



مجموعه سوالات چهارگزینه‌ای حسابان (۲) دوازدهم ریاضی

گردآوری شده توسط: مهدی فرشی

تمام سوالات موجود در این جزوه از بین سوالات  
آزمون‌های معتبری مانند کنکور سراسری، کنکور  
آزاد، قلمچی، گاج، گزینه دو، مرآت، گاما و  
کنکورهای آزمایشی استان یزد انتخاب شده‌اند.

این جزوه در ۲ قسمت تهیه شده است. در قسمت  
اول سوالات آموزشی قرار دارند که دانش‌آموزان  
باید بدون در نظر گرفتن وقت آنها را حل کرده  
و سپس در کلاس رفع اشکال کنند. در قسمت  
دوم خودآزمایی‌ها قرار دارند که پس از اتمام حل  
سوالات آموزشی یک مبحث باید با در نظر گرفتن  
وقت پیشنهادی حل شوند.

# فهرست مندرجات

۱	تابع	۱
۱	تبدیل نمودار توابع	۱.۱
۱	انتقال‌های عمودی و افقی	۱.۱.۱
۳	انبساط و انقباض عمودی	۲.۱.۱
۵	انبساط و انقباض افقی	۳.۱.۱
۷	تابع درجه سوم، توابع یکنوا و بخش‌پذیری و تقسیم	۲.۱
۹	توابع صعودی و توابع نزولی	۱.۲.۱
۱۱	تقسیم و بخش‌پذیری	۲.۲.۱
۱۳	مثلثات	۲
۱۳	تناوب و تنازنت	۱.۲
۱۶	معادلات مثلثاتی	۲.۲
۱۹	حدهای نامتناهی - حد در بی‌نهایت	۳
۱۹	حدهای نامتناهی	۱.۳
۲۲	مجانب قائم	۱.۱.۳
۲۴	حد در بی‌نهایت	۲.۳
۲۷	مجانب افقی	۱.۲.۳
۲۹	مشتق	۴
۲۹	آشنایی با مفهوم مشتق	۱.۴
۲۹	خط مماس بر یک منحنی	۱.۱.۴
۳۱	محاسبه‌ی $f'(a)$ به روش دیگر	۲.۱.۴
۳۳	مشتق‌پذیری و پیوستگی	۲.۴
۳۵	تابع مشتق	۱.۲.۴
۳۷	محاسبه تابع مشتق برخی توابع	۲.۲.۴
۳۹	مشتق توابع مثلثاتی	۳.۲.۴
۴۰	مشتق تابع مرکب / قاعده زنجیری	۴.۲.۴
۴۳	مشتق‌پذیری روی یک بازه	۵.۲.۴

۴۴	..... مشتق مرتبه دوم	۶.۲.۴
۴۵	..... آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه‌ای تغییر	۳.۴
۴۷	.....	۵ کاربرد های مشتق
۴۷	..... اکسترم‌های یک تابع و توابع صعودی و نزولی	۱.۵
۵۱	..... تشخیص صعودی یا نزولی بودن یک تابع	۱.۱.۵
۵۳	..... آزمون مشتق اول	۲.۱.۵
۵۵	..... جهت تقعر نمودار یک تابع و نقطه‌ی عطف آن	۲.۵
۵۸	..... رسم نمودار توابع	۳.۵
۵۹	.....	۶ خودآزمایی‌ها
۶۰	..... خودآزمایی شماره ۱ (تبدیل نمودار توابع)	۱.۶
۶۴	..... خودآزمایی شماره ۲ (تابع درجه سوم، توابع یکنوا و بخش‌پذیری و تقسیم)	۲.۶
۶۶	..... خودآزمایی شماره ۳ (تناوب و تانژانت)	۳.۶
۶۹	..... خودآزمایی شماره ۴ (معادلات مثلثاتی)	۴.۶
۷۱	..... خودآزمایی شماره ۵ (حدهای نامتناهی)	۵.۶
۷۴	..... خودآزمایی شماره ۶ (حدهای نامتناهی)	۶.۶
۷۷	..... خودآزمایی شماره ۷ (حد در بی نهایت)	۷.۶
۸۰	..... خودآزمایی شماره ۸ (حد در بی نهایت)	۸.۶
۸۳	..... خودآزمایی شماره ۹ (آشنایی با مفهوم مشتق)	۹.۶
۸۶	..... خودآزمایی شماره ۱۰ (مشتق‌پذیری و پیوستگی)	۱۰.۶
۸۸	..... خودآزمایی شماره ۱۱ (مشتق‌پذیری و پیوستگی)	۱۱.۶
۹۰	..... خودآزمایی شماره ۱۲ (مشتق‌پذیری و پیوستگی)	۱۲.۶
۹۳	..... خودآزمایی شماره ۱۳ (مشتق‌پذیری و پیوستگی)	۱۳.۶
۹۶	..... خودآزمایی شماره ۱۴ (آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه‌ای تغییر)	۱۴.۶
۹۹	..... خودآزمایی شماره ۱۵ (اکسترم‌های یک تابع و توابع صعودی و نزولی)	۱۵.۶
۱۰۲	..... خودآزمایی شماره ۱۶ (اکسترم‌های یک تابع و توابع صعودی و نزولی)	۱۶.۶

۱۰۵	خودآزمایی شماره ۱۷ (اکسترمم‌های یک تابع و توابع صعودی و نزولی)	۱۷.۶
۱۰۸	خودآزمایی شماره ۱۸ (جهت تقعر نمودار یک تابع و نقطه‌ی عطف آن)	۱۸.۶
۱۱۱	خودآزمایی شماره ۱۹ (جهت تقعر نمودار یک تابع و نقطه‌ی عطف آن)	۱۹.۶
۱۱۴	خودآزمایی شماره ۲۰ (رسم نمودار توابع)	۲۰.۶

۷ سؤالات کنکورهای اخیر

۱۱۷	سؤالات کنکور ۹۸	۱.۷
۱۱۷	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۱.۷
۱۱۸	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۱.۷
۱۱۹	سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)	۳.۱.۷
۱۲۰	سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)	۴.۱.۷
۱۲۲	سؤالات کنکور ۹۹	۲.۷
۱۲۲	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۲.۷
۱۲۲	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۲.۷
۱۲۳	سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)	۳.۲.۷
۱۲۵	سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)	۴.۲.۷
۱۲۷	سؤالات کنکور ۱۴۰۰	۳.۷
۱۲۷	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۳.۷
۱۲۸	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۳.۷
۱۳۰	سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)	۳.۳.۷
۱۳۱	سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)	۴.۳.۷
۱۳۳	سؤالات کنکور ۱۴۰۱	۴.۷
۱۳۳	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۴.۷
۱۳۴	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۴.۷
۱۳۵	سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)	۳.۴.۷
۱۳۶	سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)	۴.۴.۷

۸ پاسخنامه

۱۳۹



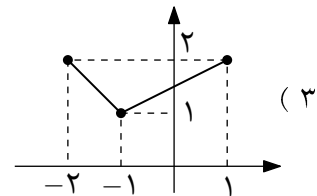
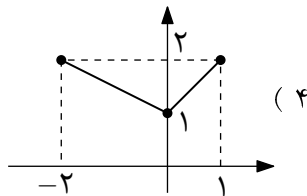
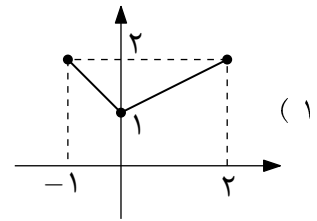
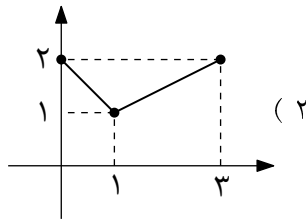
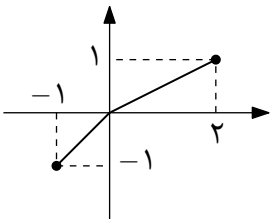
# فصل ۱

## تابع

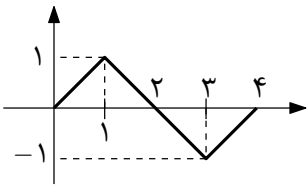
### ۱.۱ تبدیل نمودار توابع

#### ۱.۱.۱ انتقال‌های عمودی و افقی

(۱) نمودار تابع  $f$  مطابق شکل مقابل است، نمودار تابع  $g(x) = |f(x-1)| + 1$  کدام است؟



(۲) با توجه به نمودار تابع  $f$ ، برد تابع  $y = |f(x-2)| + 1$  کدام است؟



(۲)  $[1, 2]$

(۱)  $[0, 2]$

(۴)  $[0, 1]$

(۳)  $[-1, 0]$

(۳) شکل روبه‌رو، نمودار تابع  $y = f(x)$  است، دامنه‌ی تابع  $g(x) = \sqrt{\frac{x}{f(x-1)}}$  شامل

چند عدد صحیح است؟

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) ۴

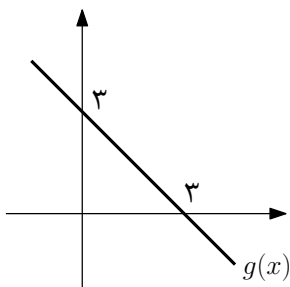
(۴) اگر  $f(x) = \sqrt{x}$ ، آنگاه در کدام تابع زیر، دامنه و برد برابر نیستند؟

$y = f(x)$  (۴)

$y = f(x-2) - 2$  (۳)

$y = f(x-1) + 1$  (۲)

$y = f(x+1) - 1$  (۱)



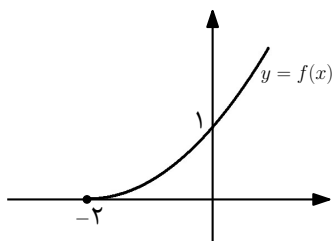
۵) نمودار  $g(x) = f(x) - 2$  به صورت مقابل است، مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودار  $h(x) = 3f(2x - 1)$  و محورهای مختصات چقدر است؟

۱۲ (۲)

۱۵ (۱)

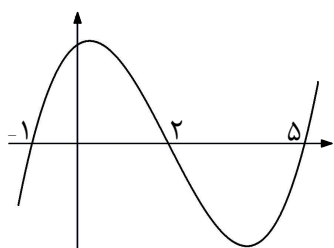
۲۷ (۴)

۱۸ (۳)



۶) اگر نمودار تابع  $f$  به شکل زیر باشد، نمودار تابع  $y = -2 + f^{-1}(x - 1)$  از کدام ناحیه (نواحی) دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟

دوم (۱) سوم (۲) سوم و چهارم (۳) دوم و سوم (۴)



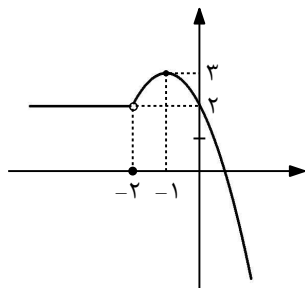
۷) اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به شکل مقابل باشد، به ازای کدام مقدار  $a$ ، مجموع ریشه‌های معادله‌ی  $f(x - a) = 0$  صفر است؟

۳ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)



۸) اگر نمودار روبه‌رو مربوط به تابع  $f(x) = \begin{cases} a + c & ; x < -2 \\ bx^2 - cx + 2b & ; x = -2 \\ -(x - a)^2 + 3 & ; x > -2 \end{cases}$  باشد،  $b$  کدام است؟

۳ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۳ (۱)

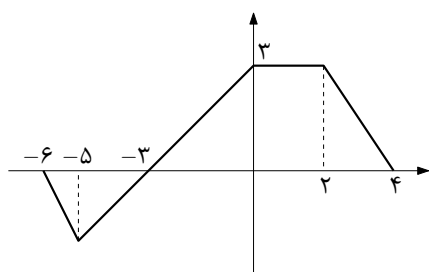
۹) نمودار تابع  $f(x) = (x + 1)^2$  را در راستای محورهای مختصات دو واحد به راست و یک واحد به پایین منتقل کرده‌ایم تا نمودار تابع  $g$  به دست آید، عرض نقطه‌ی تلاقی دو نمودار  $f$  و  $g$  کدام است؟

$\frac{9}{16}$  (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

$\frac{3}{4}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)



۱۰) نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است. نمودار تابع  $y = f(a + x)$  از ناحیه‌ی سوم مختصات عبور نمی‌کند،  $a$  کدام می‌تواند باشد؟

۴ (۴)

-۶ (۳)

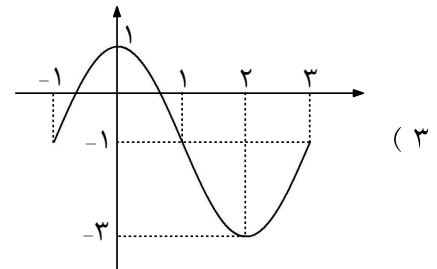
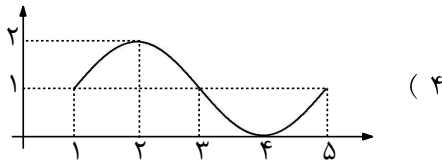
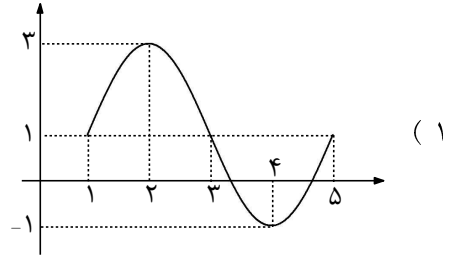
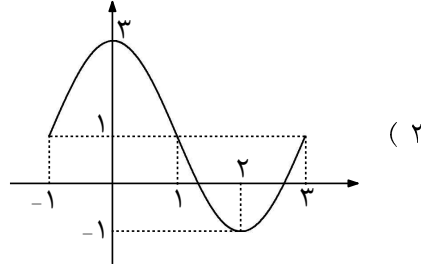
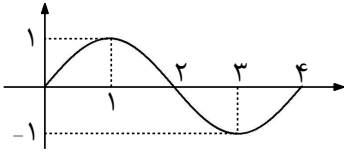
-۴ (۲)

۶ (۱)



## ۲.۱.۱ انبساط و انقباض عمودی

(۱۱) نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت زیر است. نمودار تابع  $y = 2f(x+1) + 1$ ، کدام است



(۱۲) اگر برد تابع  $y = f(x)$  بازه  $[0, 1]$  باشد، برد تابع  $y = 2f(x-1) + 1$  کدام است؟

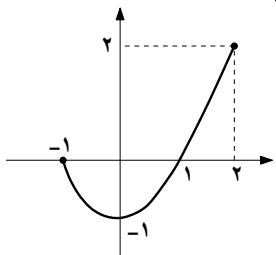
$[-1, 0]$  (۴)

$[0, 2]$  (۳)

$[-1, 1]$  (۲)

$[1, 3]$  (۱)

(۱۳) هرگاه نمودار تابع  $f$  در بازه  $[-1, 2]$  به صورت زیر باشد، برد تابع  $g(x) = 2f(x) - 1$  کدام است؟



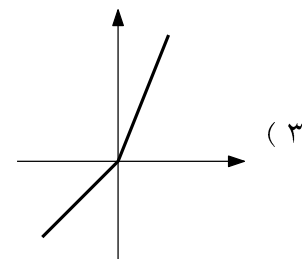
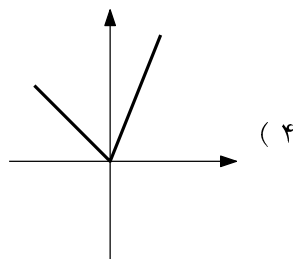
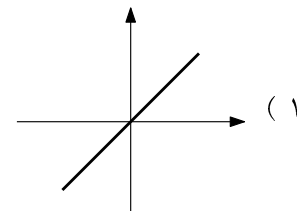
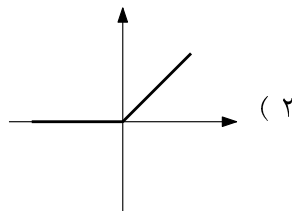
$[-2, 4]$  (۲)

$[-1, 0]$  (۱)

$[-3, 3]$  (۴)

$[0, 4]$  (۳)

(۱۴) نمودار تابع  $f(x) = x$  را سه واحد به راست و نمودار تابع  $g(x) = |x|$  را ابتدا با ضریب ۲ در راستای محور  $y$  ها منبسط کرده و سپس سه واحد به بالا منتقل می‌کنیم. پس از انجام انتقال‌های مذکور، نمودار مربوط به تابع حاصل جمع آنها کدام است؟



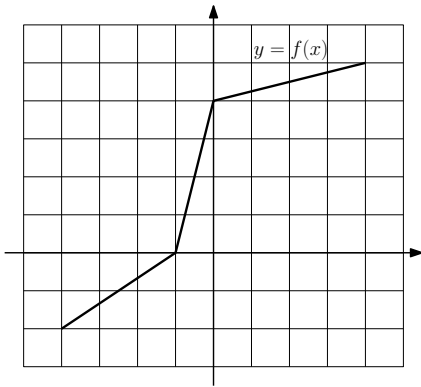
۱۵) نمودار تابعی را ۲ واحد به سمت راست انتقال داده و سپس قرینه‌ی شکل حاصل را نسبت به محور  $x$  ها ۳ برابر در جهت عمودی منبسط کرده‌ایم و تابع  $y = -|3x - 12|$  به دست آمده است، تابع اولیه کدام بوده است؟

$y = |x - 2|$  ( ۴

$y = |x - 6|$  ( ۳

$y = \frac{1}{3}|2 - x|$  ( ۲

$y = 9|x - 6|$  ( ۱



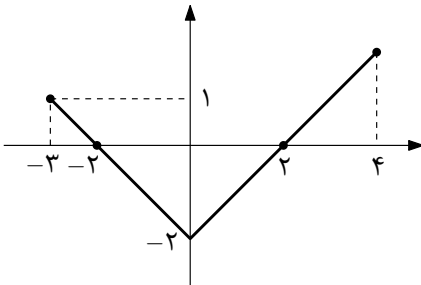
۱۶) اگر نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل باشد و نمودار تابع  $g(x) = kf(x) + b$  از مبدأ مختصات عبور کند، زوج مرتب  $(k, b)$  کدام می‌تواند باشد؟

$(\frac{1}{3}, 2)$  ( ۴

$(2, -4)$  ( ۳

$(\frac{1}{3}, -2)$  ( ۲

$(-2, -8)$  ( ۱



۱۷) اگر شکل مقابل نمودار تابع  $y = f(x - 2)$  باشد، آنگاه برد تابع  $y = \sqrt{|3f(x) - 1|}$  کدام است؟

$[0, \sqrt{7}]$  ( ۴

$[0, \sqrt{8}]$  ( ۳

$[-2, 3]$  ( ۲

$[0, \sqrt{5}]$  ( ۱

۱۸) اگر برد تابع  $f$  بازه‌ی  $R_f = [-\sqrt{5}, 1]$  باشد، آنگاه برد تابع  $g(x) = -\sqrt{2}f(x + 1) - 3$  شامل چند عدد صحیح است؟

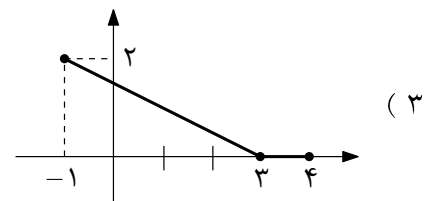
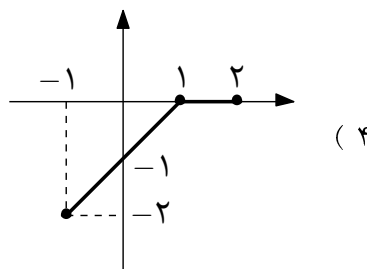
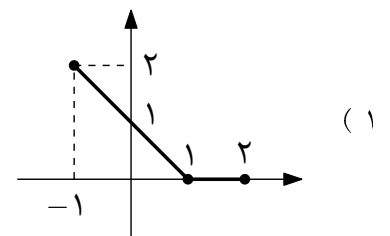
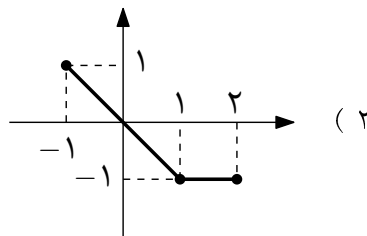
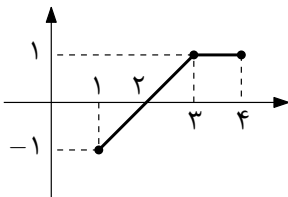
۴ ( ۴

۳ ( ۳

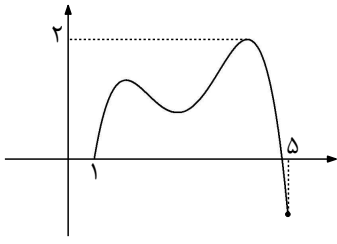
۲ ( ۲

۵ ( ۱

۱۹) شکل مقابل نمودار تابع  $y = f(x - 2) + 1$  را نشان می‌دهد، نمودار تابع  $y = -f(x)$  کدام است؟



### ۳.۱.۱ انبساط و انقباض افقی



۲۰) اگر  $g = \{(-1, 2), (2, 3), (-3, 1), (-2, -1), (5, 5)\}$  و نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت شکل روبه‌رو باشد، آنگاه دامنه‌ی تابع  $y = \frac{f(1-x)}{g(x)+1}$  شامل چند عضو است؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

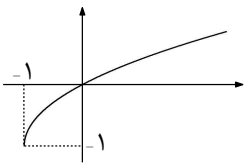
۲۱) اگر دامنه‌ی تابع  $y = f(2x+1)$  بازه‌ی  $[-1, 3]$  و دامنه‌ی تابع  $y = g(x)$  بازه‌ی  $(-2, 5)$  باشد، دامنه‌ی تابع  $y = f([x]) - 2g(|x+1|)$  ( [ ] علامت جزء صحیح است. )

- (۱)  $[-1, 4]$       (۲)  $(-6, 8)$       (۳)  $(-2, 4)$       (۴)  $(-2, 8)$

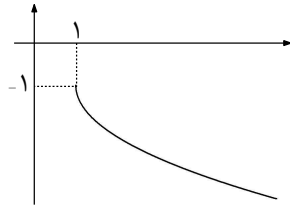
۲۲) اگر  $f$  تابعی یک به یک و دلخواه با دامنه‌ی  $\mathbb{R}$  باشد، کدام یک از ضوابط زیر همواره تابعی یک به یک است؟

- (۱)  $y = f(x) + f(-x)$       (۲)  $y = f(|x|)$       (۳)  $y = f(-x+2)$       (۴)  $y = |f(x)|$

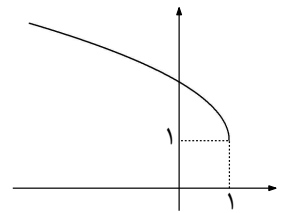
۲۳) چند تا از نمودارهای زیر با ضابطه‌ی ارائه شده برای آنها متناسب است؟



پ)  $y = \sqrt{x+1} + 1$

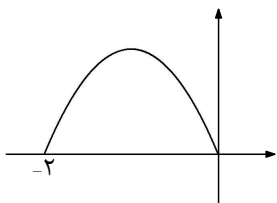


ب)  $y = -\sqrt{x-1} - 1$



الف)  $y = \sqrt{-x+1} - 1$

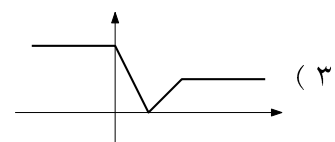
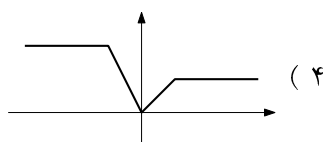
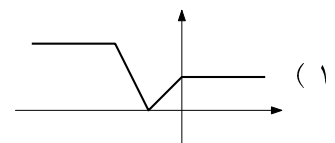
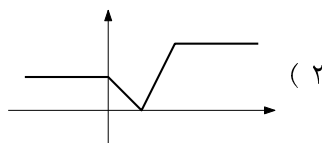
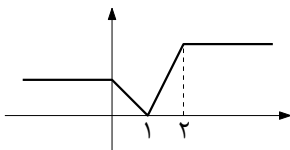
- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) ۳



۲۴) اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  شکل روبه‌رو باشد، دامنه‌ی تابع  $g(x) = \frac{f(1-x)}{f(-x)}$  کدام است؟

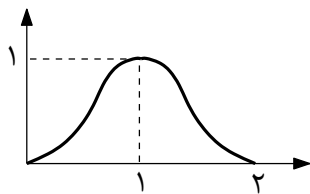
- (۱)  $[1, 2]$       (۲)  $[0, 2]$       (۳)  $(1, 2]$       (۴)  $[1, 3]$

۲۵) نمودار تابع  $y = f(x-1)$  به صورت شکل روبه‌رو است، نمودار تابع  $y = f(1-x)$  کدام است؟

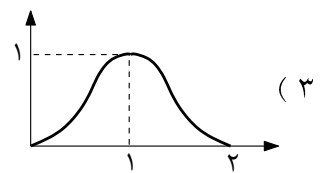
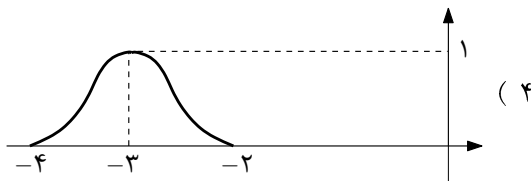
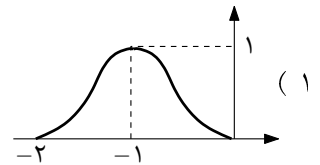
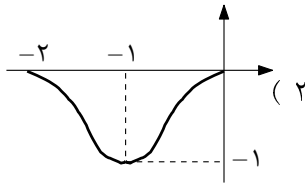


(۲۶) نمودار تابع  $y = f(x)$  مفروض است. اگر نمودار را در جهت محور  $x$  ها با ضریب ۳ انبساط داده و سپس به اندازه  $\frac{3}{4}$  واحد نمودار را به طرف جهت مثبت محور  $x$  ها ببریم و بعد قرینه‌ی آن را نسبت به محور  $y$  ها به دست آورده و در نهایت نمودار را در جهت محور  $y$  ها با ضریب  $\frac{1}{4}$  انقباض عمودی دهیم، کدام ضابطه به دست می‌آید؟

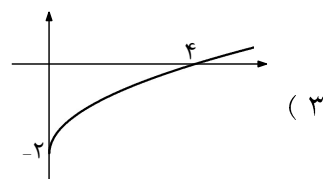
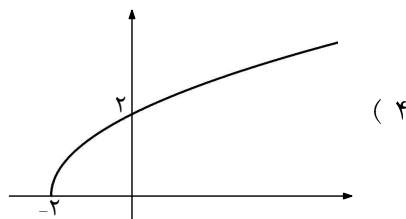
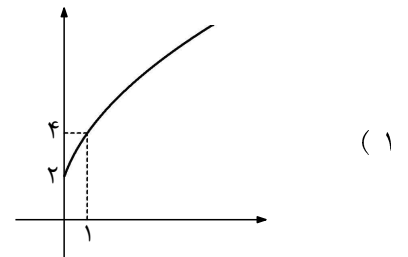
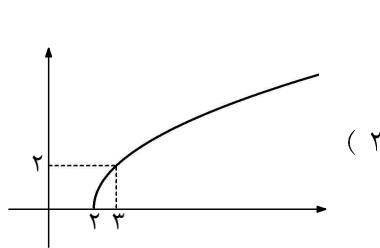
(۱)  $y = \frac{1}{4} f(-\frac{x}{3} - \frac{3}{4})$  (۲)  $y = -\frac{1}{4} f(\frac{x}{3} - \frac{3}{4})$  (۳)  $y = \frac{1}{4} f(-\frac{x}{3} - \frac{1}{4})$  (۴)  $y = -\frac{1}{4} f(\frac{x}{3} - \frac{1}{4})$



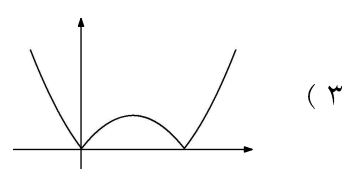
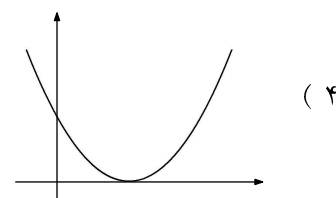
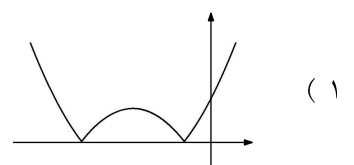
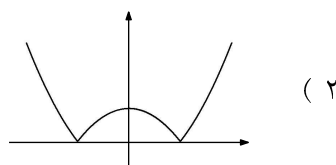
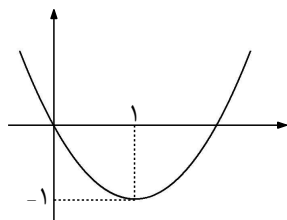
(۲۷) اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  با دامنه‌ی  $[0, 2]$  و برد  $[0, 1]$  به صورت زیر باشد، کدام گزینه نمودار مربوط به تابع  $y = f(-x + 2)$  را به درستی نشان می‌دهد؟



(۲۸) اگر  $f(x) = \sqrt{1-x} + 1$  و  $g(x) = f(1-x) - 1$ ، آنگاه نمودار تابع  $h(x) = g(x) - 2$  کدام است؟

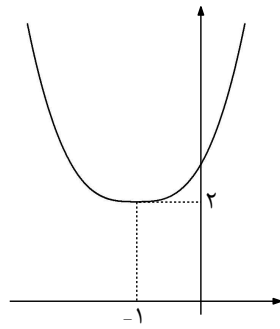


(۲۹) اگر نمودار تابع به معادله‌ی  $y = f(x)$  به صورت روبه‌رو باشد، آنگاه نمودار تابع  $y = f(-x)$  کدام است؟

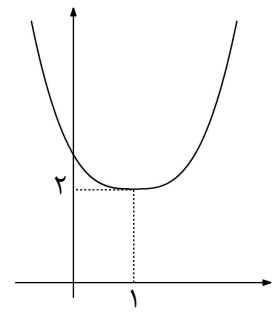


## ۲.۱ تابع درجه سوم، توابع یکنوا و بخش پذیری و تقسیم

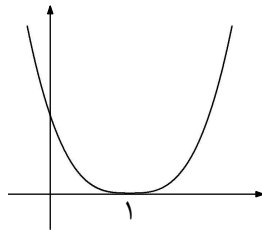
۳۰) نمودار تابع  $f(x) = |(x-1)^2| + 2$  کدام است؟



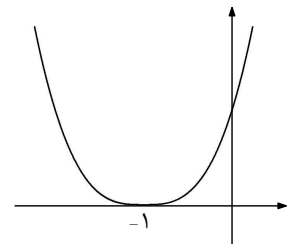
(۲)



(۱)

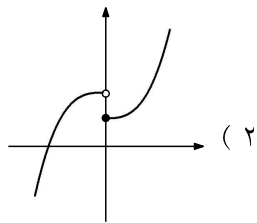


(۴)

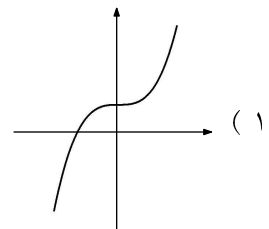


(۳)

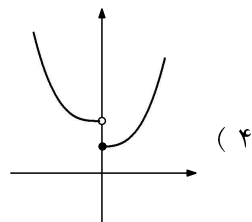
۳۱) نمودار تابع  $y = x^2|x| + 1$  به کدام صورت است؟



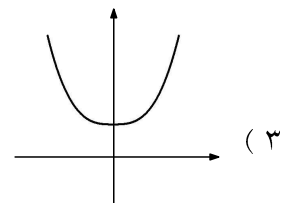
(۲)



(۱)

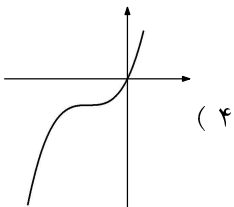


(۴)

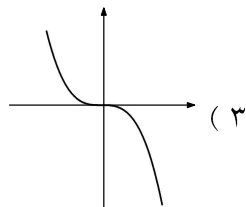


(۳)

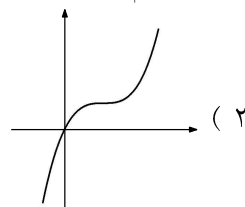
۳۲) نمودار تابع  $f(x) = 6x^2 - x^3 - 12x$  به کدام صورت است؟



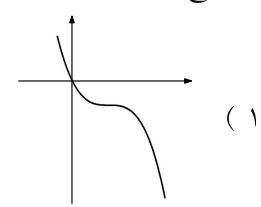
(۴)



(۳)

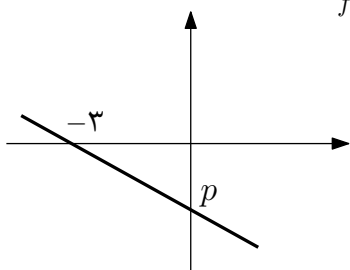


(۲)



(۱)

۳۳) اگر نمودار مقابل مربوط به چندجمله‌ای  $f(x) = (x+1)^3 - (x+2)^3 + mx^2 + nx + 5$  باشد، مقدار  $m + 3n + p$  کدام است؟



۲۵ (۲)

۳ (۱)

۲۶ (۴)

-۲ (۳)

(۳۴) چه تعداد از جملات زیر صحیح است؟

- نمودار تابع  $y = x^2$  در فاصله  $(0, 1)$  بالاتر از نمودار تابع  $y = x^3$  قرار می‌گیرد.
- نمودار تابع  $y = x^3$  در فاصله  $(1, +\infty)$  بالاتر از نمودار تابع  $y = x^2$  قرار می‌گیرد.
- نمودار تابع  $y = x^3$  در فاصله  $(-1, 0)$  بالاتر از نمودار تابع  $y = x^2$  قرار می‌گیرد.

(۱) ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) صفر

(۳۵) نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ ، در بازه  $(-\infty, a)$  زیر محور  $x$  ها است، بیشترین مقدار  $a$  کدام است؟

(۱) ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

(۳۶) مساحت محصور بین محورهای مختصات و خط واصل بین نقاط تلاقی منحنی به معادله  $y = (x + 1)^3$  با آنها کدام است؟

(۱) ۱ (۱)       $\frac{1}{3}$  (۲)       $\frac{1}{4}$  (۳)       $\frac{2}{3}$  (۴)

(۳۷) تابع  $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$  در سه نقطه محور طولها را قطع می‌کند. اگر حاصل ضرب طول این نقاط ۳ و  $f(2) = 15$  باشد،  $a$  کدام است؟

(۱) ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) -۱

(۳۸) تابع  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 7$  مفروض است. تابع  $g(x) = \sqrt[3]{x}$  با کدام یک از انتقال‌های زیر بر تابع  $f^{-1}$  منطبق می‌شود؟

(۱) یک واحد به سمت چپ و ۲ واحد به سمت بالا (۲) یک واحد به سمت چپ و ۲ واحد به سمت پایین

(۳) یک واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت بالا (۴) یک واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت پایین

(۳۹) کدام گزینه در مورد ریشه‌های معادله  $x^3 = -|x| + 2$  درست است؟

(۱) فاقد ریشه (۲) فقط یک ریشه مثبت

(۳) فقط یک ریشه منفی (۴) دو ریشه مختلف‌العلامه

(۴۰) اگر دامنه‌ی تابع  $f(x) = -x^3 + 2$  بازه  $[-1, 3]$  باشد، بُرد آن به صورت  $[a, b]$  می‌باشد. حاصل  $b - a$  کدام است؟

(۱) ۲۸ (۱)      ۳۲ (۲)      ۱۸ (۳)      ۲۲ (۴)

(۴۱) اگر  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x$  باشد، برای رسم نمودار تابع  $g(x) = \frac{x^3}{3}$  کدام مراحل بعد از رسم نمودار  $y = f(x)$  به ترتیب انجام می‌شود؟

(۱) ۱ واحد انتقال طولی به چپ -  $\frac{1}{3}$  واحد انتقال عرضی به پایین

(۲) ۱ واحد انتقال طولی به راست -  $\frac{1}{3}$  واحد انتقال عرضی به پایین

(۳) ۱ واحد انتقال طولی به چپ - ۳ واحد انتقال عرضی به پایین

(۴) ۱ واحد انتقال طولی به راست - ۳ واحد انتقال عرضی به پایین

## ۱.۲.۱ توابع صعودی و توابع نزولی

۴۲) تابع  $f = \{(2, -2), (3, m-1), (4, 2-2m)\}$  صعودی اکید است، تابع  $g(x) = |m|^x$  چگونه است؟ ( $m \neq 0$ )

- (۱) نه صعودی نه نزولی (۲) صعودی (۳) صعودی اکید (۴) نزولی اکید

۴۳) کدام تابع نزولی است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $y = [x] + [-x]$  (۲)  $y = x([x] + [-x])$  (۳)  $y = \frac{x}{[x] + [-x]}$  (۴)  $y = \frac{[x] + [-x]}{x}$

۴۴) حدود  $a$  برای آنکه تابع  $y = (a-4)x^2 - x$  در بازه‌ی  $[2, +\infty)$  صعودی باشد، کدام است؟

- (۱)  $a \geq 4$  (۲)  $a \geq \frac{17}{4}$  (۳)  $\frac{1}{2} < a < \frac{17}{4}$  (۴)  $\frac{1}{3} < a < 4$

۴۵) اگر بازه‌ی  $[-2, +\infty)$  بزرگترین بازه‌ای باشد که تابع  $f(x) = x^2 + ax + 3$  روی آن صعودی است آنگاه نمودار این تابع از کدام ناحیه‌ی مختصات عبور نمی‌کند؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۴۶) بزرگترین بازه‌ای که وارون تابع  $y = x|x|$  در آن صعودی است، کدام است؟

- (۱)  $[0, +\infty)$  (۲)  $(-\infty, 0]$  (۳)  $[1, +\infty)$  (۴)  $(-\infty, +\infty)$

۴۷) اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < 1 \\ a & ; x = 1 \\ x^2 - 2x + 3 & ; x > 1 \end{cases}$  صعودی باشد، حدود  $a$  کدام است؟

- (۱)  $[0, 1]$  (۲)  $[0, 2]$  (۳)  $[1, 2]$  (۴)  $[2, 3]$

۴۸) اگر  $f$  تابعی نزولی با دامنه‌ی  $\mathbb{R}$  باشد، دامنه‌ی تابع  $y = \sqrt{f(|2x|) - f(|x+3|)}$  شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۹) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$  در بازه‌ی  $[1, +\infty)$  چگونه است؟

- (۱) صعودی اکید (۲) نزولی اکید (۳) ابتدا صعودی - سپس نزولی (۴) ابتدا نزولی - سپس صعودی

۵۰) اگر  $f$  صعودی و  $g$  نزولی باشد، آنگاه  $f \circ g$  و  $f \circ g \circ f$  به ترتیب:

- (۱) نزولی - نزولی (۲) صعودی - نزولی (۳) نزولی - صعودی (۴) صعودی - صعودی

۵۱) اگر  $y = f(x)$  تابعی اکیداً یکنوا باشد، تابع  $y = f \circ f(x)$  کدام یک از ضابطه‌های زیر را نمی‌تواند داشته باشد؟

- (۱)  $y = 3 + x$  (۲)  $y = x^9$  (۳)  $y = 4 - x$  (۴)  $y = 2x - 1$

(۵۲) اگر تابع  $y = f(x)$  صعودی اکید باشد، کدام تابع همواره صعودی اکید است؟

- (۱)  $|x| + f(x)$       (۲)  $xf(x)$       (۳)  $x + f(x)$       (۴)  $|x|f(x)$

(۵۳) اگر تابع  $f = \{(3, |a^2 - 3a - 4|), (2, a^2 - 3a - 4)\}$  نزولی باشد، حدود تغییرات  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\emptyset$       (۲)  $[-1, 4]$       (۳)  $(-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$       (۴)  $\mathbb{R}$

(۵۴) هر تابع یک به یک لزوماً تابعی است:

- (۱) صعودی      (۲) نزولی      (۳) هم صعودی و هم نزولی      (۴) هیچ کدام

(۵۵) کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

- (۱) اگر  $f$  تابعی نه صعودی و نه نزولی باشد یک به یک نیست.  
 (۲) اگر  $f$  تابعی معکوس‌پذیر باشد، آنگاه توابع  $f \circ f^{-1}$  و  $f^{-1} \circ f$  مساویند.  
 (۳) اگر  $f$  تابعی اکیداً نزولی و تابع  $g$  بر برد  $f$  اکیداً صعودی باشد، آنگاه تابع  $g \circ f$  تابعی است نه صعودی و نه نزولی.  
 (۴) اگر به ازای هر دو عضو  $x_1$  و  $x_2$  از دامنه‌ی  $f$  که  $x_1 > x_2$  بتوان نتیجه گرفت  $f(x_1) < f(x_2)$  آنگاه  $f$  تابعی اکیداً نزولی است.

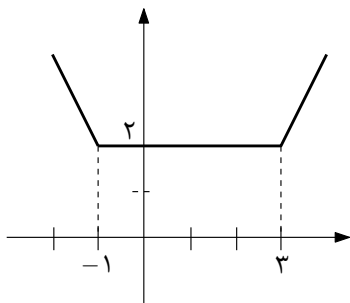
(۵۶) در تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \geq -1 \\ 2 & ; x < -1 \end{cases}$ ، اگر برای دو مقدار  $a$  و  $b$  در بازه‌ی  $(-1, 0)$  داشته باشیم  $a < b$ ، آنگاه کدام مورد همواره صحیح است؟

- (۱)  $f(a) < f(b)$       (۲)  $f(a^2) > f(b^2)$       (۳)  $|f(a) - f(b)| < |a - b|$       (۴)  $f(a) + f(b) > |a| + |b|$

(۵۷) مجموعه جواب نامعادله‌ی  $\log_{0.1}(x+1) < \log_{0.1}(2x-3)$  کدام است؟

- (۱)  $(\frac{3}{4}, +\infty)$       (۲)  $(-1, +\infty)$       (۳)  $(\frac{3}{4}, 4)$       (۴)  $(-\infty, 4)$

(۵۸) اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل باشد، بزرگترین بازه‌ای که تابع  $y = f(2 + |x|)$  در آن صعودی باشد، کدام است؟



- (۱)  $[-2, +\infty)$       (۲)  $[1, +\infty)$       (۳)  $[-1, +\infty)$       (۴)  $[-3, +\infty)$

(۵۹) تابع  $f$  با دامنه‌ی  $\mathbb{R}$  اکیداً صعودی است، توابع  $g(x) = f(\lfloor x \rfloor)$  و  $h(x) = f(-2x + 1)$  چگونه‌اند؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) هر دو اکیداً نزولی      (۲)  $g$  اکیداً صعودی و  $h$  اکیداً نزولی

- (۳)  $g$  صعودی و  $h$  اکیداً نزولی      (۴)  $g$  صعودی و  $h$  اکیداً صعودی



## ۲.۲.۱ تقسیم و بخش پذیری

۶۰) فرض کنید  $f(x)$  و  $g(x)$  چندجمله‌ای باشند و  $g(1) = -5$  و  $f(x+6) = g(x-1) + 5$ ، در این صورت چندجمله‌ای  $f(x)$  بر کدام عبارت زیر بخش پذیر است؟

$x-5$  ( ۴)                       $x-2$  ( ۳)                       $x-7$  ( ۲)                       $x-8$  ( ۱)

۶۱) اگر باقی مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای  $f(x)$  بر  $x-8$  مساوی ۱۷ باشد، باقی مانده‌ی تقسیم  $f(x^3)$  بر  $x^2 + 2x + 4$  کدام است؟

۱۷ ( ۴)                      ۲ ( ۳)                      ۸ ( ۲)                      ۹ ( ۱)

۶۲) خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای  $P(x)$  بر  $2x-1$  چندجمله‌ای  $Q(x)$  بوده و باقی مانده‌ی آن برابر ۲ است و همچنین باقی مانده‌ی تقسیم  $P(x)$  بر  $x-2$  برابر ۵ است، باقی مانده‌ی تقسیم  $Q(x)$  بر  $x-2$  برابر است با:

۰ ( ۴)                      ۱ ( ۳)                      ۲ ( ۲)                      ۳ ( ۱)

۶۳) اگر  $f(x)$  یک چندجمله‌ای و نمودار تابع  $y = x + f(x)$  محور  $x$  ها را در نقاط  $x=1$  و  $x=2$  قطع کند، باقی مانده‌ی تقسیم  $f(x)$  بر  $x^2 - 3x + 2$  کدام است؟

$1-x$  ( ۴)                       $x+1$  ( ۳)                       $-x$  ( ۲)                       $x$  ( ۱)

۶۴) در صورتی که باقی مانده‌ی تقسیم  $ax^6 + bx^3 + 1$  بر  $x^3 + 1$  برابر ۱ باشد، باقی مانده‌ی تقسیم  $x^2 + ax + 2b$  بر  $x+2$  کدام است؟

$-2$  ( ۴)                      ۲ ( ۳)                      ۴ ( ۲)                       $-4$  ( ۱)

۶۵) اگر عبارت  $P(x) = x^{18} + ax^{15} + bx^4 - 2x + 1$  بر  $x^2 + 1$  بخش پذیر باشد، باقی مانده‌ی تقسیم آن بر  $x^2 - 1$  کدام است؟

$4x+2$  ( ۴)                       $4x-2$  ( ۳)                       $-4x+2$  ( ۲)                       $-2$  ( ۱)

۶۶) اگر به چندجمله‌ای  $P(x)$  عبارت  $11x-3$  را اضافه کنیم باقی مانده‌ی تقسیم آن بر  $x^2 - 4x + 3$  برابر با  $5-2x$  می شود.  $P(3)$  برابر است با:

۳۰ ( ۴)                      ۳۱ ( ۳)                       $-30$  ( ۲)                       $-31$  ( ۱)

۶۷) چندجمله‌ای  $x^7 + mx^5 - 4x^2 + 1$  بر  $x+1$  بخش پذیر است، باقی مانده‌ی تقسیم  $x^3 + 2x^2 + mx + 3$  بر  $x-2$  کدام است؟

۱۱ ( ۴)                      ۹ ( ۳)                      ۷ ( ۲)                      ۵ ( ۱)

۶۸) اگر عبارت  $x^{2n+1} + 2x^{2n} + x^5 - 5x^3 + k$  به ازای هر عدد طبیعی  $n$  بر عبارت  $x+2$  بخش پذیر باشد، آنگاه باقی مانده‌ی تقسیم آن بر  $x^2 - 1$  کدام است؟

$3x-4$  ( ۴)                       $2x+4$  ( ۳)                       $-2x+1$  ( ۲)                       $-3x-6$  ( ۱)

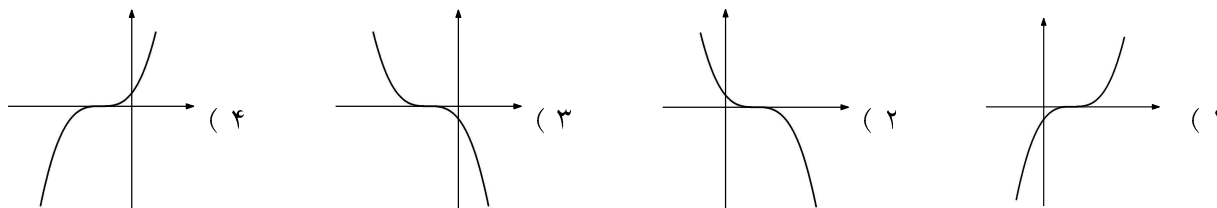
۶۹) اگر عبارت  $4x - 2$  از عبارت  $P(x) = x^5 + 4x^2 - ax + b$  کم شود آنگاه عبارت حاصل بر  $x^2 - 1$  بخش پذیر می شود، در این صورت  $a + b$  کدام است؟

- (۱) -۳      (۲) ۳      (۳) -۹      (۴) ۹

۷۰) اگر باقی مانده ی تقسیم وارون تابع  $f(x) = a + b\sqrt{x-4}$  بر  $x-2$  و  $x-1$  به ترتیب برابر ۴ و ۳ باشد، مقدار  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۷۱) چند جمله ای  $f(x) = -x(x^2 + ax + 3) + 1$  بر  $x-1$  بخش پذیر است، نمودار  $f$  کدام است؟



۷۲) عبارت  $a^{12} + 1$  بر کدام یک از عبارات زیر همواره بخش پذیر است؟

- (۱)  $a^2 + 1$       (۲)  $a^3 + 1$       (۳)  $a^4 + 1$       (۴)  $a^6 + 1$

۷۳) حاصل  $(1 - x + x^2 - \dots + x^6)(1 + x + x^2 + \dots + x^6)$  به ازای  $x = \sqrt{2}$  کدام است؟

- (۱) -۱۲۷      (۲) ۱۲۷      (۳) ۶۳      (۴) -۶۳

۷۴) در تجزیه ی عبارت  $x^7 - 64$  به فرم  $(x+2)p(x)$ ، اگر  $A$  مجموع ضرایب منفی و  $B$  مجموع ضرایب مثبت  $p(x)$  باشد،  $2B - A$  کدام است؟

- (۱) ۴۲      (۲) ۶۲      (۳) ۷۴      (۴) ۸۴

۷۵) چند جمله ای  $f(x)$  برای هر  $x$  در تساوی  $x^{12} - 1 = (x^2 - 1)f(x)$  صدق می کند، باقی مانده ی تقسیم  $f(x)$  بر  $x + 1$  کدام است؟

- (۱) ۱۲      (۲) ۶      (۳) صفر      (۴) ۴

## فصل ۲

### مثلثات

#### ۱.۲ تناوب و تانژانت

(۷۶) تابع  $y = \cos x$  در فاصله  $(-\pi, \pi)$  . . . . .

( ۱ ) یک محور تقارن و یک مرکز تقارن دارد. ( ۲ ) دو محور تقارن و یک مرکز تقارن دارد.

( ۳ ) یک محور تقارن و دو مرکز تقارن دارد. ( ۴ ) یک محور تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد.

(۷۷) کدام یک از توابع زیر در طول‌های مضارب فرد  $\pi$  مماس بر محور  $x$  ها است؟

$y = \cos x + 1$  ( ۱ )       $y = 2 \cos x - 1$  ( ۲ )       $y = \sin x + 1$  ( ۳ )       $y = \sin x$  ( ۴ )

(۷۸) مقدار تابع  $y = \sin 3x$ ، در فاصله  $[0, \pi]$ ، در چند نقطه برابر با صفر می‌شود؟

۲ ( ۱ )      ۴ ( ۲ )      ۳ ( ۳ )      ۵ ( ۴ )

(۷۹) اگر تابع  $y = \sin ax$  محور  $x$  ها را در بازه  $[0, 2\pi]$ ، ۷ بار قطع کند، کمترین مقدار مثبت  $a$  کدام است؟

۲ ( ۱ )      ۳ ( ۲ )      ۴ ( ۳ )       $\frac{7}{4}$  ( ۴ )

(۸۰) تابع  $f(x) = |\sin x|$  مفروض است. در کدام یک از بازه‌های زیر، به ازای هر  $x_1$  و  $x_2$  عضو این بازه، رابطه‌ی  $x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$  برقرار است؟

$(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$  ( ۱ )       $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$  ( ۲ )       $[-\frac{\pi}{4}, 0]$  ( ۳ )       $[0, \frac{\pi}{4}]$  ( ۴ )

(۸۱) تابع  $y = \sin kx$  از ابتدا تا انتهای بازه  $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$  یک تناوب کامل را طی می‌کند، مقدار  $k$  کدام می‌تواند باشد؟

۱ ( ۱ )      ۲ ( ۲ )      ۳ ( ۳ )      ۴ ( ۴ )

(۸۲) دوره‌ی تناوب تابع  $f(x) = \sin x \cos x (\sin^2 x - \cos^2 x)$  کدام است؟

$2\pi$  ( ۱ )       $\pi$  ( ۲ )       $\frac{\pi}{4}$  ( ۳ )       $\frac{\pi}{2}$  ( ۴ )

(۸۳) دوره‌ی تناوب تابع  $f(x) = (\sin x + \cos x + 1)(\sin x + \cos x - 1)$  کدام است؟

$\frac{\pi}{4}$  ( ۱ )       $\pi$  ( ۲ )       $2\pi$  ( ۳ )      ( ۴ ) متناوب نیست.

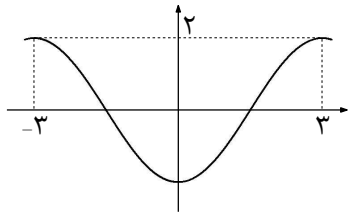
۸۴) اگر دوره‌ی تناوب تابع  $f(x) = \sin(\pi ax)$  عدد  $\frac{1}{3}$  باشد، آنگاه دوره‌ی تناوب تابع  $g(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)$  کدام است؟ ( $a > 0$ )

$\frac{1}{2}$  (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۸ (۱)



۸۵) نمودار تابع  $f(x) = a \cos bx$  به شکل مقابل است، مقدار  $ab$  کدام می‌تواند باشد؟

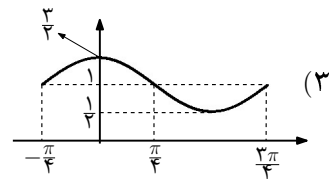
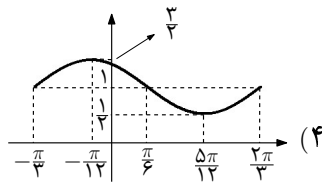
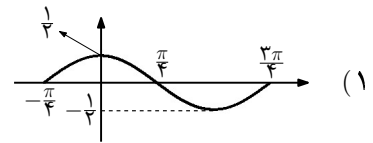
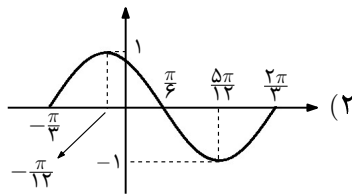
$-\frac{\pi}{6}$  (۴)

$-\frac{2\pi}{3}$  (۳)

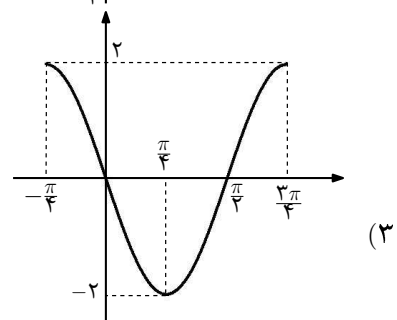
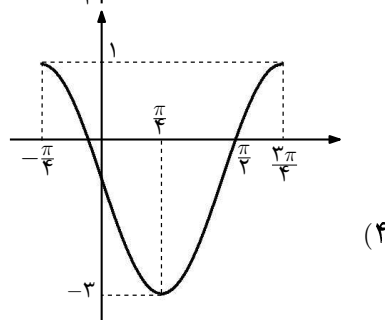
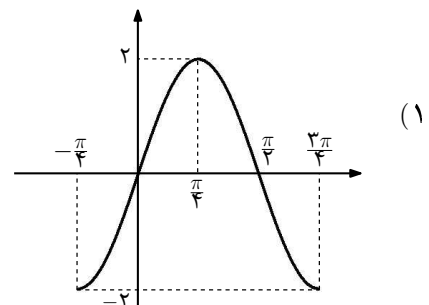
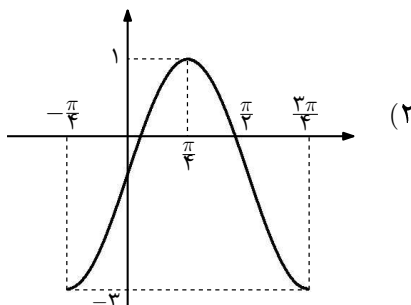
$-\frac{\pi}{3}$  (۲)

$\frac{\pi}{3}$  (۱)

۸۶) کدام شکل می‌تواند نشان دهنده‌ی نمودار تابع  $y = \frac{1}{3} \sin 2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$  باشد؟



۸۷) نمودار تابع  $y = -1 - 2 \cos 2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  در بازه‌ی  $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$  کدام است؟



۸۸) دوره‌ی تناوب و مجموع مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع  $y = 3 - 2 \cos(1 - \pi x)$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱) ۱ و ۶ (۲)  $2\pi$  و ۴ (۳) ۲ و ۶ (۴)  $2\pi$  و ۶

۸۹) برد تابع  $y = 2 - \frac{3}{4} \sin x$  کدام است؟

- (۱)  $[-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}]$  (۲)  $[-1, 1]$  (۳)  $[\frac{5}{8}, \frac{11}{8}]$  (۴)  $[\frac{5}{4}, \frac{11}{4}]$

۹۰) اگر  $y = \cos^2 x - 3 \sin^2 x$  باشد، محدوده‌ی تغییرات  $y$  کدام است؟

- (۱)  $-3 \leq y \leq 1$  (۲)  $-1 \leq y \leq 3$  (۳)  $-3 \leq y \leq 0$  (۴)  $0 \leq y \leq 3$

۹۱) اگر  $x = \frac{2\pi}{3}$  طول اولین نقطه با طول مثبت باشد که تابع  $y = \sin(x - a)$  در آن به حداکثر می‌رسد،  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{3}$  (۲)  $\frac{\pi}{6}$  (۳)  $\frac{2\pi}{3}$  (۴)  $\frac{\pi}{4}$

۹۲) زاویه‌ی  $\alpha$  در کدام ربع باشد تا داشته باشیم  $\tan \alpha < \sin \alpha$ ؟

- (۱) دوم یا چهارم (۲) اول یا سوم (۳) اول یا دوم (۴) سوم یا چهارم

۹۳) کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) تانژانت در هر ربعی تابعی اکیداً صعودی است.

(۲) کتانژانت در هر ربعی تابعی اکیداً نزولی است.

(۳) اگر  $f(x) = \tan x + \cot x$  آنگاه به ازای هر  $x \neq \frac{k\pi}{4}$  داریم  $f(-x) = f(x)$

(۴)  $\tan x + \cot x \geq 2$  (زاویه‌ای در ربع اول یا سوم است).

۹۴) دامنه‌ی تابع  $y = \tan(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{4})$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2k\pi\}$  (۲)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{k\pi}{4}\}$

- (۳)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi\}$  (۴)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{k\pi}{4}\}$

۹۵) اگر  $f(x) = \tan x$  و  $g(x) = \cot x$  باشند، دامنه‌ی تابع  $f.g$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2k\pi\}$  (۲)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi\}$

- (۳)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2k\pi + \frac{\pi}{4}\}$  (۴)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{k\pi}{4}\}$

۹۶) اگر دوره‌ی تناوب دو تابع  $f(x) = \frac{\tan \pi x}{1 - \tan^2 \pi x}$  و  $g(x) = |\sin ax|$  برابر باشند، مقدار مثبت  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\pi$  (۲)  $2\pi$  (۳)  $4\pi$  (۴)  $\frac{\pi}{4}$

۹۷) تعداد جواب‌های معادله‌ی  $x + \tan x = 0$  در بازه‌ی  $(-\pi, \pi)$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

## ۲.۲ معادلات مثلثاتی

(۹۸) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی  $\frac{\sin 3x + \sin x}{\sin x} = 1$  به کدام صورت است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $\frac{k\pi}{3}$  (۲)  $k\pi + \frac{\pi}{3}$  (۳)  $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۴)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(۹۹) تعداد جواب‌های معادله‌ی  $\sin(\pi \cos x) = -1$  در فاصله‌ی  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

(۱۰۰) معادله‌ی  $\tan 3x \tan x = -1$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  چند ریشه دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

(۱۰۱) معادله‌ی  $\sin 2x = 2 \cos x$  در بازه‌ی  $(0, 2\pi)$  چند جواب دارد؟

- (۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) سه

سراسری ریاضی ۸۷

(۱۰۲) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی  $\sin \frac{5\pi}{4} + \sin(\frac{\pi}{4} + x) \sin(\pi + x) = 0$  کدام است؟

- (۱)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۲)  $k\pi - \frac{\pi}{4}$  (۳)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$  (۴)  $2k\pi + \frac{\pi}{4}$

(۱۰۳) معادله‌ی مثلثاتی  $(1 + 3 \cos x)(1 + 3 \sin x) = 0$  در بازه‌ی  $[0, \pi]$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(۱۰۴) مجموع ریشه‌های معادله‌ی  $2 + 3 \cos x + \cos 2x = 0$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{7\pi}{3}$  (۲)  $2\pi$  (۳)  $\frac{5\pi}{3}$  (۴)  $3\pi$

سراسری ۷۹

(۱۰۵) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی  $\sin 3x + \sin x = 0$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{2}$  (۲)  $k\pi$  (۳)  $k\pi + \frac{\pi}{2}$  (۴)  $2k\pi + \frac{\pi}{2}$

(۱۰۶) معادله‌ی  $8 \cos x \cos 2x = \frac{1}{\sin x}$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  چند ریشه دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

(۱۰۷) اگر  $3 \cos x + \sqrt{3} \sin x = 3$  آنگاه  $\cos(x - \frac{\pi}{4})$  چقدر است؟

- (۱)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱۰۸) معادله‌ی  $\frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x} = -\sqrt{2}$  چند جواب در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  دارد؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۹) یکی از جواب‌های عمومی معادله‌ی  $\sqrt{1 + \cos x} + \sin x = 0$  برابر است با:

- (۱)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۲)  $2k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۳)  $2k\pi + \frac{3\pi}{4}$  (۴)  $k\pi + \frac{3\pi}{4}$

۱۱۰) انتهای کمان جواب‌های معادله‌ی  $\cos x = \cos^4 x - \sin^4 x$  بر روی دایره‌ی مثلثاتی رئوس یک  $n$  ضلعی منتظم هستند،  $n$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۱۱) صورت کلی تمام قوس‌هایی که در معادله‌ی  $2 \cos^2(x + \frac{\pi}{4}) = 1 + 2 \sin x$  صدق می‌کنند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{2}$  (۲)  $2k\pi$  (۳)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۴)  $k\pi$

۱۱۲) مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$  با طول وتر  $c = 13$ ، از رابطه‌ی  $S = \frac{\sqrt{3}}{4} bc \cos \hat{A}$  به دست می‌آید. مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱)  $\frac{169}{4\sqrt{3}}$  (۲)  $\frac{169\sqrt{3}}{8}$  (۳)  $\frac{169\sqrt{3}}{2}$  (۴)  $\frac{169\sqrt{3}}{4}$

۱۱۳) معادله‌ی  $\frac{1}{\cos^2 x} + 1 - 3 \tan x = 0$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۴) مجموع جواب‌های معادله‌ی  $\tan x + \tan(\frac{3\pi}{4} - x) = 2 \tan \frac{3\pi}{4}$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3\pi}{2}$  (۲)  $\frac{5\pi}{2}$  (۳)  $\frac{7\pi}{2}$  (۴)  $\frac{9\pi}{2}$

سراسری تجربی ۸۰

۱۱۵) یکی از جواب‌های معادله‌ی  $2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2\pi}{3}$  (۲)  $\frac{5\pi}{6}$  (۳)  $\frac{7\pi}{6}$  (۴)  $\frac{4\pi}{3}$

سراسری تجربی ۸۸

۱۱۶) اگر  $\tan \frac{2\pi}{3} \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = 1$  باشد، مقدار  $\cos 2x$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{2}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

سراسری ریاضی ۸۶

۱۱۷) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی  $\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \sqrt{3}$  به کدام صورت است؟

- (۱)  $2k\pi + \frac{5\pi}{6}$  (۲)  $2k\pi + \frac{\pi}{3}$  (۳)  $k\pi + \frac{5\pi}{6}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{3}$

۱۱۸) جواب‌های کلی معادله‌ی مثلثاتی  $\cos 2x = \sin x$  به صورت  $x = 2k\pi + \frac{i\pi}{4}$  بیان شده است، مجموعه مقادیر  $i$  کدام است؟

سراسری ریاضی ۸۳

- (۱)  $\{7, 9\}$  (۲)  $\{1, 3, 5\}$  (۳)  $\{1, 4, 7\}$  (۴)  $\{1, 5, 9\}$





## فصل ۳

# حدهای نامتناهی - حد در بی نهایت

### ۱.۳ حدهای نامتناهی

(۱۱۹) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x^2 - 8x + 4}{x^2 - 4x + 4}$  کدام است؟

- (۱)  $-\infty$       (۲) صفر      (۳) ۱      (۴) ۳

(۱۲۰) در صورتی که  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-5x^2}{x^2 + a} = +\infty$  آنگاه  $a$  کدام است؟

- (۱) -۱      (۲) ۱      (۳) صفر      (۴) همه‌ی اعداد

(۱۲۱) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}$  کدام است؟

- (۱)  $+\infty$       (۲)  $-\infty$       (۳) صفر      (۴) ۱

(۱۲۲) حاصل  $\lim_{x \rightarrow (\frac{2\pi}{3})^-} \frac{2 - \cot x}{1 + \tan x}$  کدام است؟ (صورت کسر ۲ به توان  $\cot x$  - است.)

- (۱)  $-\infty$       (۲)  $+\infty$       (۳) ۲      (۴) صفر

سراسری تجربی ۸۹

(۱۲۳) حد عبارت  $\frac{\cos x}{1 - \sin x}$  وقتی  $x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳)  $+\infty$       (۴)  $-\infty$

(۱۲۴) حد چپ و راست تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{x}{\cos x - 1}$  در  $x = 0$  به ترتیب از راست به چپ، کدام‌اند؟

- (۱)  $+\infty$  و  $-\infty$       (۲)  $-\infty$  و  $+\infty$       (۳)  $+\infty$  و  $+\infty$       (۴)  $-\infty$  و  $-\infty$

(۱۲۵) حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} \frac{x}{\cos x}$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) -۱      (۳)  $+\infty$       (۴)  $-\infty$

(۱۲۶) اگر  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 3x + 2}$  و  $g(x) = 1 + |x|$  آنگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} f \circ g(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$       (۲) ۱      (۳)  $+\infty$       (۴)  $-\infty$

۱۲۷) اگر  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$  و  $g(x) = \frac{5x+1}{4x^2-1}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} g \circ f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $-\infty$       (۲)  $+\infty$       (۳) ۴      (۴) -۴

۱۲۸) حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^+} \frac{1+x}{1+\sin x}$  ، کدام است؟

- (۱) صفر      (۲) -۱      (۳)  $-\infty$       (۴)  $+\infty$

۱۲۹) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[-x]}{x^2-x-2}$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x|}{[x+1](x^2-x)}$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $+\infty$  و  $+\infty$       (۲)  $+\infty$  و  $+\infty$       (۳)  $-\infty$  و  $-\infty$       (۴)  $+\infty$  و  $-\infty$

۱۳۰) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{[x] + [-x]}{|x-3|}$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -۱      (۲)  $-\infty$       (۳)  $+\infty$       (۴) صفر

۱۳۱) در تابع  $f(x) = \frac{[x+2]+k}{x-2}$  ، اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$  باشد، محدوده  $k$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $-4 < k < -3$       (۲)  $-3 < k < -2$       (۳)  $k > -3$  یا  $k < -4$       (۴)  $k > -2$  یا  $k < -3$

۱۳۲) به ازای چند عدد صحیح  $a$  ، حد تابع  $f(x) = \frac{-4[x]-a^2}{3+x-2x^2}$  وقتی  $x \rightarrow -1^-$  برابر  $-\infty$  است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۲      (۲) ۶      (۳) ۴      (۴) ۵

۱۳۳) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[\sin x]}{6x-x^2}$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $-\infty$       (۲) صفر      (۳)  $+\infty$       (۴) ۱

۱۳۴) با توجه به حد کسر  $\frac{1}{(x-2)^2}$  در  $x=2$  ،  $x$  به کدام فاصله تعلق داشته باشد تا  $\frac{1}{(x-2)^2} > 64$  گردد؟

- (۱)  $(-\frac{7}{8}, \frac{7}{8})$       (۲)  $(-\frac{1}{8}, \frac{1}{8})$       (۳)  $(\frac{7}{8}, \frac{9}{8})$       (۴)  $(\frac{15}{8}, \frac{17}{8})$

سراسری ریاضی ۹۳

۱۳۵) اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-4}{2x^2+ax+b} = -\infty$  باشد،  $a+b$  کدام است؟

- (۱) -۳      (۲) ۳      (۳) ۶      (۴) ۱۲

۱۳۶) اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{x^2+ax+b} = +\infty$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3bx-2}{x^2+ax}$  کدام است؟

- (۱) ۲      (۲)  $\frac{3}{2}$       (۳) ۱      (۴)  $\frac{9}{2}$

۱۳۷) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2-1) \left[ \frac{1}{x-1} \right]$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۲      (۲) صفر      (۳)  $\infty$       (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۳۸) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 + x - 2|}{x^2 - x^2 - x + 1}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $+\infty$  (۳)  $-\infty$  (۴)  $\frac{1}{2}$

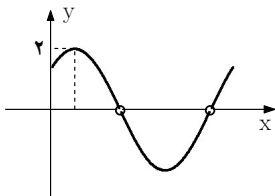
۱۳۹) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\cos x - 1} \right)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳)  $+\infty$  (۴)  $-\infty$

۱۴۰) مقدار  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x^2 - 1](\sqrt{x} - 1)}{[\cos \frac{\pi x}{4}]}$  برابر کدام گزینه است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است).

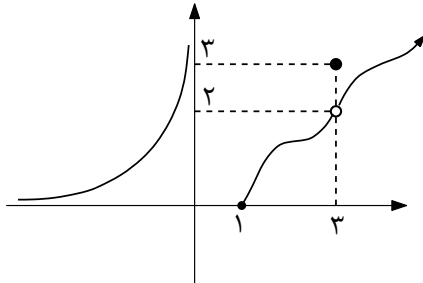
- (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) وجود ندارد.

۱۴۱) شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{a \sin 2x + b}{\sin x + \cos x}$ ، در یک دوره تناوب است.  $a$  کدام است؟



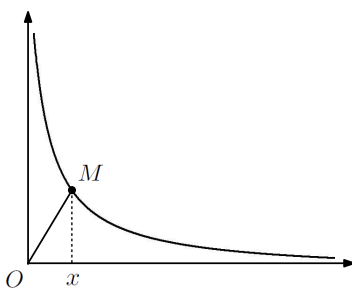
- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳)  $\sqrt{2}$  (۴) ۲

۱۴۲) با توجه به نمودار تابع  $f$ ، حاصل کدام یک از حدهای زیر صحیح نیست؟



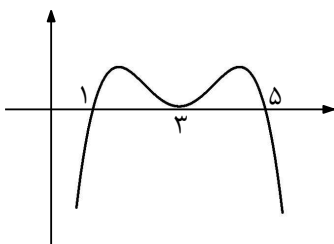
- (۱)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$  (۲)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$  (۳)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$  (۴)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

۱۴۳) از مبدأ مختصات به نقطه‌ای روی منحنی  $f(x) = \frac{1}{|x|}$  (در ناحیه‌ی اول مختصات) پاره‌خطی وصل می‌کنیم. نقطه‌ی روی منحنی را  $M$  و نقطه‌ی مبدأ را  $O$  می‌نامیم. وقتی  $x \rightarrow 0^+$ ، طول  $OM$  به سمت کدام عدد میل می‌کند؟



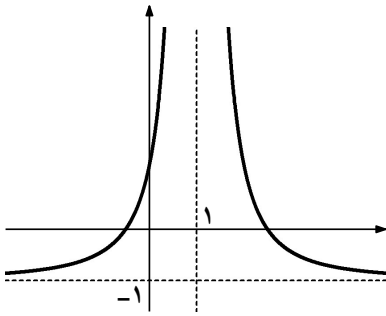
- (۱)  $+\infty$  (۲) ۱ (۳)  $1 + \sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{5}$

۱۴۴) نمودار تابع  $f$  به صورت شکل روبه‌رو است، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(-1)^{[x]}}{f(x) - f(x-4)}$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است).



- (۱)  $+\infty$  (۲)  $-\infty$  (۳) ۱ (۴) -۱

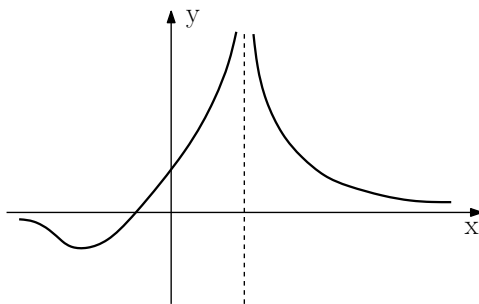
سراسری ۷۴



۱۴۵) شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = \frac{-x^2 + 2x + 1}{x^2 + cx + 1}$  است،  $c$  کدام است؟

- (۱) -۲  
(۲) ۲  
(۳) ۴  
(۴) -۴

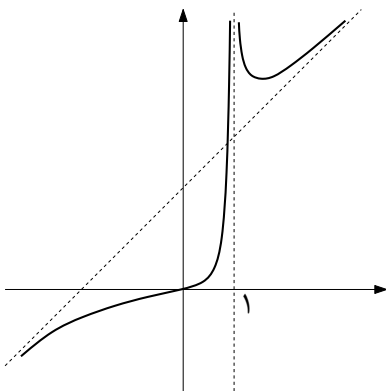
سراسری تجربی ۹۳



۱۴۶) شکل مقابل نمودار تابع  $y = \frac{x+a}{x^2+bx+4}$  است. مقادیر  $a$  و  $b$ ، چگونه است؟

- (۱)  $b=4, a < 0$   
(۲)  $b=-4, a < 0$   
(۳)  $b=4, a > 0$   
(۴)  $b=-4, a > 0$

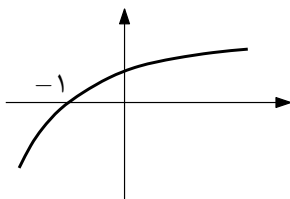
سراسری ریاضی ۹۲



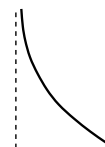
۱۴۷) شکل روبه‌رو، نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{x^3 + ax^2}{x^2 + bx + c}$  است. عدد  $(bc - a)$  کدام است؟

- (۱) -۲  
(۲) -۱  
(۳) ۱  
(۴) ۲

۱۴۸) اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل باشد، نمودار تابع  $g(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{f(x)}}$  در اطراف  $x = -1$  به کدام صورت است؟



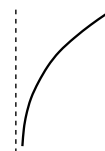
(۲)



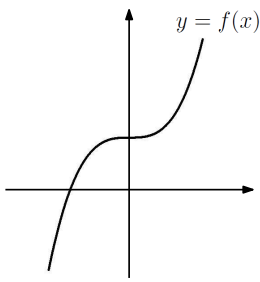
(۱)



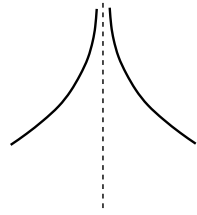
(۴)



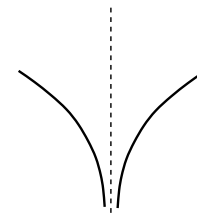
(۳)



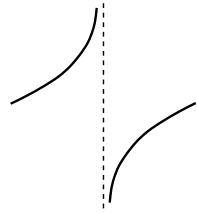
۱۴۹) نمودار تابع  $f$  به صورت روبه‌رو است، نمودار تابع  $y = \frac{x}{f(-x)}$  در اطراف مجانب قائم خود به کدام صورت است؟



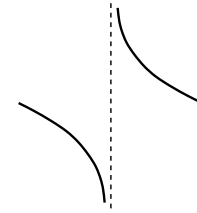
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۱۵۰) منحنی  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^4 - x^2}}$  دارای چند مجانب قائم است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

۱۵۱) به ازای چند مقدار برای  $a$ ، تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + ax}$  دارای ۲ مجانب قائم است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۱۵۲) نمودار  $y = \frac{\cos x}{\sin^2 x - 3 \sin x + 2}$  چند مجانب در بازه  $[0, \pi]$  دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

۱۵۳) منحنی تابع  $f(x) = \frac{\cot x}{x^2 - 7x}$  در بازه  $[0, 2\pi]$  دارای چند مجانب قائم است؟

۴ (بیش از ۳ مجانب)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۵۴) اگر تابع  $f(x) = \frac{x+1}{ax^2 + 2x - 1}$  مجانب قائم نداشته باشد، حدود  $a$  کدام است؟

$a < -1$  (۴)

$a > 1$  (۳)

$a \leq -1$  (۲)

$a \geq 1$  (۱)

۱۵۵) تابع  $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - [x]}$  چند مجانب قائم دارد؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۴ بی‌شمار

۲ (۳)

۱ (۲)

هیچ (۱)

۱۵۶) تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{[x] + [-x]}$  دارای چند مجانب قائم است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۴ مجانب قائم ندارد.

۵ (۳)

۷ (۲)

بی‌شمار (۱)

۱۵۷) تابع  $f(x) = \frac{x\sqrt{16-x^2}}{\sin x}$  چند مجانب قائم دارد؟

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

## ۲.۳ حد در بی نهایت

(۱۵۸) هرگاه  $2 = 0 = 3x + 2f(x) - 5xf(x) + 2$  حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{5}$       (۲)  $\frac{5}{6}$       (۳)  $\frac{3}{5}$       (۴)  $\frac{5}{4}$

(۱۵۹) اگر  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x + 1} - ax - b \right) = 0$  مقدار  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۳      (۲) ۲      (۳) ۰      (۴) ۱

(۱۶۰) در صورتی که  $f(x) = \frac{mx^n + 5x^{n-1} + 3}{4x^2 - 3x + 1}$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{4}$  باشد،  $m + n$  کدام است؟

- (۱) -۵      (۲) ۵      (۳) -۴      (۴) ۴

(۱۶۱) مقادیر  $a$  و  $b$  در عبارت  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + (b-1)x^2 + 2}{2bx^2 - x - 3} = 1$  کدام است؟

- (۱)  $b = -1, a = 0$       (۲)  $b = 0, a = 1$       (۳)  $b = -\frac{1}{4}, a = -1$       (۴)  $b = 0, a = 0$

(۱۶۲) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{ax^2 - 5x - 2}$  اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{3}$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{7}$       (۲)  $\frac{7}{5}$       (۳)  $\frac{5}{6}$       (۴)  $\frac{4}{3}$

(۱۶۳) مقدار  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-3)^{10}(5x+2)^{20}}{(2x+1)^{30}}$  کدام است؟

- (۱)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{20}$       (۲)  $\left(\frac{5}{2}\right)^{20}$       (۳)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{30}$       (۴)  $\left(\frac{5}{2}\right)^{30}$

(۱۶۴) اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - (a-2)x^2 + 3}{3x^2 + 1} = -\frac{2}{3}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{10}{3}$       (۲)  $\frac{10}{3}$       (۳) ۴      (۴) -۴

(۱۶۵) اگر  $f(x) = \frac{(m^2 - 1)x^4 + (2m + 3)x^2 + 2x^2 - 1}{mx + 5}$  و  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$  باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

- (۱)  $\pm 1$       (۲) ۱      (۳) -۱      (۴) هیچ مقداری برای  $m$  وجود ندارد.

(۱۶۶) اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|3a|x^5 - ax^n + 7x^2 - 2}{4x^5 + 1} = 1$ ، آنگاه مجموع مقادیر ممکن برای  $a$  است؟ ( $n \leq 5$ )

- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) ۴

(۱۶۷) اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-2)x^2 + \sqrt{bx+1}}{\sqrt{x}} = 2$  آنگاه  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) ۶      (۳) ۸      (۴) ۲

(۱۶۸) اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-1)x + \sqrt{2-x}}{\sqrt{bx-2}} = \frac{1}{2}$  باشد، آنگاه  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) ۵      (۳) -۳      (۴) -۲

۱۶۹) حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ -\frac{1}{x} \left[ \frac{1}{x} \right] \right]$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳)  $+\infty$  (۴)  $-1$

۱۷۰) حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot \left[ \frac{1}{x} \right]$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳)  $+\infty$  (۴)  $-\infty$

۱۷۱) اگر  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + 2}$  آنگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)]$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۰ (۳) ۲ (۴)  $+\infty$

۱۷۲) حد عبارت  $\sqrt{x^2 + 6x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 2x + 4}$  وقتی  $x \rightarrow -\infty$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) صفر (۴)  $+\infty$

۱۷۳) اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \sqrt{\frac{x}{ax+b}} - 1 \right) = -\frac{1}{4}$  باشد آنگاه  $a+b$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $-1$  (۳) ۲ (۴)  $-2$

۱۷۴) اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 3} - ax - b) = 0$  باشد،  $a+b$  کدام است؟

- (۱)  $\pm 1$  (۲)  $\pm 2$  (۳)  $\pm 3$  (۴) ۰

۱۷۵)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x (\sqrt{x^2 + 8} - \sqrt{x^2 - 4})$  برابر است با:

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۶ (۴)  $-6$

۱۷۶) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( 2\sqrt{\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x}}} - \sqrt{\frac{4}{x} + \sqrt{\frac{1}{x}}} \right)$  کدام است؟

- (۱)  $0/25$  (۲)  $0/5$  (۳) ۱ (۴)  $0/75$

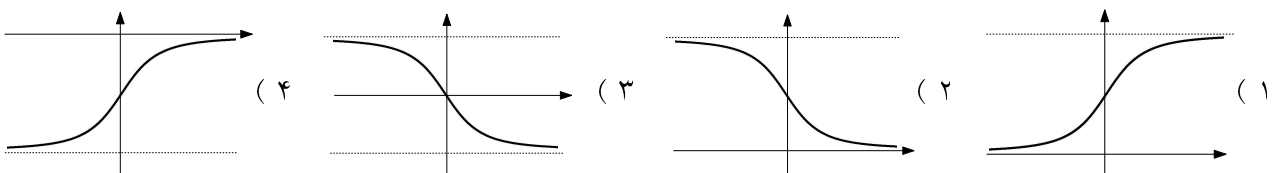
۱۷۷) در تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{ax^n + 4}$ ، اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{4}$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

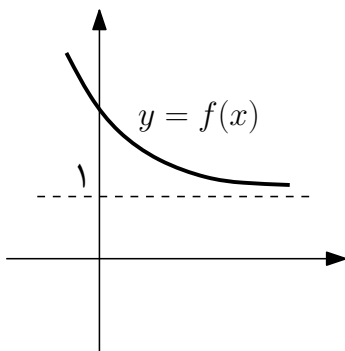
۱۷۸) حد عبارت  $\sqrt{x^2 - 3x} \sin \frac{2}{x}$  وقتی  $x \rightarrow +\infty$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $-6$  (۴) ۲

۱۷۹) نمودار تابع  $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1} + x}{\sqrt{x^2 + 1}}$  شبیه کدام یک از منحنی‌های زیر است؟

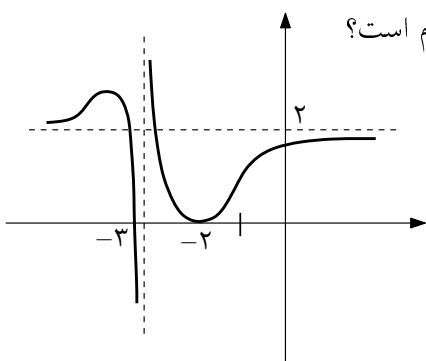


۱۸۰) با توجه به نمودار تابع  $y = f(x)$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - \sqrt{f(x)}}{1 - f(x)}$  کدام است؟



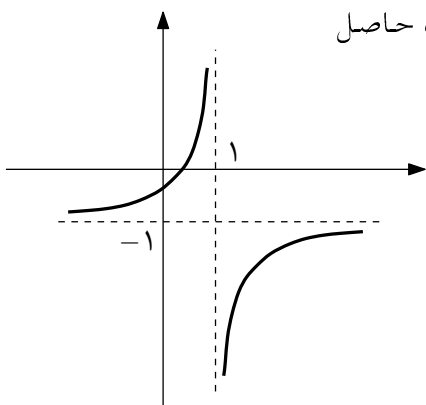
- (۱) ۱  
(۲) -۱  
(۳)  $\frac{1}{2}$   
(۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۸۱) اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{-x + 1}{(f \circ f)(x) - 2}$  کدام است؟



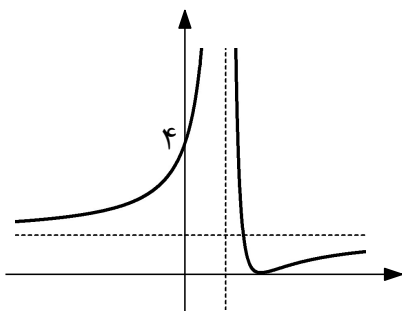
- (۱)  $-\infty$   
(۲)  $+\infty$   
(۳) ۱  
(۴) ۲

۱۸۲) منحنی تابع  $y = f(x)$  مطابق شکل روبه‌رو است. اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ ، آنگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow -L^-} f(x)$  کدام است؟



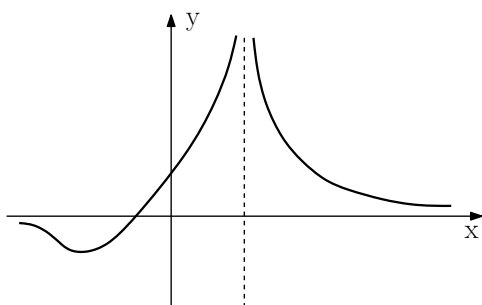
- (۱)  $-\infty$   
(۲)  $+\infty$   
(۳) ۱  
(۴) -۱

۱۸۳) نمودار  $y = \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + cx + 1}$  به صورت مقابل است، مقدار  $bc + a$  کدام است؟



- (۱) ۸  
(۲) -۱۲  
(۳) ۱۲  
(۴) -۸

۱۸۴) شکل مقابل نمودار تابع  $y = \frac{x + a}{x^2 + bx + 4}$  است. مقادیر  $a$  و  $b$ ، چگونه است؟



- (۱)  $b = 4, a < 0$   
(۲)  $b = -4, a < 0$   
(۳)  $b = 4, a > 0$   
(۴)  $b = -4, a > 0$



### ۱.۲.۳ مجانب افقی

۱۸۵) اگر تابع  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + ax + 9}$  فقط دو خط مجانب داشته باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $|a| > 6$  (۲)  $|a| < 6$  (۳)  $|a| = 6$  (۴)  $a = 0$

۱۸۶) اگر تنها مجانب قائم تابع  $f(x) = \frac{ax^2 + x + 1}{4x^2 + 4x + a}$  خط  $x = -\frac{1}{4}$  باشد، مجانب افقی این تابع کدام است؟

- (۱)  $y = \frac{1}{4}$  (۲)  $y = \frac{1}{4}$  (۳)  $y = -\frac{1}{4}$  (۴)  $y = -\frac{1}{4}$

۱۸۷) مجانب‌های تابع  $y = \frac{-4x - 1}{2x - 4}$  خط  $y = x + 3$  را در دو نقطه قطع کرده‌اند، فاصله‌ی این دو نقطه چقدر است؟

- (۱) ۷ (۲)  $7\sqrt{2}$  (۳) ۸ (۴)  $8\sqrt{2}$

۱۸۸) اگر  $f(x) = \frac{x+3}{2x+1}$  و  $g(x) = \frac{2x-1}{x+2}$  باشند نقطه‌ی تلاقی مجانب‌های تابع  $f \circ g$  کدام است؟

- (۱)  $(-1, 0)$  (۲)  $(-1, 1)$  (۳)  $(-2, 2)$  (۴)  $(0, 1)$

۱۸۹) نمودار تابع  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3x+2} + \frac{1}{\sqrt{x}}$  چند مجانب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹۰) منحنی  $y = \cos \frac{1}{x}$  چند مجانب دارد؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بیش از ۲ تا

۱۹۱) با فرض  $\frac{1}{2y+1} + \frac{1}{2x-3} = 2$  محل تلاقی مجانب‌های تابع کدام است؟

- (۱)  $A(\frac{3}{4}, -\frac{1}{4})$  (۲)  $A(\frac{3}{4}, 0)$  (۳)  $A(\frac{7}{4}, -\frac{1}{4})$  (۴)  $A(-2, -\frac{1}{4})$

۱۹۲) نقطه‌ی  $A(-3, 2)$  محل تلاقی دو مجانب از نمودار  $y = \frac{ax^2 + 5}{x^2 + bx + 3}$  است،  $a + b$  کدام است؟

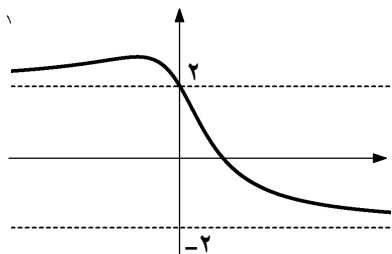
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۳

۱۹۳) فاصله‌ی خطوط مجانب افقی تابع  $f(x) = \log_2 \left( \frac{9x+1}{9x+27} + 1 \right)$  از یکدیگر چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۹۴) مجانب‌های تابع  $f(x) = \frac{Ax+1}{(A-1)x+16}$  یکدیگر را روی نیمساز ناحیه‌ی دوم و چهارم قطع می‌کنند، مقدار  $A$  کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) -۱۵ (۴) -۱۶



۱۹۵) شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه  $y = \frac{Ax+B}{\sqrt{x^2+1}}$  است، کدام  $Ax+B$  است؟

(۲)  $-2x+1$

(۱)  $-2x+2$

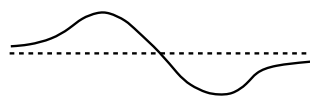
(۴)  $2x-1$

(۳)  $2x-2$

۱۹۶) نمودار تابع  $y = 2 - \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$  در مجاورت مجانب افقی تابع به کدام صورت است؟



۱۹۷) اگر نمودار تابع  $y = \frac{x^2+x-1}{x^2+ax+1}$  به صورت روبه‌رو باشد، مقادیر قابل قبول برای  $a$  کدام می‌تواند باشد؟



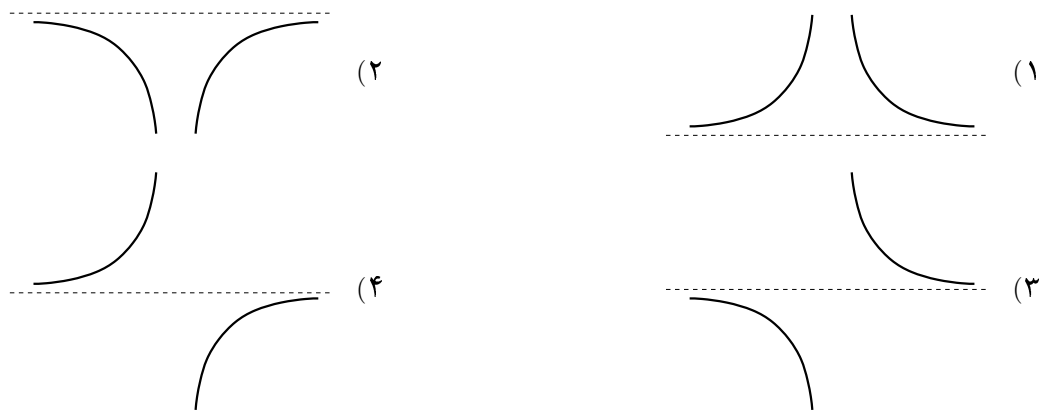
(۲)  $1 < a < 2$

(۱)  $a > 2$

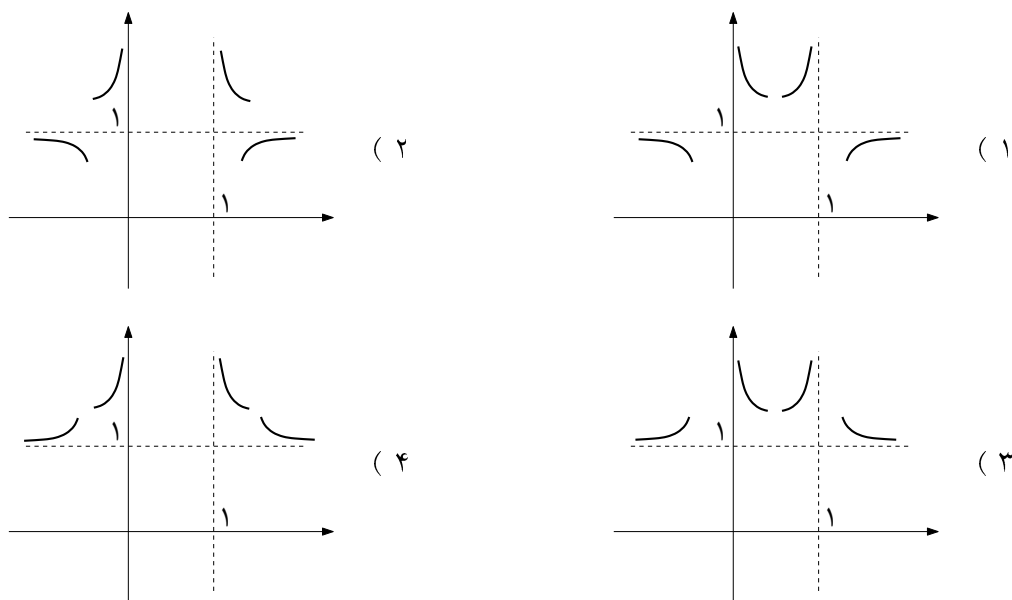
(۴)  $-2 < a < 2$

(۳)  $a < -2$

۱۹۸) نمودار تابع  $y = x \tan \frac{1}{x}$  در اطراف مجانب افقی خود به کدام صورت است؟



۱۹۹) کدام نمودار قسمتی از نمودار تابع  $y = 2 \left( \frac{1}{x-x^2} \right)$  را در اطراف مجانب‌های آن نشان می‌دهد؟



## فصل ۴

### مشتق

#### ۱.۴ آشنایی با مفهوم مشتق

##### ۱.۱.۴ خط مماس بر یک منحنی

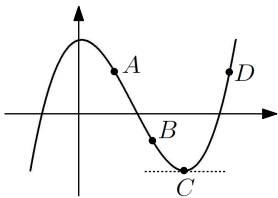
۲۰۰) اگر  $g(x) = |x^2 - 1|$  و  $g'(a) = 0$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

۲۰۱) خط  $d$  در  $x = 1$  بر نمودار تابع  $f(x) = x^2 + 2x$  مماس است، عرض از مبدأ خط  $d$  کدام است؟

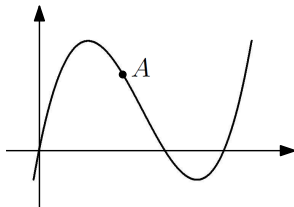
- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۲۰۲) در کدام یک از نقاط مشخص شده روی نمودار تابع  $f$ ، مقدار  $f(x)f'(x)$  عددی منفی است؟



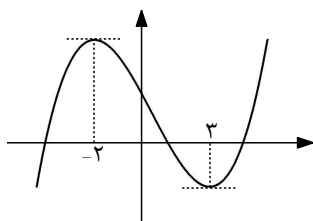
- (۱) A (۲) B (۳) C (۴) D

۲۰۳) نمودار تابع  $f$  به شکل مقابل مفروض است، کدام یک از خطوط داده شده می تواند معادله خط مماس بر نمودار تابع  $f$  در نقطه  $A$  باشد؟



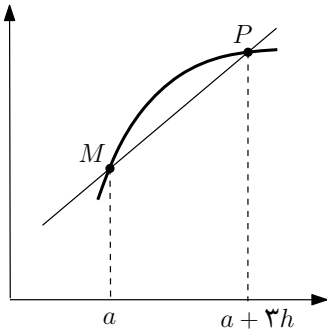
- (۱)  $2x + 3y + 1 = 0$  (۲)  $-3x + 4y + 2 = 0$  (۳)  $x + y - 5 = 0$  (۴)  $x - 2y - 3 = 0$

۲۰۴) نمودار تابع  $f$  به شکل مقابل است، کدام یک از گزینه های زیر می تواند ضابطه ی تابع  $f'$  باشد؟



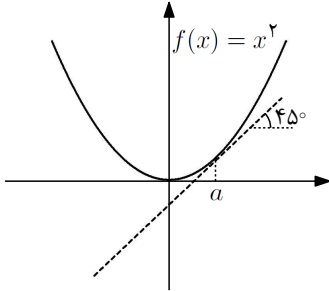
- (۱)  $f'(x) = x^2 - x + 4$  (۲)  $f'(x) = x^2 + 2x - 6$  (۳)  $f'(x) = 2x^2 - 2x - 12$  (۴)  $f'(x) = 3x^2 - 2x + 1$

۲۰۵) شکل زیر بخشی از نمودار تابع  $y = f(x)$  را نشان می‌دهد. حد شیب وتر  $MP$ ، وقتی  $h \rightarrow 0$ ، کدام است؟



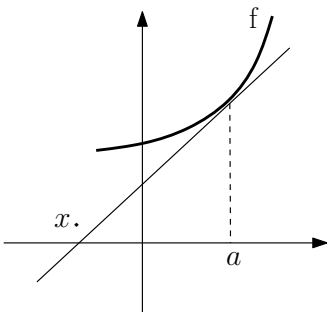
- (۱)  $f'(a)$   
 (۲)  $\frac{2}{3} f'(a)$   
 (۳)  $3f'(a)$   
 (۴)  $\frac{1}{3} f'(a)$

۲۰۶) با توجه به نمودار تابع  $f$ ، حاصل  $f(a) + f'(a)$  کدام است؟



- (۱) ۱  
 (۲)  $\frac{1}{2}$   
 (۳)  $\frac{1}{4}$   
 (۴)  $\frac{5}{4}$

۲۰۷) با توجه به نمودار تابع  $f$  و خط مماس در نقطه‌ی  $x = a$  اگر  $\frac{f(a)}{f'(a)} = a + 3$  باشد، مقدار  $x_0$  چقدر است؟



- (۱) -۲  
 (۲) -۳  
 (۳) -۵  
 (۴) -۶

۲۰۸) اگر  $f(x) = (x^2 - x - 2)\sqrt{x^2 - 7x}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$  کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۲

- (۱) -۶  
 (۲) -۳  
 (۳)  $-\frac{3}{2}$   
 (۴)  $-\frac{3}{4}$

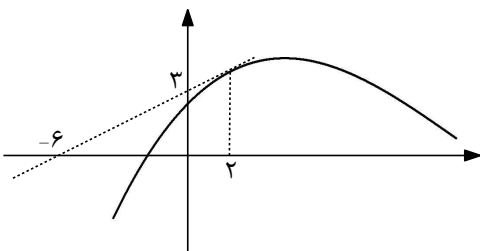
۲۰۹) اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-2h) - f(1)}{h} = 3$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{h}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{2}$   
 (۲)  $-\frac{9}{2}$   
 (۳)  $\frac{3}{2}$   
 (۴)  $\frac{9}{2}$

۲۱۰) فرض کنید مشتق تابع  $f$  در  $x = 1$  موجود بوده و  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - h}{h} = 3$  باشد، مقدار  $f(1) + f'(1)$  کدام است؟

- (۱) ۲  
 (۲) ۳  
 (۳) ۴  
 (۴) ۱

۲۱۱) با توجه به نمودار تابع  $f$ ، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$  کدام است؟



- (۱) ۱  
 (۲)  $\frac{1}{2}$   
 (۳) صفر  
 (۴) ۲

۲۱۲) اگر  $f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)\sqrt{1+h} - 1}{h}$  باشد، ضابطه‌ی تابع  $f$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{x}$   
 (۲)  $\sqrt{1+x}$   
 (۳)  $\sqrt[3]{x^3}$   
 (۴)  $\sqrt{x^4}$

۲.۱.۴ محاسبه‌ی  $f'(a)$  به روش دیگر

(۲۱۳) در تابع  $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 15x$ ، رابطه‌ی  $f'(-1) + f'(a) = 0$  برقرار است،  $a$  کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۰/۵ (۳)

۸/۵ (۲)

۹ (۱)

(۲۱۴) کدام گزینه در مورد تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$  صحیح نیست؟

$f'(-1) + f'(2) < 0$  (۴)

$f'(-1) > f'(-2)$  (۳)

$f'(-1) = -f'(1)$  (۲)

$f'(-1) < 0$  (۱)

(۲۱۵) اگر  $f$  یک تابع چندجمله‌ای و  $f(2) = 6$  و  $3f'(2) = f(2)$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - f^2(2)}{x^2 - 2x} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2h}{f(2+h) - f(2)}$  کدام است؟

۱۰ (۴)

۱۱ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

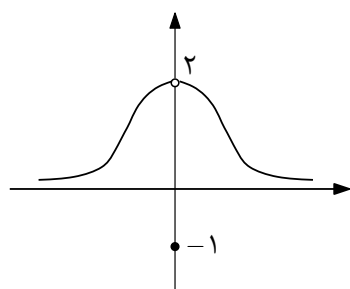
(۲۱۶) اگر مقدار مشتق و مقدار تابع  $f$  در نقطه‌ی  $x = 1$  به ترتیب برابر ۳ و -۲ باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - f^2(1)}{x - 1}$  کدام است؟

۱۲ (۴)

-۱۲ (۳)

۶ (۲)

-۶ (۱)



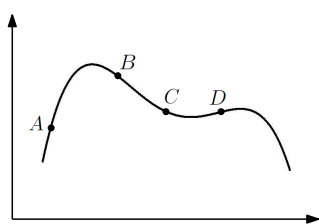
(۲۱۷) اگر نمودار تابع  $f$  به صورت شکل روبه‌رو باشد، مشتق تابع  $g(x) = xf(x)$  در  $x = 0$  کدام است؟

-۱ (۲)

۲ (۱)

وجود ندارد. (۴)

صفر (۳)



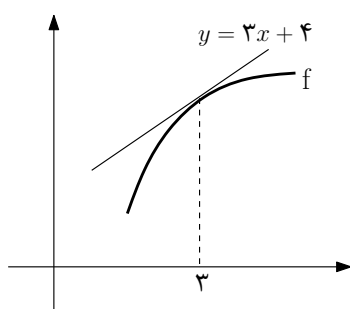
(۲۱۸) نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل است، کدام گزینه صحیح است؟ (شیب خط مماس در نقطه‌ی  $A$  را با  $m_A$  نمایش داده‌ایم.)

$|m_C| > |m_B|$  (۲)

$m_A < m_D$  (۱)

$m_D < 0$  (۴)

$m_A + m_C > 0$  (۳)



(۲۱۹) با توجه به شکل مقابل، حاصل کدام یک از حدهای زیر قطعاً صحیح است؟

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 4}{x - 3} = 13$  (۲)

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 3}{x - 3} = 4$  (۱)

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 3}{x - 3} = 3$  (۴)

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 13}{x - 3} = 3$  (۳)

(۲۲۰) اگر شیب خط مماس بر منحنی  $y = f(x)$  در  $x_0 = 1$  برابر با ۵ و  $f(1) = 3$  باشد، آنگاه مقدار  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3}{x^2 - 1}$  کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۱/۵ (۲)

۲/۵ (۱)

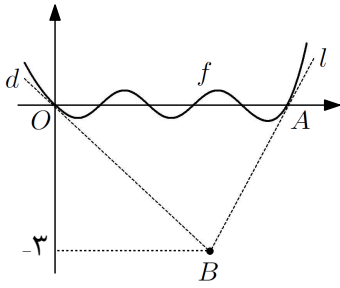
(۲۲۱) خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = \frac{4}{x}$  در نقطه‌ای به طول ۴ واقع بر آن، محور طول‌ها را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

۸ (۴)

-۸ (۳)

-۴ (۲)

۴ (۱)



(۲۲۲) خطوط  $d$  و  $l$  بر نمودار تابع  $f$  به ترتیب در مبدأ مختصات و نقطه‌ی  $A$  مماس هستند. اگر  $x_A = k$  و  $-\frac{1}{4}f'(k) = f'(0) = -\frac{1}{4}$  باشد، مساحت مثلث  $OAB$  کدام است؟

$\frac{15}{4}$  (۲)

$\frac{15}{2}$  (۱)

$\frac{45}{4}$  (۴)

$\frac{45}{2}$  (۳)

(۲۲۳) خط  $5y + x = 32$  قائم بر منحنی در نقطه‌ای به طول  $x = 2$  روی منحنی تابع مشتق‌پذیر  $f$  می‌باشد. حاصل

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - f(x) - 30}{5x - 10}$$

کدام است؟

$-\frac{11}{25}$  (۴)

$\frac{11}{25}$  (۳)

-۱۱ (۲)

۱۱ (۱)

(۲۲۴) اگر خط  $y = 10x - 10$  در نقطه‌ی برخوردش با محور  $x$  ها بر منحنی  $y = f(x)$  مماس باشد، مشتق تابع  $y = (f(x) + f^2(x))(x^3 - 2)(x^3 - 3) \dots (x^3 - 10)$  در نقطه‌ی  $x = 1$  کدام است؟

$-2 \times 10!$  (۴)

$2 \times 10!$  (۳)

$-10!$  (۲)

$10!$  (۱)

(۲۲۵) اگر نیمساز ناحیه‌ی اول مختصات بر نمودار تابع  $f$  در نقطه‌ی  $x = 1$  مماس باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1 + \frac{x}{2}) - 1}{x}$  کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{3}{4}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{4}{3}$  (۱)

(۲۲۶) خط  $y - 4x - 3 = 0$  بر نمودار تابع پیوسته‌ی  $f$  در نقطه‌ای به طول  $x = 1$  مماس است، حاصل

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f^2(x) - 11f(x) - 21}{2(x-1)}$$

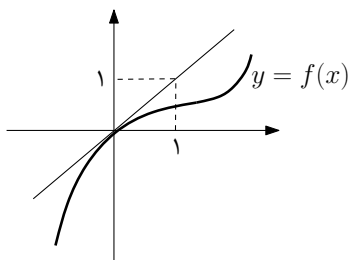
کدام است؟

۶۸ (۴)

۵۱ (۳)

۳۴ (۲)

۱۷ (۱)



(۲۲۷) با توجه به شکل روبه‌رو، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  کدام است؟

۱ (۲)

صفر (۱)

$+\infty$  (۴)

$-\infty$  (۳)

(۲۲۸) مشتق تابع  $f(x) = \frac{(x-1) \cdot \sqrt[3]{3x-2}}{(5x-3)^4}$  در نقطه‌ی  $x = 1$  کدام است؟

$\frac{5}{16}$  (۴)

$\frac{3}{40}$  (۳)

$\frac{1}{8}$  (۲)

$\frac{1}{16}$  (۱)

## ۲.۴ مشتق پذیری و پیوستگی

۲۲۹) تابع  $f$  با ضابطه‌ی مقابل در چند نقطه ناپیوسته و در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟

$$f(x) = \begin{cases} 1 & ; x < 0 \\ x + 1 & ; 0 \leq x < 1 \\ 2x + 2 & ; 1 \leq x < 2 \\ x^2 + 2 & ; x \geq 2 \end{cases}$$

( ۱ ) یک نقطه ناپیوسته و دو نقطه مشتق ناپذیر  
 ( ۲ ) دو نقطه ناپیوسته و دو نقطه مشتق ناپذیر  
 ( ۳ ) یک نقطه ناپیوسته و سه نقطه مشتق ناپذیر  
 ( ۴ ) دو نقطه ناپیوسته و سه نقطه مشتق ناپذیر

۲۳۰) به ازای کدام مقادیر  $a$  تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x + 1 & ; x \geq 1 \\ 2x + 4 & ; x < 1 \end{cases}$  در  $x = 1$  مشتق پذیر است؟

( ۱ )  $\{0\}$  ( ۲ )  $\{3\}$  ( ۳ )  $\{0, 3\}$  ( ۴ )  $\emptyset$

۲۳۱) به ازای چه مقدار  $b$ ، تابع  $f(x) = \begin{cases} a|x - 1| + b & ; x < 2 \\ \sqrt{8x} & ; x \geq 2 \end{cases}$  در نقطه‌ی  $x = 2$  مشتق پذیر است؟

( ۱ ) ۱ ( ۲ ) ۲ ( ۳ ) ۳ ( ۴ ) ۴

۲۳۲) در کدام یک از موارد زیر تابع  $f$  در  $x = 1$  مشتق پذیر است؟

( ۱ ) تابع  $f$  در  $x = 1$  پیوسته است و  $f'_+(1) = 2$  و  $f'_-(1) = 4$   
 ( ۲ ) تابع  $f$  در  $x = 1$  پیوسته است و  $f'_+(1) = f'_-(1) = +\infty$   
 ( ۳ ) تابع  $f$  در  $x = 1$  ناپیوسته است و  $f'_+(1) = 3$   
 ( ۴ ) تابع  $f$  در  $x = 1$  پیوسته است و  $f'_-(1) = f'_+(1) = 0$

۲۳۳) تابع با ضابطه‌ی  $y = x\sqrt{x^2}$  از نظر پیوستگی و مشتق پذیری در صفر چگونه است؟

( ۱ ) پیوسته و مشتق پذیر است. ( ۲ ) پیوسته است ولی مشتق پذیر نیست.

( ۳ ) نه پیوسته است و نه مشتق پذیر ( ۴ ) فقط از راست پیوسته و از راست مشتق پذیر است.

۲۳۴) اگر تابع  $f(x) = (x^2 + ax + b)[x]$  در  $x = 2$  مشتق پذیر باشد،  $a + b$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

( ۱ ) صفر ( ۲ ) -۱ ( ۳ ) ۱ ( ۴ ) ۲

۲۳۵) تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = x^2[x]$  تعریف شده، کدام یک از گزاره‌های زیر درست می‌باشد؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

( ۱ )  $f$  در نقطه‌ی  $x = 0$  مشتق چپ دارد ولی مشتق راست ندارد.  
 ( ۲ )  $f$  در نقطه‌ی  $x = 0$  مشتق راست دارد ولی مشتق چپ ندارد.  
 ( ۳ )  $f$  در نقطه‌ی  $x = 0$  نه مشتق چپ دارد و نه مشتق راست.  
 ( ۴ )  $f$  در نقطه‌ی  $x = 0$  دارای مشتق است.

۲۳۶) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = |x| \cdot [x]$ ، مقدار  $f'_+(0) - f'_-(0)$ ، کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

( ۱ ) -۱ ( ۲ ) ۰ ( ۳ ) ۱ ( ۴ ) ۲

۲۳۷) مشتق راست تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = ([x] - |x|)\sqrt{9x}$ ، در نقطه‌ی  $x = -3$ ، کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

سراسری ریاضی ۹۳

- (۱)  $-\frac{16}{3}$       (۲)  $-5$       (۳)  $-4$       (۴)  $\frac{7}{3}$

سراسری ریاضی ۸۹

۲۳۸) مشتق چپ تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$ ، در نقطه‌ی  $x = 0$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$       (۲)  $-\sqrt{2}$       (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (۴)  $\sqrt{2}$

آزاد ریاضی ۷۴

۲۳۹) تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$  در  $x = 0$ :

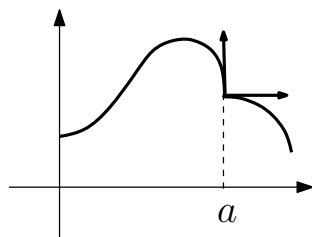
- (۱) مشتق پذیر است.      (۲) مشتق چپ دارد و مشتق راست ندارد.

- (۳) مشتق راست دارد و مشتق چپ ندارد.      (۴) مشتق چپ و راست ندارد.

۲۴۰) اگر مماس چپ و مماس راست تابع  $f(x) = |x|(x+a)$  در نقطه‌ی گوشه‌ای آن بر هم عمود باشند، مجموعه مقادیر  $a$  کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۰

- (۱)  $\{-1\}$       (۲)  $\{1\}$       (۳)  $\{-1, 1\}$       (۴)  $\emptyset$



۲۴۱) اگر منحنی تابع  $f$  به شکل روبه‌رو باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $f'_+(a) = -\infty$       (۲)  $f'_-(a) = -\infty$   
 (۳)  $f'_-(a) = 0$       (۴)  $f$  در  $a$  مشتق پذیر است.

۲۴۲) تابع  $f(x) = |x^3 - 4x|$  در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- (۱) ۰      (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) ۳

۲۴۳) تابع  $f(x) = \begin{cases} 2-x & ; |x| \leq 1 \\ |x-2| & ; |x| > 1 \end{cases}$  در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۲۴۴) تابع  $f(x) = \begin{cases} x^3 & ; x \geq -1 \\ |(x-2)(x+3)| & ; x < -1 \end{cases}$  در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) ۳

۲۴۵) تابع  $f(x) = |x^2 - 3|x||$  در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- (۱) ۵ نقطه      (۲) ۳ نقطه      (۳) ۲ نقطه      (۴) ۱ نقطه



## ۱.۲.۴ تابع مشتق

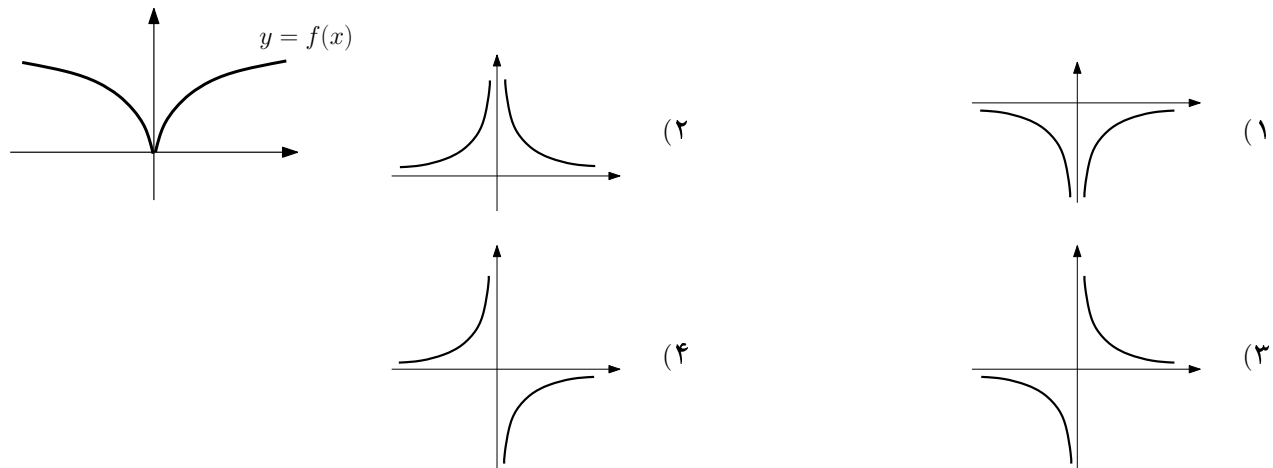
(۲۴۶) دامنه‌ی کدام تابع با دامنه‌ی تابع مشتق آن یکسان است؟

$$k(x) = \sqrt{x} \quad (۴) \quad h(x) = \frac{1}{|x|} \quad (۳) \quad g(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases} \quad (۲) \quad f(x) = |x^2 - 1| \quad (۱)$$

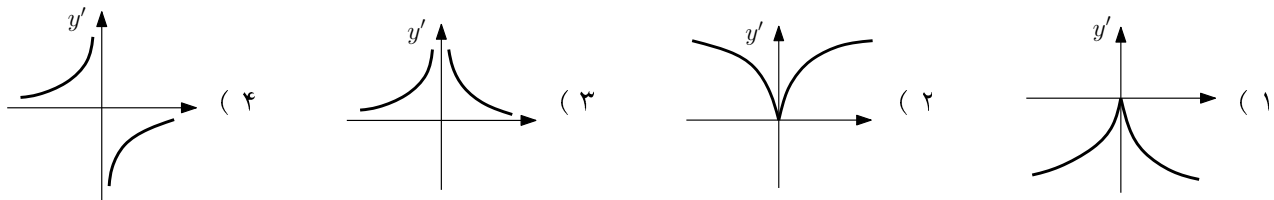
(۲۴۷) اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x \geq 1 \\ x^3 - 1 & ; x < 1 \end{cases}$  باشد، کدام گزینه نادرست است؟

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = 3 \quad (۴) \quad f'_-(1) = 3 \quad (۳) \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = 2 \quad (۲) \quad f'_+(1) = 2 \quad (۱)$$

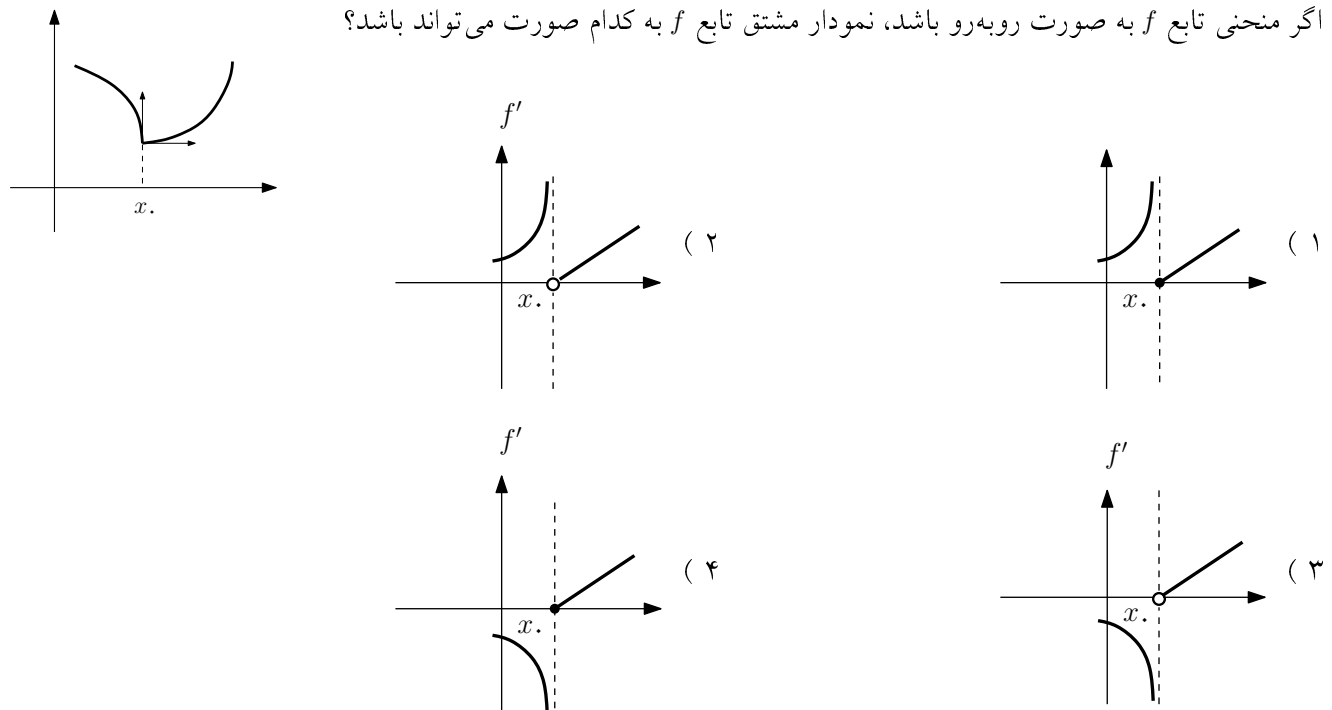
(۲۴۸) اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت شکل مقابل باشد، نمودار تابع  $y = f'(x)$  به کدام صورت است؟



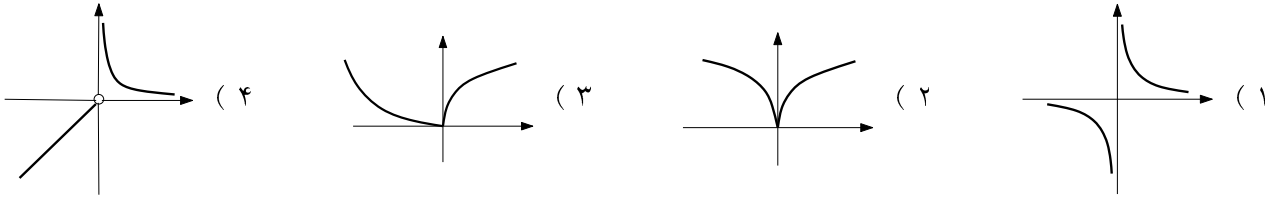
(۲۴۹) اگر  $y = \sqrt{x^2(x-1)}$  نمودار مشتق آن در اطراف  $x = 0$  به کدام صورت است؟



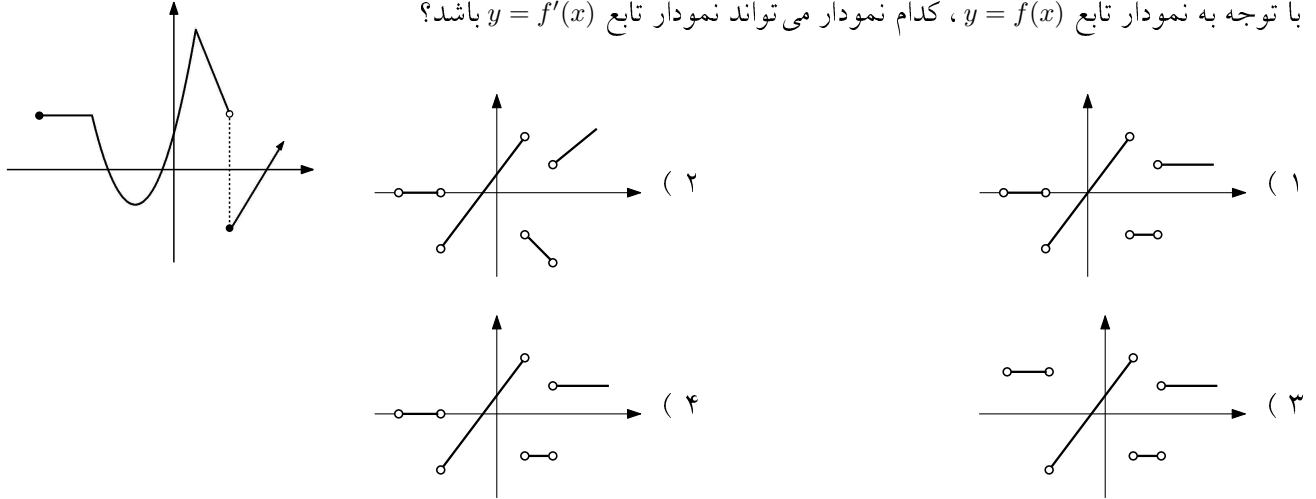
(۲۵۰) اگر منحنی تابع  $f$  به صورت روبه‌رو باشد، نمودار مشتق تابع  $f$  به کدام صورت می‌تواند باشد؟



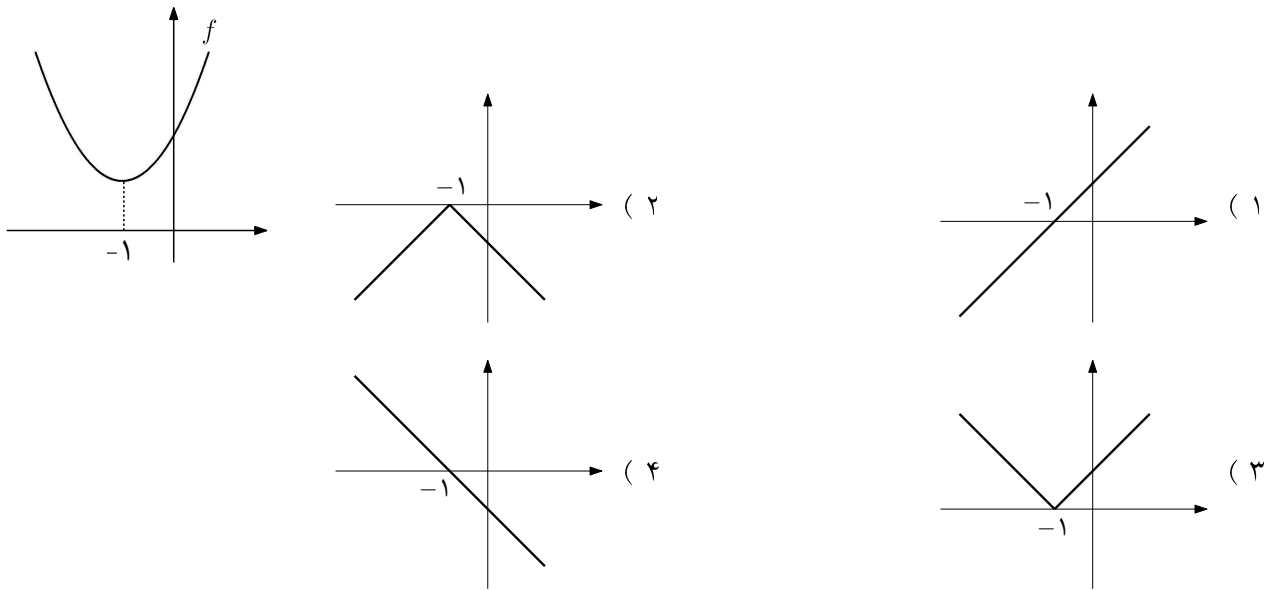
۲۵۱) نمودار تابع مشتق تابع  $y = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ x^2 & ; x < 0 \end{cases}$  کدام است؟



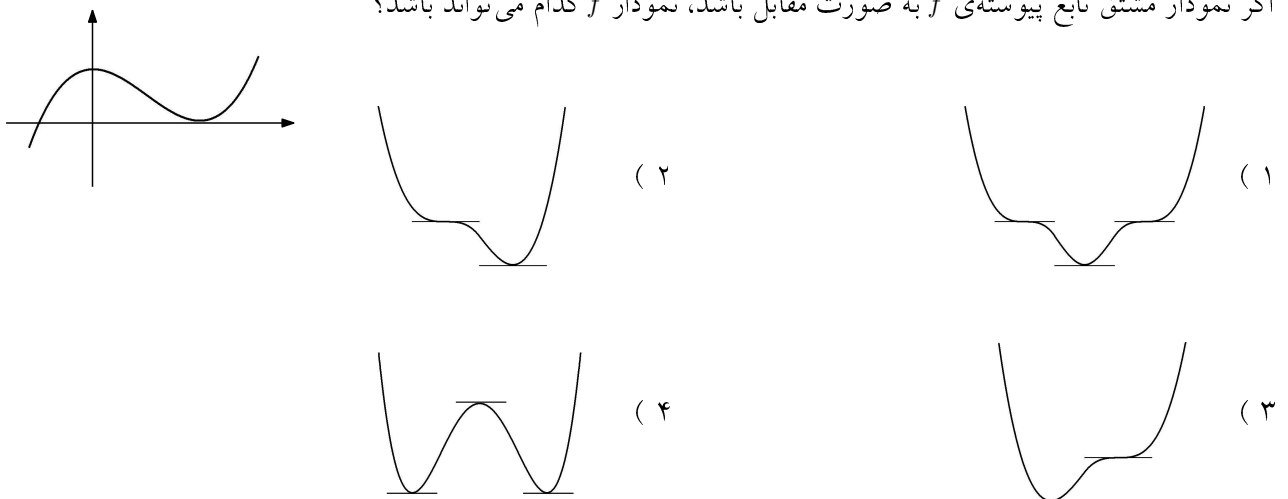
۲۵۲) با توجه به نمودار تابع  $y = f(x)$ ، کدام نمودار می تواند نمودار تابع  $y = f'(x)$  باشد؟



۲۵۳) اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت سهمی مقابل باشد، نمودار تابع  $y = f'(x)$  به کدام صورت است؟



۲۵۴) اگر نمودار مشتق تابع پیوسته  $f$  به صورت مقابل باشد، نمودار  $f$  کدام می تواند باشد؟



## ۲.۲.۴ محاسبه تابع مشتق برخی توابع

(۲۵۵) اگر  $f(x) = \sqrt{x-1}$  و  $g(x) = \frac{1}{3}x^3 + x$ ، آنگاه  $g'(f(x))$  کدام است؟

- (۱)  $x$       (۲)  $x-1$       (۳)  $x^2+1$       (۴)  $x-2$

(۲۵۶) اگر  $f(x) = (\sqrt{1+x^2} - x)^5$  و  $g(x) = \frac{1}{(\sqrt{1+x^2} + x)^5}$ ، مقدار  $f'.g - g'.f$  کدام است؟

- (۱)  $-1$       (۲)  $0$       (۳)  $1$       (۴)  $2$

(۲۵۷) اگر  $f(x)$  و  $g(x)$  توابعی مشتق پذیر و  $g(x) \times f(x) = x^2$  باشد، حاصل  $\frac{f'}{f} + \frac{g'}{g}$  کدام است؟

- (۱)  $2x$       (۲)  $x^2$       (۳)  $\frac{2}{x}$       (۴)  $\frac{2}{x^2}$

(۲۵۸) اگر  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ ، آنگاه  $\frac{f(x)}{f'(x)}$  برابر است با:

- (۱)  $\frac{x+1}{2}$       (۲)  $-2(x+1)$       (۳)  $-2(x+1)^2$       (۴)  $-\frac{x+1}{2}$

(۲۵۹) مشتق تابع  $y = \frac{x + \sqrt{x-x^2}}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}}$  برابر است با:

- (۱)  $\frac{1}{\sqrt{x}}$       (۲)  $\frac{2x+1}{\sqrt{x-x^2}}$       (۳)  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$       (۴)  $\frac{x-2}{\sqrt{x-x^2}}$

(۲۶۰) اگر  $f(x) = (x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$  باشد،  $f'(0)$  کدام است؟

- (۱)  $0$       (۲)  $1$       (۳)  $4!$       (۴)  $8!$

(۲۶۱) مشتق تابع  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  در نقطه‌ی  $x=1$  برابر ۳ است. اگر  $f(1) = 0$ ،  $f'(1) = 4$  و  $g'(1)$  موجود باشد، مقدار  $g(1)$  کدام است؟

سراسری تجربی ۸۱

- (۱)  $-\frac{4}{3}$       (۲)  $-\frac{3}{4}$       (۳)  $\frac{3}{4}$       (۴)  $\frac{4}{3}$

(۲۶۲) مقدار مشتق تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = ||x-x^2| - 6|$  به ازای  $x=2$  کدام است؟

- (۱)  $-3$       (۲)  $-1$       (۳)  $1$       (۴)  $3$

(۲۶۳) اگر  $f(x) = (x^2+x-2)(x^3-1)(x+\sqrt{x})$ ، آنگاه  $f'(1)$  برابر است با:

- (۱)  $0$       (۲)  $2$       (۳)  $6$       (۴)  $12$

(۲۶۴) مشتق تابع  $f(x) = \frac{(x-1)^2(x+1)^3}{x^2+x+1}$  در نقطه‌ی  $x=1$  برابر است با:

- (۱)  $\frac{1}{9}$       (۲)  $0$       (۳)  $\frac{8}{9}$       (۴)  $1$

(۲۶۵) اگر  $f(x) = x^2 - x$  و  $g(x) = \sqrt{2x}$  حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2 + \Delta x)g(2 + \Delta x) - f(2)g(2)}{\Delta x}$  برابر کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

(۲۶۶) اگر  $f(x) = (\sqrt{x^2 + 1} + 1)^3$  و  $g(x) = (\sqrt{x^2 + 1} - 1)^3$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1 + h)g(-1 + h) - f(-1)g(-1)}{h}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۶ (۳) ۶ (۴) -۱۲

(۲۶۷) شیب خط مماس بر منحنی  $y = x^3 + 3x^2 - 8$  در نقطه‌ی تقاطع آن با منحنی  $y = 3x^2$  برابر کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۶ (۳) ۴۸ (۴) ۶۴

(۲۶۸) اگر منحنی  $y = x^2 + ax^2 + bx + 6$  بر خط  $y = 2x + 1$  در  $x = -1$  مماس باشد،  $b$  کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۷ (۳) ۱۲ (۴) ۶

(۲۶۹) به ازای کدام مقدار  $a$  منحنی به معادله‌ی  $ay = x^2 + 5x + 4$  بر نیمساز ناحیه‌ی اول مماس است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۹

(۲۷۰) به ازای کدام مقدار  $b$  خط به معادله‌ی  $y = -3x + b$  بر نمودار تابع  $y = x^3 - 3x^2$  مماس است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

(۲۷۱) خط مماس بر منحنی  $y = x^2$  در نقطه‌ی  $A(\alpha, \alpha^2)$  محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض -۱ قطع می‌کند، طول نقطه‌ی تماس کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۳ (۴) ۲

(۲۷۲) خطی به موازات  $y = -2x + 1$  بر منحنی  $y = x^2$  مماس است، طول نقطه‌ی تماس کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) -۱ (۴) -۲

(۲۷۳) خط مماس بر تابع  $f(x) = x^3 - x^2$  در کدام یک از نقاط زیر (واقع بر منحنی تابع) بر خط  $5y + x + 2 = 0$  عمود است؟

- (۱) (۱, ۰) (۲) (۰, ۰) (۳) (-۱, -۲) (۴) (۲, ۴)

(۲۷۴) خط قائم بر منحنی تابع  $y = \frac{x+2}{x-1}$  در نقطه‌ی برخورد منحنی با محور عرض‌ها از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

- (۱) (۰, ۱) (۲) (۳, -۱) (۳) (۲, ۴) (۴)  $(-1, -\frac{1}{3})$

(۲۷۵) به ازای کدام مقدار  $a$  نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های  $f(x) = x^2 + 1$  و  $g(x) = ax^2 + 4x$ ، بر هم مماس‌اند؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۱

۳.۲.۴ مشتق توابع مثلثاتی

۲۷۶) تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \sin^2 x - \cos 2x & ; 0 < x \leq \frac{\pi}{4} \\ a \tan x + b \sin 2x & ; \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$  در نقطه  $x = \frac{\pi}{4}$  مشتق پذیر است.  $b$  کدام است؟

سراسری تجربی ۹۳

- ۱ (۴)                       $\frac{1}{2}$  (۳)                       $-\frac{1}{2}$  (۲)                      -۱ (۱)

۲۷۷) مشتق چپ تابع  $f(x) = |\sin x + \cos x|$  در  $x = \frac{3\pi}{4}$  کدام است؟

- $\sqrt{2}$  (۴)                       $-\sqrt{2}$  (۳)                       $2\sqrt{2}$  (۲)                      صفر (۱)

۲۷۸) حد کسر  $\frac{\sin(x+h) - \sin x}{h}$  وقتی  $h \rightarrow 0$  برابر است با:

- $-\cos x$  (۴)                       $\cos x$  (۳)                       $2 \cos x$  (۲)                       $\sin x$  (۱)

سراسری تجربی ۷۶

۲۷۹) مقدار مشتق عبارت  $\frac{2 \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$  به ازای  $x = \frac{\pi}{6}$  چقدر است؟

- $\sqrt{3}$  (۴)                      ۱ (۳)                      -۱ (۲)                       $-\sqrt{3}$  (۱)

۲۸۰) اگر  $f(x) = 4 \sin x \cos x \cos 2x$  آنگاه  $f'(\frac{\pi}{12})$  کدام است؟

- ۴ (۴)                      ۴ (۳)                      -۲ (۲)                      ۲ (۱)

۲۸۱) خط مماس بر نمودار  $y = \frac{1}{\sin x}$ ،  $0 < x < \pi$  در نقطه‌ای به طول  $x$  واقع بر آن موازی خط  $5 - 2x = 3y$  است.  $x$  کدام است؟

سراسری تجربی ۸۰

- $\frac{5\pi}{6}$  (۴)                       $\frac{\pi}{6}$  (۳)                       $\frac{2\pi}{3}$  (۲)                       $\frac{\pi}{3}$  (۱)

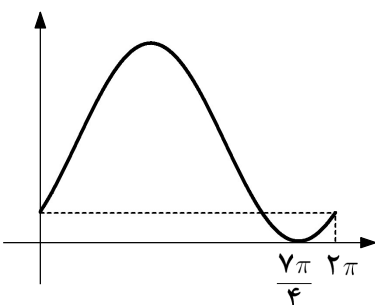
۲۸۲) ضریب زاویه‌ی خط مماس بر منحنی تابع  $y = \sin x + \cos x$  در نقطه‌ای به طول صفر چقدر است؟

- ۱ (۴)                       $\sqrt{2}$  (۳)                      صفر (۲)                      -۱ (۱)

۲۸۳) اگر خط مماس بر منحنی  $y = \sin x + mx$  در نقطه‌ی  $x = \frac{\pi}{3}$  موازی  $y = 2x$  باشد،  $m$  چقدر است؟

- ۲ (۴)                       $\frac{3}{2}$  (۳)                       $\frac{2}{3}$  (۲)                       $\frac{1}{2}$  (۱)

۲۸۴) شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = \sin x - a \cos x + b$  می‌باشد، مقدار  $a + b$  کدام است؟



- $1 - \sqrt{2}$  (۲)                       $\sqrt{2} - 1$  (۱)  
 $-1 - \sqrt{2}$  (۴)                       $1 + \sqrt{2}$  (۳)

## ۴.۲.۴ مشتق تابع مرکب / قاعده زنجیری

(۲۸۵) در رابطه‌ی  $f(x+g(x)) = g(2x)$  وقتی  $g'(0) = 2$  و  $g(0) = 1$  آنگاه  $f'(1)$  کدام است؟ (  $f$  و  $g$  در  $\mathbb{R}$  مشتق پذیرند. )

- (۱)  $\frac{2}{3}$       (۲)  $\frac{3}{2}$       (۳)  $\frac{3}{4}$       (۴) ۱

(۲۸۶) اگر  $(f \circ g)(x) = x$  و  $f'(x) = \frac{1}{x}$  باشد،  $g'(x)$  کدام است؟

- (۱)  $-g(x)$       (۲)  $\frac{1}{g(x)}$       (۳)  $-\frac{1}{g(x)}$       (۴)  $g(x)$

(۲۸۷) اگر  $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$  و  $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ ، مقدار  $g'\left(\frac{3}{4}\right)$  کدام است؟ سراسری ۷۵

- (۱)  $\frac{16}{15}$       (۲)  $\frac{15}{16}$       (۳)  $-\frac{15}{16}$       (۴)  $-\frac{16}{15}$

(۲۸۸) اگر  $f(x) = x\sqrt{x}$  و  $g(x) = |5-x|$  و  $p(x) = g \circ f(x)$  مقدار  $p'(1) + p'(4)$  کدام است؟

- (۱)  $-3$       (۲)  $\frac{2}{3}$       (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴) ۳

(۲۸۹) مشتق تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{(2x-1)^2}{2x^2}$  کدام است؟ سراسری تجربی ۷۱

- (۱)  $f'(x) = \frac{2x-1}{2x^2}$       (۲)  $f'(x) = \frac{2x-1}{x^2}$       (۳)  $f'(x) = \frac{2x+1}{x^2}$       (۴)  $f'(x) = \frac{2x+1}{2x^2}$

(۲۹۰) اگر مشتق تابع  $f(x)$  برابر  $\tan x$  باشد، مشتق تابع  $f(ax)$  که در آن  $a$  ثابت است برابر است با:

- (۱)  $\tan ax$       (۲)  $a \tan x$       (۳)  $a \tan ax$       (۴)  $\tan x$

(۲۹۱) اگر  $f(x) = \frac{3}{4} - \sqrt{x+2}$ ، مشتق تابع  $f(xf(x))$  در نقطه‌ی  $x=2$  کدام است؟ سراسری ریاضی ۸۹

- (۱)  $-1$       (۲)  $-\frac{1}{4}$       (۳)  $\frac{1}{4}$       (۴) ۱

(۲۹۲) اگر  $f(x) = \frac{x^2-2}{1+x^2}$  و  $g(x) = \sqrt{x-1}$ ، حاصل  $f'(g(x)) \cdot g'(x)$ ، کدام است؟ سراسری ریاضی ۹۲

- (۱)  $\frac{3}{x}$       (۲)  $\frac{3}{x^2}$       (۳)  $\frac{1}{3x}$       (۴)  $\frac{x-3}{x^2}$

(۲۹۳) اگر  $f(x) = \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}|x|$  و  $g(x) = 4x + |x|$  باشند، مشتق تابع  $f \circ g$ ، کدام است؟ سراسری تجربی ۹۴

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) مشتق ندارد.

(۲۹۴) اگر مشتق  $f(\tan x)$  نسبت به  $x$  برابر  $\frac{1+\tan^2 x}{\tan x}$  باشد، مشتق  $f(\sin x)$  نسبت به  $x$  در  $x = \frac{\pi}{4}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$       (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (۳) ۱      (۴)  $\sqrt{3}$

۲۹۵) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \sin(\cos(\sin x))$ ، مفروض است، اگر  $f'(x_0) = 0$  آنگاه  $x_0$  کدام است؟  $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$  سراسری تجربی ۶۵

- (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲) ۰ (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴) ۱

۲۹۶) مشتق تابع  $y = \cos^2 x (\tan^2 x - 1)$ ،  $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$  کدام است؟ آزاد پزشکی ۶۸

- (۱)  $2 \cos 2x$  (۲)  $2 \sin 2x$  (۳)  $-2 \cos 2x$  (۴)  $-2 \sin 2x$

۲۹۷) مقدار مشتق تابع  $y = \cos^4(\sqrt{x})$  در نقطه‌ی  $x = \frac{\pi^2}{16}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{8}{\pi}$  (۲)  $-\frac{6}{\pi}$  (۳)  $-\frac{4}{\pi}$  (۴)  $-\frac{2}{\pi}$

۲۹۸) اگر مشتق تابع  $f(x)$  برابر  $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$  باشد، مقدار مشتق تابع  $f\left(\frac{1}{\cos x}\right)$  در نقطه‌ی  $x = \frac{\pi}{3}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۲۹۹) مشتق تابع  $y = \tan 3x + \cos 2x$  در  $x = \frac{\pi}{12}$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴) ۳

۳۰۰) اگر به ازای هر عدد حقیقی،  $f(x) = |1 - \cos^3 x|$ ، آنگاه  $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  کدام است؟ سراسری ۶۵

- (۱)  $-\frac{3\sqrt{2}}{4}$  (۲)  $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$  (۳)  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$  (۴)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

۳۰۱) برای  $f(x) = x \sin \frac{\pi}{x^2+1}$  مقدار  $f'(0) - f'(1)$  چقدر است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۰ (۴) ۲

۳۰۲) با فرض  $f(x) = \left[\cos \frac{x}{4}\right] \cos \frac{x}{4}$  مقدار عددی  $f'_+(\pi) + f'_-(\pi)$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳) ۱ (۴) وجود ندارد.

۳۰۳) اگر  $f(x) = x^2 + 2x$  و  $g(x) = x^2 + x$  باشد حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f \circ g)(1+h) - 12}{h}$  برابر کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۶ (۳) ۴۲ (۴) ۴۸

۳۰۴) با استفاده از تعریف مشتق، حد عبارت  $\frac{4x \cos 2x - 0}{4x - \pi}$  وقتی  $x \rightarrow \frac{\pi}{4}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{\pi}{2}$  (۲)  $\frac{\pi}{2}$  (۳)  $1 - \frac{\pi}{4}$  (۴)  $1 + \frac{\pi}{4}$

۳۰۵) اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2x-h) - f(2x+h)}{h} = \sqrt{x}$  مقدار  $f'(8)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۳۰۶ هرگاه  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - g(x)}{x - 1} = 4$  و  $h(x) = f(x) + g(2 - x)$  باشد، آنگاه  $h'(1)$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۳۰۷ حد کدام یک از کسرهای زیر وقتی  $h \rightarrow 0$  برابر  $f'(x)$  است؟

(۱)  $\frac{f(x+2h) - f(x-h)}{h}$  (۲)  $\frac{f(x) - f(x+h)}{h}$

(۳)  $\frac{f(x+h) - f(x-h)}{h}$  (۴)  $\frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$

۳۰۸ با فرض  $f(x) = |x|\sqrt{x+4}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2h) - f(-3h)}{h}$  کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۲ (۴) -۲

۳۰۹ اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 5 & ; x \geq 2 \\ 3x^2 + 2 & ; x < 2 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(2-h) - f(2)}{h}$  کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) صفر (۳) -۱۲ (۴) وجود ندارد.

آزاد غیر پزشکی ۷۷

۳۱۰ در تابع  $f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & ; x \geq 1 \\ 5x & ; x < 1 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h^2) - f(1)}{h^2}$  چقدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۲

۳۱۱ مشتق  $f(\sqrt{6x+2})$  در نقطه‌ی  $x = 1$  برابر -۲ است، شیب خط قائم بر نمودار  $f$  در نقطه‌ای به طول ۲ کدام است؟ سراسری ریاضی ۸۶

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳) ۳ (۴) ۴

۳۱۲ هرگاه  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x+1) - 5}{x^2 - 4} = 3$ ، شیب خط مماس بر منحنی  $y = f^2(x)$  در  $x = 3$  کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۵ (۳) ۵۰ (۴) ۱۲۰

آزاد ریاضی ۶۷

۳۱۳ منحنی  $y = (x\sqrt{x} - 1)^2$  در نقطه‌ای به طول صفر بر کدام خط زیر مماس است؟

- (۱)  $y = x$  (۲)  $y = 0$  (۳)  $x = 1$  (۴)  $y = 1$

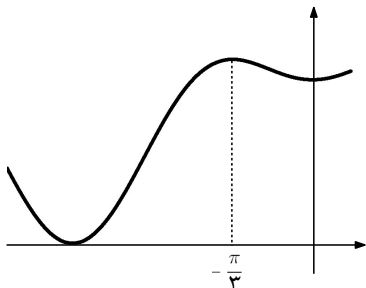
سراسری ۷۹

۳۱۴ خط  $y = a$  بر منحنی تابع با ضابطه‌ی  $y = \cos^2 x + \sin x$  مماس است،  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

سراسری تجربی ۷۸

۳۱۵ شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = A \sin^2 x + \cos x + 1$  است،  $A$  کدام است؟



- (۱) ۱ (۲) ۱/۵ (۳) ۲ (۴) ۲/۵



## ۵.۲.۴ مشتق پذیری روی یک بازه

سراسری ۶۹

۳۱۶) اگر مشتق تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & ; x > 1 \\ x + b\sqrt{x} & ; x \leq 1 \end{cases}$  بر  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد،  $a + b$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$       (۲)  $\frac{6}{5}$       (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴) ۲

سراسری ریاضی ۹۲

۳۱۷) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & ; x < 1 \\ 2\sqrt{4x-3} & ; x \geq 1 \end{cases}$ ، بر روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است.  $b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$       (۲) ۱      (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴) ۲

۳۱۸) کدام یک از توابع زیر در  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$       (۲)  $g(x) = x^2 [x]$       (۳)  $h(x) = \sin(\pi[x])$       (۴)  $k(x) = \frac{x^2 - x}{x}$

۳۱۹) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \left[ \frac{1}{x} \right]$  در کدام بازه مشتق پذیر است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $[0, 1]$       (۲)  $(-1, 0)$       (۳)  $[1, +\infty)$       (۴)  $(-\infty, -1)$

۳۲۰) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x[\sin x]$  روی بازه‌ی  $(-\pi, \frac{\pi}{4})$  کدام وضعیت را دارد؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) پیوسته - مشتق پذیر      (۲) ناپیوسته - مشتق پذیر      (۳) پیوسته - مشتق ناپذیر      (۴) ناپیوسته - مشتق ناپذیر

۳۲۱) کدام گزینه در مورد تابع  $f(x) = \begin{cases} |x-1| & ; x > 0 \\ -x & ; x \leq 0 \end{cases}$  صحیح است؟

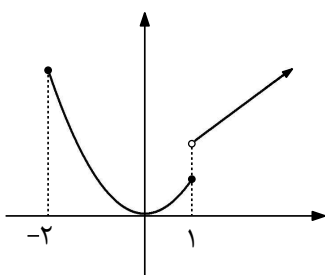
- (۱) تابع در  $x = 0$  مشتق پذیر است.      (۲) تابع در فاصله‌ی  $(-\infty, 0]$  مشتق پذیر است.

- (۳)  $f'_-(0) = f'_+(0) = -1$       (۴) تابع در فاصله‌ی  $(0, +\infty)$  مشتق پذیر است.

۳۲۲) تابع  $f(x) = \left| 2x - \frac{1}{4} \right|$  روی بازه‌ی  $[1, 1+k]$  مشتق پذیر است، بیشترین مقدار  $k$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $\frac{1}{4}$       (۲)  $\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{1}{4}$       (۴)  $\frac{1}{5}$

۳۲۳) نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل است، این تابع روی کدام بازه مشتق پذیر نیست؟



- (۱)  $[-2, 1]$       (۲)  $(1, +\infty)$

- (۳)  $[1, 2]$       (۴)  $[-2, 0)$

۶.۲.۴ مشتق مرتبه دوم

(۳۲۴) اگر  $f(x) = \sqrt{x+5}$  باشد، مقدار  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x+1) - f'(4)}{x^2 - 9}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{108}$       (۲)  $-\frac{1}{648}$       (۳)  $-\frac{1}{162}$       (۴)  $-\frac{1}{27}$

(۳۲۵) فرض کنیم تابع  $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$  روی  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر از مرتبه دوم باشد و  $f'(1) = 1$  و  $h(x) = f(1 - 4x^2)$ ،  $\forall x \in \mathbb{R}$ ، مقدار  $h''(0)$  کدام است؟

- (۱)  $-16$       (۲)  $-8$       (۳)  $8$       (۴)  $16$

(۳۲۶) مقدار مشتق دوم تابع  $y = \sqrt{\sin x}$  در نقطه‌ی  $x = \frac{\pi}{3}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$       (۲)  $-\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{2}{3}$       (۴)  $-\frac{2}{3}$

(۳۲۷) تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = x^2|x|$  در  $x = 0$  . . . . .

سراسری ۷۵

- (۱) مشتق اول دارد ولی مشتق دوم ندارد.      (۲) مشتق دوم دارد ولی مشتق اول ندارد.

- (۳) مشتق اول و دوم ندارد.      (۴) مشتق اول و دوم دارد.

سراسری تجربی ۷۲

(۳۲۸) اگر  $y = \cos \sqrt{x} + \sin \sqrt{x}$ ، حاصل  $\frac{y''}{y}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $-2$       (۲)  $-\sqrt{2}$       (۳)  $2$       (۴)  $\sqrt{2}$

(۳۲۹) مشتق مرتبه دوم تابع  $f(x) = (2x-1)^2 \sqrt{x + \frac{1}{4}}$  در  $x = \frac{1}{4}$  کدام است؟

- (۱) صفر      (۲)  $4$       (۳)  $8$       (۴)  $16$

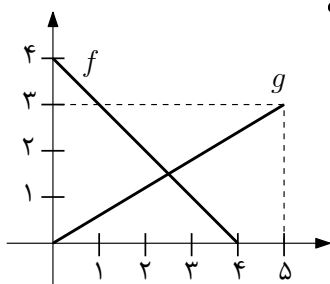
(۳۳۰) اگر  $f(x) = \sqrt{2x+3}$  باشد، حاصل  $ff'' + (f')^2$  کدام است؟

- (۱) صفر      (۲)  $1$       (۳)  $2$       (۴)  $\frac{1}{2}$

(۳۳۱) اگر  $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$  و  $f'(a) = f''(a)$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-1$       (۲)  $-2$       (۳)  $-3$       (۴)  $-4$

(۳۳۲) نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت روبه‌رو است. اگر  $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$  آنگاه حاصل  $h''(2)$  کدام است؟



- (۱)  $0/6$       (۲)  $0/5$       (۳)  $0/3$       (۴)  $0/4$

### ۳.۴ آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه‌ای تغییر

۳۳۳) آهنگ متوسط تغییر تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \sqrt{2x+5}$  در بازه‌ی  $[-\frac{1}{4}, a]$  برابر  $\frac{2}{5}$  است، مقدار  $a$  کدام است؟

- ۲ (۱)      ۲/۵ (۲)      ۳ (۳)      ۳/۵ (۴)

۳۳۴) اگر آهنگ تغییر لحظه‌ای  $f(x)$  در نقطه‌ی  $x = 2$  برابر  $-\frac{3}{4}$  باشد، حد عبارت  $\frac{f(2) - f(2+h)}{h}$  وقتی  $h \rightarrow 0$  برابر کدام است؟

سراسری تجربی ۷۷

- ۳ (۱)       $-\frac{3}{4}$  (۲)      ۳ (۳)       $\frac{3}{4}$  (۴)

۳۳۵) در تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  آهنگ تغییر متوسط تابع نسبت به تغییر متغیر، روی بازه  $[2/25, 2/56]$ ، از آهنگ آنی، در شروع این بازه، چقدر کمتر است؟

سراسری تجربی ۸۷

- $\frac{1}{93}$  (۱)       $\frac{2}{93}$  (۲)       $\frac{1}{62}$  (۳)       $\frac{1}{31}$  (۴)

۳۳۶) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \sqrt{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر  $x$ ، در نقطه‌ی  $x = 1$  با نمو متغیر  $0/21$  از آهنگ لحظه‌ای تابع در این نقطه، چقدر کمتر است؟

سراسری تجربی ۹۴

- $\frac{1}{42}$  (۱)       $\frac{1}{21}$  (۲)       $\frac{2}{42}$  (۳)       $\frac{2}{21}$  (۴)

۳۳۷) در تابعی با ضابطه‌ی  $f(t) = \frac{240}{t}$ ، آهنگ تغییر آنی  $f$  در لحظه‌ی  $t = 4$  چقدر از آهنگ متوسط تغییر  $f$  از لحظه‌ی  $t = 3$  تا  $t = 5$  بیشتر است؟

سراسری ریاضی ۸۰

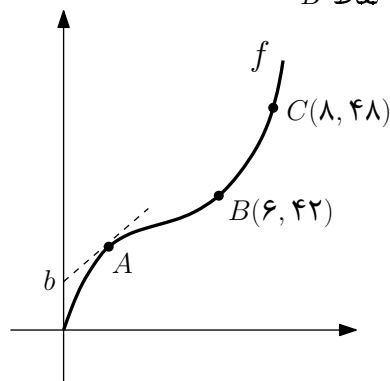
- ۱ (۱)       $\frac{1}{2}$  (۲)      ۲ (۳)       $\frac{3}{2}$  (۴)

۳۳۸) آهنگ لحظه‌ای تغییر حجم  $V$  یک کره نسبت به شعاع  $r$  در  $r = 1$ ، چند برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر مساحت آن نسبت به شعاع در  $r = 1$  است؟

- $\frac{1}{3}$  (۱)       $\frac{1}{2}$  (۲)      ۲ (۳)      ۳ (۴)

۳۳۹) در شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $f$  رسم شده است. اگر آهنگ متوسط تغییر تابع بین نقاط  $B$

تا  $C$ ، ۶ برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در نقطه‌ی  $A(a, 2a)$  باشد، حاصل  $\frac{b}{a}$  کدام است؟



- $\frac{2}{3}$  (۱)       $\frac{5}{2}$  (۲)

- $\frac{2}{5}$  (۳)       $\frac{2}{3}$  (۴)

۳۴۰) اگر آهنگ متوسط تغییر  $f(x) = \sqrt{\frac{\sin x}{1 - \cos x}}$  در بازه‌ی  $[\frac{\pi}{4}, \pi]$  برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای  $f$  در  $x = \frac{\pi}{4}$  باشد،  $k$  کدام است؟

- $-4\sqrt{2}$  (۱)       $2\sqrt{2}$  (۲)       $4\sqrt{2}$  (۳)       $-2\sqrt{2}$  (۴)

۳۴۱) معادله‌ی حرکت یک گلوله توپ که از زمین به طور قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود به صورت  $S = -5t^2 + 20t$  است، آهنگ لحظه‌ای این گلوله در زمان برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ (با صرف نظر کردن از مقاومت هوا)

۴ ( ۵ -

۳ ( ۱۰ -

۲ ( ۱۵ -

۱ ( ۲۰ -

۳۴۲) معادله‌ی حرکت اتومبیلی در بازه‌ی زمانی  $[2, 10]$  به صورت  $f(t) = 2t^2 - 3t + 10$  است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در این بازه برابر است؟

۴ ( ۸

۳ ( ۷

۲ ( ۶

۱ ( ۵

## فصل ۵

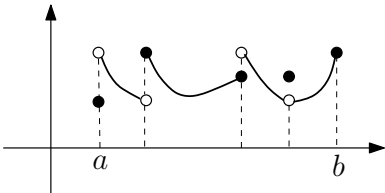
# کاربردهای مشتق

### ۱.۵ اکستریم‌های یک تابع و توابع صعودی و نزولی

۳۴۳) کدام گزینه‌ی زیر درست نمی‌باشد؟

- ۱) اگر تابع  $f$  در  $a$  مشتق‌پذیر و  $a$  طول نقطه‌ی اکستریم تابع  $f$  باشد آنگاه  $f'(a) = 0$
- ۲) اگر تابع  $f$  در بازه‌ی  $I$  تعریف شده باشد و برای هر  $x \in I$  داشته باشیم  $f'(x) = 0$  آنگاه  $f$  در بازه‌ی  $I$  ثابت است.
- ۳) اگر تابع  $f$  در  $a$  مشتق‌پذیر و  $f'(a) = 0$  آنگاه  $a$  طول نقطه‌ی اکستریم تابع است.
- ۴) اگر تابع  $f$  در  $[a, b]$  پیوسته و در  $(a, b)$  مشتق‌پذیر باشد آنگاه عددی مانند  $c$  در بازه‌ی  $(a, b)$  وجود دارد به طوری که  $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$

۳۴۴) شکل زیر نمودار تابع  $y = f(x)$  در بازه‌ی  $[a, b]$  می‌باشد، این تابع دارای چند اکستریم نسبی است؟



- ۲ (۱)      ۳ (۲)  
۴ (۳)      ۵ (۴)

۳۴۵) کدام یک از گزینه‌های زیر طول مینیمم نسبی تابع  $y = |\sqrt{x} - 1| + |-\sqrt{x} + 2|$  است؟

- ۸ (۱)       $\sqrt[3]{2}$  (۲)      ۹ (۳)       $\sqrt{27}$  (۴)

۳۴۶) تابع  $y = (-1)^{[x]} x^2$  در نقاط به طول‌های  $x = 1$  و  $x = 2$  به ترتیب . . . . . دارد. ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- ۱) ماکزیمم، مینیمم      ۲) مینیمم، ماکزیمم      ۳) ماکزیمم، ماکزیمم      ۴) مینیمم، مینیمم

۳۴۷) کدام یک از نقاط زیر نقطه‌ی مینیمم نسبی برای تابع  $y = \cos\left(\frac{\pi}{4} - |x|\right)$  هستند ولی نقطه‌ی مینیمم مطلق نیستند؟

- ۱)  $x = k\pi$       ۲)  $x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4}$       ۳)  $x = \frac{k\pi}{4}$       ۴) فقط  $x = 0$

۳۴۸) اگر  $f(x) = [x] - x$  و  $g(x) = 2^x$ ، آنگاه تابع  $g \circ f$  از نظر اکستریم نسبی کدام نوع را دارد؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- ۱) ماکزیمم - مینیمم      ۲) ماکزیمم - فاقد مینیمم      ۳) فاقد ماکزیمم - مینیمم      ۴) فاقد ماکزیمم - فاقد مینیمم

۳۴۹) تابع  $y = \frac{|x|}{x-1}$  مفروض است، کدام گزاره‌ی زیر درست است؟

- (۱) در نقطه‌ی  $x = 0$  مشتق پذیر است. (۲) در نقطه‌ی  $x = 0$  دارای نقطه‌ی عطف است.

- (۳) در نقطه‌ی  $x = 0$  مینیمم نسبی دارد. (۴) در نقطه‌ی  $x = 0$  ماکزیمم نسبی دارد.

آزاد ریاضی ۶۶

۳۵۰) تابع  $y = \sqrt{x^2 - x^4}$  در  $x = 0$  چه وضعی دارد؟

- (۱) مینیمم دارد. (۲) ماکزیمم دارد.

- (۳) مشتق پذیر است. (۴) نقطه‌ی عطف دارد.

۳۵۱) نقاط ماکزیمم مطلق تابع  $y = 2 \cos x - 2|\cos x|$  در صورت وجود، روی کدام خط زیر قرار دارند؟

- (۱)  $y = 0$  (۲)  $y = 1$  (۳)  $y = 2$  (۴) تابع ماکزیمم مطلق ندارد.

سراسری ریاضی ۸۶

۳۵۲) ماکزیمم تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = -|x| \cos x$  در بازه‌ی  $[-1, 1]$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\cos 1$  (۴) ۱

آزاد ریاضی ۸۰

۳۵۳) برای تابع  $f(x) = \begin{cases} |x+1| & ; |x| \leq 1 \\ \sin \pi x & ; 1 < |x| < 2 \end{cases}$  در فاصله‌ی  $(-2, 2)$ ، مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق کدام اند؟

- (۱)  $y_{min} = -2, y_{max} = 1$  (۲)  $y_{min} = -2, y_{max} = 2$

- (۳)  $y_{min} = -1, y_{max} = 2$  (۴)  $y_{min} = 0, y_{max} = 1$

۳۵۴) ماکزیمم مطلق تابع  $f(x) = \begin{cases} ||x| - 1| & ; -2 \leq x \leq 3 \\ -3x + 11 & ; 3 < x \leq 4 \end{cases}$  در بازه‌ی  $[-2, 4]$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۵۵) مجموع طول‌های نقاط بحرانی تابع  $y = |x^3 - 3x^2|$  در بازه‌ی  $[-1, 4]$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

سراسری تجربی ۸۳

۳۵۶) مجموعه‌ی طول‌های نقاط بحرانی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = (x^2 - 2\sqrt{x}) \cdot \sqrt{x}$  کدام است؟

- (۱)  $\{-2, 2\}$  (۲)  $\{-\sqrt{7}, \sqrt{7}\}$  (۳)  $\{-2, 0, 2\}$  (۴)  $\{-7, 0, 1\}$

۳۵۷) مجموعه‌ی طول‌های نقاط بحرانی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = |x - 2| \sqrt{x^2}$  کدام است؟

- (۱)  $\{0, \frac{4}{5}, 2\}$  (۲)  $\{0, \frac{2}{3}, 2\}$  (۳)  $\{0, 1\}$  (۴)  $\{\frac{2}{3}, 2\}$

۳۵۸) نقاط بحرانی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x^2(x-2)^2$  سه رأس یک مثلث‌اند، نوع این مثلث کدام است؟

- (۱) متساوی‌الاضلاع (۲) فقط متساوی‌الساقین (۳) فقط قائم‌الزاویه (۴) قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین

۳۵۹) اگر نقطه‌ای به طول صفر برای تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & ; x \geq 0 \\ a|x| + b & ; x < 0 \end{cases}$  نقطه‌ی بحرانی نباشد،  $a$  و  $b$  به ترتیب برابرند با:

- (۱) ۱ و صفر (۲) صفر و ۱ (۳) -۱ و صفر (۴) صفر و -۱

۳۶۰) تعداد نقاط بحرانی تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = |\sin x|$  بر بازه‌ی  $(-\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4})$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۶۱) نمودار تابع  $f(x) = [\tan x]$  روی بازه‌ی  $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$  چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

۳۶۲) کدام بیان درباره پیوستگی تابع درست است؟

- (۱) اگر تابعی در بازه  $(a, b)$  یکنوا و کراندار باشد، در این بازه پیوسته است.  
 (۲) اگر تابعی در بازه  $[a, b]$  کراندار و دارای ماکزیمم و می‌نیمم باشد، در این بازه پیوسته است.  
 (۳) اگر تابعی در بازه  $(a, b)$  پیوسته باشد در این بازه کراندار و ماکزیمم و می‌نیمم مطلق دارد.  
 (۴) اگر تابعی در بازه  $[a, b]$  پیوسته باشد در این بازه کراندار و ماکزیمم و می‌نیمم مطلق دارد.

۳۶۳) کمترین مقدار عبارت  $2 \sin^2 \pi x - 5 \sin \pi x$  وقتی  $x \in [\frac{9}{4}, \frac{11}{4}]$  است؟

- (۱) -۳ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۶۴) بیشترین مقدار تابع  $y = \frac{\sin x}{2 \sin x + 1}$  وقتی  $0 < x < \pi$  کدام مقدار است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۳۶۵) اگر  $\frac{7\pi}{6} \leq x \leq \frac{11\pi}{6}$  باشد، بیشترین مقدار  $\cot x - \frac{1 + \cos x}{\sin x}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) صفر (۴) -۱

۳۶۶) بیشترین مقدار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = 2 \sin x - 2\sqrt{3} \cos x$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$  (۲)  $3\sqrt{3}$  (۳)  $2\sqrt{3}$  (۴)  $2 + 2\sqrt{3}$

۳۶۷) ماکزیمم مطلق تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{1}{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 5}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{5}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۳۶۸) مربع مستطیلی که یک ضلع آن بر روی محور  $x$  و دو رأس آن بر روی منحنی  $y = -x^2 + 4$  روی بازه  $[-2, 2]$  می باشد، مفروض است. اگر مساحت این مربع مستطیل بیشترین مقدار ممکن باشد، مقدار آن کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{2}$  (۲)  $16\sqrt{2}$  (۳)  $\frac{8}{\sqrt{3}}$  (۴)  $\frac{32}{3\sqrt{3}}$

۳۶۹) بیشترین مساحت از مستطیل هایی که دو رأس آن بر روی نیم بیضی به معادله  $y = \frac{2}{3}\sqrt{9-x^2}$  و دو رأس دیگر آن بر روی محور  $x$  ها باشند، کدام است؟

سراسری ۸۵

- (۱) ۶ (۲)  $3\sqrt{5}$  (۳)  $4\sqrt{3}$  (۴) ۸

۳۷۰) ماکزیمم مساحت مستطیل محاط شده در مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائمه  $a$  و  $b$  به طوری که دو ضلع مستطیل بر اضلاع قائمه مثلث واقع باشند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{ab}{2}$  (۲)  $\frac{ab}{4}$  (۳)  $\frac{ab}{3}$  (۴)  $\frac{ab}{8}$

۳۷۱) بیشترین مساحت از مثلث های قائم الزاویه ای که مجموع یک ضلع زاویه قائمه و وتر آن ۶ باشد کدام است؟

سراسری ۸۲

- (۱) ۳ (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳) ۴ (۴)  $3\sqrt{2}$

۳۷۲) خطی با ضریب زاویه  $m$  از نقطه  $(1, 2)$  رسم می کنیم تا محور طول ها را در نقطه  $A$  با طول مثبت و محور عرض ها را در نقطه  $B$  با عرض مثبت قطع کند، به ازای چه مقدار  $m$  مساحت مثلث  $OAB$  مینیمم می شود؟ ( $O$  مبدا مختصات است.)

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

۳۷۳) بزرگترین حجم مخروط، از بین مخروط هایی که مجموع شعاع قاعده و ارتفاع آنها برابر واحد باشد کدام است؟

سراسری ۸۰

- (۱)  $\frac{4\pi}{81}$  (۲)  $\frac{\pi}{12}$  (۳)  $\frac{3\pi}{32}$  (۴)  $\frac{4\pi}{27}$

۳۷۴) بیشترین حجم از بین مخروط هایی که طول مولد آنها  $3\sqrt{3}$  سانتی متر است، کدام است؟

سراسری ۷۸

- (۱)  $12\pi$  (۲)  $15\pi$  (۳)  $18\pi$  (۴)  $27\pi$

۳۷۵) سطح جانبی یک استوانه  $S'$  و سطح قاعده ای آن  $S$  است. اگر  $S + S' = 12$  فرض شود، شعاع قاعده ای استوانه چقدر باشد تا حجم ماکزیمم گردد؟

سراسری ۷۰

- (۱)  $\frac{2}{\pi}$  (۲)  $\frac{3}{\pi}$  (۳)  $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$  (۴)  $\frac{3}{\sqrt{\pi}}$

۳۷۶) اگر یک قوطی استوانه ای شکل به حجم ماکزیمم از یک صفحه فلزی به مساحت  $150\pi$  سانتی متر مربع بسازیم حجم این استوانه چند سانتی متر مکعب خواهد بود؟

سراسری تجربی ۶۹

- (۱)  $250\pi$  (۲)  $280\pi$  (۳)  $300\pi$  (۴)  $320\pi$

۳۷۷) در داخل کره ای به شعاع ۳ واحد، مخروطی با حجم ماکزیمم محاط می کنیم، ارتفاع مخروط کدام است؟

سراسری تجربی ۷۷

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۵



## ۱.۱.۵ تشخیص صعودی یا نزولی بودن یک تابع

(۳۷۸) به ازای چه مقادیری از  $m$ ، تابع  $y = 2x^2 + 3mx^2 + 24x + 9$  اکیداً یکنواست؟

- (۱)  $-4\sqrt{2} \leq m \leq 4\sqrt{2}$  (۲)  $-8 \leq m \leq 8$  (۳)  $0 < m \leq 8$  (۴)  $-4 \leq m \leq 4$

(۳۷۹) تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = x^3 + ax^2 + x$  همواره صعودی است، تغییرات  $a$  کدام است؟

- (۱)  $0 \leq a < 2$  (۲)  $-\sqrt{3} \leq a < 2$  (۳)  $|a| \leq \sqrt{3}$  (۴)  $|a| \leq 2$

(۳۸۰) متحرکی روی یک خط افقی حرکت می‌کند که قانون حرکت آن  $S(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 8t + 1$  است. در کدام بازه‌ی زمانی متحرک در جهت منفی حرکت می‌کند؟

- (۱) (۱, ۴) (۲) (۲, ۵) (۳) (۰, ۲) (۴) (۲, ۴)

(۳۸۱) تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{x^2 + x + 3}$  در بازه‌ی  $(a, +\infty)$  صعودی اکید است، حداقل مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{5}$  (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳)  $-3$  (۴)  $3$

(۳۸۲) در کدام فاصله تابع با ضابطه‌ی  $y = x + 1 + \frac{4}{x^2}$  صعودی است؟

- (۱)  $[0, +\infty)$  (۲)  $(-\infty, 2]$  (۳)  $(-\infty, -2]$  و  $[0, +\infty)$  (۴)  $(-\infty, 0)$  و  $[2, +\infty)$

(۳۸۳) عدد  $a$  را در کدام بازه اختیار کنیم که تابع  $f(x) = \frac{ax - 2}{x + a - 3}$  برای  $x < 1$  صعودی اکید باشد؟

- (۱) (۱, ۲) (۲) (۱, +∞) (۳) (۲, +∞) (۴)  $(-\infty, 1)$

(۳۸۴) تابع  $f(x) = x^2 - 4\sqrt{2x+2}$  در بازه‌ی  $[a, +\infty)$  اکیداً صعودی است، حداقل مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(۳۸۵) حدود  $a$  کدام باشد تا تابع  $y = \cos 2x + a \cos x$  بر بازه‌ی  $[0, \pi]$  صعودی اکید باشد؟

- (۱)  $a > -4$  (۲)  $a < -4$  (۳)  $a > 4$  (۴)  $a < 4$

(۳۸۶) تابع  $f(x) = 2x + \sqrt{2}(\sin x + \cos x)$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  از نظر یکنوایی چگونه است؟

- (۱) همواره صعودی (۲) همواره نزولی (۳) ابتدا صعودی و سپس نزولی (۴) ابتدا نزولی و سپس صعودی

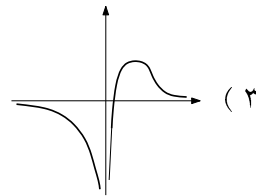
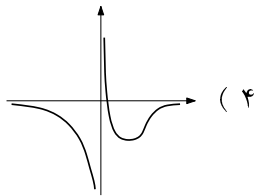
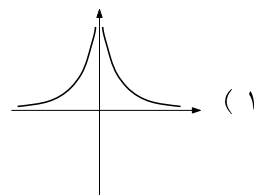
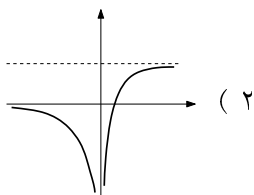
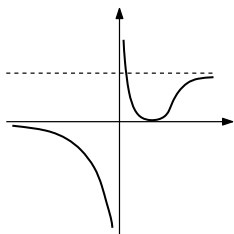
(۳۸۷) تابع  $y = \frac{\sin x}{x}$  در بازه‌ی  $(0, \frac{\pi}{4})$  چه رفتاری دارد؟

- (۱) صعودی (۲) نزولی (۳) اول صعودی بعد نزولی (۴) اول نزولی بعد صعودی

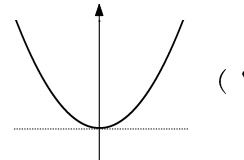
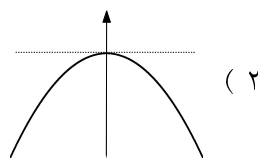
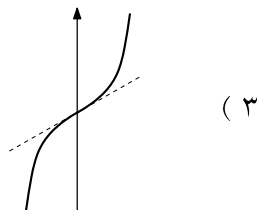
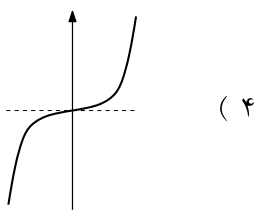
(۳۸۸) تابع  $f(x) = \frac{ax+b}{1+|x|}$  صعودی اکید است، کدام گزینه‌ی زیر الزاماً درست است؟

- (۱)  $a > b$  (۲)  $a > |b|$  (۳)  $a < b$  (۴)  $a < -|b|$

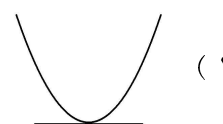
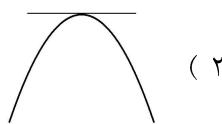
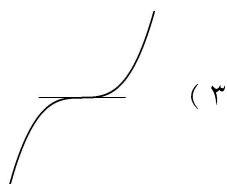
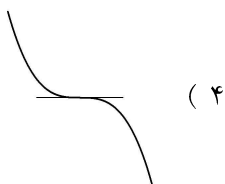
۳۸۹) اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل باشد، نمودار  $f'$  به کدام صورت می تواند باشد؟



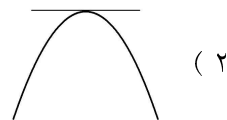
۳۹۰) نمودار تابع با ضابطه  $y = x + \tan x - \sin 2x$  در نقطه‌ی تلاقی با محور  $y$  کدام وضع را دارد؟



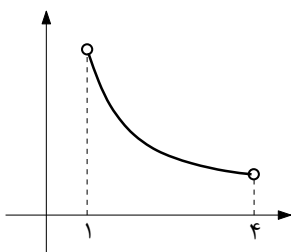
۳۹۱) نمودار تابع  $f(x) = \sin^2 x \sin 2x$  در همسایگی  $x = \frac{\pi}{3}$  چگونه است؟



۳۹۲) نمودار تابع  $y = x^4 - x^2 - 1$  در حوالی نقطه‌ی تلاقی با محور عرض‌ها کدام است؟



۳۹۳) در شکل مقابل نمودار تابع  $f$  در بازه‌ی  $(1, 4)$  رسم شده است، نمودار  $y = \frac{f(x)}{x^3}$  در این بازه چگونه است؟



(۲) نزولی

(۱) صعودی

(۴) ابتدا نزولی و بعد صعودی

(۳) ابتدا صعودی و بعد نزولی

## ۲.۱.۵ آزمون مشتق اول

۳۹۴) نقطه‌ی  $x = 0$  برای تابع  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$  چه نقطه‌ای است؟

- (۱) ماکزیمم نسبی      (۲) مینیمم نسبی      (۳) عطف      (۴) عادی

۳۹۵) حاصل جمع مقادیر اکسترمم تابع  $y = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$  چقدر است؟

- (۱) ۴      (۲) ۲      (۳) صفر      (۴) ۶

۳۹۶) حاصل ضرب طول‌های نقاط اکسترمم منحنی تابع  $f(x) = ax^3 - 4x^2 - 2x + 1$  برابر  $\frac{2}{3}$  است، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) -۱      (۳) -۲      (۴) ۲

۳۹۷) به ازای کدام مقادیر  $m$ ، خط به معادله‌ی  $y = m$  منحنی تابع  $y = x^3 - 6x^2$  را در سه نقطه‌ی متمایز قطع می‌کند؟ سراسری ۷۸

- (۱)  $-8 < m < 8$       (۲)  $-16 < m < 16$       (۳)  $-64 < m < -32$       (۴)  $-32 < m < 0$

۳۹۸) در بازه‌ی  $[0, \pi]$  طول نقطه‌ی ماکزیمم نسبی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \tan x + 3 \cot x$  کدام است؟ سراسری ۷۷

- (۱)  $\frac{\pi}{3}$       (۲)  $\frac{\pi}{6}$       (۳)  $\frac{2\pi}{3}$       (۴)  $\frac{5\pi}{6}$

۳۹۹) مجموع عرض نقاط ماکزیمم و مینیمم تابع  $y = a(1 - \sin x)$  در فاصله‌ی  $0 \leq x \leq 2\pi$  کدام است؟ سراسری تجربی ۷۷

- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳)  $2a$       (۴)  $a$

۴۰۰) برای تابع  $y = x^2 + 2 \cos x$  نقطه‌ای به طول صفر چه نقطه‌ای است؟

- (۱) ماکزیمم نسبی      (۲) مینیمم نسبی      (۳) عطف      (۴) عادی

۴۰۱) به ازای کدام مقادیر  $a$  تابع  $y = \frac{5}{a \cos 3x + 2}$  همواره پیوسته و در نقطه‌ی  $x = \frac{\pi}{3}$  مینیمم است؟ سراسری ۷۱

- (۱)  $a > -2$       (۲)  $0 < a < 2$       (۳)  $-2 < a < 2$       (۴)  $-2 < a < 0$

۴۰۲) اگر  $A(1, 0)$  ماکزیمم تابع  $y = \frac{x^2 + ax + b}{x - 2}$  باشد، مختصات مینیمم آن کدام است؟

- (۱) (۲, ۴)      (۲) (۳, ۴)      (۳) (۴, ۶)      (۴) (۳, ۲)

۴۰۳) اگر عرض نقطه‌ی مینیمم نسبی منحنی  $y = \frac{x^2 + 2x + c}{x + 1}$  برابر ۴ باشد، مقدار  $c$  کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) -۳      (۳) ۳      (۴) ۵

۴۰۴) تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + m}{x + m}$  مفروض است،  $m$  کدام باشد تا بین طول‌های نقاط اکسترمم منحنی تابع رابطه‌ی

$$x' + x'' + 2x'x'' = -8$$

- (۱) -۱      (۲) ۱      (۳) -۲      (۴) ۲

۴۰۵) نقطه‌ی  $A$  وسط پاره‌خطی است که ابتدا و انتهای آن، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + x + 1}$  می‌باشد. فاصله‌ی مبدأ از  $A$  چقدر است؟

$\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{4}{3}$  (۳)

$\frac{3}{4}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)

سراسری ریاضی ۸۷

۴۰۶) کدام بیان برای تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x|x^2 - 3|$  بر دامنه‌ی  $[-1, 1]$  نادرست است؟

(۲) ماکزیمم مطلق دارد.

(۱) می‌نیمم مطلق دارد.

(۴) فاقد اکسترمم نسبی

(۳) دو نقطه‌ی اکسترمم نسبی دارد.

۴۰۷) تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & ; x < 1 \\ x^3 - 3x^2 + 4 & ; x \geq 1 \end{cases}$  چند نقطه‌ی اکسترمم نسبی دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۰۸) فرض کنید  $f(x) = x^2 - ax + b$ ، با کدام شرط تابع  $y = \frac{x}{f(x)}$  اکسترمم نسبی ندارد؟

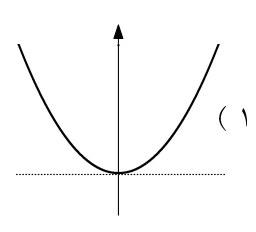
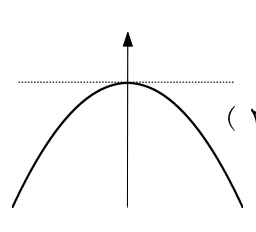
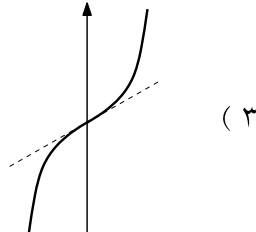
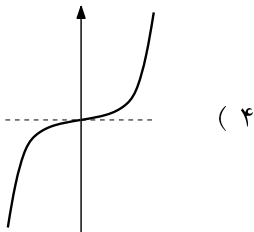
$b \leq 0$  (۴)

$b > 0$  (۳)

$a \leq 0$  (۲)

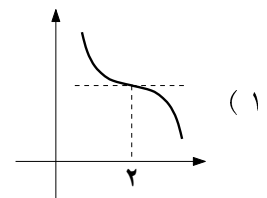
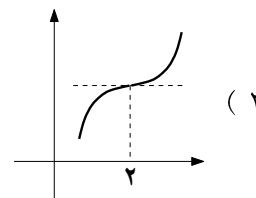
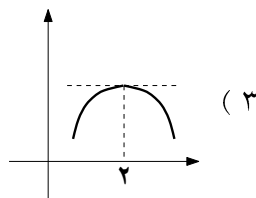
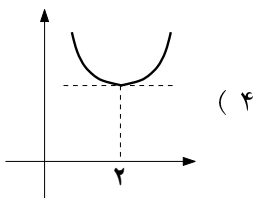
$a > 0$  (۱)

۴۰۹) نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = \tan x - \sin x + 2$  در نقطه‌ی تلاقی با محور  $y$  کدام وضع را دارد؟



سراسری ۷۱

۴۱۰) نمودار منحنی نمایش  $y = \frac{x^2 + 4}{x^2}$  در نزدیکی نقطه‌ای به طول  $x = 2$  به کدام صورت است؟



سراسری ریاضی ۹۰

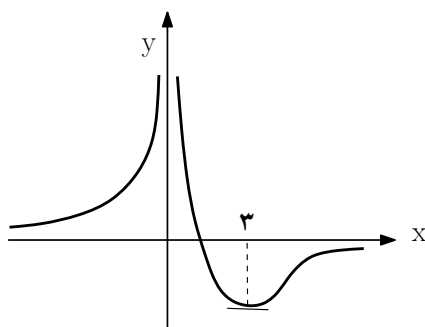
۴۱۱) شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{ax + 3}{x^2 + bx}$  است، دو تایی  $(a, b)$  کدام است؟

$(-2, 0)$  (۲)

$(-2, -2)$  (۱)

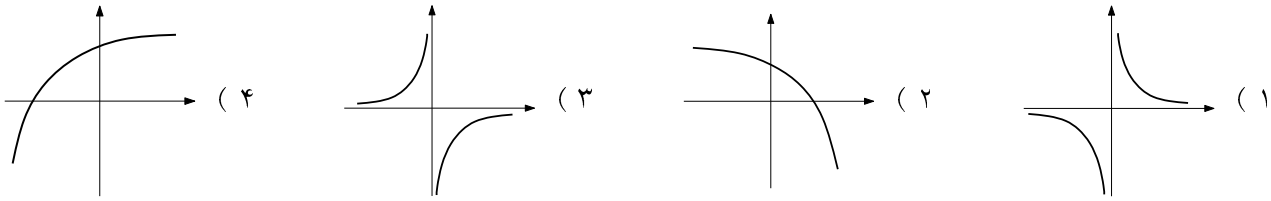
$(2, 2)$  (۴)

$(2, 0)$  (۳)

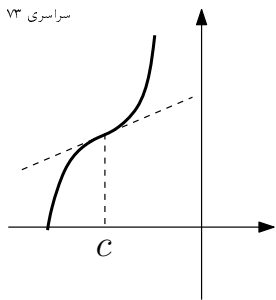


## ۲.۵ جهت تقعر نمودار یک تابع و نقطه‌ی عطف آن

۴۱۲) اگر  $f'$  مشتق تابع  $f$  و  $f''$  مشتق دوم تابع  $f$  باشد و  $f'f'' > 0$  و  $f' + f'' < 0$ ، نمودار تابع  $f$  به کدام صورت می‌تواند باشد؟



۴۱۳) قسمتی از نمودار تابع  $f$  مانند شکل روبه‌روست، کدام گزینه صحیح است؟



(۱)  $f''(c) > 0$  ,  $f'(c) < 0$

(۲)  $f''(c) = 0$  ,  $f'(c) > 0$

(۳)  $f''(c) = 0$  ,  $f'(c) < 0$

(۴)  $f''(c) > 0$  ,  $f'(c) > 0$

۴۱۴) به ازای کدام مقدار  $a$  تقعر منحنی تابع با ضابطه‌ی  $y = ax^3 + (4 - a^2)x^2 + 2x + 1$  در بازه‌ی  $(-\infty, 1)$  رو به بالا و در بازه‌ی  $(1, +\infty)$  رو به پایین است؟

(۴) ۴ و -۱

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) -۴

آزاد ریاضی ۶۳

۴۱۵) تابع  $y = ax^4 + bx^2 + c$  با چه شرطی همواره دارای دو نقطه‌ی عطف است؟

(۴)  $ab > 0$

(۳)  $ab < 0$

(۲)  $ab = 0$

(۱)  $ab > 1$

سراسری ۶۹

۴۱۶) اگر مماس بر منحنی  $y = 4\sqrt{x} + ax^2$  در نقطه‌ای به طول  $x = 4$  از منحنی عبور کند، مقدار  $a$  کدام است؟

(۴)  $\frac{1}{16}$

(۳)  $\frac{1}{8}$

(۲)  $-\frac{1}{16}$

(۱)  $-\frac{1}{8}$

سراسری ریاضی ۸۸

۴۱۷) تقعر نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{x^2 + 9}{x^2 + 12}$  در بازه  $(a, b)$  رو به بالا است، بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۲

۴۱۸) مبدأ مختصات برای تابع  $y = \begin{cases} -\sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$  کدام است؟

(۴) بحرانی نیست.

(۳) عطف

(۲) مینیمم نسبی

(۱) ماکزیمم نسبی

سراسری ۷۶

۴۱۹) شیب خط مماس در نقطه‌ی عطف نمودار تابع  $y = \cot x$  کدام است؟

(۴) ۱

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $-\frac{1}{3}$

(۱) -۱

۴۲۰) تقعر نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = \sqrt{x}(x - 4)$  در بازه  $(a, b)$  رو به پایین است، بیشترین مقدار  $(b - a)$  کدام است؟

سراسری ریاضی ۸۷ با اندکی تغییر

(۴)  $\infty$

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴۲۱) تابع  $y = |x|(x^2 - 2x)$  دارای چند نقطه‌ی عطف است؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(۴۲۲) در تابع  $y = \sqrt{x-1}$  نقطه‌ای به طول  $x = 1$  چه نقطه‌ای است؟

- (۱) ساده (۲) عطف (۳) ماکزیمم (۴) مینیمم

(۴۲۳) جدول تعیین علامت مشتق تابع پیوسته و مشتق‌پذیر  $f$  به صورت روبه‌رو است، تابع  $f$  دارای چند نقطه‌ی عطف است؟

$x$		$x_1$		$x_2$	
$y'$	+	○	+	○	-

- (۱) یک (۲) دو (۳) حداقل دو (۴) حداکثر دو

(۴۲۴) در کدام ناحیه‌ی دستگاه محورهای مختصات تقعر نمودار تابع  $y = x + \frac{1}{x}$  به سمت بالا است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

(۴۲۵) اگر  $x = 1$  متناظر با نقطه‌ی عطف تابع با ضابطه‌ی  $y = \frac{(x+a)^3}{x^2}$  باشد،  $a$  چقدر است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

(۴۲۶) اگر  $A(1, 1)$  نقطه‌ی عطف تابع  $y = x^3 - ax^2 + b$  باشد، خطی که دو اکسترمم تابع را به هم وصل می‌کند، کدام است؟

- (۱)  $y = 2x - 1$  (۲)  $x + y = 2$  (۳)  $2y + x = 3$  (۴)  $y + 2x = 3$

(۴۲۷) در مورد نمودار تابع  $f(x) = x - \cos x$  کدام درست است؟

- (۱) نامتناهی اکسترمم نسبی و نامتناهی نقطه‌ی عطف دارد.  
 (۲) اکسترمم نسبی ندارد و نامتناهی نقطه‌ی عطف دارد.  
 (۳) متناهی اکسترمم نسبی و متناهی نقطه‌ی عطف دارد.  
 (۴) اکسترمم نسبی ندارد و متناهی نقطه‌ی عطف دارد.

(۴۲۸) مماس در نقطه‌ی عطف نمودار تابع  $y = x^3 + ax^2 + 2x$  به موازات نیمساز ناحیه‌ی دوم و چهارم است،  $a$  کدام است؟

سراسری تجربی ۷۳

- (۱)  $\pm 1$  (۲)  $\pm 2$  (۳)  $\pm 3$  (۴)  $\pm 4$

(۴۲۹) مجموعه‌ی طول نقاط عطف نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x^2 & ; x \geq -1 \\ -13 - \frac{9}{x} & ; x < -1 \end{cases}$ ، کدام است؟

سراسری ریاضی ۸۹

- (۱)  $\{-1\}$  (۲)  $\{1\}$  (۳)  $\{-1, 1\}$  (۴)  $\emptyset$

(۴۳۰) طول نقطه‌ی عطف منحنی به معادله‌ی  $y = \frac{x}{1+|x|}$ ، کدام است؟

سراسری تجربی ۹۰

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) فاقد نقطه‌ی عطف

۴۳۱) مجموعه‌ی طول نقاط عطف منحنی به معادله‌ی  $y = x|x^2 - 4x|$ ، کدام است؟

- (۱)  $\{\frac{4}{3}\}$  (۲)  $\{0, \frac{4}{3}, 4\}$  (۳)  $\{\frac{4}{3}, 4\}$  (۴)  $\{0, \frac{4}{3}\}$

۴۳۲) اگر تابع‌هایی به صورت  $f(x) = x^3 - (m+2)x^2 + 3x$  همواره صعودی باشند، آنگاه مجموعه طول نقاط عطف این توابع، در کدام بازه است؟

- (۱)  $[-2, 0]$  (۲)  $[-2, 2]$  (۳)  $[-1, 1]$  (۴)  $[0, 1]$

۴۳۳) نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \cos^2 x - 2 \cos x$ ;  $x \in [0, 2\pi]$ ، در کدام بازه، نزولی و تقعر آن رو به پایین است؟

- (۱)  $(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3})$  (۲)  $(\pi, \frac{4\pi}{3})$  (۳)  $(\frac{2\pi}{3}, \pi)$  (۴)  $(\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2})$

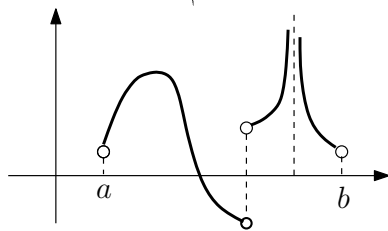
۴۳۴) مختصات نقطه‌ی عطف یک تابع درجه سوم  $(-1, 1)$  و نقطه‌ی ماکزیمم آن  $(2, 3)$  است، مختصات مینیمم کدام است؟

- (۱)  $(-3, -2)$  (۲)  $(-4, -1)$  (۳)  $(-3, 2)$  (۴)  $(-4, 1)$

۴۳۵) تابع  $y = |1 - x|x|$  دارای چند اکسترمم و چند عطف است؟

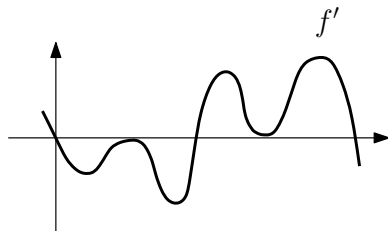
- (۱) ۱ و ۰ (۲) ۰ و ۰ (۳) ۱ و ۰ (۴) ۱ و ۱

۴۳۶) اگر نمودار مشتق تابع پیوسته‌ی  $f$  بر بازه‌ی  $(a, b)$  به صورت زیر باشد، تابع دارای چند عطف و چند اکسترمم است؟



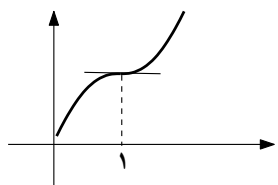
- (۱) دو عطف و دو اکسترمم  
(۲) یک عطف و یک اکسترمم  
(۳) دو عطف و یک اکسترمم  
(۴) یک عطف و دو اکسترمم

۴۳۷) اگر نمودار تغییرات مشتق تابع  $f$  به صورت زیر باشد، کدام گزینه در مورد تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی و تعداد نقاط عطف تابع  $f$  درست است؟



- (۱) ۳ ماکزیمم نسبی - ۳ مینیمم نسبی - ۲ نقطه‌ی عطف  
(۲) ۲ ماکزیمم نسبی - ۱ مینیمم نسبی - ۶ نقطه‌ی عطف  
(۳) ۳ ماکزیمم نسبی - ۳ مینیمم نسبی - نقطه‌ی عطف ندارد.  
(۴) ۳ ماکزیمم نسبی - ۲ مینیمم نسبی - ۲ نقطه‌ی عطف

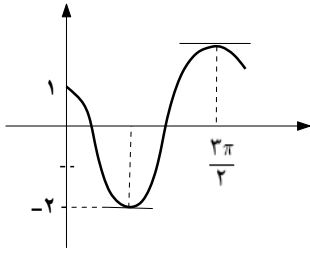
۴۳۸) شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = ax^3 + bx^2 + 3x$  است، دو تایی مرتب  $(a, b)$  کدام است؟



- (۱)  $(-1, 2)$   
(۲)  $(-1, 3)$   
(۳)  $(1, -3)$   
(۴)  $(1, -2)$

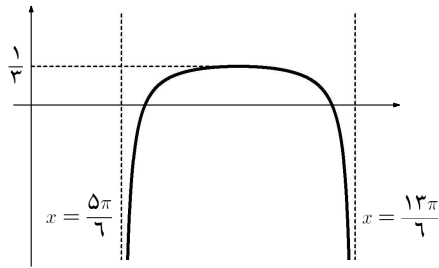
### ۳.۵ رسم نمودار توابع

سراسری ۷۹



(۴۳۹) شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $y = a \cos^2 x + b \sin x$  است،  $a + b$  کدام است؟

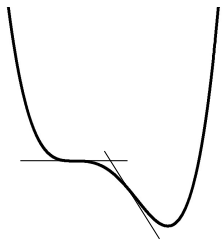
- (۱) -۲  
(۲) -۱  
(۳) ۱  
(۴) ۲



(۴۴۰) نمودار تابع  $f(x) = \frac{a \sin x}{b \sin x - 1}$  به صورت روبه‌رو است، مقدار  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۳  
(۲) -۱  
(۳) ۱  
(۴) ۷/۳

سراسری ۸۲



(۴۴۱) شکل مقابل نمودار تابع  $f$  است، مقادیر اکسترمم نسبی تابع مشتق  $f$  از راست به چپ چگونه است؟

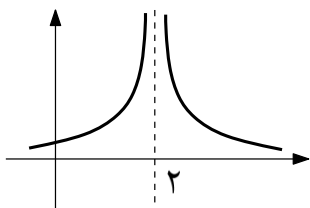
- (۱) مینیمم مثبت - ماکزیمم مثبت  
(۲) مینیمم منفی - ماکزیمم منفی  
(۳) مینیمم صفر - ماکزیمم مثبت  
(۴) مینیمم منفی - ماکزیمم صفر

(۴۴۲) تابع  $y = \frac{4}{x+1} \sqrt{x}$  در دامنه‌ی تعریفش کدام وضع زیر را دارد؟

- (۱) ماکزیمم مطلق دارد ولی مینیمم مطلق ندارد.  
(۲) مینیمم مطلق دارد ولی ماکزیمم مطلق ندارد.

- (۳) هم ماکزیمم مطلق و هم مینیمم مطلق دارد.  
(۴) نه ماکزیمم مطلق و نه مینیمم مطلق دارد.

(۴۴۳) شکل مقابل مربوط به نمودار کدام یک از توابع داده شده در گزینه‌های زیر می‌باشد؟



$$y = \frac{3}{|-2x+4|} \quad (۲)$$

$$y = \frac{3}{x-2} \quad (۱)$$

$$y = \frac{-3}{x-2} \quad (۴)$$

$$y = \frac{-3}{|-2x+4|} \quad (۳)$$

(۴۴۴) تابع با ضابطه‌ی  $y = ax + b + \frac{x^2}{2x-1}$  تابع هموگرافیکی است که محور  $y$  ها را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع می‌کند.  $a + b$  کدام است؟

سراسری ریاضی ۸۷

$$-\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$-۲ \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۱)$$



# فصل ۶

## خودآزمایی‌ها

# ۱.۶ خودآزمایی شماره ۱ (تبدیل نمودار توابع)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

(۱) نمودار تابع  $y = \left| \frac{1}{4}x \right| - 2$  را، ۴ واحد به طرف  $x$  های منفی و یک واحد به طرف  $y$  های مثبت انتقال می دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه، با کدام طول متقاطع اند؟

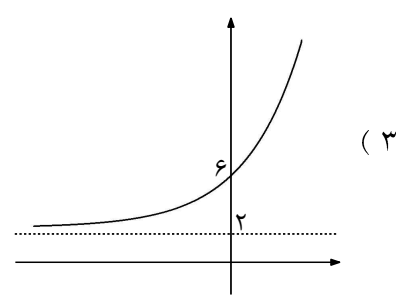
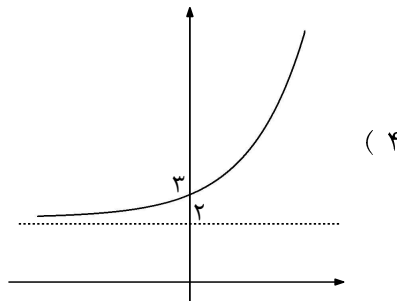
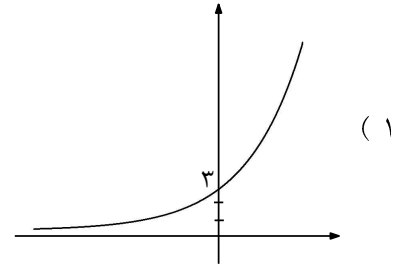
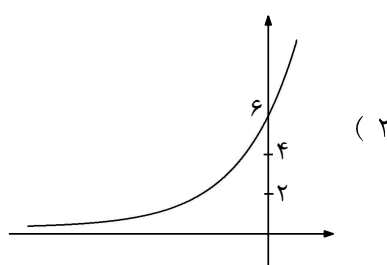
سراسری تجربی ۹۳

- (۱)  $-3/5$  (۲)  $-3$  (۳)  $-2/5$  (۴)  $-2$

(۲) نمودار تابع  $f(x) = |2x - 3| + 1$  را  $k$  واحد به سمت چپ و سه واحد به پایین انتقال داده ایم تا نمودار تابع  $g$  به دست آید. اگر محل برخورد دو تابع  $f$  و  $g$  روی محور  $y$  ها باشد،  $k$  کدام است؟ ( $k > 0$ )

- (۱)  $\frac{5}{2}$  (۲)  $\frac{9}{2}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{7}{2}$

(۳) نمودار تابع  $y = 2 \times 2^{x+1} + 2$  به کدام صورت است؟



(۴) تابع  $f(x) = \sqrt{kx^2 + 3x - k^2 - 1}$  مفروض است. به ازای کدام مقدار  $k$ ، دامنه ی تابع  $y = f(x - 3)$  بازه ی  $[4, 5]$  است؟

- (۱)  $-1$  (۲)  $2$  (۳)  $5$  (۴) هیچ مقدار  $k$

(۵) فرض کنید  $f(x) = 2x^2 - x - 1$  و  $g(x) = \frac{1}{4}(x + 3)$  باشد. با کدام انتقال زیر، نمودار تابع  $f \circ g$  محور  $x$  ها را در دو نقطه ی متمایز با طول های نامنفی قطع خواهد کرد؟

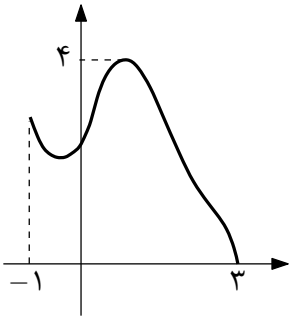
- (۱)  $\frac{9}{8}$  واحد به سمت بالا (۲)  $4$  واحد به سمت راست و  $\frac{9}{8}$  واحد به سمت بالا

- (۳)  $4$  واحد به سمت راست (۴)  $1$  واحد به سمت چپ

(۶) اگر  $f(1-x) = \sqrt{|2-x| + 2x}$ ، دامنه ی تابع  $y = 2f(x) + 1$  کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, 3]$  (۲)  $(-\infty, 7]$  (۳)  $(-\infty, 6]$  (۴)  $(-\infty, 4]$

۷) اگر تمام نمودار تابع  $y = 3f(2x - 1) + 1$  به صورت روبه‌رو باشد، دامنه‌ی تابع  $y = f\left(\frac{x}{3}\right) + 3$  کدام است؟



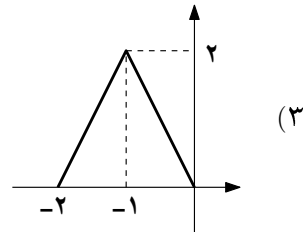
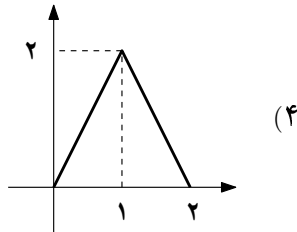
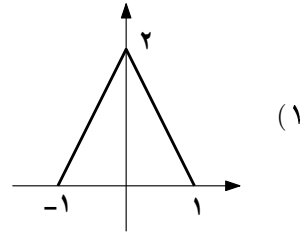
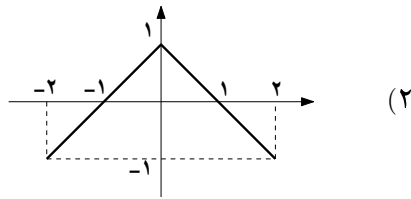
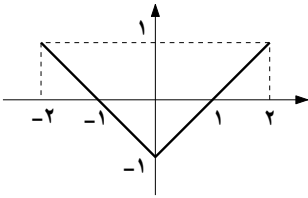
(۲)  $[-6, 10]$

(۱)  $[0, 1]$

(۴)  $[-3, 13]$

(۳)  $[2, 3]$

۸) اگر نمودار تابع  $y = -f\left(\frac{x}{3}\right) + 1$  به صورت مقابل باشد، نمودار تابع  $y = f(x - 1)$  کدام است؟



۹) اگر دامنه‌ی  $f(2x)$  برابر  $[-1, 2]$  باشد، دامنه‌ی تابع  $g(x) = 2f(|x + 1|) - f(\log_2(x + 1))$  کدام است؟

(۴)  $[-\frac{1}{2}, 15]$

(۳)  $[-\frac{1}{2}, 1]$

(۲)  $[-\frac{3}{4}, 3]$

(۱)  $[-1, 3]$

۱۰) نمودار  $y = \sqrt{2x}$  را نسبت به محور  $y$  ها انعکاس داده، سپس آن را سه واحد در جهت راست و بعد ۵ واحد به پایین حرکت داده‌ایم. ضابطه‌ی تابع به دست آمده کدام است؟

(۴)  $y = \sqrt{-2x + 6} - 5$

(۳)  $y = \sqrt{-2x + 3} - 5$

(۲)  $y = \sqrt{-2x} - 2$

(۱)  $y = \sqrt{2x + 3} - 5$

۱۱) اگر دامنه‌ی تعریف  $y = f(x)$  به صورت  $D_f = [0, 1]$  باشد، دامنه‌ی تابع  $y = 1 - \frac{1}{3}f\left(\frac{x-1}{2}\right)$  کدام است؟

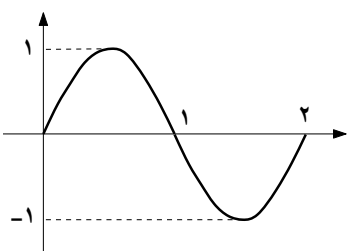
(۴)  $[0, 2]$

(۳)  $[2, 4]$

(۲)  $[0, 4]$

(۱)  $[1, 3]$

۱۲) اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت زیر باشد، برد تابع  $g(x) = 1 + 3f\left(\frac{x}{3}\right)$  کدام است؟



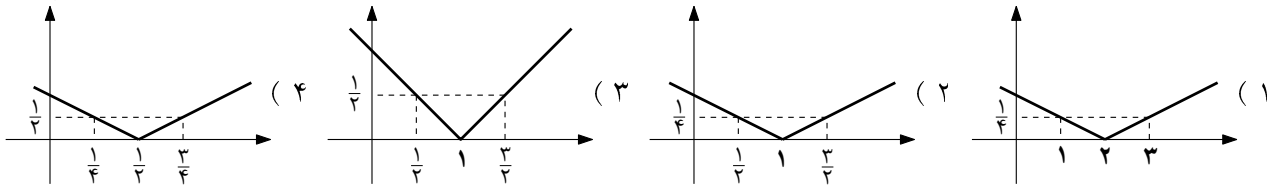
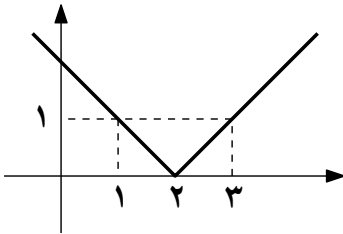
(۲)  $[2, 4]$

(۱)  $[-2, 4]$

(۴)  $[-2, 2]$

(۳)  $[-2, 0]$

۱۳) چنانچه شکل زیر، نمودار تابع  $f(x) = |x - 2|$  را نشان دهد، کدام گزینه نمودار تابع  $y = \frac{1}{4}f(2x)$  را به درستی نشان می دهد؟



۱۴) اگر دامنه‌ی تابع  $f$  به صورت  $[-1, 1]$  باشد، دامنه‌ی  $f(2x) + 1$  کدام است؟

- (۱)  $[-1, 1]$       (۲)  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$       (۳)  $[0, 2]$       (۴)  $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$

۱۵) نقطه‌ی  $(-8, 6)$  روی نمودار تابع  $y = f(x)$  قرار دارد. این نقطه در تابع  $g(x) = bf(ax)$  به نقطه‌ی  $(4, 3)$  تبدیل می شود، مقدار  $a + b$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{2}$       (۲)  $\frac{3}{2}$       (۳)  $\frac{1}{2}$       (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۶) اگر نقطه‌ی  $(1, -3)$  مربوط به تابع  $y = f(x)$  باشد، این نقطه در تابع  $y = -2f(\frac{1}{3}x) + 1$  به چه نقطه‌ای تبدیل می شود؟

- (۱)  $(\frac{1}{3}, 7)$       (۲)  $(3, -1)$       (۳)  $(3, 7)$       (۴)  $(\frac{1}{3}, -1)$

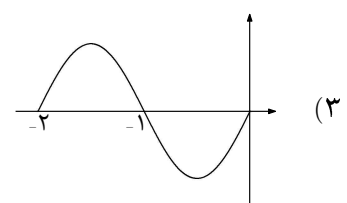
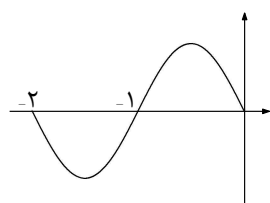
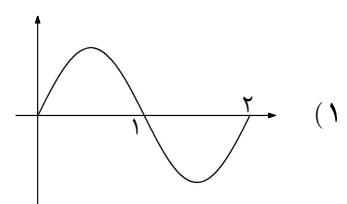
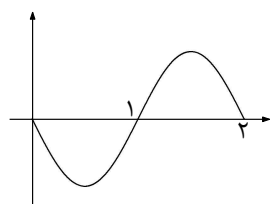
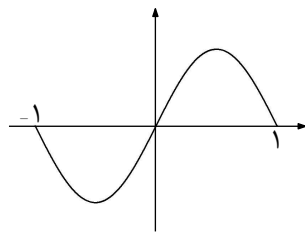
۱۷) نمودار تابع  $y = \sqrt{1 - 2x}$  را ابتدا یک واحد به سمت چپ منتقل می کنیم، سپس آن را نسبت به محور  $y$  ها قرینه کرده و در نهایت ۱ واحد به سمت بالا منتقل می کنیم، ضابطه‌ی نمودار حاصل کدام است؟

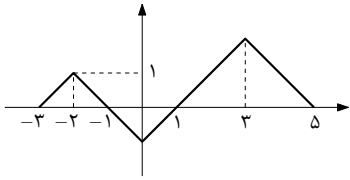
- (۱)  $y = \sqrt{2x + 3} + 1$       (۲)  $y = \sqrt{2x - 1} + 1$       (۳)  $y = 1 - \sqrt{-2x + 3}$       (۴)  $y = 1 - \sqrt{-2x - 1}$

۱۸) اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  را ابتدا با ضریب ۲ انبساط افقی دهیم و سپس ۲ واحد به چپ منتقل کنیم، نمودار کدام تابع به دست می آید؟

- (۱)  $y = f(2x + 2)$       (۲)  $y = f(2x + 1)$       (۳)  $y = f(\frac{1}{2}x + 2)$       (۴)  $y = f(\frac{1}{2}x + 1)$

۱۹) اگر نمودار تابع  $f$  به صورت روبه‌رو باشد، نمودار تابع  $y = f(1 - x)$  کدام است؟





۲۰) اگر شکل مقابل نمودار تابع  $y = f\left(\frac{x}{3} + 1\right)$  باشد، آنگاه برد تابع  $y = \sqrt{|2f(x) - 3|}$  کدام است؟

( ۲ )  $[0, \sqrt{3}]$

( ۱ )  $[0, \sqrt{2}]$

( ۴ )  $[\sqrt{3}, \sqrt{5}]$

( ۳ )  $[0, \sqrt{5}]$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۱	۴	۲	۳	۱	۲	۲	۱	۱	۴	۲	۴	۲	۱	۳	۱	۳	۲	۲

## ۲.۶ خودآزمایی شماره ۲ (تابع درجه سوم، توابع یکنوا و بخش پذیری و تقسیم)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

(۱) اگر تابع  $f(x) = x^3 - 2m(x-1)^3 + 8x^2 + 1$  یک چندجمله‌ای از درجه‌ی دوم باشد، ضریب بزرگترین درجه‌ی آن چقدر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴) ۹

(۲) نمودار دو تابع چندجمله‌ای  $f(x) = x^3$  و  $g(x) = -x + 3$  در فاصله‌ی  $(-\infty, 0)$  چند نقطه‌ی برخورد دارند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(۳) کدام گزینه صحیح است؟

(۱) نمودار تابع  $f(x) = -x^2 - 2$  از ناحیه‌ی دوم نمی‌گذرد.

(۲) نمودار تابع  $f(x) = -(x-2)^3$  از ناحیه‌ی سوم نمی‌گذرد.

(۳) نمودار تابع  $f(x) = (x+2)^3$  از ناحیه‌ی دوم نمی‌گذرد.

(۴) دو تابع  $f(x) = x^3$  و  $g(x) = x^2$  در محدوده‌ی  $x > 0$  نقطه‌ی برخوردی ندارند.

سراسری ریاضی ۹۱

(۴) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  با دامنه‌ی  $\{x : |x-1| < 2\}$  همواره چگونه است؟

- (۱) منفی (۲) مثبت (۳) صعودی (۴) نزولی

(۵) کدام تابع صعودی است؟

- (۱)  $y = x|x|$  (۲)  $y = |x|$  (۳)  $y = x^2|x|$  (۴)  $y = x^2 + x$

(۶) کدام تابع با ضابطه‌ی زیر بر  $\mathbb{R}$  نزولی است؟

- (۱)  $y = -|x|$  (۲)  $y = -2^{-x}$  (۳)  $y = 2^{-x}$  (۴)  $y = \frac{1}{x+1}$

(۷) در تقسیم چندجمله‌ای  $x^2 + 1 + (x-2)^2 + (x-1)^2$  بر عبارت  $x^2 - 3x + 2$ ، باقی مانده کدام است؟

- (۱)  $3x$  (۲)  $2x - 2$  (۳)  $3x - 1$  (۴)  $2x - 3$

(۸) باقی مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای  $f(x)$  بر عبارت‌های  $(x+1)$  و  $(x-2)$  به ترتیب برابر ۱ و ۳ است، در این صورت باقی مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای  $f(x)$  بر عبارت  $(x^2 - x - 2)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$  (۲)  $\frac{3}{4}x - \frac{5}{3}$  (۳)  $-\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$  (۴)  $-\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$

(۹) اگر عبارت  $x^4 + ax^3 + bx^2 + x - 5$  بر عبارت  $(x^2 - 1)$  بخش پذیر باشد، مقدار  $ab$  کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۵

(۱۰) اگر  $x^2 - 3x + mx + n$  بر  $x - 2$  و  $x - 1$  بخش پذیر باشد، باقی مانده‌ی تقسیم آن بر  $x$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۱) اگر باقی مانده‌ی تقسیم  $2x^4 + mx + 2$  بر دو جمله‌ای  $x + 1$  برابر ۲ باشد، باقی مانده‌ی تقسیم آن بر  $x - 1$  کدام است؟

- ۱) -۴      ۲) -۲      ۳) ۴      ۴) ۶

۱۲) اگر عبارت  $1 + nx^4 + mx^3 + x^6$  بر  $x^2 - 1$  بخش پذیر باشد، حاصل  $m - 2n$  کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

۱۳) اگر  $f(x)$  یک چندجمله‌ای و باقی مانده‌ی آن بر  $x + 2$  برابر ۳ باشد، باقی مانده‌ی  $f(x)$  بر  $x + 2$  کدام است؟

- ۱) ۶      ۲) -۶      ۳) ۵      ۴) -۵

سراسری ریاضی ۸۶

۱۴) عبارت  $1 + 2bx + 4ax^2 + x^4 - 4$  بر  $x^2 - 4$  بخش پذیر است  $a + b$  کدام است؟

- ۱)  $-\frac{15}{8}$       ۲)  $-\frac{17}{16}$       ۳)  $\frac{17}{16}$       ۴)  $\frac{15}{8}$

۱۵) اگر باقی مانده‌ی تقسیم  $f(x)$  بر  $(x-2)(x+2)$  برابر  $x^2 + 3x + 1$  و باقی مانده‌ی تقسیم  $f(x)$  بر  $x^2 - 4$  برابر  $ax + b$  باشد،  $a + b$  کدام است؟

- ۱) ۸      ۲) ۷      ۳) ۶      ۴) ۴

۱۶) اگر باقی مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای  $f(x)$  بر  $x - 3\sqrt{2}$  و  $x + 3\sqrt{2}$  به ترتیب برابر ۲ و  $5\sqrt{2}$  باشد، باقی مانده‌ی تقسیم  $f(x)$  بر  $x^2 - 18$  کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳)  $3\sqrt{2}$       ۴)  $5\sqrt{2}$

۱۷) به ازای مقداری از  $a$  چند جمله‌ای  $f(x) = x^4 + ax^3 - 8x$  بر  $x + 2$  بخش پذیر است. کوچکترین ریشه‌ی معادله‌ی  $f(x) = 0$  کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۴

- ۱)  $1 - \sqrt{3}$       ۲)  $1 - \sqrt{5}$       ۳)  $-1 - \sqrt{3}$       ۴)  $-1 - \sqrt{5}$

۱۸) اگر عبارت  $a - 10x + 14x^2 + 4x^3 + ax^4$  بر سه جمله‌ای  $x^2 - 2x + 1$  بخش پذیر باشد،  $a$  کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

۱۹) اگر باقی مانده‌ی تقسیم  $f(x+1)$  بر  $(x-1)^2$  برابر  $x + 10$  باشد، باقی مانده‌ی تقسیم  $f(x)$  بر  $(x+1)$  بر  $x^2 - x - 2$  کدام است؟

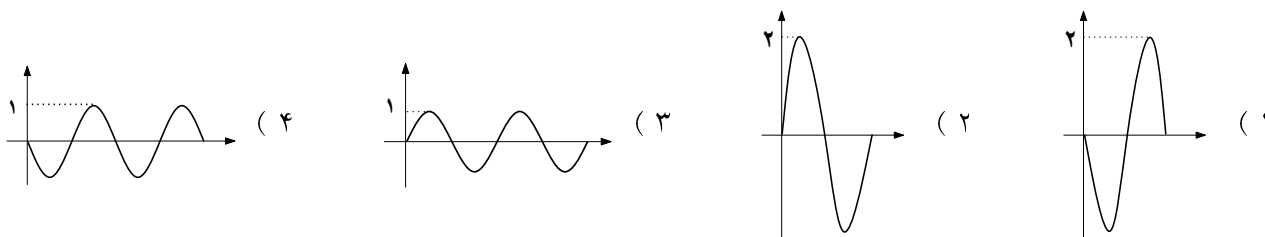
- ۱)  $7x + 8$       ۲)  $8x + 7$       ۳)  $11x + 11$       ۴)  $10x + 13$

۲۰) عبارت  $x^3 + 1$  بر کدام یک از عبارت‌های زیر بخش پذیر نیست؟

- ۱)  $x^5 + 1$       ۲)  $x^6 + 1$       ۳)  $x^{10} + 1$       ۴)  $x^2 + 1$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۳	۲	۴	۲	۱	۲	۲	۴	۴	۱	۲	۱	۱	۳	۱	۱	۲	۱	۳

(۱) نمودار  $y = -2 \sin x$  روی بازه  $[0, 2\pi]$  شبیه کدام است؟



(۲) مجموع تمام مقادیری از  $\theta$  در فاصله  $0 < \theta < \pi$  که به ازای آنها تابع با ضابطه  $y = \sin 4\theta$  برابر صفر می شود، کدام است؟

- (۱)  $\frac{3\pi}{4}$       (۲)  $\frac{3\pi}{4}$       (۳)  $\frac{5\pi}{4}$       (۴)  $\frac{\pi}{4}$

(۳) مقدار تابع  $y = \frac{1}{4} \cos(-3x)$  به ازای چه تعداد از مقادیر  $x$  در بازه  $[0, \pi]$  برابر صفر می گردد؟

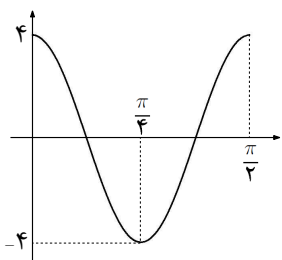
- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۶

(۴) کدام یک از توابع مثلثاتی بر بازه  $[\pi, 2\pi]$  صعودی است؟

- (۱)  $y = \sin x$       (۲)  $y = \cos x$       (۳)  $y = \tan x$       (۴)  $y = \cot x$

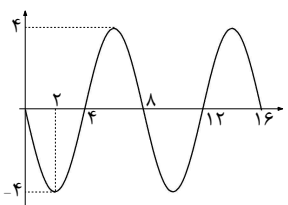
(۵) دوره تناوب تابع  $y = 3 \sin \frac{4\pi}{3} x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$       (۲)  $\frac{2\pi}{3}$       (۳)  $\frac{3\pi}{4}$       (۴)  $\frac{2}{3}$



(۶) اگر شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \cos bx$  باشد، حاصل  $a + b$  کدام است؟

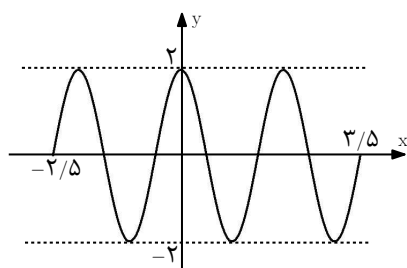
- (۱) فقط ۸      (۲) ۴      (۳) ۱۲      (۴) ۸ یا صفر



(۷) شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin b\pi x$  است، دوتایی مرتب  $(a, b)$  کدام است؟

- (۱)  $(4, \frac{1}{4})$       (۲)  $(-4, \frac{1}{4})$       (۳)  $(4, \frac{1}{4})$       (۴)  $(-4, \frac{1}{4})$

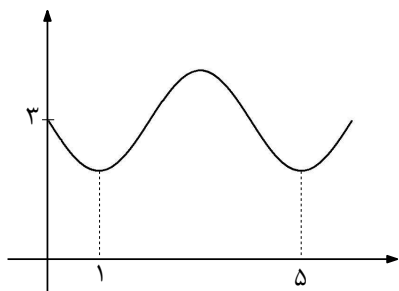
(۸) شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin \pi(\frac{1}{4} + bx)$  است.  $a.b$  کدام است؟



- (۱) ۲      (۲) ۲/۵      (۳) ۳      (۴) ۳/۵

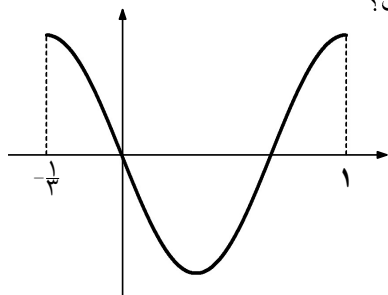


۹) شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a + \sin(b\pi x)$  است. مقدار  $y$  در نقطه‌ی  $x = \frac{25}{3}$ ، کدام است؟



- (۱) ۲
- (۲) ۲/۵
- (۳) ۳
- (۴) ۳/۵

۱۰) شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = \cos(ax + \frac{1}{3})\pi$  می‌باشد،  $a$  کدام است؟



- (۱) ۱/۳
- (۲) ۳/۴
- (۳) ۲/۳
- (۴) ۷/۴

۱۱) حداقل مقدار  $y = 2 \cos 3x + 1$  کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) -۲
- (۳) ۱
- (۴) -۱

۱۲) اختلاف کمترین و بیشترین مقدار تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = 1 - 3 \cos 2x$  کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۴
- (۴) ۶

۱۳) مقدار ماکزیمم تابع  $y = -3 \sin(2x - \frac{\pi}{3}) + 5$  چند برابر مقدار مینیمم این تابع است؟

- (۱) ۸
- (۲) ۵
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۱۴) مجموع مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع  $y = \frac{3 + 2 \sin 5(x+1)}{4}$  کدام است؟

- (۱) ۳/۴
- (۲) ۵/۶
- (۳) ۶/۵
- (۴) ۲/۳

۱۵) اگر  $2 \sin \pi x = 4m + 1$  باشد، حدود تغییرات  $m$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{4} \leq m \leq \frac{1}{4}$
- (۲)  $-\frac{3}{4} \leq m \leq -\frac{1}{4}$
- (۳)  $-\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{1}{4}$
- (۴)  $1 \leq m$

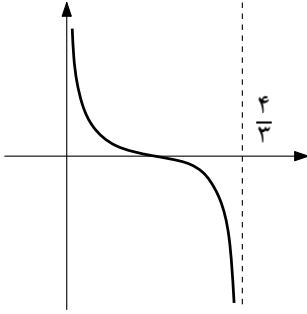
۱۶) با افزایش مداوم مقادیر زاویه‌ی  $\alpha$  در ربع اول و نزدیک شدن آن به  $\frac{\pi}{4}$ ، مقادیر تانژانت چگونه تغییر می‌کنند؟

- (۱) به  $-\infty$  نزدیک می‌شوند.
- (۲) به  $+\infty$  نزدیک می‌شوند.

- (۳) به ۱ نزدیک می‌شوند.
- (۴) به -۱ نزدیک می‌شوند.

۱۷) دامنه‌ی تابع  $f(x) = \tan(\frac{\pi x}{3}) + 2 \cot(\frac{\pi x}{3})$  کدام است؟

- (۱)  $\{x | x \neq 2k, k \in \mathbb{Z}\}$
- (۲)  $\{x | x \neq 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$
- (۳)  $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$
- (۴)  $\mathbb{Z}$



۱۸) قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = \tan(ax + \frac{1}{4})\pi$  شکل مقابل است،  $a$  کدام است؟

$-\frac{3}{4}$ (۲)

$-\frac{3}{4}$ (۱)

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

۱۹) کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- ۱) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.
- ۲) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد.
- ۳) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن تعریف شده و غیرصعودی باشد.
- ۴) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.

۲۰) کدام یک از جملات زیر نادرست است؟

- ۱) دوره‌ی تناوب تابع  $y = 5 \tan(\frac{3}{4}x)$  برابر  $\frac{2\pi}{3}$  است.
- ۲) تابع  $y = \cot x$  روی بازه‌ی  $(0, \pi)$  نزولی است.
- ۳) تابع  $y = \tan x$  روی بازه‌ی  $(0, \pi)$  صعودی است.
- ۴) کتانژانت یک زاویه، با تانژانت متمم همان زاویه برابر است.

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۴	۱	۳	۲	۱	۱	۴	۴	۴	۲	۲	۱	۴	۴	۱	۲	۲	۱	۱

## ۴.۶ خودآزمایی شماره ۴ (معادلات مثلثاتی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) جواب کلی معادله  $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$  کدام است؟

- (۱)  $k\pi + \frac{\pi}{3}$       (۲)  $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$       (۳)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$       (۴)  $2k\pi + \frac{\pi}{3}$

(۲) معادله  $\frac{\sin 3x}{\sin x} = 0$  در بازه  $(-\pi, \pi)$  چند ریشه دارد؟

- (۱) صفر      (۲) ۴      (۳) ۵      (۴) ۶

(۳) جواب کلی معادله مثلثاتی  $\frac{\cos 2x}{\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = 0$  به کدام صورت است؟

- (۱)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$       (۲)  $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$       (۳)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$       (۴)  $k\pi - \frac{\pi}{4}$

(۴) تابع  $y = -\frac{1}{4} \sin(3\pi x)$  در بازه  $\left[-\frac{1}{4}, 1\right]$  چند بار بیشترین مقدار را دارد؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

(۵) نقاط پایانی جواب‌های معادله  $\tan x + \cot x = 4$  روی دایره‌ی مثلثاتی، نشان دهنده‌ی کدام چندضلعی است؟

- (۱) مثلث متساوی‌الاضلاع      (۲) مستطیل      (۳) پنج‌ضلعی منظم      (۴) لوزی

(۶) تعداد جواب‌های معادله  $\frac{\cos 2x(1 + \sin 2x)}{\sin x + \cos x} = 0$  در فاصله  $[0, \pi]$  کدام است؟

- (۱) ۳      (۲) ۴      (۳) ۲      (۴) ۱

(۷) جواب کلی معادله مثلثاتی  $\frac{\cos 5x \cos 3x - \sin 3x \sin x}{\cos 2x} = 1$ ، به کدام صورت است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{3}$       (۲)  $\frac{k\pi}{2}$       (۳)  $\frac{2k\pi}{5}$       (۴)  $\frac{2k\pi}{3}$

(۸) جواب کلی معادله مثلثاتی  $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin\left(\frac{3\pi}{4} + x\right)$ ، به کدام صورت است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{3}$       (۲)  $\frac{2k\pi}{3}$       (۳)  $2k\pi + \frac{\pi}{3}$       (۴)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

(۹) جواب کلی معادله مثلثاتی  $2\sqrt{2} \sin x \cos x = \sin x + \cos x$ ، کدام است؟

- (۱)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$       (۲)  $\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$       (۳)  $\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$       (۴)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

(۱۰) جواب کلی معادله مثلثاتی  $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4}$ ، به کدام صورت است؟

- (۱)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$       (۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$       (۳)  $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$       (۴)  $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(۱۱) جواب کلی معادله مثلثاتی  $\frac{\sin 2x}{\sin x} = 2 \cos^2 x$  ، کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۳

(۱)  $\frac{k\pi}{2}$  (۲)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$  (۳)  $k\pi - \frac{\pi}{4}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{4}$

(۱۲) در معادله مثلثاتی  $\sin 2x(\sin x + \cos x) = \cos 2x(\cos x - \sin x)$  ، مجموع تمام جوابها در بازه  $[0, \pi]$  ، کدام است؟

سراسری تجربی ۹۳

(۱)  $\frac{3\pi}{4}$  (۲)  $\frac{5\pi}{4}$  (۳)  $\frac{3\pi}{2}$  (۴)  $\frac{7\pi}{4}$

(۱۳) جواب کلی معادله مثلثاتی  $\frac{\sin x + \sin 2x}{\cos x + \cos 2x} = \cot x$  ، کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۴

(۱)  $\frac{k\pi}{5}$  (۲)  $\frac{2k\pi}{5}$  (۳)  $\frac{3k\pi}{5}$  (۴)  $\frac{1}{5}(2k+1)\pi$

(۱۴) جواب کلی معادله مثلثاتی  $2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1$  ، به کدام صورت است؟

سراسری تجربی ۹۴

(۱)  $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$  (۲)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$  (۳)  $k\pi - \frac{\pi}{8}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{8}$

(۱۵) مجموع تمام جوابهای معادله مثلثاتی  $\sin 4x = \sin^2 x - \cos^2 x$  ، در بازه  $[0, \pi]$  ، برابر کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۵

(۱)  $\frac{7\pi}{4}$  (۲)  $\frac{9\pi}{4}$  (۳)  $\frac{5\pi}{2}$  (۴)  $\frac{11\pi}{3}$

(۱۶) جواب کلی معادله مثلثاتی  $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0$  ، کدام است؟

سراسری تجربی ۹۵

(۱)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$  (۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۳)  $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$  (۴)  $k\pi - \frac{\pi}{3}$

(۱۷) جواب کلی معادله مثلثاتی  $\cos 2x + 2 \cos^2 x = 0$  ، کدام است؟

سراسری تجربی ۹۶

(۱)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۲)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$  (۳)  $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۴)  $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

(۱۸) جواب کلی معادله مثلثاتی  $\sin x \sin 3x = \cos 2x$  ، کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۶

(۱)  $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$  (۲)  $\frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$  (۳)  $k\pi + \frac{\pi}{6}$  (۴)  $\frac{k\pi}{3}$

(۱۹) جواب کلی معادله مثلثاتی  $2 \sin(\pi - x) \cos(\frac{3\pi}{4} + x) + 3 \cot x \sin(\pi + x) = 0$  ، کدام است؟

سراسری تجربی ۸۷

(۱)  $2k\pi + \frac{\pi}{3}$  (۲)  $2k\pi + \frac{2\pi}{3}$  (۳)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۴)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

(۲۰) جواب کلی معادله مثلثاتی  $2 \sin^2 x + 9 \cos x + 3 = 0$  ، کدام است؟

(۱)  $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۲)  $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۳)  $x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$  (۴)  $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۵	۲	۲	۴	۳	۲	۱	۴	۲	۲	۴	۲	۱

## ۵.۶ خودآزمایی شماره ۵ (حدهای نامتناهی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

(۱) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{(x-1)^2(x^2 - 5x + 2)}$  ، کدام است؟

- (۱)  $+\infty$ 
(۲)  $\frac{1}{3}$ 
(۳)  $-\frac{1}{3}$ 
(۴)  $-\infty$

(۲) حاصل  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{1 + \cos^2 x}{1 - \sin^2 x}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$ 
(۲) صفر
(۳)  $-\infty$ 
(۴)  $+\infty$

(۳) حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{\tan x}{\cot x}$  کدام است؟

- (۱)  $-\infty$ 
(۲) صفر
(۳) ۱
(۴)  $+\infty$

(۴) حاصل  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{\tan x}{\sqrt{1 + \cos^2 x}}$  کدام است؟

- (۱)  $+1$ 
(۲)  $-\infty$ 
(۳)  $+\infty$ 
(۴)  $-1$

(۵) اگر  $f(x+1) = \frac{1}{x^2 - 1}$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $+\infty$ 
(۲)  $-\infty$ 
(۳)  $-1$ 
(۴) صفر

(۶) اگر  $\lim_{x \rightarrow 2\sqrt{2}} \frac{-x^2 - 1}{x^2 + ax + ab} = -\infty$  باشد،  $a - b$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $-5\sqrt{2}$ 
(۲)  $-4\sqrt{2}$ 
(۳)  $-3\sqrt{2}$ 
(۴)  $-2\sqrt{2}$

(۷) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x + 2) \left[ \frac{1}{x-1} \right]$  برابر است با:

- (۱)  $-1$ 
(۲)  $0$ 
(۳) ۱
(۴)  $\pm\infty$

(۸) حاصل  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \left( \frac{2x}{x^2 - 1} - \left| \frac{x}{x+1} \right| \right)$  کدام است؟

- (۱)  $0$ 
(۲)  $\frac{1}{2}$ 
(۳) ۲
(۴)  $-\infty$

(۹) حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{4})^-} \frac{1}{1 + \sin x}$  کدام است؟

- (۱)  $-\infty$ 
(۲) صفر
(۳)  $+\infty$ 
(۴)  $-1$

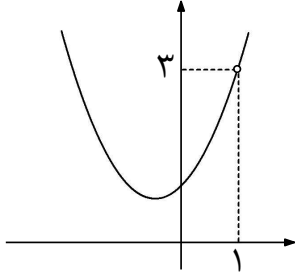
۱۰ کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1-x}{x^2-4} = -\infty \quad (۲)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1-x} = +\infty \quad (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \cot x = -\infty \quad (۴)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \tan x = +\infty \quad (۳)$$



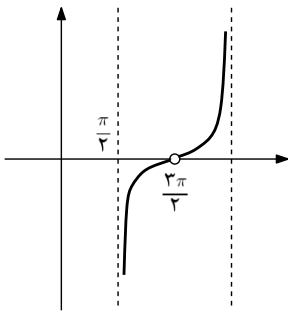
۱۱ نمودار تابع  $f(x) = \frac{bx^2-1}{x+a}$  به شکل مقابل است، مقدار  $a-b$  کدام است؟

(۴) صفر

(۳) -۲

(۲) ۱

(۱) ۲



۱۲ شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{1+a \sin x}{b+\cos x}$  است،  $f(\frac{\pi}{3})$  کدام است؟

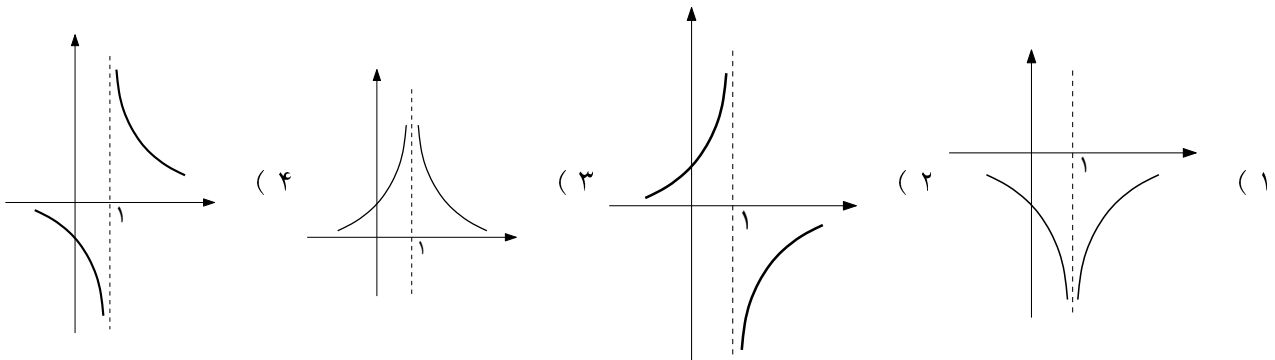
(۲)  $2 - \sqrt{3}$

(۱)  $1 - \sqrt{3}$

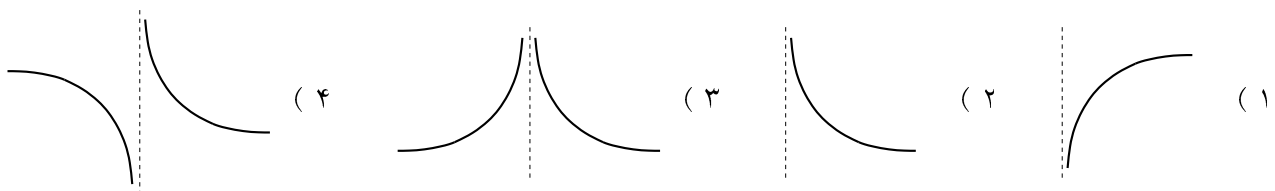
(۴)  $1 + \sqrt{3}$

(۳)  $2 + \sqrt{3}$

۱۳ نمودار تابع  $y = \frac{x+1}{x-1}$  در اطراف  $x=1$  به کدام صورت است؟



۱۴ اگر  $f(x) = \log \frac{x^2+x}{x-1}$  باشد، آنگاه نمودار آن در اطراف خط  $x=1$  به کدام صورت است؟



۱۵ به ازای کدام مقدار  $a$  نمودار تابع با ضابطه  $y = \frac{ax^2+3x+1}{1-2x}$  به صورت شکل مقابل است؟

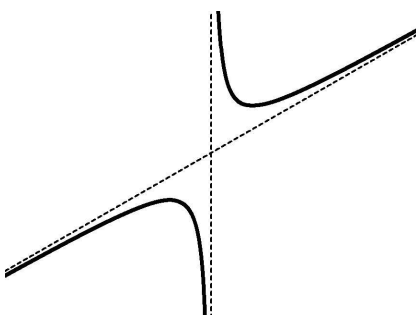
(۲)  $0 < a < 10$

(۱)  $a < 0$

(۴)  $a < -10$

(۳)  $-10 < a < 0$

سراسری ۷۶



۱۶) از چهار تابع زیر، چند تا مجانب قائم دارند؟

$$y = \sqrt{\frac{x}{x+1}} \quad (b)$$

$$y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} \quad (a)$$

$$y = \sqrt{\frac{x+1}{x}} \quad (d)$$

$$y = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} \quad (c)$$

۴ ( ۴

۳ ( ۳

۲ ( ۲

۱ ( ۱

۱۷) منحنی به معادله  $f(x) = \frac{1 - \tan x}{1 + 2 \sin x}$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند خط مجانب دارد؟

۴ ( ۴

۳ ( ۳

۲ ( ۲

۱ ( ۱

۱۸) خط  $x = 1$  مجانب قائم کدام تابع زیر است؟

$$y = \frac{1}{x-1} + \frac{x}{1-x} \quad (۴)$$

$$y = \frac{x^2 - x}{x^2 - 3x + 2} \quad (۳)$$

$$y = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-1}} \quad (۲)$$

$$y = \frac{\sqrt{1-x}}{x-1} \quad (۱)$$

۱۹) منحنی  $y = \frac{\sqrt{1-2 \tan x}}{1 + \tan x}$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند مجانب قائم دارد؟

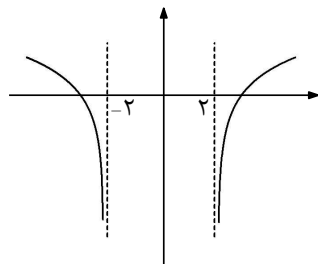
چهار ( ۴

سه ( ۳

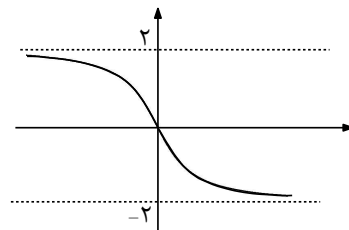
دو ( ۲

یک ( ۱

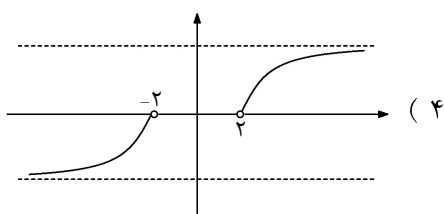
۲۰) نمودار تابع  $f(x) = \log \frac{1}{|x|-2}$  کدام است؟



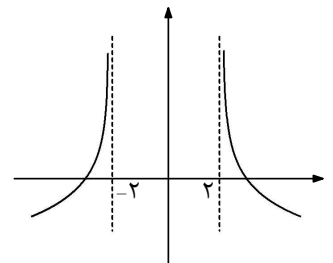
( ۲



( ۱



( ۴



( ۳

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۲	۱	۴	۳	۴	۲	۴	۳	۳	۳	۳	۲	۱	۳	۲	۲	۴	۴	۴

۶.۶ خودآزمایی شماره ۶ (حدهای نامتناهی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) مقدار حد  $\frac{x + \sqrt{x+2}}{x+2}$  وقتی  $x \rightarrow (-2)^+$  کدام است؟

- (۱)  $-\infty$       (۲)  $-1$       (۳)  $1$       (۴)  $+\infty$

(۲) حد راست و چپ تابع  $f(x) = \frac{x}{\sin x + 1}$  وقتی  $x \rightarrow -\frac{\pi}{3}$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱)  $+\infty$  و  $-\infty$       (۲)  $-\infty$  و  $+\infty$       (۳)  $+\infty$  و  $+\infty$       (۴)  $-\infty$  و  $-\infty$

(۳) حاصل  $\lim_{x \rightarrow (\frac{2\pi}{3})^-} \frac{\tan x + 1}{1 + \sin x}$  کدام است؟

- (۱) صفر      (۲)  $2$       (۳)  $+\infty$       (۴)  $-\infty$

(۴)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\cos 2x}{\tan x}$  کدام است؟

- (۱) صفر      (۲)  $-\infty$       (۳)  $1$       (۴)  $+\infty$

(۵) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\cos \frac{3\pi x - 2\pi}{2}}$  ، کدام است؟

- (۱)  $-\infty$       (۲)  $+\infty$       (۳)  $1$       (۴)  $-1$

(۶) اگر  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2-x}{ax^2 - 8x + b} = -\infty$  آنگاه  $a+b$  کدام است؟

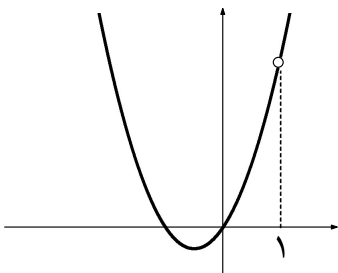
- (۱)  $10$       (۲)  $-10$       (۳)  $2$       (۴)  $8$

(۷) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) \left[ \frac{1}{x-1} \right] + \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} [x-1]$  برابر کدام است؟

- (۱)  $0$       (۲)  $1$       (۳)  $-1$       (۴)  $2$

(۸) شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{4x^2 + ax + b}{x-1}$  است، دوتایی مرتب  $(a, b)$  کدام است؟

سراسری تجربی ۸۷



- (۱)  $(0, -4)$       (۲)  $(-4, 0)$   
(۳)  $(-2, 1)$       (۴)  $(4, 0)$

(۹) هرگاه  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x^2 + ax + b} = +\infty$  مقدار  $b$  کدام است؟

- (۱)  $1$       (۲)  $4$       (۳)  $-4$       (۴) برای  $b$  مقداری یافت نمی‌شود.



۱۰ اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{x^2+ax+b} = +\infty$  باشد، حاصل  $2a+b$  کدام است؟

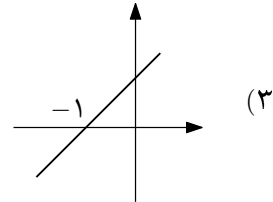
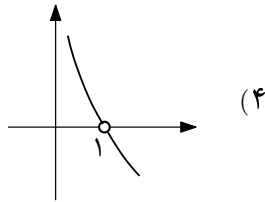
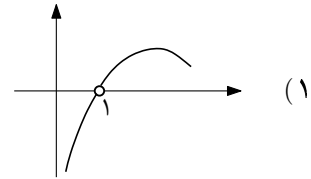
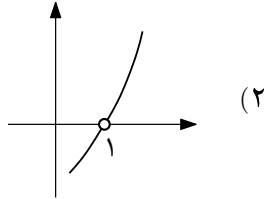
۴ (۴)

-۴ (۳)

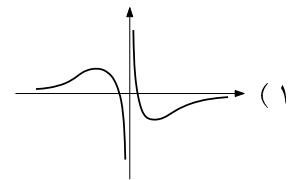
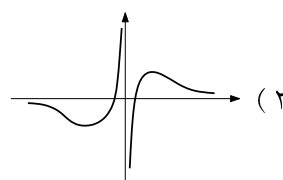
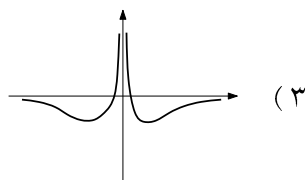
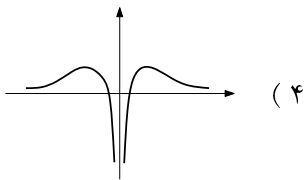
۳ (۲)

-۲ (۱)

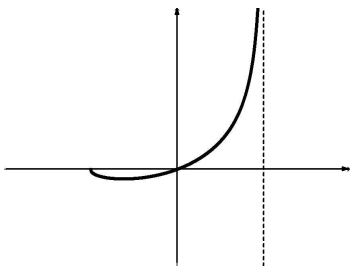
۱۱ با فرض  $f(x) = \frac{1}{g(x)}$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ ، کدام نمودار زیر می تواند نمودار تابع  $g$  باشد؟



۱۲ نمودار تابع  $f(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x}$  شبیه کدام است؟



سراسری ۷۰



۱۳ نمودار شکل روبه رو مربوط به کدام تابع است؟

(۱)  $y = -x \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

(۲)  $y = x \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

(۳)  $y = x \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

(۴)  $y = -x \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

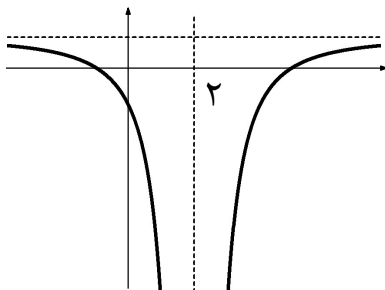
۱۴ نمودار تابع  $y = \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 + ax + b}$  به صورت روبه رو می باشد، مقدار  $ab$  کدام است؟

۱۶ (۲)

۰ (۱)

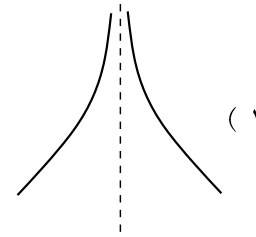
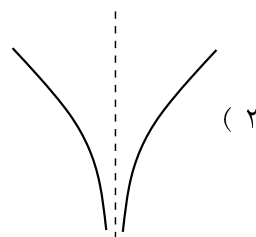
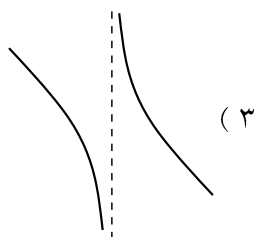
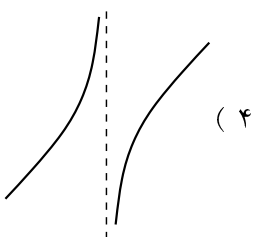
-۱۶ (۴)

-۸ (۳)



سراسری ۸۲

۱۵ نمودار تابع  $y = \frac{x+1}{x^3+x}$  در نزدیکی مجانب قائم آن به کدام صورت است؟



۱۶) تنها مجانب قائم تابع  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+ax+b}$ ، خط  $x=2$  است.  $a+b$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۳ و صفر

۱۷) منحنی  $y = \frac{\sqrt{1-2\tan x}}{1+\tan x}$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند مجانب قائم دارد؟

- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۱۸) تابع  $f(x) = \frac{|x-3|}{3-x} + \frac{x+1}{x^2-x}$  چند مجانب قائم دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹) تابع  $f(x) = \frac{x}{x^2+3x} + \frac{1}{\sqrt{x+2}}$  دارای چند مجانب قائم می باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۲۰) اگر  $f(x) = \frac{-x^2+2x+1}{x^2}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(1-x)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $-\infty$  (۳)  $+\infty$  (۴) صفر

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۳	۲	۲	۴	۳	۴	۲	۱	۴	۳	۴	۲	۲	۲	۱	۲	۳	۴	۱

## ۷.۶ خودآزمایی شماره ۷ (حد در بی نهایت)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) مقدار حد تابع  $f(x) = \frac{(x+1)^{10} + (x+2)^{10} + \dots + (x+100)^{10}}{x^{10} + x^5}$  وقتی  $x \rightarrow \infty$  کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۰۰۰ (۳) ۱۰۰ (۴) حد ندارد.

(۲) هرگاه  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^b + x^2 - 1}{2x^2 + x} = 1$  مقدار  $a + b$  چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۳ (۴) ۲

(۳) اگر حد کسر  $\frac{ax^2 + bx + c}{cx + 1}$  وقتی  $x \rightarrow \infty$  برابر ۱ باشد، آنگاه:

- (۱)  $a = 0$  (۲)  $c = 0$  (۳)  $a + b + c = 1$  (۴)  $a = 0, b = c \neq 0$

(۴) اگر داشته باشیم  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-3)x^4 + 3x^2 - 2}{bx^2 + 7x - 1} = 6$ ، مقدار  $a - 2b$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۱

(۵) اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + 9}{1 - x + \sqrt{x + 1}} = 3$  باشد، آنگاه حد این کسر وقتی  $x \rightarrow 3$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۵

(۶) حد عبارت  $x \left[ \frac{1}{x} \right]$ ، در کدام حالت عدد متناهی نیست؟

- (۱)  $x \rightarrow 0^-$  (۲)  $x \rightarrow 0^+$  (۳)  $x \rightarrow -\infty$  (۴)  $x \rightarrow +\infty$

(۷) حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x + \sqrt{1+x}}{\sqrt{1+4x^2} + 6x}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{3}{10}$  (۳)  $-\frac{3}{8}$  (۴)  $-\frac{1}{5}$

(۸) مقدار  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{(x+a)(x+b)} - x)$  کدام است؟

- (۱)  $ab$  (۲)  $\frac{a+b}{2}$  (۳)  $\frac{ab}{2}$  (۴)  $a+b$

(۹) اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 3} - ax - b) = 0$  باشد،  $a + b$  کدام است؟

- (۱)  $\pm 1$  (۲)  $\pm 2$  (۳)  $\pm 3$  (۴) ۰

(۱۰) در تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}}$ ، اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۴ (۳) ۳ (۴) ۵

(۱۱) مقدار  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + bx})$  مساوی ۲ است، مقدار  $b$  کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

$\frac{3}{2}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)

(۱۲) مقدار عددی  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{27x^2 + 8} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{4x^2 + 3}}\right)$  کدام است؟

$-\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

$-\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

(۱۳) خط  $y = \frac{3}{4}$  به معادله‌ی  $f(x) = \frac{Ax^3 + 1}{(A-1)x^3 + 16}$  با ضابطه‌ی  $f(x)$  موازی است. معادله‌ی مجانب قائم نمودار  $f$  کدام است؟

سراسری ۸۲

$x = 4$  (۴)

$x = 2$  (۳)

$x = -2$  (۲)

$x = -4$  (۱)

(۱۴) تابع  $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x-3}}$  چند مجانب دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(۱۵) مجانب منحنی نمایش تابع حقیقی  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = (x^2 + 1) \tan\left(\frac{1}{x^2 + 1}\right)$  وقتی  $x \rightarrow \infty$  کدام است؟

سراسری ۶۲

$y = 2$  (۴)

$y = 1$  (۳)

$y = \frac{1}{3}$  (۲)

$y = 0$  (۱)

(۱۶) اگر  $f(x) = \frac{x+11}{x^2-3x-4}$  و  $g(x) = \frac{3}{x-4}$ ، نقطه‌ی تلاقی مجانب‌های نمودار تابع  $f - g$  کدام است؟

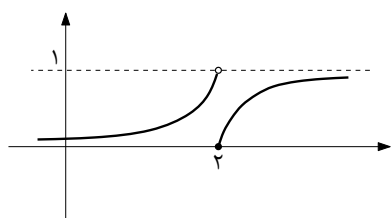
سراسری ریاضی ۹۰

(۴, ۰) (۴)

(۴, -۱) (۳)

(-۱, ۲) (۲)

(-۱, ۰) (۱)



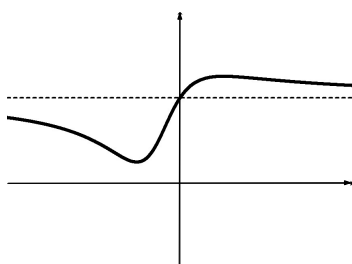
(۱۷) در شکل مقابل کدام تساوی درست است؟

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \quad (۲)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1 \quad (۱)$$

(۴) گزینه‌های ۲ و ۳

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \quad (۳)$$



(۱۸) نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 + x + 1}$  مربوط به شکل روبه‌روست،  $a$  و  $b$  کدام‌اند؟

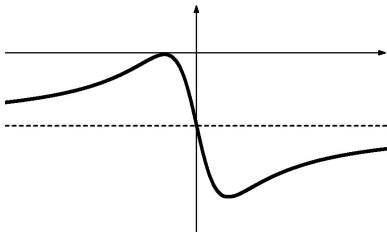
$$a < 2 = b \quad (۲)$$

$$a > 2 > b \quad (۱)$$

$$a = 2 = b \quad (۴)$$

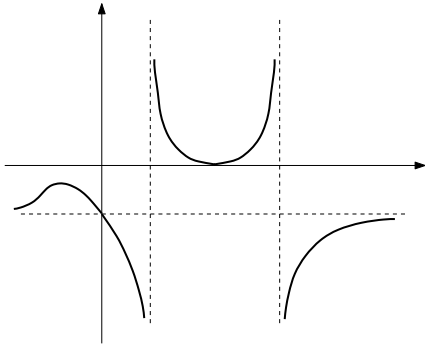
$$b = 2 < a < 4 \quad (۳)$$

۱۹) شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه  $y = \frac{-x^2 + ax - 1}{2x^2 + b}$  است،  $a + b$  کدام است؟



- ۲ (۲)
- ۴ (۱)
- ۲ (۴)
- ۰ (۳)

۲۰) اگر نمودار تابع  $f(x) = \frac{-x^2 + ax - 1}{x^2 - 4x + b}$  به صورت مقابل باشد، مقدار  $ab$  کدام است؟



- ۲ (۲)
- ۴ (۱)
- ۲ (۴)
- ۴ (۳)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۳	۳	۴	۱	۳	۲	۲	۴	۴	۱	۴	۲	۳	۳	۳	۳	۴	۳	۳

(۱) اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 - 4x}{3x^m + 5x} = \frac{1}{3}$  باشد، آنگاه  $a, m$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳) ۱ (۴) ۲ (۴)

(۲) در تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 8}{ax^2 - 12}$  اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{3}$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴) -۲

(۳) اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 3x + 1}{(m-1)x^2 + nx^2 + 2x + 1} = \frac{1}{3}$  مقدار  $m$  و  $n$  کدام است؟

- (۱)  $m = 1, n = 4$  (۲)  $m > 1, n = 2$  (۳)  $m = 2, n = 4$  (۴)  $m = 3, n = 2$

(۴) اگر داشته باشیم  $f(x) = \frac{ax^n - 5x}{3x^2 + 6}$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ ، آنگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{\pi}{3}$  (۳) صفر (۴)  $-\frac{\pi}{3}$

(۵) اگر  $f(x) = \frac{ax^n - 5x}{3x^2 + 6}$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+n} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) صفر

(۶) مقدار  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{7x^2 + 6}{x^2 + 1} \right]$ ، . . . . .

- (۱) برابر با ۷ است. (۲) برابر با ۶ است. (۳) برابر با صفر است. (۴) وجود ندارد.

(۷) در تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{2x + 2}$ ، اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{5}{4}$  باشد، آنگاه حد  $f(x)$  وقتی  $x \rightarrow -1$ ، کدام است؟

سراسری تجربی ۹۵

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{5}{6}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{5}{4}$

(۸) نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{ax + 1 + \sqrt{4x^2 + 9}}{3x - 2}$  از نقطه  $(2, 1)$  می‌گذرد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  کدام است؟

سراسری تجربی ۹۱

- (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴) ۱

(۹) اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax} - x + 1) = 3$ ،  $a$  چقدر است؟

سراسری ۶۹

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

(۱۰) حد عبارت  $x(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$  وقتی  $x \rightarrow -\infty$  کدام است؟

سراسری ۷۴

- (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴)  $\infty$

۱۱) حد تابع  $f(x) = x \tan \frac{\pi}{3x}$  وقتی که  $x \rightarrow \infty$  برابر کدام است؟

سراسری ۶۶

∞ (۴)

$\frac{2}{\pi}$  (۳)

۰ (۲)

$\frac{\pi}{3}$  (۱)

سراسری ۷۱

۱۲) معادله‌ی مجانب افقی منحنی  $y = 2x + 1 + \sqrt{4x^2 + 8x + 9}$  کدام است؟

$y = 3$  (۴)

$y = 1$  (۳)

$y = -1$  (۲)

$y = -3$  (۱)

سراسری ۶۲

۱۳) مجانب موازی محور  $ox$  منحنی نمایش تابع حقیقی  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = x \sin \frac{1}{x^2 + 2}$  کدام است؟

$y = 1$  (۴)

$y = \frac{1}{2}$  (۳)

$y = 0$  (۲)

$y = -\frac{1}{2}$  (۱)

۱۴) منحنی به معادله‌ی  $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2}$  دارای چند مجانب می‌باشد؟

سه (۴)

دو (۳)

یک (۲)

صفر (۱)

سراسری ۷۵

۱۵) معادله‌ی خط مجانب نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{4 - 2x}{\sqrt{x^2 - 2x}}$  وقتی  $x < 0$  کدام است؟

$y = 2$  (۴)

$y = 1$  (۳)

$y = -1$  (۲)

$y = -2$  (۱)

سراسری تجربی ۸۴

۱۶) فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی مجانب‌های منحنی به معادله‌ی  $y = \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - 3x + 2}$  از مبدأ مختصات کدام است؟

۵ (۴)

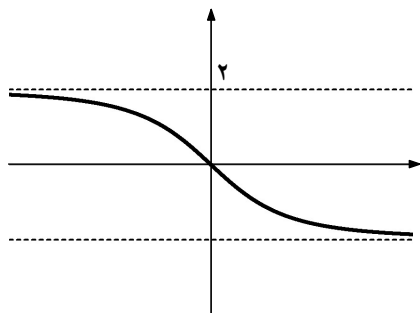
$\sqrt{5}$  (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)

سراسری ۷۹

۱۷) شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = \frac{ax}{\sqrt{x^2 + bx + 4}}$  است، دو تائی مرتب  $(a, b)$  کدام است؟

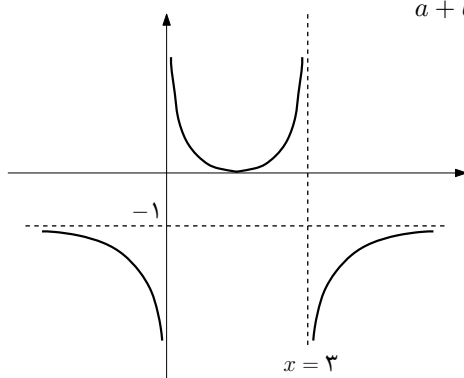


$(-2, 4)$  (۲)

$(2, -4)$  (۱)

$(2, 0)$  (۴)

$(-2, 0)$  (۳)



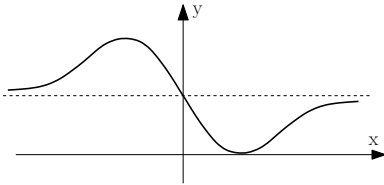
۱۸) نمودار تابع  $f(x) = \frac{ax^2 + bx - 4}{x^2 + cx}$  به صورت شکل روبه رو است. مقدار  $a + b + c$  کدام است؟

۱ (۲)

صفر (۱)

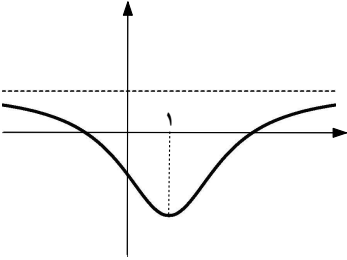
۲ (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)



۱۹) شکل روبه‌رو، نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 8}{x^2 + 4}$  است. کدام  $a + b$  است؟

- ۱) -۷
- ۲) -۶
- ۳) ۹
- ۴) ۱۰



۲۰) معادله‌ی منحنی شکل روبه‌رو کدام است؟

- ۱)  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$
- ۲)  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$
- ۳)  $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 2x - 3}$
- ۴)  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 2x + 3}$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۲	۱	۳	۲	۴	۴	۲	۲	۱	۱	۱	۲	۲	۲	۲	۴	۱	۳	۳

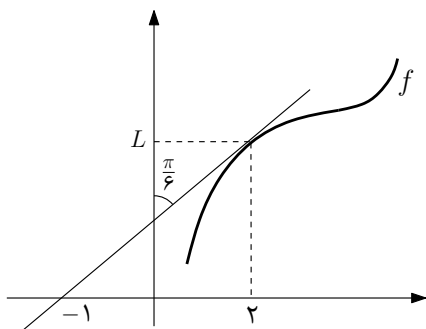


## ۹.۶ خودآزمایی شماره ۹ (آشنایی با مفهوم مشتق)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

(۱) با توجه به شکل مقابل، حاصل  $f'(2) + f(2)$  کدام است؟



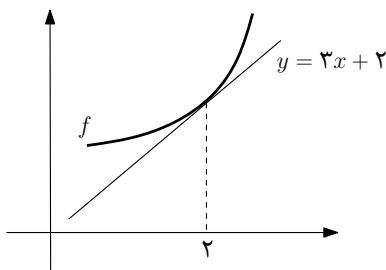
(۲)  $\frac{\sqrt{3}}{3} + 3$

(۱)  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

(۴)  $4\sqrt{3}$

(۳)  $3\sqrt{3}$

(۲) با توجه به شکل مقابل، کدام گزینه همواره صحیح است؟



(۲)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 8}{x - 2} = \frac{1}{3}$

(۱)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 5}{x - 2} = -3$

(۴)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 8}{x - 2} = 3$

(۳)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + 8}{x - 2} = 3$

(۳) حاصل  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f^2(x) - f^2(a)}{x - a}$  کدام است؟

(۴) صفر

(۳)  $2f(a)f'(a)$

(۲)  $2f'(a)$

(۱)  $2f(a)$

(۴) حاصل عبارت  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x^2 - 4}$  کدام است؟ ( $f$  همواره مشتق پذیر است.)

(۴)  $\frac{1}{4}f'(-2)$

(۳)  $-\frac{1}{4}f'(-2)$

(۲)  $-\frac{1}{4}f'(2)$

(۱)  $\frac{1}{4}f'(2)$

(۵) اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{f(x) - 4} = -2$  و  $(1, 4) \in f$  باشد،  $f'(1)$  کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۱

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۱) ۲

(۶) خط گذرا از دو نقطه‌ی  $(1, 2)$  و  $(-1, 3)$  بر منحنی پیوسته‌ی  $y = f(x)$  در نقطه‌ی  $x = 3$  مماس است. حد عبارت  $\frac{f^2(x) + 4f(x) - 5}{3 - x}$  وقتی  $x \rightarrow 3$ ، کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

(۷) خط به معادله‌ی  $y = 3x - 2$  در نقطه‌ی  $x = 2$ ، بر منحنی پیوسته  $y = f(x)$  مماس است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 4f(x)}{x - 2}$ ، کدام است؟

(۴) ۱۵

(۳) ۱۲

(۲) ۶

(۱) ۳

(۸) اگر  $f(1) = 2f'(1) = 4$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 4}{x^2 - 1}$  کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۸

(۲) ۲

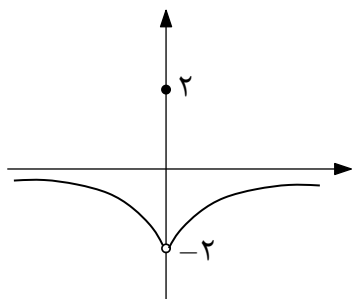
(۱) ۱

۹) خطی که از دو نقطه‌ی  $(0, -1)$  و  $(\frac{1}{3}, 0)$  می‌گذرد، بر تابع  $f$  در نقطه‌ی  $x = 1$  عمود است. حاصل حد عبارت  $\frac{f^2(x) + f(x) - 6}{f(x)(2 - 2x)}$  وقتی  $x \rightarrow 1$  کدام است؟

- $-\frac{15}{4}$  (۴)       $\frac{5}{12}$  (۳)       $-\frac{15}{4}$  (۲)       $-\frac{5}{12}$  (۱)

۱۰) اگر خط  $2y + x = 5$  در نقطه‌ای به طول ۱ بر منحنی  $y = f(x)$  مماس باشد، حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 2f(x)}{\sqrt{x} - 1}$  کدام است؟

- $-1$  (۴)       $2$  (۳)       $-2$  (۲)       $1$  (۱)



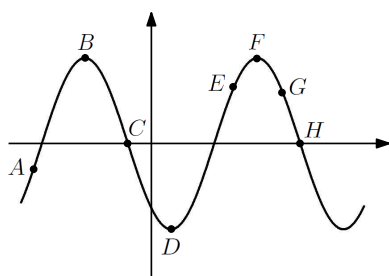
۱۱) شکل روبه‌رو، نمودار تابع  $f$  را نشان می‌دهد. مشتق تابع  $g(x) = \frac{x}{f(x) + x}$  در  $x = 0$  کدام است؟

- $\frac{1}{2}$  (۲)       $-\frac{1}{2}$  (۱)  
وجود ندارد. (۴)       $-2$  (۳)

سراسری ۷۱

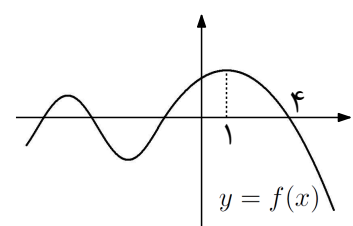
۱۲) اگر  $f(x) = x(x+1)(x+2)\dots(x+6)$  مقدار  $f'(-5)$  چند است؟

- $-720$  (۴)       $720$  (۳)       $-120$  (۲)       $120$  (۱)



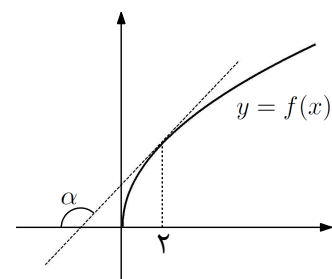
۱۳) با توجه به نمودار روبه‌رو، کدام گزینه صحیح نیست؟

- (۱) در نقطه‌ی  $C$  مقدار تابع صفر و مشتق تابع منفی است.  
(۲) در نقطه‌ی  $B$  مقدار تابع مثبت و مشتق تابع صفر است.  
(۳) در نقاط  $C$  و  $H$  مقدار تابع صفر و مشتق تابع منفی است.  
(۴) در نقاط  $A$  و  $D$  مقدار تابع منفی و مشتق تابع مثبت است.



۱۴) اگر نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل باشد، معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع  $f$  در نقطه‌ای به طول ۳ کدام می‌تواند باشد؟

- $4x + 5y = 20$  (۲)       $5x + 4y = 20$  (۱)  
 $3x + 4y = 12$  (۴)       $4x + 3y = 12$  (۳)



۱۵) اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{f(2+h) - f(2)} = 2$  باشد، زاویه‌ی  $\alpha$  چند درجه است؟

- $120$  (۲)       $135$  (۱)  
 $165$  (۴)       $150$  (۳)

(۱۶) اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x-h) - f(x)}{h^3 - h} = x^2 - f'(x)$  مقدار  $f'(\sqrt{2})$  کدام است؟

۱ (۴)

$-\sqrt{2}$  (۳)

$\sqrt{2}$  (۲)

۲ (۱)

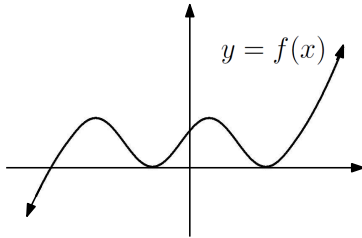
(۱۷) شیب خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{ax}$  در نقطه‌ی  $x = 1$  برابر  $\frac{2}{3}$  است، مقدار  $f'(8)$  کدام است؟

$\frac{1}{6}$  (۴)

$\frac{1}{12}$  (۳)

$\frac{1}{7}$  (۲)

$\frac{1}{8}$  (۱)



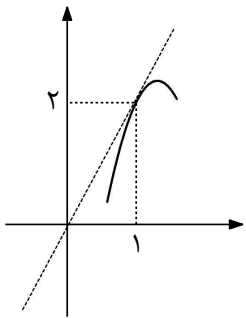
(۱۸) نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است. در نقطه روی تابع  $f$  هم مقدار تابع و هم مشتق تابع صفر است. در نقطه مقدار تابع صفر است و مشتق تابع صفر نیست. در نقطه مقدار تابع مثبت است و مشتق تابع صفر است، مقدار  $m + n + p$  چقدر است؟

۷ (۲)

۴ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)



(۱۹) اگر خط مماس بر نمودار تابع  $f$  در  $x = 1$  به صورت مقابل باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(1)}{h}$  کدام است؟

-۱ (۲)

۱ (۱)

-۲ (۴)

۲ (۳)

(۲۰) اگر  $f(x) = (x-1)\sqrt{2x^2 + 6x^2}$  باشد، مقدار  $f'(1)$  کدام است؟

۲ (۴)

$2\sqrt{2}$  (۳)

$\sqrt{2}$  (۲)

$-\sqrt{2}$  (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۴	۳	۴	۴	۱	۲	۴	۲	۱	۲	۳	۱	۳	۲	۳	۳	۳	۴	۴

# ۱۰.۶ خودآزمایی شماره ۱۰ (مشتق پذیری و پیوستگی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

۱) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} x+a & ; x \leq 1 \\ b\sqrt{x} & : x > 1 \end{cases}$  مقدار  $f'(1)$  موجود است،  $a$  کدام است؟ سراسری ۷۹

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲) کدام تابع در  $x = 0$  مشتق پذیر است؟

- (۱)  $y = \sqrt{x}$  (۲)  $y = \sin|x|$  (۳)  $y = x|x|$  (۴)  $y = x[x]$

۳) اگر  $y = (\sqrt{x} - \sqrt{x-a})^m$ ،  $z = (\sqrt{x} + \sqrt{x-a})^m$  و  $a > 0$ ، حاصل  $y'z + z'y$  کدام است؟ آزاد ریاضی ۶۵

- (۱)  $a^m$  (۲)  $a$  (۳) صفر (۴) هیچکدام

۴) مشتق چپ تابع  $f(x) = |2x+1| - |x-1|$ ،  $\forall x \in \mathbb{R}$  در نقطه‌ی  $x = -\frac{1}{2}$  کدام است؟ سراسری ۶۶

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۵) فرض کنید  $f(x) = (x-a)(2x-a)\cdots(nx-a)$ ، در این صورت  $f'(a)$  کدام است؟ سراسری تجربی ۶۷

- (۱)  $(n-1)!a^n$  (۲)  $(n-1)!a^{n-1}$  (۳)  $n!a^n$  (۴)  $n!a^{n-1}$

۶) معادله‌ی خط مماس بر تابع  $y = x^3 - x + 3$  در نقطه‌ای به طول  $x = 1$  واقع بر آن کدام است؟

- (۱)  $y = 2x + 1$  (۲)  $y = x + 3$  (۳)  $y = 2x + 3$  (۴)  $y = x + 2$

۷) خط مماس بر منحنی به معادله‌ی  $y = \frac{x-3}{2x+1}$  بر خطی به معادله‌ی  $2y + 14x = 9$  عمود است، طول نقطه‌ی تماس کدام است؟ سراسری تجربی ۷۷

- (۱) ۲ و -۳ (۲) ۳ و -۴ (۳) ۳ و -۴ (۴) ۳ و -۲

۸) بر منحنی تابع  $y = \frac{1}{x^3 - 3x^2 + 3x + 1}$  چند مماس به موازات محور  $x$  ها می توان رسم کرد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹) معادله‌ی خط مماس بر منحنی تابع  $y = \frac{\sqrt{2x-3}}{x}$  در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن کدام است؟

- (۱)  $2y - x = -1$  (۲)  $4y - x = 0$  (۳)  $2y + x = 3$  (۴)  $4y + x = 4$

۱۰) اگر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌ی  $y = x^3 - 2x^2$  و  $y = ax^2 + b$  در نقطه‌ای به طول ۲- مماس بر هم باشند،  $a$  کدام است؟ سراسری ریاضی ۷۵

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۵

۱۱) اگر  $h(x) = f(g(x))$ ،  $g(x) = x^2 - 4x + 5$  و  $f'(2) = -\frac{1}{3}$ ، مقدار  $h'(3)$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۲) اگر  $f'(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ ، مشتق تابع  $f(2x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2x}{1+4x^2}$  (۲)  $\frac{4x}{1+x^2}$  (۳)  $\frac{4x}{1+4x^2}$  (۴)  $\frac{2x}{1+x^2}$

۱۳) اگر  $f(\sin x) = 2 \tan \frac{x}{4} - x$  و  $x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$  باشد، مقدار  $f'(\frac{\sqrt{3}}{4})$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴) ۱

سراسری تجربی ۸۰

۱۴) اگر  $f(x) = \sin 2x$  و  $g(x) = \sqrt{x}$ ، مقدار مشتق تابع  $g \circ f$  در  $x = \frac{\pi}{13}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  (۲)  $\sqrt{\frac{4}{3}}$  (۳)  $\sqrt{\frac{3}{4}}$  (۴)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$

سراسری ریاضی ۷۸

۱۵) مقدار مشتق  $\cot x^2$  در نقطه‌ی  $x = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{\pi}$  (۲)  $\sqrt{\pi}$  (۳)  $-\sqrt{\pi}$  (۴)  $-2\sqrt{\pi}$

سراسری ریاضی ۸۵

۱۶) اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$  مشتق تابع  $f(\tan x)$  با شرط  $|x| < \frac{\pi}{4}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{\sin x}$  (۲)  $\frac{1}{\cos x}$  (۳)  $\sin x$  (۴)  $\cos x$

سراسری ریاضی ۷۶

۱۷) اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = -\frac{2}{3}$  مقدار مشتق  $f(\sqrt{1-3x})$  به ازای  $x = -1$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴) ۲

۱۸) در تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 5 & ; x < 1 \\ 2x^2 + 4 & ; x \geq 1 \end{cases}$  مقدار  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h}$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

آزاد تجربی ۷۶

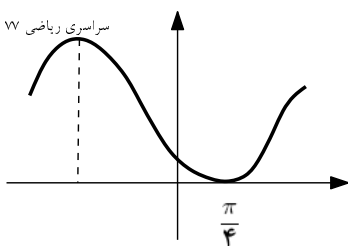
۱۹) در تابع  $f(x) = (3x^2 + 3x + 1)^8$  ضریب زاویه‌ی خط مماس در نقطه‌ای به طول  $\frac{1}{3}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $2-8$  (۳) ۰ (۴) ۱

سراسری ریاضی ۷۷

۲۰) شکل مقابل قسمتی از منحنی  $y = \sin^2 x + A \sin x + B$  می‌باشد، مقدار  $BA$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $-\sqrt{2}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$



۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۳	۳	۳	۲	۴	۱	۳	۳	۲	۴	۲	۲	۳	۱	۲	۱	۳	۳	۳

# ۱۱.۶ خودآزمایی شماره ۱۱ (مشتق پذیری و پیوستگی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) در تابع  $f(x) = (x^2 - 4)[x + 1]$  حاصل  $\frac{f'_+(2)}{f'_-(2)}$  برابر است با:

- (۱)  $-\frac{2}{3}$       (۲)  $\frac{2}{3}$       (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴)  $-\frac{3}{2}$

(۲) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x\sqrt{x} + |x - 1|$ ، مقدار  $f'_+(1) + 3f'_-(1)$ ، کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۵

(۳) مشتق تابع  $f(x) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)$  برابر است با:

- (۱)  $5x^6$       (۲)  $6x^5$       (۳)  $7x^8$       (۴)  $8x^7$

(۴) اگر  $f(x) = \frac{(x + 1)h(x)}{(2x + 1)h(2x + 1)}$ ،  $f'(-1)$  چقدر است؟

- (۱) -۲      (۲) -۱      (۳) ۱      (۴) ۲

(۵) اگر  $f(x) = |x - 2| + \sqrt{2x}$ ، حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(2 + \Delta x) - f(2)}{\Delta x}$  کدام است؟

- (۱) -۲      (۲)  $-\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{1}{3}$       (۴)  $\frac{3}{4}$

(۶) معادله‌ی خط قائم بر منحنی به معادله‌ی  $y = \frac{x + 1}{2x - 1}$  در نقطه‌ای به طول ۱- واقع بر آن کدام است؟

- (۱)  $y - 3x = 3$       (۲)  $y + 3x = -3$       (۳)  $3y - x = 1$       (۴)  $3y + x = -1$

(۷) خط قائم بر منحنی به معادله‌ی  $xy = x^2 + 1$  در نقطه‌ی  $A(1, 2)$  با کدام یک از خطوط زیر موازی است؟

- (۱) محور  $x$  ها      (۲) محور  $y$  ها      (۳) نیمساز ربع اول و سوم      (۴) نیمساز ربع دوم و چهارم

(۸) عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی به معادله‌ی  $y = x\sqrt{x - 3}$  در نقطه‌ای به طول ۴ واقع بر آن کدام است؟

- (۱) -۸      (۲) -۶      (۳) ۶      (۴) ۸

(۹) مقدار مشتق تابع  $f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x$  در نقطه‌ی  $x = \frac{\pi}{12}$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲)  $\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       (۴) صفر

(۱۰) اگر  $h(x) = f(g(x))$  و  $g(x) = x^2 - 3x + 3$  و  $f'(1) = 3$ ، مقدار  $h'(2)$  کدام است؟

- (۱) ۳      (۲) ۴      (۳) ۵      (۴) ۶

(۱۱) اگر  $f(a) = 2$  و  $f'(a) = \frac{1}{4}$ ، مقدار مشتق عبارت  $f^2(x) + \frac{1}{f(x)}$  در نقطه‌ی  $x = a$  چقدر است؟

- (۱) -۴      (۲) -۶      (۳) ۴      (۴) ۶

(۱۲) اگر  $u = \sqrt{x}$  و  $y = \sin(\pi u)$ ، مشتق  $y$  نسبت به  $x$  به ازای  $x = ۴$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{\pi}{2}$  (۴)  $\frac{\pi}{4}$

سراسری تجربی ۸۳

(۱۳) مقدار مشتق  $\sin^3 \sqrt{x}$  در نقطه‌ی  $x = \frac{\pi^2}{9}$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{9}{16\pi}$  (۲)  $\frac{9}{8\pi}$  (۳)  $\frac{27}{16\pi}$  (۴)  $\frac{27}{8\pi}$

(۱۴) مشتق  $f(x) = \sin x \sin 2x \sin 3x$  در نقطه‌ی  $x = \frac{\pi}{4}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۴

(۱۵) اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{1}{x}$  آنگاه مشتق  $f(x^2)$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{2}{x}$  (۳)  $\frac{1}{x^2}$  (۴)  $\frac{x+1}{x^2}$

(۱۶) اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{3}{4}$  برابر عدد  $\frac{3}{4}$  باشد،  $\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right)'$  در  $x = \frac{1}{4}$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) -۳ (۴) ۳

(۱۷) اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} = 2\sqrt{x}$ ، آنگاه  $f'(4)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳) ۴ (۴) ۲

سراسری تجربی ۸۴

(۱۸) معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع  $y = \tan^2 x + \cos 2x$  در  $x = \frac{\pi}{4}$  کدام است؟

- (۱)  $y + x = 1 + \frac{\pi}{4}$  (۲)  $y + x = 1 - \frac{\pi}{4}$  (۳)  $y + 2x = 1 - \frac{\pi}{4}$  (۴)  $y - 2x = 1 - \frac{\pi}{4}$

سراسری تجربی ۸۵

(۱۹) معادله‌ی خط مماس بر منحنی به معادله‌ی  $y = \frac{1}{4} \cos 2x - \cos x$  در نقطه‌ی  $x = \frac{\pi}{3}$  واقع بر آن کدام است؟

- (۱)  $y = -\frac{3}{4}$  (۲)  $y = \frac{3}{4}$  (۳)  $y = -x + \frac{\pi}{3} - 1$  (۴)  $y = x + \frac{\pi}{3}$

(۲۰) به ازای کدام مقدار  $a$  تابع  $f(x) = \begin{cases} ax + 5 & ; x \geq 1 \\ x^2 - a & ; x < 1 \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  مشتق‌پذیر است؟

- (۱)  $\{-2, 2\}$  (۲)  $\{-2\}$  (۳)  $\{2\}$  (۴)  $\emptyset$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۱	۴	۴	۲	۲	۱	۳	۴	۲	۱	۱	۱	۲	۱	۲	۲	۴	۳	۳

۱۲.۶ خودآزمایی شماره ۱۲ (مشتق پذیری و پیوستگی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) زاویه‌ی بین دو نیم‌مماس که در مبدأ مختصات بر منحنی  $y = |x|\sqrt{x+1}$  رسم می‌شوند، کدام است؟

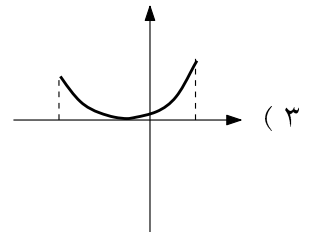
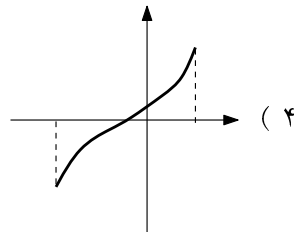
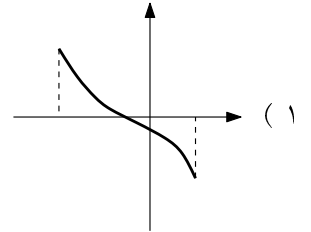
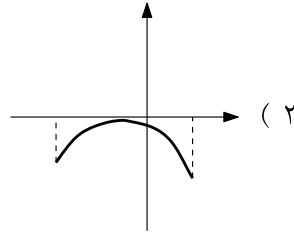
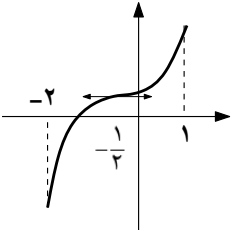
۹۰° (۴)

۴۵° (۳)

۳۰° (۲)

۶۰° (۱)

(۲) اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  در بازه‌ی  $[-2, 1]$  شکل روبه‌رو باشد، نمودار  $f'(x)$  به کدام صورت است؟



(۳) مقدار مشتق  $f(x) = \sqrt{x+a}$  به ازای  $x = 2$  برابر  $\frac{1}{3}$  است، مقدار  $a$  کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

(۴) مشتق تابع  $f(x) = \frac{(3x-1)\cot \pi x}{\sqrt{3x+2}}$  در  $x = \frac{1}{3}$  کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۴)

۱ (۳)

$\sqrt{3}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

(۵) بر منحنی  $y = x^4 - 4x + 1$  چند خط مماس موازی محور طول‌ها می‌توان رسم کرد؟

۴ بی‌شمار (۴)

دو (۳)

یک (۲)

هیچ (۱)

(۶) شیب خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 5}{x^3 + x^2 + x + 1}$  در نقطه‌ای به طول  $x = 1$  چقدر است؟

$\frac{9}{4}$  (۴)

۹ (۳)

$-\frac{3}{4}$  (۲)

-۱ (۱)

(۷) عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی تابع با ضابطه‌ی  $y = \frac{2x-1}{2-x}$  در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر آن کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

(۸) در چند نقطه از نمودار تابع  $f(x) = \frac{x}{x^2+9}$  مماس بر منحنی موازی محور  $x$  هاست؟

۰ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۹) دو منحنی به معادلات  $y = x - \sqrt{x+3}$  و  $y = \frac{ax+b}{x+1}$ ، در نقطه‌ای به طول ۱ مماس بر هم‌اند،  $a$  کدام است؟

- ۲ ( ۴)                       $\frac{1}{2}$  ( ۳)                      ۱ ( ۲)                       $\frac{3}{2}$  ( ۱)

۱۰) مقدار  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}}{x - \frac{\pi}{3}}$  کدام است؟

- ۱ ( ۴)                       $\frac{1}{2}$  ( ۳)                       $-\frac{1}{2}$  ( ۲)                      -۱ ( ۱)

۱۱) اگر مشتق تابع  $f(x)$  برابر  $5x - 1$  باشد، مشتق تابع  $f(x^2)$  کدام است؟

- $2x(5x - 1)$  ( ۴)                       $10x^2 - 2x$  ( ۳)                       $5x - 1$  ( ۲)                       $5x^2 - 1$  ( ۱)

۱۲) مشتق تابع  $f(x) = \sin(\cos x)$  در نقطه‌ی  $x = 0$  کدام است؟

- ۱ ( ۴)                       $\frac{1}{2}$  ( ۳)                      ۰ ( ۲)                       $-\frac{1}{2}$  ( ۱)

۱۳) مشتق تابع  $f(x) = \cos^3(\sqrt{x})$  کدام است؟

- $\frac{-\sin^2(\sqrt{x}) \cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x^2}}$  ( ۴)                       $\frac{-\sin^2(\sqrt{x}) \cos(\sqrt{x})}{3\sqrt{x^2}}$  ( ۳)                       $\frac{-\sin(\sqrt{x}) \cos^2(\sqrt{x})}{\sqrt{x^2}}$  ( ۲)                       $\frac{-\sin(\sqrt{x}) \cos^2(\sqrt{x})}{3\sqrt{x^2}}$  ( ۱)

۱۴) اندازه مشتق تابع  $y = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ ، به ازای  $x = \frac{\pi}{8}$  کدام است؟

- ۱ ( ۴)                       $\frac{1}{2}$  ( ۳)                      -۱ ( ۲)                      -۲ ( ۱)

۱۵) اگر تابع  $f$  در  $x = 4$  مشتق‌پذیر و  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) + 7}{x - 4} = \frac{-3}{2}$  باشد، آنگاه مشتق  $\frac{f(2x)}{x}$  در  $x = 2$ ، کدام است؟

- $\frac{1}{2}$  ( ۴)                       $\frac{1}{4}$  ( ۳)                       $-\frac{1}{2}$  ( ۲)                       $-\frac{1}{4}$  ( ۱)

۱۶) اگر  $f(x) = \sin \pi x^2$  آنگاه  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1 + \Delta x) - f(1)}{\Delta x}$  کدام است؟

- $-2\pi$  ( ۴)                       $-\pi$  ( ۳)                       $\frac{\pi}{2}$  ( ۲)                       $\pi$  ( ۱)

۱۷) اگر تابع  $f(x)$  در  $x = -1$  مشتق‌پذیر و  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1 + 3h) - f(-1 + h)}{h} = 6$  باشد، مقدار مشتق تابع  $f\left(\frac{2}{x}\right)$  در  $x = -2$  کدام است؟

- ۳ ( ۴)                      -۳ ( ۳)                       $\frac{3}{2}$  ( ۲)                       $-\frac{3}{2}$  ( ۱)

۱۸) اگر  $f(x) = \sin x$ ، مقدار مشتق  $\frac{f \circ f}{f^2}$  در  $x = \frac{\pi}{4}$  کدام است؟

- ۱ ( ۴)                       $\cos 1$  ( ۳)                       $\sin 1$  ( ۲)                      صفر ( ۱)

۱۹) به ازای کدام مقدار  $a$  منحنی  $y = \sin^2 x + a \sin x$  بر محور  $x$  مماس است؟

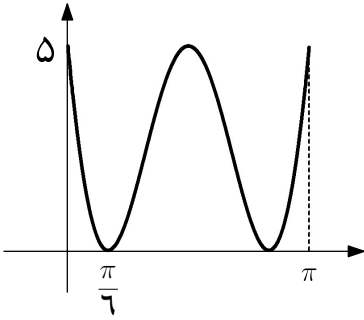
۴) -۱

۳) ۲

۲)  $-\frac{1}{2}$

۱)  $\frac{1}{2}$

۲۰) هرگاه نمودار تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = a \sin^2 x + b \sin x + c$  در بازه‌ی  $[0, \pi]$  به صورت مقابل باشد، مقدار  $b$  کدام است؟



۲) -۲۰

۱) ۲۰

۴) -۲۴

۳) ۲۴

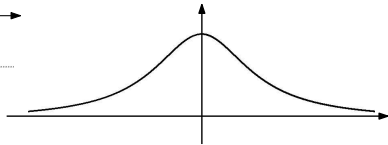
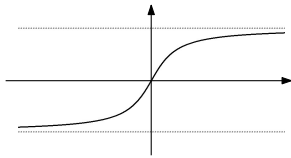
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۴	۱	۱	۴	۳	۱	۲	۲	۳	۳	۳	۲	۲	۴	۲	۳	۴	۳	۴

(۱) نقطه‌ی  $x = 0$  برای تابع  $y = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$  چه نقطه‌ای است؟

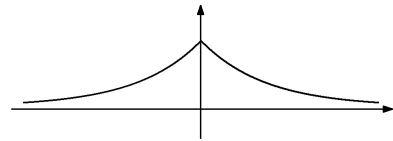
- (۱) عطف (۲) مینیمم و مشتق پذیر (۳) گوشه‌ای (۴) عادی

(۲) شکل روبه‌رو نمودار تابع  $y = f(x)$  است. نمودار  $f'(x)$  به کدام صورت است؟

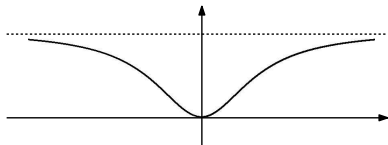
سراسری ریاضی ۹۳



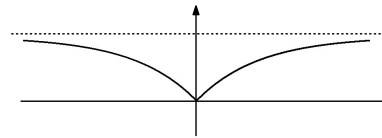
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

(۳) اگر  $f$  تابعی پیوسته و  $f(1) = 4$  و  $f'(1) = 8$  باشد آنگاه مشتق  $\frac{1}{f(x)}$  در  $x = 1$  کدام است؟

(۴) -۲

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $-\frac{1}{3}$

(۱) ۲

(۴) برای  $f(x) = \frac{(x^3 - 1)(x^3 + 1)}{x + \sqrt{x}}$  مقدار  $f'(-1)$  برابر است با:

(۴)  $\frac{3}{4}$

(۳) ۱

(۲) ۰

(۱) ۳

(۵) خط مماس بر منحنی به معادله  $y = x^3 + 3x^2 + 1$ ، بر خط به معادله  $x - 3y = 2$  عمود است. این خط مماس از نقطه‌ای با کدام مختصات می‌گذرد؟

سراسری تجربی ۸۹

(۴)  $(2, -4)$

(۳)  $(2, -6)$

(۲)  $(1, 4)$

(۱)  $(1, 3)$

(۶) اگر خط مماس بر منحنی  $y = \frac{2x-1}{2x+1}$  در نقطه‌ی  $A$  موازی خط  $y = x + 2$  باشد، عرض نقطه‌ی  $A$  کدام می‌تواند باشد؟

(۴)  $\frac{1}{2}$

(۳) ۲

(۲)  $-\frac{1}{2}$

(۱) -۲

سراسری تجربی ۸۰

(۷) خط  $y = -1$  بر نمودار تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = 2x^2 - x + a$  مماس است،  $a$  کدام است؟

(۴)  $\frac{9}{8}$

(۳)  $\frac{7}{8}$

(۲)  $-\frac{7}{8}$

(۱)  $-\frac{9}{8}$

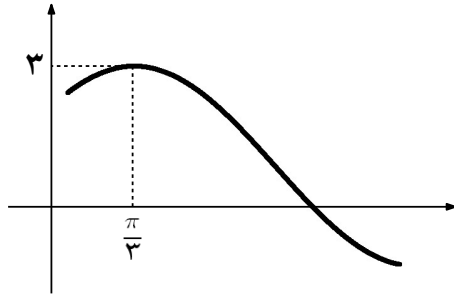
۸) خط به معادله  $y = 2x - 5$  در نقطه‌ای به طول ۱ بر منحنی به معادله  $y = ax^2 + bx + 1$  مماس است،  $a$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۹) اگر دو منحنی به معادلات  $y = x^2 + x$  و  $y = \frac{ax+b}{x+1}$  در نقطه‌ای به طول ۲ بر هم مماس باشند،  $ab$  کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۴۰ (۴) -۴۰

۱۰) شکل مقابل قسمتی از نمودار  $y = A \sin x + \cos x + C$  می‌باشد،  $C$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۲

۱۱) در تابع  $f$ ، اگر  $f'(-1) = 2$ ، مقدار مشتق تابع با ضابطه  $y = f\left(\frac{2}{x}\right)$  در  $x = -2$  کدام است؟

سراسری ریاضی ۷۳

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۴

سراسری تجربی ۹۰

۱۲) مقدار مشتق تابع  $y = \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{4}\right)$ ، به ازای  $x = \frac{\pi}{3}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

سراسری تجربی ۹۱

۱۳) مقدار مشتق  $\frac{1 - \cos^2 x}{2 - \sin^2 x}$  به ازای  $x = \frac{\pi}{4}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{9}$  (۲)  $\frac{5}{9}$  (۳)  $\frac{7}{9}$  (۴)  $\frac{8}{9}$

سراسری ریاضی ۹۱

۱۴) اگر  $f(x) = \sin^2 \pi x$  و  $g(x) = \frac{1}{4} \sqrt{5x - 9}$ ، مشتق تابع  $f \circ g$  به ازای  $x = 2$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{5}{8}$  (۳)  $\frac{3}{4}\pi$  (۴)  $\frac{5}{8}\pi$

۱۵) اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = a$ ، مقدار مشتق  $g(x) = f(\tan x)$  در نقطه‌ی  $x = \frac{\pi}{4}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{a}{2}$  (۲)  $2a$  (۳)  $a^2$  (۴)  $a + 2$

سراسری ریاضی ۸۷

۱۶) اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -\frac{1}{3}$ ، مشتق  $f(\sqrt{|x| + 3})$  در نقطه‌ی  $x = -1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{6}$  (۲)  $\frac{1}{12}$  (۳)  $-\frac{1}{6}$  (۴)  $-\frac{1}{12}$

۱۷) اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + 5h) - f(x + 2h)}{h} = 12$ ، آنگاه  $f'(5)$  کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴) ۴

۱۸) مشتق تابع  $y = 2 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{4}\right)$  در نقطه‌ی  $x = \frac{\pi}{4}$ ، کدام است؟

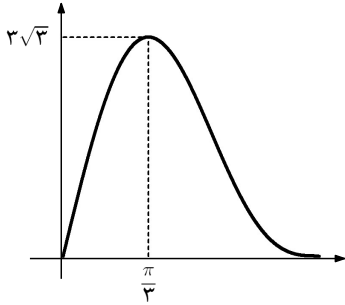
$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۳)

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۱)

۱۹) شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = A \sin x + B \sin 2x$  است، کدام  $B$  است؟



- ۱ (۱)
- ۱/۵ (۲)
- ۲ (۳)
- ۲/۵ (۴)

۲۰) اگر مقدار مشتق مرتبه دوم تابع  $y = a \cos 2x$  در  $x = \frac{\pi}{4}$  برابر ۲ باشد،  $a$  کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

$-\frac{1}{2}$  (۲)

-۲ (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۳	۳	۴	۲	۲	۴	۴	۲	۲	۲	۳	۴	۲	۳	۳	۱	۲	۵	۳

۱۴.۶ خودآزمایی شماره ۱۴ (آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه‌ای تغییر)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

(۱) آهنگ تغییر متوسط تابع  $y = \tan \pi x$  نسبت به تغییر  $x$  وقتی  $x$  روی بازه  $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right]$  تغییر می‌کند، کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$  (۲)  $4\sqrt{3}$  (۳)  $2\pi$  (۴)  $-2\pi$

(۲) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  آهنگ تغییر متوسط تابع وقتی متغیر از عدد ۲ به عدد  $2+h$  تغییر کند برابر  $\frac{1}{9}$  است،  $h$  کدام است؟

- (۱)  $1/5$  (۲)  $2$  (۳)  $2/5$  (۴)  $3$

(۳) آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(t) = \frac{2}{\sqrt{t}}$  از  $t = 1$  تا  $t = 4$  در چه لحظه‌ای با آهنگ آنی تغییر آن برابر است؟

- (۱)  $\sqrt{27}$  (۲)  $\sqrt{9}$  (۳)  $\sqrt{3}$  (۴)  $\sqrt{3}$

(۴) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{36}{x^2}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع از  $x_1 = 2$  تا  $x_2 = 3$  چقدر از آهنگ لحظه‌ای آن، در  $x = \sqrt{12}$  بیشتر است؟

سراسری تجربی ۹۰

- (۱)  $1$  (۲)  $1/5$  (۳)  $2$  (۴)  $2/5$

(۵) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = (2x+1)^{-\frac{1}{3}}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع، از نقطه‌ی  $x = 4$  تا  $x = 12$ ، از آهنگ لحظه‌ای آن در نقطه‌ی  $x = 4$  چقدر بیشتر است؟

سراسری تجربی ۹۳

- (۱)  $\frac{7}{540}$  (۲)  $\frac{11}{540}$  (۳)  $\frac{7}{270}$  (۴)  $\frac{11}{270}$

(۶) اگر آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع  $f(x) = x^3 + 2x + 5$  در نقطه‌ی  $x$  برابر ۳ باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

- (۱)  $\pm 1$  (۲)  $\pm \frac{1}{3}$  (۳)  $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$  (۴)  $\pm 3$

(۷) اگر آهنگ لحظه‌ای تغییر  $f(x)$  در نقطه‌ی  $x = 2$  برابر  $-\frac{2}{3}$  باشد آنگاه حد عبارت  $\frac{f(2) - f(2+h)}{h}$  وقتی  $h \rightarrow 0$  برابر کدام است؟

- (۱)  $-3$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $3$

(۸) اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+2h) - g(1)}{h} = 5$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع  $f(x) = x^3 + x$  در  $[1, 2]$  چقدر از آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع  $g$  در  $x = 1$  بیشتر است؟

- (۱)  $5$  (۲)  $5/5$  (۳)  $6$  (۴)  $6/5$

(۹) فرض کنید  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{-2x + 2} = \frac{3}{5}$ ، آهنگ تغییر تابع  $y = 3f(x^2) + x^3$  در  $x = 1$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{5}$  (۲)  $-\frac{21}{5}$  (۳)  $\frac{51}{5}$  (۴)  $-\frac{17}{5}$

۱۰) در تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{x}$  آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر  $x$  از ۴ به ۲۵ تغییر کند برابر آهنگ لحظه‌ای در نقطه‌ی  $a$  می‌باشد،  $a$  کدام است؟

- ۱۱/۷۵ ( ۱)    ۱۲/۲۵ ( ۲)    ۱۲/۵ ( ۳)    ۱۳/۵ ( ۴)

۱۱) آهنگ متوسط تغییر تابع با ضابطه  $f(x) = x^2 - \sqrt{3x+1}$  نسبت به تغییر  $x$  در بازه  $[1, 5]$  چند برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در ابتدای این بازه است؟

- ۲/۲ ( ۱)    ۳/۲ ( ۲)    ۴/۴ ( ۳)    ۶/۴ ( ۴)

۱۲) اگر شعاع کره‌ای از ۱۰ cm به ۱۲ cm افزایش یابد، آهنگ متوسط تغییر سطح کره چقدر است؟

- ۱۷۶π ( ۱)    ۸۸π ( ۲)    ۹۰π ( ۳)    ۱۸۰π ( ۴)

۱۳) آهنگ آنی تغییر مساحت کره نسبت به تغییر شعاع آن کدام است؟ ( $R$  شعاع کره است.)

- ۲πR ( ۱)    ۸πR ( ۲)     $\frac{2\pi}{R}$  ( ۳)     $\frac{8\pi}{R}$  ( ۴)

۱۴) حجم یک کره در هر دقیقه ۱۶ مترمکعب افزایش می‌یابد. در لحظه‌ای که قطر این کره ۴ متر است، آهنگ افزایش آنی شعاع آن چند متر بر دقیقه خواهد بود؟

- ۲π ( ۱)     $\frac{1}{\pi}$  ( ۲)     $\frac{\pi}{4}$  ( ۳)    π ( ۴)

۱۵) شعاع کره‌ای با آهنگ ۳ میلی متر بر ثانیه زیاد می‌شود. در لحظه‌ای که مساحت کره برابر ۱۰ میلی متر مربع است، حجم کره با چه آهنگی تغییر می‌کند؟

- ۱۵ ( ۱)    ۲۰ ( ۲)    ۳۰ ( ۳)    ۴۰ ( ۴)

۱۶) شعاع یک کره با آهنگ ۳ cm/s افزایش می‌یابد. آهنگ آنی افزایش حجم کره هنگامی که شعاع آن ۲۰ cm است، چقدر است؟

- ۱۶۰۰π cm<sup>۳</sup>/s ( ۱)     $\frac{1600}{3}\pi$  cm<sup>۳</sup>/s ( ۲)    ۴۸۰۰π cm<sup>۳</sup>/s ( ۳)    ۱۴۴۰۰۰۰π cm<sup>۳</sup>/s ( ۴)

۱۷) یک بادکنک کره‌ای شکل را طوری باد می‌کنیم که در هر ثانیه شعاع آن ۲ میلی متر افزایش می‌یابد. آهنگ لحظه‌ای افزایش مساحت این بادکنک نسبت به زمان پس از ۵ ثانیه چقدر است؟ (در لحظه‌ی  $t = 0$  شعاع بادکنک صفر است.)

- ۸۰π ( ۱)    ۱۶۰π ( ۲)    ۴۰π ( ۳)    ۲۰π ( ۴)

۱۸) شعاع یک دایره با چه آهنگی بر حسب سانتی متر بر ثانیه افزایش یابد تا در لحظه‌ای که مساحت دایره  $S = ۱۰۰\pi$  است، آهنگ آنی تغییر مساحت، ۴۰ سانتی متر مربع بر ثانیه باشد؟

- ۲ ( ۱)     $\frac{1}{4}$  ( ۲)    ۲π ( ۳)     $\frac{2}{\pi}$  ( ۴)

۱۹) حجم آب یک استخر در حال تخلیه بر حسب لیتر به وسیله‌ی برابری  $V(t) = 360(2500 - 50t + t^2)$  به زمان  $t$  بر حسب دقیقه بستگی دارد، آهنگ متوسط تخلیه در ۵ دقیقه اول چقدر است؟

- ۱۶۲۰۰ ( ۱)    -۲۰۲۵۰ ( ۲)    -۱۶۴۰۰ ( ۳)    -۲۰۴۵۰ ( ۴)

۲۰) متحرکی روی یک محور افقی حرکت می کند و معادله ی حرکت آن به صورت  $x = 2t^2 - 12t + 25$  است، در کدام نقطه جهت حرکت این متحرک تغییر می کند؟

$x = -7$  ( ۴

$x = 7$  ( ۳

$x = -3$  ( ۲

$x = 3$  ( ۱

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۲	۴	۲	۳	۳	۲	۲	۲	۳	۲	۲	۲	۳	۳	۲	۱	۲	۳	۲



# ۱۵.۶ خودآزمایی شماره ۱۵ (اکسترم‌های یک تابع و توابع صعودی و نزولی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

(۱) اگر  $c$  نقطه‌ی اکسترمم مطلق تابع  $f$  روی دامنه‌ی آن باشد و تابع در همسایگی آن نقطه تعریف شده باشد، الزاماً تابع  $f$  در نقطه‌ی  $c$ ، کدام وضعیت را دارد؟

سراسری ریاضی ۸۸

- (۱) پیوسته (۲) مشتق‌پذیر (۳) خط مماس افقی (۴) اکسترمم نسبی

(۲) اگر تابع  $f$  در نقطه‌ی  $x = c$  دارای اکسترمم نسبی باشد الزاماً تابع  $f$  چگونه است؟

سراسری ۷۹

- (۱)  $f'(c) = 0$  (۲) در  $c$  پیوسته است.

(۳) در همسایگی  $c$  تعریف شده است. (۴) در  $c$  مشتق‌پذیر است.

(۳) در تابع  $f(x) = ||x + 1| - 4|$  نقاط به طول‌های ۳ و ۵- به ترتیب طول‌های . . . . . هستند.

- (۱) ماکزیمم، مینیمم (۲) مینیمم، ماکزیمم (۳) ماکزیمم، ماکزیمم (۴) مینیمم، مینیمم

(۴) نقاط بحرانی تابع  $h(x) = \begin{cases} x & ; -1 \leq x < 0 \\ 2x^2 - x & ; 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$  با دامنه‌ی  $[-1, 1]$  کدام‌اند؟

- (۱)  $\{0, 1, -1\}$  (۲)  $\{1, -1\}$  (۳)  $\{0, 1, -1, \frac{1}{4}\}$  (۴)  $\{0, \frac{1}{4}\}$

(۵) مجموع مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & ; -1 \leq x < 2 \\ 3(x - 2) & ; 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$ ، کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۹

(۶) از بین مثلث‌هایی که مجموع طول قاعده و ارتفاع وارد بر آنها ۱۲ است، بیشترین مساحت آنها چند واحد مربع است؟

سراسری تجربی ۷۸

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

(۷) مساحت بزرگترین مستطیلی که در درون دایره به شعاع ۲ قرار می‌گیرد، کدام است؟

سراسری تجربی ۷۶

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

(۸) ماکزیمم محیط از مستطیل‌هایی که یک ضلع آن منطبق بر محور  $x$  ها و دو رأس آن بر منحنی تابع  $y = 6 - x^2$  قرار دارند، کدام است؟

سراسری ۷۷

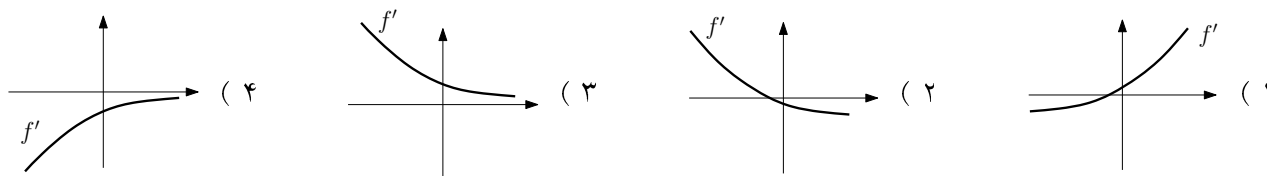
- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

(۹) به ازای کدام مقادیر  $a$  تابع  $y = \frac{a \cos x}{1 + \cos x}$  در فاصله‌ی  $(0, \pi)$  نزولی است؟

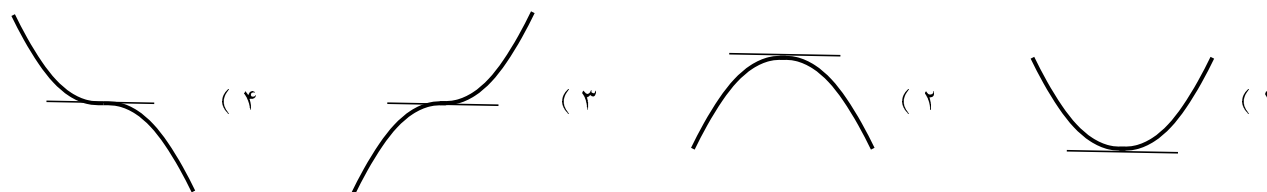
سراسری تجربی ۷۱

- (۱)  $a > 0$  (۲)  $a < 0$  (۳)  $-1 < a < 1$  (۴)  $a < 1$

۱۰ نمودار تابع مشتق  $f$  به کدام صورت زیر باشد تا تابع  $f$  اکیداً صعودی باشد؟



۱۱ نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x$  در حوالی نقطه  $x = 1$  کدام وضع را با محور  $x$  ها دارد؟



۱۲ اگر تابع  $f(x) = \frac{x^2 + a}{x^2 + 1}$  در بازه  $(0, +\infty)$  اکیداً صعودی باشد، کدام درست است؟

- (۱)  $a > 0$  (۲)  $a < 0$  (۳)  $a > 1$  (۴)  $a < 1$

آزاد ریاضی ۷۸

۱۳ اگر تابع  $y = f(x)$  صعودی اکید باشد، کدام تابع صعودی اکید است؟

- (۱)  $|x| + f(x)$  (۲)  $xf(x)$  (۳)  $x + f(x)$  (۴)  $|x|f(x)$

۱۴ منحنی نمایش تابع  $y = \sin x + \tan x$  در فاصله  $(\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{4})$  به کدام صورت تغییر می کند؟

- (۱) دارای یک ماکزیمم (۲) دارای یک مینیمم (۳) همواره صعودی (۴) همواره نزولی

۱۵ تابع  $y = \sqrt{x^2}(x-1)$  چند اکسترمم است؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۶ اگر نقطه  $(1, 2)$  نقطه مینیمم نسبی تابع  $y = \frac{ax^2 + 1}{x + b}$  باشد،  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۷ تابع  $y = \frac{ax^2 - bx}{x^2 + \frac{1}{3}}$  ( $a, b \neq 0$ ) چند نقطه اکسترمم دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) هیچ

سراسری ۷۷

۱۸ بیشترین مقدار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $2\sqrt{4}$  (۳) ۳ (۴) ۴

سراسری تجربی ۷۰

۱۹ طول پاره خط واصل بین نقاط ماکزیمم و مینیمم تابع با ضابطه  $y = x^3 - 3x + 2$  کدام است؟

- (۱)  $3\sqrt{2}$  (۲)  $4\sqrt{3}$  (۳)  $2\sqrt{3}$  (۴)  $2\sqrt{5}$

۲۰) تابع  $f(x) = x + 2 \cos x + 1$  در بازه  $[-\pi, \pi]$  چند نقطه‌ی اکسترمم نسبی دارد؟

۳ ( ۴

۲ ( ۳

۱ ( ۲

هیچ ( ۱

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۴	۳	۱	۱	۲	۳	۳	۴	۳	۳	۱	۴	۱	۲	۳	۴	۴	۳	۴

۱۶.۶ خودآزمایی شماره ۱۶ (اکسترم‌های یک تابع و توابع صعودی و نزولی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) اکسترم‌های نسبی تابع  $y = x - [x]$  روی کدام خط قرار دارند؟

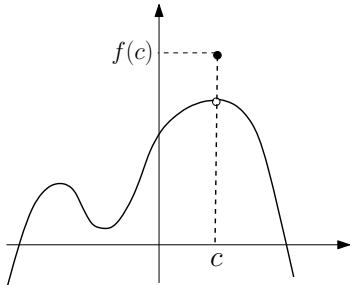
$y = 2$  (۴)

$y = 1$  (۳)

$x = 0$  (۲)

$y = 0$  (۱)

(۲) اگر نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟



(۱)  $f$  در  $x = c$  فقط  $Max$  مطلق دارد.

(۲)  $f$  در  $x = c$  فقط  $Max$  نسبی دارد.

(۳)  $Max$  مطلق  $f$  در  $x = c$ ،  $Max$  نسبی نیز می‌باشد.

(۴) چون  $f$  پیوسته نیست پس  $Max$  مطلق ندارد.

آزاد ریاضی ۷۷

(۳) مقدار مینیمم مطلق تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; -1 \leq x < 0 \\ \sqrt{x} & ; 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$  برابر است با:

۲ (۴)

۰ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

(۴) تابع  $f$  روی بازه‌ی  $[a, b]$  تعریف شده است، در این مورد کدام بیان درست است؟

(۱) هر نقطه‌ی بحرانی، نقطه‌ی اکسترم نسبی است. (۲) هر نقطه‌ی اکسترم نسبی، نقطه‌ی بحرانی است.

(۳) در هر نقطه‌ی بحرانی، مشتق تابع صفر است. (۴) در هر نقطه‌ی اکسترم نسبی، مشتق تابع صفر است.

(۵) بیشترین مقدار عبارت  $4 \sin^2 x - 2 \sin x$  کدام است؟

۳ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

(۶) در مکعب مستطیلی با قاعده‌ی مربع، مجموع طول و عرض و ارتفاع آن مقدار ثابت  $L$  است. ارتفاع این مکعب چقدر باشد تا حجم ماکزیمم گردد؟

سراسری تجربی ۶۳

$\frac{L}{4}$  (۴)

$L$  (۳)

$\frac{L}{2}$  (۲)

$\frac{L}{3}$  (۱)

(۷) دو ضلع از مستطیلی منطبق بر محورهای مختصات و رأس چهارم آن واقع بر منحنی به معادله‌ی  $y = (x - 2)^2$  روی بازه‌ی  $[0, 2]$  است، بیشترین مساحت این مستطیل کدام است؟

سراسری ریاضی ۸۶

$\frac{11}{9}$  (۴)

$\frac{32}{27}$  (۳)

$\frac{10}{9}$  (۲)

$\frac{28}{27}$  (۱)

(۸) مجموعه‌ی همه‌ی مستطیل‌هایی را که محیط آنها برابر ۱۶ است در نظر می‌گیریم، مینیمم مجموعی طول اقطار این مستطیل‌ها کدام است؟

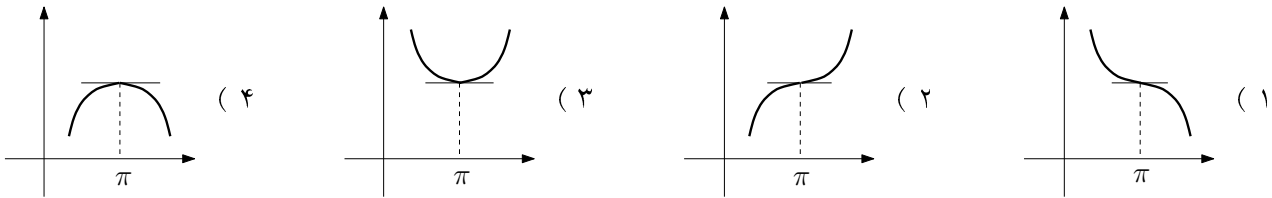
۶ (۴)

$4\sqrt{3}$  (۳)

$4\sqrt{2}$  (۲)

$3\sqrt{2}$  (۱)

۹) نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x - \tan x$  در همسایگی  $x = \pi$  به کدام صورت است؟



۱۰) تابع  $f(x) = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$  در کدام بازه اکیداً نزولی است؟

- (۱)  $(0, \pi)$  (۲)  $(\pi, 2\pi)$  (۳)  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$  (۴)  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

۱۱) نمودار تابع  $y = \frac{x}{x^2 - 4}$  بر کدام بازه نزولی است؟

- (۱)  $(-\infty, +\infty)$  (۲)  $(-\infty, -1)$  (۳)  $(1, +\infty)$  (۴)  $(3, +\infty)$

۱۲) وضعیت منحنی نمایش تابع  $y = 2x^3 - 6x$  روی بازه‌های  $[\frac{1}{4}, 0]$  و  $[-\frac{1}{4}, 0]$  به ترتیب کدام است؟

- (۱) صعودی - صعودی (۲) صعودی - نزولی

- (۳) نزولی - صعودی (۴) نزولی - نزولی

۱۳) نقاط اکسترمم نسبی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \cos^2 x - \cos x$  روی بازه‌ی  $[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}]$  چگونه‌اند؟

- (۱) یک نقطه‌ی ماکزیمم - یک نقطه‌ی مینیمم (۲) یک نقطه‌ی ماکزیمم - دو نقطه‌ی مینیمم

- (۳) دو نقطه‌ی ماکزیمم - یک نقطه‌ی مینیمم (۴) دو نقطه‌ی ماکزیمم - دو نقطه‌ی مینیمم

۱۴) به ازای کدام مقدار  $a$  مینیمم تابع  $y = ax^2 - 2\sqrt{2}x + a$  بر روی خط به معادله‌ی  $y = 1$  واقع است؟

- (۱)  $-2$  (۲)  $-1$  (۳)  $1$  (۴)  $2$

۱۵) نقاط اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = x^3 - \frac{2}{3}x^2 + c$  بر روی خط  $y = ax + b$  قرار دارند،  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۶) طول اکسترمم تابع  $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$  در فاصله‌ی  $[0, \pi]$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2\pi}{3}$  (۲)  $\frac{\pi}{3}$  (۳)  $\frac{\pi}{2}$  (۴)  $\frac{\pi}{4}$

۱۷)  $m$  چه مقدار باشد تا خط  $y = mx$  از نقطه‌ی مینیمم منحنی  $y = x^2 - 2mx + 8$  عبور کند؟

- (۱)  $-3$  (۲)  $\pm 2$  (۳)  $1$  (۴)  $\pm 4$

۱۸) اگر ماکزیمم تابع  $y = -x^2 + ax^2$  برابر ۴ باشد،  $a$  کدام است؟

۳ ( ۴

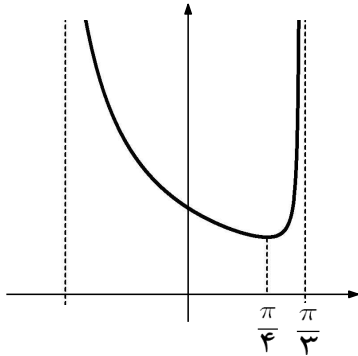
۲ ( ۳

-۲ ( ۲

-۳ ( ۱

سراسری ۷۶

۱۹) شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع با ضابطه  $y = \frac{A - 2 \sin x}{\cos x + B}$  است،  $A$  کدام است؟



-۲√۳ + ۱ ( ۱

-√۳ + ۱ ( ۲

√۳ - ۱ ( ۳

۲√۳ - ۱ ( ۴

۲۰) طول‌های نقاط ماکزیمم و مینیمم تابع  $y = x^3 + ax^2 + bx$  قرینه‌اند، اگر محل برخورد نمودار تابع با محور  $x$  ها نقطه‌ای به طول ۲ باشد،  $a + b$  کدام است؟

۴ ( ۴

۲ ( ۳

-۲ ( ۲

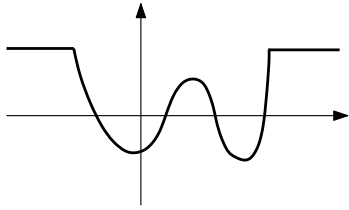
-۴ ( ۱

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۴	۴	۲	۱	۲	۴	۴	۴	۴	۴	۱	۲	۳	۱	۳	۲	۳	۳	۱

# ۱۷.۶ خودآزمایی شماره ۱۷ (اکسترم‌های یک تابع و توابع صعودی و نزولی)

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۲۰



(۱) نمودار تابع  $f$  شکل روبه‌روست، این تابع چند نقطه‌ی اکسترم نسبی دارد؟

- (۱) هیچ  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) بیشمار

(۲) تابع  $f(x) = |x^2 - 1|$  بر بازه‌ی  $[-2, 2]$

(۱) مشتق‌پذیر است و مینیمم مطلق دارد. (۲) مشتق‌پذیر است ولی مینیمم مطلق ندارد.

(۳) مشتق‌پذیر نیست ولی مینیمم مطلق دارد. (۴) مشتق‌پذیر نیست و مینیمم مطلق ندارد.

سراسری تجربی ۸۰ با ال‌دی تغییر

(۳) نقاط بحرانی تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = x\sqrt{x} - \sqrt{x^2}$  بر بازه‌ی  $(-1, 1)$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $-\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4}$  (۳)  $-\frac{\sqrt{2}}{4}, 0, \frac{\sqrt{2}}{4}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2}$

سراسری ریاضی ۹۰

(۴) تعداد نقاط بحرانی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = |x^3 - x|$  روی بازه‌ی  $[-1, 2]$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

(۵) بیشترین مساحت مستطیلی که به وسیله‌ی طناب به طول ۴۸ متر در حاشیه‌ی یک رودخانه می‌توان محصور کرد چند متر مربع است؟ (به ضلع چهارم مستطیل دسترسی نیست.)

سراسری تجربی ۷۸

- (۱) ۲۴۴ (۲) ۲۸۸ (۳) ۲۹۶ (۴) ۳۱۶

(۶) رابطه‌ی بین شعاع قاعده و  $h$  ارتفاع استوانه به صورت  $r + h = 15$  است. شعاع قاعده چقدر اختیار شود تا سطح جانبی استوانه ماکزیمم گردد؟

سراسری ۶۸

- (۱)  $7/5$  (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

سراسری ریاضی ۹۰

(۷) اگر  $x$  و  $y$  دو ضلع قائم از مثلثی به طول وتر  $5\sqrt{2}$  باشند، بیشترین مقدار  $3x + 4y$  کدام است؟

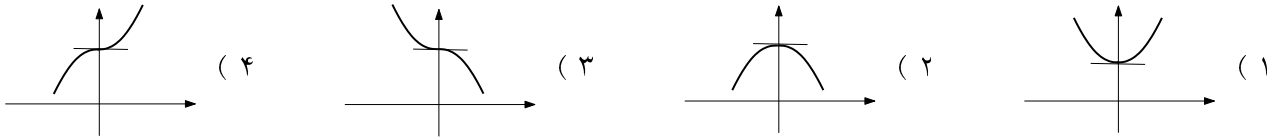
- (۱)  $25\sqrt{2}$  (۲) ۳۶ (۳)  $28\sqrt{2}$  (۴) ۴۰

سراسری ریاضی ۹۵

(۸) در ساخت یک قیف به شکل مخروط قائم به حجم  $\frac{\pi}{3}$ ، با کدام ارتفاع، کمترین مقدار جنس مصرف می‌شود؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۲) ۱ (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{3}$

۹) نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = 2 + \sin x - x \cos x$  در همسایگی نقطه‌ی  $x = 0$  به کدام شکل است؟



۱۰) تابع  $f(x) = 2 \sin x - \cos^2 x$  در کدام یک از بازه‌های زیر نزولی است؟

- (۱)  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  (۲)  $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$  (۳)  $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$  (۴)  $\left[\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right]$

۱۱) تابع  $y = 2 \sin x + \cos 2x$  در کدام بازه‌ی زیر نزولی است؟

- (۱)  $\left(\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right)$  (۲)  $\left(\frac{3\pi}{4}, 2\pi\right)$  (۳)  $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$  (۴)  $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$

سراسری تجربی ۸۰

۱۲) نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = \frac{x}{1-x^2}$  بر کدام بازه صعودی است؟

- (۱)  $(-2, 0)$  (۲)  $(-\infty, -2)$  (۳)  $(0, 2)$  (۴)  $(-2, 2)$

سراسری تجربی ۷۸

۱۳) فاصله‌ی دو خط مماس بر نمودار  $y = x^3 - 3x$  در دو نقطه‌ی ماکزیمم و مینیمم آن کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۱۴) به ازای کدام مقدار از  $m$  مجموع طول‌های نقاط ماکزیمم و مینیمم تابع  $y = mx^3 + 3x^2 - x$  برابر ۱ است؟

- (۱)  $m = -2$  (۲)  $m = -1$  (۳)  $m = 1$  (۴)  $m = 2$

۱۵) تابع  $f(x) = (x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + \dots + (x - a_n)^2$  در نقطه‌ای به طول  $x_1 = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$  چه وضعی دارد؟

آزاد ریاضی ۶۷

- (۱) مینیمم دارد. (۲) ماکزیمم دارد. (۳) نقطه‌ی عطف دارد. (۴) هیچکدام

۱۶) مقدار  $b$  کدام باشد که تابع  $f(x) = -x^2 + bx + 3$  ماکزیممی برابر ۴ داشته باشد؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

سراسری تجربی ۸۹

۱۷) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = a \cos 2x + b \sin x$ ، اگر نقطه‌ی مینیمم آن در  $\left(\frac{\pi}{4}, -3\right)$  باشد،  $a$  کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۱۸) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{a}{x} + bx^2$  در نقطه‌ی  $(1, -2)$  دارای اکسترمم نسبی است. عدد  $a$  و نوع اکسترمم نسبی کدام است؟

سراسری ریاضی ۸۹

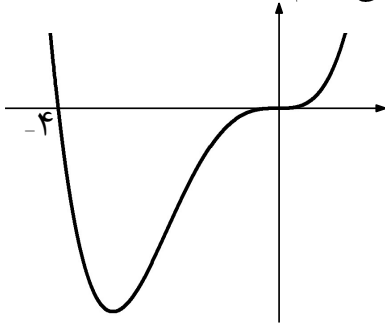
- (۱) مینیمم،  $-\frac{4}{3}$  (۲) ماکزیمم،  $-\frac{4}{3}$  (۳) مینیمم،  $\frac{4}{3}$  (۴) ماکزیمم،  $\frac{4}{3}$



۱۹) تابع  $f$  روی  $[a, b]$  تعریف شده و  $a < c < b$  است. کدام بیان نادرست است؟

- ۱) اگر  $c$  نقطه‌ی اکسترمم نسبی و  $f'(c)$  وجود داشته باشد آنگاه خط مماس بر منحنی در  $c$  افقی است.
- ۲) اگر  $c$  نقطه‌ی اکسترمم نسبی باشد آنگاه  $c$  نقطه بحرانی است.
- ۳) اگر  $c$  نقطه‌ی بحرانی باشد آنگاه  $c$  نقطه‌ی اکسترمم نسبی است.
- ۴) اگر  $c$  نقطه‌ی اکسترمم مطلق باشد، آنگاه  $c$  نقطه‌ی بحرانی است.

۲۰) شکل روبه‌رو، نمودار تابع  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx$  است. با تعیین مقادیر  $a$  و  $b$ ، می‌نیمم تابع، کدام است؟



- ۱) -۳۶
- ۲) -۳۲
- ۳) -۲۷
- ۴) -۲۴

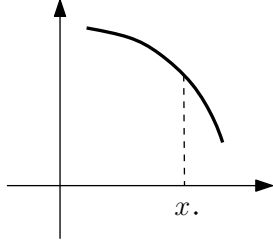
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۳	۲	۲	۲	۱	۱	۳	۲	۱	۳	۴	۳	۱	۱	۲	۴	۳	۳	۴

# ۱۸.۶ خودآزمایی شماره ۱۸ (جهت تقعر نمودار یک تابع و نقطه‌ی عطف آن)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

سراسری تجربی ۷۵



۱) نمودار تابع  $f$  در نقطه‌ی  $x_0$  به شکل روبه‌روست، کدام گزینه در مورد این تابع صحیح است؟

(۱)  $f'(x_0) < 0$  ,  $f''(x_0) > 0$

(۲)  $f'(x_0) > 0$  ,  $f''(x_0) < 0$

(۳)  $f'(x_0) < 0$  ,  $f''(x_0) < 0$

(۴)  $f'(x_0) > 0$  ,  $f''(x_0) > 0$

۲) اگر نقطه‌ی عطف نمودار تابع  $y = (m^2 + 1)x^3 + mx^2 + mx + 1$  در ناحیه‌ی دوم یا سوم باشد، حدود  $m$  کدام است؟

(۴)  $m > 3$

(۳)  $m < 3$

(۲)  $m > 0$

(۱)  $m < 0$

سراسری تجربی ۹۳

۳) در کدام بازه تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = -x^4 + 8x^3 - 18x^2$ ، نزولی و تقعر نمودار آن، رو به بالا است؟

(۴)  $(0, 3)$

(۳)  $(0, 1)$

(۲)  $(1, 4)$

(۱)  $(1, 3)$

۴) تقعر نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = 6x^5 - 5x^4 + 2x + 7$  در بازه  $(a, +\infty)$  رو به بالا است، کمترین مقدار  $a$  کدام است؟

سراسری تجربی ۸۸

(۴) ۱

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۲) صفر

(۱) -۱

۵) به ازای کدام مقدار  $a$  تقعر نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = ax^3 + (1 - a^2)x^2 + 3x$  در بازه‌ی  $(-\infty, \frac{1}{3})$  به طرف پایین و در

سراسری تجربی ۸۲

بازه‌ی  $(\frac{1}{3}, +\infty)$  به طرف بالاست؟

(۴) ۲

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $-\frac{1}{3}$

(۱) -۲

سراسری تجربی ۷۶

۶) تقعر منحنی نمایش تابع به معادله‌ی  $y = x^2 + \sqrt{x}$  در بازه‌ی  $(0, 1)$  کدام وضع را دارد؟

(۲) ابتدا رو به بالا، بعد رو به پایین

(۱) ابتدا رو به پایین، بعد رو به بالا

(۴) همواره رو به پایین

(۳) همواره رو به بالا

سراسری ۷۷

۷) نمودار کدام تابع دارای نقطه‌ی عطف است؟

(۴)  $f(x) = \sqrt{x}$

(۳)  $f(x) = \frac{1}{3}x^2$

(۲)  $f(x) = x^2|x|$

(۱)  $f(x) = x|x|$

۸) اگر مماس بر منحنی نمایش تابع  $y = ax^3 + 6x^2 + 1$  در نقطه‌ی  $x = 1$ ، در این نقطه از منحنی عبور کند،  $a$  کدام است؟

سراسری ۶۹

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) -۱

(۱) -۲

۷۰ سراسری ۷۰ (۹) اگر سوی تقعر منحنی نمایش تابع  $y = x^2 + 2ax^2 + a$  در نقطه‌ی  $x = 1$  عوض نشود،  $a$  چقدر است؟

- $\frac{3}{2}$  (۴)                       $\frac{2}{3}$  (۳)                       $-\frac{2}{3}$  (۲)                       $-\frac{3}{2}$  (۱)

(۱۰) تابع  $y = (x^2 - 1)^3$  چند نقطه‌ی عطف دارد؟

- ۱ (۴)                      ۲ (۳)                      ۴ (۲)                      ۳ (۱)

(۱۱) در تابع  $y = 3x^5 - 5x^4$  نقطه‌ای به طول  $-1$ :

- (۱) نقطه‌ی عطف است.                      (۲) نقطه‌ی اکسترمم نسبی است.

- (۳) نقطه‌ای از منحنی با تقعر رو به بالاست.                      (۴) نقطه‌ای از منحنی با تقعر رو به پایین است.

۸۳ سراسری تجربی ۸۳ (۱۲) تقعر نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 12}$  در بازه‌ی  $(-a, a)$  رو به پایین است، بیشترین مقدار  $a$  کدام است؟

- ۴ (۴)                      ۳ (۳)                      ۲ (۲)                      ۱ (۱)

(۱۳) به ازای چه مقادیری از  $a$ ، تقعر نمودار تابع  $y = x^4 + ax^3 + \frac{3}{4}x^2 + 1$  همواره رو به بالاست؟

- $-\frac{1}{4} \leq a \leq \frac{1}{4}$  (۴)                       $-\frac{\sqrt{2}}{4} \leq a \leq \frac{\sqrt{2}}{4}$  (۳)                       $-1 \leq a \leq 1$  (۲)                       $-2 \leq a \leq 2$  (۱)

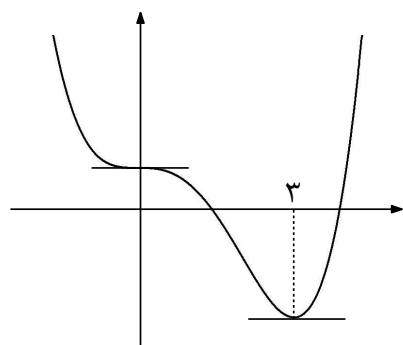
(۱۴) تابع  $y = x^2 + 2 \cos x$  چند نقطه‌ی عطف دارد؟

- هیچ (۴)                      بی‌شمار (۳)                      ۲ (۲)                      ۱ (۱)

(۱۵) به ازای چه مقدار  $a$  خط مماس بر منحنی  $y = x^3 + 3ax^2 + 3x - 1$  در نقطه‌ی عطف آن، موازی خط  $y + 6x = 0$  می‌باشد؟

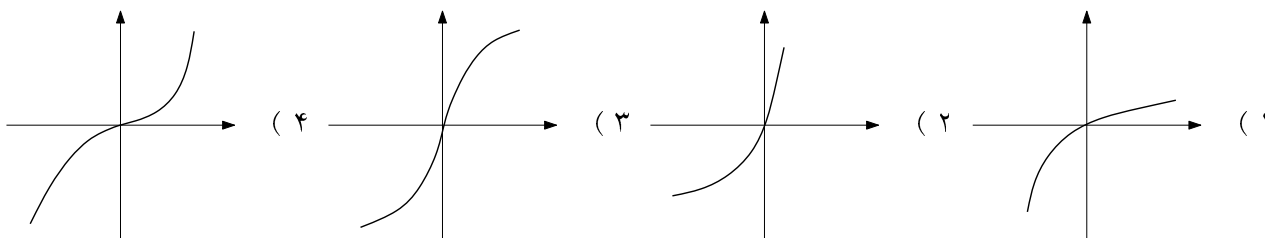
- $\pm 2$  (۴)                       $\pm \sqrt{2}$  (۳)                       $\pm 3$  (۲)                       $\pm \sqrt{3}$  (۱)

۹۰ سراسری تجربی ۹۰ (۱۶) شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + ax^3 + bx^2 + 2$  است.  $a + b$  کدام است؟

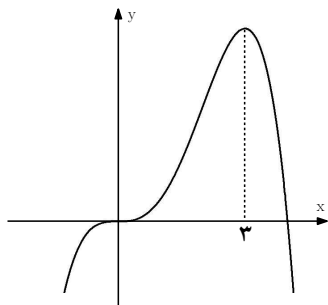


- صفر (۲)                       $-1$  (۱)  
۲ (۴)                      ۱ (۳)

۱۷) نمودار تابع  $y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$  در حوالی مبدأ مختصات چگونه است؟

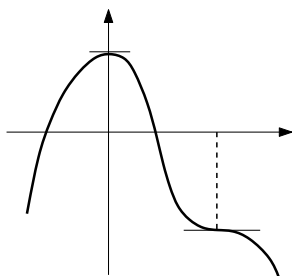


۱۸) شکل روبه‌رو، نمودار تابع  $y = ax^4 + 2x^3 + bx^2$  است.  $a$  کدام است؟



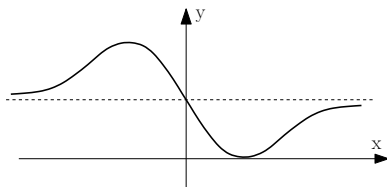
- (۱) -۱
- (۲)  $-\frac{1}{2}$
- (۳)  $-\frac{1}{4}$
- (۴)  $\frac{1}{4}$

۱۹) شکل روبه‌رو، نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = -x^4 + 8x^3 + ax^2 + b$  است،  $a$  کدام است؟



- (۱) -۱۸
- (۲) -۱۵
- (۳) -۱۲
- (۴) -۹

۲۰) شکل روبه‌رو، نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 8}{x^2 + 4}$  است.  $a + b$  کدام است؟



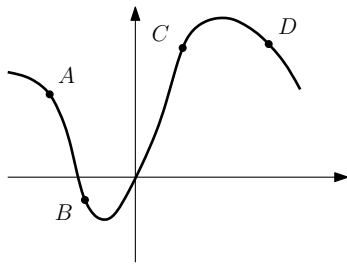
- (۱) -۷
- (۲) -۶
- (۳) ۹
- (۴) ۱۰

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۱	۲	۴	۱	۱	۴	۱	۲	۴	۲	۱	۱	۱	۱	۴	۳	۱	۲	۳

# ۱۹.۶ خودآزمایی شماره ۱۹ (جهت تقعر نمودار یک تابع و نقطه‌ی عطف آن)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه



(۱) در چند نقطه از نقاط مشخص شده در نمودار شکل مقابل،  $f'$  و  $f''$  هم علامت هستند؟

- (۱) هیچ  
(۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴) ۳

سراسری تجربی ۸۱

(۲) تقعر منحنی با ضابطه‌ی  $f(x) = x^4 - 6x^2$  در کدام بازه رو به پایین است؟

- (۱)  $(-1, 1)$   
(۲)  $(1, 2)$   
(۳)  $(1, +\infty)$   
(۴)  $(-\infty, -1)$

(۳) تابع با ضابطه‌ی  $y = \frac{2x}{1+x^2}$  در فاصله‌ی  $(0, +\infty)$  چند نقطه‌ی عطف دارد؟

- (۱) ۲  
(۲) ۱  
(۳) صفر  
(۴) ۳

(۴) مختصات نقطه‌ی عطف تابع  $y = \frac{x^2}{x^2 - 4x + 4}$  کدام است؟

- (۱)  $(0, 0)$   
(۲)  $(1, 1)$   
(۳)  $(-1, \frac{1}{9})$   
(۴)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{9})$

(۵) به ازای چه مقداری از  $m$  نقطه‌ی عطف منحنی  $y = mx^3 - 2(m+1)x^2$  منطبق بر مبدأ مختصات است؟

- (۱) -۴  
(۲) -۱  
(۳) ۱  
(۴) ۳

(۶) تابع  $y = \sqrt{x}(x+4)$  چند نقطه‌ی عطف دارد؟

- (۱) هیچ  
(۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴) ۳

(۷) اگر نقطه‌ی عطف نمودار تابع  $y = ax^3 - (a-2)x^2 + 1$  در ناحیه‌ی دوم یا سوم باشد، حدود  $a$  کدام است؟

- (۱)  $0 < a < 1$   
(۲)  $-1 \leq a < 0$   
(۳)  $|a| < 1$   
(۴)  $0 < a < 2$

(۸) نقطه‌ی  $A \left| \frac{-1}{1} \right|$  نقطه‌ی عطف تابع  $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2$  است، مختصات نقطه‌ی ماکزیمم کدام است؟

- (۱)  $\left| \frac{2}{0} \right|$   
(۲)  $\left| \frac{3}{0} \right|$   
(۳)  $\left| \frac{0}{2} \right|$   
(۴)  $\left| \frac{1}{3} \right|$

سراسری ریاضی ۹۰

(۹) مجموعه‌ی طول نقاطی که تقعر منحنی به معادله‌ی  $y = \frac{-2}{x^2+3}$ ، رو به بالا باشد، به کدام صورت است؟

- (۱)  $|x| < 1$   
(۲)  $|x| < 2$   
(۳)  $|x| > \sqrt{2}$   
(۴)  $|x| > \sqrt{3}$

سراسری تجربی ۹۱

(۱۰) منحنی نمایش تابع  $y = -x^4 + 4x^3 - 3$ ، در کدام بازه صعودی و تقعر آن رو به پایین است؟

- (۱)  $(2, 3)$   
(۲)  $(0, 2)$   
(۳)  $(0, 3)$   
(۴)  $(2, +\infty)$

۱۱) تفرع نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = \sin x + \frac{x^2}{\pi}$  وقتی  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$  به کدام صورت است؟

- (۱) رو به پایین (۲) رو به بالا (۳) ابتدا رو به پایین و سپس رو به بالا (۴) ابتدا رو به بالا و سپس رو به پایین

۱۲) به ازای کدام مجموعه مقادیر  $a$ ، تفرع منحنی به معادله‌ی  $y = x^4 + ax^3 + \frac{3}{4}x^2$  همواره رو به بالا است؟

- (۱)  $-1 < a < 1$  (۲)  $-1 < a < 2$  (۳)  $-2 < a < 1$  (۴)  $-2 < a < 2$

۱۳) طول نقطه‌ی عطف نمودار تابع  $y = (5-x)\sqrt{x^2}$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

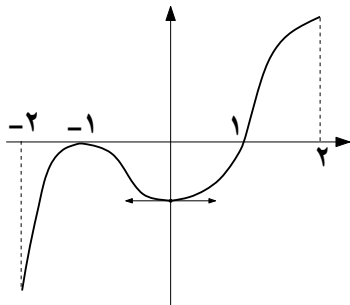
۱۴) اگر  $A(1, -3)$  نقطه‌ی عطف منحنی به معادله‌ی  $y = ax^3 - x^2 - 3x + b$  باشد، مقدار تابع در نقطه‌ی ماکزیمم نسبی آن، کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{5}{3}$  (۳)  $\frac{7}{3}$  (۴)  $\frac{8}{3}$

۱۵) تعداد نقاط اکسترمم و عطف تابع  $y = \frac{x}{|x|-1}$  به ترتیب کدام است؟

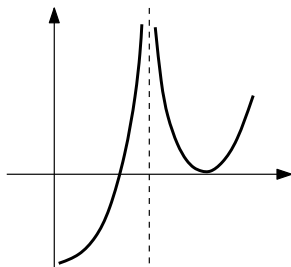
- (۱) ۰ و ۰ (۲) ۱ و ۱ (۳) ۰ و ۱ (۴) ۱ و ۰

۱۶) اگر نمودار  $f'$  در بازه‌ی  $[-2, 2]$  به صورت زیر باشد، در کدام فاصله تفرع تابع  $f$  رو به بالا نیست؟



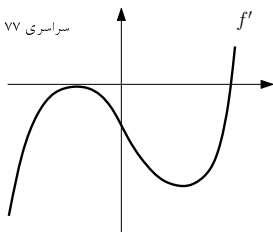
- (۱)  $(0, 1)$  (۲)  $(1, 2)$  (۳)  $(-1, 0)$  (۴)  $(-2, -1)$

۱۷) در تابع پیوسته‌ی  $y = f(x)$  نمودار مشتق تابع به صورت شکل زیر است، این تابع دارای چند نقطه‌ی عطف و چند اکسترمم است؟



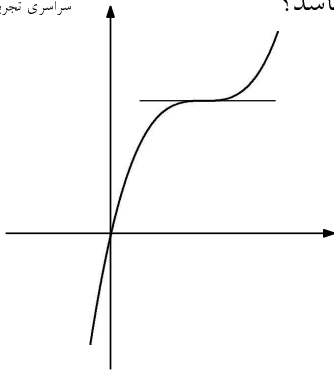
- (۱) دو عطف و یک مینیمم  
(۲) دو عطف و یک ماکزیمم  
(۳) یک عطف و یک مینیمم  
(۴) یک عطف و یک ماکزیمم

۱۸) شکل روبه‌رو نمودار مشتق  $f$  است، منحنی تابع  $f$  از نظر ماکزیمم و مینیمم نسبی و نقطه‌ی عطف دارای کدام وضعیت است؟



- (۱) مینیمم - دو نقطه‌ی عطف  
(۲) ماکزیمم - دو نقطه‌ی عطف  
(۳) مینیمم - یک نقطه‌ی عطف  
(۴) ماکزیمم - مینیمم - یک نقطه‌ی عطف

۱۹) شکل مقابل نمودار تابع  $y = x^3 + ax^2 + bx$  است. دو تایی  $(a, b)$  به کدام صورت می تواند باشد؟



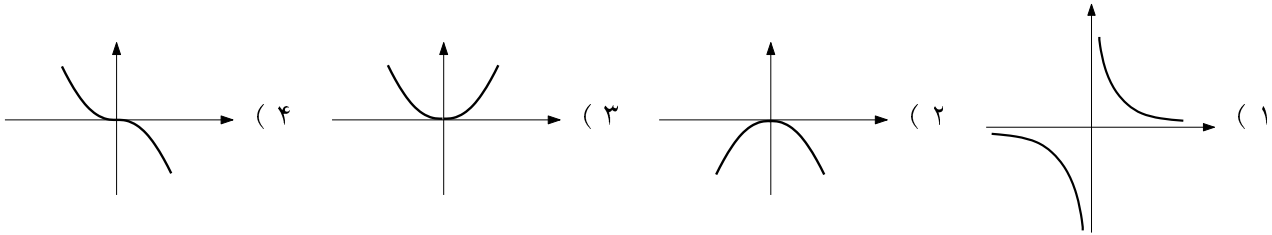
(۲)  $(-1, 3)$

(۱)  $(-3, 4)$

(۴)  $(3, 2)$

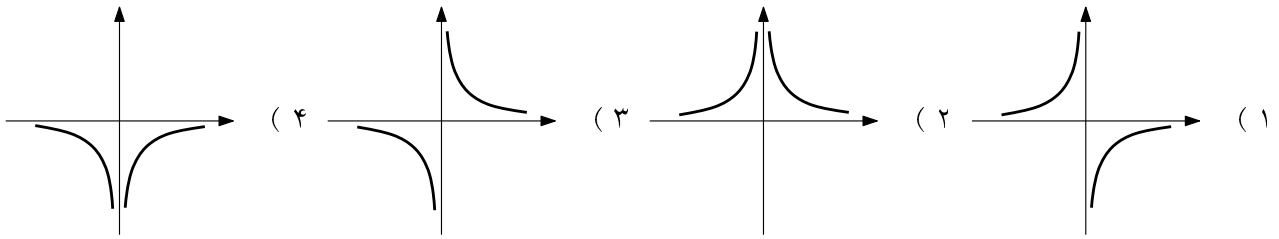
(۳)  $(-6, 12)$

۲۰) نمودار تابع با ضابطه  $y = \frac{x}{|x| - 1}$  در همسایگی مبدأ مختصات به کدام صورت است؟

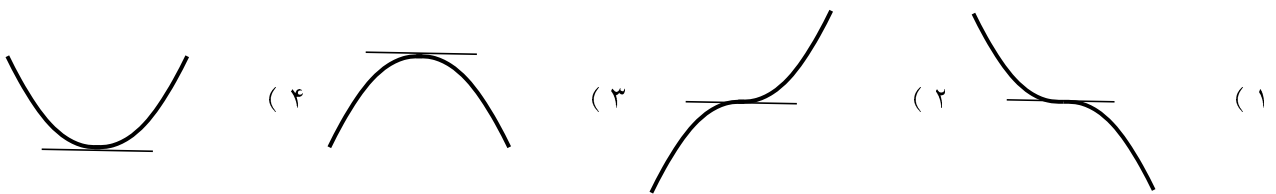


۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۳	۱	۱	۳	۳	۳	۱	۴	۴	۱	۱	۳	۴	۳	۲	۳	۲	۱	۳

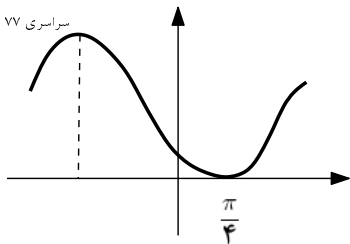
(۱) نمودار مشتق تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  در اطراف نقطه‌ی  $x = 0$  به کدام صورت است؟



(۲) نمودار تابع  $f(x) = \sin 2x - 2x$  در همسایگی نقطه‌ی بحرانی اش در بازه‌ی  $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$  به کدام صورت است؟

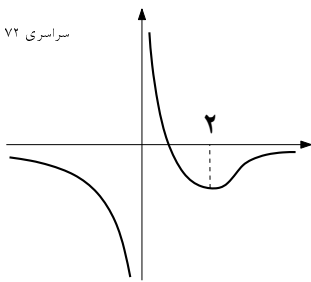


(۳) شکل مقابل قسمتی از منحنی  $y = \sin^2 x + A \sin x + B$  می‌باشد، مقدار  $BA$  کدام است؟



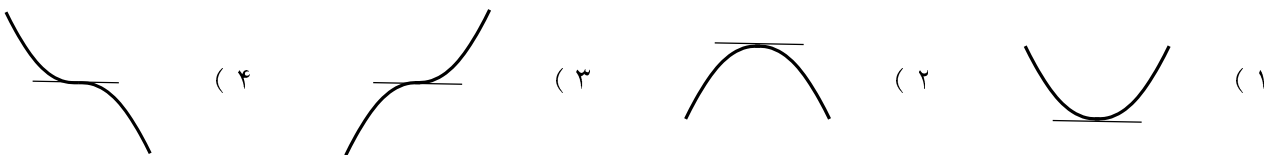
- (۱)  $\sqrt{2}$   
 (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (۳)  $-\sqrt{2}$   
 (۴)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴) شکل روبه‌رو نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = \frac{ax+1}{(x+4b-1)^3}$  است،  $a-b$  کدام است؟



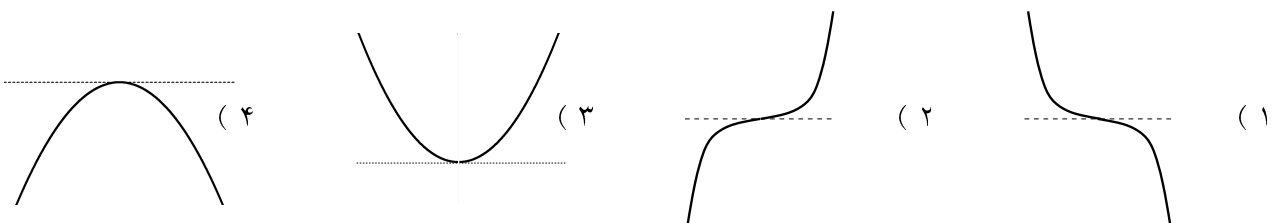
- (۱) -۳  
 (۲) -۱  
 (۳) ۱  
 (۴) ۳

(۵) نمودار  $f(x) = \tan x + \cot x$  در همسایگی  $x_0 = \frac{\pi}{4}$  به کدام صورت است؟

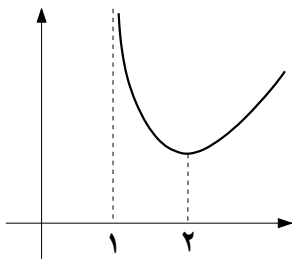


(۶) نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - x + \sin x$  در همسایگی  $x = 0$  چگونه است؟

سراسری ریاضی ۸۶



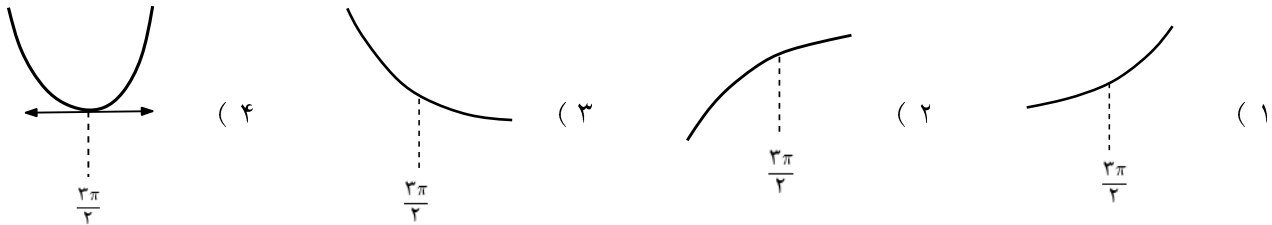




۷) نمودار تابع  $f(x) = \frac{x+a}{\sqrt{x+b}}$  به صورت روبه‌رو است، مقدار  $a+b$  کدام است؟

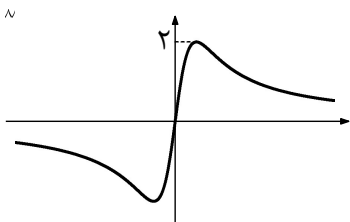
- (۱) ۰  
(۲) -۱  
(۳) ۱  
(۴)  $-\frac{1}{2}$

۸) نمودار تابع  $y = \cos x - \sin x$  در همسایگی  $x = \frac{3\pi}{4}$  به کدام صورت است؟



۹) شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$  است،  $a$  کدام است؟

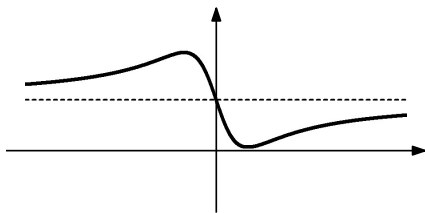
- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴



سراسری ریاضی ۹۱

۱۰) شکل مقابل نمودار تابع  $f(x) = \frac{ax^2+bx+2}{x^2+1}$  است. دو تایی مرتب  $(a, b)$  کدام است؟

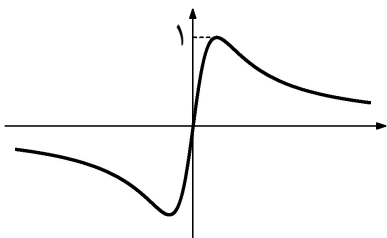
- (۱)  $(1, -2)$   
(۲)  $(1, 2)$   
(۳)  $(2, -4)$   
(۴)  $(2, 4)$



سراسری تجربی ۷۷

۱۱) شکل مقابل نمودار تابع  $y = \frac{ax^2+bx}{x^2+4}$  است، دو تایی مرتب  $(a, b)$  کدام است؟

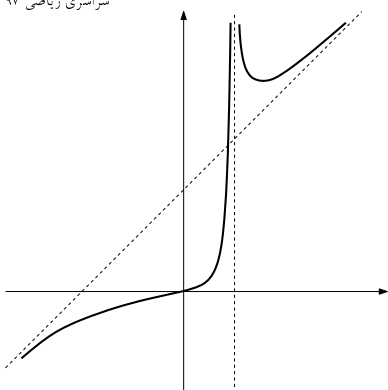
- (۱)  $(1, 0)$   
(۲)  $(2, 0)$   
(۳)  $(0, 2)$   
(۴)  $(0, 4)$



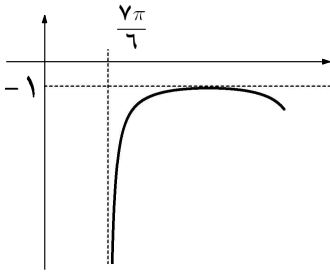
سراسری ریاضی ۹۷

۱۲) شکل زیر، نمودار تابع  $y = \frac{x^3+ax^2}{x^2+bx+1}$  است. مقدار مینیمم نسبی تابع، کدام است؟

- (۱)  $4/5$   
(۲) ۶  
(۳)  $6/25$   
(۴)  $6/25$



۱۳) شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = \frac{1 + a \sin x}{2 + b \sin x}$  است، کدام  $ab$  است؟



- (۱) -۴
- (۲) -۳
- (۳) ۲
- (۴) ۶

۱۴) در کدام یک از بازه‌های زیر تابع  $f(x) = \frac{5x - 3}{4x + 2}$  صعودی است؟

(۴)  $(-\infty, \frac{1}{4})$

(۳)  $(-\infty, -1)$

(۲)  $(-\frac{5}{4}, +\infty)$

(۱)  $\mathbb{R}$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
						۲	۱	۴	۴	۳	۴	۲	۲	۲	۱	۲	۴	۱	۲

## فصل ۷

# سؤالات کنکورهای اخیر

۱.۷ سؤالات کنکور ۹۸

۱.۱.۷ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{4} \sin 2x$  در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

۳π (۴)

۲π (۳)

$\frac{7\pi}{2}$  (۲)

$\frac{5\pi}{2}$  (۱)

(۲) اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 5}{x^2 + ax + b} = -\infty$  باشد،  $a + b$  کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

-۱ (۱)

(۳) اگر  $g(x) = x + \sqrt{x}$  و  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3}$  باشد،  $(f \circ g)'(1)$  کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

$\frac{3}{2}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)

(۴) اگر  $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$  و  $(f \circ g)'(2) = 6$  باشد،  $f'(5)$  کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

(۵) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{4}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$  در نقطه‌ی  $x = 2$  مشتق پذیر است،  $a + b$  کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

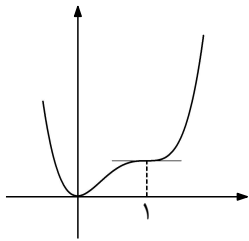
(۶) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه‌ی  $[0, 2]$  از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در  $x = \frac{3}{4}$  چقدر بیشتر است؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۲۰ (۳)

۰/۱۵ (۲)

۰/۱۰ (۱)



۷) شکل روبه‌رو، نمودار تابع  $f(x) = 3x^2 + ax^3 + bx^2 + cx$  است.  $a$  کدام است؟

-۷ (۲)

-۸ (۱)

-۴ (۴)

-۵ (۳)

۸) فاصله‌ی نقطه‌ی می‌نیمم مطلق تابع  $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}$ ، از خط مجانب قائم آن کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{3}{4}$  (۳)

$\frac{4}{3}$  (۲)

۱ (۱)

### ۲.۱.۷ سوالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

۹) دوره‌ی تناوب تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \tan(\pi x) - \cot(\pi x)$ ، کدام است؟

$\pi$  (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

۱۰) مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{3}$ ، در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

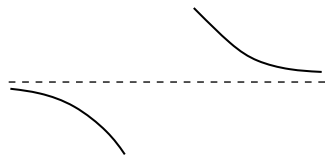
$4\pi$  (۴)

$\frac{7\pi}{2}$  (۳)

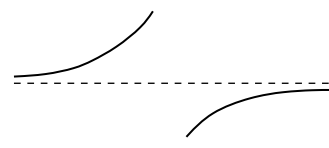
$3\pi$  (۲)

$\frac{5\pi}{2}$  (۱)

۱۱) نمودار تابع  $y = \frac{2x^2 - x - 2}{x^2 + 2x}$ ، نسبت به مجانب افقی خود، در بی‌نهایت کدام وضع را دارد؟



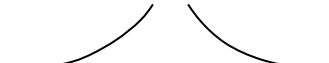
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۱۲) خط به معادله‌ی  $y = 3x - 5$  در نقطه‌ی  $x = 2$  بر نمودار تابع  $y = g(x)$  مماس است. اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2x - 2} = \frac{2}{3}$  باشد،  $(f \circ g)'(2)$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{|x^2 - 2x|}{x}$ ، در چند نقطه مشتق‌ناپذیر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

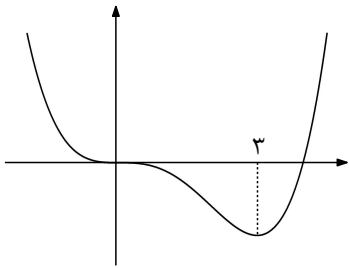
۱۴) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \sqrt{2x+1} + \frac{1}{x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه‌ی  $[0, 4]$  از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در  $x = \frac{2}{3}$  چقدر کمتر است؟

۰/۰۶ (۴)

۰/۰۵ (۳)

۰/۰۴ (۲)

۰/۰۳ (۱)



۱۵) شکل روبه‌رو، نمودار تابع  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx^2$  است.  $f(-2)$  کدام است؟

۳۶ (۲)

۳۲ (۱)

۴۸ (۴)

۴۰ (۳)

۱۶) فاصله‌ی نقطه‌ی ماکسیمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{2x - x^2}{(x + 1)^2}$ ، از خط مجانب افقی آن، کدام است؟

$\frac{2}{3}$  (۴)

$\frac{4}{3}$  (۳)

۱ (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)

### ۳.۱.۷ سوالات رشته تجربی (داخل کشور)

۱۷) مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $\sin x \sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = 1$ ، در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

$5\pi$  (۴)

$4\pi$  (۳)

$3\pi$  (۲)

$\frac{5\pi}{2}$  (۱)

۱۸) در مورد تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$ ، کدام بیان، درست است؟

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$  (۲)

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$  (۱)

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$  (۴)

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  (۳)

۱۹) اگر  $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، کدام درست است؟

صفر (۴)

$-\frac{1}{4}$  (۳)

$-\frac{1}{2}$  (۲)

-۱ (۱)

۲۰) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{5 - 2x}$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ ، کدام است؟

$\frac{5}{6}$  (۴)

$\frac{7}{12}$  (۳)

$\frac{5}{12}$  (۲)

$\frac{4}{9}$  (۱)

۲۱) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ ، روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی مشتق‌پذیر است،  $b$  کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

۲۲) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{x}$ ، اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در  $x = 2$ ، از آهنگ تغییر متوسط در بازه‌ی  $[1, 4]$ ، کدام است؟

$0/75$  (۴)

$0/45$  (۳)

$0/5$  (۲)

$0/25$  (۱)

(۲۳) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = |x + 2| + |x - 1|$ ، در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟

- (۱)  $(-\infty, -2)$       (۲)  $(-\infty, 1)$       (۳)  $(-2, 1)$       (۴)  $(1, +\infty)$

(۲۴) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x|x - 4|$ ، فاصله‌ی دو نقطه‌ی ماکسیمم نسبی و می‌نیمم نسبی آن، کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{5}$       (۲)  $2\sqrt{2}$       (۳)  $3\sqrt{2}$       (۴)  $2\sqrt{5}$

(۲۵) بیشترین مساحت مستطیلی که دو ضلع آن بر روی محورهای مختصات و رأس چهارم آن، بر روی منحنی به معادله‌ی  $y = \sqrt{12 - x}$ ، در ناحیه‌ی اول واقع شود، کدام است؟

- (۱)  $8\sqrt{2}$       (۲)  $8\sqrt{3}$       (۳)  $16$       (۴)  $18$

### ۴.۱.۷ سوالات رشته تجربی (خارج از کشور)

(۲۶) جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی  $\cos 3x + \cos x = 0$  با شرط  $\cos x \neq 0$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$       (۲)  $k\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$       (۳)  $k\pi - \frac{\pi}{3}$       (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{3}$

(۲۷) در مورد تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x}$ ، کدام بیان، درست است؟

$\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = +\infty$  (۲)       $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = -\infty$  (۱)

$\lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}} f(x) = +\infty$  (۴)       $\lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}^-} f(x) = -\infty$  (۳)

(۲۸) اگر  $f(x) = x - \sqrt{4x^2 + x}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ ، کدام است؟

- (۱)  $-2$       (۲)  $-1$       (۳)  $2$       (۴)  $3$

(۲۹) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{-x-1}{\sqrt{x}}$ ، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{4}+h) - f(\frac{1}{4})}{h}$ ، کدام است؟

- (۱)  $1$       (۲)  $2$       (۳)  $3$       (۴)  $4$

(۳۰) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \frac{8}{ax+b} & ; x > 2 \\ -x^2 + 6x & ; x \leq 2 \end{cases}$ ، اگر  $f'(2)$  موجود باشد،  $a$  کدام است؟

- (۱)  $1$       (۲)  $2$       (۳)  $3$       (۴)  $4$

(۳۱) مشتق تابع  $f(x) = x\sqrt{\frac{3x+1}{x+2}}$  در نقطه‌ی  $x = -3$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$       (۲)  $\frac{3}{4}$       (۳)  $\frac{4}{3}$       (۴)  $\frac{3}{2}$

۳۲) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{4x-5}{x+1}$  و دامنه‌ی  $[0, 8]$ ، خط مماس بر نمودار آن موازی پاره‌خطی است که ابتدا و انتهای منحنی را به هم وصل کند، این خط مماس، محور  $y$  ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

- (۱) -۲      (۲) -۱/۵      (۳) -۱      (۴) -۰/۵

۳۳) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = |x+1| - |x-2|$ ، در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

- (۱)  $(-\infty, 2)$       (۲)  $(-1, +\infty)$       (۳)  $(-1, 2)$       (۴)  $(2, +\infty)$

۳۴) در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x|x| - 2x$ ، فاصله‌ی دو نقطه‌ی ماکسیمم نسبی و می‌نیمم نسبی آن، کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$       (۲) ۳      (۳)  $3\sqrt{2}$       (۴) ۴

۳۵) بیشترین مساحت مستطیلی که یک ضلع آن بر قطر نیم‌دایره به شعاع ۶ واحد و دو رأس دیگر آن روی این نیم‌دایره باشد، کدام است؟

- (۱) ۱۸      (۲) ۲۴      (۳) ۲۷      (۴) ۳۶

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۳	۴	۴	۳	۴	۲	۲	۴	۱	۴	۱	۳	۴	۴	۱	۱	۳	۲	۱

۴۰	۳۹	۳۸	۳۷	۳۶	۳۵	۳۴	۳۳	۳۲	۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱
					۴	۱	۳	۳	۲	۳	۳	۴	۱	۲	۳	۴	۱	۲	۲

۲.۷ سؤالات کنکور ۹۹

۱.۲.۷ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) باقی مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای  $P(x)$  بر  $x - 1$  و  $2x + 1$  به ترتیب، ۸ و ۱۵ است. باقی مانده‌ی تقسیم  $P(x)$  بر  $2x^2 - x - 1$ ، کدام است؟

- (۱)  $-x + 4$  (۲)  $x + 3$  (۳)  $2x + 6$  (۴)  $2x - 3$

(۲) مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $\tan(3x) \tan(x) = 1$ ، در بازه‌ی  $[\pi, 2\pi]$ ، کدام است؟

- (۱)  $5\pi$  (۲)  $6\pi$  (۳)  $\frac{9\pi}{2}$  (۴)  $\frac{11\pi}{2}$

(۳) فرض کنید  $n \in \mathbb{N}$ ، حاصل  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}}$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $-\frac{1}{3}$  (۴)  $-1$

(۴) نمودار تابع  $f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c}$  دارای خط‌های مجانب  $x = 1$ ،  $y = -1$ ،  $x = -2$  است.  $f(-1)$  کدام است؟

- (۱)  $1/25$  (۲)  $1/5$  (۳)  $1/75$  (۴)  $-1/5$

(۵) اگر  $f$  یک تابع مشتق‌پذیر،  $g(x) = f(\sqrt{1 + \tan^2 x})$  و  $g'(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  باشد، مقدار  $f'(2)$ ، کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۱

(۶) آهنگ متوسط تغییر تابع  $y = \sqrt{21 - x^2} + 4x$  در بازه‌ی  $[5, 6]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع، با کدام مقدار  $x$  است؟

- (۱)  $4 + \sqrt{2}$  (۲)  $3 + 2\sqrt{2}$  (۳)  $2 + \frac{3}{4}\sqrt{2}$  (۴)  $2 + \frac{5}{4}\sqrt{2}$

(۷) خط مماس بر منحنی تابع  $f(x) = \frac{5x - 4}{\sqrt{x}}$  در نقطه‌ی  $x = 4$  واقع بر آن، محور  $y$  ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

- (۱)  $-4$  (۲)  $-1$  (۳) ۲ (۴) ۳

(۸) اگر  $\tan \alpha$  و  $\tan \beta$  برابر ریشه‌های معادله‌ی  $2x^2 + 3x - 1 = 0$  باشند،  $\tan(\alpha + \beta)$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $-3$  (۴)  $-1$

۲.۲.۷ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

(۹) به ازای یک مقدار  $a$ ، چندجمله‌ای  $P(x) = 2x^4 + ax^3 + 2x^2 - 3x$ ، بر  $2x - 1$  بخش‌پذیر است. در این حالت باقی مانده‌ی  $P(x)$  بر  $x + 2$ ، کدام است؟

- (۱)  $-10$  (۲)  $-8$  (۳) ۴ (۴) ۶



۱۰ جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $\sin(x + \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{3}) = \cos 2x$  کدام است؟

- $k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$  (۴)       $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$  (۳)       $\frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$  (۲)       $\frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$  (۱)

۱۱ فرض کنید  $n \in \mathbb{N}$ . حاصل  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}}$  کدام است؟

- $-\frac{1}{2}$  (۴)      ۰ (۳)       $\frac{1}{2}$  (۲)       $+\infty$  (۱)

۱۲ نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{ax^2 + 7x}{2x^2 + bx + c}$  فقط یک مجانب قائم  $x = 2$  دارد. اگر  $f(3) = 6$  باشد، معادله‌ی مجانب افقی آن، کدام است؟

- $y = \frac{3}{2}$  (۴)       $y = \frac{1}{2}$  (۳)       $y = -\frac{1}{2}$  (۲)       $y = -1$  (۱)

۱۳ اگر  $f$  یک تابع مشتق‌پذیر،  $g(x) = f\left(\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}\right)$  و  $g'(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$  باشند، مقدار  $f'(\frac{\pi}{3})$  کدام است؟

- $-\frac{3}{4}$  (۴)       $-\frac{4}{3}$  (۳)       $-\frac{3}{4}$  (۲)       $-\frac{2}{3}$  (۱)

۱۴ فرض کنید نمودارهای دو تابع  $y = x\sqrt{x}$  و  $y = x^2 + ax + b$  در یک نقطه‌ی مشترک، بر یک خط مماس باشند. اگر طول نقطه‌ی مشترک ۴ باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

- ۱۲ (۴)      ۱۰ (۳)      ۹ (۲)      ۸ (۱)

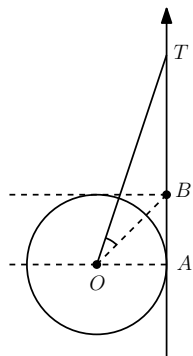
۱۵ در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 6x} & ; 0 \leq x < 4 \\ \lfloor \frac{x}{4} \rfloor (x^2 - 9x) & ; 4 \leq x < 8 \end{cases}$  مقدار  $f'(2) - f'(5)$  کدام است؟

- $\frac{3}{4}$  (۴)       $\frac{2}{3}$  (۳)       $\frac{1}{2}$  (۲)       $\frac{1}{4}$  (۱)

۱۶ با توجه به دایره‌ی مثلثاتی زیر، اگر  $BT = 2$  باشد، مقدار  $\tan(\hat{TOB})$  کدام است؟

- $\frac{1}{3}$  (۲)       $\frac{1}{4}$  (۱)

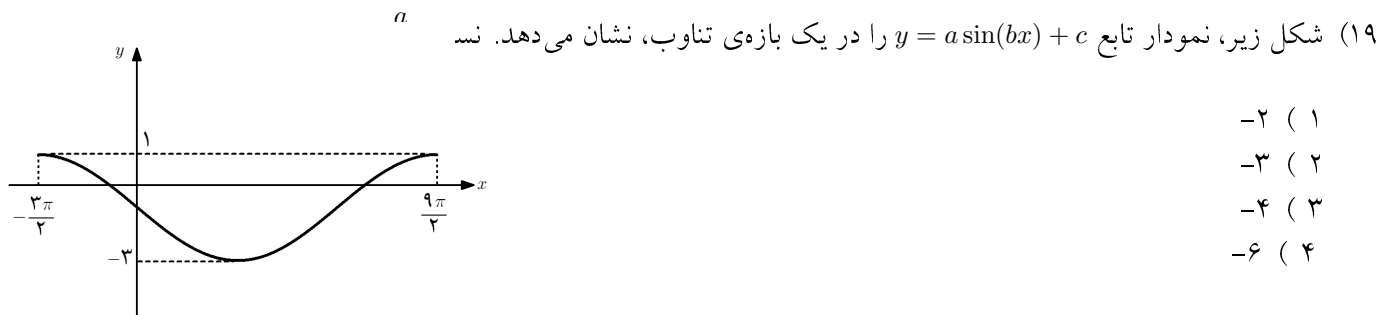
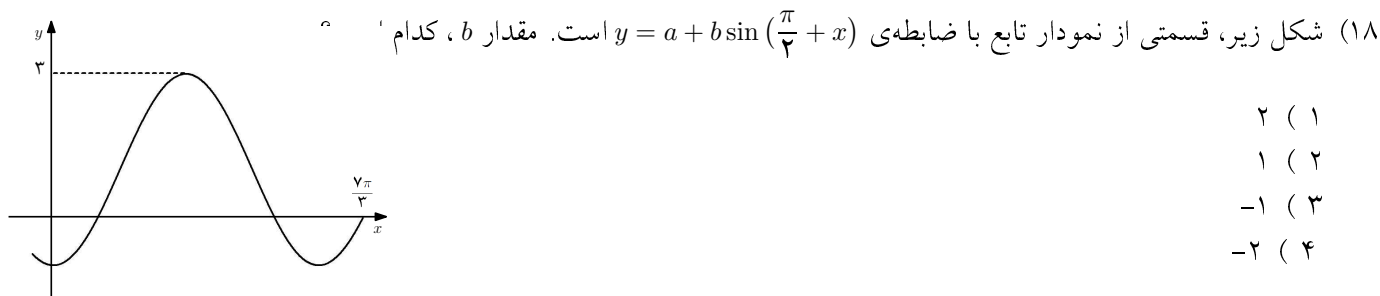
- $\frac{2}{3}$  (۴)       $\frac{1}{2}$  (۳)



### ۳.۲.۷ سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)

۱۷ نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = \sqrt{x}$  را در امتداد محور  $x$  ها، ۱۲ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور  $y$  ها، ۲ واحد در جهت مثبت، انتقال می‌دهیم. فاصله‌ی نقطه‌ی برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $f$ ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

- $6\sqrt{10}$  (۴)       $4\sqrt{17}$  (۳)       $6\sqrt{7}$  (۲)       $4\sqrt{15}$  (۱)



۲۰) جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ ، با شرط  $x \neq k\pi$ ، که در آن  $k$  یک عدد صحیح است، کدام است؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{3}$  (۲)  $\frac{2k\pi}{3}$  (۳)  $\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$  (۴)  $\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

۲۱) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{ax - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^n - 12}$  را در نظر بگیرید. اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{24}$  (۲)  $\frac{1}{18}$  (۳)  $\frac{1}{12}$  (۴)  $\frac{5}{36}$

۲۲) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5-2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{4}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$  در  $x = -2$ ، مشتق‌پذیر است. مقدار  $c$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{2}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۲۳) مشتق تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \left(\frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x^2 - x}\right)^3$  در نقطه‌ی  $x = 2$ ، کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{4}$  (۲)  $-\frac{5}{4}$  (۳)  $-\frac{5}{4}$  (۴)  $-\frac{15}{4}$

۲۴) فاصله‌ی نقطه‌ی ماکسیم نسبی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x + \sqrt{4x - x^2}$ ، از نیمساز ناحیه‌ی اول کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۲ (۴)  $2\sqrt{2}$

۲۵) از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با اندازه‌ی وتر ۱۰ واحد، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شود تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیشترین باشد؟

- (۱)  $\frac{2}{1}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{1}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{1}$

۴.۲.۷ سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)

(۲۶) نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x^2 - 2x$ ; ( $x > 1$ )، مفروض است. قرینه‌ی نمودار آن نسبت به محور  $x$  ها را،  $16$  واحد در امتداد محور  $y$  ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. فاصله‌ی نقطه‌ی برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $f$ ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

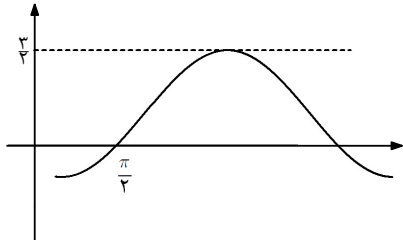
$2\sqrt{5}$  (۴)

$5\sqrt{2}$  (۳)

$6\sqrt{2}$  (۲)

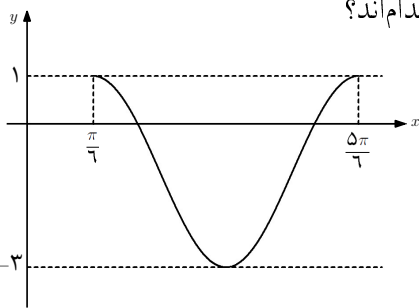
$4\sqrt{5}$  (۱)

(۲۷) شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$  است. مقدار  $a$ ،  $1 < a < 2$  است.



- ۱ (۱)
- $-\frac{1}{2}$  (۲)
- $\frac{1}{2}$  (۳)
- ۱ (۴)

(۲۸) شکل زیر، نمودار تابع  $y = a \sin(bx) + c$ ، در یک بازه‌ی تناوب است. مقادیر  $b$  و  $c$  کدام‌اند؟



- $b = 3, c = -1$  (۱)
- $b = 3, c = -2$  (۲)
- $b = \frac{3}{2}, c = -2$  (۳)
- $b = \frac{3}{4}, c = -1$  (۴)

(۲۹) تعداد جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $4 \sin(3x) \cos(3x) = 1$ ، در بازه‌ی  $[0, \frac{\pi}{4}]$ ، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

(۳۰) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{4x^n - 7x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2}$  را در نظر بگیرید. اگر  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$  باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} f(x)$ ، کدام است؟

$-\frac{7}{11}$  (۴)

$-\frac{5}{12}$  (۳)

$-\frac{6}{17}$  (۲)

$-\frac{4}{17}$  (۱)

(۳۱) خط مماس بر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$  و  $g(x) = ax^2 + bx$ ، در نقطه‌ی  $x = 2$ ، مشترک‌اند. مقدار  $b$ ، کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

(۳۲) مقدار مشتق تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \sqrt{\left(\frac{2x-x^2}{3x+5}\right)^2}$ ، در نقطه‌ی  $x = -2$ ، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(۳۳) مقدار ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1}$ ، کدام است؟

$1 + \sqrt{3}$  (۴)

$-1 + \sqrt{3}$  (۳)

$1 + \sqrt{5}$  (۲)

$-1 + \sqrt{5}$  (۱)

۳۴) کوتاه‌ترین فاصله‌ی نقطه‌ی  $A(5, 0)$  از نقاط منحنی به معادله‌ی  $y = \sqrt{2x+7}$ ، کدام است؟

۳√۲ (۴)

۵ (۳)

۴/۵ (۲)

۴ (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۴	۴	۳	۳	۱	۴	۲	۲	۲	۱	۱	۴	۳	۴	۲	۱	۱	۲	۳

۴۰	۳۹	۳۸	۳۷	۳۶	۳۵	۳۴	۳۳	۳۲	۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱
						۱	۱	۴	۴	۲	۳	۱	۲	۱	۴	۱	۴	۳	۱

۱.۳.۷ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) نمودار منحنی  $y = \sqrt{4-x}$  را  $k$  واحد در راستای قائم و  $2-k$  واحد در جهت افقی چنان انتقال می‌دهیم که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را ۱ واحد در راستای قائم به سمت پایین انتقال می‌دهیم. طول نقطه‌ی برخورد منحنی به دست آمده با محور  $x$  ها، کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۲

(۲) فرض کنید برد تابع  $f(x) = 2\sqrt{9\cos^2(x)-1} - 2\sqrt{1-9\cos^2(x)}$  به صورت  $[a, b]$  باشد. مقدار  $b-a$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{9}{4}$  (۲)  $\frac{15}{4}$  (۳)  $\frac{9}{4}$  (۴)  $\frac{21}{4}$

(۳) فرض کنید  $A$  مجموعه‌ی جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $\frac{1}{8} = (1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha))(1 + \cos(8\alpha))$ ، در بازه‌ی  $[0, \pi]$  باشد. ماکزیمم عضو مجموعه‌ی  $A$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{7}\pi$  (۲)  $\frac{6}{7}\pi$  (۳)  $\frac{7}{9}\pi$  (۴)  $\frac{8}{9}\pi$

(۴) مقدار  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{4}^-} \frac{10x - 5 + \left\lfloor \frac{3}{x^2} \right\rfloor}{16x - \left\lfloor -\frac{2}{x^2} \right\rfloor}$ ، کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $-\infty$  (۲) صفر (۳)  $\frac{5}{8}$  (۴)  $+\infty$

(۵) تابع  $f(x) = \frac{ax^3 - bx^2 + 2}{ax^3 - bx + 2}$  در دو نقطه ناپیوسته و فقط دو مجانب موازی با محورهای مختصات دارد. مقدار  $a$  و  $b$ ، کدام‌اند؟

- (۱)  $a = 0, b = 2$  (۲)  $a = 8, b = 10$

- (۳)  $a = -2, b = 0$  (۴)  $a = -8, b = -6$

(۶) اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(a^2x^2 - 1)(a^4x^4 - 1) \dots (a^{100}x^{100} - 1)}}{a^{49}x^k - 1} = -1$ ، آنگاه مقادیر  $a$  و  $k$ ، کدام‌اند؟

- (۱)  $k = 51, a = -1$  (۲)  $k = 51, a = 1$

- (۳)  $k = 49, a = -1$  (۴)  $k = 49, a = 1$

(۷) فرض کنید  $f(x) = \cos^2(2x) + ax^2 + b$ ،  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f'(x)}{x} = 2$ . مقدار  $a+b$ ، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) -۸

۸) تابع چندجمله‌ای درجه‌ی دوم با ضرایب طبیعی  $P(x)$  مفروض است. اگر باقیمانده و خارج قسمت تقسیم  $P(x)$  بر  $P'(x)$  (مشتق تابع  $P(x)$ ) به ترتیب  $-2$  و  $\frac{1}{3}x + 1$  باشند، کمترین مقدار مجموع ضرایب  $P(x)$ ، کدام است؟

۹ ( ۴ )

۷ ( ۳ )

۶ ( ۲ )

۴ ( ۱ )

۹) خطوط مماس بر منحنی تابع  $f(x) = |\sin(2x)| + 1$  را در نقطه‌ای به طول  $x = 0$  رسم می‌کنیم. اگر  $A$  و  $B$  به ترتیب نقاط برخورد خطوط مماس با نیمساز ربع دوم و چهارم باشند، طول پاره خط  $AB$ ، کدام است؟

۲√۳ ( ۴ )

$\frac{4\sqrt{3}}{3}$  ( ۳ )

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$  ( ۲ )

( ۱ ) صفر

۱۰) کدام عبارت، برای تابع  $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{2\sqrt{x^2-1}}$  درست است؟

( ۱ ) تابع  $f$  در بازه‌ی  $(0, 1) \cup (1, \infty)$  صعودی است.

( ۲ ) تابع  $f$  در بازه‌ی  $(1, \infty)$  و  $(0, 1)$  صعودی است.

( ۳ ) تابع  $f$  در بازه‌ی  $(1, \infty)$  صعودی و در بازه‌ی  $(0, 1)$  نزولی است.

( ۴ ) تابع  $f$  در بازه‌ی  $(1, \infty)$  نزولی و در بازه‌ی  $(0, 1)$  صعودی است.

۱۱) بازه‌هایی که تابع  $f(x) = \frac{x^4}{x^3-8}$  در آن‌ها اکیداً نزولی است را در نظر بگیرید. مینیمم طول این بازه‌ها، کدام است؟

۲(√۴ - ۱) ( ۴ )

۲√۴ ( ۳ )

√۴ - ۱ ( ۲ )

۲ ( ۱ )

۱۲) فرض کنید  $f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ x & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$  و  $g(x) = 1 - x^2$ . تعداد عناصر مجموعه نقاطی که  $g \circ f$  یا  $f \circ g$  در آن‌ها مشتق‌پذیر نیست، کدام است؟

۵ ( ۴ )

۴ ( ۳ )

۳ ( ۲ )

۲ ( ۱ )

۱۳) فرض کنید  $A$  و  $B$  نقاط اکسترمم تابع  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$  باشند. چند نقطه روی منحنی  $f$  وجود دارد که خطوط مماس بر آن‌ها، موازی پاره خط  $AB$  است؟

۳ ( ۴ )

۲ ( ۳ )

۱ ( ۲ )

( ۱ ) صفر

### ۲.۳.۷ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

۱۴) مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $\sin(x) + \cos(2x) + 2 \sin(x) = 1$ ، در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

$\frac{7\pi}{2}$  ( ۴ )

$3\pi$  ( ۳ )

$\frac{5\pi}{2}$  ( ۲ )

$2\pi$  ( ۱ )

۱۵) تعداد جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $\frac{1}{8} = (1 + \cos(\alpha))(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha))$ ، در فاصله‌ی  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

۱۵ ( ۴ )

۱۲ ( ۳ )

۱۰ ( ۲ )

۷ ( ۱ )

۱۶) باقیمانده و خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای  $P(x)$  بر  $x^2 + 2x + 1$  به ترتیب  $3x + 1$  و  $Q(x)$  است. اگر  $Q(-2) = 3$ ، آنگاه مقدار باقیمانده‌ی تقسیم  $P'(x)$  بر  $x + 2$ ، کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۵ (۳) -۴ (۴) -۳

۱۷) فرض کنید تابع  $f$  به ازای هر  $x \in \mathbb{R}$  نسبت به خطوط  $x = 1$  و  $x = 3$  متقارن باشد. کدام عبارت زیر درست است؟

- (۱)  $f$  تابعی فرد است. (۲)  $f$  تابعی زوج است.

(۳)  $f$  تابعی متناوب با دوره‌ی تناوب ۲ است. (۴)  $f$  تابعی متناوب با دوره‌ی تناوب ۴ است.

۱۸) مقدار  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{4}^+} \frac{16x - \lfloor -\frac{2}{x^2} \rfloor}{24x + \lfloor \frac{3}{x^2} \rfloor}$ ، کدام است؟ ( $\lfloor \cdot \rfloor$  نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $-\infty$  (۲)  $+\infty$  (۳) صفر (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۹) اگر تابع  $f(x) = \frac{x^3 - 5x + 4}{(x-a)(4x^2 - 4x + 1)}$ ، فقط دارای دو مجانب باشد، مجموع مقادیر ممکن برای  $a$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۲

۲۰) تعداد نقاط ناپیوستگی تابع  $f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin^{2n}(x)$ ، در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۲۱) فرض کنید  $f(x) = \sin^n(x^2)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f'(x)}{(1 - \cos(x))^m} = 32\sqrt{2}$ ، مقدار  $2m + n$ ، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۱

۲۲) از محل تقاطع نمودار منحنی  $f(x) = \sqrt{x} + 2$  با وارون آن دو خط مماس یکی بر  $f$  و دیگری بر  $f^{-1}$  رسم می‌کنیم. اگر  $\alpha$  زاویه‌ی حاده‌ی بین دو خط مماس باشد، مقدار  $\sin(2\alpha)$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{15}$  (۲)  $\frac{8}{15}$  (۳)  $\frac{225}{289}$  (۴)  $\frac{240}{289}$

۲۳) مجموعه مقادیری از اعداد حقیقی که در آن تابع  $f(x) = 3\sqrt{x} + |x|$  صعودی باشد، کدام است؟

- (۱)  $[-1, \infty)$  (۲)  $(-\infty, \infty)$  (۳)  $[-1, 0) \cup (0, \infty)$  (۴)  $[-3\sqrt{3}, 0]$

۲۴) تعداد بازه‌هایی که تابع  $f(x) = \frac{x^4 - 3}{x^2 - 2}$ ،  $x \in (-2, 2)$ ، در آن‌ها اکیداً نزولی باشد، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۵) فرض کنید  $A$  و  $B$  نقاط مینیمم نسبی و  $C$  و  $D$  نقاط عطف تابع  $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$  باشند. زاویه‌ی بین پاره‌خط‌های  $AB$  و  $CD$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴) ۶۰

۳.۳.۷ سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)

(۲۶) نمودار تابع  $y = 2^{|\sin x|}$  را ابتدا به اندازه  $\frac{\pi}{4}$  در امتداد محور  $x$  ها در جهت مثبت و سپس  $\frac{3}{4}$  در امتداد محور  $y$  ها در جهت منفی انتقال می دهیم. تعداد محل تقاطع نمودار حاصل با محور  $x$  ها در فاصله  $[0, \pi]$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

(۲۷) قرینه نمودار تابع  $y = 2 + \sqrt{x-1}$  را نسبت به خط  $y = x$  رسم کرده و سپس نمودار حاصل را ۲ واحد در جهت مثبت محور  $x$  ها و ۳ واحد در جهت منفی محور  $y$  ها انتقال می دهیم و آن را  $y = g(x)$  می نامیم. مقدار  $g(4)$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۴

(۲۸) تعداد جواب های معادله  $\cos^2(x) - \sin^2(x) \cos(3x) = 1$  در فاصله  $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۶

(۲۹) مقدار  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left( \sqrt{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1}} \right)$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $\sqrt{2}$

(۳۰) تعداد نقاط اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1} |x^2 - 4|$ ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

(۳۱) قرینه نقطه  $A$  واقع بر سهمی  $f(x) = x^2$  را نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم صفحه  $xy$  مختصات تعیین کرده و آن را  $A'$  می نامیم. اگر طول نقطه  $A$  بین دو طول متوالی از محل تقاطع تابع  $f$  با خط نیمساز مورد نظر باشد، ماکزیمم طول پاره خط  $AA'$ ، کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{8}$

(۳۲) فرض کنید  $f(x) = (x[x^2 + \frac{1}{4}])^2 + 1$  و  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ . مقدار مشتق تابع  $f \circ g$  در  $x = \frac{3}{\sqrt{8}}$ ، چند برابر  $(-128\sqrt{2})$  است؟

- (۱) -۴ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

(۳۳) فرض کنید  $g(x) = ax^2 + bx + c$ ،  $(a \neq 0)$  و  $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \geq k \\ g'(x) & x < k \end{cases}$  باشد. اگر  $f$  یک تابع مشتق پذیر باشد، حداکثر مقدار  $k$  به شرط  $b + c = a$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

(۳۴) حداکثر مساحت جانبی استوانه ای که درون یک کره به شعاع  $4\sqrt{3}$  محاط می شود، کدام است؟

- (۱)  $32\pi$  (۲)  $64\pi$  (۳)  $\frac{256\pi}{3}$  (۴)  $\frac{512\pi}{3}$



۴.۳.۷ سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)

۳۵) تابع  $y = 2^x + |x|$  را ۳ واحد در امتداد محور  $x$  ها در جهت منفی و سپس در امتداد محور  $y$  ها ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. منحنی حاصل، محور  $x$  ها را با کدام طول، قطع می‌کند؟

- (۱)  $-\frac{5}{2}$       (۲)  $-\frac{3}{2}$       (۳)  $\frac{5}{2}$       (۴)  $\frac{7}{2}$

۳۶) تعداد جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $5 \sin^2(x) + 2 \cos(3x) = -2$  در فاصله‌ی  $[-\pi, \pi]$ ، کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۵      (۴) ۷

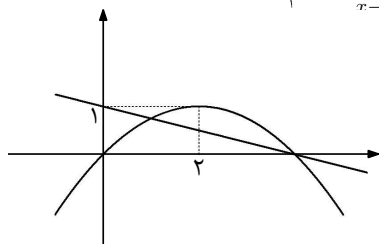
۳۷) تابع متناوب  $f(x) = \begin{cases} x & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & ; 1 < x \leq 2 \end{cases}$  را که دوره‌ی تناوب آن ۲ است، در نظر بگیرید. مساحت ناحیه‌ی محصور به منحنی  $f$  و محور  $x$  ها در بازه‌ی  $[-\frac{5}{75}, \frac{3}{25}]$ ، کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳)  $\frac{3}{5}$       (۴) ۴

۳۸) مقدار  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 1} - x^2}{x}$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$       (۲) ۱      (۳) صفر      (۴) -۱

۳۹) نمودار تابع سهمی  $f$  و خط راست  $g$  در شکل زیر داده شده است. مقدار  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{f(x) + g(x)}{4 - x}$ ، کدام است؟



- (۱)  $-\frac{3}{2}$       (۲)  $-\frac{5}{4}$       (۳)  $\frac{5}{4}$       (۴)  $\frac{3}{2}$

۴۰) تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$  را در نظر بگیرید. شیب خط مماس بر منحنی  $f^{-1}(x)$  در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن، کدام است؟

- (۱) ۱۲      (۲) ۸      (۳) -۸      (۴) -۱۲

۴۱) مینیمم مطلق تابع  $f(x) = x|3 - x^2|$  در بازه‌ی  $[-\frac{1}{5}, \sqrt{3}]$ ، کدام است؟

- (۱)  $-\frac{9}{4}$       (۲) -۲      (۳)  $-\sqrt{3}$       (۴)  $-\frac{9}{8}$

۴۲) قرینه‌ی نقطه‌ی  $A$  واقع بر منحنی  $f(x) = \sqrt{-x}$  را در دامنه‌ی  $[0, 1]$  نسبت به نیمساز ناحیه‌ی دوم و چهارم صفحه‌ی مختصات تعیین و آن را  $A'$  می‌نامیم. ماکزیمم طول پاره‌خط  $AA'$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3\sqrt{6}}$       (۲)  $\frac{4}{3\sqrt{6}}$       (۳)  $\frac{2}{3\sqrt{2}}$       (۴)  $\frac{4}{3\sqrt{2}}$

۴۳) فرض کنید  $f(x) = (x[x])^3$  و  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ . مقدار مشتق چپ تابع  $f \circ g$  در  $x = \frac{\sqrt{5}}{2}$  چند برابر  $(-48\sqrt{5})$  است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۴      (۴) ۸

(۴۴) فرض کنید  $g(x) = ax^2 + 5x + b$  . اگر  $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \leq 2 \\ g'(x) & x > 2 \end{cases}$  مشتق پذیر باشد، مقدار  $a + b$  ، کدام است؟

$\frac{15}{2}$  (۴)

$\frac{5}{2}$  (۳)

$-\frac{5}{2}$  (۲)

$-\frac{15}{2}$  (۱)

(۴۵) کوتاهترین فاصله‌ی سهمی  $y^2 = 4x$  از نقطه‌ی  $M(3, 0)$  ، کدام است؟

۳ (۴)

$2\sqrt{2}$  (۳)

$\frac{3}{2}$  (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)

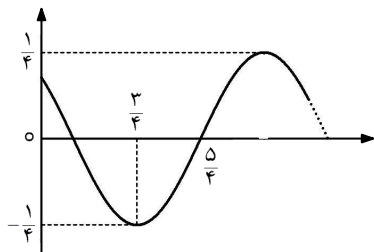
۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۵	۱	۴	۳	۲	۳	۲	۵	۴	۴	۲	۳	۳	۴	۲	۳	۳	۲	۲	۴	۱	۴	۴	۳

۵۰	۴۹	۴۸	۴۷	۴۶	۴۵	۴۴	۴۳	۴۲	۴۱	۴۰	۳۹	۳۸	۳۷	۳۶	۳۵	۳۴	۳۳	۳۲	۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	۲۶
					۳	۱	۴	۲	۲	۴	۳	۴	۱	۲	۱	۲	۳	۴	۳	۲	۴	۳	۳	۳

۱.۴.۷ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) چند جمله‌ای  $16a + 3x^5 + x^6 + 2x^{2n} + x^{2n+1} = p(x)$ ، به ازای هر عدد طبیعی  $n$  بر  $x + 2$  بخش پذیر است. برای  $n = 1$ ، باقی مانده تقسیم  $p(x)$  بر  $x^2 + 2x - 3$  کدام است؟

- (۱)  $-15x + 24$       (۲)  $-15x + 44$       (۳)  $-5x + 34$       (۴)  $-5x + 44$



(۲) شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \cos(bx + c)$  را نشان می‌دهد. اگر  $0 < c < \pi$  و  $b > 0$  باشد، مقدار  $\frac{ac}{b}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{16}$   
(۲)  $1$   
(۳)  $\frac{1}{4\pi}$   
(۴)  $\pi$

(۳) مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی  $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$  در بازه  $[-\pi, 2\pi]$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{3}$       (۲)  $\frac{7\pi}{3}$       (۳)  $\frac{9\pi}{4}$       (۴)  $\frac{11\pi}{6}$

(۴) حاصل  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3x+4}}{1 + \sqrt{x}}$  کدام است؟

- (۱)  $3$       (۲)  $\frac{1}{4}$       (۳)  $-2$       (۴)  $-\frac{3}{4}$

(۵) تابع  $f(x) = \frac{|ax+1| + 2x}{|x|+b}$  دارای دو مجانب افقی و دو مجانب قائم است. اگر هر ریشه منخرج با یکی از حدهای تابع در بی نهایت برابر باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $-3$       (۲)  $1$       (۳)  $-\frac{1}{4}$       (۴)  $\frac{1}{4}$

(۶) در نقطه تلاقی منحنی‌های  $f(x) = \sin x + \frac{1}{4} \cos x$  و  $g(x) = \frac{3}{4} \sin x$  در بازه  $[0, \pi]$  خط مماسی بر منحنی  $f(x)$  رسم می‌شود. این خط، محور  $x$  ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱)  $\frac{\pi}{4} - 1$       (۲)  $\frac{\pi}{4} - 3$       (۳)  $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{8}$       (۴)  $\frac{\pi}{4} + \frac{3}{8}$

(۷) تابع  $f$  مشتق پذیر و با دوره تناوب ۵ است. اگر  $f'(-1) = \frac{3}{4}$  و  $g(x) = f(x+1) + f(3x+10)$  باشد، حاصل  $g'(-2)$  کدام است؟

- (۱)  $3$       (۲)  $\frac{7}{2}$       (۳)  $6$       (۴)  $\frac{13}{2}$

(۸) اگر  $f(x) = (x-4)\sqrt{x+3}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{h(5-h)}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{13}{30}$       (۲)  $-\frac{5}{12}$       (۳)  $\frac{5}{6}$       (۴)  $\frac{13}{15}$

۹) نقطه‌ی  $A(-1, 1)$  اکستریم نسبی تابع  $y = x^2|x| + 3ax^2 + b$  است. مقدار  $\frac{b}{a}$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳) ۳ (۴)  $\frac{1}{3}$

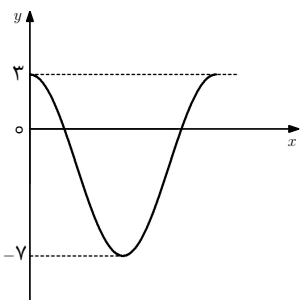
۱۰) محل تلاقی مجانب‌های تابع هموگرافیک  $y = \frac{ax+3}{(a+1)x+(a-1)}$ ، نقطه مینیمم تابع  $y = \frac{5}{6}x^2 + x + \frac{3}{4}$  است. نمودار این تابع هموگرافیک، محور  $x$  ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $-\frac{3}{4}$

### ۲.۴.۷ سوالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

۱۱) باقی مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای  $f(x)$  بر  $p(x) = x^2 + 4x + 5$  برابر  $x + 2$  است. اگر  $f(1) = 13$  و  $f(-1) = 11$  باشد، خارج قسمت این تقسیم کدام مورد می‌تواند باشد؟

- (۱)  $-x + 2$  (۲)  $2x - 1$  (۳)  $3x - 2$  (۴)  $-2x + 3$



۱۲) شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \cos x + b$  را نشان می‌دهد. مقدار  $f(\frac{\pi}{4})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{11}{2}$  (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{11}{2}$

۱۳) مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی  $\sin(x + \frac{\pi}{4}) \cos(x - \frac{\pi}{4}) = 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{2}$  (۲)  $\frac{3\pi}{2}$  (۳)  $\frac{\pi}{4}$  (۴)  $\frac{5\pi}{4}$

۱۴) حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2-3x} - \sqrt{2-5x}}{\sqrt{2-2\cos x}}$  کدام است؟

- (۱)  $-\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۵) نقطه‌ی  $A(-\frac{1}{4}, 3)$  محل تلاقی مجانب‌های نمودار  $y = \frac{bx^2 + 7}{4x^2 + ax + 1}$  مقدار  $\frac{b}{a}$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴) ۱

۱۶) در کدام نقطه از منحنی  $y = x^2 - 4x + 5$ ، خط مماس بر منحنی، بر  $6y - 3x = 1$  عمود است؟

- (۱)  $(-2, 17)$  (۲)  $(-1, 10)$  (۳)  $(1, 2)$  (۴)  $(2, 1)$

۱۷) اگر  $f$  تابع مشتق‌پذیر،  $g(x) = f(\tan^2 x + \sqrt{2} \cos x)$  و  $g'(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}$  باشد، مقدار  $f'(2)$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\sqrt{3}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۸) در بازه  $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع  $y = \sin x \cos 2x$  چند برابر آهنگ متوسط تغییر تابع  $y = \sin^2 x - \cos^2 x$  است؟

- ۱) (-1)      ۲) ۱      ۳)  $-\frac{1}{2}$       ۴)  $\frac{1}{2}$

۱۹) نقاط  $A(0, 0)$  و  $B(1, 1)$  نقاط اکسترمم نسبی تابع  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  هستند. حاصل  $ab$  کدام است؟

- ۱) (-3)      ۲) (-6)      ۳) 3      ۴) 6

### ۳.۴.۷ سوالات رشته تجربی (داخل کشور)

۲۰) نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = 4x - x^2$  را در امتداد محور  $x$  ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $f$ ، از مبدأ مختصات کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳)  $2\sqrt{5}$       ۴)  $\sqrt{10}$

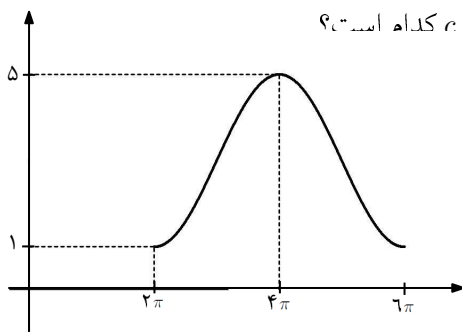
۲۱) تابع  $f(x) = (-9 + k^2)x^3 + 5$  اکیداً نزولی است. مجموع مقادیر صحیح  $k$ ، چقدر است؟

- ۱) صفر      ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) 6

۲۲) تعداد جواب های معادله مثلثاتی  $8 \cos x - \tan^2 x = 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

- ۱) ۵      ۲) ۴      ۳) ۳      ۴) ۲

۲۳) شکل زیر، نمودار تابع  $y = c + a \cos bx$  را در یک دوره تناوب نشان می دهد. مقدار  $c$  کدام است؟



- ۱) ۵      ۲) ۴      ۳) ۳      ۴) ۱

۲۴) اگر  $g(x) = \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{|x - 1|}$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - [x])g(x) = 6$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  کدام است؟

- ۱) (-1)      ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) (-2)

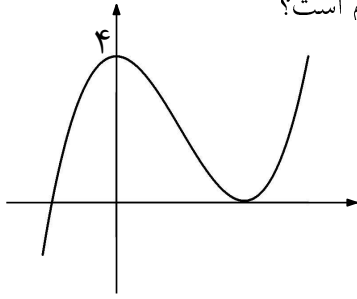
۲۵) اگر  $f(x) = x \left( \sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^3$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{27}$       ۲)  $\frac{1}{9}$       ۳)  $\frac{2}{9}$       ۴)  $\frac{3}{14}$

۲۶) معادله خط مماس بر نمودار  $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + 3}$  در نقطه ای به طول واحد بر روی نمودار، به صورت  $4y - 3x = n$  است. مقدار  $m + n$  چقدر است؟

- ۱) (-3)      ۲) (-2)      ۳) ۲      ۴) ۳

۲۷) نمودار  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  به صورت زیر است. طول نقطه مینیمم نسبی تابع، کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{2}$
- (۲)  $\frac{1}{3}$
- (۳)  $\frac{2}{3}$
- (۴)  $\frac{3}{4}$

۲۸) از بین مخروط‌های حاصل که از دوران پاره خط  $AB$  با اندازه  $3\sqrt{3}$  حول خط  $L$  به دست می‌آیند، ارتفاع مخروطی با بیشترین حجم، کدام است؟ (فقط نقطه  $A$  روی خط  $L$  واقع است.)

- (۱) ۶
- (۲) ۳
- (۳)  $2\sqrt{3}$
- (۴)  $\sqrt{3}$

#### ۴.۴.۷ سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)

۲۹) نمودار تابع  $f(x) = \frac{1}{x}$  را در امتداد محور  $x$  ها، ۱ واحد در جهت مثبت و سپس قرینه آن نسبت به محور  $x$  ها را در امتداد محور  $y$  ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $f$ ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۲)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- (۳)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- (۴)  $\frac{\sqrt{10}}{2}$

۳۰) تابع  $f$  روی  $\mathbb{R}$  اکیداً نزولی است. اگر  $f(3) = 0$  باشد، دامنه  $g(x) = \sqrt{x^2 f(x)}$  شامل چند عدد صحیح نامنفی است؟

- (۱) صفر
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

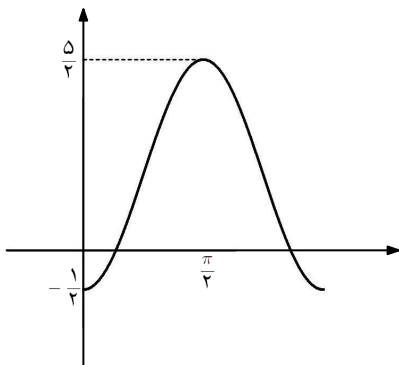
۳۱) اگر  $10(\sin x + \cos x) = 6\sqrt{5}$  باشد، مقدار  $\tan x$  کدام عدد می‌تواند باشد؟

- (۱)  $-\frac{1}{3}$
- (۲) -۲
- (۳)  $\frac{1}{2}$
- (۴) ۳

۳۲) تعداد جواب‌های معادله  $\sin(x + \frac{\pi}{4}) \cos(x - \frac{\pi}{4}) = 1$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۳۳) شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $y = c + a \cos bx$  را نشان می‌دهد. مقدار  $ac$  کدام است؟



- (۱) -۵
- (۲) -۳
- (۳)  $-\frac{5}{2}$
- (۴)  $-\frac{3}{2}$

۳۴) اگر  $f(x) = \sqrt{ax^2 + x + 1}$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x+2} = \frac{1}{2}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \left[ \frac{1}{x} \right] f(x)$  چقدر است؟

- (۱)  $-\frac{1}{2}$
- (۲) ۱
- (۳)  $\frac{1}{2}$
- (۴) -۱

۳۵) اگر  $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{2x^2 + x - 1}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 1}{2(x-1)}$  کدام است؟

- ۱ (۴)                       $\frac{1}{2}$  (۳)                       $-\frac{1}{2}$  (۲)                      -۱ (۱)

۳۶) اگر  $y = 2x + b$  بر نمودار  $y = \frac{x+a}{ax+1}$  در نقطه‌ای به طول واحد مماس باشد، مقدار  $a - b$  کدام است؟

- ۱ (۴)                       $-\frac{2}{3}$  (۳)                       $\frac{1}{2}$  (۲)                      صفر (۱)

۳۷) نمودار تابع  $y = x^3 + ax^2 - 2bx - 4$  در نقاطی به طول صفر و -۲ دارای اکسترمم نسبی است. فاصله بین نقاط اکسترمم نسبی این تابع، چقدر است؟

- $2\sqrt{101}$  (۴)                       $2\sqrt{15}$  (۳)                       $2\sqrt{11}$  (۲)                       $2\sqrt{5}$  (۱)

۳۸) در ساخت قوطی‌های حلبی در باز به شکل مکعب مستطیل با قاعده مربع و حجم ۴ واحد مکعب، حداقل حلب استفاده شده در هر قوطی، چند واحد مربع است؟

- ۸ (۴)                      ۱۰ (۳)                      ۱۲ (۲)                      ۱۴ (۱)

۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۳	۱	۴	۱	۴	۲	۱	۴	۳	۱	۳	۲	۱	۴	۴	۱	۲	۳	۲	۱	۴	۳	۱	۴

۵۰	۴۹	۴۸	۴۷	۴۶	۴۵	۴۴	۴۳	۴۲	۴۱	۴۰	۳۹	۳۸	۳۷	۳۶	۳۵	۳۴	۳۳	۳۲	۳۱	۳۰	۲۹	۲۸	۲۷	۲۶
												۲	۱	۳	۲	۱	۴	۲	۳	۴	۴	۲	۲	۴





فصل ۸

پاسخنامه

୧-୧୦୧	୧-୨୬୧	୨-୨୨୧	୨-୨୮୧	୨-୨୯୧	୨-୨୦୧	୧-୧୭୧	୧-୧୨୧	୨-୮୧	୧-୯୧	୨-୧
୨-୧୦୨	୧-୨୬୨	୨-୨୨୨	୧-୨୮୨	୧-୨୯୨	୧-୨୦୨	୧-୧୭୨	୧-୧୨୨	୨-୮୨	୧-୯୨	୨-୨
୧-୧୦୩	୨-୨୬୩	୨-୨୨୩	୨-୨୮୩	୧-୨୯୩	୨-୨୦୩	୧-୧୭୩	୧-୧୨୩	୨-୮୩	୨-୯୩	୨-୩
୨-୧୦୪	୧-୨୬୪	୨-୨୨୪	୨-୨୮୪	୨-୨୯୪	୨-୨୦୪	୨-୧୭୪	୧-୧୨୪	୧-୮୪	୨-୯୪	୨-୪
୨-୧୦୫	୧-୨୬୫	୨-୨୨୫	୧-୨୮୫	୨-୨୯୫	୧-୨୦୫	୨-୧୭୫	୧-୧୨୫	୨-୮୫	୧-୯୫	୧-୫
୨-୧୦୬	୨-୨୬୬	୨-୨୨୬	୧-୨୮୬	୨-୨୯୬	୧-୨୦୬	୨-୧୭୬	୧-୧୨୬	୧-୮୬	୧-୯୬	୧-୬
୨-୧୦୭	୨-୨୬୭	୧-୨୨୭	୧-୨୮୭	୨-୨୯୭	୨-୨୦୭	୨-୧୭୭	୨-୧୨୭	୨-୮୭	୨-୯୭	୨-୭
୧-୧୦୮	୧-୨୬୮	୧-୨୨୮	୨-୨୮୮	୨-୨୯୮	୧-୨୦୮	୨-୧୭୮	୨-୧୨୮	୨-୮୮	୧-୯୮	୨-୮
୧-୧୦୯	୧-୨୬୯	୨-୨୨୯	୨-୨୮୯	୧-୨୯୯	୨-୨୦୯	୧-୧୭୯	୧-୧୨୯	୧-୮୯	୧-୯୯	୧-୯
୧-୧୧୦	୨-୨୭୦	୧-୨୩୦	୨-୨୯୦	୨-୨୫୦	୨-୨୧୦	୨-୧୭୦	୨-୧୩୦	୧-୯୦	୧-୫୦	୨-୧୦
୨-୧୧୧	୨-୨୭୧	୨-୨୩୧	୨-୨୯୧	୧-୨୫୧	୧-୨୧୧	୨-୧୭୧	୧-୧୩୧	୨-୯୧	୨-୫୧	୨-୧୧
୨-୧୧୨	୨-୨୭୨	୧-୨୩୨	୨-୨୯୨	୧-୨୫୨	୧-୨୧୨	୨-୧୭୨	୧-୧୩୨	୧-୯୨	୨-୫୨	୧-୧୨
୨-୧୧୩	୧-୨୭୩	୧-୨୩୩	୨-୨୯୩	୧-୨୫୩	୧-୨୧୩	୨-୧୭୩	୨-୧୩୩	୨-୯୩	୨-୫୩	୧-୧୩
୨-୧୧୪	୨-୨୭୪	୧-୨୩୪	୨-୨୯୪	୨-୨୫୪	୨-୨୧୪	୧-୧୭୪	୧-୧୩୪	୧-୯୪	୧-୫୪	୧-୧୪
୨-୧୧୫	୨-୨୭୫	୧-୨୩୫	୨-୨୯୫	୧-୨୫୫	୨-୨୧୫	୧-୧୭୫	୨-୧୩୫	୧-୯୫	୧-୫୫	୧-୧୫
୧-୧୧୬	୧-୨୭୬	୧-୨୩୬	୨-୨୯୬	୨-୨୫୬	୨-୨୧୬	୧-୧୭୬	୧-୧୩୬	୨-୯୬	୨-୫୬	୨-୧୬
୨-୧୧୭	୨-୨୭୭	୧-୨୩୭	୧-୨୯୭	୨-୨୫୭	୧-୨୧୭	୧-୧୭୭	୧-୧୩୭	୨-୯୭	୨-୫୭	୧-୧୭
୨-୧୧୮	୧-୨୭୮	୨-୨୩୮	୧-୨୯୮	୨-୨୫୮	୨-୨୧୮	୧-୧୭୮	୨-୧୩୮	୨-୯୮	୨-୫୮	୧-୧୮
୧-୧୧୯	୨-୨୭୯	୧-୨୩୯	୧-୨୯୯	୨-୨୫୯	୨-୨୧୯	୧-୧୭୯	୨-୧୩୯	୨-୯୯	୨-୫୯	୧-୧୯
୧-୧୨୦	୧-୨୮୦	୨-୨୪୦	୨-୩୦୦	୨-୨୬୦	୧-୨୨୦	୧-୧୮୦	୧-୧୪୦	୨-୧୦୦	୧-୬୦	୨-୨୦
୨-୧୨୧	୨-୨୮୧	୧-୨୪୧	୧-୩୦୧	୧-୨୬୧	୧-୨୨୧	୧-୧୮୧	୨-୧୪୧	୨-୧୦୧	୧-୬୧	୧-୨୧
୨-୧୨୨	୧-୨୮୨	୨-୨୪୨	୨-୩୦୨	୧-୨୬୨	୧-୨୨୨	୨-୧୮୨	୨-୧୪୨	୧-୧୦୨	୨-୬୨	୨-୨୨
୨-୧୨୩	୧-୨୮୩	୨-୨୪୩	୨-୩୦୩	୧-୨୬୩	୧-୨୨୩	୨-୧୮୩	୧-୧୪୩	୧-୧୦୩	୨-୬୩	୨-୨୩
୧-୧୨୪	୧-୨୮୪	୨-୨୪୪	୧-୩୦୪	୨-୨୬୪	୨-୨୨୪	୧-୧୮୪	୧-୧୪୪	୧-୧୦୪	୨-୬୪	୧-୨୪
୨-୧୨୫	୨-୨୮୫	୨-୨୪୫	୨-୩୦୫	୧-୨୬୫	୨-୨୨୫	୨-୧୮୫	୧-୧୪୫	୧-୧୦୫	୨-୬୫	୨-୨୫
୧-୧୨୬	୧-୨୮୬	୨-୨୪୬	୨-୩୦୬	୨-୨୬୬	୨-୨୨୬	୧-୧୮୬	୧-୧୪୬	୧-୧୦୬	୧-୬୬	୨-୨୬
୨-୧୨୭	୨-୨୮୭	୧-୨୪୭	୧-୩୦୭	୧-୨୬୭	୨-୨୨୭	୨-୧୮୭	୧-୧୪୭	୧-୧୦୭	୧-୬୭	୨-୨୭
୨-୧୨୮	୨-୨୮୮	୨-୨୪୮	୨-୩୦୮	୧-୨୬୮	୧-୨୨୮	୧-୧୮୮	୨-୧୪୮	୧-୧୦୮	୧-୬୮	୨-୨୮
୨-୧୨୯	୨-୨୮୯	୧-୨୪୯	୧-୩୦୯	୧-୨୬୯	୨-୨୨୯	୨-୧୮୯	୧-୧୪୯	୨-୧୦୯	୨-୬୯	୧-୨୯
୨-୧୩୦	୧-୨୯୦	୧-୨୫୦	୨-୩୧୦	୨-୨୭୦	୧-୨୩୦	୨-୧୯୦	୨-୧୧୦	୧-୧୧୦	୨-୭୦	୧-୩୦
୧-୧୩୧	୨-୨୯୧	୧-୨୫୧	୧-୩୧୧	୧-୨୭୧	୨-୨୩୧	୨-୧୯୧	୨-୧୧୧	୧-୧୧୧	୨-୭୧	୨-୩୧
୨-୧୩୨	୨-୨୯୨	୧-୨୫୨	୧-୩୧୨	୨-୨୭୨	୧-୨୩୨	୨-୧୯୨	୨-୧୧୨	୨-୧୧୨	୨-୭୨	୧-୩୨
୨-୧୩୩	୨-୨୯୩	୨-୨୫୩	୧-୩୧୩	୨-୨୭୩	୧-୨୩୩	୧-୧୯୩	୨-୧୧୩	୨-୧୧୩	୨-୭୩	୧-୩୩
୨-୧୩୪	୨-୨୯୪	୨-୨୫୪	୨-୩୧୪	୨-୨୭୪	୧-୨୩୪	୨-୧୯୪	୧-୧୧୪	୨-୧୧୪	୧-୭୪	୨-୩୪
୧-୧୩୫	୨-୨୯୫	୨-୨୫୫	୧-୩୧୫	୨-୨୭୫	୧-୨୩୫	୧-୧୯୫	୧-୧୧୫	୨-୧୧୫	୨-୭୫	୨-୩୫
୧-୧୩୬	୨-୨୯୬	୨-୨୫୬	୨-୩୧୬	୧-୨୭୬	୨-୨୩୬	୨-୧୯୬	୧-୧୧୬	୨-୧୧୬	୧-୭୬	୨-୩୬
୨-୧୩୭	୧-୨୯୭	୧-୨୫୭	୨-୩୧୭	୨-୨୭୭	୨-୨୩୭	୨-୧୯୭	୨-୧୧୭	୧-୧୧୭	୧-୭୭	୧-୩୭
୨-୧୩୮	୨-୨୯୮	୧-୨୫୮	୨-୩୧୮	୨-୨୭୮	୧-୨୩୮	୧-୧୯୮	୨-୧୧୮	୧-୧୧୮	୨-୭୮	୨-୩୮
୨-୧୩୯	୨-୨୯୯	୨-୨୫୯	୧-୩୧୯	୧-୨୭୯	୨-୨୩୯	୧-୧୯୯	୨-୧୧୯	୧-୧୧୯	୨-୭୯	୨-୩୯
୧-୧୪୦	୨-୩୦୦	୧-୨୬୦	୨-୩୨୦	୧-୨୮୦	୨-୨୪୦	୧-୨୦୦	୧-୧୬୦	୨-୮୦	୧-୪୦	୧-୪୦

-۸۴۱	-۸۰۱	-۷۶۱	-۷۲۱	-۶۸۱	-۶۴۱	-۶۰۱	-۵۶۱	-۵۲۱	-۴۸۱	۴-۴۴۱
-۸۴۲	-۸۰۲	-۷۶۲	-۷۲۲	-۶۸۲	-۶۴۲	-۶۰۲	-۵۶۲	-۵۲۲	-۴۸۲	۳-۴۴۲
-۸۴۳	-۸۰۳	-۷۶۳	-۷۲۳	-۶۸۳	-۶۴۳	-۶۰۳	-۵۶۳	-۵۲۳	-۴۸۳	۲-۴۴۳
-۸۴۴	-۸۰۴	-۷۶۴	-۷۲۴	-۶۸۴	-۶۴۴	-۶۰۴	-۵۶۴	-۵۲۴	-۴۸۴	۳-۴۴۴
-۸۴۵	-۸۰۵	-۷۶۵	-۷۲۵	-۶۸۵	-۶۴۵	-۶۰۵	-۵۶۵	-۵۲۵	-۴۸۵	-۴۴۵
-۸۴۶	-۸۰۶	-۷۶۶	-۷۲۶	-۶۸۶	-۶۴۶	-۶۰۶	-۵۶۶	-۵۲۶	-۴۸۶	-۴۴۶
-۸۴۷	-۸۰۷	-۷۶۷	-۷۲۷	-۶۸۷	-۶۴۷	-۶۰۷	-۵۶۷	-۵۲۷	-۴۸۷	-۴۴۷
-۸۴۸	-۸۰۸	-۷۶۸	-۷۲۸	-۶۸۸	-۶۴۸	-۶۰۸	-۵۶۸	-۵۲۸	-۴۸۸	-۴۴۸
-۸۴۹	-۸۰۹	-۷۶۹	-۷۲۹	-۶۸۹	-۶۴۹	-۶۰۹	-۵۶۹	-۵۲۹	-۴۸۹	-۴۴۹
-۸۵۰	-۸۱۰	-۷۷۰	-۷۳۰	-۶۹۰	-۶۵۰	-۶۱۰	-۵۷۰	-۵۳۰	-۴۹۰	-۴۵۰
-۸۵۱	-۸۱۱	-۷۷۱	-۷۳۱	-۶۹۱	-۶۵۱	-۶۱۱	-۵۷۱	-۵۳۱	-۴۹۱	-۴۵۱
-۸۵۲	-۸۱۲	-۷۷۲	-۷۳۲	-۶۹۲	-۶۵۲	-۶۱۲	-۵۷۲	-۵۳۲	-۴۹۲	-۴۵۲
-۸۵۳	-۸۱۳	-۷۷۳	-۷۳۳	-۶۹۳	-۶۵۳	-۶۱۳	-۵۷۳	-۵۳۳	-۴۹۳	-۴۵۳
-۸۵۴	-۸۱۴	-۷۷۴	-۷۳۴	-۶۹۴	-۶۵۴	-۶۱۴	-۵۷۴	-۵۳۴	-۴۹۴	-۴۵۴
-۸۵۵	-۸۱۵	-۷۷۵	-۷۳۵	-۶۹۵	-۶۵۵	-۶۱۵	-۵۷۵	-۵۳۵	-۴۹۵	-۴۵۵
-۸۵۶	-۸۱۶	-۷۷۶	-۷۳۶	-۶۹۶	-۶۵۶	-۶۱۶	-۵۷۶	-۵۳۶	-۴۹۶	-۴۵۶
-۸۵۷	-۸۱۷	-۷۷۷	-۷۳۷	-۶۹۷	-۶۵۷	-۶۱۷	-۵۷۷	-۵۳۷	-۴۹۷	-۴۵۷
-۸۵۸	-۸۱۸	-۷۷۸	-۷۳۸	-۶۹۸	-۶۵۸	-۶۱۸	-۵۷۸	-۵۳۸	-۴۹۸	-۴۵۸
-۸۵۹	-۸۱۹	-۷۷۹	-۷۳۹	-۶۹۹	-۶۵۹	-۶۱۹	-۵۷۹	-۵۳۹	-۴۹۹	-۴۵۹
-۸۶۰	-۸۲۰	-۷۸۰	-۷۴۰	-۷۰۰	-۶۶۰	-۶۲۰	-۵۸۰	-۵۴۰	-۵۰۰	-۴۶۰
-۸۶۱	-۸۲۱	-۷۸۱	-۷۴۱	-۷۰۱	-۶۶۱	-۶۲۱	-۵۸۱	-۵۴۱	-۵۰۱	-۴۶۱
-۸۶۲	-۸۲۲	-۷۸۲	-۷۴۲	-۷۰۲	-۶۶۲	-۶۲۲	-۵۸۲	-۵۴۲	-۵۰۲	-۴۶۲
-۸۶۳	-۸۲۳	-۷۸۳	-۷۴۳	-۷۰۳	-۶۶۳	-۶۲۳	-۵۸۳	-۵۴۳	-۵۰۳	-۴۶۳
-۸۶۴	-۸۲۴	-۷۸۴	-۷۴۴	-۷۰۴	-۶۶۴	-۶۲۴	-۵۸۴	-۵۴۴	-۵۰۴	-۴۶۴
-۸۶۵	-۸۲۵	-۷۸۵	-۷۴۵	-۷۰۵	-۶۶۵	-۶۲۵	-۵۸۵	-۵۴۵	-۵۰۵	-۴۶۵
-۸۶۶	-۸۲۶	-۷۸۶	-۷۴۶	-۷۰۶	-۶۶۶	-۶۲۶	-۵۸۶	-۵۴۶	-۵۰۶	-۴۶۶
-۸۶۷	-۸۲۷	-۷۸۷	-۷۴۷	-۷۰۷	-۶۶۷	-۶۲۷	-۵۸۷	-۵۴۷	-۵۰۷	-۴۶۷
-۸۶۸	-۸۲۸	-۷۸۸	-۷۴۸	-۷۰۸	-۶۶۸	-۶۲۸	-۵۸۸	-۵۴۸	-۵۰۸	-۴۶۸
-۸۶۹	-۸۲۹	-۷۸۹	-۷۴۹	-۷۰۹	-۶۶۹	-۶۲۹	-۵۸۹	-۵۴۹	-۵۰۹	-۴۶۹
-۸۷۰	-۸۳۰	-۷۹۰	-۷۵۰	-۷۱۰	-۶۷۰	-۶۳۰	-۵۹۰	-۵۵۰	-۵۱۰	-۴۷۰
-۸۷۱	-۸۳۱	-۷۹۱	-۷۵۱	-۷۱۱	-۶۷۱	-۶۳۱	-۵۹۱	-۵۵۱	-۵۱۱	-۴۷۱
-۸۷۲	-۸۳۲	-۷۹۲	-۷۵۲	-۷۱۲	-۶۷۲	-۶۳۲	-۵۹۲	-۵۵۲	-۵۱۲	-۴۷۲
-۸۷۳	-۸۳۳	-۷۹۳	-۷۵۳	-۷۱۳	-۶۷۳	-۶۳۳	-۵۹۳	-۵۵۳	-۵۱۳	-۴۷۳
-۸۷۴	-۸۳۴	-۷۹۴	-۷۵۴	-۷۱۴	-۶۷۴	-۶۳۴	-۵۹۴	-۵۵۴	-۵۱۴	-۴۷۴
-۸۷۵	-۸۳۵	-۷۹۵	-۷۵۵	-۷۱۵	-۶۷۵	-۶۳۵	-۵۹۵	-۵۵۵	-۵۱۵	-۴۷۵
-۸۷۶	-۸۳۶	-۷۹۶	-۷۵۶	-۷۱۶	-۶۷۶	-۶۳۶	-۵۹۶	-۵۵۶	-۵۱۶	-۴۷۶
-۸۷۷	-۸۳۷	-۷۹۷	-۷۵۷	-۷۱۷	-۶۷۷	-۶۳۷	-۵۹۷	-۵۵۷	-۵۱۷	-۴۷۷
-۸۷۸	-۸۳۸	-۷۹۸	-۷۵۸	-۷۱۸	-۶۷۸	-۶۳۸	-۵۹۸	-۵۵۸	-۵۱۸	-۴۷۸
-۸۷۹	-۸۳۹	-۷۹۹	-۷۵۹	-۷۱۹	-۶۷۹	-۶۳۹	-۵۹۹	-۵۵۹	-۵۱۹	-۴۷۹
-۸۸۰	-۸۴۰	-۸۰۰	-۷۶۰	-۷۲۰	-۶۸۰	-۶۴۰	-۶۰۰	-۵۶۰	-۵۲۰	-۴۸۰