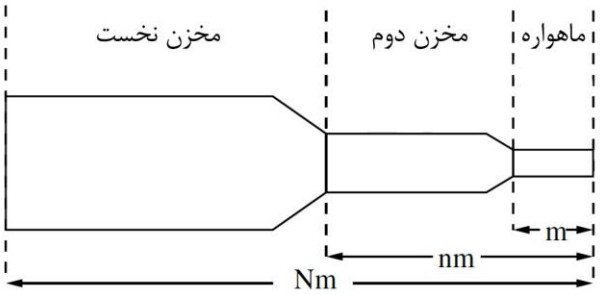
در این پرسش می‌خواهیم چرایی مزیت استفاده از لانچرهای چندمرحله‌ای به جای لانچرهای تک‌مرحله‌ای در ارسال ماهواره‌ها را بررسی کنیم. ماهواره‌ای به جرم m را در نظر بگیرید که به یک لانچر دومرحله‌ای متصل شده است. جرم کل مجموعه (ماهواره + دو مخزن پر از سوخت) برابر Nm است. بعد از تمام شدن سوخت مخزن نخست و جدا شدن آن، جرم سیستم باقی‌مانده (ماهواره + مخزن دوم که پر از سوخت است) را برابر nm در نظر بگیرید. در هر مرحله، نسبت جرم مخزنِ خالی به جرم مخزنِ پر را برابر r در نظر بگیرید. سرعت خروج سوخت نسبت به ماهواره در طول حرکت ثابت و برابر V است. دقت کنید که پس از پایان یافتن سوخت هر مخزن، آن مخزن بی‌درنگ و بدون اثرگذاری روی سرعت ماهواره از سیستم جدا می‌شود. از اثرات گرانش چشم‌پوشی کنید.



الف) ماهواره از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. سرعت آن در زمانی که سوخت مخزن نخست به اتمام می‌رسد v را برحسب V، N، n و r محاسبه کنید. (۳ نمره)

م) رابطه‌ی متناظری برای افزایش سرعتی که ماهواره پس از پایان یافتن سوخت مخزن دوم نسبت به قسمت قبل بدست می‌آورد u بنویسید. (۱ نمره)

ی) با اضافه کردن u به v، سرعت نهایی ماهواره ω را برحسب V، N، n و r محاسبه کنید. مقدار n را طوری تعیین کنید که با فرض ثابت بودن N و r، مقدار ω بیشینه شود. با در نظر گرفتن بیشینه‌ی ω، نسبت $\frac{u}{v}$ را محاسبه کنید. (۳ نمره)

د) با فرض ثابت ماندن مقدار N، r و V، سرعت نهایی ماهواره‌ای به جرم m که به لانچری تک‌مرحله‌ای متصل شده است ω_S را محاسبه کنید. (۱ نمره)

ظ) می‌خواهیم موشکی طراحی کنیم که به ماکسیمم سرعت $۱۰\ln(۴)\ \frac{km}{s}$ برسد. فرض کنید $r = ۰.۱$ و $V = ۱۰\ \frac{km}{s}$ باشد. مقدار $N_۱$ برای لانچر دومرحله‌ای و $N_۲$ برای لانچر تک‌مرحله‌ای را بدست بیاورید. با مقایسه‌ی این دو، استدلال کنید که استفاده از کدام نوع لانچر بهینه است. (۲ نمره)