

تمرین درس مدار منطقی

موعد تحویل : ۱۵ خرداد

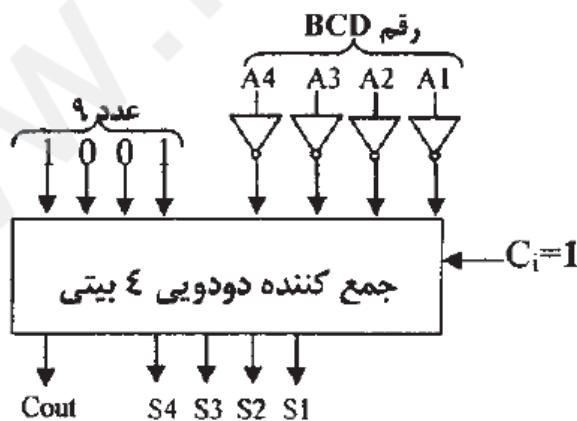
ایمیل : amir_baktash@yahoo.com

- ۱- یک مدار ترکیبی طراحی کنید تا متمم ۹ یک عدد BCD را تولید کند. (از یک جمع کننده باینری ۴ بیتی آماده استفاده کنید و متمم ۹ هر عدد BCD نیز از اختلاف آن عدد نسبت به ۹ به دست می آید).

جواب : می دانیم که یک رقم BCD از ۴ بیت $(A_4 A_3 A_2 A_1)$ تشکیل شده است . برای بدست آوردن متمم ۹ هر رقم آنرا از ۹ کم می کنیم بنابراین داریم :

$$(\text{متمم } 1 \text{ رقم BCD}) = 9 + (\text{متمم } 2 \text{ رقم BCD}) = 9 + (\text{رقم BCD}) = 9 - (\text{رقم BCD}) = \text{متمم } 9 \text{ یک رقم BCD}$$

بنابراین مدار مورد نظر به صورت زیر خواهد . در این مدار بیت های رقم BCD بعد از گذر از گیت های NOT به فرم متمم 1 تبدیل شده و پس از جمع شدن با $C_i=1$ به فرم متمم 2 در می آید سپس با عدد ۹ جمع می شود تا متمم ۹ رقم BCD تولید شود یعنی بیت های S_1 تا S_4 متمم ۹ رقم BCD را نمایش خواهند داد .

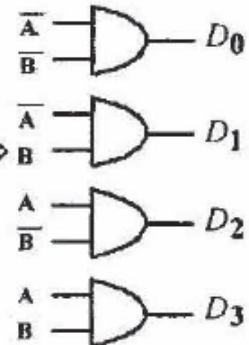


- ۲- نمودار منطقی یک دیکدر ۲ به ۴ را فقط با گیت های NOR طراحی نمایید.

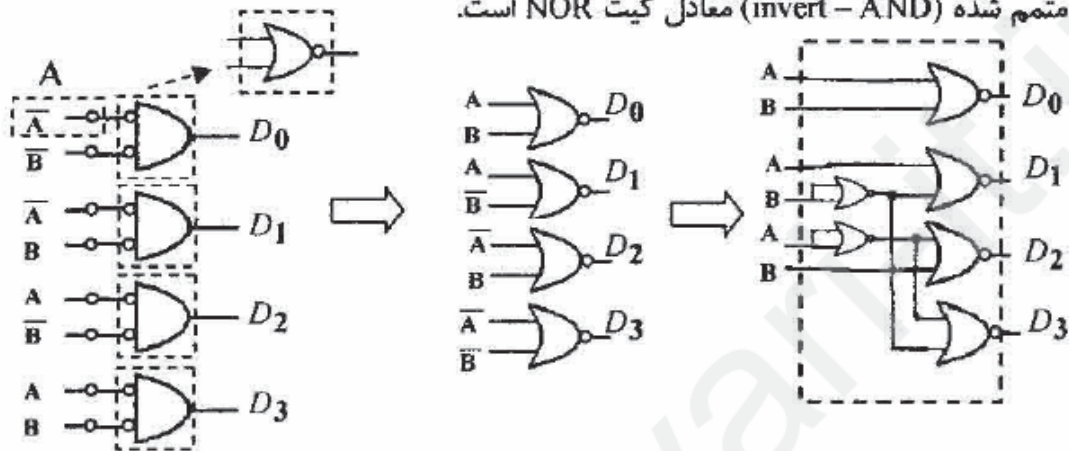
جواب: جدول درستی دیگر ۲ به ۴ به صورت زیر می باشد.

A	B	D0	D1	D2	D3
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

$$\Rightarrow \begin{aligned} D_0 &= \overline{A} \overline{B} \\ D_1 &= \overline{A} B \\ D_2 &= A \overline{B} \\ D_3 &= AB \end{aligned}$$



اکنون در هر مسیر ۲ حباب (گیت NOT) اضافه می کنیم توجه کنید که گیت AND با ورودی های متمم شده (invert-AND) معادل گیت NOR است.



توجه کنید که $\overline{(\overline{A} + \overline{A})} = (\overline{A}) = \overline{A}$ است زیرا $\overline{A} \rightarrow \overline{A}$ معادل \overline{A} است زیرا $\overline{A} \rightarrow \overline{A}$

۳- یک مدار ترکیبی با سه تابع بولی زیر تعریف شده است. مدار را با دیگر و گیت های بیرونی بسازید

$$F_1 = x'y' + xyz'$$

$$F_2 = x'yz' + x'y$$

$$F_3 = x'y'z + xz$$

جواب: خروجی دیگر هر یک از مینترم ها را ارائه میدهد که با استفاده از آنها و گیت OR میتوان خروجی

مورد نظر را ساخت.

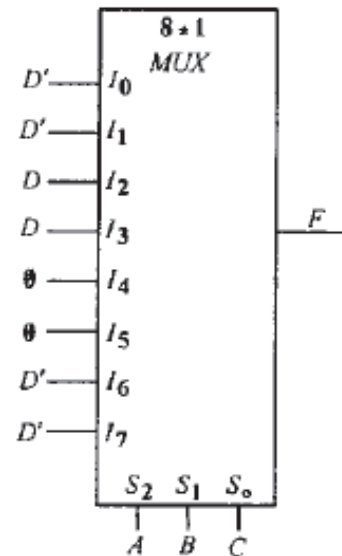
۴- تابع بولی زیر را با استفاده از یک مولتی پلکسر پیاده‌سازی کنید.

$$F(x, y, z, w) = \sum (0, 2, 5, 7, 12, 14)$$

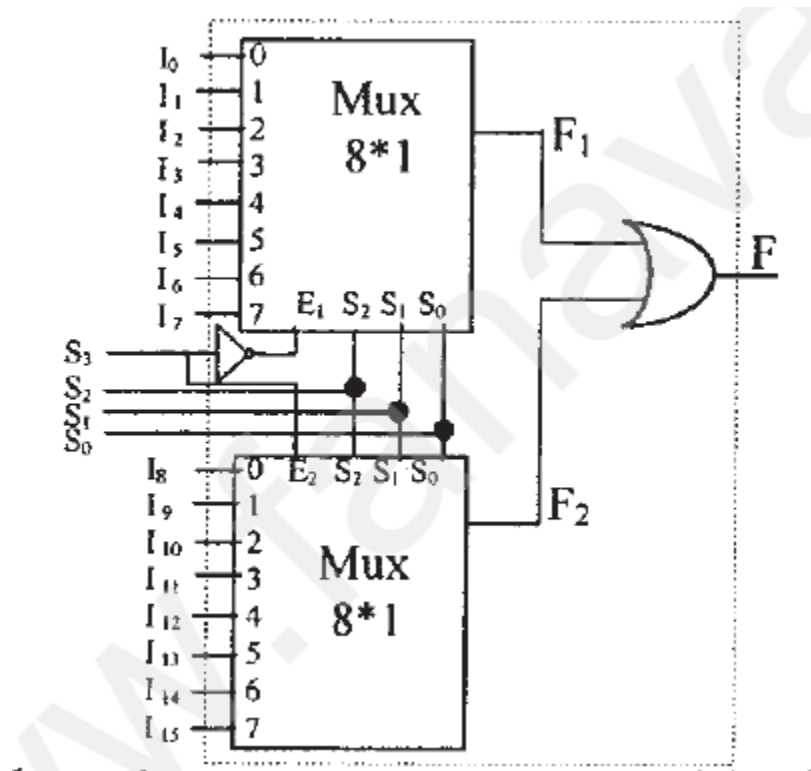
جواب : ابتدا جدول درستی تابع F را تشکیل می‌دهیم. سپس هر دو سطر متوالی را به عنوان یک دسته در نظر گرفته و در هر دسته رابطه F با D را معلوم می‌کنیم. F می‌تواند برابر D یا D' باشد. همچنین F می‌تواند رابطه‌ای با D نداشته باشد یعنی F برابر مقدار ثابت 0 و یا 1 باشد. به عنوان مثال در دو سطر اول $F = D'$ است زیرا مقادیر F و D معکوس یکدیگرند. سه متغیر اول (A, B, C) را به خطوط انتخاب مولتی پلکسر متصل می‌کنیم (A به S_2 ، B به S_1 و C به S_0). دو سطر اول

	A	B	C	D	F	
m_0	0	0	0	0	1	$F = D'$
m_1	0	0	0	1	0	
m_2	0	0	1	0	1	$F = D'$
m_3	0	0	1	1	0	
m_4	0	1	0	0	0	$F = D$
m_5	0	1	0	1	1	
m_6	0	1	1	0	0	$F = D$
m_7	0	1	1	1	1	
m_8	1	0	0	0	0	$F = 0$
m_9	1	0	0	1	0	
m_{10}	1	0	1	0	0	$F = 0$
m_{11}	1	0	1	1	0	
m_{12}	1	1	0	0	1	$F = D'$
m_{13}	1	1	0	1	0	
m_{14}	1	1	1	0	1	$F = D'$
m_{15}	1	1	1	1	0	

متناظر با خط I_0 از مولتی پلکسر هستند زیرا در این دو سطر $ABC = S_2S_1S_0 = 000$ می‌باشد به همین ترتیب دو سطر بعدی متناظر با I_1 هستند و ... بنابراین خط I_0 را به D' متصل می‌کنیم زیرا در دو سطر اول $F = D'$ است. بقیه خطوط نیز به همین ترتیب متصل می‌شوند.

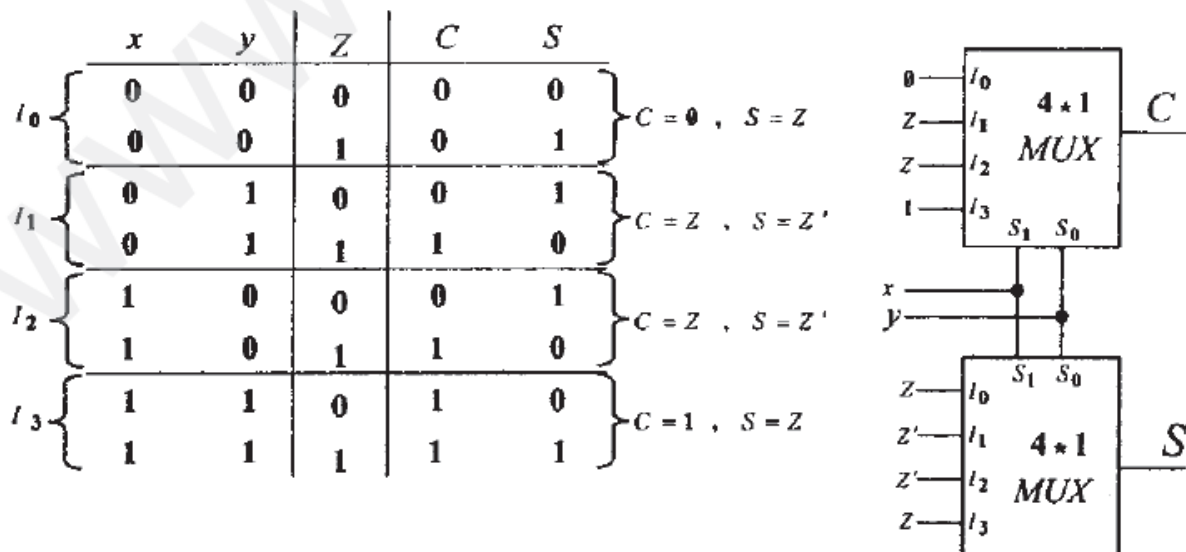


۵- یک مولتی پلکسر ۱۶ به ۱ را با دو مولتی پلکسر ۸ به ۱ پیاده‌سازی نمایید.



۶- یک جمع کننده کامل را با دو مولتی پلکسر ۴ به ۱ پیاده کنید.

جواب : ابتدا جدول درستی جمع کننده کامل را تشکیل داده هر دو سطر مجاور را به عنوان یک دسته در نظر می گیریم سپس مانند سوال 3 در هر دسته رابطه C و S را با آخرین متغیر (Z) مشخص می کنیم . متغیر های x و y را به ترتیب به S_1 و S_0 متصل می کنیم . در دسته اول که $S_0 = 00$ ، $S_1 = xy$ است ، $S = Z$ و $C = 0$ می باشد . بنابراین خط I_0 از مولتی پلکسر بالایی (که تابع C را پیاده سازی می کند) را به 0 و خط I_0 از مولتی پلکسر پایینی (که تابع S را پیاده سازی می کند) را به Z متصل می کنیم (دقت کنید که در هر دو مولتی پلکسر هنگامی که $S_0 = 00$ ، S_1 باشد خط I_0 به عنوان خروجی انتخاب می شود . اثر بقیه دسته ها نیز به همین صورت روی هر دو مولتی پلکسر اعمال شده است .



۷- یک مدار ترتیبی با دو فلیپ فلاپ D و معادلات زیر مشخص شده است که در آن A و B فلیپ فلاپها

هستند، x و y ورودی ها و z نیز خروجی می باشد. نمودار منطقی و نمودار حالت مرتبط را رسم کرده و

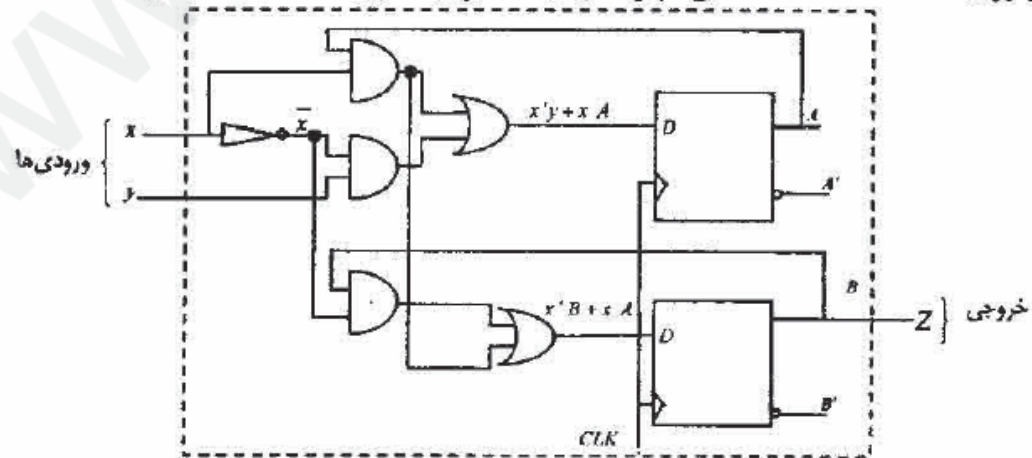
جدول حالت را برای مدار ترتیبی لیست کنید.

$$A(t+1) = x'y + xA$$

$$B(t+1) = x'B + xA$$

$$z = B$$

جواب : از روی معادلات داده شده می توان نمودار منطقی و جدول حالت را رسم کرد :



(نمودار مدار ترتیبی)

حالت فعلی		ورودی‌ها		حالت بعدی		خروجی
A	B	x	y	$A_{(i+1)}$	$B_{(i+1)}$	Z
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

(جدول حالت)

چون این مدار دارای 2 فلیپ فلاپ (A,B) و 2 ورودی (x,y) است لذا جدول حالت دارای 16 ردیف است $(2^2+2=2^4=16)$. مقادیر ستونهای $A_{(t+1)}$, $B_{(t+1)}$ و Z از روی معادلات داده شده بدست آمده اند. به عنوان مثال در سطر اول داریم:

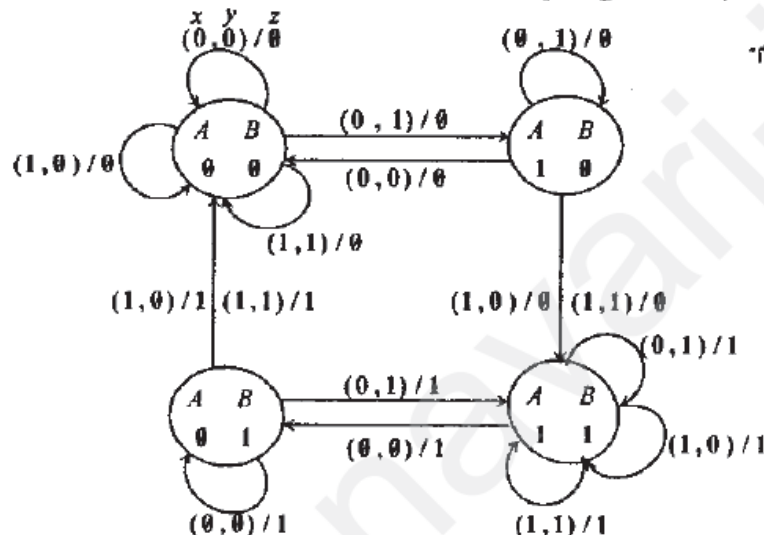
$$ABXY = 0000 \Rightarrow \begin{cases} A_{(t+1)} = XY + XA = 1.0 + 0.0 = 0 \\ B_{(t+1)} = X'B + XA = 1.0 + 0.0 = 0 \\ Z = B = 0 \end{cases}$$

همچنین در سطر هفتم داریم:

$$ABXY = 0110 \Rightarrow \begin{cases} A_{(t+1)} = XY + XA = 0.0 + 1.0 = 0 \\ B_{(t+1)} = X'B + XA = 0.1 + 1.0 = 0 \\ Z = B = 1 \end{cases}$$

در بقیه سطرها نیز مقادیر $A_{(t+1)}$, $B_{(t+1)}$, Z به همین صورت بدست می آیند. اکنون نمودار حالت را از روی جدول حالت بدست می آوریم: چون 2 فلیپ فلاپ (A,B) داریم لذا نمودار حالت دارای 4 حالت خواهد بود $(2^2=4)$ که آنها را بوسیله 4 دایره نشان می دهیم. به عنوان مثال در

سطر دوم جدول حالت $AB=00$, $A_{(t+1)} B_{(t+1)}=10$, $XY=01$ و $Z=0$ است یعنی هنگامی که فلیپ فلاپها در حالت $AB=00$ هستند و ورودیهای مدار $XY=01$ و خروجی $Z=0$ است در کلاک پالس بعدی فلیپ فلاپها به حالت $AB=10$ خواهند رفت بنابراین به ازای سطر دوم جدول در نمودار حالت یک خط جهت دار از حالت $AB=00$ به حالت $AB=10$ کشیده ورودی آن $(0,1)/0$ می نویسیم. به همین صورت به ازای بقیه سطرهای جدول در نمودار حالت خطوط لازم را رسم می کنیم.



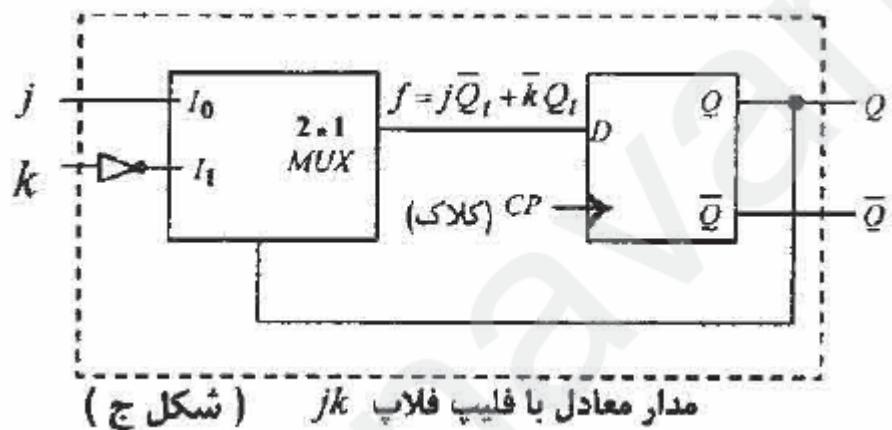
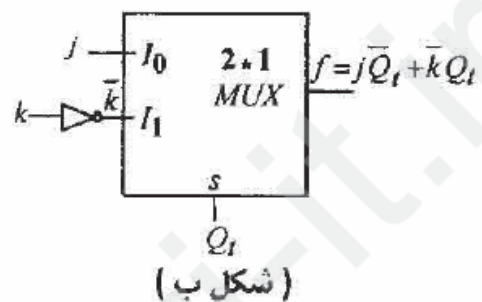
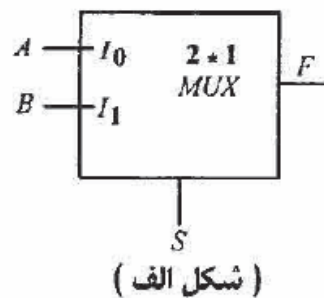
۸- با استفاده از فلیپ فلاپ D و یک مولتی پلکسر و یک وارونگر، یک فلیپ فلاپ JK بسازید.

جواب : می دانیم که معادله مشخصه فلیپ فلاپ D به صورت $Q_{t+1} = D$ و معادله مشخصه فلیپ فلاپ JK به صورت $Q_{t+1} = j\bar{Q}_t + kQ_t$ می باشد. در شکل (الف) یک مولتی پلکسر 2×1 به همراه جدول درستی آن رسم شده است. تابع خروجی این مولتی پلکسر به صورت $F = A\bar{S} + BS$ می باشد. بنابراین تابع خروجی مولتی پلکسر شکل (ب) به صورت $F = j\bar{Q}_t + kQ_t$ خواهد بود در شکل (ج) ورودی فلیپ فلاپ D تابع $F = j\bar{Q}_t + kQ_t$ می باشد و می دانیم که فلیپ فلاپ D فقط ورودی را به خروجی منتقل می کند (در لبه های مثبت یا منفی) بنابراین خروجی این فلیپ فلاپ به صورت $Q_{t+1} = j\bar{Q}_t + kQ_t$ خواهد بود که همان معادله مشخصه فلیپ فلاپ JK است.

s	f
0	A
1	B

↓

$f = A\bar{S} + BS$



۹- شمارنده ای با استفاده از فلیپ فلاپ JK و با رشته دودویی ۰ و ۱ و ۲ و ۴ و ۶ طراحی نمایید.

جواب: ابتدا جدول حالت شمارنده مورد نظر را تشکیل می دهیم (در صفحه بعد). این شمارنده به سه فلیپ فلاپ A, B, C احتیاج دارد. با توجه به جدول تحریک فلیپ فلاپ JK, ستونهای مربوط به "ورودی های فلیپ ها" را در جدول حالت کامل می کنیم به عنوان مثال در سطر اول, حالت فعلی و حالت بعدی فلیپ فلاپ A هر دو برابر 0 هستند لذا طبق جدول تحریک $J_A = 0, K_A = \times$ بدست خواهد آمد. در همین سطر حالت فعلی فلیپ فلاپ C برابر 0 و حالت بعدی آن 1 است لذا طبق جدول تحریک باید $J_C = 1, K_C = \times$ باشد. پس از کامل شدن جدول حالت می بینیم که در ستونهای $K_B, K_C = K_B = 1$ (بی اهمیت) لذا مقادیر بی اهمیت را برابر 1 فرض می کنیم و داریم $K_C = K_B = 1$ اما توابع J_A, J_B, K_A, J_C را بوسیله نقشه های کارنو سه متغیره بدست می آوریم. دقت کنید که در مربع های شماره 3, 5, 7 علامت \times قرار می دهیم زیرا شمارنده این ارقام را نمی شمارد و لذا این ارقام بی اهمیت اند.

بی نهایت بی نهایت

	حالت فعلی	حالت بعدی	ورودی های فلیپ فلاپها					
	A B C	A B C	J_A K_A		J_B K_B		J_C K_C	
m_0	(0 0 0) = 0	(0 0 1) = 1	0	×	0	×	1	×
m_1	(0 0 1) = 1	(0 1 0) = 2	0	×	1	×	×	1
m_2	(0 1 0) = 2	(1 0 0) = 4	1	×	×	1	0	×
m_4	(1 0 0) = 4	(1 1 0) = 6	×	0	1	×	0	×
m_6	(1 1 0) = 6	(0 0 0) = 0	×	1	×	1	0	×

(جدول حالت شمارنده)

$A_t \rightarrow A_{t+1}$	J	K
0 \rightarrow 0	0	\times
0 \rightarrow 1	1	\times
1 \rightarrow 0	\times	1
1 \rightarrow 1	\times	0

(جدول تحریک فلیپ فلاپ JK)

0	1	3	2
x	x	x	x
4	5	7	6

$$J_A = B$$

	\overline{B}	B	
\overline{A}	x	x	x
A	x	x	1
	\overline{C}	C	\overline{C}

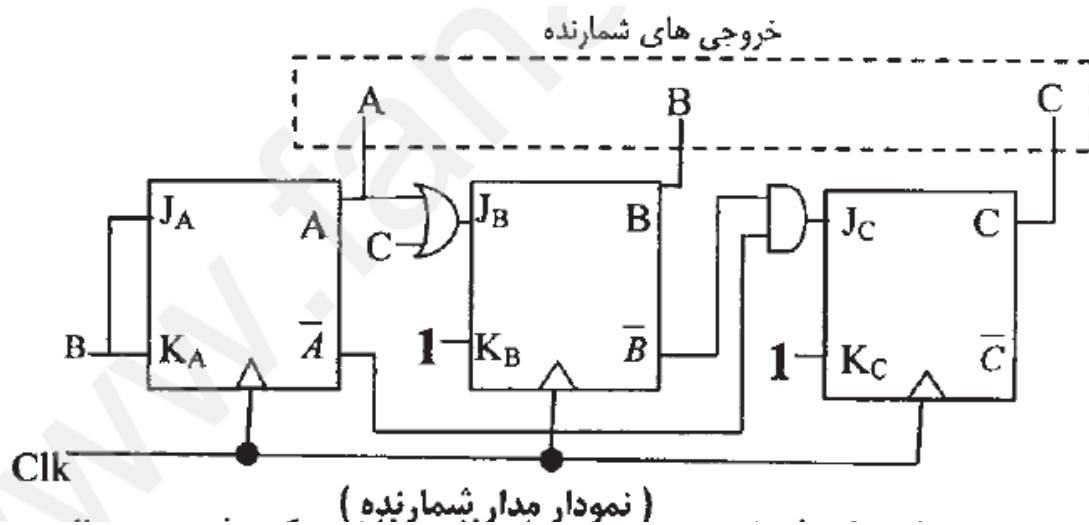
$$K_A = B$$

	\overline{B}	B	
\overline{A}		1	x
A	1	x	x
	\overline{C}	C	\overline{C}

$$J_B = A + C$$

	\overline{B}	B	
\overline{A}	1	x	x
A	x	x	x
	\overline{C}	C	\overline{C}

$$J_C = \overline{A}B$$



۱۰- با فلیپ فلاپ نوع T شمارنده‌ای طراحی کنید تا اعداد باینری ۰۰۰ تا ۱۱۰ را شمارش نموده و

دوباره به ۰۰۰ بازگردد.

۱۱- یک مدار ترتیبی با استفاده از دو فلیپ فلاپ T به نام A و B و یک ورودی x طراحی نمایید به

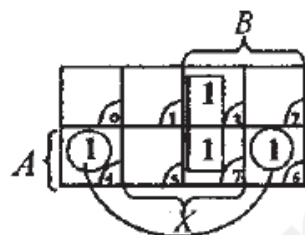
طوری که وقتی ورودی x صفر است حالت مدار ثابت بماند و اگر x یک شد مدار به ترتیب به حالات ۰۰،

۰۱، ۱۰ و ۱۱ رفته و این سری تکرار گردد.

جواب : ابتدا جدول حالت مدار را با استفاده از اطلاعات داده شده ، تشکیل می دهیم . چون مدار دو فلیپ فلاپ و یک ورودی دارد دارای ۸ سطر است ($2^{2+1} = 2^3 = 8$). در هر سطری که $X = 0$ است ، $A_{(t+1)} = A_t$ و $B_{(t+1)} = B_t$ خواهد بود یعنی فلیپ فلاپها در همان حالت قبلی باقی می مانند . در سطرهایی که $X = 1$ است اگر $A_t B_t = 00$ باشد $A_{t+1} B_{t+1} = 01$ خواهد بود اگر $A_t B_t = 01$ باشد ، $A_{t+1} B_{t+1} = 11$ و اگر $A_t B_t = 11$ باشد ، $A_{t+1} B_{t+1} = 10$ و اگر $A_t B_t = 10$ باشد ، $A_{t+1} B_{t+1} = 00$ خواهد بود.

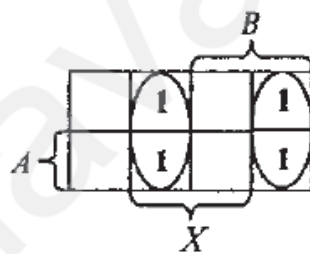
	حالت فعلی		ورودی	A_{t+1}	B_{t+1}
	$A = A_t$	$B = B_t$	X		
m_0	0	0	0	0	0
m_1	0	0	1	0	1
m_2	0	1	0	0	1
m_3	0	1	1	1	1
m_4	1	0	0	1	0
m_5	1	0	1	0	0
m_6	1	1	0	1	1
m_7	1	1	1	1	0

اکنون بوسیله نقشه های کارنو معادله های حالت A_{t+1} و B_{t+1} را بر حسب X, B, A بدست می آوریم :



$$A_{t+1} = Bx + A\bar{x}$$

(رابطه 2)



$$B_{t+1} = \bar{A}x + B\bar{x}$$

(رابطه 1)

معادله مشخصه فلیپ فلاپ D به صورت $A_{t+1} = D$ است که در آن مقدار ورودی فلیپ فلاپ می باشد لذا در فلیپ فلاپ نوع D معادله حالت (A_{t+1}) برابر معادله ورودی فلیپ فلاپ است. بنابراین برای رسم نمودار مدار، بدست آوردن معادلات حالت (روابط 1, 2) کافی است:

