با شرایط نهایی  $y'(1) = \beta$  و  $y(1) = 1$ ، در نزدیکی  $x = 0$  کران دار باشد، مقدار  $\beta$ ، کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

۴۳- اگر  $P_n(t)$  نمایش چندجمله‌ای لژاندر درجه  $n$  باشد، مقدار  $\int_{-1}^1 P_n^2(t) dt$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{13}$
- (۲)  $\frac{1}{11}$
- (۳)  $\frac{2}{11}$
- (۴)  $\frac{2}{13}$

۴۴- تبدیل لاپلاس تابع  $f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < \frac{a}{2} \\ -1 & \frac{a}{2} \leq t < a \end{cases}$  با شرط  $f(t+a) = f(t)$ ، کدام است؟

(۲)  $\frac{1}{s(1+e^{-as})}$

(۴)  $\frac{1}{s(1-e^{-as})}$

(۱)  $\frac{1-e^{-\frac{a}{2}s}}{s(1+e^{-\frac{a}{2}s})}$

(۳)  $\frac{1+e^{-\frac{a}{2}s}}{s(1-e^{-\frac{a}{2}s})}$

۴۵- اگر  $y(t)$  جواب معادله دیفرانسیل  $\begin{cases} y'' + 5y' + 6y = H(t-1) + \delta(t-2) \\ y(0) = 3, y'(0) = -15 \end{cases}$  باشد (H تابع هیوی ساید و  $\delta$  تابع دلتای دیراک است)، مقدار  $y(0/3)$ ، کدام است؟

- (۱)  $9e^{-7/6} + 6e^{-9/9}$
- (۲)  $6e^{-7/6} + 9e^{-9/9}$
- (۳)  $9e^{-7/6} - 6e^{-9/9}$
- (۴)  $-6e^{-7/6} + 9e^{-9/9}$

۴۷- اگر  $y$  و  $y'$  مطلقاً انتگرال پذیر باشند، جواب معادله دیفرانسیل  $y'' + 6y' + 5y = 4\delta(t-3)$ ، به ازای  $t=4$ ، کدام است؟ ( $\delta$  تابع دلتای دیراک است).

- (۱)  $e^{-1} + e^{-5}$
- (۲)  $e^{-1} + e^{-3}$
- (۳)  $e^{-1} - e^{-3}$
- (۴)  $e^{-1} - e^{-5}$



۲ نکته جالب در آزمون ۱۴۰۰ حائز اهمیت بود:

- (۳) از سهم ۵ سوال ریاضی مهندسی ۱ تست کم و به تعداد سوالات معادلات ۱ تست اضافه شده بود.  
(۴) ترتیب سوالات به هم ریخته بود و نظم سال های گذشته رو نداشت.

### تحلیل سوالات ریاضی کنکور ارشد ۱۴۰۰ مهندسی مکانیک

معادلات دیفرانسیل	ریاضی ۲	ریاضی ۱	درس-سطح
۱	۳	۱	ساده
۴	۱	۲	متوسط
۱	۱	۲	سخت

پوشش \*فاز ۱ و ۲ ریاضیات نوین نگرش در آزمون ارشد مکانیک ۱۴۰۰ :

(\*فاز ۱ مجموعه ای مختصر و مفید در حد ۱۸ ساعت و \*فاز ۲ در حد ۱۱ ساعت است.)

۱۵ سوال از ۱۶ سوال (غیر از ریاضی مهندسی)

در کمتر از ۳۰ ساعت از صفر به ۷۵ درصد میرسیدید.

**ابراهیم شاه ابراهیم**

**نوین نگرش**

**اگه میخوای نگرشت نسبت به ریاضی تغییر کنه**

**کافیه نوین نگرشوا متحان کنه**

## پاسخ نامه تشریحی

صفحه ۷

726A

مهندسی مکانیک - کد (۱۲۶۷)

ریاضیات (ریاضی عمومی (۲) و (۱)، معادلات دیفرانسیل، ریاضی مهندسی):

۳۱- تعداد جواب‌های معادله  $e^z = 2i$  که درون دایره  $x^2 + y^2 = 25$  قرار می‌گیرند، کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

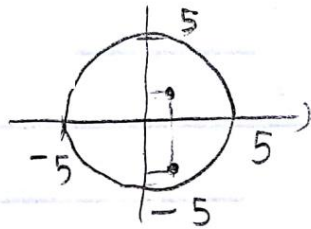
۴ (۴)

پاسخ تست ۳۱- گزینه ۲ (اعداد مختلط-معادله)

$$(۲۱) \quad e^z = 2i = e^{\ln 2} \cdot e^{(2k\pi + \frac{\pi}{2})i} = e^{\ln 2 + (2k\pi + \frac{\pi}{2})i}$$

$$\rightarrow z = \ln 2 + (2k\pi + \frac{\pi}{2})i \quad \begin{cases} k=0 \rightarrow z = \ln 2 + \frac{\pi}{2}i = 0.7 + 1.5i \quad \checkmark \\ k=1 \rightarrow z = \ln 2 + 2\pi + \frac{\pi}{2}i = 6.7 + 1.5i \quad \times \\ k=-1 \rightarrow z = \ln 2 - 3\frac{\pi}{2}i = 6.7 - 4.5i \quad \checkmark \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 25$$



$$\left. \begin{array}{l} \ln 2 + \frac{\pi}{2}i \\ \ln 2 - 3\frac{\pi}{2}i \end{array} \right\} \text{ ۲ جواب است}$$

۳۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{\ln(x + \sqrt{1+x^2})}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$  ، کدام است؟

- (۱)  $e^{-1/6}$
- (۲)  $e^{-1/3}$
- (۳)  $e^{-2}$
- (۴) ۱

پاسخ تست ۳۲- گزینه ۱ (حد-مبهم توانی و هم ارزی)

(۳۲) می‌دانیم:  $\sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{\ln(x + \sqrt{1+x^2})}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{\sinh^{-1} x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}} = 1^\infty$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sinh^{-1} x \approx x - \frac{x^3}{3!} \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{x - \frac{x^3}{3!} - x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}} \end{array} \right.$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-x^3}{6x^3} = \boxed{e^{-1/6}}$$



۳۳- حاصل  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=0}^{n-1} \sqrt{(nx+k)(nx+k+1)}$ ،  $x > 0$  کدام است؟

(۱)  $x^2$

(۲)  $x + \frac{1}{2}$

(۳)  $x + 1$

(۴)  $2x + 1$

پاسخ تست ۳۳- گزینه ۲ (کاربرد انتگرال-حدانتگرالی)

(۳۳)

دری‌نصاحت  $nx+k+1 \leq nx+k$

$$+ = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=0}^{n-1} \sqrt{(nx+k)(nx+k+1)}$$
 در رطلق  $n, x > 0 \rightarrow +$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=0}^{n-1} (nx+k) \stackrel{\text{کنکور}}{=} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=0}^{n-1} n(x + \frac{k}{n})$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} (x + \frac{k}{n}) = \int_{t=0}^1 (x+t) dt$$

$$= (xt + \frac{t^2}{2}) \Big|_{t=0}^1 = \boxed{x + \frac{1}{2}}$$

۳۴- مقدار مینیمم تابع  $z = x^2 + y^2$  مقید به معادله  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ،  $(a, b \neq 0)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{ab(a+b)}{(a^2+b^2)^2}$

(۲)  $\frac{a^2b^2}{(a^2+b^2)^2}$

(۳)  $\frac{ab(a+b)}{a^2+b^2}$

(۴)  $\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$

پاسخ تست ۳۴- گزینه ۴ (توابع چندمتغیره-اکسترمم مشروط)

(۳۴)  $z = x^2 + y^2$       شرط:  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$L = x^2 + y^2 + \lambda(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1) = 0$

$L_x = 0 \rightarrow 2x + \frac{\lambda}{a} = 0 \rightarrow \lambda = -2xa$

$L_y = 0 \rightarrow 2y + \frac{\lambda}{b} = 0 \rightarrow \lambda = -2yb$        $\rightarrow -2xa = -2yb \rightarrow \boxed{xa = yb}$   
 $\rightarrow \boxed{x = \frac{yb}{a}}$

$L_\lambda = 0 \rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$       \*  $\rightarrow \frac{yb}{a^2} + \frac{y}{b} = 1 \rightarrow y(\frac{b}{a^2} + \frac{1}{b}) = 1$

$\rightarrow y(\frac{b^2+a^2}{a^2b}) = 1 \rightarrow \boxed{y = \frac{a^2b}{a^2+b^2}}$        $\rightarrow \boxed{x = \frac{ab^2}{a^2+b^2}}$

جایگزینی  $\rightarrow z = (\frac{ab^2}{a^2+b^2})^2 + (\frac{a^2b}{a^2+b^2})^2 = \frac{a^2b^4 + a^4b^2}{(a^2+b^2)^2} = \frac{a^2b^2(a^2+b^2)}{(a^2+b^2)^2}$

$\rightarrow \boxed{z = \frac{a^2b^2}{a^2+b^2}}$

۳۵- اگر  $u(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$  باشد، حاصل  $\frac{\partial^4 u}{\partial y^4} - \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}$  در نقطه  $(2, 0)$ ، کدام است؟

- $-\frac{2}{2}$  (۱)
- $\frac{2}{4}$  (۲)
- $\frac{3}{4}$  (۳)
- $\frac{4}{4}$  (۴)

پاسخ تست ۳۵- گزینه ۳ (توابع چندمتغیره-مشتق جزئی)

$$(۲۵) \quad u = \frac{x+y}{x-y} = \frac{x-y+2y}{x-y} = 1 + \frac{2y}{x-y}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{2(x-y) + 2y}{(x-y)^2} = \frac{2x}{(x-y)^2} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \frac{2(x-y) \cdot 2x}{(x-y)^4} = \frac{4x}{(x-y)^3} \\ \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} &= \frac{3(x-y)^2 \cdot 4x}{(x-y)^6} = \frac{12x}{(x-y)^4} \\ \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} &= \frac{4(x-y)^3 \cdot 12x}{(x-y)^8} = \boxed{\frac{48x}{(x-y)^5}} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{-2y}{(x-y)^2} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \frac{-2(x-y)(-2y)}{(x-y)^4} = \frac{-4y}{(x-y)^3} \\ \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} &= \frac{-3(x-y)^2(-4y)}{(x-y)^6} = \frac{-12y}{(x-y)^4} \\ \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} &= \frac{4(x-y)^3(-12y)}{(x-y)^8} = \boxed{\frac{-48y}{(x-y)^5}} \end{aligned} \right.$$

$$\rightarrow \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} - \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = \frac{48(x+y)}{(x-y)^5} \quad \begin{matrix} x=2 \\ y=0 \end{matrix} \rightarrow \frac{48(2)}{2^5} = \frac{48}{16} = \boxed{3}$$

۳۶- مختصات مرکز ثقل اولین قوس سیکلوئید  $\begin{cases} x = 3(1 - \cos t) \\ y = 3(t - \sin t) \end{cases}$  ،  $0 \leq t \leq 2\pi$  ، کدام است؟

(۱)  $(3, 4\pi)$

(۲)  $(4, 3\pi)$

(۳)  $(2, 2\pi)$

(۴)  $(3, 2\pi)$

پاسخ تست ۳۶- گزینه ۲ (کاربرد انتگرال-مرکز ثقل)

۳۴)  $G(\bar{x}, \bar{y}) = ?$       $\bar{x} = \frac{\int x ds}{\int ds}$       $\bar{y} = \frac{\int y ds}{\int ds}$

$$\begin{cases} x = 3 - 3\cos t \\ y = 3t - 3\sin t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x' = 3\sin t \\ y' = 3 - 3\cos t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x'^2 = 9\sin^2 t \\ y'^2 = 9 - 18\cos t + 9\cos^2 t \end{cases}$$

$$ds = \sqrt{x'^2 + y'^2} dt \rightarrow ds = \sqrt{18 - 18\cos t} dt$$

$$= \sqrt{18} \sqrt{1 - \cos t} dt$$

$$= 3\sqrt{2} \sqrt{2\sin^2 \frac{t}{2}} = 6\sin \frac{t}{2} dt$$

$$\bar{x} = \frac{\int_0^{2\pi} (3 - 3\cos t) 6\sin \frac{t}{2} dt}{\int_0^{2\pi} 6\sin \frac{t}{2} dt} = \frac{16}{4} = 4$$

$$\bar{y} = \frac{\int_0^{2\pi} (3t - 3\sin t) 6\sin \frac{t}{2} dt}{\int_0^{2\pi} 6\sin \frac{t}{2} dt} = \frac{12\pi}{4} = 3\pi$$

$$G(\bar{x}, \bar{y}) = (4, 3\pi)$$

نوه اشراق برسی ← استفاد از روابط ضرب به جمع!



۳۷- میدان نیروی  $\vec{F}(x,y,z) = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$  بر سطح نیم کره فوقانی با معادله  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  جریان دارد. شار گذرا توسط نیروی  $\vec{F}$  از سطح مورد نظر، کدام است؟

$\frac{\pi}{4}$  (۱)

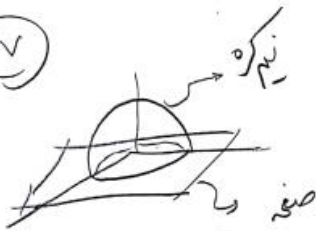
$\frac{\pi}{2}$  (۲)

$\pi$  (۳)

$2\pi$  (۴)

پاسخ تست ۳۷- گزینه ۲ (انتگرال سطح-شار(دیورژانس))

۳۷



$$\iint_{\text{نیم کره}} F \cdot n \, ds + \iint_{\text{صفحه}} F \cdot n \, ds = \iiint \text{div } F \, dV$$

$$\text{div } F = 2x + 2y + 2z = 2(x + y + z)$$

$$\iiint \text{div } F = 2 \iiint (x + y + z) \, dV \xrightarrow{\text{توان اولی}} = 2 \iiint z \, dV$$

$$= 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} \int_0^1 r^3 \cos\phi \sin\phi \, dr \, d\theta \, d\phi$$

$\frac{1}{2} \sin 2\phi$

$$= 2 \left( \frac{r^4}{4} \Big|_0^1 \right) \left( -\frac{1}{4} \cos 2\phi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \right) \left( \theta \Big|_0^{2\pi} \right)$$

$$= 2 \left( \frac{1}{4} \right) \left( \frac{1}{4} (2) \right) (2\pi) = \frac{2\pi}{4} = \boxed{\frac{\pi}{2}}$$

$$\vec{z} \Rightarrow \iint F \cdot n \, ds = ? \quad n \, ds = (0, 0, 1) \, dA$$

$$= \iint z^2 \, dA \xrightarrow{\text{تصفر}}$$

$$\boxed{\iint_{\text{نیم کره}} F \cdot n \, ds = \frac{\pi}{2}}$$

بنا بر این



۳۹- فرض کنید  $C$  مسیر بسته واقع بر منحنی به معادله  $\begin{cases} x = 2 \sin^2 t \\ y = 4 \sin t \cos t \\ z = 2 \cos^2 t \end{cases}$  در دامنه  $[0, \pi]$  باشد. مقدار

$\oint_C (y+z)dx + (z+x)dy + (x+y)dz$  کدام است؟

- (۱)  $2\pi$
- (۲)  $\pi$
- (۳)  $\frac{\pi}{2}$
- (۴) صفر

پاسخ تست ۳۹- گزینه ۴ (انتگرال سطح-استوکس)

۳۹  $\begin{cases} x = 2 \sin^2 t \\ y = 4 \sin t \cos t \\ z = 2 \cos^2 t \end{cases}$   $t=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=2 \end{cases}$   $t=\pi \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=2 \end{cases}$

ابتدا و انتها یکسان است ← مسریه

$\text{Curl } F = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} = (1-1, 1-1, 1-1)$

$\text{Curl } F = (0, 0, 0) = \vec{0}$  مسریه است

مسریه استوکس  $\int F \cdot dr = \iint \text{Curl } F \cdot nds = \boxed{\text{صفر}}$

۴۰- اگر سری  $\sum_{n=2}^{\infty} n^{\alpha} (\sqrt{n^3+2} - \sqrt{n^3-2})$  واگرا باشد، مقدار  $\alpha$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$
- (۲)  $\frac{1}{2}$
- (۳)  $\frac{1}{4}$
- (۴) صفر

پاسخ تست ۴۰- گزینه ۱ (سری-همگرایی واگرایی)

$$\textcircled{\Sigma} \sum_{n=2}^{\infty} n^{\alpha} (\sqrt{n^3+2} - \sqrt{n^3-2}) \times \frac{\sqrt{n^3+2} + \sqrt{n^3-2}}{\sqrt{n^3+2} + \sqrt{n^3-2}}$$

$$= \sum_{n=2}^{\infty} n^{\alpha} \frac{(n^3+2 - n^3+2)}{\sqrt{n^3+2} + \sqrt{n^3-2}}$$

$$= \sum_{n=2}^{\infty} \frac{4n^{\alpha}}{2n^{3/2}} = 2 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2-\alpha}}$$

رابطه پراسی  $\frac{3}{2} - \alpha < 1 \rightarrow \frac{3}{2} - 1 < \alpha \rightarrow \alpha > \frac{1}{2}$

پس کمترین  $\alpha$  به ازای  $\alpha = \frac{2}{3}$  رط برقرار است

۴۱- اگر  $y(x) = \frac{2}{x}$  یک جواب خصوصی معادله دیفرانسیل  $y' + 2x^{-2}y = 2x^{-1}$  باشد، جواب عمومی

معادله، کدام است؟

$$y = \frac{2}{x} + \frac{2x^2}{x^2 + c} \quad (1)$$

$$y = \frac{2}{x} + \frac{1}{-x + cx^2} \quad (2)$$

$$y = \frac{2}{x} + \frac{x^2 + c}{2x^2} \quad (3)$$

$$y = \frac{2}{x} + \frac{-1 + cx^2}{x} \quad (4)$$

پاسخ تست ۴۱- گزینه ۲ (مرتبه اول-ریکاتی)

(۴۱)  $\xrightarrow{\text{ریکاتی}}$  
$$\begin{cases} y_1 = \frac{2}{x} \\ y = y_1 + \frac{1}{u} = \frac{2}{x} + \frac{1}{u} \\ y' = -\frac{2}{x^2} - \frac{u'}{u^2} \end{cases}$$

$\xrightarrow{\text{جایگزینی}}$  
$$-\frac{2}{x^2} - \frac{u'}{u^2} + \frac{2}{x^2} = \frac{2}{x} \left( -\frac{2}{x} + \frac{1}{u} \right) - \left( \frac{2}{x} + \frac{1}{u} \right)^2$$

$$= \frac{4}{x^2} + \frac{2}{xu} - \frac{4}{x^2} - \frac{4}{xu} - \frac{1}{u^2}$$

$\rightarrow -\frac{u'}{u^2} = -\frac{2}{xu} - \frac{1}{u^2} \xrightarrow{x-u^2} u' = \frac{2}{x} + 1$

$\rightarrow u' - \frac{2}{x}u = 1$   $\xrightarrow{\text{میانگین}} e^{\int -\frac{2}{x} dx} = e^{-2 \ln x} = x^{-2}$

$\rightarrow x^{-2}u' - 2x^{-3}u = x^{-2}$

$(x^{-2}u)' = x^{-2} \xrightarrow{\int} x^{-2} \cdot u = -\frac{1}{x} + c = \frac{cx-1}{x}$

$\rightarrow \boxed{u = x(cx-1)}$   $y = \frac{2}{x} + \frac{1}{u} *$

$\xrightarrow{*} y = \frac{2}{x} + \frac{1}{x(cx-1)}$

$$\boxed{y = \frac{2}{x} + \frac{1}{cx^2 - x}}$$

۴۲- هرگاه جواب معادله دیفرانسیل  $x^2 y'' - 2y = 0$  با شرایط نهایی  $y(1) = 1$  و  $y'(1) = \beta$  در نزدیکی  $x = 0$  کران دار باشد، مقدار  $\beta$  کدام است؟

۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

پاسخ تست ۴۲- گزینه ۳ (مرتب دوم-کوشی اویلر)

کوشی اویلر  $(۴۲) \quad x^2 y'' - 2y = 0$

$$\rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} m = -1 \\ m = 2 \end{array} \right. \rightarrow y_h = c_1 x^{-1} + c_2 x^2$$

برای اینکه کران دار باشد باید ضرب  $x^{-1}$  برابر صفر شود. [در تبدیل منفی]

$$\rightarrow \boxed{c_1 = 0} \quad \underline{y(1) = 1} \rightarrow 1 = c_2 + 0 \rightarrow \boxed{c_2 = 1}$$

$$\rightarrow \boxed{y_h = x^{-2}} \rightarrow y' = \underline{2x} \quad \underline{y'(1) = \beta}$$

$$\boxed{\beta = 2}$$

۴۴- تبدیل لاپلاس تابع  $f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < \frac{a}{2} \\ -1 & \frac{a}{2} \leq t < a \end{cases}$  با شرط  $f(t+a) = f(t)$ ، کدام است؟

$$\frac{1}{s(1+e^{-as})} \quad (2)$$

$$\frac{1}{s(1-e^{-as})} \quad (4)$$

$$\frac{1 - e^{-\frac{a}{2}s}}{s(1 + e^{-\frac{a}{2}s})} \quad (1)$$

$$\frac{1 + e^{-\frac{a}{2}s}}{s(1 - e^{-\frac{a}{2}s})} \quad (3)$$

پاسخ تست ۴۴- گزینه ۲ (لاپلاس-متناوب)

۴۴)  $\int_0^T e^{-sx} f(x) dx$   
 $\rightarrow l(f(x)) = \frac{\int_0^T e^{-sx} f(x) dx}{1 - e^{-sT}}$

$T = a$   
 $f(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < \frac{a}{2} \\ -1 & \frac{a}{2} < x < a \end{cases} \rightarrow l(f(x)) = \frac{\int_0^{\frac{a}{2}} e^{-sx} dx + \int_{\frac{a}{2}}^a -e^{-sx} dx}{1 - e^{-as}}$

$$\rightarrow F(s) = \frac{\frac{1}{s} e^{-sx} \Big|_0^{\frac{a}{2}} + \frac{1}{s} e^{-sx} \Big|_{\frac{a}{2}}^a}{1 - e^{-as}}$$

$$\rightarrow F(s) = \frac{-\frac{1}{s}(e^{-\frac{a}{2}s} - 1) + \frac{1}{s}(e^{-as} - e^{-\frac{a}{2}s})}{1 - e^{-as}}$$

$$\rightarrow F(s) = \frac{\frac{1}{s}(1 - e^{-\frac{a}{2}s} + e^{-as} - e^{-\frac{a}{2}s})}{1 - e^{-as}} = \frac{\frac{1}{s}(1 - e^{-\frac{a}{2}s})^2}{(1 - e^{-\frac{a}{2}s})(1 + e^{-\frac{a}{2}s})}$$

$$\rightarrow F(s) = \frac{1 - e^{-\frac{a}{2}s}}{s(1 + e^{-\frac{a}{2}s})}$$



۴۵- اگر  $y(t)$  جواب معادله دیفرانسیل  $\begin{cases} y'' + 5y' + 6y = H(t-1) + \delta(t-2) \\ y(0) = 3, y'(0) = -15 \end{cases}$  باشد (H تابع هیوی ساید و  $\delta$  تابع

دلتای دیراک است)، مقدار  $y(0.3)$ ، کدام است؟

(۱)  $9e^{-7/6} + 6e^{-9/9}$

(۲)  $6e^{-7/6} + 9e^{-9/9}$

(۳)  $9e^{-7/6} - 6e^{-9/9}$

(۴)  $-6e^{-7/6} + 9e^{-9/9}$

پاسخ تست ۴۵- گزینه ۴ (لاپلاس-حل معادله)

$$\textcircled{f} \quad \begin{aligned} \xrightarrow{\mathcal{L}} \quad \mathcal{L}\{y\} = F(s) \quad & s^2 F(s) - s \cancel{f(0)} - \cancel{f'(0)} + 5s F(s) - 5 \cancel{f(0)} \\ & + 6 F(s) = \frac{e^{-s}}{s} + e^{-2s} \end{aligned}$$

$$\rightarrow F(s) (s^2 + 5s + 6) = 3s + \frac{e^{-s}}{s} + e^{-2s}$$

$$\rightarrow F(s) = \frac{3s}{(s+2)(s+3)} + \frac{e^{-s}}{s(s+2)(s+3)} + \frac{e^{-2s}}{s(s+2)(s+3)}$$

تجزیه کنی  $\rightarrow F(s) = \frac{9}{s+3} - \frac{6}{s+2} + e^{-s}(A(s)) + e^{-2s}(B(s))$

بررسی کنی  $\rightarrow y(t) = 9e^{-3t} - 6e^{-2t} + u_1(t) \circ + u_2(t) \circ$

لازم به بی سبب نیست؟ چرا؟ [شهرم]  $\rightarrow$  پاسخ ۲ است

$t=0.3 \rightarrow y(0.3) = 9e^{-0.9t} - 6e^{-0.6t}$

۴۷- اگر  $y$  و  $y'$  مطلقاً انتگرال پذیر باشند، جواب معادله دیفرانسیل  $y'' + 6y' + 5y = 4\delta(t-3)$  به ازای  $t=4$  کدام است؟ ( $\delta$  تابع دلتای دیراک است.)

(۱)  $e^{-1} + e^{-5}$

(۲)  $e^{-1} + e^{-3}$

(۳)  $e^{-1} - e^{-3}$

(۴)  $e^{-1} - e^{-5}$

پاسخ تست ۴۷- گزینه ۴ (لاپلاس-حل معادله)

(۴۷) 
$$\frac{\text{مسابه } 4\delta}{L(y) = F(s)} \rightarrow s^2 F(s) - s f(0) - f'(0) + 6s F(s) - 6 f(0) + 5 F(s) = 4e^{-3s}$$

مفهوم تابع ضرب در دلتا؟

$$\rightarrow F(s) (s^2 + 6s + 5) = 4e^{-3s}$$

$$\rightarrow F(s) = \frac{4}{(s+1)(s+5)} e^{-3s} = \left(\frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+5}\right) e^{-3s}$$

$$\xrightarrow{\text{لاپلاس معکوس}} y(t) = u_3(t) [e^{-t} - e^{-5t}] \quad t \rightarrow t-3$$

$$\rightarrow y(t) = u_3(t) [e^{-(t-3)} - e^{-5(t-3)}]$$

مفهوم تابع ضرب در دلتا؟

$$\xrightarrow{t=4} y(4) = e^{-1} - e^{-5}$$

۲ نکته جالب در آزمون ۱۴۰۰ حائز اهمیت بود:

- (۵) از سهم ۵ سوال ریاضی مهندسی ۱ تست کم و به تعداد سوالات معادلات ۱ تست اضافه شده بود.  
 (۶) ترتیب سوالات به هم ریخته بود و نظم سال های گذشته رو نداشت.

### تحلیل سوالات ریاضی کنکور ارشد ۱۴۰۰ مهندسی مکانیک

معادلات دیفرانسیل	ریاضی ۲	ریاضی ۱	درس-سطح
۱	۳	۱	ساده
۴	۱	۲	متوسط
۱	۱	۲	سخت

پوشش \*فاز ۱ و ۲ ریاضیات نوین نگرش در آزمون ارشد مکانیک ۱۴۰۰ :

(\*فاز ۱ مجموعه ای مختصر و مفید در حد ۱۸ ساعت و \*فاز ۲ در حد ۱۱ ساعت است.)

۱۵ سوال از ۱۶ سوال (غیر از ریاضی مهندسی)

در کمتر از ۳۰ ساعت از صفر به ۷۵ درصد میرسیدید.

ابراهیم شاه ابراهیم

نوین نگرش

اگه میخوای نگرشت نسبت به ریاضی تغییر کنه

کافیه نوین نگرشوا متحان کنه