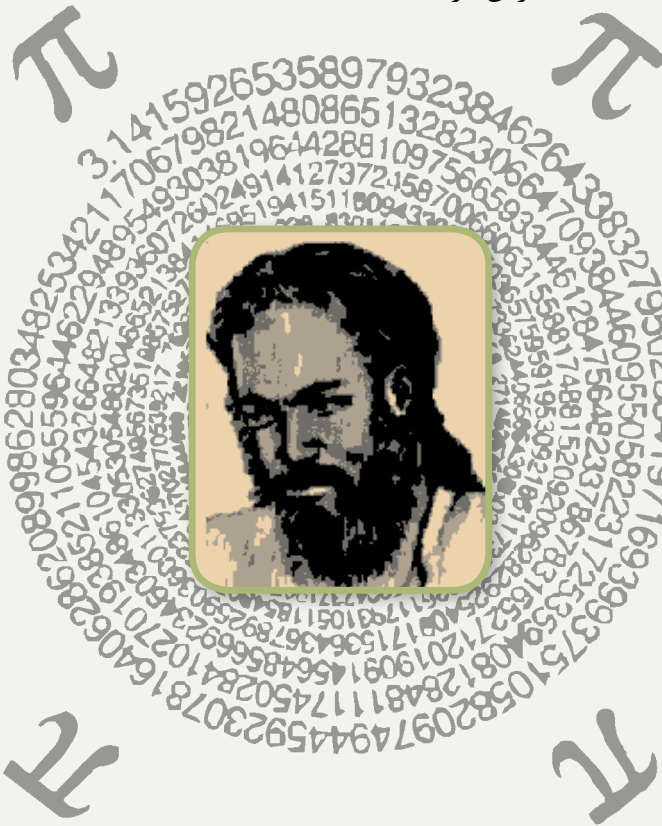




عددهای حقیقی

«... وَ أَحَاطَ بِمَا لَدَيْهِمْ وَ أَحْصَى كُلَّ شَيْءٍ عَدَدًا»
 «... و او (خداوند) به آنچه نزد آنهاست احاطه دارد و همه چیز را به عدد
 شمارش کرده است.» (سوره جن، آیه ۲۸)



غیاث‌الدین جمشید کاشانی زبردست‌ترین حسابدان، برجسته‌ترین ریاضی‌دان دوره اسلامی و از بزرگ‌ترین
 مفاخر تاریخ ایران به شمار می‌رود. کاشانی به روشی کاملاً خلاقانه و از طریق محاسبه و مقایسه محیط
 چندضلعی‌های محاطی و محیطی توانست عدد π که عددی **حقیقی** و **گنگ** است را تا ۱۶ رقم بعد از اعشار
 محاسبه کند که تا حدود ۱۵۰ سال پس از وی کسی در جهان نتوانست با دقت بهتری آن را محاسبه کند. او در
 ابتدای رساله محیطیه خود به زبان ریاضی به نام خدا را چنین بیان می‌کند:
 «به نام او که از اندازه نسبت محیط دایره به قطرش آگاه است.»

فعالیت

۱- در فصل گذشته با نمایش‌های مختلف مجموعه‌های اعداد آشنا شدید. عبارت‌های زیر را مانند نمونه کامل کنید:

ردیف	عبارت کلامی	زبان نمادین	محور
۱	عددهای طبیعی بیشتر یا مساوی ۳	$\{x \in \mathbb{N} x \geq 3\}$ $\{3, 4, 5, \dots\}$	
۲	عددهای حسابی	$\{x \in \mathbb{W} x \leq 2\}$ $\{_____\}$	
۳	عددهای صحیح بین -۳ و ۲	$\{x \in \mathbb{Z} _____\}$ $\{_____\}$	
۴	عددهای صحیح بزرگ‌تر از -۱	$\{_____\}$ $\{_____\}$	

نامساوی $x \geq 3$ برای کدام یک از عددهای زیر درست است؟

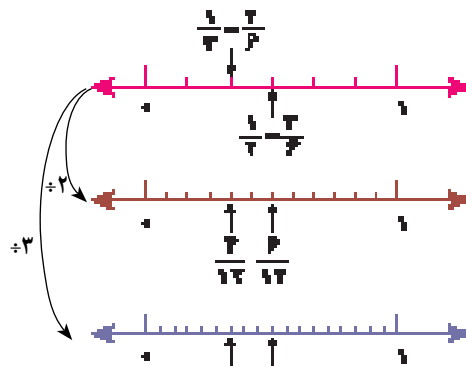
۱، ۲، ۳، ۴، ۵

۲- می‌خواهیم بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ چند کسر بنویسیم. روش‌های مختلفی را که چهار دانش‌آموز نوشته‌اند، بررسی و کامل کنید؛ راه حل هر کدام را توضیح دهید.

روش بهار

روش

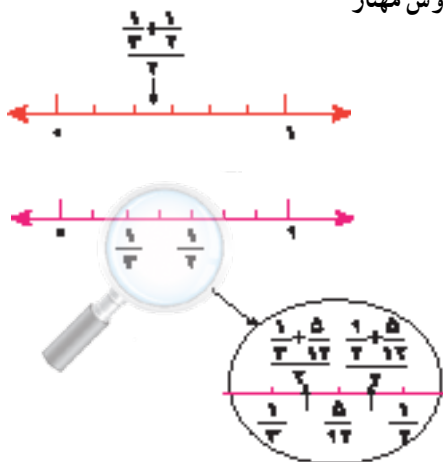
$$\begin{array}{l}
 \frac{1}{3} < ? < \frac{1}{2} \\
 \frac{2}{6} < ? < \frac{3}{6} \\
 \xrightarrow{\times 2} \frac{4}{12} < \frac{5}{12} < \frac{6}{12} \\
 \xrightarrow{\times 3} \frac{6}{18} < \frac{7}{18} < \frac{8}{18} < \frac{9}{18}
 \end{array}$$



$$\frac{1}{3} < ? < \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{2} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{1}{2}$$



الف) با یکی از روش‌ها توضیح دهید که چرا بین دو کسر می‌توان بیشمار، کسر پیدا کرد.

ب) آیا مجموعه عددهای گویا را می‌توان با نوشتن عضوها نشان داد؟ چرا؟

ج) آیا می‌توان مجموعه عددهای گویا را با محور اعداد نمایش داد؟

د) عددهای گویا را به زبان نمادین معرفی کنید.

$$\left\{ \frac{a}{b} \mid \right\}$$

کار در کلاس

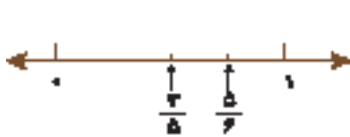
۱- بین $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{4}$ سه کسر پیدا کنید؛ روش خود را توضیح دهید.

۲- بین $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{2}$ دو کسر پیدا کنید؛ روش خود را توضیح دهید.

فعالیت

۱- می‌خواهیم کسرهای $\frac{3}{5}$ و $\frac{5}{6}$ و $\frac{7}{8}$ و $\frac{5}{9}$ را به ترتیب از کوچک به بزرگ بنویسیم.

روش‌های مختلفی را که دانش‌آموزان به کار برده‌اند با هم مقایسه کنید؛ هر کدام را توضیح دهید و در صورت لزوم کامل کنید.



روش شاهد: شاهد به صورت تقریبی کسرها $\frac{3}{5}$ و $\frac{5}{6}$ را روی محور مشخص کرده است. آیا به نظر شما استفاده از این روش برای نمایش دو کسر دیگر مناسب است؟

روش مرتضی: مرتضی مخرج مشترک کسرها را پیدا کرد و با هم مخرج کردن کسرها، آنها را مقایسه می کند. توضیح دهید که عدد 360° چگونه به دست می آید. کار مرتضی را کامل کنید:

$$\frac{5}{9} = \frac{\quad}{360}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{\quad}{\quad}$$

روش مجید: مجید به کمک ماشین حساب، نمایش اعشاری هر کسر را تا دو رقم اعشار نوشت. شما کار او را کامل، و کسرها را مقایسه کنید:

$$\frac{5}{9} \approx 0.55$$

$$\frac{7}{8} \approx$$

$$\frac{5}{6} \approx$$

$$\frac{3}{5} \approx$$

در مورد روش های مختلف و ویژگی های هر کدام در کلاس گفت و گو کنید.

۲- با کمک ماشین حساب، نمایش اعشاری کسرها را تا دو رقم اعشار بنویسید:

$$\frac{1}{7} \approx$$

$$\frac{1}{9} \approx$$

$$\frac{7}{6} \approx$$

$$\frac{1}{5} \approx$$

$$\frac{1}{3} \approx$$

$$\frac{3}{8} \approx$$

الف) ماشین حساب شما تا چند رقم را روی صفحه نمایش نشان می دهد؟

ب) بین مقدارهای اعشاری این کسرها چه تفاوتی هست؟

$$1 \div 3 = 0.33333$$

در نمایش اعشاری کسر $\frac{1}{3}$ ، رقم ۳ به طور متناوب تکرار می شود و انتها ندارد؛ ولی نمایش اعشاری کسر $\frac{1}{5}$ متناهی یا مختوم است؛ چون تمام رقم های اعشار آن مشخص است و به انتها می رسد. از نماد زیر برای نمایش عددهای اعشاری متناوب استفاده می کنیم:

$$\frac{1}{3} = 0.3333\ldots = 0.\overline{3}$$

$$\frac{7}{6} = 1.1666\ldots = 1.\overline{16}$$

نمایش اعشاری هر یک از کسره‌های زیر را بنویسید :

$$\frac{5}{11} =$$

$$\frac{7}{9} =$$

$$\frac{5}{6} =$$

$$\frac{7}{22} =$$

$$\frac{3}{20} =$$

$$\frac{5}{16} =$$

اگر به نمایش اعشاری کسره‌های بالا دقت کنید، خواهید دید که فقط کسره‌هایی نمایش اعشاری مختوم دارد که (پس از ساده شدن) مخرج آنها شمارنده اولی به جز ۲ و ۵ ندارد.

تمرین

۱- پس از محاسبه هر قسمت، کسر مرکب را تا حد امکان ساده کنید :

$$1 + \frac{3}{2}$$

$$-1 + \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{5}{6} \div 2\frac{1}{2}$$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$(-2\frac{5}{6} + 3\frac{1}{2}) \div (-1 - \frac{1}{9})$$

$$\frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{5}{5} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2}} \div 5\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{-5}{6} \div \frac{7}{3} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3}$$

$$-2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3} + 4\frac{7}{12}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{7}{8} \div (2 \div \frac{-6}{5})$$

$$\frac{1}{-1 - \frac{1}{-1 - \frac{1}{3}}}$$

۳- عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید :

الف) $\frac{7}{8}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 2, -3\frac{5}{6}$

ب) $\frac{16}{7}, -\frac{3}{4}, 2/75, -\frac{5}{6}, 4\frac{3}{5}, \frac{56}{13}$

۴- بین هر دو کسر، سه کسر بنویسید.

الف) $\frac{10}{11}, \frac{12}{13}$

ب) $0, -\frac{1}{3}$

فعالیت



۱- پنج عدد بین ۱ و ۲ معرفی کنید و آنها را

روی محور نمایش دهید.

۲- با توجه به اینکه مقدار تقریبی $\sqrt{2}$ مساوی $1/4$ است، آن را روی محور نشان دهید.

۳- معلم از دانش‌آموزان خواست با ماشین حساب، مقدار تقریبی عدد $\sqrt{2}$ را بنویسند. با توجه به اینکه دانش‌آموزان از ماشین حساب‌های مختلف استفاده می‌کردند، تعداد رقم‌هایی که نوشته بودند متفاوت بود. سه نمونه از صفحه نمایش ماشین حساب‌ها را در زیر می‌بینید. با توجه به آنها به سؤال‌ها پاسخ دهید:

1.4142136 1.414213562

1.41421356237

– چرا در ماشین حساب ۸ رقمی، رقم آخر با رقم مشابه در ماشین حساب ۱۲ رقمی تفاوت دارد.

– چرا این تفاوت در ماشین حساب‌های ۱۰ رقمی و ۱۲ رقمی دیده نمی‌شود؟

– با توجه به عددی که ماشین حساب ۱۲ رقمی نشان می‌دهد، آیا تناوب (تکرار منظم) در

رقم‌های اعشاری دیده می‌شود؟

– مقدار تقریبی $\sqrt{2}$ ، تا ۱۵ رقم اعشار محاسبه، و در زیر نوشته شده است:

1.414213562373095

آیا در ۱۵ رقم نشان داده شده برای $\sqrt{2}$ ، تناوبی می‌بینید؟

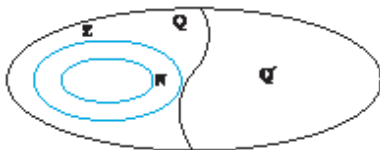
عددهایی مانند $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{5}$ ، $\sqrt{7}$ ، $\sqrt{11}$ ، $\sqrt{13}$ ، $\sqrt{17}$ ، $\sqrt{19}$ ، $\sqrt{23}$ ، $\sqrt{29}$ ، $\sqrt{31}$ ، $\sqrt{37}$ ، $\sqrt{41}$ ، $\sqrt{43}$ ، $\sqrt{47}$ ، $\sqrt{53}$ ، $\sqrt{59}$ ، $\sqrt{61}$ ، $\sqrt{67}$ ، $\sqrt{71}$ ، $\sqrt{73}$ ، $\sqrt{79}$ ، $\sqrt{83}$ ، $\sqrt{89}$ ، $\sqrt{97}$ ، $\sqrt{101}$ ، $\sqrt{103}$ ، $\sqrt{107}$ ، $\sqrt{109}$ ، $\sqrt{113}$ ، $\sqrt{127}$ ، $\sqrt{131}$ ، $\sqrt{137}$ ، $\sqrt{139}$ ، $\sqrt{143}$ ، $\sqrt{149}$ ، $\sqrt{151}$ ، $\sqrt{157}$ ، $\sqrt{163}$ ، $\sqrt{167}$ ، $\sqrt{173}$ ، $\sqrt{179}$ ، $\sqrt{181}$ ، $\sqrt{187}$ ، $\sqrt{191}$ ، $\sqrt{193}$ ، $\sqrt{197}$ ، $\sqrt{199}$ ، $\sqrt{211}$ ، $\sqrt{223}$ ، $\sqrt{227}$ ، $\sqrt{229}$ ، $\sqrt{233}$ ، $\sqrt{239}$ ، $\sqrt{241}$ ، $\sqrt{251}$ ، $\sqrt{257}$ ، $\sqrt{263}$ ، $\sqrt{269}$ ، $\sqrt{271}$ ، $\sqrt{277}$ ، $\sqrt{281}$ ، $\sqrt{283}$ ، $\sqrt{293}$ ، $\sqrt{307}$ ، $\sqrt{311}$ ، $\sqrt{313}$ ، $\sqrt{317}$ ، $\sqrt{331}$ ، $\sqrt{337}$ ، $\sqrt{347}$ ، $\sqrt{349}$ ، $\sqrt{353}$ ، $\sqrt{359}$ ، $\sqrt{367}$ ، $\sqrt{373}$ ، $\sqrt{379}$ ، $\sqrt{383}$ ، $\sqrt{389}$ ، $\sqrt{397}$ ، $\sqrt{401}$ ، $\sqrt{409}$ ، $\sqrt{419}$ ، $\sqrt{421}$ ، $\sqrt{431}$ ، $\sqrt{433}$ ، $\sqrt{439}$ ، $\sqrt{443}$ ، $\sqrt{449}$ ، $\sqrt{457}$ ، $\sqrt{461}$ ، $\sqrt{463}$ ، $\sqrt{467}$ ، $\sqrt{479}$ ، $\sqrt{487}$ ، $\sqrt{491}$ ، $\sqrt{499}$ ، $\sqrt{503}$ ، $\sqrt{509}$ ، $\sqrt{521}$ ، $\sqrt{523}$ ، $\sqrt{541}$ ، $\sqrt{547}$ ، $\sqrt{557}$ ، $\sqrt{563}$ ، $\sqrt{569}$ ، $\sqrt{571}$ ، $\sqrt{577}$ ، $\sqrt{587}$ ، $\sqrt{593}$ ، $\sqrt{599}$ ، $\sqrt{601}$ ، $\sqrt{607}$ ، $\sqrt{613}$ ، $\sqrt{617}$ ، $\sqrt{619}$ ، $\sqrt{623}$ ، $\sqrt{629}$ ، $\sqrt{631}$ ، $\sqrt{637}$ ، $\sqrt{641}$ ، $\sqrt{643}$ ، $\sqrt{647}$ ، $\sqrt{653}$ ، $\sqrt{659}$ ، $\sqrt{661}$ ، $\sqrt{667}$ ، $\sqrt{671}$ ، $\sqrt{673}$ ، $\sqrt{677}$ ، $\sqrt{683}$ ، $\sqrt{689}$ ، $\sqrt{691}$ ، $\sqrt{697}$ ، $\sqrt{701}$ ، $\sqrt{709}$ ، $\sqrt{713}$ ، $\sqrt{719}$ ، $\sqrt{727}$ ، $\sqrt{733}$ ، $\sqrt{739}$ ، $\sqrt{743}$ ، $\sqrt{749}$ ، $\sqrt{757}$ ، $\sqrt{761}$ ، $\sqrt{769}$ ، $\sqrt{773}$ ، $\sqrt{779}$ ، $\sqrt{787}$ ، $\sqrt{793}$ ، $\sqrt{797}$ ، $\sqrt{809}$ ، $\sqrt{811}$ ، $\sqrt{817}$ ، $\sqrt{821}$ ، $\sqrt{823}$ ، $\sqrt{827}$ ، $\sqrt{829}$ ، $\sqrt{833}$ ، $\sqrt{839}$ ، $\sqrt{841}$ ، $\sqrt{847}$ ، $\sqrt{853}$ ، $\sqrt{857}$ ، $\sqrt{859}$ ، $\sqrt{863}$ ، $\sqrt{869}$ ، $\sqrt{871}$ ، $\sqrt{877}$ ، $\sqrt{881}$ ، $\sqrt{883}$ ، $\sqrt{887}$ ، $\sqrt{893}$ ، $\sqrt{897}$ ، $\sqrt{901}$ ، $\sqrt{907}$ ، $\sqrt{911}$ ، $\sqrt{913}$ ، $\sqrt{917}$ ، $\sqrt{919}$ ، $\sqrt{923}$ ، $\sqrt{929}$ ، $\sqrt{931}$ ، $\sqrt{937}$ ، $\sqrt{941}$ ، $\sqrt{943}$ ، $\sqrt{947}$ ، $\sqrt{953}$ ، $\sqrt{959}$ ، $\sqrt{961}$ ، $\sqrt{967}$ ، $\sqrt{971}$ ، $\sqrt{973}$ ، $\sqrt{977}$ ، $\sqrt{983}$ ، $\sqrt{989}$ ، $\sqrt{991}$ ، $\sqrt{993}$ ، $\sqrt{997}$ ، $\sqrt{1003}$ ، $\sqrt{1009}$ ، $\sqrt{1013}$ ، $\sqrt{1019}$ ، $\sqrt{1021}$ ، $\sqrt{1023}$ ، $\sqrt{1027}$ ، $\sqrt{1029}$ ، $\sqrt{1033}$ ، $\sqrt{1039}$ ، $\sqrt{1043}$ ، $\sqrt{1049}$ ، $\sqrt{1051}$ ، $\sqrt{1057}$ ، $\sqrt{1059}$ ، $\sqrt{1063}$ ، $\sqrt{1069}$ ، $\sqrt{1071}$ ، $\sqrt{1073}$ ، $\sqrt{1077}$ ، $\sqrt{1079}$ ، $\sqrt{1081}$ ، $\sqrt{1087}$ ، $\sqrt{1089}$ ، $\sqrt{1091}$ ، $\sqrt{1093}$ ، $\sqrt{1097}$ ، $\sqrt{1099}$ ، $\sqrt{1103}$ ، $\sqrt{1109}$ ، $\sqrt{1113}$ ، $\sqrt{1117}$ ، $\sqrt{1119}$ ، $\sqrt{1123}$ ، $\sqrt{1129}$ ، $\sqrt{1131}$ ، $\sqrt{1137}$ ، $\sqrt{1141}$ ، $\sqrt{1143}$ ، $\sqrt{1147}$ ، $\sqrt{1153}$ ، $\sqrt{1159}$ ، $\sqrt{1161}$ ، $\sqrt{1163}$ ، $\sqrt{1167}$ ، $\sqrt{1169}$ ، $\sqrt{1171}$ ، $\sqrt{1173}$ ، $\sqrt{1177}$ ، $\sqrt{1179}$ ، $\sqrt{1181}$ ، $\sqrt{1183}$ ، $\sqrt{1187}$ ، $\sqrt{1189}$ ، $\sqrt{1191}$ ، $\sqrt{1193}$ ، $\sqrt{1197}$ ، $\sqrt{1199}$ ، $\sqrt{1201}$ ، $\sqrt{1203}$ ، $\sqrt{1207}$ ، $\sqrt{1209}$ ، $\sqrt{1211}$ ، $\sqrt{1213}$ ، $\sqrt{1217}$ ، $\sqrt{1219}$ ، $\sqrt{1223}$ ، $\sqrt{1229}$ ، $\sqrt{1231}$ ، $\sqrt{1237}$ ، $\sqrt{1241}$ ، $\sqrt{1243}$ ، $\sqrt{1247}$ ، $\sqrt{1253}$ ، $\sqrt{1259}$ ، $\sqrt{1261}$ ، $\sqrt{1263}$ ، $\sqrt{1267}$ ، $\sqrt{1269}$ ، $\sqrt{1271}$ ، $\sqrt{1273}$ ، $\sqrt{1277}$ ، $\sqrt{1279}$ ، $\sqrt{1281}$ ، $\sqrt{1283}$ ، $\sqrt{1287}$ ، $\sqrt{1289}$ ، $\sqrt{1291}$ ، $\sqrt{1293}$ ، $\sqrt{1297}$ ، $\sqrt{1299}$ ، $\sqrt{1301}$ ، $\sqrt{1303}$ ، $\sqrt{1307}$ ، $\sqrt{1309}$ ، $\sqrt{1311}$ ، $\sqrt{1313}$ ، $\sqrt{1317}$ ، $\sqrt{1319}$ ، $\sqrt{1321}$ ، $\sqrt{1323}$ ، $\sqrt{1327}$ ، $\sqrt{1329}$ ، $\sqrt{1331}$ ، $\sqrt{1337}$ ، $\sqrt{1341}$ ، $\sqrt{1343}$ ، $\sqrt{1347}$ ، $\sqrt{1353}$ ، $\sqrt{1359}$ ، $\sqrt{1361}$ ، $\sqrt{1363}$ ، $\sqrt{1367}$ ، $\sqrt{1369}$ ، $\sqrt{1371}$ ، $\sqrt{1373}$ ، $\sqrt{1377}$ ، $\sqrt{1379}$ ، $\sqrt{1381}$ ، $\sqrt{1383}$ ، $\sqrt{1387}$ ، $\sqrt{1389}$ ، $\sqrt{1391}$ ، $\sqrt{1393}$ ، $\sqrt{1397}$ ، $\sqrt{1399}$ ، $\sqrt{1401}$ ، $\sqrt{1403}$ ، $\sqrt{1407}$ ، $\sqrt{1409}$ ، $\sqrt{1411}$ ، $\sqrt{1413}$ ، $\sqrt{1417}$ ، $\sqrt{1419}$ ، $\sqrt{1421}$ ، $\sqrt{1423}$ ، $\sqrt{1427}$ ، $\sqrt{1429}$ ، $\sqrt{1431}$ ، $\sqrt{1433}$ ، $\sqrt{1437}$ ، $\sqrt{1441}$ ، $\sqrt{1443}$ ، $\sqrt{1447}$ ، $\sqrt{1453}$ ، $\sqrt{1459}$ ، $\sqrt{1461}$ ، $\sqrt{1463}$ ، $\sqrt{1467}$ ، $\sqrt{1469}$ ، $\sqrt{1471}$ ، $\sqrt{1473}$ ، $\sqrt{1477}$ ، $\sqrt{1479}$ ، $\sqrt{1481}$ ، $\sqrt{1483}$ ، $\sqrt{1487}$ ، $\sqrt{1489}$ ، $\sqrt{1491}$ ، $\sqrt{1493}$ ، $\sqrt{1497}$ ، $\sqrt{1499}$ ، $\sqrt{1501}$ ، $\sqrt{1503}$ ، $\sqrt{1507}$ ، $\sqrt{1509}$ ، $\sqrt{1511}$ ، $\sqrt{1513}$ ، $\sqrt{1517}$ ، $\sqrt{1519}$ ، $\sqrt{1521}$ ، $\sqrt{1523}$ ، $\sqrt{1527}$ ، $\sqrt{1529}$ ، $\sqrt{1531}$ ، $\sqrt{1537}$ ، $\sqrt{1541}$ ، $\sqrt{1543}$ ، $\sqrt{1547}$ ، $\sqrt{1553}$ ، $\sqrt{1559}$ ، $\sqrt{1561}$ ، $\sqrt{1563}$ ، $\sqrt{1567}$ ، $\sqrt{1569}$ ، $\sqrt{1571}$ ، $\sqrt{1573}$ ، $\sqrt{1577}$ ، $\sqrt{1579}$ ، $\sqrt{1581}$ ، $\sqrt{1583}$ ، $\sqrt{1587}$ ، $\sqrt{1589}$ ، $\sqrt{1591}$ ، $\sqrt{1593}$ ، $\sqrt{1597}$ ، $\sqrt{1599}$ ، $\sqrt{1601}$ ، $\sqrt{1603}$ ، $\sqrt{1607}$ ، $\sqrt{1609}$ ، $\sqrt{1611}$ ، $\sqrt{1613}$ ، $\sqrt{1617}$ ، $\sqrt{1619}$ ، $\sqrt{1621}$ ، $\sqrt{1623}$ ، $\sqrt{1627}$ ، $\sqrt{1629}$ ، $\sqrt{1631}$ ، $\sqrt{1637}$ ، $\sqrt{1641}$ ، $\sqrt{1643}$ ، $\sqrt{1647}$ ، $\sqrt{1653}$ ، $\sqrt{1659}$ ، $\sqrt{1661}$ ، $\sqrt{1663}$ ، $\sqrt{1667}$ ، $\sqrt{1669}$ ، $\sqrt{1671}$ ، $\sqrt{1673}$ ، $\sqrt{1677}$ ، $\sqrt{1679}$ ، $\sqrt{1681}$ ، $\sqrt{1683}$ ، $\sqrt{1687}$ ، $\sqrt{1689}$ ، $\sqrt{1691}$ ، $\sqrt{1693}$ ، $\sqrt{1697}$ ، $\sqrt{1699}$ ، $\sqrt{1701}$ ، $\sqrt{1703}$ ، $\sqrt{1707}$ ، $\sqrt{1709}$ ، $\sqrt{1711}$ ، $\sqrt{1713}$ ، $\sqrt{1717}$ ، $\sqrt{1719}$ ، $\sqrt{1721}$ ، $\sqrt{1723}$ ، $\sqrt{1727}$ ، $\sqrt{1729}$ ، $\sqrt{1731}$ ، $\sqrt{1733}$ ، $\sqrt{1737}$ ، $\sqrt{1741}$ ، $\sqrt{1743}$ ، $\sqrt{1747}$ ، $\sqrt{1753}$ ، $\sqrt{1759}$ ، $\sqrt{1761}$ ، $\sqrt{1763}$ ، $\sqrt{1767}$ ، $\sqrt{1769}$ ، $\sqrt{1771}$ ، $\sqrt{1773}$ ، $\sqrt{1777}$ ، $\sqrt{1779}$ ، $\sqrt{1781}$ ، $\sqrt{1783}$ ، $\sqrt{1787}$ ، $\sqrt{1789}$ ، $\sqrt{1791}$ ، $\sqrt{1793}$ ، $\sqrt{1797}$ ، $\sqrt{1799}$ ، $\sqrt{1801}$ ، $\sqrt{1803}$ ، $\sqrt{1807}$ ، $\sqrt{1809}$ ، $\sqrt{1811}$ ، $\sqrt{1813}$ ، $\sqrt{1817}$ ، $\sqrt{1819}$ ، $\sqrt{1821}$ ، $\sqrt{1823}$ ، $\sqrt{1827}$ ، $\sqrt{1829}$ ، $\sqrt{1831}$ ، $\sqrt{1837}$ ، $\sqrt{1841}$ ، $\sqrt{1843}$ ، $\sqrt{1847}$ ، $\sqrt{1853}$ ، $\sqrt{1859}$ ، $\sqrt{1861}$ ، $\sqrt{1863}$ ، $\sqrt{1867}$ ، $\sqrt{1869}$ ، $\sqrt{1871}$ ، $\sqrt{1873}$ ، $\sqrt{1877}$ ، $\sqrt{1879}$ ، $\sqrt{1881}$ ، $\sqrt{1883}$ ، $\sqrt{1887}$ ، $\sqrt{1889}$ ، $\sqrt{1891}$ ، $\sqrt{1893}$ ، $\sqrt{1897}$ ، $\sqrt{1899}$ ، $\sqrt{1901}$ ، $\sqrt{1903}$ ، $\sqrt{1907}$ ، $\sqrt{1909}$ ، $\sqrt{1911}$ ، $\sqrt{1913}$ ، $\sqrt{1917}$ ، $\sqrt{1919}$ ، $\sqrt{1921}$ ، $\sqrt{1923}$ ، $\sqrt{1927}$ ، $\sqrt{1929}$ ، $\sqrt{1931}$ ، $\sqrt{1937}$ ، $\sqrt{1941}$ ، $\sqrt{1943}$ ، $\sqrt{1947}$ ، $\sqrt{1953}$ ، $\sqrt{1959}$ ، $\sqrt{1961}$ ، $\sqrt{1963}$ ، $\sqrt{1967}$ ، $\sqrt{1969}$ ، $\sqrt{1971}$ ، $\sqrt{1973}$ ، $\sqrt{1977}$ ، $\sqrt{1979}$ ، $\sqrt{1981}$ ، $\sqrt{1983}$ ، $\sqrt{1987}$ ، $\sqrt{1989}$ ، $\sqrt{1991}$ ، $\sqrt{1993}$ ، $\sqrt{1997}$ ، $\sqrt{1999}$ ، $\sqrt{2001}$ ، $\sqrt{2003}$ ، $\sqrt{2007}$ ، $\sqrt{2009}$ ، $\sqrt{2011}$ ، $\sqrt{2013}$ ، $\sqrt{2017}$ ، $\sqrt{2019}$ ، $\sqrt{2021}$ ، $\sqrt{2023}$ ، $\sqrt{2027}$ ، $\sqrt{2029}$ ، $\sqrt{2031}$ ، $\sqrt{2037}$ ، $\sqrt{2041}$ ، $\sqrt{2043}$ ، $\sqrt{2047}$ ، $\sqrt{2053}$ ، $\sqrt{2059}$ ، $\sqrt{2061}$ ، $\sqrt{2063}$ ، $\sqrt{2067}$ ، $\sqrt{2069}$ ، $\sqrt{2071}$ ، $\sqrt{2073}$ ، $\sqrt{2077}$ ، $\sqrt{2079}$ ، $\sqrt{2081}$ ، $\sqrt{2083}$ ، $\sqrt{2087}$ ، $\sqrt{2089}$ ، $\sqrt{2091}$ ، $\sqrt{2093}$ ، $\sqrt{2097}$ ، $\sqrt{2099}$ ، $\sqrt{2101}$ ، $\sqrt{2103}$ ، $\sqrt{2107}$ ، $\sqrt{2109}$ ، $\sqrt{2111}$ ، $\sqrt{2113}$ ، $\sqrt{2117}$ ، $\sqrt{2119}$ ، $\sqrt{2121}$ ، $\sqrt{2123}$ ، $\sqrt{2127}$ ، $\sqrt{2129}$ ، $\sqrt{2131}$ ، $\sqrt{2137}$ ، $\sqrt{2141}$ ، $\sqrt{2143}$ ، $\sqrt{2147}$ ، $\sqrt{2153}$ ، $\sqrt{2159}$ ، $\sqrt{2161}$ ، $\sqrt{2163}$ ، $\sqrt{2167}$ ، $\sqrt{2169}$ ، $\sqrt{2171}$ ، $\sqrt{2173}$ ، $\sqrt{2177}$ ، $\sqrt{2179}$ ، $\sqrt{2181}$ ، $\sqrt{2183}$ ، $\sqrt{2187}$ ، $\sqrt{2189}$ ، $\sqrt{2191}$ ، $\sqrt{2193}$ ، $\sqrt{2197}$ ، $\sqrt{2199}$ ، $\sqrt{2201}$ ، $\sqrt{2203}$ ، $\sqrt{2207}$ ، $\sqrt{2209}$ ، $\sqrt{2211}$ ، $\sqrt{2213}$ ، $\sqrt{2217}$ ، $\sqrt{2219}$ ، $\sqrt{2221}$ ، $\sqrt{2223}$ ، $\sqrt{2227}$ ، $\sqrt{2229}$ ، $\sqrt{2231}$ ، $\sqrt{2237}$ ، $\sqrt{2241}$ ، $\sqrt{2243}$ ، $\sqrt{2247}$ ، $\sqrt{2253}$ ، $\sqrt{2259}$ ، $\sqrt{2261}$ ، $\sqrt{2263}$ ، $\sqrt{2267}$ ، $\sqrt{2269}$ ، $\sqrt{2271}$ ، $\sqrt{2273}$ ، $\sqrt{2277}$ ، $\sqrt{2279}$ ، $\sqrt{2281}$ ، $\sqrt{2283}$ ، $\sqrt{2287}$ ، $\sqrt{2289}$ ، $\sqrt{2291}$ ، $\sqrt{2293}$ ، $\sqrt{2297}$ ، $\sqrt{2299}$ ، $\sqrt{2301}$ ، $\sqrt{2303}$ ، $\sqrt{2307}$ ، $\sqrt{2309}$ ، $\sqrt{2311}$ ، $\sqrt{2313}$ ، $\sqrt{2317}$ ، $\sqrt{2319}$ ، $\sqrt{2321}$ ، $\sqrt{2323}$ ، $\sqrt{2327}$ ، $\sqrt{2329}$ ، $\sqrt{2331}$ ، $\sqrt{2337}$ ، $\sqrt{2341}$ ، $\sqrt{2343}$ ، $\sqrt{2347}$ ، $\sqrt{2353}$ ، $\sqrt{2359}$ ، $\sqrt{2361}$ ، $\sqrt{2363}$ ، $\sqrt{2367}$ ، $\sqrt{2369}$ ، $\sqrt{2371}$ ، $\sqrt{2373}$ ، $\sqrt{2377}$ ، $\sqrt{2379}$ ، $\sqrt{2381}$ ، $\sqrt{2383}$ ، $\sqrt{2387}$ ، $\sqrt{2389}$ ، $\sqrt{2391}$ ، $\sqrt{2393}$ ، $\sqrt{2397}$ ، $\sqrt{2399}$ ، $\sqrt{2401}$ ، $\sqrt{2403}$ ، $\sqrt{2407}$ ، $\sqrt{2409}$ ، $\sqrt{2411}$ ، $\sqrt{2413}$ ، $\sqrt{2417}$ ، $\sqrt{2419}$ ، $\sqrt{2421}$ ، $\sqrt{2423}$ ، $\sqrt{2427}$ ، $\sqrt{2429}$ ، $\sqrt{2431}$ ، $\sqrt{2437}$ ، $\sqrt{2441}$ ، $\sqrt{2443}$ ، $\sqrt{2447}$ ، $\sqrt{2453}$ ، $\sqrt{2459}$ ، $\sqrt{2461}$ ، $\sqrt{2463}$ ، $\sqrt{2467}$ ، $\sqrt{2469}$ ، $\sqrt{2471}$ ، $\sqrt{2473}$ ، $\sqrt{2477}$ ، $\sqrt{2479}$ ، $\sqrt{2481}$ ، $\sqrt{2483}$ ، $\sqrt{2487}$ ، $\sqrt{2489}$ ، $\sqrt{2491}$ ، $\sqrt{2493}$ ، $\sqrt{2497}$ ، $\sqrt{2499}$ ، $\sqrt{2501}$ ، $\sqrt{2503}$ ، $\sqrt{2507}$ ، $\sqrt{2509}$ ، $\sqrt{2511}$ ، $\sqrt{2513}$ ، $\sqrt{2517}$ ، $\sqrt{2519}$ ، $\sqrt{2521}$ ، $\sqrt{2523}$ ، $\sqrt{2527}$ ، $\sqrt{2529}$ ، $\sqrt{2531}$ ، $\sqrt{2537}$ ، $\sqrt{2541}$ ، $\sqrt{2543}$ ، $\sqrt{2547}$ ، $\sqrt{2553}$ ، $\sqrt{2559}$ ، $\sqrt{2561}$ ، $\sqrt{2563}$ ، $\sqrt{2567}$ ، $\sqrt{2569}$ ، $\sqrt{2571}$ ، $\sqrt{2573}$ ، $\sqrt{2577}$ ، $\sqrt{2579}$ ، $\sqrt{2581}$ ، $\sqrt{2583}$ ، $\sqrt{2587}$ ، $\sqrt{2589}$ ، $\sqrt{2591}$ ، $\sqrt{2593}$ ، $\sqrt{2597}$ ، $\sqrt{2599}$ ، $\sqrt{2601}$ ، $\sqrt{2603}$ ، $\sqrt{2607}$ ، $\sqrt{2609}$ ، $\sqrt{2611}$ ، $\sqrt{2613}$ ، $\sqrt{2617}$ ، $\sqrt{2619}$ ، $\sqrt{2621}$ ، $\sqrt{2623}$ ، $\sqrt{2627}$ ، $\sqrt{2629}$ ، $\sqrt{2631}$ ، $\sqrt{2637}$ ، $\sqrt{2641}$ ، $\sqrt{2643}$ ، $\sqrt{2647}$ ، $\sqrt{2653}$ ، $\sqrt{2659}$ ، $\sqrt{2661}$ ، $\sqrt{2663}$ ، $\sqrt{2667}$ ، $\sqrt{2669}$ ، $\sqrt{2671}$ ، $\sqrt{2673}$ ، $\sqrt{2677}$ ، $\sqrt{2679}$ ، $\sqrt{2681}$ ، $\sqrt{2683}$ ، $\sqrt{2687}$ ، $\sqrt{2689}$ ، $\sqrt{2691}$ ، $\sqrt{2693}$ ، $\sqrt{2697}$ ، $\sqrt{2699}$ ، $\sqrt{2701}$ ، $\sqrt{2703}$ ، $\sqrt{2707}$ ، $\sqrt{2709}$ ، $\sqrt{2711}$ ، $\sqrt{2713}$ ، $\sqrt{2717}$ ، $\sqrt{2719}$ ، $\sqrt{2721}$ ، $\sqrt{2723}$ ، $\sqrt{2727}$ ، $\sqrt{2729}$ ، $\sqrt{2731}$ ، $\sqrt{2737}$ ، $\sqrt{2741}$ ، $\sqrt{2743}$ ، $\sqrt{2747}$ ، $\sqrt{2753}$ ، $\sqrt{2759}$ ، $\sqrt{2761}$ ، $\sqrt{2763}$ ، $\sqrt{2767}$ ، $\sqrt{2769}$ ، $\sqrt{2771}$ ، $\sqrt{2773}$ ، $\sqrt{2777}$ ، $\sqrt{2779}$ ، $\sqrt{2781}$ ، $\sqrt{2783}$ ، $\sqrt{2787}$ ، $\sqrt{2789}$ ، $\sqrt{2791}$ ، $\sqrt{2793}$ ، $\sqrt{2797}$ ، $\sqrt{2799}$ ، $\sqrt{2801}$ ، $\sqrt{2803}$ ، $\sqrt{2807}$ ، $\sqrt{2809}$ ، $\sqrt{2811}$ ، $\sqrt{2813}$ ، $\sqrt{2817}$ ، $\sqrt{2819}$ ، $\sqrt{2821}$ ، $\sqrt{2823}$ ، $\sqrt{2827}$ ، $\sqrt{2829}$ ، $\sqrt{2831}$ ، $\sqrt{2837}$ ، $\sqrt{2841}$ ، $\sqrt{2843}$ ، $\sqrt{2847}$ ، $\sqrt{2853}$ ، $\sqrt{2859}$ ، $\sqrt{2861}$ ، $\sqrt{2863}$ ، $\sqrt{2867}$ ، $\sqrt{2869}$ ، $\sqrt{2871}$ ، $\sqrt{2873}$ ، $\sqrt{2877}$ ، $\sqrt{2879}$ ، $\sqrt{2881}$ ، $\sqrt{2883}$ ، $\sqrt{2887}$ ، $\sqrt{2889}$ ، $\sqrt{2891}$ ، $\sqrt{2893}$ ، $\sqrt{2897}$ ، $\sqrt{2899}$ ، $\sqrt{2901}$ ، $\sqrt{2903}$ ، $\sqrt{2907}$ ، $\sqrt{2909}$ ، $\sqrt{2911}$ ، $\sqrt{2913}$ ، $\sqrt{2917}$ ، $\sqrt{2919}$ ، $\sqrt{2921}$ ، $\sqrt{2923}$ ، $\sqrt{2927}$ ، $\sqrt{2929}$ ، $\sqrt{2931}$ ، $\sqrt{2937}$ ، $\sqrt{2941}$ ، $\sqrt{2943}$ ، $\sqrt{2947}$ ، $\sqrt{2953}$ ، $\sqrt{2959}$ ، $\sqrt{2961}$ ، $\sqrt{2963}$ ، $\sqrt{2967}$ ، $\sqrt{2969}$ ، $\sqrt{2971}$ ، $\sqrt{2973}$ ، $\sqrt{2977}$ ، $\sqrt{2979}$ ، $\sqrt{2981}$ ، $\sqrt{2983}$ ، $\sqrt{2987}$ ، $\sqrt{2989}$ ، $\sqrt{2991}$ ، $\sqrt{2993}$ ، $\sqrt{2997}$ ، $\sqrt{2999}$ ، $\sqrt{3001}$ ، $\sqrt{3003}$ ، $\sqrt{3007}$

عدد π نیز گنگ است. در زیر عدد π تا 30 رقم اعشار نوشته شده است: اما در محاسبات، معمولاً تا

دو رقم اعشار π استفاده می‌شود: $\pi \approx 3/141592653589793238462643383279$

به طور کلی جذر عددهایی که مربع کامل نیستند، گنگ است؛ مانند $\sqrt{5}$ ، $\sqrt{6}$ ، ... (عددهایی

مانند ۱، ۴، ۹، ۱۶ و ... مربع کامل است.)



مثال: مجموعه‌های N و Z و Q و Q' به کمک

نمودار ون، مشخص شده است.

مثال: $0/2002000200002000020000 \dots \in Q'$ $0 \in Q$ $\sqrt{8} \in Q'$ $\sqrt{3} \in Q'$ $-3/4 \notin Q'$

کار در کلاس

کدام عبارت، درست و کدام عبارت، نادرست است؟

$$Q \cap Q' = \emptyset$$

$$\mathbb{N} \subseteq Q'$$

$$\mathbb{Z} \subseteq Q$$

$$\mathbb{Z} \subseteq Q'$$

فعالیت

الف) بین دو عدد ۱ و ۲ چند عدد گویا می‌توان نوشت؟

ب) اگر این عددها را روی محور نمایش دهیم، متناظر با این عددها، چند نقطه روی محور

می‌توان پیدا کرد؟



ج) روی محور نقطه نمایش $\sqrt{2}$

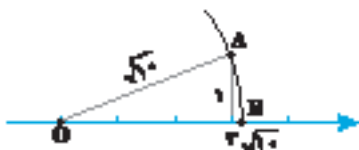
را پیدا کنید.

د) اگر نقاطی را رنگ کنیم که عددی گویا را نمایش می‌دهد، آیا همه نقاط پاره خط AB رنگ

می‌شود؟ آیا $\sqrt{2}$ نیز رنگ می‌شود؟ آیا این نقاط، که هر کدام نمایش یک عدد گویا است، یک پاره خط

به وجود می‌آورد؟ چرا؟

مثال: نقطه نمایش عدد گنگ $\sqrt{10}$ روی محور به صورت زیر است:




به مرکز O و به شعاع OA کمان رسم می‌کنیم. نقطه B

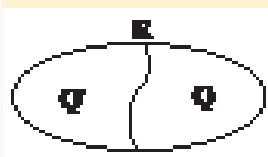
روی محور عدد $\sqrt{10}$ را نمایش می‌دهد.

$$OA^2 = 3^2 + 1^2 = 10 \Rightarrow OA = \sqrt{10}$$

مثال: $\sqrt{7}$ بین دو عدد صحیح ۲ و ۳ قرار دارد.
 می‌دانیم ۴ و ۹ دو عدد مجذور کامل قبل و بعد از ۷ است؛ یعنی:
 $4 < 7 < 9 \Rightarrow \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9} \Rightarrow 2 < \sqrt{7} < 3$

کار در کلاس

- ۱- بین $\sqrt{5}$ و $\sqrt{10}$ ، چهار عدد گنگ بنویسید.
- ۲- بین دو عدد ۲ و ۳، چهار عدد گنگ بنویسید.
- ۳- الف) مجموعه A به صورت $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2 \leq x \leq 3\}$ را در نظر بگیرید. آیا نمایش A به صورت زیر درست است؟

- ب) نقطه نمایش $\sqrt{5}$ را روی محور مشخص کنید.



عددها به دو دسته، عددهای گویا و عددهای گنگ دسته‌بندی می‌شود. اجتماع مجموعه عددهای گویا و عددهای اصم را مجموعه عددهای حقیقی می‌نامیم و آن را با \mathbb{R} نمایش می‌دهیم.
 تساوی $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$ بین سه مجموعه \mathbb{Q} و \mathbb{Q}' و \mathbb{R} برقرار است.

مثال:

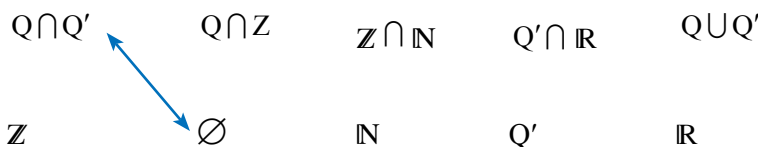
$$\begin{array}{llll} 0 \in \mathbb{R} & \sqrt{10} \in \mathbb{R} & -\frac{5}{6} \in \mathbb{Q} & 0.75 \in \mathbb{R} \\ 0.202202220222... \in \mathbb{R} & \pi \in \mathbb{R} & \frac{5}{\sqrt{2}} \in \mathbb{R} & \end{array}$$

کار در کلاس

۱- داخل \bigcirc علامت \in یا \notin بگذارید:

$$\begin{array}{llll} 4 \bigcirc \mathbb{Z} & 0.2 \bigcirc \mathbb{Q} & \sqrt{18} \bigcirc \mathbb{R} & \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \bigcirc \mathbb{R} \\ -5 \bigcirc \mathbb{R} & -\frac{7}{3} \bigcirc \mathbb{Z} & \sqrt{25} \bigcirc \mathbb{Q}' & \frac{0}{6} \bigcirc \mathbb{R} \\ \sqrt{3/5} \bigcirc \mathbb{Q}' & \sqrt{0/9} \bigcirc \mathbb{Q}' & \sqrt{0/0.9} \bigcirc \mathbb{Q} & \frac{9}{-1} \bigcirc \mathbb{Z} \end{array}$$

۲- مجموعه‌های سطر اول را به مجموعه مناسب در سطر دوم وصل کنید. هر مجموعه در سطر اول با یک مجموعه در سطر دوم مساوی است.



فعالیت

با توجه به اینکه مجموعه عددهای حقیقی تمام عددها را شامل می‌شود، مجموعه‌های زیر را مانند نمونه روی محور نشان دهید:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 3\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 5\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 6\}$$

با توجه به مجموعه A چرا نقطه ۲ روی محور توپر و نقطه ۳ روی محور توخالی است؟

کار در کلاس

۱- مجموعه‌های زیر را روی محور نشان دهید و یا با توجه به محور، مجموعه متناظر آن را بنویسید:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -1\} \quad \text{الف)}$$

$$B = \{ \quad \quad \quad \} \quad \text{ب)}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\} \quad \text{ج)}$$

۲- با توجه به سه مجموعه A و B و C در سؤال ۱ عبارات درست را با علامت ✓ مشخص کنید:

$0.75 \in A$	$0.252552555... \in B$	$\sqrt{3} \in A$
$\sqrt{7} \in C$	$\sqrt{1} \in A$	$-1000 \in C$

۳- کدام یک از مجموعه‌های زیر با مجموعه نقاط روی شکل برابر است؟

الف) $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$

ب) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$

ج) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2\}$



۱- با توجه به مجموعه‌های داده شده، سایر سطرها را مانند سطر اول کامل کنید :

مجموعه اعداد	$\sqrt{3/2}$	$\frac{1}{2}$	0	π	$-\frac{3}{4}$	$0.292292229....$	-10	$\frac{6}{2}$
\mathbb{N} طبیعی	\times	\times	\times	\times	\times	\times	\times	\checkmark
W حسابی								
\mathbb{Z} صحیح								
Q گویا								
Q' گنگ								
\mathbb{R} حقیقی								

۲- در هر یک از حالت‌های الف و ب تفاوت دو مجموعه را با ذکر دلیل بنویسید :

الف) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1/5 < x < 5\}$, $B = \{x \in Q \mid 1/5 < x < 5\}$

ب) $C = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x < 9\}$

۳- طرف دوم تساوی‌های زیر را کامل کنید :

۱) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} =$ ۲) $\mathbb{R} - Q' =$ ۳) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} =$ $\mathbb{R} \cap Q' =$

۴- عدد $\sqrt{5} + 1$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

۵- بین هر دو عدد، چهار عدد گنگ بنویسید :

۵ و ۲- الف) ۶ و ۷ ب) $\sqrt{3}, 6$ ج) $\sqrt{2}, \sqrt{4/1}$ د)

۶- عبارات درست را با \checkmark و عبارات نادرست را با \times مشخص کنید. برای عبارات درست

مثال بزنید.

☐ ۱) عددی وجود دارد که صحیح و گویا باشد.


☐ ۲) عددی وجود دارد که گویا و گنگ باشد.

☐ ۳) عددی وجود دارد که حقیقی و گنگ باشد.

☐ ۴) عددی وجود دارد که حقیقی و طبیعی باشد.

۷- در نمایش اعشاری عدد $\sqrt{10}$ و عدد $\frac{3}{11}$ چه تفاوتی هست؟

فعالیت

- ۱- با توجه به شکل به سؤالات زیر پاسخ دهید :
- 
- نقاط A و B چه عددی را نمایش می دهد؟
فاصله نقطه A از O یا طول پاره خط OA چقدر است؟
فاصله نقطه B از O یا طول پاره خط OB چقدر است؟
می خواهیم نقاطی را روی محور بیابیم که فاصله آن از O برابر ۲ باشد.
- ۲- نقطه C را روی محور نمایش دهید به طوری که طول OC برابر ۲ باشد؛ چند نقطه می توان یافت؟

فاصله نقطه نمایش عدد a را از مبدأ، قدر مطلق a می نامیم و با علامت $|a|$ (بخوانید قدر مطلق a) نمایش می دهیم؛ بنابراین در مثال بالا می توان نوشت : $|-2| = |2| = 2$

- مثال : فاصله نقاط نظیر دو عدد $\frac{2}{3}$ و $-\frac{2}{3}$ تا مبدأ برابر $\frac{2}{3}$ است؛ پس قدر مطلق هر دو عدد $\frac{2}{3}$ و $(-\frac{2}{3})$ برابر $\frac{2}{3}$ است؛ یعنی : $|\frac{2}{3}| = |-\frac{2}{3}| = \frac{2}{3}$
- مثال : قدر مطلق $-\sqrt{5}$ را به صورت $|\sqrt{5}|$ نشان می دهیم که مساوی $\sqrt{5}$ است. قدر مطلق 40% را به صورت $|40\%|$ نشان می دهیم که مساوی 40% است.

قدر مطلق صفر، مساوی صفر و قدر مطلق عددهای مثبت برابر خود آن عدد است. قدر مطلق هر عدد منفی، قرینه آن است. اگر a یک عدد حقیقی باشد :

$$a = 0 \Rightarrow |a| = 0$$

$$a > 0 \Rightarrow |a| = a$$

$$a < 0 \Rightarrow |a| = -a$$

مثال : به محاسبات زیر توجه کنید :

$$|10 - 20 + 5| = |-5| = 5$$

$$|(-6) \times (+10)| = |-60| = 60$$

۱- جملات سمت راست را به عبارات مناسب در سمت چپ وصل کنید :

- | | |
|---------------------|----------------------------------|
| الف) $a > 0, b < 0$ | دو عدد a و b مثبت است. |
| ب) $a > 0, b > 0$ | عدد a نامنفی است. |
| ج) $a \geq 0$ | دو عدد a و b منفی است. |
| د) $a < 0, b < 0$ | عدد a مثبت و عدد b منفی است. |
| هـ) $a \leq 0$ | عدد a نامثبت است. |

۲- هر عبارت سمت راست، نتیجه منطقی یک عبارت در سمت چپ است. عبارات مناسب را به هم وصل کنید :

- | | |
|---------------------|------------------------|
| الف) $a > 0, b > 0$ | ۱) $ab < 0$ |
| ب) $a < 0, b < 0$ | ۲) $ab > 0, a + b > 0$ |
| ج) $a < 0, b > 0$ | ۳) $ab > 0, a + b < 0$ |

۳- هر عبارت سمت راست، نتیجه منطقی یک عبارت در سمت چپ است. عبارات مناسب را به هم وصل کنید :

- | | |
|-------------------|-------------------------|
| الف) $a > 0$ | ۱) $ a = -a$ |
| ب) $a > 0, b > 0$ | ۲) $ a = a$ |
| ج) $a < 0$ | ۳) $ a + b = a + b$ |
| د) $a < 0, b < 0$ | ۴) $ a + b = -(a + b)$ |

۴- عبارات زیر را به زبان ریاضی بنویسید و برای هر کدام مثال بنویسید :

- ۱) قدر مطلق حاصلضرب دو عدد، مساوی با حاصلضرب قدر مطلق آنهاست.
- ۲) قدر مطلق مجموع دو عدد، از مجموع قدر مطلق های آن دو عدد، کوچک تر یا مساوی است.

مقدار تقریبی عددهای زیر تا یک رقم اعشار نوشته شده است :

$$\sqrt{2} \approx 1/4 \quad \sqrt{3} \approx 1/7 \quad \sqrt{5} \approx 2/2 \quad \sqrt{6} \approx 2/4 \quad \sqrt{7} \approx 2/6$$

با توجه به مقادیر تقریبی صفحه قبل، تساوی های زیر را مانند نمونه کامل کنید و دلیل خود را توضیح دهید :

$$|1 - \sqrt{2}| = -(1 - \sqrt{2}) = -1 + \sqrt{2} = \sqrt{2} - 1$$

دلیل : $\sqrt{2} \approx 1/4$ پس $1 - \sqrt{2}$ عددی منفی می شود :

۱) $|2 - \sqrt{3}| =$: دلیل :

۲) $|\sqrt{7} - \sqrt{8}| =$: دلیل :

۳) $|2\sqrt{5} - \sqrt{6}|$: دلیل :

۴) $|-4 - \sqrt{3}| =$: دلیل :

مثال : اگر $a = \frac{1}{4}$ و $b = \sqrt{2}$ و $c = -3$ باشد، حاصل عبارت $|a+b+c|$ را به دست می آوریم :

$$|a+b+c| = \left| \frac{1}{4} + \sqrt{2} + (-3) \right| = \left| -2/5 + \sqrt{2} \right|$$

چون $-2/5 + \sqrt{2}$ عددی منفی است ($\sqrt{2} \approx 1/4$)، پس حاصل عبارت مساوی با $(-(-2/5 + \sqrt{2}))$ یعنی $2/5 - \sqrt{2}$ است.

مثال :
$$\underbrace{|3 - \sqrt{5}|}_{\text{مثبت}} + \underbrace{|-2 - \sqrt{5}|}_{\text{منفی}} = (3 - \sqrt{5}) - (-2 - \sqrt{5})$$

$$= 3 - \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} = 5$$

فعالیت

جدول زیر را کامل کنید :

$\sqrt{a^2}$	$\sqrt{(-3)^2}$	$\sqrt{3^2}$	$\sqrt{6^2}$	$\sqrt{(-6)^2}$	$\sqrt{(-7)^2}$	$\sqrt{(-127)^2}$	$\sqrt{325^2}$
حاصل	۳						

از فعالیت بالا چه نتیجه ای می گیرید؟

با توجه به فعالیت بالا و مفهوم قدر مطلق، می توانیم بنویسیم : $\sqrt{a^2} = |a|$

مثال : برای محاسبه $\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$ خواهیم داشت :

$$\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = \underbrace{|1 - \sqrt{3}|}_{\text{منفی}} = -(1 - \sqrt{3}) = -1 + \sqrt{3}$$

کار در کلاس

۱- عبارتهای زیر را با هم مقایسه کنید :

الف) $|(-7)| \bigcirc |-7|^2$

ب) $|-8+5| \bigcirc |-8|+|5|$

ج) $|3-9| \bigcirc |3|-|9|$

۲- عبارات زیر را بدون استفاده از قدرمطلق بنویسید :

$$|0| = \quad \quad \quad \left| -\frac{4}{3} \right| = \quad \quad \quad |7^2 - 7^4| = \quad \quad \quad |0/2^5 - 0/2^6| =$$

۳- حاصل عبارات زیر را به دست آورید :

الف) $\sqrt{(-2595)^2} =$

ب) $\sqrt{(1394)^2} =$

ج) $\sqrt{(-3+\sqrt{10})^2} =$

د) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} =$

تمرین

۱- اگر $a=0/25$, $b=-\frac{1}{4}$, $c=2\frac{1}{4}$ باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید :

$$|a+b| + 2|a-b-c|$$

۲- عبارات زیر را بدون استفاده از قدرمطلق بنویسید :

الف) $|-3\sqrt{5}|$ ب) $|7-5\sqrt{3}|$ ج) $|0+\sqrt{5}|$

۳- جای خالی را با عدد مناسب پر، و جواب هایتان را در کلاس با سایر دوستانتان مقایسه کنید :

$$|5-12| > 1 + \square$$

۴- مقدار عددی عبارت $|a|+a$ را به ازای $a=-2$ ، $a=0$ ، و $a=2$ به دست آورید. آیا می توانید

عدد حقیقی به جای a قرار دهید که حاصل $|a|+a$ منفی باشد؟

۵- با ارائه یک مثال، نادرست بودن تساوی $\sqrt{a^2} = a$ را نشان دهید.

۶- حاصل عبارات روبه رو را به دست آورید : $\sqrt{(2-1)^2}$ $\sqrt{(1-\sqrt{10})^2}$