

با سلام و احترام حضور هنرآموزان و هنرجویان محترمی که از مجموعه حاضر استفاده می کنند.

اینجانب به عنوان تهیه کننده مجموعه حاضر از شما عزیزان تقاضا دارم که در صورت برخورد با هرگونه

مورد غلط در ارتباط با پاسخ مسایل یا داشتن هر نوع راه حل بهتری که به سایر استفاده کنندگان در یادگیری بهتر و

آسانتر این درس کمک بکنند، در صورت امکان به عنوان زکات علم خودتان مورد را از طریق ایمیل

zirmanloo@gmail.com به این جانب اطلاع دهید.

ارادتمند شما عزیزان

محمدزاده زیرمانلو

تمرین های فصل اول

محاسبات ذهنی

در حد امکان سعی کنید مسایل را به صورت ذهنی پاسخ دهید.

۱- حاصل ضرب های ۴۱ - ۲۰۰ - ۳۴ - ۱،۴۵۶ را در ۵۰ به صورت ذهنی محاسبه کنید.

$$۲۰۰ \times \frac{۱۰۰}{۲} = \frac{۲۰,۰۰۰}{۲} = ۱۰,۰۰۰$$

$$۴۱ \times \frac{۱۰۰}{۲} = \frac{۴,۱۰۰}{۲} = ۲,۰۵۰$$

$$۱,۴۵۶ \times \frac{۱۰۰}{۲} = \frac{۱۴۵,۶۰۰}{۲} = ۷۲,۸۰۰$$

$$۳۴ \times \frac{۱۰۰}{۲} = \frac{۳,۴۰۰}{۲} = ۱,۷۰۰$$

۲- حاصل ضرب های ۸۸ - ۹۷۲ - ۳۵۹ - ۱۴,۷۵۲ را در ۲۵۰ به صورت ذهنی محاسبه کنید.

$$۹۷۲ \times ۲۵۰ = ۹۷۲ \times \frac{۱,۰۰۰}{۴} = \frac{۹۷۲,۰۰۰}{۴} = ۲۴۳,۰۰۰$$

$$۸۸ \times ۲۵۰ = ۸۸ \times \frac{۱,۰۰۰}{۴} = \frac{۸۸,۰۰۰}{۴} = ۲۲,۰۰۰$$

$$۱۴,۷۵۲ \times ۲۵۰ = ۱۴,۷۵۲ \times \frac{۱,۰۰۰}{۴} = \frac{۱۴,۷۵۲,۰۰۰}{۴} = ۳,۶۸۸,۰۰۰$$

$$۳۵۹ \times ۲۵۰ = ۳۵۹ \times \frac{۱,۰۰۰}{۴} = \frac{۳۵۹,۰۰۰}{۴} = ۸۹,۷۵۰$$

۳- حاصل ضرب های زیر را به صورت ذهنی پاسخ دهید.

$$۱,۸۰۰ \times ۱,۸۰۰ = ۱۷ \times ۱۷۰ = ۱,۳۰۰ \times ۱۳۰ = ۱۹,۰۰۰ \times ۱۹ =$$

$$۹ \times ۹ = ۸۱$$

$$۱۹,۰۰۰ \times ۱۹ = (۱۹ \times ۱۹) \times ۱۰,۰۰۰ = ۹ + ۹ + ۸ = ۲۶ \Rightarrow ۳۶۱ \times ۱۰,۰۰۰ = ۳۶۱,۰۰۰$$

$$۱ \times ۱ + ۲ = ۳$$

$$۳ \times ۳ = ۹$$

$$۱,۳۰۰ \times ۱۳۰ = (۱۳ \times ۱۳) \times ۱۰,۰۰۰ = ۳ + ۳ = ۶ \Rightarrow ۱۶۹ \times ۱۰,۰۰۰ = ۱۶۹,۰۰۰$$

$$۱ \times ۱ = ۱$$

$$۷ \times ۷ = ۴۹$$

$$۱۷ \times ۱۷۰ = (۱۷ \times ۱۷) \times ۱۰ = ۷ + ۷ + ۴ = ۱۸ \Rightarrow ۲۸۹ \times ۱۰ = ۲۸۹۰$$

$$۱ \times ۱ + ۱ = ۲$$

$$۸ \times ۸ = ۶۴$$

$$۱,۸۰۰ \times ۱,۸۰۰ = (۱۸ \times ۱۸) \times ۱۰,۰۰۰ = ۸ + ۸ + ۶ = ۲۲ \Rightarrow ۳۲۴ \times ۱۰,۰۰۰ = ۳۲۴,۰۰۰$$

$$۱ \times ۱ + ۲ = ۳$$

۴- حاصل ضرب های زیر را به صورت ذهنی پاسخ دهید.

$$۶۵,۰۰۰ \times ۶۵,۰۰۰ = ۹,۵۰۰ \times ۹۵ = ۳۵ \times ۳۵۰ = ۱۵۰,۰۰۰ \times ۱,۵۰۰ =$$

$$۵ \times ۵ = ۲۵$$

$$(۱۵ \times ۱۵) \times ۱۰۰ \times ۱۰,۰۰۰ = (۱۵ \times ۱۵) \times ۱,۰۰۰,۰۰۰ = ۱ \times (۱ + ۱) = ۲ \times ۱,۰۰۰,۰۰۰ = ۲۲۵,۰۰۰,۰۰۰$$

$$۵ \times ۵ = ۲۵$$

$$(۳۵ \times ۳۵) \times ۱۰ = ۳ \times (۳ + ۱) = ۱۲ \times ۱۰ = ۱۲,۲۵۰$$

$$۵ \times ۵ = ۲۵$$

$$(۹۵ \times ۹۵) \times ۱۰۰ = ۹ \times (۹ + ۱) = ۹۰ \times ۱۰۰ = ۹,۰۲۵,۰۰۰$$

$$۵ \times ۵ = ۲۵$$

$$(۶۵ \times ۶۵) \times ۱,۰۰۰ \times ۱,۰۰۰ = (۶۵ \times ۶۵) \times ۱,۰۰۰,۰۰۰ = ۶ \times (۶ + ۱) = ۴۲ \times ۱,۰۰۰,۰۰۰ = ۴,۲۲۵,۰۰۰,۰۰۰$$

۵- اعداد داده شده را بر پنج (۵) تقسیم نموده پاسخ را به روش ذهنی بدست آورید.

$۲,۰۰۵ \quad \frac{۲,۰۰۵}{۵} = \frac{۲,۰۰۵ \times ۲}{۱۰} = \frac{۴,۰۱۰}{۱۰} = ۴۰۱$	$۶۷,۵۰۰ \quad \frac{۶۷,۵۰۰}{۵} = \frac{۶۷,۵۰۰ \times ۲}{۱۰} = \frac{۱۳۵,۰۰۰}{۱۰} = ۱۳,۵۰۰$
$۱۸۰ \quad \frac{۱۸۰}{۵} = \frac{۱۸۰ \times ۲}{۱۰} = \frac{۳۶۰}{۱۰} = ۳۶$	$۲,۳۵۵ \quad \frac{۲,۳۵۵}{۵} = \frac{۲۳۵۵ \times ۲}{۱۰} = \frac{۴,۷۱۰}{۱۰} = ۴۷۱$

۶- اعداد داده شده را بر ۲۵۰ تقسیم نموده و پاسخ را به روش ذهنی بدست آورید.

$۷۳۸,۷۵۰$	$\frac{۷۳۸,۷۵۰}{۲۵۰} = \frac{۷۳۸,۷۵۰ \times ۴}{۱,۰۰۰} = \frac{۲,۹۵۵,۰۰۰}{۱,۰۰۰} = ۲,۹۵۵$	$۳۹,۷۵۰$	$\frac{۳۹,۷۵۰}{۲۵۰} = \frac{۳۹,۷۵۰ \times ۴}{۱,۰۰۰} = \frac{۱۵۹,۰۰۰}{۱,۰۰۰} = ۱۵۹$
$۵۰,۰۰۰$	$\frac{۵۰,۰۰۰}{۲۵۰} = \frac{۵۰,۰۰۰ \times ۴}{۱,۰۰۰} = \frac{۲۰۰,۰۰۰}{۱,۰۰۰} = ۲۰$	$۴۴,۷۵۰$	$\frac{۴۴,۷۵۰}{۲۵۰} = \frac{۴۴,۷۵۰ \times ۴}{۱,۰۰۰} = \frac{۱۷۹,۰۰۰}{۱,۰۰۰} = ۱۷۹$

۷- با استفاده از اتحادهای اول، دوم و مزدوج حاصل ضرب های زیر را محاسبه نمایید.

$۵۰۰۳ \times ۵۰۰۳ =$	$۳,۹۹۸ \times ۳,۹۹۸ =$	$۱۰۷ \times ۹۳ =$
۹۹۹×۹۹۹	$۱۰,۰۰۱ \times ۱۰,۰۰۱ =$	$۲۰۱ \times ۱۹۹ =$

مزدوج $۱۰۷ \times ۹۳ = (۱۰۰ + ۷) \times (۱۰۰ - ۷) = (۱۰۰^۲ - ۷^۲) = ۱۰,۰۰۰ - ۴۹ = ۹,۹۵۱$

مزدوج $۲۰۱ \times ۱۹۹ = (۲۰۰ + ۱) \times (۲۰۰ - ۱) = (۲۰۰^۲ - ۱^۲) = ۴۰,۰۰۰ - ۱ = ۳۹,۹۹۹$

اول $۱۰,۰۰۱ \times ۱۰,۰۰۱ = (۱۰,۰۰۰ + ۱)^۲ = ۱۰,۰۰۰^۲ + ۱^۲ + ۲ \times ۱۰,۰۰۰ \times ۱ = ۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ + ۱ + ۲۰,۰۰۰ = ۱۰۰,۰۲۰,۰۰۱$

اول $۵,۰۰۳ \times ۵,۰۰۳ = (۵,۰۰۰ + ۳)^۲ = ۵,۰۰۰^۲ + ۳^۲ + ۲ \times ۵,۰۰۰ \times ۳ = ۲۵,۰۰۰,۰۰۰ + ۹ + ۳۰,۰۰۰ = ۲۵,۰۳۰,۰۰۹$

دوم $۳,۹۹۸ \times ۳,۹۹۸ = ۴,۰۰۰^۲ + ۲^۲ - (۲ \times ۴,۰۰۰ \times ۲) = ۱۶,۰۰۰,۰۰۰ + ۴ - ۱۶,۰۰۰ = ۱۵,۹۸۴,۰۰۴$

دوم $۹۹۹ \times ۹۹۹ = ۱,۰۰۰^۲ + ۱^۲ - (۲ \times ۱,۰۰۰ \times ۱) = ۱,۰۰۰,۰۰۰ + ۱ - ۲,۰۰۰ = ۹۹۸,۰۰۱$

۸- کسرهای زیر را ساده کنید.

$$\frac{۱۰۵}{۲۸۰} \quad \frac{۱۹۸۰}{۵۹۴۰} \quad \frac{۳۵۰}{۷۳۵} \quad \frac{۷۸}{۱۱۴}$$

$$\frac{۷۸}{۳۹} \quad \frac{۱۱۴}{۵۷} \quad \frac{۲}{۱۹} \quad \frac{۷۸}{۱۱۴} = \frac{۲ \times ۳ \times ۱۳ \times ۱}{۲ \times ۳ \times ۱۹ \times ۱} = \frac{۱۳}{۱۹}$$

$$\frac{۳۵۰}{۷۳۵} \quad \frac{۳۵۰}{۱۷۵} \quad \frac{۷۳۵}{۲۴۵} \quad \frac{۲}{۷} \quad \frac{۲ \times ۵ \times ۵ \times ۷ \times ۱}{۳ \times ۵ \times ۷ \times ۱} = \frac{۲ \times ۵}{۳ \times ۷}$$

$$\frac{۱۹۸۰}{۵۹۴۰} \quad \frac{۱۹۸۰}{۹۹۰} \quad \frac{۵۹۴۰}{۱۴۸۵} \quad \frac{۲}{۳} \quad \frac{۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۵ \times ۱۱ \times ۱}{۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۵ \times ۱۱ \times ۱} = \frac{۱}{۳}$$

$$\begin{array}{r|l} 105 & 3 \\ \hline 280 & 5 \\ \hline 322 & 7 \\ \hline 112 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 280 & 2 \\ \hline 140 & 2 \\ \hline 70 & 2 \\ \hline 35 & 5 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 322 & 2 \\ \hline 161 & 7 \\ \hline 23 & 23 \\ \hline 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 112 & 2 \\ \hline 56 & 2 \\ \hline 28 & 2 \\ \hline 14 & 2 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$$

$$\frac{3 \times 5 \times 7 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7}{2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 2 \times 7 \times 2 \times 3} = \frac{3}{23}$$

۹- عددی به ۶ قابل قسمت است که به ۲ و ۳ قابل قسمت باشد.

۱۰- عددی به ۱۲ قابل قسمت است که به ۳ و ۴ قابل قسمت باشد.

۱۱- عددی به ۱۰ قابل قسمت است که به ۲ و ۵ قابل قسمت باشد.

۱۲- عددی به ۳۳ قابل قسمت است که به ۳ و ۱۱ قابل قسمت باشد.

۱۳- عددی به ۳۹ قابل قسمت است که به ۳ و ۱۳ قابل قسمت باشد.

۱۴- ۲,۵۰۰ واحد از کالایی را با نرخ ۲۵۰ ریال به فروش رسانده ایم اگر ۵٪ از این مبلغ سود باشد، سود حاصله را به روش ذهنی محاسبه نمایید.

روش اول

$$\text{بهای فروش} = 625,000 = 625 \times 1,000 \Rightarrow 2 \times (2 + 1) = 6 = 5 \times 5 = 25 \Rightarrow 250 \times 2,500 = 250 \times 25 \times 1,000$$

$$\text{بهای فروش} = 625,000 = \frac{2,500,000}{4} = 2500 \times \frac{1,000}{4} = 2500 \times 250$$

$$\text{سود} = 31,250 = 625,000 \times 5\%$$

۱۵- با استفاده از اتحادها حاصل 999^2 را بدست آورید.

$$999^2 = (1,000 - 1)^2 = 1,000^2 + 1^2 - 2 \times 1,000 \times 1 = 1,000,000 + 1 - 2,000 = 998,001$$

۱۶- به جای a در دهگان عدد ۴,۵a۲ چه رقم یا ارقامی می توان قرار داد تا آن عدد به ۳ و ۴ بخش پذیر باشد؟

اعدادی بر ۳ بخش پذیرند که مجموع ارقام آنها بر ۳ بخش پذیر باشد. اعدادی بر چهار بخش پذیرند که دو رقم سمت راست آنها صفر یا بر ۴ بخش پذیر باشند.

با ارقام ۱ و ۷ هم بر ۳ و هم بر ۴ بخش پذیر است.

با ارقام ۲-۳-۴-۵-۶-۸-۹ بخش پذیر نیست.

۱۷- شرکتی می خواهد تعداد ۵,۷۶۲ واحد از تولیدات خود را بین ۱۱ مرکز پخش بطور مساوی توزیع نماید آیا این عمل امکان پذیر است؟ اگر نیست چه باید کرد؟

خیر

$$(2 + 7) - (6 + 5) = -2$$

$$\text{باقی مانده} = 9 = -2 + 11$$

۲ واحد به تعداد خود اضافه نماید تا بین مراکز تقسیم نماید یا ۹ واحد از کالای مورد نظر را برداشته و در انبار نگهداری نماید.

۱۸- فرض کنید حسابدار شرکتی به هنگام ثبت فروش نسبه به مبلغ ۴۸,۰۰۰ ریال حسابهای دریافتنی را ۴۸,۰۰۰ ریال بدهکار و حساب فروش را به مبلغ ۴,۸۰۰ ریال بستانکار کرده است. این اشتباه چه تأثیری بر مانده ستونهای بدهکار و بستانکار تراز آزمایشی دارد و چگونه می توان از طرق محاسبات ذهنی این اشتباه را سریع تر کشف کرد؟
اختلاف $۴۸,۰۰۰ - ۴,۸۰۰ = ۴۳,۲۰۰$

چون اختلاف بر ۹ بخش پذیر است بنابراین به احتمال زیاد اشتباه مربوط به از جا انداختن یا اضافه نوشتن یک صفر آخر اعداد یا ثبت مقلوب اعداد در ثبت ها، انتقال به دفتر کل و یا نوشتن اعداد در تراز آزمایشی می باشد. حسابدار باید ابتدا در دفتر روزنامه به دنبال ثبتهایی باشد که از اعداد ۴۸۰۰ یا ۴۸,۰۰۰ استفاده شده است

۱۹- در پایان دوره مالی هنگامی که حسابداران شرکت تراز آزمایشی را تهیه کردند متوجه شدند که جمع ستون بدهکار و بستانکار آن به میزان ۸۷,۵۰۰ ریال اختلاف دارد و با این وقت زیادی صرف کرده اند تا دلیل این اختلاف را متوجه شوند اما هنوز به نتیجه نرسیده اند. شما چه راهکاری را به آنها پیشنهاد می دهید تا سریع تر بتوانند این اشتباه را بیابند؟
از آنجا که طبق قواعد قابلیت تقسیم اعداد این عدد بر ۹ قابل تقسیم نیست و فقط بر ۲ قابل قسمت است بنابراین $۸۷,۵۰۰ \div ۲ = ۴۳,۷۵۰$ به احتمال زیاد اشتباه ناشی از عدم انتقال ۴۳,۷۵۰ در یک طرف دفتر کل یا یابست روزنامه می باشد یا این که این مبلغ به جای انتقال به طرف بدهکار به بستانکار منتقل شده است یا برعکس

تمرین های فصل دوم:

کاربردهای تسهیم به نسبت

انواع نسبت های سود وزیانی

۱- شرکت بهار در سال مالی ۲× مبلغ ۲۰۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال فروش داشته است. سود آن ۲۵,۰۰۰,۰۰۰ ریال، ارزش ویژه آن ۳۰۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال دارایی ثابت شرکت ۴۰۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال، کل دارایی آن ۵۰۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال و بدهی جاری ۵۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال بوده است نسبت های بازده سرمایه در گردش، بازده دارایی، بازده دارایی ثابت، بازده ارزش ویژه و بازده فروش آن شرکت را در سال مالی ۲× بر حسب درصد محاسبه کنید.

بازده فروش	$\frac{25,000,000}{200,000,000} = 0.125$	$\frac{25,000,000}{200,000,000} \times 100 = 12.5\%$
بازده ارزش ویژه	$\frac{25,000,000}{300,000,000} = 0.083$	$\frac{25,000,000}{300,000,000} \times 100 = 8.3\%$
بازده دارایی ثابت	$\frac{25,000,000}{400,000,000} = 0.0625$	$\frac{25,000,000}{400,000,000} \times 100 = 6.25\%$
بازده کل دارایی	$\frac{25,000,000}{500,000,000} = 0.05$	$\frac{25,000,000}{500,000,000} \times 100 = 5\%$
بازده سرمایه در گردش	$\frac{25,000,000}{50,000,000} = 0.5$	$\frac{25,000,000}{50,000,000} \times 100 = 50\%$

۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ = ۴۰۰,۰۰۰,۰۰۰ - ۵۰۰,۰۰۰,۰۰۰ = دارایی جاری ⇒ دارایی ثابت - کل دارایی = دارایی جاری

۵۰,۰۰۰,۰۰۰ = ۵۰,۰۰۰,۰۰۰ - ۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ = سرمایه در گردش ⇒ بدهی جاری - دارایی جاری = سرمایه در گردش

۲- شرکت بهار در سال ۱× مبلغ ۲۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال سود داشته و فروش آن ۱۶۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال بوده است. اگر بقیه اقلام همانند

تمرین ۱ باشد کلیه نسبت های مذکور در تمرین ۱ را مجدداً بر حسب درصد محاسبه کنید

بازده فروش	$\frac{20,000,000}{160,000,000} = 0.125$	$\frac{20,000,000}{160,000,000} \times 100 = 12.5\%$
بازده ارزش ویژه	$\frac{20,000,000}{300,000,000} = 0.067$	$\frac{20,000,000}{300,000,000} \times 100 = 6.7\%$
بازده دارایی ثابت	$\frac{20,000,000}{400,000,000} = 0.05$	$\frac{20,000,000}{400,000,000} \times 100 = 5\%$
بازده کل دارایی	$\frac{20,000,000}{500,000,000} = 0.04$	$\frac{20,000,000}{500,000,000} \times 100 = 4\%$
بازده سرمایه در گردش	$\frac{20,000,000}{50,000,000} = 0.4$	$\frac{20,000,000}{50,000,000} \times 100 = 40\%$

۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ = ۴۰۰,۰۰۰,۰۰۰ - ۵۰۰,۰۰۰,۰۰۰ = دارایی جاری ⇒ دارایی ثابت - کل دارایی = دارایی جاری

۵۰,۰۰۰,۰۰۰ = ۵۰,۰۰۰,۰۰۰ - ۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ = سرمایه در گردش ⇒ بدهی جاری - دارایی جاری = سرمایه در گردش

۳- نسبت های تمرین ۱ و ۲ را باهم قیاس کنید

	سال ۲×	سال ۱×	
بازده فروش	$\frac{25,000,000}{200,000,000} \times 100 = 12.5\%$	$\frac{20,000,000}{160,000,000} \times 100 = 12.5\%$	بدون تغییر
بازده ارزش ویژه	$\frac{25,000,000}{300,000,000} \times 100 = 8.3\%$	$\frac{20,000,000}{300,000,000} \times 100 = 6.7\%$	افزایش
بازده دارایی ثابت	$\frac{25,000,000}{400,000,000} \times 100 = 6.25\%$	$\frac{20,000,000}{400,000,000} \times 100 = 5\%$	افزایش
بازده کل دارایی	$\frac{25,000,000}{500,000,000} \times 100 = 5\%$	$\frac{20,000,000}{500,000,000} \times 100 = 4\%$	افزایش
بازده سرمایه در گردش	$\frac{25,000,000}{50,000,000} \times 100 = 50\%$	$\frac{20,000,000}{50,000,000} \times 100 = 40\%$	افزایش

۴- شرکت نور در سال مالی ۲× مبلغ ۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال فروش داشته و سود آن ۱۲,۰۰۰,۰۰۰ ریال، ارزش ویژه آن ۲۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال دارای ثابت شرکت ۲۵۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال، کل دارایی آن ۳۰۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال و سرمایه در گردش آن ۲۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال بوده است نسبت های پنج گانه سود آوری شرکت را در سال مالی ۲× محاسبه کنید.

بازده فروش	$\frac{12,000,000}{100,000,000} = 0/12$	$\frac{12,000,000}{100,000,000} \times 100 = 12\%$
بازده ارزش ویژه	$\frac{12,000,000}{200,000,000} = 0/06$	$\frac{12,000,000}{200,000,000} \times 100 = 6\%$
بازده دارایی ثابت	$\frac{12,000,000}{250,000,000} = 0/048$	$\frac{12,000,000}{250,000,000} \times 100 = 4/8\%$
بازده کل دارایی	$\frac{12,000,000}{300,000,000} = 0/04$	$\frac{12,000,000}{300,000,000} \times 100 = 4\%$
بازده سرمایه در گردش	$\frac{12,000,000}{20,000,000} = 0/6$	$\frac{12,000,000}{20,000,000} \times 100 = 60\%$

۵- اگر در سال ۳× سود شرکت نور ۸۰٪ نسبت به سال ۲× افزایش یابد و فروش آن ۵۰٪ افزوده شود با فرض ثابت ماندن دیگر ارقام نسبت های پنج گانه سود آوری شرکت را در سال مالی ۳× محاسبه کنید

سود جدید	$12,000,000 \times 180\% = 21,600,000$	$12,000,000 + 9,600,000 = 21,600,000$
فروش جدید	$100,000,000 \times 150\% = 150,000,000$	$100,000,000 + 50,000,000 = 150,000,000$
بازده فروش	$\frac{21,600,000}{150,000,000} = 0/144$	$\frac{21,600,000}{150,000,000} \times 100 = 14/4\%$
بازده ارزش ویژه	$\frac{21,600,000}{200,000,000} = 0/108$	$\frac{21,600,000}{200,000,000} \times 100 = 10/8\%$
بازده دارایی ثابت	$\frac{21,600,000}{250,000,000} = 0/0864$	$\frac{21,600,000}{250,000,000} \times 100 = 8/64\%$
بازده کل دارایی	$\frac{21,600,000}{300,000,000} = 0/072$	$\frac{21,600,000}{300,000,000} \times 100 = 7/2\%$
بازده سرمایه در گردش	$\frac{21,600,000}{20,000,000} = 1/08$	$\frac{21,600,000}{20,000,000} \times 100 = 108\%$

۶- شرکتی در سال ۲× مبلغ ۴۵۰,۰۰۰ ریال

کارگاه ۱	$450,000 \times \frac{24,000}{90,000} = 120,000$	جمع مساحت کارگاه ها $24,000 + 46,000 + 20,000 = 90,000$
کارگاه ۳	$450,000 \times \frac{20,000}{90,000} = 100,000$	کارگاه ۲ $450,000 \times \frac{46,000}{90,000} = 230,000$

۷- شرکتی ماهیانه ۴,۶۰۰,۰۰۰ ریال اجاره بهای دو انبار، ساختمان اداری و کارگاه پرداخت می کند. اگر مساحت هر کدام از انبارها ۶,۰۰۰ متر مربع ساختمان اداری ۵۰۰ متر مربع و کارگاه ۱۰,۵۰۰ متر مربع باشد. سهم اجاره هر یک از واحدها را برای یکسال محاسبه نمایید.

جمع مساحت واحدها	اجاره سالانه واحدها	
$(6,000 \times 2) + 500 + 10,500 = 23,000$	$55,200,000 \times \frac{10,500}{23,000} = 25,200,000$	کارگاه
اجاره سالانه $4,600,000 \times 12 = 55,200,000$	$55,200,000 \times \frac{500}{23,000} = 1,200,000$	ساختمان اداری
	$55,200,000 \times \frac{6,000}{23,000} = 14,400,000$	هر کدام از انبارها

۸- چهار نفر با تاسیس یک شرکت توافق نمودند

جمع نسبت ها $6 + 5 + 5 + 4 = 20$

نسبت	۶	۵	۵	۴
سود	$500,000 \times \frac{6}{20} = 150,000$	$500,000 \times \frac{5}{20} = 125,000$	$500,000 \times \frac{5}{20} = 125,000$	$500,000 \times \frac{4}{20} = 100,000$
مالیات ۲۰٪	$150,000 \times 20\% = 30,000$	$125,000 \times 20\% = 25,000$	$125,000 \times 20\% = 25,000$	$100,000 \times 20\% = 20,000$
سودخالص	۱۲۰,۰۰۰	۱۰۰,۰۰۰	۱۰۰,۰۰۰	۸۰,۰۰۰
مالیات ۳۰٪	$150,000 \times 30\% = 45,000$	$125,000 \times 30\% = 37,500$	$125,000 \times 30\% = 37,500$	$100,000 \times 30\% = 30,000$
سود خالص	۱۰۵,۰۰۰	۸۷,۵۰۰	۸۷,۵۰۰	۷۰,۰۰۰

۹-

سال ۱) جمع سرمایه $600,000 + 700,000 + 1,200,000 = 2,500,000$

سال ۲) جمع سرمایه $900,000 + 900,000 + 1,200,000 = 3,000,000$

شرکاء	حسن	علی	تقی
سود سال ۱	$500,000 \times \frac{600,000}{2,500,000} = 120,000$	$500,000 \times \frac{700,000}{2,500,000} = 140,000$	$500,000 \times \frac{1,200,000}{2,500,000} = 240,000$
سرمایه سال ۲	$600,000 + (600,000 \times 50\%) = 900,000$	۹۰۰,۰۰۰	۱,۲۰۰,۰۰۰
سود سال ۲	$600,000 \times \frac{900,000}{3,000,000} = 180,000$	$600,000 \times \frac{900,000}{3,000,000} = 180,000$	$600,000 \times \frac{1,200,000}{3,000,000} = 240,000$
سود دو سال	۳۰۰,۰۰۰	۳۲۰,۰۰۰	۴۸۰,۰۰۰

۱۰- سه نفر شرکتی تاسیس کردند و به ترتیب اولی ۷,۰۰۰,۰۰۰ ریال، دومی ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال و سومی ۱۳,۰۰۰,۰۰۰ ریال سرمایه گذاری نمودند. مقرر شد در پایان سال، به هر کدام سودی با نرخ ۸٪ نسبت به سرمایه در نظر گرفته شود و مابقی سود به نسبت مساوی بین آنها تقسیم گردد.

الف) اگر سود سال اول ۳,۰۰۰,۰۰۰ ریال باشد، سهم هر شریک چند ریال است؟

ب) در صورتی که قرار می گذاشتند کل سود را به نسبت سرمایه تقسیم کنند سهم هر یک را محاسبه نمایید

ج) اگر روش ب در نظر گرفته شود نسبت به روش اول چه کسی بیشتر از و چه کسی کمتر سود خواهد برد و چه مبلغ؟

الف) بقیه سود $600,000 - 2,400,000 = 3,600,000$

	سود سرمایه	$600,000 \div 3 = 200,000$	کل سود
اولی	$7,000,000 \times 8\% = 560,000$	۲۰۰,۰۰۰	۷۶۰,۰۰۰
دومی	$10,000,000 \times 8\% = 800,000$	۲۰۰,۰۰۰	۱,۰۰۰,۰۰۰
سومی	$13,000,000 \times 8\% = 1,040,000$	۲۰۰,۰۰۰	۱,۲۴۰,۰۰۰
جمع	۲,۴۰۰,۰۰۰	۶۰۰,۰۰۰	۳,۰۰۰,۰۰۰

ب) جمع سرمایه $7,000,000 + 10,000,000 + 13,000,000 = 30,000,000$

اولی $3,000,000 \times \frac{7,000,000}{30,000,000} = 700,000$ دومی $3,000,000 \times \frac{10,000,000}{30,000,000} = 1,000,000$

سومی $3,000,000 \times \frac{13,000,000}{30,000,000} = 1,300,000$

(ج)

	اولی	دومی	سومی
سود روش الف	۷۶۰,۰۰۰	۱,۰۰۰,۰۰۰	۱,۲۴۰,۰۰۰
سود روش ب	۷۰۰,۰۰۰	۱,۰۰۰,۰۰۰	۱,۳۰۰,۰۰۰
بیشتر یا کمتر	کمتر ۶۰,۰۰۰	در هر دو روش یکسان	بیشتر ۶۰,۰۰۰

۱۱- احمد، اکبر و ابراهیم شرکتی تأسیس و توافق نمودند. احمد به طور تمام وقت، اکبر و ابراهیم به صورت نیمه وقت در شرکت فعالیت می کنند. بابت حقوق ماهانه ۵۰,۰۰۰ ریال برای احمد ۳۰,۰۰۰ ریال برای اکبر و ۲۰,۰۰۰ ریال برای ابراهیم منظور گردد. سرمایه احمد ۴,۰۰۰,۰۰۰ اکبر ۶,۰۰۰,۰۰۰ و ابراهیم ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال می باشد. سود خالص شرکت در سال مورد نظر ۳,۲۰۰,۰۰۰ ریال باشد. سهم هر یک از شرکا بابت حقوق و سود سرمایه را محاسبه کنید؟

$$\text{بقیه سود} = ۲,۰۰۰,۰۰۰ = ۳,۲۰۰,۰۰۰ - ۱,۲۰۰,۰۰۰$$

$$\text{جمع سرمایه} = ۲۰,۰۰۰,۰۰۰ = ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ + ۶,۰۰۰,۰۰۰ + ۴,۰۰۰,۰۰۰$$

	اکبر	ابراهیم
حقوق سالانه		
سود سرمایه	$۲,۰۰۰,۰۰۰ \times \frac{۶,۰۰۰,۰۰۰}{۲۰,۰۰۰,۰۰۰} = ۶۰۰,۰۰۰$	$۲,۰۰۰,۰۰۰ \times \frac{۱۰,۰۰۰,۰۰۰}{۲۰,۰۰۰,۰۰۰} = ۱,۰۰۰,۰۰۰$
کل سود	۹۶۰,۰۰۰	۱,۲۴۰,۰۰۰

۱۲- دو شرکت هر کدام با سرمایه ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال و سه شریک شروع به کار کردند. اگر در پایان سال مالی اولی ۶,۰۰۰,۰۰۰ ریال و دومی ۵,۰۰۰,۰۰۰ ریال سود داشته باشند.

(الف) شرکت اولی سود را به نسبت مساوی بین شرکا (سه نفر) تقسیم نمود.

(ب) شرکت دومی سود خود را به نسبت سرمایه شرکا تقسیم کرد.

(سرمایه اولی ۳,۵۰۰,۰۰۰ ریال دومی ۳,۵۰۰,۰۰۰ ریال و سومی ۳,۰۰۰,۰۰۰ ریال)

(ج) اگر شرکت دومی سود را به نسبت مساوی بین شرکاء تقسیم نماید تفاوت سود هر کدام از شرکاء را در دو حالت محاسبه نماید.

$$\text{الف) سود هر شریک} = ۲,۰۰۰,۰۰۰ = ۶,۰۰۰,۰۰۰ \div ۳$$

$$\text{ب) سود نفر اول} = ۱,۷۵۰,۰۰۰ = ۵,۰۰۰,۰۰۰ \times \frac{۳,۵۰۰,۰۰۰}{۱۰,۰۰۰,۰۰۰} \quad \text{سود نفر دوم} = ۱,۷۵۰,۰۰۰ = ۵,۰۰۰,۰۰۰ \times \frac{۳,۵۰۰,۰۰۰}{۱۰,۰۰۰,۰۰۰}$$

$$\text{سود نفر سوم} = ۱,۵۰۰,۰۰۰ = ۵,۰۰۰,۰۰۰ \times \frac{۳,۰۰۰,۰۰۰}{۱۰,۰۰۰,۰۰۰}$$

$$\text{ج) سود هر شریک} = ۱,۶۶۶,۶۶۷ = ۵,۰۰۰,۰۰۰ \div ۳$$

$$\text{اختلاف سود نفر اول در دو روش کاهش} = ۸۳,۳۳۳ = ۱,۷۵۰,۰۰۰ - ۱,۶۶۶,۶۶۷$$

$$\text{اختلاف سود نفر دوم در دو روش کاهش} = ۸۳,۳۳۳ = ۱,۷۵۰,۰۰۰ - ۱,۶۶۶,۶۶۷$$

$$\text{اختلاف سود نفر سوم در دو روش افزایش} = ۱۶۶,۶۶۷ = ۱,۶۶۶,۶۶۷ - ۱,۵۰۰,۰۰۰$$

۱۳- سود شرکتی بین سه نفر سهامدار آن شرکت به نسبت اعداد ۲ و ۵ و ۷ تقسیم شده است، در صورتی که سهم دومی ۱۲,۰۰۰ ریال بیشتر از سهم اولی باشد سهم هر کدام را معین کنید.

نسبت بیشتر دومی نسبت به اولی $۳ = ۵ - ۲$

سود هر واحد $۱۲,۰۰۰ \div ۳ = ۴,۰۰۰$

اولی $۲ \times ۴,۰۰۰ = ۸,۰۰۰$ دومی $۵ \times ۴,۰۰۰ = ۲۰,۰۰۰$ سومی $۷ \times ۴,۰۰۰ = ۲۸,۰۰۰$

۱۴- با استفاده از ارقام زیر نسبت های سودآوری در شرکت آلفا را به دست آورید

دارایی جاری	۲۰۰,۰۰۰	بدهی جاری	۱۰۰,۰۰۰	فروش	۱,۰۰۰,۰۰۰
دارایی ثابت	۳۰۰,۰۰۰	بدهی بلندمدت	۲۵۰,۰۰۰	سود سال مالی	۱۰۰,۰۰۰
		ارزش ویژه یا سرمایه	۱۵۰,۰۰۰		
کل دارایی	۵۰۰,۰۰۰	جمع بدهی و سرمایه	۵۰۰,۰۰۰		

جواب

$۱۰۰,۰۰۰ = ۲۰۰,۰۰۰ - ۱۰۰,۰۰۰ =$ سرمایه در گردش \Rightarrow بدهی جاری - دارایی جاری = سرمایه در گردش

بازده فروش	$\frac{۱۰۰,۰۰۰}{۱,۰۰۰,۰۰۰} = ۰/۱$	$\frac{۱۰۰,۰۰۰}{۱,۰۰۰,۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۱۰\%$
بازده ارزش ویژه	$\frac{۱۰۰,۰۰۰}{۱۵۰,۰۰۰} = ۰/۶۶/۷$	$\frac{۱۰۰,۰۰۰}{۱۵۰,۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۶۶/۷\%$
بازده دارایی ثابت	$\frac{۱۰۰,۰۰۰}{۳۰۰,۰۰۰} = ۰/۳۳/۳$	$\frac{۱۰۰,۰۰۰}{۳۰۰,۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۳۳/۳\%$
بازده کل دارایی	$\frac{۱۰۰,۰۰۰}{۵۰۰,۰۰۰} = ۰/۲$	$\frac{۱۰۰,۰۰۰}{۵۰۰,۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۲۰\%$
بازده سرمایه در گردش	$\frac{۱۰۰,۰۰۰}{۱۰۰,۰۰۰} = ۱$	$\frac{۱۰۰,۰۰۰}{۱۰۰,۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۱۰۰\%$

۱۵- هزینه مصرف آب فروشگاهی در سال ۳ × مبلغ ۸,۴۰۰,۰۰۰ ریال بوده است. اگر بخواهیم این هزینه را به نسبت مساحت اشغال شده به وسیله هر قسمت تقسیم نماییم.

الف) هزینه مصرف آب هر قسمت را در صورتی که مساحت اشغال شده قسمت های مختلف به شرح زیر باشد محاسبه کنید.

ب) اگر هزینه برق فروشگاه ۱۴,۶۰۰,۰۰۰ ریال باشد هزینه برق هر قسمت را نیز محاسبه کنید

قسمت فروش ۱,۴۰۰ متر مربع قسمت انبار ۱,۵۰۰ متر مربع قسمت رستوران ۷۰۰ متر مربع
قسمت حسابداری ۲۰۰ متر مربع قسمت اداری ۲۰۰ متر مربع

الف) جمع مینا(مساحت) $۱,۴۰۰ + ۱,۵۰۰ + ۷۰۰ + ۲۰۰ + ۲۰۰ = ۴,۰۰۰$

هزینه	آب	برق
فروش	$۸,۴۰۰,۰۰۰ \times \frac{۱,۴۰۰}{۴,۰۰۰} = ۲,۹۴۰,۰۰۰$	$۱۴,۶۰۰,۰۰۰ \times \frac{۱,۴۰۰}{۴,۰۰۰} = ۵,۱۱۰,۰۰۰$
رستوران	$۸,۴۰۰,۰۰۰ \times \frac{۷۰۰}{۴,۰۰۰} = ۱,۴۷۰,۰۰۰$	$۱۴,۶۰۰,۰۰۰ \times \frac{۷۰۰}{۴,۰۰۰} = ۲,۵۵۵,۰۰۰$
انبار	$۸,۴۰۰,۰۰۰ \times \frac{۱,۵۰۰}{۴,۰۰۰} = ۳,۱۵۰,۰۰۰$	$۱۴,۶۰۰,۰۰۰ \times \frac{۱,۵۰۰}{۴,۰۰۰} = ۵,۴۷۵,۰۰۰$
قسمت اداری	$۸,۴۰۰,۰۰۰ \times \frac{۲۰۰}{۴,۰۰۰} = ۴۲۰,۰۰۰$	$۱۴,۶۰۰,۰۰۰ \times \frac{۲۰۰}{۴,۰۰۰} = ۷۳۰,۰۰۰$
قسمت حسابداری	$۸,۴۰۰,۰۰۰ \times \frac{۲۰۰}{۴,۰۰۰} = ۴۲۰,۰۰۰$	$۱۴,۶۰۰,۰۰۰ \times \frac{۲۰۰}{۴,۰۰۰} = ۷۳۰,۰۰۰$

تمرین های اضافی فصل دوم

۱- اطلاعات زیر از دفاتر شرکت شاهین استخراج شده است.

دارایی جاری ؟ - بدهی جاری ؟ - سرمایه در گردش ؟ - فروش ۲۰,۰۰۰,۰۰۰
 - دارایی ثابت ۱,۵۰۰,۰۰۰ - کل دارایی ۲,۴۰۰,۰۰۰ - بدهی بلند مدت ۴۰۰,۰۰۰
 سود قبل از کسر مالیات ۸۷۰,۰۰۰ - مالیات سود ۱۷۰,۰۰۰ - ارزش ویژه یا سرمایه ۱,۲۵۰,۰۰۰

اولاً: مجهولات را بدست آورید.

ثانیاً: نسبت های سودآوری را بدست آورید.

$$۹۰۰,۰۰۰ = ۱,۵۰۰,۰۰۰ - ۲,۴۰۰,۰۰۰ = \text{دارایی جاری} \Rightarrow \text{دارایی ثابت} - \text{کل دارایی} = \text{دارایی جاری}$$

$$\text{بدهی بلند مدت} - \text{کل بدهی} = \text{بدهی جاری}$$

$$(\text{بدهی بلند مدت} + \text{سرمایه}) - \text{کل دارایی} = \text{بدهی جاری}$$

$$۷۵۰,۰۰۰ = ۲,۴۰۰,۰۰۰ - (۱,۲۵۰,۰۰۰ + ۴۰۰,۰۰۰) = \text{بدهی جاری}$$

$$۱۵۰,۰۰۰ = ۹۰۰,۰۰۰ - ۷۵۰,۰۰۰ = \text{سرمایه در گردش} \Rightarrow \text{بدهی جاری} - \text{دارایی جاری} = \text{سرمایه در گردش}$$

$$\text{مالیات سود} - \text{سود قبل از کسر مالیات} = \text{سود ویژه پس از کسر مالیات}$$

$$۸۷۰,۰۰۰ - ۱۷۰,۰۰۰ = ۷۰۰,۰۰۰$$

بازده فروش	$\frac{۸۷۰,۰۰۰ - ۱۷۰,۰۰۰}{۲,۰۰۰,۰۰۰} = ۰/۰۳۵$	$\frac{۸۷۰,۰۰۰ - ۱۷۰,۰۰۰}{۲,۰۰۰,۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۳/۵\%$
بازده ارزش ویژه	$\frac{۸۷۰,۰۰۰ - ۱۷۰,۰۰۰}{۱,۲۵۰,۰۰۰} = ۰/۵۶$	$\frac{۸۷۰,۰۰۰ - ۱۷۰,۰۰۰}{۱,۲۵۰,۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۵/۶\%$
بازده دارایی ثابت	$\frac{۸۷۰,۰۰۰ - ۱۷۰,۰۰۰}{۱,۵۰۰,۰۰۰} = ۰/۴۶/۷$	$\frac{۸۷۰,۰۰۰ - ۱۷۰,۰۰۰}{۱,۵۰۰,۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۴۶/۷\%$
بازده کل دارایی	$\frac{۸۷۰,۰۰۰ - ۱۷۰,۰۰۰}{۲,۴۰۰,۰۰۰} = ۰/۲۸$	$\frac{۸۷۰,۰۰۰ - ۱۷۰,۰۰۰}{۲,۴۰۰,۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۲/۸\%$
بازده سرمایه در گردش	$\frac{۸۷۰,۰۰۰ - ۱۷۰,۰۰۰}{۱۵۰,۰۰۰} = ۴/۶۷$	$\frac{۸۷۰,۰۰۰ - ۱۷۰,۰۰۰}{۱۵۰,۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۴۶/۷\%$

۲- در شرکت الف فروش ۱۵۰,۰۰۰ ریال، سود ۵,۰۰۰ ریال، دارایی های ثابت ۲۰,۰۰۰ ریال و ارزش ویژه ۲۵,۰۰۰ ریال است.

نسبت های بازده فروش و بازده ارزش ویژه را محاسبه کنید.

بازده فروش	$\frac{۵,۰۰۰}{۱۵۰,۰۰۰} = ۰/۰۳۳$	$\frac{۵,۰۰۰}{۱۵۰,۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۳/۳۳\%$
بازده ارزش ویژه	$\frac{۵,۰۰۰}{۲۵,۰۰۰} = ۰/۲$	$\frac{۵,۰۰۰}{۲۵,۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۲/۲۰\%$

۳- باتوجه به اطلاعات زیر شاخص های سودآوری (بازده فروش، بازده ارزش ویژه، بازده داراییها و سرمایه در گردش) را محاسبه نمایید.

جمع بدهی های بلندمدت ۶۲,۰۰۰,۰۰۰ جمع داراییهای ثابت ۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ جمع بدهی ها و سرمایه ۱۲۵,۰۰۰,۰۰۰
 سرمایه دو برابر بدهی های جاری سود خالص پس از کسر مالیات ۱۲,۶۰۰,۰۰۰ ریال فروش خالص ۲۴۸,۰۰۰,۰۰۰ ریال

جمع بدهی ها و سرمایه = جمع داراییها

جمع داراییهای ثابت - جمع بدهی ها و سرمایه (داراییها) = جمع داراییهای جاری

$$۲۵,۰۰۰,۰۰۰ = ۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ - ۱۲۵,۰۰۰,۰۰۰ = \text{جمع داراییهای جاری}$$

جمع بدهی های بلندمدت - جمع بدهی های و سرمایه = جمع بدهی های جاری و سرمایه

$$۶۳,۰۰۰,۰۰۰ = ۶۲,۰۰۰,۰۰۰ - ۱۲۵,۰۰۰,۰۰۰ = \text{جمع بدهی های جاری و سرمایه}$$

$$۳x = ۲x + x = \text{جمع بدهی های جاری + سرمایه} \Rightarrow \text{سرمایه} = ۲x \quad \text{بدهی های جاری} = x$$

$$۶۲,۰۰۰,۰۰۰ = ۲x + x = ۳x \Rightarrow x = \frac{۶۲,۰۰۰,۰۰۰}{۳} = ۲۱,۰۰۰,۰۰۰ = \text{سرمایه} \quad ۲x = ۴۲,۰۰۰,۰۰۰ = \text{بدهی های جاری}$$

۴- یک واحد صنعتی با ۳ واحد تولیدی هزینه های تأمین اجتماعی خود را که مبلغ ۲۱,۰۰۰,۰۰۰ ریال است. بر حسب دستمزد مستقیم هر واحد تقسیم می کند. چنانچه دستمزد واحدهای ((الف، ب و ج)) به ترتیب ۴۶۰,۰۰۰، ۶۴۰,۰۰۰ و ۵۰۰,۰۰۰ ریال باشد. سهم هر واحد را معلوم کنید.

$$\text{سهم واحد الف} = 21,000,000 \times \frac{46}{160} = 6,037,500$$

$$\text{جمع دستمزد} = 160 = 46 + 64 + 50$$

می توان از نسبت های موجود به تعداد مساوی صفر کم کرد. (بجای ۶۴۰,۰۰۰ از ۶۴ استفاده نمود)

$$\text{سهم واحد ج} = 21,000,000 \times \frac{50}{160} = 6,562,500$$

$$\text{سهم واحد ب} = 21,000,000 \times \frac{64}{160} = 8,400,000$$

۵- سه نفر به ترتیب با سرمایه های اولی ۲۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال و دومی ۲۷,۰۰۰,۰۰۰ ریال و سومی ۳۳,۰۰۰,۰۰۰ ریال در سود و زیان شرکتی سهیمند. اگر سود شرکت در سال مالی منتهی به ۸/۶/۳۱ بالغ بر ۷۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال باشد.

با فرض اینکه سود به نسبت ۲، ۳ و ۵ به ترتیب بین شرکاء تقسیم می شود سهم هر کدام از شرکاء را پیدا کنید.

$$\text{جمع نسبتها} = 10 = 2 + 3 + 5 \quad 70,000,000 \times \frac{2}{10} = 14,000,000$$

$$70,000,000 \times \frac{3}{10} = 21,000,000$$

$$70,000,000 \times \frac{5}{10} = 35,000,000$$

۶- میزان سود سالانه شرکتی ۱۵۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال است. در صورتی که سود حاصله بین سه نفر شریک به ترتیب به نسبت ۵ و ۶ و ۴ تقسیم شود، سهم هر کدام به ترتیب چقدر است؟

$$\text{جمع نسبتها} = 15 = 4 + 6 + 5 \quad 150,000,000 \times \frac{4}{15} = 40,000,000$$

$$150,000,000 \times \frac{5}{15} = 50,000,000$$

$$150,000,000 \times \frac{6}{15} = 60,000,000$$

۷- سه نفر به ترتیب با سرمایه های اولی ۲۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال و دومی ۲۷,۰۰۰,۰۰۰ ریال و سومی ۳۳,۰۰۰,۰۰۰ ریال در سود و زیان شرکتی سهیمند. اگر سود شرکت در سال مالی منتهی به ۸/۶/۳۱ بالغ بر ۴۹,۰۰۰,۰۰۰ ریال باشد.

با فرض اینکه سود به نسبت سرمایه بین شرکاء تقسیم می شود. سهم هر کدام از شرکاء را پیدا کنید.

$$\text{جمع نسبتها} = 80 = 20 + 27 + 33 \quad 49,000,000 \times \frac{20}{80} = 12,250,000$$

$$49,000,000 \times \frac{27}{80} = 16,537,500$$

$$49,000,000 \times \frac{33}{80} = 20,212,500$$

۸- شرکتی با سه شریک با سرمایه های اولی ۲۵۰,۰۰۰ ریال، دومی ۳۵۰,۰۰۰ ریال و سومی ۴۰۰,۰۰۰ ریال شرکاء توافق کردند سود حاصل را به ترتیب نسبت های X و ۶/۱۵ و ۲/۷ تقسیم کنند. اگر سود حاصل ۴۰۰,۰۰۰ ریال باشد.

سهم هر یک و نسبت X چقدر است؟

$$\text{سهم نفر دوم} = 400,000 \times \frac{6}{15} = 160,000$$

$$400,000 \times \frac{2}{7} = 114,286 \quad \text{سهم نفر دوم}$$

$$\text{سهم نفر اول} = 400,000 - (160,000 + 114,286) = 125,714$$

$$400,000 \times \frac{11}{35} = 125,714 \quad \text{نسبت نفر اول} \quad 1 - \left(\frac{2}{7} + \frac{6}{15}\right) = 1 - \frac{30 + 42}{105} = 1 - \frac{72}{105} = \frac{33}{105} = \frac{11}{35}$$

۹- سرمایه هر کدام از شرکای یک شرکت به ترتیب اولی ۱۵۰,۰۰۰ ریال، دومی ۴۰۰,۰۰۰ ریال و سومی ۶۵۰,۰۰۰ ریال می باشد. آنان توافق نموده اند که برای سرمایه هر کدام سودی با نرخ ۳٪ نسبت به سرمایه در نظر گرفته شود و مابقی سود به نسبت ۳، ۴ و ۵ بین آنها تقسیم گردد. اگر سود حاصله در پایان دوره مالی قبل ۹۰۰,۰۰۰ ریال باشد، سهم هر شریک چند ریال است؟

$$۱۵۰,۰۰۰ \times ۳\% = ۴,۵۰۰ \rightarrow ۱$$

$$۴۰۰,۰۰۰ \times ۳\% = ۱۲,۰۰۰ \rightarrow ۲$$

$$۶۵۰,۰۰۰ \times ۳\% = ۱۹,۵۰۰ \rightarrow ۳$$

$$۶۵۰,۰۰۰ \times ۳\% = ۱۹,۵۰۰ \rightarrow ۳$$

جمع نسبت ها ۱۲ = ۳ + ۴ + ۵

$$۱۵۰,۰۰۰ - ۳۶,۰۰۰ = ۱۱۴,۰۰۰$$

$$۱۱۴,۰۰۰ \times \frac{5}{12} = ۴۷,۵۰۰ \text{ نفر سوم} \quad ۱۱۴,۰۰۰ \times \frac{3}{12} = ۲۸,۵۰۰ \text{ نفر اول} \quad ۱۱۴,۰۰۰ \times \frac{4}{12} = ۳۸,۰۰۰ \text{ نفر دوم}$$

$$۲۸,۵۰۰ + ۴,۵۰۰ = ۳۳,۰۰۰ \rightarrow ۱$$

$$۳۸,۰۰۰ + ۱۲,۰۰۰ = ۵۰,۰۰۰ \rightarrow ۲$$

سهم سود شرکاء

$$۴۷,۵۰۰ + ۱۹,۵۰۰ = ۶۷,۰۰۰ \rightarrow ۳$$

۱۰- مبلغی بین ۳ نفر به نسبت اعداد ۵ و ۷ و ۹ تقسیم شده است، در صورتی که سهم سومی ۴۵۰,۰۰۰ ریال بیشتر از نفر اول باشد سهم هر کدام را معین کنید. اختلاف نسبت نفر سوم با نفر اول ۹ - ۵ = ۴

$$۴۵۰,۰۰۰ \div ۴ = ۱۱۲,۵۰۰ \text{ سهم هر نسبت}$$

نفر سوم	نفر دوم	نفر اول
$۹ \times ۱۱۲,۵۰۰ = ۱,۰۱۲,۵۰۰$	$۷ \times ۱۱۲,۵۰۰ = ۷۸۷,۵۰۰$	$۵ \times ۱۱۲,۵۰۰ = ۵۶۲,۵۰۰$

۱۱- مبلغ ۸۲۰,۰۰۰ ریال را بین چهار نفر چنان تقسیم کنید که اولی چهار برابر چهارمی و چهارمی برابر دومی و دومی برابر اولی و چهارمی سهم ببرند.

ابتدا کمترین نسبت را انتخاب و x را برای آن در نظر می گیریم و نسبتهای بقیه را با دقت و توجه به اطلاعات مسئله تعیین می کنیم.

نفر اول	نفر دوم	نفر سوم	نفر چهارم	جمع
$۴(۴x)$		x		
		x		
$۱۶ \times ۲۰,۰۰۰ = ۳۲۰,۰۰۰$	$۲۰ \times ۲۰,۰۰۰ = ۴۰۰,۰۰۰$	$۲۰,۰۰۰$	$۴ \times ۲۰,۰۰۰ = ۸۰,۰۰۰$	$۸۲۰,۰۰۰$
$۸۲۰,۰۰۰ = ۴۱x \Rightarrow x = \frac{۸۲۰,۰۰۰}{۴۱} = ۲۰,۰۰۰$ سهم هر واحد				

۱۲- پس از تسهیم حق بیمه پرداختی بابت کارخانه ای بر مبنای سطح زیر بنای سه کارگاه آن به مساحت های کارگاه اول ۱۵، کارگاه دوم ۲۵ و کارگاه سوم ۲۰ متر مربع، مجموع سهم بیمه کارگاههای اول و دوم ۶۰۰,۰۰۰ ریال شده است.

کل مبلغ حق بیمه و حق بیمه کارگاه سوم چقدر بوده است؟

$$۶۰۰,۰۰۰ \div ۴۰ = ۱۵,۰۰۰ \text{ سهم هر متر مربع}$$

$$۱۵ + ۲۵ = ۴۰$$

$$۶۰۰,۰۰۰ + ۳۰۰,۰۰۰ = ۹۰۰,۰۰۰ \text{ کل حق بیمه}$$

$$۲۰ \times ۱۵,۰۰۰ = ۳۰۰,۰۰۰$$

۱۳- سه نفر با مبالغ ۲۴,۰۰۰,۰۰۰، ۳۶,۰۰۰,۰۰۰ و ۳۰,۰۰۰,۰۰۰ با هم شریک شدند و قرار گذاشتند در پایان سال سود حاصله را پس از کسر حقوق سالانه به ترتیب اولی ۲,۰۰۰,۰۰۰ دومی ۱,۲۰۰,۰۰۰ و سومی ۸۰۰,۰۰۰ بین خود به نسبت های ۱، ۳ و ۲ تقسیم نمایند. اگر سود بدست آمده در پایان سال ۱۶,۰۰۰,۰۰۰ باشد سهم هر کدام را از سود محاسبه کنید.

تمرین های فصل سوم

« انواع تخفیفات و کارمزدها »

۱- قیمت هر واحد کالایی ۳۰۰ ریال است. -

- اگر از ۱۰۱ تا ۳۰۰ واحد خریداری شود ۲٪ تخفیف و

- اگر از ۳۰۱ تا ۵۰۰ واحد خریداری گردد ۵٪ تخفیف

- و برای بیش از ۵۰۱ واحد خرید ۸٪ تخفیف داده می شود.

* صورت حساب این شرکت باید حداکثر ظرف یکماه پرداخت گردد: ولی

- اگر در کمتر از ده روز پرداخت گردد ۳٪ تخفیف و

- چنانچه در کمتر از بیست روز پرداخت شود ۱٪ تخفیف منظور خواهد شد.

الف) اگر شرکتی ۱۵۶ واحد خریداری کند و بهای آن را بخواهد ظرف ۴ روز پرداخت کند چه مبلغی را باید بپردازد.

ب) اگر ۴۰۰ واحد خریداری کرده باشد و بخواهد ظرف پانزده روز پرداخت نماید چه مبلغی را باید بپردازد.

$$\text{الف) مبلغ فاکتور } 45,864 - 936 = 46,800 \quad \text{تخفیف تجاری } 46,800 \times 2\% = 936 \quad 156 \times 300 = 46,800$$

$$\text{مبلغ قابل پرداخت } 46,800 - 1,376 = 45,424 \quad \text{تخفیف نقدی } 45,864 \times 3\% = 1,376$$

$$\text{ب) مبلغ فاکتور } 114,000 - 6,000 = 108,000 \quad \text{تخفیف تجاری } 120,000 \times 5\% = 6,000 \quad 400 \times 300 = 120,000$$

$$\text{مبلغ قابل پرداخت } 114,000 - 1,140 = 112,860 \quad \text{تخفیف نقدی } 114,000 \times 1\% = 1,140$$

۲- کارگری روزانه ۸ ساعت کار می کند و ۳ واحد از کالایی را تولید می نماید. اگر دستمزد او ساعتی ۲,۰۰۰ ریال باشد و یا قبول

کند که در ازای هر واحد تولید کالا ۵,۰۰۰ ریال دریافت کند، کدام روش به صلاح کارفرماست؟

پرداخت براساس ساعت کار و یا پرداخت براساس واحدهای تولید شده؟ چرا؟

اگر روش پیشنهادی شما عملی شود چه محسنات و چه معایبی را به دنبال خواهد داشت توضیح دهید.

$$\text{دستمزد بر اساس ساعت کار } 8 \times 2,000 = 16,000 \quad \text{کارمزد بر اساس واحدهای تولید شده } 3 \times 5,000 = 15,000$$

پرداخت براساس واحدهای تولید شده به صلاح کارفرماست. چون کارفرما مبلغ کمتری پرداخت می کند.

محسنات: کاهش قیمت تمام شده - کاهش هزینه های سربار - افزایش توان رقابت - افزایش میزان سود - افزایش سرعت تولید

معایب: کاهش کیفیت تولید

۳- برای کارخانه ای، دستگاهی خریداری شده که قیمت نقد آن ۲۲,۰۰۰,۰۰۰ ریال تعیین گردیده است اگر کارخانه ۴,۰۰۰,۰۰۰ ریال

از بهای نقد آن را به عنوان پیش قسط پرداخت و بقیه را در ۲ سال با اقساط مساوی و متوالی ماهانه با نرخ ۱۲٪ پرداخت نماید.

الف) مبلغ هر قسط را معین کنید.

ب) چنانچه اقساط دوماه یکبار پرداخت گردد مبلغ هر قسط را محاسبه کنید.

$$S = 22,000,000 - 4,000,000 = 18,000,000 \quad \text{الف) نسیه}$$

$$k = s \times r \times \frac{1}{12} = 18,000,000 \times \frac{12}{100} \times \frac{1}{12} = 180,000 \quad \text{سود تضمین شده ماه اول}$$

$$I = \frac{K(n+1)}{2} = \frac{180,000 (24+1)}{2} = 2,250,000 \quad \text{سود فروشنده}$$

$$Q = \frac{S+I+\text{عوارض}}{N} = \frac{18,000,000+2,250,000+0}{24} = \frac{20,250,000}{24} = 843,750$$

$$Q = \frac{S+I+\text{عوارض}}{N} = \frac{18,000,000+2,250,000+0}{12} = \frac{20,250,000}{12} = 1,687,500 \quad \text{ب)}$$

۴- یک شرکت شرایط فروش کامیون های تولیدی خود را به شرح زیر اعلام نموده است.

قیمت نقد ۶۴,۲۰۰,۰۰۰ ریال

شرایط اقساط: $\frac{1}{3}$ نقد و مابقی در مدت دو سال با نرخ بهره ۱۵٪ به صورت اقساط ماهانه

مطلوبست: اولاً تعیین مبلغ اقساط

ثانیاً اگر پیش قسط معادل $\frac{1}{4}$ و مدت بازپرداخت اقساط به سه سال با اقساط دوماهه باشد مبلغ هر قسط چقدر می شود در مقایسه با حالت اول چه تغییری می کند؟

$$\text{اولاً نقدی} \quad 64,200,000 \times \frac{1}{3} = 21,400,000$$

$$S = 64,200,000 - 21,400,000 = 42,800,000 \quad \text{بخش نسیه معامله}$$

$$k = s \times r \times \frac{1}{12} = 42,800,000 \times \frac{15}{100} \times \frac{1}{12} = 535,000 \quad \text{سود تضمین شده ماه اول}$$

$$I = \frac{K(n+1)}{2} = \frac{535,000 (24+1)}{2} = 6,687,500 \quad \text{سود فروشنده}$$

$$Q = \frac{S+I+\text{عوارض}}{N} = \frac{42,800,000+6,687,500+0}{24} = \frac{49,487,500}{24} = 2,061,979 \quad \text{مبلغ هر قسط}$$

ثانیاً

$$\text{نقدی} \quad 64,200,000 \times \frac{1}{4} = 16,050,000$$

$$S = 64,200,000 - 16,050,000 = 48,150,000 \quad \text{بخش نسیه معامله}$$

$$k = s \times r \times \frac{1}{12} = 48,150,000 \times \frac{15}{100} \times \frac{1}{12} = 601,875 \quad \text{سود تضمین شده ماه اول}$$

$$I = \frac{601,875 (36+1)}{2} = 11,134,688 \quad \text{سود فروشنده}$$

$$Q = \frac{S+I+\text{عوارض}}{N} = \frac{48,150,000+11,134,688}{36} = \frac{59,284,688}{36} = 1,646,797 \quad \text{مبلغ هر قسط}$$

$$2,061,979 - 1,646,797 = 415,182 \quad \text{مبلغ هر قسط کمتر می شود}$$

۵- فروشگاه ی یکدستگاه تلویزیون را با دریافت ۱۰٪ قیمت بصورت نقدی و بقیه را به صورت اقساط ۱۸ ماهه فروخت و مقرر شد که با نرخ ۸٪ در سال سود تضمین شده بگیرد. اگر عوارض شهرداری معادل ۴۸,۰۰۰ ریال به قیمت فروش افزوده شود و قیمت نقدی تلویزیون ۲,۰۰۰,۰۰۰ ریال باشد. مبلغ هر قسط را مشخص نمایید.

$$S = 2,000,000 - 200,000 = 1,800,000 \quad \text{نسبه} \quad 2,000,000 \times 10\% = 200,000 \quad \text{نقدی}$$

$$k = s \times r \times \frac{1}{12} = 1,800,000 \times \frac{1}{100} \times \frac{1}{12} = 12,000 \quad \text{سود تضمین شده ماه اول}$$

$$I = \frac{12,000(18+1)}{2} = 114,000 \quad \text{سود فروشنده}$$

$$Q = \frac{S+I}{N} = \frac{1,800,000 + 114,000 + 48,000}{18} = \frac{1,962,000}{18} = 109,000$$

۶- فروشگاه یخچالی را با مبلغ ۶۰۰,۰۰۰ ریال وجه نقد و ده قسط ۲۳۰,۰۰۰ ریالی فروخت. اگر عوارض شهرداری این یخچال ۳۰,۰۰۰ ریال و قیمت نقدی آن ۲,۶۰۰,۰۰۰ ریال باشد مبلغ سود تضمین شده را در این معامله محاسبه نمایید؟

$$\text{مبلغ نسبه} \quad 2,600,000 - 600,000 = 2,000,000 \quad \text{کل مبلغ اقساط} \quad 230,000 \times 10 = 2,300,000$$

$$\text{سود فروشنده یا سود تضمین شده} \quad 2,300,000 - (2,000,000 + 30,000) = 270,000$$

$$\text{روش دوم سود فروشنده یا سود تضمین شده} \quad 270,000 - ((230,000 \times 10) + 600,000) = 270,000$$

۷- هرگاه دارنده سفته ای به مبلغ ۴۰۰,۰۰۰ ریال موافقت نماید که بدهکار وجه آن را به اقساط مساوی ماهانه در دو سال باز پرداخت نماید و نرخ بهره ۶٪ باشد.

الف) مبلغ هر قسط را محاسبه نمایید.

ب) بدهکار تا پایان دوره چه مبلغی بیش از مبلغ سفته پرداخت خواهد نمود؟ (اولین قسط یک ماه بعد از سررسید سفته پرداخت می گردد.)

$$\text{الف)} \quad k = s \times r \times \frac{1}{12} = 400,000 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} = 2,000 \quad \text{سود تضمین شده ماه اول}$$

$$I = \frac{K(n+1)}{2} = \frac{2,000(24+1)}{2} = 25,000 \quad \text{سود فروشنده}$$

$$Q = \frac{S+I+\text{عوارض}}{N} = \frac{400,000 + 25,000}{24} = \frac{425,000}{24} = 17,708 \quad \text{مبلغ هر قسط}$$

$$\text{ب)} \quad 425,000 - 400,000 = 25,000$$

۸- قیمت اتومبیلی ۸۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال است فروشنده حاضر است ۵٪ قیمت آن را نقدی و مابقی را به صورت اقساط ماهیانه ظرف مدت یکسال دریافت نماید. اگر نرخ سود تضمین شده ۱۰٪ باشد اقساط اتومبیل را مشخص نمایید.

$$\text{نقدی} \quad 80,000,000 \times 5\% = 4,000,000$$

$$S = 80,000,000 - 4,000,000 = 76,000,000 \quad \text{بخش نسبه}$$

$$k = s \times r \times \frac{1}{12} = 76,000,000 \times \frac{10}{100} \times \frac{1}{12} = 333,333 \quad \text{سود تضمین شده ماه اول}$$

$$I = \frac{333,333(12+1)}{2} = 2,166,665 \quad \text{سود فروشنده}$$

$$Q = \frac{S+I+\text{عوارض}}{N} = \frac{76,000,000 + 2,166,665}{12} = \frac{78,166,665}{12} = 3,513,889 \quad \text{مبلغ هر قسط}$$

۹- قیمت نقدی تلویزیونی ۴,۲۰۰,۰۰۰ ریال است. به دو روش می توانیم برای خرید آن اقدام کنیم:

الف) مبلغ ۴,۲۰۰,۰۰۰ ریال از بانکی با بهره ۱۸٪ دریافت نموده و در ۱۲ قسط پرداخت کنیم

ب) بنابر اعلام فروشگاه قیمت قسطی این دستگاه ۴,۸۰۰,۰۰۰ ریال در ۱۲ قسط مساوی است.

انتخاب کدام روش در خرید تلویزیون، برای ما باصرفه تر است.

$$k = s \times r \times \frac{1}{12} = 4,200,000 \times \frac{18}{100} \times \frac{1}{12} = 63,000 \quad \text{سود تضمین شده ماه اول}$$

$$I = \frac{63,000 (12+1)}{2} = 409,500 \quad \text{سود فروشنده}$$

$$Q = \frac{S+I+\text{عوارض}}{N} = \frac{4,200,000+409,500}{12} = \frac{4,609,500}{12} = 384,125 \quad \text{مبلغ هر قسط}$$

سود تضمین شده حالت اول ۴۰۹,۵۰۰

سود تضمین شده حالت دوم ۶۰۰,۰۰۰ - ۴,۲۰۰,۰۰۰ = ۴,۸۰۰,۰۰۰

انتخاب روش اول بهتر است چون مبلغ سود تضمین شده قابل پرداخت کمتر است.

$$600,000 - 409,500 = 190,500$$

۱۰- ارزش نهایی اقساط ۵۰۰ ریالی را که طی ۴ سال با نرخ سود تضمینی ۴٪ پرداخت می شوند در دو حالت زیر با استفاده از جدول ضمیمه آخر کتاب محاسبه نماید:

الف) اقساط در انتهای هر سال پرداخت شوند.

$$FV_A = Pmt \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i} \right] \quad FV_A = 500 \left[\frac{(1+4\%)^4 - 1}{4\%} \right] = 500 [4/246664] = 2,123$$

ب) اقساط در ابتدای هر سال پرداخت شوند.

$$FV_{AD} = Pmt \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i} \right] (1+i) \quad FV_{AD} = 500 \left[\frac{(1+4\%)^4 - 1}{4\%} \right] (1+4\%) = 500 [4/246664] \times 1.04 = 2,208$$

۱۱- شخصی می خواهد با سپرده گذاری در بانک بعد از ۵ سال ۲۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال در حساب خود داشته باشد، اگر نرخ سود تضمین شده ۱۸٪ باشد و قرار باشد که مشتری در ابتدای هر سال مبلغی را به حساب واریز کند این مبلغ را محاسبه کنید.

$$FV_A = Pmt \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i} \right] (1+i) \rightarrow 20,000,000 = Pmt \left[\frac{(1+18\%)^5 - 1}{18\%} \right] 1/18 =$$

$$20,000,000 = Pmt [7/154210] \times 1/18 \quad 20,000,000 = Pmt [8/4419678]$$

$$Pmt = \frac{20,000,000}{8/4419678} = 2,369,116$$

مبلغ قابل واریز در ابتدای هر سال

$$2,369,116 \times 5 = 11,845,580$$

کل مبلغ واریزی

۱۲- حامد و زیبا به تازگی صاحب فرزندی شده اند. آن ها تصمیم گرفته اند تا یک حساب بانکی با نرخ سود تضمین شده ۱۸٪ برای فرزندشان افتتاح کنند و در انتهای هر سال مبلغی پول به این حساب واریز کنند. به نحوی که بعد از ۲۰ سال فرزندشان ۲۰۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال در حسابش داشته باشد. مقدار پولی را که این پدر و مادر هر سال باید به حساب فرزندشان واریز کنند حساب کنید.

$$FV_A = Pmt \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i} \right] \rightarrow 200,000,000 = Pmt \left[\frac{(1+18\%)^{20} - 1}{18\%} \right] =$$

$$200,000,000 = Pmt [146/627970] \rightarrow 200,000,000 = Pmt [146/627970]$$

$$Pmt = \frac{200,000,000}{146/627970} = 1,363,996$$

۱۳- ارزش فعلی اقساط ۵۰۰ ریالی را که طی ۴ سال با نرخ سود تضمینی ۴٪ پرداخت می شوند، در دو حالت زیر با استفاده از جدول ضمیمه کتاب حساب کنید:

الف) اقساط در انتهای هر سال پرداخت شوند. عادی

جدول ۲) ارزش فعلی سالواره یک ریالی که در پایان هر سال دریافت یا پرداخت می شود

n	۱/۵%	۴%	۴/۵%
۱	۰/۹۸۵۲۲۲	۰/۹۶۱۵۳۸	۰/۹۵۶۹۳۸
۴	۳/۸۵۴۳۸۵	۳/۶۲۹۸۹۵	۳/۵۸۷۵۲۶

$$PV_A = Pmt \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^N}}{i} \right] = ۵۰۰ \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+۴\%)^4}}{۴\%} \right] = ۵۰۰ \times ۳/۶۲۹۸۹۵ = ۱۰۸۱۵$$

ب) اقساط در ابتدای هر سال پرداخت شوند. پرداختی

جدول ۳) ارزش فعلی اقساط مساوی یک ریالی را نشان می دهد که در ابتدای هر سال دریافت یا پرداخت می شود

n	۱/۵%	۴%	۴/۵%	۵%	۵/۵%
۴	۳/۹۱۲۲۰۰	۳/۷۷۵۰۹۱	۳/۷۴۸۹۶۴	۳/۷۲۳۲۴۸	۳/۶۹۷۹۳۳

در جدول ارزش فعلی نرخ های ارایه شده جدول نتیجه $\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^{N-1}}}{i} + Pmt$ می باشد یعنی اگر مبلغ هر قسط در نرخ ارایه

شده جدول ضرب شود نتیجه نهایی می باشد. به عبارت دیگر می توان فرمول را به صورت $Pmt \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^{N-1}}}{i} + 1 \right]$ نوشت تا هنجریان دچار سردرگمی نشوند.

$$PV_{AD} = Pmt \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^{N-1}}}{i} + 1 \right] = ۵۰۰ \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+۴\%)^{4-1}}}{۴\%} \right] + ۵۰۰ = ۵۰۰ \times ۳/۷۷۵۰۹۱ = ۱۰۸۸۸$$

۱۴- حمید قصد دارد اتومبیلی به قیمت ۸۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال را به صورت قسطی طی ۱۰ قسط مساوی که پایان هر سال پرداخت می شود خریداری نماید. اگر نرخ سود تضمین شده ۱۰٪ باشد مبلغ هر قسط را حساب کنید.

$$FV_A = Pmt \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i} \right] = ۸,۰۰۰,۰۰۰ \left[\frac{(1+۱۰\%)^{10} - 1}{۱۰\%} \right] = ۸,۰۰۰,۰۰۰ \times [۱۵/۹۳۷۴۲۵] = ۱۲۷,۴۹۹,۴۰۰ \quad \text{عادی}$$

ارزش نهایی سالواره یک ریالی که در پایان هر سال دریافت یا پرداخت می شود

n	%۸	%۹	%۱۰	%۱۲
۱۰	۱۴/۴۸۶۵۶۲	۱۵/۱۹۲۹۳۰	۱۵/۹۳۷۴۲۵	۱۷/۵۴۸۷۳۵

$$۱۲۷,۴۹۹,۴۰۰ \div ۱۰ = ۱۲,۷۴۹,۹۴۰ \quad \text{مبلغ هر قسط}$$

$$۸۰,۰۰۰,۰۰۰ \times \frac{۱۰}{۱۰۰} \times \frac{۱}{۱۲} = ۶۶۶,۶۶۷ \quad \text{سود تضمین شده ماه اول}$$

$$I = \frac{۶۶۶,۶۶۷ \times (۱۲+۱)}{۲} = ۴۰,۳۳۳,۳۳۳ \quad \text{سود فروشنده}$$

$$= \frac{(۴۰,۳۳۳,۳۳۳ + ۸۰,۰۰۰,۰۰۰)}{۱۰} = ۱۲,۰۳۳,۳۳۳ \quad \text{مبلغ هر قسط}$$

۱۵- مینا فرشی بافته است که ارزش آن هم اکنون ۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال است. فردی حاضر شده است که فرش را به همین قیمت اما به صورت قسطی خریداری کند. اگر نرخ سود تضمین شده ۱۶٪ باشد و خریدار بخواهد طی ۵ سال در ابتدای هر سال قسط خود را بپردازد مینا باید مبلغ هر قسط را چقدر تعیین نماید؟

$$FV_{AD} = Pmt \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i} \right] (1+i) = 20,000,000 \left[\frac{(1+16\%)^5 - 1}{16\%} \right] (1 + 16\%) = 20,000,000 \times \left[\frac{6/877135}{16\%} \right] \times 1/16 = 159,549,532$$

$$159,549,532 \div 5 = 31,909,906 \quad \text{مبلغ هر قسط}$$

جدول (۱) ارزش نهایی سالواره یک ریالی که در پایان هر سال دریافت یا پرداخت می شود

n	۱۴%	۱۶%	۱۸%
۴	۴/۹۲۱۱۴۴	۵/۰۶۶۴۹۶	۵/۲۱۵۴۳۲
۵	۶/۶۱۰۱۰۴	۶/۸۷۷۱۳۵	۷/۱۵۴۲۱۰

$$PV_{AD} = Pmt \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^N}}{i} + 1 \right] \Rightarrow 100,000,000 = Pmt [3/798181] \Rightarrow Pmt = \frac{100,000,000}{3/798181} = 26,328,392$$

جدول (۳) ارزش فعلی اقساط مساوی یک ریالی را نشان می دهد که در ابتدای هر سال (پرداختنی) دریافت یا پرداخت می شود

n	۱۴%	۱۶%	۱۸%
۵	۳/۹۱۳۷۱۲	۳/۷۹۸۱۸۱	۳/۶۹۰۰۶۲

$$k = s \times r \times \frac{1}{i} = 100,000,000 \times \frac{16}{100} \times \frac{1}{12} = 1,333,333 \quad \text{سود تضمین شده ماه اول}$$

$$I = \frac{1,333,333 (48)}{2} = 32,000,000 \quad \text{سود فروشنده}$$

$$Q = \frac{S+I}{N} = \frac{100,000,000 + 32,000,000}{5} = \frac{132,000,000}{5} = 26,400,000 \quad \text{مبلغ هر قسط}$$

از آنجا مبلغ اقساط در ابتدای هر سال پرداخت می شود (مدت پرداخت چهار سال طول می کشد) بنابراین سود فروشنده برای مدت ۴۸ ماه بایستی محاسبه گردد.

۱۶- شرکتی در سال گذشته ۸,۰۰۰ ریال فروش داشته است که ۵۰٪ آن نقدی و مابقی بصورت نسیه بوده است. در ضمن مانده حسابهای دریافتی شرکت ۳,۵۰۰ ریال بوده است.

مطلوبست:

(الف) ذخیره مطالبات مشکوک الوصول را با روش برآورد مطالبات مشکوک الوصول بر مبنای ۴٪ فروش محاسبه نمایید.

(ب) ذخیره مطالبات مشکوک الوصول را با روش برآورد مطالبات مشکوک الوصول بر مبنای ۳٪ فروش های نسیه محاسبه نمایید.

(ج) ذخیره مطالبات مشکوک الوصول را با روش برآورد مطالبات مشکوک الوصول بر مبنای ۱۰٪ مانده حساب های دریافتی محاسبه نمایید.

(د) به نظر شما کدام روش منطقی تر است؟

(ه) به نظر شما کدام یک از روش های فوق به نفع این شرکت است؟

$$\text{الف)} \quad 8,000 \times 4\% = 320$$

$$\text{ب)} \quad 4,000 \times 3\% = 120 \quad \text{فروش نسیه} \quad 8,000 \times 50\% = 4,000$$

$$\text{ج)} \quad 3,500 \times 10\% = 350$$

(د) درصدی از مانده حسابهای دریافتی - چون با مطالبات ارتباط مستقیم دارد.

(ه) روش درصدی از مانده حسابهای دریافتی چون در این روش میزان هزینه ثبت شده بیشتر از بقیه روش ها است که باعث کاهش میزان سود و در نتیجه کاهش میزان مالیات متعلق می گردد.

جدول (۱) ارزش نهایی سالواره یک ریالی که در پایان هر سال دریافت یا پرداخت می شود- عادی

n	۱/۵%	۴%	۴/۵%	۵%	۵/۵%	۶%	۷%
۱	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰
۲	۲/۰۱۵۰۰۰	۲/۰۴۰۰۰۰	۲/۰۴۵۰۰۰	۲/۰۵۰۰۰۰	۲/۰۵۵۰۰۰	۲/۰۶۰۰۰۰	۲/۰۷۰۰۰۰
۳	۳/۰۴۵۲۲۵	۳/۱۲۱۶۰۰	۳/۱۳۷۰۲۵	۳/۱۵۲۵۰۰	۳/۱۶۸۰۲۵	۳/۱۸۳۶۰۰	۳/۲۱۴۹۰۰
۴	۴/۰۹۰۹۰۳	۴/۲۴۶۴۶۴	۴/۲۷۸۱۹۱	۴/۳۱۰۱۲۵	۴/۳۴۲۲۶۶	۴/۳۷۴۶۱۶	۴/۴۳۹۹۴۳
۵	۵/۱۵۲۲۶۷	۵/۴۱۶۳۲۳	۵/۴۷۰۷۱۰	۵/۵۲۵۶۳۱	۵/۵۸۱۰۹۱	۵/۶۳۷۰۹۳	۵/۷۵۰۷۳۹
۶	۶/۲۲۹۵۵۱	۶/۶۳۲۹۷۵	۶/۷۱۶۸۹۲	۶/۸۰۱۹۱۳	۶/۸۸۸۰۵۱	۶/۹۷۵۳۱۹	۷/۱۵۳۲۹۱
۷	۷/۳۲۲۹۹۴	۷/۸۹۸۲۹۴	۸/۰۱۹۱۵۲	۸/۱۴۲۰۰۸	۸/۲۶۶۸۹۴	۸/۳۹۳۸۳۸	۸/۶۵۴۰۲۱
۸	۸/۴۳۲۸۳۹	۹/۲۱۴۲۲۶	۹/۳۸۰۰۱۴	۹/۵۴۹۱۰۹	۹/۷۲۱۵۷۳	۹/۸۹۷۴۶۸	۱۰/۲۵۹۸۰۳
۹	۹/۵۵۹۳۳۲	۱۰/۵۸۲۷۹۵	۱۰/۸۰۲۱۱۴	۱۱/۰۲۶۵۶۴	۱۱/۲۵۶۲۶۰	۱۱/۴۹۱۳۱۶	۱۱/۹۷۷۹۸۹
۱۰	۱۰/۷۰۲۷۲۲	۱۲/۰۰۶۱۰۷	۱۲/۲۸۸۲۰۹	۱۲/۵۷۷۸۹۳	۱۲/۸۷۵۳۵۴	۱۳/۱۸۰۷۹۵	۱۳/۸۱۶۴۴۸
۱۱	۱۱/۸۶۳۲۶۲	۱۳/۴۸۶۳۵۱	۱۳/۸۴۱۱۷۹	۱۴/۲۰۶۷۸۷	۱۴/۵۸۳۴۹۸	۱۴/۹۷۱۶۴۳	۱۵/۷۸۳۵۹۹
۱۲	۱۳/۰۴۱۲۱۱	۱۵/۰۲۵۸۰۵	۱۵/۴۶۴۰۳۲	۱۵/۹۱۷۱۲۷	۱۶/۳۸۵۵۹۱	۱۶/۸۶۹۹۴۱	۱۷/۸۸۸۴۵۱
۱۳	۱۴/۲۳۶۸۳۰	۱۶/۶۲۶۸۳۸	۱۷/۱۵۹۹۱۳	۱۷/۷۱۲۹۸۳	۱۸/۲۸۶۷۹۸	۱۸/۸۸۲۱۳۸	۲۰/۱۴۰۶۴۳
۱۴	۱۵/۴۵۰۳۸۲	۱۸/۲۹۱۹۱۱	۱۸/۹۳۲۱۰۹	۱۹/۵۹۸۶۳۲	۲۰/۲۹۲۵۷۲	۲۱/۰۱۵۰۶۶	۲۲/۵۵۰۴۸۸
۱۵	۱۶/۶۸۲۱۳۸	۲۰/۰۲۳۵۸۸	۲۰/۷۸۴۰۵۴	۲۱/۵۷۸۵۶۴	۲۲/۴۰۸۶۶۳	۲۳/۲۷۵۹۷۰	۲۵/۱۲۹۰۲۲
۱۶	۱۷/۹۳۲۳۷۰	۲۱/۸۲۴۵۳۱	۲۲/۷۱۹۳۳۷	۲۳/۶۵۷۴۹۲	۲۴/۶۴۱۱۴۰	۲۵/۶۷۲۵۲۸	۲۷/۸۸۸۰۵۴
۱۷	۱۹/۲۰۱۳۵۵	۲۳/۶۹۷۵۱۲	۲۴/۷۴۱۷۰۷	۲۵/۸۴۰۳۶۶	۲۶/۹۹۶۴۰۳	۲۸/۲۱۲۸۸۰	۳۰/۸۴۰۲۱۷
۱۸	۲۰/۴۸۹۳۷۶	۲۵/۶۴۵۴۱۳	۲۶/۸۵۵۰۸۴	۲۸/۱۳۲۳۸۵	۲۹/۴۸۱۲۰۵	۳۰/۹۰۵۶۵۳	۳۳/۹۹۹۰۳۳
۱۹	۲۱/۷۹۶۷۱۶	۲۷/۶۷۱۲۲۹	۲۹/۰۶۳۵۶۲	۳۰/۵۳۹۰۰۴	۳۲/۱۰۲۶۷۱	۳۳/۷۵۹۹۹۲	۳۷/۳۷۸۹۶۵
۲۰	۲۳/۱۲۳۶۶۷	۲۹/۷۷۸۰۷۹	۳۱/۳۷۱۴۲۳	۳۳/۰۶۵۹۵۴	۳۴/۸۶۸۳۱۸	۳۶/۷۸۵۵۹۱	۴۰/۹۹۵۴۹۲
۲۱	۲۴/۴۷۰۵۲۲	۳۱/۹۶۹۲۰۲	۳۳/۷۸۳۱۳۷	۳۵/۷۱۹۲۵۲	۳۷/۷۸۶۰۷۶	۳۹/۹۹۲۷۲۷	۴۴/۸۶۵۱۷۷
۲۲	۲۵/۸۳۷۵۸۰	۳۴/۲۴۷۹۷۰	۳۶/۳۰۳۳۷۸	۳۸/۵۰۵۲۱۴	۴۰/۸۶۴۳۱۰	۴۳/۳۹۲۲۹۰	۴۹/۰۰۵۷۳۹
۲۳	۲۷/۲۲۵۱۴۴	۳۶/۶۱۷۸۸۹	۳۸/۹۳۷۰۳۰	۴۱/۴۳۰۴۷۵	۴۴/۱۱۱۸۴۷	۴۶/۹۹۵۸۲۸	۵۳/۴۳۶۱۴۱
۲۴	۲۸/۶۳۳۵۲۱	۳۹/۰۸۲۶۰۴	۴۱/۶۸۹۱۹۶	۴۴/۵۰۱۹۹۹	۴۷/۵۳۷۹۹۸	۵۰/۸۱۵۵۷۷	۵۸/۱۷۶۶۷۱
۲۵	۳۰/۰۶۳۰۲۴	۴۱/۶۴۵۹۰۸	۴۴/۵۶۵۲۱۰	۴۷/۷۲۷۰۹۹	۵۱/۱۵۲۵۸۸	۵۴/۸۶۴۵۱۲	۶۳/۲۴۹۰۳۸
۲۶	۳۱/۵۱۳۹۶۹	۴۴/۳۱۱۷۴۵	۴۷/۵۷۰۶۴۵	۵۱/۱۱۳۴۵۴	۵۴/۹۶۵۹۸۱	۵۹/۱۵۶۳۸۳	۶۸/۶۷۶۴۷۰
۲۷	۳۲/۹۸۶۶۷۸	۴۷/۰۸۴۲۱۴	۵۰/۷۱۱۳۲۴	۵۴/۶۶۹۱۲۶	۵۸/۹۸۹۱۰۹	۶۳/۷۰۵۷۶۶	۷۴/۴۸۳۸۲۳
۲۸	۳۴/۴۸۱۴۷۹	۴۹/۹۶۷۵۸۳	۵۳/۹۹۳۳۳۳	۵۸/۴۰۲۵۸۳	۶۳/۲۳۳۵۱۰	۶۸/۵۲۸۱۱۲	۸۰/۶۹۷۶۹۱
۲۹	۳۵/۹۹۸۷۰۱	۵۲/۹۶۶۲۸۶	۵۷/۴۲۳۰۳۳	۶۲/۳۲۲۷۱۲	۶۷/۷۱۱۳۵۴	۷۳/۶۳۹۷۹۸	۸۷/۳۴۶۵۲۹
۳۰	۳۷/۵۳۸۶۸۱	۵۶/۰۸۴۹۳۸	۶۱/۰۰۷۰۷۰	۶۶/۴۳۸۸۴۸	۷۲/۴۳۵۴۷۸	۷۹/۰۵۸۱۸۶	۹۴/۴۶۰۷۸۶

جدول (۱) ارزش نهایی سالواره یک ریالی که در پایان هر سال دریافت یا پرداخت می شود - عادی

n	%۸	%۹	%۱۰	%۱۲	%۱۴	%۱۶	%۱۸
۱	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰
۲	۲/۰۸۰۰۰۰	۲/۰۹۰۰۰۰	۲/۱۰۰۰۰۰	۲/۱۲۰۰۰۰	۲/۱۴۰۰۰۰	۲/۱۶۰۰۰۰	۲/۱۸۰۰۰۰
۳	۳/۲۴۶۴۰۰	۳/۲۷۸۱۰۰	۳/۳۱۰۰۰۰	۳/۳۷۴۴۰۰	۳/۴۳۹۶۰۰	۳/۵۰۵۶۰۰	۳/۵۷۲۴۰۰
۴	۴/۵۰۶۱۱۲	۴/۵۷۳۱۲۹	۴/۶۴۱۰۰۰	۴/۷۷۹۳۲۸	۴/۹۲۱۱۴۴	۵/۰۶۶۴۹۶	۵/۲۱۵۴۳۲
۵	۵/۸۶۶۶۰۱	۵/۹۸۴۷۱۱	۶/۱۰۵۱۰۰	۶/۳۵۲۸۴۷	۶/۶۱۰۱۰۴	۶/۸۷۷۱۳۵	۷/۱۵۴۲۱۰
۶	۷/۳۳۵۹۲۹	۷/۵۲۳۳۳۵	۷/۷۱۵۶۱۰	۸/۱۱۵۱۸۹	۸/۵۳۵۵۱۹	۸/۹۷۷۴۷۷	۹/۴۴۱۹۶۸
۷	۸/۹۲۲۸۰۳	۹/۲۰۰۴۳۵	۹/۴۸۷۱۷۱	۱۰/۰۸۹۰۱۲	۱۰/۷۳۰۴۹۱	۱۱/۴۱۳۸۷۳	۱۲/۱۴۱۵۲۲
۸	۱۰/۶۳۶۶۲۸	۱۱/۰۲۸۴۷۴	۱۱/۴۳۵۸۸۸	۱۲/۲۹۹۶۹۳	۱۳/۲۳۲۷۶۰	۱۴/۲۴۰۰۹۳	۱۵/۳۲۶۹۹۶
۹	۱۲/۴۸۷۵۵۸	۱۳/۰۲۱۰۳۶	۱۳/۵۷۹۶۷۷	۱۴/۷۷۵۶۵۶	۱۶/۰۸۵۳۴۷	۱۷/۵۱۸۵۰۸	۱۹/۰۸۵۸۵۵
۱۰	۱۴/۴۸۶۵۶۲	۱۵/۱۹۲۹۳۰	۱۵/۹۳۷۴۲۵	۱۷/۵۴۸۷۳۵	۱۹/۳۳۷۲۹۵	۲۱/۳۲۱۴۶۹	۲۳/۵۲۱۳۰۹
۱۱	۱۶/۶۴۵۴۸۷	۱۷/۵۶۰۲۹۳	۱۸/۵۳۱۱۶۷	۲۰/۶۵۴۵۸۳	۲۳/۰۴۴۵۱۶	۲۵/۷۳۲۹۰۴	۲۸/۷۵۵۱۴۴
۱۲	۱۸/۹۷۷۱۲۶	۲۰/۱۴۰۷۲۰	۲۱/۳۸۴۲۸۴	۲۴/۱۳۳۱۳۳	۲۷/۲۷۰۷۴۹	۳۰/۸۵۰۱۶۹	۳۴/۹۳۱۰۷۰
۱۳	۲۱/۴۹۵۲۹۷	۲۲/۹۵۳۳۸۵	۲۴/۵۲۲۷۱۲	۲۸/۰۲۹۱۰۹	۳۲/۰۸۸۶۵۴	۳۶/۷۸۶۱۹۶	۴۲/۲۱۸۶۶۳
۱۴	۲۴/۲۱۴۹۲۰	۲۶/۰۱۹۱۸۹	۲۷/۹۷۴۹۸۳	۳۲/۳۹۲۶۰۲	۳۷/۵۸۱۰۶۵	۴۳/۶۷۱۹۸۷	۵۰/۸۱۸۰۲۲
۱۵	۲۷/۱۵۲۱۱۴	۲۹/۳۶۰۹۱۶	۳۱/۷۷۲۴۸۲	۳۷/۲۷۹۷۱۵	۴۳/۸۴۲۴۱۴	۵۱/۶۵۹۵۰۵	۶۰/۹۶۵۲۶۶
۱۶	۳۰/۳۲۴۲۸۳	۳۳/۰۰۳۳۹۹	۳۵/۹۶۹۷۳۰	۴۲/۷۵۳۲۸۰	۵۰/۹۸۰۳۵۲	۶۰/۹۲۵۰۲۶	۷۲/۹۳۹۰۱۴
۱۷	۳۳/۷۵۰۲۲۶	۳۶/۹۷۳۷۰۵	۴۰/۵۴۴۷۰۳	۴۸/۸۸۳۶۷۴	۵۹/۱۱۷۶۰۱	۷۱/۶۷۳۰۳۰	۸۷/۰۶۸۰۳۶
۱۸	۳۷/۴۵۰۲۴۴	۴۱/۳۰۱۳۳۸	۴۵/۵۹۹۱۷۳	۵۵/۷۴۹۷۱۵	۶۸/۳۹۴۰۶۶	۸۴/۱۴۰۷۱۵	۱۰۳/۷۴۰۲۸۳
۱۹	۴۱/۴۴۶۲۶۳	۴۶/۰۱۸۴۵۸	۵۱/۱۵۹۰۹۰	۶۳/۴۳۹۶۸۱	۷۸/۹۶۹۲۳۵	۹۸/۶۰۳۲۳۰	۱۲۳/۴۱۳۵۳۴
۲۰	۴۵/۷۶۱۹۶۴	۵۱/۱۶۰۱۲۰	۵۷/۲۷۴۹۹۹	۷۲/۰۵۲۴۴۲	۹۱/۰۲۴۹۲۸	۱۱۵/۳۷۹۷۴۷	۱۴۶/۶۲۷۹۷۰
۲۱	۵۰/۴۲۲۹۲۱	۵۶/۷۶۴۵۳۰	۶۴/۰۰۲۴۹۹	۸۱/۶۹۸۷۳۶	۱۰۴/۷۶۸۴۱۸	۱۳۴/۸۴۰۵۰۶	۱۷۴/۰۲۱۰۰۵
۲۲	۵۵/۴۵۶۷۵۵	۶۲/۸۷۳۳۳۸	۷۱/۴۰۲۷۴۹	۹۲/۵۰۲۵۸۴	۱۲۰/۴۳۵۹۹۶	۱۵۷/۴۱۴۹۸۷	۲۰۶/۳۴۴۷۸۵
۲۳	۶۰/۸۹۳۲۹۶	۶۹/۵۳۱۹۳۹	۷۹/۵۴۳۰۲۴	۱۰۴/۶۰۲۸۹۴	۱۳۸/۲۹۷۰۳۵	۱۸۳/۶۰۱۳۸۵	۲۴۴/۴۸۶۸۴۷
۲۴	۶۶/۷۶۴۴۷۵۹	۷۶/۷۸۹۸۱۳	۸۸/۴۹۷۳۲۷	۱۱۸/۱۵۵۲۴۱	۱۵۸/۶۵۸۶۲۰	۲۱۳/۹۷۷۶۰۷	۲۸۹/۴۹۴۴۷۹
۲۵	۷۳/۱۰۵۹۴۰	۸۴/۷۰۰۸۹۶	۹۸/۳۴۷۰۵۹	۱۳۳/۳۳۳۸۷۰	۱۸۱/۸۷۰۸۲۷	۲۴۹/۲۱۴۰۲۴	۳۴۲/۶۰۳۴۸۶
۲۶	۷۹/۹۵۴۴۱۵	۹۳/۳۲۳۹۷۷	۱۰۹/۱۸۱۷۶۵	۱۵۰/۳۳۳۹۳۴	۲۰۸/۳۳۲۷۴۳	۲۹۰/۰۸۸۲۶۷	۴۰۵/۲۷۲۱۱۳
۲۷	۸۷/۳۵۰۷۶۸	۱۰۲/۷۲۳۱۳۵	۱۲۱/۰۹۹۹۴۲	۱۶۹/۳۷۴۰۰۷	۲۳۸/۴۹۹۳۲۷	۳۳۷/۵۰۲۳۹۰	۴۷۹/۲۲۱۰۹۳
۲۸	۹۵/۳۳۸۸۳۰	۱۱۲/۹۶۸۲۱۷	۱۳۴/۲۰۹۹۳۶	۱۹۰/۶۹۸۸۸۷	۲۷۲/۸۸۹۲۳۳	۳۹۲/۵۰۲۷۷۳	۵۶۶/۴۸۰۸۹۰
۲۹	۱۰۳/۹۶۵۹۳۶	۱۲۴/۱۳۵۳۵۶	۱۴۸/۶۳۰۹۳۰	۲۱۴/۵۸۲۷۵۴	۳۱۲/۰۹۳۷۲۵	۴۵۶/۳۰۳۲۱۶	۶۶۹/۴۴۷۴۵۰
۳۰	۱۱۳/۲۸۳۲۱۱	۱۳۶/۳۰۷۵۳۹	۱۶۴/۴۹۴۰۲۳	۲۴۱/۳۳۲۶۸۴	۳۵۶/۷۸۶۸۴۷	۵۳۰/۳۱۱۷۳۱	۷۹۰/۹۴۷۹

جدول ۲) ارزش فعلی سالواره یک ریالی که در پایان هر سال دریافت یا پرداخت می شود - عادی

n	۱/۵%	۴%	۴/۵%	۵%	۵/۵%	۶%	۷%
۱	۰/۹۸۵۲۲۲	۰/۹۶۱۵۳۸	۰/۹۵۶۹۳۸	۰/۹۵۲۳۸۱	۰/۹۴۷۸۶۷	۰/۹۴۳۳۹۶	۰/۹۳۴۵۷۹
۲	۱/۹۵۵۸۸۳	۱/۸۸۶۰۹۵	۱/۸۷۲۶۶۸	۱/۸۵۹۴۱۰	۱/۸۴۶۳۲۰	۱/۸۳۳۳۹۳	۱/۸۰۸۰۱۸
۳	۲/۹۱۲۲۰۰	۲/۷۷۵۰۹۱	۲/۷۴۸۹۶۴	۲/۷۲۳۲۴۸	۲/۶۹۷۹۳۳	۲/۶۷۳۰۱۲	۲/۶۲۴۳۱۶
۴	۳/۸۵۴۳۸۵	۳/۶۲۹۸۹۵	۳/۵۸۷۵۲۶	۳/۵۴۵۹۵۱	۳/۵۰۵۱۵۰	۳/۴۶۵۱۰۶	۳/۳۸۷۲۱۱
۵	۴/۷۸۲۶۴۵	۴/۴۵۱۸۲۲	۴/۳۸۹۹۷۷	۴/۳۲۹۴۷۷	۴/۲۷۰۲۸۴	۴/۲۱۳۳۶۴	۴/۱۰۰۱۹۷
۶	۵/۶۹۷۱۸۷	۵/۲۴۲۱۳۷	۵/۱۵۷۸۷۲	۵/۰۷۵۶۹۲	۴/۹۹۵۵۳۰	۴/۹۱۷۳۲۴	۴/۷۶۶۵۴۰
۷	۶/۵۹۸۲۱۴	۶/۰۰۲۰۵۵	۵/۸۹۲۷۰۱	۵/۷۸۶۳۷۳	۵/۶۸۲۹۶۷	۵/۵۸۲۳۸۱	۵/۳۸۹۲۸۹
۸	۷/۴۸۵۹۲۵	۶/۷۳۲۷۴۵	۶/۵۹۵۸۸۶	۶/۴۶۳۲۱۳	۶/۳۳۴۵۶۶	۶/۲۰۹۷۹۴	۵/۹۷۱۲۹۹
۹	۸/۳۶۰۵۱۷	۷/۴۳۵۳۳۲	۷/۲۶۸۷۹۰	۷/۱۰۷۸۲۲	۶/۹۵۲۱۹۵	۶/۸۰۱۶۹۲	۶/۵۱۵۲۳۲
۱۰	۹/۲۲۲۱۸۵	۸/۱۱۰۸۹۶	۷/۹۱۲۷۱۸	۷/۷۲۱۷۳۵	۷/۵۳۷۶۲۶	۷/۳۶۰۰۸۷	۷/۰۲۳۵۸۲
۱۱	۱۰/۰۷۱۱۱۸	۸/۷۶۰۴۷۷	۸/۵۲۸۹۱۷	۸/۳۰۶۴۱۴	۸/۰۹۲۵۳۶	۷/۸۸۶۸۷۵	۷/۴۹۸۶۷۴
۱۲	۱۰/۹۰۷۵۰۵	۹/۳۸۵۰۷۴	۹/۱۱۸۵۸۱	۸/۸۶۳۲۵۲	۸/۶۱۸۵۱۸	۸/۳۸۳۸۴۴	۷/۹۴۲۶۸۶
۱۳	۱۱/۷۳۱۵۳۲	۹/۹۸۵۶۴۸	۹/۶۸۲۸۵۲	۹/۳۹۳۵۷۳	۹/۱۱۷۰۷۹	۸/۸۵۲۶۸۳	۸/۳۵۷۶۵۱
۱۴	۱۲/۵۴۳۳۸۲	۱۰/۵۶۳۱۲۳	۱۰/۲۲۲۸۲۵	۹/۸۹۸۶۴۱	۹/۵۸۹۶۴۸	۹/۲۹۴۹۸۴	۸/۷۴۵۴۶۸
۱۵	۱۳/۳۴۳۲۳۳	۱۱/۱۱۸۳۸۷	۱۰/۷۳۹۵۴۶	۱۰/۳۷۹۶۵۸	۱۰/۰۳۷۵۸۱	۹/۷۱۲۲۴۹	۹/۱۰۷۹۱۴
۱۶	۱۴/۱۳۱۲۶۴	۱۱/۶۵۲۲۹۶	۱۱/۲۳۴۰۱۵	۱۰/۸۳۷۷۷۰	۱۰/۴۶۲۱۶۲	۱۰/۱۰۵۸۹۵	۹/۴۴۶۶۴۹
۱۷	۱۴/۹۰۷۶۴۹	۱۲/۱۶۵۶۶۹	۱۱/۷۰۷۱۹۱	۱۱/۶۸۹۵۸۷	۱۰/۸۶۴۶۰۹	۱۰/۴۷۷۲۶۰	۹/۷۶۳۲۲۳
۱۸	۱۵/۶۷۲۵۶۱	۱۲/۶۵۹۲۹۷	۱۲/۱۵۹۹۹۲	۱۱/۶۸۹۵۸۷	۱۱/۲۴۶۰۷۴	۱۰/۸۲۷۶۰۳	۱۰/۰۵۹۰۸۷
۱۹	۱۶/۴۲۶۱۶۸	۱۳/۱۳۳۹۳۹	۱۲/۵۹۳۲۹۴	۱۲/۰۸۵۳۲۱	۱۱/۶۰۷۶۵۴	۱۱/۱۵۸۱۱۶	۱۰/۳۳۵۵۹۵
۲۰	۱۷/۱۶۸۶۳۹	۱۳/۵۹۰۳۲۶	۱۳/۰۰۷۹۳۶	۱۲/۴۶۲۲۱۰	۱۱/۹۵۰۳۸۲	۱۱/۴۶۹۹۲۱	۱۰/۵۹۴۰۱۴
۲۱	۱۷/۹۰۰۱۳۷	۱۴/۰۲۹۱۶۰	۱۳/۴۰۴۷۲۴	۱۲/۸۲۱۱۵۳	۱۲/۲۷۵۲۴۴	۱۱/۷۶۴۰۷۷	۱۰/۸۳۵۵۲۷
۲۲	۱۸/۶۲۰۸۲۴	۱۴/۴۵۱۱۱۵	۱۳/۷۸۴۴۲۵	۱۳/۱۶۳۰۰۳	۱۲/۵۸۳۱۷۰	۱۲/۰۴۱۵۸۲	۱۱/۰۶۱۲۴۰
۲۳	۱۹/۳۳۰۸۶۱	۱۴/۸۵۶۸۴۲	۱۴/۱۴۷۷۷۵	۱۳/۴۸۸۵۷۴	۱۲/۸۷۵۰۴۲	۱۲/۳۰۳۳۷۹	۱۱/۲۷۲۱۸۷
۲۴	۲۰/۰۳۰۴۰۵	۱۵/۲۴۶۹۶۳	۱۴/۴۹۵۴۷۸	۱۳/۷۹۸۶۴۲	۱۳/۱۵۱۶۹۹	۱۲/۵۵۰۳۵۸	۱۱/۴۶۹۳۳۴
۲۵	۲۰/۷۱۹۶۱۱	۱۵/۶۲۲۰۸۰	۱۴/۸۲۸۲۰۹	۱۴/۰۹۳۹۴۵	۱۳/۴۱۳۹۳۳	۱۲/۷۸۳۳۵۶	۱۱/۶۵۳۵۸۳
۲۶	۲۱/۳۹۸۶۳۲	۱۵/۹۸۲۷۶۹	۱۵/۱۴۶۶۱۱	۱۴/۳۷۵۱۸۵	۱۳/۶۶۲۴۹۵	۱۳/۰۰۳۱۶۶	۱۱/۸۲۵۷۷۹
۲۷	۲۲/۰۶۷۶۱۷	۱۶/۳۲۹۵۸۶	۱۵/۴۵۱۳۰۳	۱۴/۶۴۳۰۳۴	۱۳/۸۹۸۱۰۰	۱۳/۲۱۰۵۳۴	۱۱/۹۸۶۷۰۹
۲۸	۲۲/۷۲۶۷۱۷	۱۶/۶۶۳۰۶۳	۱۵/۷۴۲۸۷۴	۱۴/۸۹۸۱۲۷	۱۴/۱۲۱۴۲۲	۱۳/۴۰۶۱۶۴	۱۲/۱۳۷۱۱۱
۲۹	۲۳/۳۷۶۰۷۶	۱۶/۹۸۳۷۱۵	۱۶/۰۲۱۸۸۹	۱۵/۱۴۱۰۷۴	۱۴/۳۳۳۱۰۱	۱۳/۵۹۰۷۲۱	۱۲/۲۷۷۶۷۴
۳۰	۲۴/۰۱۵۸۳۸	۱۷/۲۹۲۰۳۳	۱۶/۲۸۸۸۸۹	۱۵/۳۷۲۴۵۱	۱۴/۵۳۳۷۴۵	۱۳/۷۶۶۸۳۱	۱۲/۴۰۹۰۴۱

جدول ۲) ارزش فعلی سالواره یک ریالی که در پایان هر سال دریافت یا پرداخت می شود - عادی

n	۸%	۹%	۱۰%	۱۲%	۱۴%	۱۶%	۱۸%
۱	۰/۹۲۵۹۲۶	۰/۹۱۷۴۳۱	۰/۹۰۹۰۹۱	۰/۸۹۲۸۵۷	۰/۸۷۷۱۹۳	۰/۸۶۲۰۶۹	۰/۸۴۷۴۵۸
۲	۱/۷۸۳۲۶۵	۱/۷۵۹۱۱۱	۱/۷۳۵۵۳۷	۱/۶۹۰۰۵۱	۱/۶۴۶۶۶۱	۱/۶۰۵۲۳۲	۱/۵۶۵۶۴۲
۳	۲/۵۷۷۰۹۷	۲/۵۳۱۲۹۵	۲/۴۸۶۸۵۲	۲/۴۰۱۸۳۱	۲/۳۲۱۶۳۲	۲/۲۴۵۸۹۰	۲/۱۷۴۲۷۳
۴	۳/۳۱۲۱۲۷	۳/۲۳۹۷۲۰	۳/۱۶۹۸۶۵	۳/۰۳۷۳۴۹	۲/۹۱۳۷۱۲	۲/۷۹۸۱۸۱	۲/۶۹۰۰۶۲
۵	۳/۹۹۲۷۱۰	۳/۸۸۹۶۵۱	۳/۷۹۰۷۸۷	۳/۶۰۴۷۷۶	۳/۴۳۳۰۸۱	۳/۲۷۴۲۹۴	۳/۱۲۷۱۷۱
۶	۴/۶۲۲۸۸۰	۴/۴۸۵۹۱۹	۴/۳۵۵۲۶۱	۴/۱۱۱۴۰۷	۳/۸۸۸۶۶۸	۳/۶۸۴۷۳۶	۳/۴۹۷۶۰۳
۷	۵/۲۰۶۳۷۰	۵/۰۳۲۹۵۳	۴/۸۶۸۴۱۹	۴/۵۶۳۷۵۷	۴/۲۸۸۳۰۵	۴/۰۳۸۵۶۵	۳/۸۱۱۵۲۸
۸	۵/۷۴۶۶۳۹	۵/۵۳۴۸۱۹	۵/۳۳۴۹۲۶	۴/۹۶۷۶۴۰	۴/۶۳۸۸۶۴	۴/۳۴۳۵۹۱	۴/۰۷۷۵۶۶
۹	۶/۲۴۶۸۸۸	۵/۹۹۵۲۴۷	۵/۷۵۹۰۲۴	۵/۳۲۸۲۵۰	۴/۹۴۶۳۷۲	۴/۶۰۶۵۴۴	۴/۳۰۲۰۲۲
۱۰	۶/۷۱۰۰۸۱	۶/۴۱۷۶۵۸	۶/۱۴۴۵۶۷	۵/۶۵۰۲۲۳	۵/۲۱۶۱۱۶	۴/۸۳۳۲۲۷	۴/۴۹۴۰۸۶
۱۱	۷/۱۳۸۹۶۴	۶/۸۰۵۱۹۱	۶/۴۹۵۰۶۱	۵/۹۳۷۶۹۹	۵/۴۵۲۷۳۳	۵/۰۲۸۶۴۴	۴/۶۵۶۰۰۵
۱۲	۷/۵۳۶۰۷۸	۷/۱۶۰۷۲۵	۶/۸۱۳۶۹۲	۶/۱۹۴۳۷۴	۵/۶۶۰۲۹۲	۵/۱۹۷۱۰۷	۴/۷۹۳۲۲۵
۱۳	۷/۹۰۳۷۷۶	۷/۴۸۶۹۰۴	۷/۱۰۳۳۵۶	۶/۴۲۳۵۴۸	۵/۸۴۲۳۶۲	۵/۳۴۲۳۳۴	۴/۹۰۹۵۱۳
۱۴	۸/۲۴۴۲۳۷	۷/۷۸۶۱۵۰	۷/۳۶۶۶۸۷	۶/۶۲۸۱۶۸	۶/۰۰۲۰۷۲	۵/۴۶۷۵۲۹	۵/۰۰۸۰۶۲
۱۵	۸/۵۵۹۴۷۹	۸/۰۶۰۶۸۸	۷/۶۰۶۰۸۰	۶/۸۱۰۸۶۴	۶/۱۴۲۱۶۸	۵/۵۷۵۴۵۶	۵/۰۹۱۵۷۸
۱۶	۸/۸۵۱۳۶۹	۸/۳۱۲۵۵۸	۷/۸۲۳۷۰۹	۶/۹۷۳۹۸۶	۶/۲۶۵۰۶۰	۵/۶۶۸۴۹۷	۵/۱۶۲۳۵۴
۱۷	۹/۱۲۱۶۳۸	۸/۵۴۳۶۳۱	۸/۰۲۱۵۵۳	۷/۱۱۹۶۳۰	۶/۳۷۲۸۵۹	۵/۷۴۸۷۰۴	۵/۲۲۲۳۳۴
۱۸	۹/۳۷۱۸۸۷	۸/۷۵۵۶۲۵	۸/۲۰۱۴۱۲	۷/۲۴۹۶۷۰	۶/۴۶۷۴۲۰	۵/۸۱۷۸۴۸	۵/۲۷۳۱۶۴
۱۹	۹/۶۰۳۵۹۹	۸/۹۵۰۱۱۵	۸/۳۶۴۹۲۰	۷/۳۶۵۷۷۷	۶/۵۵۰۳۶۹	۵/۸۷۷۴۵۵	۵/۳۱۶۲۴۱
۲۰	۹/۸۱۸۱۴۷	۹/۱۲۸۵۴۶	۸/۵۱۳۵۶۴	۷/۴۶۹۴۴۴	۶/۶۲۳۱۳۱	۵/۹۲۸۸۴۱	۵/۳۵۲۷۴۶
۲۱	۱۰/۰۱۶۸۰۳	۹/۲۹۲۲۴۴	۸/۶۴۸۶۹۴	۷/۵۶۲۰۰۳	۶/۶۸۶۹۵۷	۵/۹۷۳۱۳۹	۵/۳۸۳۶۸۳
۲۲	۱۰/۲۰۰۷۴۴	۹/۴۴۲۴۲۵	۸/۷۷۱۵۴۰	۷/۶۴۴۶۴۶	۶/۷۴۲۹۴۴	۶/۰۱۱۳۲۶	۵/۴۰۹۹۰۱
۲۳	۱۰/۳۷۱۰۵۹	۹/۵۸۰۲۰۷	۸/۸۸۳۲۱۸	۷/۷۱۸۴۳۴	۶/۷۹۲۰۵۶	۶/۰۴۴۲۴۷	۵/۴۳۲۱۲۰
۲۴	۱۰/۵۲۸۷۵۸	۹/۷۰۶۶۱۲	۸/۹۸۴۷۴۴	۷/۷۸۴۳۱۶	۶/۸۳۵۱۳۷	۶/۰۷۲۶۲۷	۵/۴۵۰۹۴۹
۲۵	۱۰/۶۷۴۷۷۶	۹/۸۲۲۵۸۰	۹/۰۷۷۰۴۰	۷/۸۴۳۱۳۹	۶/۸۷۲۹۲۷	۶/۰۹۷۰۹۲	۵/۴۶۶۹۰۶
۲۶	۱۰/۸۰۹۹۷۸	۹/۹۲۸۹۷۲	۹/۱۶۰۹۴۵	۷/۸۹۵۶۶۰	۶/۹۰۶۰۷۷	۶/۱۱۸۱۸۳	۵/۴۸۰۴۲۹
۲۷	۱۰/۹۳۵۱۶۵	۱۰/۰۲۶۵۸۰	۹/۲۳۷۲۲۳	۷/۹۴۲۵۵۴	۶/۹۳۵۱۵۵	۶/۱۳۶۳۶۴	۵/۴۹۱۸۸۹
۲۸	۱۱/۰۵۱۰۷۸	۱۰/۱۱۶۱۲۸	۹/۳۰۶۵۶۷	۷/۹۸۴۴۲۳	۶/۹۶۰۶۶۲	۶/۱۵۲۰۳۸	۵/۵۰۱۶۰۱
۲۹	۱۱/۱۵۸۴۰۶	۱۰/۱۹۸۲۸۳	۹/۳۶۹۶۰۶	۸/۰۲۱۸۰۶	۶/۹۸۳۰۳۷	۶/۱۶۵۵۵۰	۵/۵۰۹۸۳۱
۳۰	۱۱/۲۵۷۷۸۳	۱۰/۲۷۳۶۵۴	۹/۴۲۶۹۱۴	۸/۰۵۵۱۸۴	۷/۰۰۲۶۶۴	۶/۱۷۷۱۹۸	۵/۵۱۶۸۰۶

جدول ۳) ارزش فعلی اقساط مساوی یک ریالی که در ابتدای هر سال دریافت یا پرداخت می شود - پرداختنی

n	۱/۵%	۴%	۴/۵%	۵%	۵/۵%	۶%	۷%
۱	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰
۲	۱/۹۸۵۲۲۲	۱/۹۶۱۵۳۸	۱/۹۵۶۹۳۸	۱/۹۵۲۳۸۱	۱/۹۴۷۸۶۷	۱/۹۴۳۳۹۶	۱/۹۳۴۵۷۹
۳	۲/۹۵۵۸۸۳	۲/۸۸۶۰۹۵	۲/۸۷۲۶۶۸	۲/۸۵۹۴۱۰	۲/۸۴۶۳۲۰	۲/۸۳۳۳۹۳	۲/۸۰۸۰۱۸
۴	۳/۹۱۲۲۰۰	۳/۷۷۵۰۹۱	۳/۷۴۸۹۶۴	۳/۷۲۳۲۴۸	۳/۶۹۷۹۳۳	۳/۶۷۳۰۱۲	۳/۶۲۴۳۱۶
۵	۴/۸۵۴۳۸۵	۴/۶۲۹۸۹۵	۴/۵۸۷۵۲۶	۴/۵۴۵۹۵۱	۴/۵۰۵۱۵۰	۴/۴۶۵۱۰۶	۴/۳۸۷۲۱۱
۶	۵/۷۸۲۶۴۵	۵/۴۵۱۸۲۲	۵/۳۸۹۹۷۷	۵/۳۲۹۴۷۷	۵/۲۷۰۲۸۴	۵/۲۱۲۳۶۴	۵/۱۰۰۱۹۷
۷	۶/۶۹۷۱۸۷	۶/۲۴۲۱۳۷	۶/۱۵۷۸۷۲	۶/۰۷۵۶۹۲	۵/۹۹۵۵۳۰	۵/۹۱۷۳۲۴	۵/۷۶۶۵۴۰
۸	۷/۵۹۸۲۱۴	۷/۰۰۲۰۵۵	۶/۸۹۲۷۰۱	۶/۷۸۶۳۷۳	۶/۶۸۲۹۶۷	۶/۵۸۲۳۸۱	۶/۳۸۹۲۸۹
۹	۸/۴۸۵۹۲۵	۷/۷۳۲۷۴۵	۷/۵۹۵۸۸۶	۷/۴۶۳۲۱۳	۷/۳۳۴۵۶۶	۷/۲۰۹۷۹۴	۶/۹۷۱۲۹۹
۱۰	۹/۳۶۰۵۱۷	۸/۴۳۵۳۳۲	۸/۲۶۸۷۹۰	۸/۱۰۷۸۲۲	۷/۹۵۲۱۹۵	۷/۸۰۱۶۹۲	۷/۵۱۵۲۳۲
۱۱	۱۰/۲۲۲۱۸۵	۹/۱۱۰۸۹۶	۸/۹۱۲۷۱۸	۸/۷۲۱۷۳۵	۸/۵۳۷۶۲۶	۸/۳۶۰۰۸۷	۸/۰۲۳۵۸۲
۱۲	۱۱/۰۷۱۱۱۸	۹/۷۶۰۴۷۷	۹/۵۲۸۹۱۷	۹/۳۰۶۴۱۴	۹/۰۹۲۵۳۶	۸/۸۸۶۸۷۵	۸/۴۹۸۶۷۴
۱۳	۱۱/۹۰۷۵۰۵	۱۰/۳۸۵۰۷۴	۱۰/۱۱۸۵۸۱	۹/۸۶۳۲۵۲	۹/۶۱۸۵۱۸	۹/۳۸۳۸۴۴	۸/۹۴۲۶۸۶
۱۴	۱۲/۷۳۱۵۳۲	۱۰/۹۸۵۶۴۸	۱۰/۶۸۲۸۵۲	۱۰/۳۹۳۵۷۳	۱۰/۱۱۷۰۷۹	۹/۸۵۲۶۸۳	۹/۳۵۷۶۵۱
۱۵	۱۳/۵۴۳۳۸۲	۱۱/۵۶۳۱۲۳	۱۱/۲۲۲۸۲۵	۱۰/۸۹۸۶۴۱	۱۰/۵۸۹۶۴۸	۱۰/۲۹۶۹۸۴	۹/۷۴۵۴۶۸
۱۶	۱۴/۳۴۳۲۳۳	۱۲/۱۱۸۳۸۷	۱۱/۷۳۹۵۴۶	۱۱/۳۷۹۶۵۸	۱۱/۰۳۷۵۸۱	۱۰/۷۱۲۲۴۹	۱۰/۱۰۷۹۱۴
۱۷	۱۵/۱۳۱۲۶۴	۱۲/۶۵۲۲۹۶	۱۲/۲۳۴۰۱۵	۱۱/۸۳۷۷۷۰	۱۱/۴۶۲۱۶۲	۱۱/۱۰۵۸۹۵	۱۰/۴۴۶۶۴۹
۱۸	۱۵/۹۰۷۶۴۹	۱۳/۱۶۵۶۶۹	۱۲/۷۰۷۱۹۱	۱۲/۲۷۴۰۶۶	۱۱/۸۶۴۶۰۹	۱۱/۴۷۷۲۶۰	۱۰/۷۶۳۲۲۳
۱۹	۱۶/۶۷۲۵۶۱	۱۳/۶۵۹۲۹۷	۱۳/۱۵۹۹۹۲	۱۲/۶۸۹۵۸۷	۱۲/۲۴۶۰۷۴	۱۱/۸۲۷۶۰۳	۱۱/۰۵۹۰۸۷
۲۰	۱۷/۴۲۶۱۶۸	۱۴/۱۳۳۹۳۹	۱۳/۵۹۳۲۹۴	۱۳/۰۸۵۳۲۱	۱۲/۶۰۷۶۵۴	۱۲/۱۵۸۱۱۶	۱۱/۳۳۵۵۹۵
۲۱	۱۸/۱۶۸۶۳۹	۱۴/۵۹۰۳۲۶	۱۴/۰۰۷۹۳۶	۱۳/۴۶۲۲۱۰	۱۲/۹۵۰۳۸۲	۱۲/۴۶۹۹۲۱	۱۱/۵۹۴۰۱۴
۲۲	۱۸/۹۰۰۱۳۷	۱۵/۰۲۹۱۶۰	۱۴/۴۰۴۷۲۴	۱۳/۸۲۱۱۵۳	۱۳/۲۷۵۲۴۴	۱۲/۷۶۴۰۷۷	۱۱/۸۳۵۵۲۷
۲۳	۱۹/۶۲۰۸۲۴	۱۵/۴۵۱۱۱۵	۱۴/۷۸۴۴۲۵	۱۴/۱۶۳۰۰۳	۱۳/۵۸۳۱۷۰	۱۳/۰۴۱۵۸۲	۱۲/۰۶۱۲۴۰
۲۴	۲۰/۳۳۰۸۶۱	۱۵/۸۵۶۸۴۲	۱۵/۱۴۷۷۷۵	۱۴/۴۸۸۵۷۴	۱۳/۸۷۵۰۴۲	۱۳/۳۰۳۳۷۹	۱۲/۲۷۲۱۸۷
۲۵	۲۱/۰۳۰۴۰۵	۱۶/۲۴۶۹۶۳	۱۵/۴۹۵۴۷۸	۱۴/۷۹۸۶۴۲	۱۴/۱۵۱۶۹۹	۱۳/۵۵۰۳۵۸	۱۲/۴۶۹۳۳۴
۲۶	۲۱/۷۱۹۶۱۱	۱۶/۶۲۲۰۸۰	۱۵/۸۲۸۲۰۹	۱۵/۰۹۳۹۴۵	۱۴/۴۱۳۹۳۳	۱۳/۷۸۳۳۵۶	۱۲/۶۵۳۵۸۳
۲۷	۲۲/۳۹۸۶۳۲	۱۶/۹۸۲۷۶۹	۱۶/۱۴۶۶۱۱	۱۵/۳۷۵۱۸۵	۱۴/۶۶۲۴۹۵	۱۴/۰۰۳۱۶۶	۱۲/۸۲۵۷۷۹
۲۸	۲۳/۰۶۷۶۱۷	۱۷/۳۲۹۵۸۶	۱۶/۴۵۱۳۰۳	۱۵/۶۴۳۰۳۴	۱۴/۸۹۸۱۰۰	۱۴/۲۱۰۵۳۴	۱۲/۹۸۶۷۰۹
۲۹	۲۳/۷۲۶۷۱۷	۱۷/۶۶۳۰۶۳	۱۶/۷۴۲۸۷۴	۱۵/۸۹۸۱۲۷	۱۵/۱۲۱۴۲۲	۱۴/۴۰۶۱۶۴	۱۳/۱۳۷۱۱۱
۳۰	۲۴/۳۷۶۰۷۶	۱۷/۹۸۳۷۱۵	۱۷/۰۲۱۸۸۹	۱۶/۱۴۱۰۷۴	۱۵/۳۳۳۱۰۱	۱۴/۵۹۰۷۲۱	۱۳/۲۷۷۶۷۴

جدول ۳) ارزش فعلی اقساط مساوی یک ریالی که در ابتدای هر سال (پرداختنی) دریافت یا پرداخت می شود

n	۸%	۹%	۱۰%	۱۲%	۱۴%	۱۶%	۱۸%
۱	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰
۲	۱/۹۲۵۹۲۶	۱/۹۱۷۴۳۱	۱/۹۰۹۰۹۱	۱/۸۹۲۸۵۷	۱/۸۷۷۱۹۳	۱/۸۶۲۰۶۹	۱/۸۴۷۴۵۸
۳	۲/۷۸۳۲۶۵	۲/۷۵۹۱۱۱	۲/۷۳۵۵۳۷	۲/۶۹۰۰۵۱	۲/۶۴۶۶۶۱	۲/۶۰۵۲۳۲	۲/۵۶۵۶۴۲
۴	۳/۵۷۷۰۹۷	۳/۵۳۱۲۹۵	۳/۴۸۶۸۵۲	۳/۴۰۱۸۳۱	۳/۳۲۱۶۳۲	۳/۲۴۵۸۹۰	۳/۱۷۴۲۷۳
۵	۴/۳۱۲۱۲۷	۴/۲۳۹۷۲۰	۴/۱۶۹۸۶۵	۴/۰۳۷۳۴۹	۳/۹۱۳۷۱۲	۳/۷۹۸۱۸۱	۳/۶۹۰۰۶۲
۶	۴/۹۹۲۷۱۰	۴/۸۸۹۶۵۱	۴/۷۹۰۷۸۷	۴/۶۰۴۷۷۶	۴/۴۳۳۰۸۱	۴/۲۷۴۲۹۴	۴/۱۲۷۱۷۱
۷	۵/۶۲۲۸۸۰	۵/۴۸۵۹۱۹	۵/۳۵۵۲۶۱	۵/۱۱۱۴۰۷	۴/۸۸۸۶۶۸	۴/۶۸۴۷۳۶	۴/۴۹۷۶۰۳
۸	۶/۲۰۶۳۷۰	۶/۰۳۲۹۵۳	۵/۸۶۸۴۱۹	۵/۵۶۳۷۵۷	۵/۲۸۸۳۰۵	۵/۰۳۸۵۶۵	۴/۸۱۱۵۲۸
۹	۶/۷۴۶۶۳۹	۶/۵۳۴۸۱۹	۶/۳۳۴۹۲۶	۵/۹۶۷۶۴۰	۵/۶۳۸۸۶۴	۵/۳۴۳۵۹۱	۵/۰۷۷۵۶۶
۱۰	۷/۲۴۶۸۸۸	۶/۹۹۵۲۴۷	۶/۷۵۹۰۲۴	۶/۳۲۸۲۵۰	۵/۹۴۶۳۷۲	۵/۶۰۶۵۴۴	۵/۳۰۳۰۲۲
۱۱	۷/۷۱۰۰۸۱	۷/۴۱۷۶۵۸	۷/۱۴۴۵۶۷	۶/۶۵۰۲۲۳	۶/۲۱۶۱۱۶	۵/۸۳۳۲۲۷	۵/۴۹۴۰۸۶
۱۲	۸/۱۳۸۹۶۴	۷/۸۰۵۱۹۱	۷/۴۹۵۰۶۱	۶/۹۳۷۶۹۹	۶/۴۵۲۷۳۳	۶/۰۲۸۶۴۴	۵/۶۵۶۰۰۵
۱۳	۸/۵۳۶۰۷۸	۸/۱۶۰۷۲۵	۷/۸۱۳۶۹۲	۷/۱۹۴۳۷۴	۶/۶۶۰۲۹۲	۶/۱۹۷۱۰۷	۵/۷۹۳۲۲۵
۱۴	۸/۹۰۳۷۷۶	۸/۴۸۶۹۰۴	۸/۱۰۳۳۵۶	۷/۴۲۳۵۴۸	۶/۸۴۲۳۶۲	۶/۳۴۲۳۳۴	۵/۹۰۹۵۱۳
۱۵	۹/۲۴۴۲۳۷	۸/۷۸۶۱۵۰	۸/۳۶۶۶۸۷	۷/۶۲۸۱۶۸	۷/۰۰۲۰۷۲	۶/۴۶۷۵۲۹	۶/۰۰۸۰۶۲
۱۶	۹/۵۵۹۴۷۹	۹/۰۶۰۶۸۸	۸/۶۰۶۰۸۰	۷/۸۱۰۸۶۴	۷/۱۴۲۱۶۸	۶/۵۷۵۴۵۶	۶/۰۹۱۵۷۸
۱۷	۹/۸۵۱۳۶۹	۹/۳۱۲۵۵۸	۸/۸۲۳۷۰۹	۷/۹۷۳۹۸۶	۷/۲۶۵۰۶۰	۶/۶۶۸۴۹۷	۶/۱۶۲۳۵۴
۱۸	۱۰/۱۲۱۶۳۸	۹/۵۴۳۶۳۱	۹/۰۲۱۵۵۳	۸/۱۱۹۶۳۰	۷/۳۷۲۸۵۹	۶/۷۴۸۷۰۴	۶/۲۲۲۳۳۴
۱۹	۱۰/۳۷۱۸۸۷	۹/۷۵۵۶۲۵	۹/۲۰۱۴۱۲	۸/۲۴۹۶۷۰	۷/۴۶۷۴۲۰	۶/۸۱۷۸۴۸	۶/۲۷۳۱۶۴
۲۰	۱۰/۶۰۳۵۹۹	۹/۹۵۰۱۱۵	۹/۳۶۴۹۲۰	۸/۳۶۵۷۷۷	۷/۵۵۰۳۶۹	۶/۸۷۷۴۵۵	۶/۳۱۶۲۴۱
۲۱	۱۰/۸۱۸۱۴۷	۱۰/۱۲۸۵۴۶	۹/۵۱۳۵۶۴	۸/۴۶۹۴۴۴	۷/۶۲۳۱۳۱	۶/۹۲۸۸۴۱	۶/۳۵۲۷۴۶
۲۲	۱۱/۰۱۶۸۰۳	۱۰/۲۹۲۲۴۴	۹/۶۴۸۶۹۴	۸/۵۶۲۰۰۳	۷/۶۸۶۹۵۷	۶/۹۷۳۱۳۹	۶/۳۸۳۶۸۳
۲۳	۱۱/۲۰۰۷۴۴	۱۰/۴۴۲۴۲۵	۹/۷۷۱۵۴۰	۸/۶۴۴۶۴۶	۷/۷۴۲۹۴۴	۷/۰۱۱۳۲۶	۶/۴۰۹۹۰۱
۲۴	۱۱/۳۷۱۰۵۹	۱۰/۵۸۰۲۰۷	۹/۸۸۳۲۱۸	۸/۷۱۸۴۳۴	۷/۷۹۲۰۵۶	۷/۰۴۴۲۴۷	۶/۴۳۲۱۲۰
۲۵	۱۱/۵۲۸۷۵۸	۱۰/۷۰۶۶۱۲	۹/۹۸۴۷۴۴	۸/۷۸۴۳۱۶	۷/۸۳۵۱۳۷	۷/۰۷۲۶۲۷	۶/۴۵۰۹۴۹
۲۶	۱۱/۶۷۴۷۷۶	۱۰/۸۲۲۵۸۰	۱۰/۰۷۷۰۴۰	۸/۸۴۳۱۳۹	۷/۸۷۲۹۲۷	۷/۰۹۷۰۹۲	۶/۴۶۶۹۰۶
۲۷	۱۱/۸۰۹۹۷۸	۱۰/۹۲۸۹۷۲	۱۰/۱۶۰۹۴۵	۸/۸۹۵۶۶۰	۷/۹۰۶۰۷۷	۷/۱۱۸۱۸۳	۶/۴۸۰۴۲۹
۲۸	۱۱/۹۳۵۱۶۵	۱۱/۰۲۶۵۸۰	۱۰/۲۳۷۲۲۳	۸/۹۴۲۵۵۴	۷/۹۳۵۱۵۵	۷/۱۳۶۳۶۴	۶/۴۹۱۸۸۹
۲۹	۱۲/۰۵۱۰۷۸	۱۱/۱۱۶۱۲۸	۱۰/۳۰۶۵۶۷	۸/۹۸۴۴۲۳	۷/۹۶۰۶۶۲	۷/۱۵۲۰۳۸	۶/۵۰۱۶۰۱
۳۰	۱۲/۱۵۸۴۰۶	۱۱/۱۹۸۲۸۳	۱۰/۳۶۹۶۰۶	۹/۰۲۱۸۰۶	۷/۹۸۳۰۳۷	۷/۱۶۵۵۵۰	۶/۵۰۹۸۳۱

تمرین های فصل چهارم

محاسبات استهلاك دارایی های بلندمدت یا ثابت:

۱- اتومبیلی به مبلغ ۲۵,۰۰۰,۰۰۰ ریال خریداری و تخمین زده شده است، که بعد از ۵ سال کار ۴,۰۰۰,۰۰۰ ریال ارزش داشته باشد.

الف) هزینه استهلاك سالانه آن را به روش خط مستقیم محاسبه کنید.

ب) اگر بعد از سه سال، موتور و اتاق آن را تعمیر اساسی نموده، مبلغ ۴,۰۰۰,۰۰۰ ریال هزینه کنیم و در مقابل عمر مفید آن از ۵ سال به ۶ سال افزایش یابد و ارزش نهایی آن ۵,۰۰۰,۰۰۰ ریال بشود هزینه استهلاك را از سال چهارم به بعد محاسبه نمایید.

$$C = \frac{25,000,000 - 4,000,000}{5} = 4,200,000 \quad \text{الف) خط مستقیم هزینه استهلاك سالانه}$$

$$4,200,000 \times 3 = 12,600,000 \quad \text{ب) روش خط مستقیم استهلاك انباشته سه سال}$$

$$25,000,000 - 12,600,000 = 12,400,000 \quad \text{ارزش دفتری قبل از تعمیر}$$

$$12,400,000 + 4,000,000 = 16,400,000 \quad \text{ارزش دفتری بعد از تعمیر}$$

$$C = \frac{16,400,000 - 5,000,000}{3} = 3,800,000 \quad \text{استهلاك سال چهارم}$$

۲- تمرین شماره یک را با استفاده از مجموع سنوات انجام دهید.

$$C_1 = \frac{2(5-1+1)(25,000,000 - 4,000,000)}{5(5+1)} = 7,000,000 \quad \text{مجموع سنوات ماشین چاپ - اول}$$

$$C_2 = \frac{2(5-2+1)(25,000,000 - 4,000,000)}{5(5+1)} = 5,600,000 \quad \text{مجموع سنوات ماشین چاپ - دوم}$$

$$C_3 = \frac{2(5-3+1)(25,000,000 - 4,000,000)}{5(5+1)} = 4,200,000 \quad \text{مجموع سنوات ماشین چاپ - سوم}$$

$$7,000,000 + 5,600,000 + 4,200,000 = 16,800,000 \quad \text{استهلاك انباشته سه سال}$$

$$25,000,000 - 16,800,000 = 8,200,000 \quad \text{ارزش دفتری قبل از تعمیر}$$

$$8,200,000 + 4,000,000 = 12,200,000 \quad \text{ارزش دفتری بعد از تعمیر}$$

$$C_1 = \frac{2(3-1+1)(25,000,000 - 4,000,000)}{3(3+1)} = 3,600,000 \quad \text{سال چهارم اول بعد از تعمیر}$$

۳- تمرین شماره یک را با استفاده از مانده نزولی با نرخ مضاعف انجام دهید.

$$(25,000,000 - 0) \times \frac{2}{5} = 10,000,000 \quad \text{سال اول}$$

$$(25,000,000 - 10,000,000) \times \frac{2}{5} = 6,000,000 \quad \text{سال دوم}$$

$$(25,000,000 - (10,000,000 + 6,000,000)) \times \frac{2}{5} = 3,600,000 \quad \text{سال سوم}$$

$$10,000,000 + 6,000,000 + 3,600,000 = 19,600,000 \quad \text{استهلاك انباشته سه سال}$$

$$25,000,000 - 19,600,000 = 5,400,000 \quad \text{ارزش دفتری قبل از تعمیر}$$

$$5,400,000 + 4,000,000 = 9,400,000 \quad \text{ارزش دفتری بعد از تعمیر}$$

$$(9,400,000 - 0) \times \frac{2}{3} = 6,266,667 \quad \text{استهلاك سال چهارم}$$

۴- ماشین چاپی به قیمت ۴۰۰,۰۰۰ ریال خریداری و عمر مفید آن ۴ سال و قیمت قراضه آن مبلغ ۲۵,۰۰۰ ریال برآورد شده است

هزینه استهلاك سالانه را به روشهای خط مستقیم - مجموع سنوات و مانده نزولی با نرخ مضاعف محاسبه کنید.

$$C = \frac{400,000 - 25,000}{4} = 93,750 \quad \text{خط مستقیم ماشین چاپ سالانه}$$

$$C_1 = \frac{2(4-1+1)(400,000 - 25,000)}{4(4+1)} = 150,000 \quad \text{مجموع سنوات ماشین چاپ - اول}$$

$$C_2 = \frac{2(4-2+1)(400,000 - 25,000)}{4(4+1)} = 112,500 \quad \text{مجموع سنوات ماشین چاپ - دوم}$$

$$C_3 = \frac{2(4-3+1)(400,000 - 25,000)}{4(4+1)} = 75,000 \quad \text{مجموع سنوات ماشین چاپ - سوم}$$

$$C_4 = \frac{2(4-4+1)(400,000 - 25,000)}{4(4+1)} = 37,500 \quad \text{مجموع سنوات ماشین چاپ - چهارم}$$

$$\text{مانده نزولی ماشین چاپ سال اول} = 400,000 - (0) \times \frac{2}{4} = 200,000$$

$$\text{سال دوم} = 400,000 - (200,000) \times \frac{2}{4} = 100,000$$

$$\text{سال سوم} = 400,000 - (200,000 + 100,000) \times \frac{2}{4} = 50,000$$

$$\text{سال چهارم} = 400,000 - (200,000 + 100,000 + 50,000) \times \frac{2}{4} = 25,000$$

$$\text{ارزش اسقاط} = 400,000 - (200,000 + 100,000 + 50,000 + 25,000) = 25,000$$

۵- کارخانه یک دستگاه قالب زنی را به مبلغ ۵۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال خریداری و پیش بینی نموده است که بعد از ۵ سال کار، حدود ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال ارزش داشته باشد.

الف) هزینه استهلاک سالانه را به روش های خط مستقیم - مجموع سنوات و مانده نزولی با نرخ مضاعف محاسبه کنید.

ب) در صورتی که پس از ۳ سال این دستگاه تعمیر اساسی شود و مبلغ ۱۶,۰۰۰,۰۰۰ ریال هزینه تعمیر آن شود. هزینه استهلاک را از سال چهارم به بعد با استفاده از روشهای خط مستقیم - مجموع سنوات و مانده نزولی با نرخ مضاعف محاسبه کنید.

به شرطی که: اولاً قیمت قراضه آن به ۱۲,۰۰۰,۰۰۰ ریال و ثانیاً عمر مفید آن از ۵ سال به ۷ سال افزایش یابد.

$$C = \frac{50,000,000 - 10,000,000}{5} = 8,000,000 \quad \text{الف) خط مستقیم قالب زنی سالانه عمر مفید}$$

$$C_1 = \frac{2(5-1+1)(50,000,000 - 10,000,000)}{5(5+1)} = 1,333,333 \quad \text{مجموع سنوات قالب زنی}$$

$$\text{مانده نزولی قالب زنی} = 50,000,000 - (0) \times \frac{2}{5} = 20,000,000$$

$$\text{ب) روش خط مستقیم استهلاک انباشته سه سال} = 24,000,000 = 8,000,000 \times 3$$

$$\text{ارزش دفتری قبل از تعمیر} = 26,000,000 = 50,000,000 - 24,000,000$$

$$\text{ارزش دفتری بعد از تعمیر} = 42,000,000 = 26,000,000 + 16,000,000$$

$$C = \frac{42,000,000 - 12,000,000}{5} = 7,500,000 \quad \text{استهلاک سال چهارم}$$

۶- شرکت محکم کار ۳ دستگاه ماشین را در ابتدای سال ۸۵ به شرح جدول زیر خریداری نمود.

ردیف	نوع ماشین	بهای تمام شده ریال	برآورد ارزش اسقاط ریال	برآورد عمر مفید سال
۱	قالب زنی	۲,۸۰۰,۰۰۰	۴۰۰,۰۰۰	۵
۲	پرس	۴,۲۰۰,۰۰۰	۱,۷۰۰,۰۰۰	۸
۳	رنگ آمیزی	۱,۷۰۰,۰۰۰	صفر	۶

الف) هزینه استهلاک هر دستگاه را با روش خط مستقیم محاسبه کنید.

ب) هزینه استهلاک هر دستگاه را با روش مجموع سنوات محاسبه کنید.

ج) هزینه استهلاک هر دستگاه را با روش مانده نزولی محاسبه کنید.

د) کل هزینه استهلاک شرکت را در هر سال با روشهای مذکور به تفکیک حساب کنید.

$$C = \frac{2,800,000 - 400,000}{5} = 480,000 \quad \text{الف) خط مستقیم قالب زنی}$$

$$C = \frac{4,200,000 - 1,700,000}{8} = 312,500 \quad \text{خط مستقیم پرس}$$

$$C = \frac{1,700,000 - 0}{6} = 283,333 \quad \text{خط مستقیم رنگ آمیزی}$$

$$C_1 = \frac{2(5-1+1)(2,800,000 - 400,000)}{5(5+1)} = 800,000 \quad \text{ب) مجموع سنوات قالب زنی}$$

$$C_1 = \frac{2(8-1+1)(4,200,000 - 1,700,000)}{8(8+1)} = 555,555 \quad \text{مجموع سنوات پرس}$$

$$C_1 = \frac{2(6-1+1)(5,000,000 - 1,000,000)}{6(6+1)} = 485,714 \quad \text{مجموع سنوات رنگ آمیزی}$$

$$2,800,000 - (0) \times \frac{2}{5} = 1,120,000 \quad \text{ج) مانده نزولی قالب زنی}$$

$$4,200,000 - (0) \times \frac{2}{8} = 1,050,000 \quad \text{مانده نزولی پرس}$$

$$1,700,000 - (0) \times \frac{2}{6} = 680,000 \quad \text{مانده نزولی رنگ آمیزی}$$

۷- عمر مفید یک دستگاه رایانه خریداری شده ۶ سال می باشد چنانچه ارزش اسقاط این دستگاه ۱,۰۰۰,۰۰۰ ریال و هزینه استهلاک سالانه آن به روش خط مستقیم ۲,۰۰۰,۰۰۰ ریال در سال باشد، قیمت تمام شده دستگاه را حساب کنید.

قیمت تمام شده ۱۳,۰۰۰,۰۰۰ = ۱۲,۰۰۰,۰۰۰ + ۱,۰۰۰,۰۰۰ مبلغ قابل استهلاک $2,000,000 \times 6 = 12,000,000$

$$2,000,000 = \frac{X - 1,000,000}{6} \Rightarrow 12,000,000 = X - 1,000,000 \Rightarrow 12,000,000 + 1,000,000 = X \Rightarrow X = 13,000,000$$

سوالات امتحانی

۱- با توجه به اطلاعات زیر استهلاک سال اول و هفتم ماشین آلات را به روشهای خط مستقیم، مجموع سنوات و مانده نزولی حساب کنید.

بهای تمام شده ۲۰,۰۰۰,۰۰۰ عمر مفید ۱۰ سال ارزش قراضه یا اسقاط ۴,۰۰۰,۰۰۰ هزینه تعمیر اساسی بعد از سال ششم ۶,۰۰۰,۰۰۰ الف) در صورتی که ارزش اسقاط ماشین آلات بعد از تعمیر ۶,۰۰۰,۰۰۰ شده باشد.
ب) در صورتی که ۴ سال به عمر مفید اضافه گردد و ارزش اسقاط تغییری نکند.

۲- با توجه به اطلاعات زیر استهلاک سال هفتم و یازدهم در صورتی که ارزش اسقاط ماشین آلات بعد از تعمیر ۳,۰۰۰,۰۰۰ شده باشد و ۴ سال به عمر مفید اضافه گردد. را بروشهای خط مستقیم، مجموع سنوات و مانده نزولی حساب کنید.

بهای تمام شده ۳۵,۰۰۰,۰۰۰ عمر مفید ۱۵ سال ارزش قراضه یا اسقاط ۵,۰۰۰,۰۰۰

هزینه تعمیر اساسی بعد از سال دهم ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال

۳- قیمت تمام شده یک دستگاه ساختمان با ۱۴ سال عمر مفید ۲۵,۰۰۰,۰۰۰ ریال، ارزش اسقاط ۴,۰۰۰,۰۰۰ ریال چهار سال بعد (اول سال پنجم) ۲,۸۰۰,۰۰۰ ریال بابت تعمیرات اساسی ساختمان هزینه شد و این امر موجب افزایش عمر مفید از ۱۴ سال به ۱۶ سال کاهش ارزش اسقاط به ۲,۲۰۰,۰۰۰ ریال شد.

مطلوبست: محاسبه استهلاک سال اول و سال ششم به روش های خط مستقیم، مجموع سنوات و مانده نزولی.

۴- اتومبیلی به مبلغ ۲۵,۰۰۰,۰۰۰ ریال خریداری و تخمین زده شده است که بعد از ۵ سال کار، ۴,۰۰۰,۰۰۰ ریال ارزش داشته باشد. هزینه استهلاک سالانه را حساب کنید. اگر بعد از سه سال موتور و اتاق آن را تعمیر اساسی نموده، مبلغ ۴,۰۰۰,۰۰۰ ریال هزینه کنیم و در مقابل عمر مفید آن از پنج سال به ۶ سال افزایش یابد و ارزش اقساط آن ۵,۰۰۰,۰۰۰ ریال بشود.

مطلوبست: هزینه استهلاک را از سال چهارم به بعد با هر سه روش محاسبه کنید.

۵- قیمت تمام شده یک دستگاه ماشین تراش ۳۰,۰۰۰,۰۰۰ و ارزش فرسوده آن پس از سه سال عمر مفید ۷,۵۰۰,۰۰۰ پیش بینی شده است.

الف) استهلاک سال اول و دوم این دستگاه را با استفاده از روش مجموع سنوات محاسبه نمایید.

ب) اگر پس از دو سال دستگاه را تعمیر اساسی نموده ۶,۰۰۰,۰۰۰ هزینه تعمیر آن کرده و عمر مفید آن از ۳ سال به ۴ سال افزایش یابد و ارزش فرسوده آن به ۹,۰۰۰,۰۰۰ برسد. استهلاک سال سوم و چهارم را با استفاده از روش مجموع سنوات محاسبه کنید.

$$C_1 = \frac{2(3-1+1)(30,000,000 - 7,500,000)}{3(3+1)} = 11,250,000 \quad \text{سال اول}$$

$$C_2 = \frac{2(3-2+1)(30,000,000 - 7,500,000)}{3(3+1)} = 7,500,000 \quad \text{سال دوم}$$

$$30,000,000 - (11,250,000 + 7,500,000) = 11,250,000$$

$$6,000,000 + 11,250,000 = 17,250,000 \quad \text{قیمت جدید}$$

$$C_1 = \frac{2(2-1+1)(17,250,000 - 9,000,000)}{2(2+1)} = 5,500,000 \quad \text{سال سوم}$$

$$C_2 = \frac{2(2-2+1)(17,250,000 - 9,000,000)}{2(2+1)} = 2,750,000 \quad \text{سال چهارم}$$

$$4 - 2 = 2 \quad \text{عمر باقی مانده}$$

مسائل اضافی فصل چهارم

- شرکت سنگ سیاه، در ابتدای سال ۸۴ بخشی از زمینهای دارای معدن سنگ را به مبلغ ۶۸۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال خریداری و پیش بینی نموده است که طی مدت چهار سال کلیه سنگهای قابل استفاده را استخراج نماید و در پایان سال چهارم زمین را به بهای ۲۱۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال به فروش برساند.

- هزینه استهلاک چهار سال را به روشهای خط مستقیم، مجموع سنوات و مانده نزولی محاسبه و با توجه به مبالغ بدست آمده و وضعیت شرکت که تازه تأسیس می باشد روش پیشنهادی خود را مشخص کنید و علت را توضیح دهید.

- نمودار هزینه استهلاک چهار ساله را به روشهای موجود رسم کنید.

$$C = \frac{680.000.000 - 210.000.000}{4} = 117.500.000 \quad \text{خط مستقیم هر چهار سال}$$

$$C_1 = \frac{2(4-1+1)(680.000.000 - 210.000.000)}{4(4+1)} = \frac{8(570.000.000)}{20} = 228.000.000 \quad \text{مجموع سنوات سال اول}$$

$$C_2 = \frac{2(4-2+1)(680.000.000 - 210.000.000)}{4(4+1)} = \frac{6(570.000.000)}{20} = 171.000.000 \quad \text{مجموع سنوات سال دوم}$$

$$C_3 = \frac{2(4-3+1)(680.000.000 - 210.000.000)}{4(4+1)} = \frac{4(570.000.000)}{20} = 114.000.000 \quad \text{مجموع سنوات سال سوم}$$

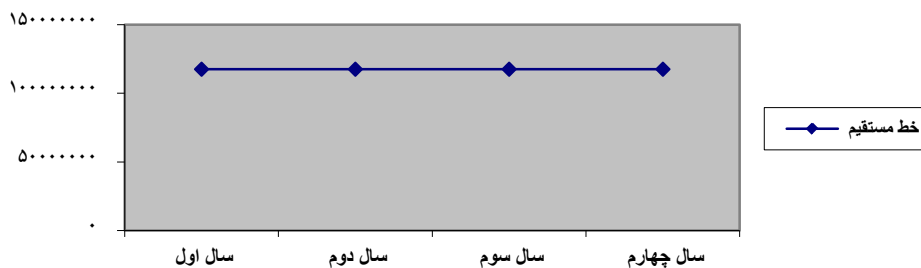
$$C_4 = \frac{2(4-4+1)(680.000.000 - 210.000.000)}{4(4+1)} = \frac{2(570.000.000)}{20} = 57.000.000 \quad \text{مجموع سنوات سال چهارم}$$

$$680.000.000 \times \frac{2}{4} = 340.000.000 \quad \text{مانده نزولی استهلاک سال اول}$$

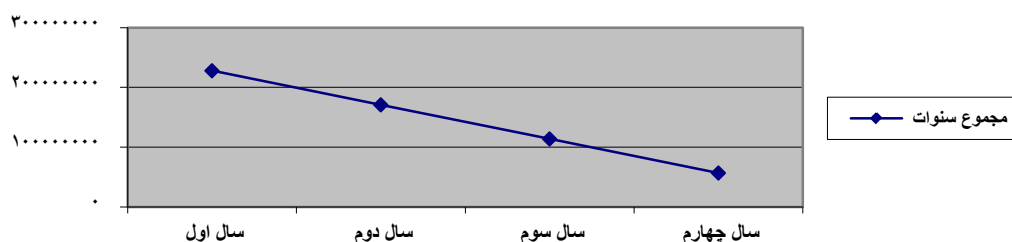
$$(680.000.000 - 340.000.000) \times \frac{2}{4} = 170.000.000 \quad \text{مانده نزولی استهلاک سال دوم}$$

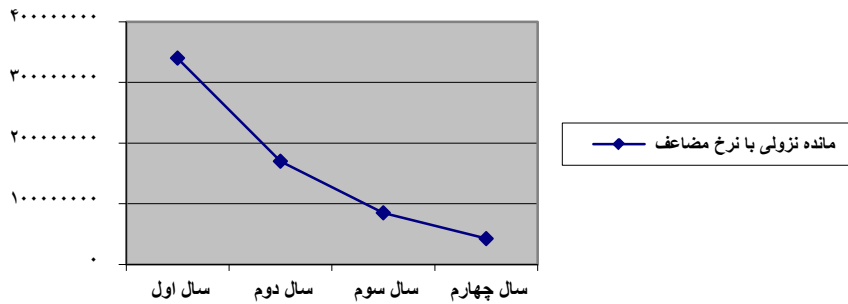
$$(680.000.000 - (340.000.000 + 170.000.000)) \times \frac{2}{4} = 85.000.000 \quad \text{مانده نزولی استهلاک سال سوم}$$

$$(680.000.000 - (340.000.000 + 170.000.000 + 85.000.000)) \times \frac{2}{4} = 42.500.000 \quad \text{استهلاک سال چهارم}$$

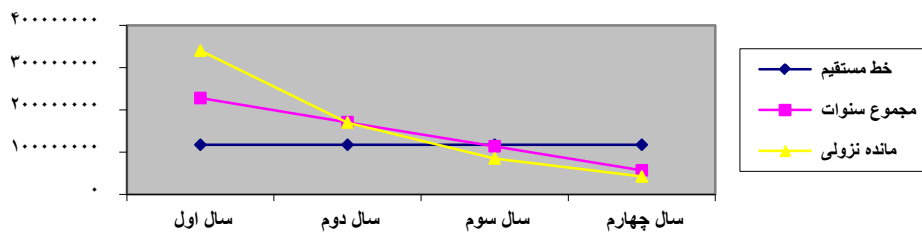


نمودار هزینه استهلاک





نمودار هزینه استهلاک پرمینای سه روش



- شرکت سنگ سیاه، در ابتدای سال ۸۴ پنج دستگاه کامیون به قیمت هر دستگاه ۵۵,۰۰۰,۰۰۰ ریال و یک دستگاه ماشین سنگ شکن به مبلغ ۱۲۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال خریداری نموده است. عمر مفید کامیونها ۵ سال و عمر مفید ماشین سنگ شکن ۴ سال پیش بینی شده است.

الف) هزینه استهلاک کلیه ماشین‌ها را در هر سال با روشهای خط مستقیم، مجموع سنوات و مانده نزولی محاسبه نمایید. (به شرطی که ارزش اسقاط کامیونها بعد از پنج سال ۵,۰۰۰,۰۰۰ ریال برای هر دستگاه باشد و ماشین سنگ شکن ۲۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال ارزش اسقاط داشته باشد.)

$$C = \frac{55,000,000 - 5,000,000}{5} = 10,000,000 \quad \text{خط مستقیم هر پنج سال کامیون‌ها}$$

$$C = \frac{120,000,000 - 20,000,000}{4} = 25,000,000 \quad \text{خط مستقیم هر چهار سال سنگ شکن}$$

کامیون‌ها - مجموع سنوات

$$C_1 = \frac{2(5-1+1)(55,000,000 - 5,000,000)}{5(5+1)} = \frac{10(50,000,000)}{30} = 16,666,667 \quad \text{مجموع سنوات سال اول}$$

$$C_2 = \frac{2(5-2+1)(55,000,000 - 5,000,000)}{5(5+1)} = \frac{8(50,000,000)}{30} = 13,333,333 \quad \text{مجموع سنوات سال دوم}$$

$$C_3 = \frac{2(5-3+1)(55,000,000 - 5,000,000)}{5(5+1)} = \frac{6(50,000,000)}{30} = 10,000,000 \quad \text{مجموع سنوات سال سوم}$$

$$C_4 = \frac{2(5-4+1)(55,000,000 - 5,000,000)}{5(5+1)} = \frac{4(50,000,000)}{30} = 6,666,667 \quad \text{مجموع سنوات سال چهارم}$$

$$C_5 = \frac{2(5-5+1)(55,000,000 - 5,000,000)}{5(5+1)} = \frac{2(50,000,000)}{30} = 3,333,333 \quad \text{مجموع سنوات سال پنجم}$$

سنگ شکن - مجموع سنوات

$$C_1 = \frac{2(4-1+1)(120000000-20000000)}{4(4+1)} = \frac{8(100000000)}{20} = 40000000 \quad \text{مجموع سنوات سال اول}$$

$$C_2 = \frac{2(4-2+1)(120000000-20000000)}{4(4+1)} = \frac{6(100000000)}{20} = 30000000 \quad \text{مجموع سنوات سال دوم}$$

$$C_3 = \frac{2(4-3+1)(120000000-20000000)}{4(4+1)} = \frac{4(100000000)}{20} = 20000000 \quad \text{مجموع سنوات سال سوم}$$

$$C_4 = \frac{2(4-4+1)(120000000-20000000)}{4(4+1)} = \frac{2(100000000)}{20} = 10000000 \quad \text{مجموع سنوات سال چهارم}$$

کامیون ها - مانده نزولی

$$55000000 \times \frac{2}{5} = 22000000 \quad \text{مانده نزولی استهلاک سال اول}$$

$$(55000000 - 22000000) \times \frac{2}{5} = 13200000 \quad \text{مانده نزولی استهلاک سال دوم}$$

$$(55000000 - (22000000 + 13200000)) \times \frac{2}{5} = 7920000 \quad \text{مانده نزولی استهلاک سال سوم}$$

$$(55000000 - (22000000 + 13200000 + 7920000)) \times \frac{2}{5} = 4752000 \quad \text{استهلاک سال چهارم}$$

$$(55000000 - (22000000 + 13200000 + 7920000 + 4752000)) \times \frac{2}{5} = 2851200 \quad \text{استهلاک سال پنجم}$$

سنگ شکن - مانده نزولی

$$12000000 \times \frac{2}{4} = 6000000 \quad \text{استهلاک سال اول}$$

$$(12000000 - 6000000) \times \frac{2}{4} = 3000000 \quad \text{استهلاک سال دوم}$$

$$(12000000 - (6000000 + 3000000)) \times \frac{2}{4} = 1500000 \quad \text{استهلاک سال سوم}$$

$$(12000000 - (6000000 + 3000000 + 1500000)) \times \frac{2}{4} = 750000 \quad \text{استهلاک سال چهارم}$$

ب) اگر ماشین سنگ شکن را در پایان سال سوم با هزینه ۳۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال تعمیر اساسی نماییم یک سال به عمر مفید آن افزوده می شود و ارزش اسقاط آن به ۴۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال افزایش می یابد. مجدداً هزینه استهلاک کلیه ماشین های شرکت را در پنج سال محاسبه نمایید.

$$C = \frac{12000000 - 20000000}{4} = 25000000 \quad \text{خط مستقیم هر یک از سه سال قبل از تعمیر سنگ شکن}$$

$$3 \times 25000000 = 75000000 \quad \text{استهلاک سه سال}$$

$$12000000 - 75000000 = 45000000 \quad \text{ارزش دفتری قبل از تعمیر}$$

$$45000000 + 30000000 = 75000000 \quad \text{ارزش دفتری بعد از تعمیر}$$

$$4 - 3 = 1 \quad \text{عمر مفید باقی مانده}$$

$$1 + 1 = 2 \quad \text{عمر مفید جدید}$$

$$C = \frac{75000000 - 40000000}{2} = 17500000 \quad \text{استهلاک سالهای چهارم و پنجم}$$

سنگ شکن - مجموع سنوات

$$C_1 = \frac{2(4-1+1)(120000000-20000000)}{4(4+1)} = \frac{8(100000000)}{20} = 40000000 \quad \text{مجموع سنوات سال اول}$$

$$C_r = \frac{2(4-2+1)(120000000-20000000)}{4(4+1)} = \frac{6(100000000)}{20} = 30000000 \quad \text{مجموع سنوات سال دوم}$$

$$C_r = \frac{2(4-3+1)(120000000-20000000)}{4(4+1)} = \frac{4(100000000)}{20} = 20000000 \quad \text{مجموع سنوات سال سوم}$$

$$40000000 + 30000000 + 20000000 = 90000000 \quad \text{استهلاک سه سال اول}$$

$$120000000 - 90000000 = 30000000 \quad \text{ارزش دفتری قبل از تعمیر}$$

$$30000000 + 30000000 = 60000000 \quad \text{ارزش دفتری بعد از تعمیر}$$

$$1+1=2 \quad \text{عمر مفید جدید} \quad 4-3=1 \quad \text{عمر مفید باقی مانده}$$

$$C_1 = \frac{2(2-1+1)(60000000-40000000)}{2(2+1)} = \frac{4(20000000)}{6} = 13333333 \quad \text{مجموع سنوات سال چهارم}$$

$$C_r = \frac{2(2-2+1)(60000000-40000000)}{2(2+1)} = \frac{2(20000000)}{6} = 6666667 \quad \text{مجموع سنوات سال پنجم}$$

سنگ شکن - مانده نزولی

$$120000000 \times \frac{2}{4} = 60000000$$

استهلاک سال اول

$$(120000000 - 60000000) \times \frac{2}{4} = 30000000$$

استهلاک سال دوم

$$(120000000 - (60000000 + 30000000)) \times \frac{2}{4} = 15000000 \quad \text{استهلاک سال سوم}$$

$$60000000 + 30000000 + 15000000 = 105000000 \quad \text{استهلاک سه سال اول}$$

$$120000000 - 105000000 = 15000000 \quad \text{ارزش دفتری قبل از تعمیر}$$

$$15000000 + 30000000 = 45000000 \quad \text{ارزش دفتری بعد از تعمیر}$$

$$4+1=5 \quad \text{عمر مفید جدید}$$

استثناء در روش مانده نزولی میزان اضافه شده به عمر مفید به عمر مفید قبلی اضافه می شود.

$$(15000000 - (60000000 + 30000000 + 15000000)) \times \frac{2}{5} = 18000000 \quad \text{استهلاک سال چهارم}$$

$$(15000000 - (60000000 + 30000000 + 15000000 + 18000000)) \times \frac{2}{5} = 10800000 \quad \text{استهلاک سال پنجم}$$

ج) با توجه به تمرین ۷ و رعایت فرض بند ب، هزینه استهلاک سالیانه شرکت را محاسبه و نمودار هزینه استهلاک پنج ساله را رسم نمایید.

تمرینات فصل پنجم:

کاربرد معادلات درجه اول در حسابداری

۱- معادلات زیر را حل نموده و جواب آنها را پیدا کنید؟

$\frac{x-2}{3} - \frac{12-x}{2} + 1 = \frac{5x-63}{4}$ (ب)	$(x+3) - (x-3) = \frac{5x+1}{2}$ (الف)
$16x - 25 = 2x + 3$ (د)	$\frac{x-2}{2} - (x - \frac{2x-1}{3}) = \frac{-1}{3}$ (ج)
$5x - 2 = 73$ (و)	$3x + 2 = 7x - 2$ (هـ)

$$(x+3) - (x-3) = \frac{5x+1}{2} \Rightarrow \underline{x+3} - \underline{x+3} = \frac{5x+1}{2} \Rightarrow 6 = \frac{5x+1}{2} \Rightarrow 6 \times 2 = 5x+1 \Rightarrow$$

(الف)

$$12 = 5x+1 \Rightarrow 5x = 12-1 \Rightarrow x = \frac{11}{5}$$

$$\frac{x-2}{3} - \frac{12-x}{2} + 1 = \frac{5x-63}{4} \Rightarrow \frac{4x-8-72+6x+12}{12} = \frac{15x-189}{12} \Rightarrow$$

(ب)

$$\frac{-8-72+12+189}{12} = \frac{15x-4x-6x}{12} = \frac{121}{12} = \frac{5x}{12} \Rightarrow 5x = 121 \Rightarrow x = \frac{121}{5} = 24\frac{1}{5}$$

$$\frac{x-2}{2} - (x - \frac{2x-1}{3}) = \frac{-1}{3} \Rightarrow \frac{3x-6-6x+4x+2}{6} = \frac{-2}{6} \Rightarrow \frac{3x-6x+4x}{6} = \frac{-2+6-2}{6}$$

(ج)

$$\Rightarrow \frac{x-2}{6} \Rightarrow x=2$$

$$16x - 25 = 2x + 3 \Rightarrow 16x - 2x = 3 + 25 \Rightarrow 14x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{14} = 2$$
 (د)

$$3x + 2 = 7x - 2 \Rightarrow 2 + 2 = 7x - 3x \Rightarrow 4 = 4x \Rightarrow x = 1$$
 (هـ)

$$5x - 2 = 73 \Rightarrow 5x = 73 + 2 \Rightarrow 5x = 75 \Rightarrow x = \frac{75}{5} = 15$$
 (و)

۲- معادله عرضه و تقاضا برای کالایی بصورت زیر است. نمودار آن را رسم کرده و نقطه تعادل معادلات را پیدا کنید.

$$y = 7x + 6 \quad y = 16 - 2x$$

$$16 - 2x = 7x + 6 \Rightarrow 16 - 6 = 7x + 2x \Rightarrow 10 = 9x \Rightarrow x = \frac{10}{9}$$

$$y = 16 - 2 \times \frac{10}{9} \Rightarrow y = 16 - \frac{20}{9} \Rightarrow y = \frac{124}{9} \cong 13\frac{7}{9}$$

$$x = 2 \quad x = 1$$

$$y = 16 - 2 \times 2 \Rightarrow y = 12 \quad y = 16 - 2 \times 1 \Rightarrow y = 14$$

$$y = 7x + 6 \Rightarrow \begin{matrix} x = 2 \\ 7 \times 2 + 6 = 20 \end{matrix} \quad y = 7x + 6 \Rightarrow \begin{matrix} x = \frac{10}{9} \\ 7 \times \frac{10}{9} + 6 = \frac{124}{9} \cong 13\frac{7}{9} \end{matrix} \quad y = 7x + 6 \Rightarrow \begin{matrix} x = 1 \\ 7 \times 1 + 6 = 13 \end{matrix}$$

۳- کل هزینه ثابت تولید کالایی ۷۵۰ ریال و هزینه متغیر برابر با ۷۰٪ قیمت فروش آن است. اگر قیمت فروش هر واحد ۱۰ ریال باشد:

(الف) نقطه سربسر را پیدا کنید.

(ب) اگر هزینه متغیر به ۸۰٪ قیمت فروش افزایش یابد نقطه سربسر را پیدا کنید.

(ج) اگر هزینه ثابت ۲۰٪ افزایش پیدا کند و هزینه متغیر همان ۷۰٪ قیمت فروش باشد نقطه سربسر را پیدا کنید.

$$Q = \frac{Fc}{P-V} = \frac{750}{10-7} = 250 \quad 10 \times 20\% = 2 \quad \text{(الف)}$$

$$Q = \frac{Fc}{P-V} = \frac{750}{10-8} = 375 \quad 10 \times 80\% = 8 \quad \text{(ب)}$$

$$Q = \frac{Fc}{P-V} = \frac{900}{10-7} = 300 \quad 750 + (750 \times 20\%) = 900 \quad \text{(ج) هزینه ثابت جدید}$$

۴- مبلغ ۱۶۴,۰۰۰ ریال را بین چهار نفر چنان تقسیم کنید که اولی برابر چهارمی و چهارمی ۴ برابر سومی و دومی برابر اولی و چهارمی سهم ببرند

جمع	نفر چهارم	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول
		x		$4(4x)$
		x		
۱۶۴,۰۰۰	$4 \times 4,000 = 16,000$	۴,۰۰۰	$20 \times 4,000 = 80,000$	$16 \times 4,000 = 64,000$
	$164,000 = 41x \Rightarrow x = \frac{164,000}{41} = 4,000$ سهم هر واحد			

۵- اختلاف مانده بدهکار و بستانکار ترازنامه ای ۴۵,۶۳۰ ریال است. اگر به احتمال زیاد این اختلاف ناشی از ثبت یک رقم با حذف صفر سمت راست آن باشد، آن عدد واقعی و اشتباه را پیدا کنید.

$$45,630 = 90\%x \Rightarrow x = \frac{45,630}{90\%} \Rightarrow x = 50,700 \quad \text{مبلغ یا عدد واقعی}$$

$$50,700 - 45,630 = 5,070 \quad \text{عدد اشتباه}$$

۶- محیط حوض مستطیل شکلی ۱۴ متر است. اگر فرض کنیم که عرض آن ثابت و طول آن قابل تغییر باشد و بخواهیم محیط آن به ۱۰ متر کاهش یابد تعیین کنید طول آن حوض چه مقدار باید کاهش داده شود؟

$$\text{محیط مستطیل} = 2(x+y)$$

$$\text{محیط مستطیل} = 2(x+y) = 14 \Rightarrow 2(x+y) = 14 - 4 \Rightarrow 2x + 2y = 10$$

چون عامل عرض خنثی می باشد کاهش فقط از طول خواهد بود. براحتی میتوان مقدار کاهش در طول را بدست آورد. کاهش در محیط $14 - 10 = 4$ کاهش در طول $2x = 4 \Rightarrow x = 2$

۷- یک شرکت تولید روغن نباتی با تدارکات ارتش قراردادی منعقد نموده که روزانه ۱۱۰,۰۰۰ کیلو روغن جامد و ۴۱,۰۰۰ کیلو روغن مایع تحویل نماید. هیأت مدیره تصمیم گرفته است که روغن مورد نیاز اینقرار داد را از طریق دو کارخانه که یکی در تهران و دیگری در ارومیه می باشد تأمین نماید.

ظرفیت تولید کارخانه تهران هر ساعت ۱۰,۰۰۰ کیلو روغن جامد و ۴,۰۰۰ کیلو روغن مایع می باشد.

ظرفیت تولید کارخانه ارومیه هر ساعت ۶,۰۰۰ کیلو روغن جامد و ۲,۰۰۰ کیلو روغن مایع می باشد.

تعیین کنید هر یک از این دو کارخانه روزانه باید چند ساعت فعالیت نمایند تا سفارش را بموقع تحویل دهند؟

x	y	کل
۱۰,۰۰۰	۶,۰۰۰	۱۱۰,۰۰۰
۴,۰۰۰	۲,۰۰۰	۴۱,۰۰۰

$$-3 \begin{cases} 10x + 6y = 110 \\ 4x + 2y = 41 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10x + 6y = 110 \\ -12x - 6y = -123 \\ -2x = -13 \Rightarrow x = 6/5 \end{cases}$$

$$\rightarrow (10 \times 6/5) + 6y = 110 \Rightarrow 6y = 110 - 65 \Rightarrow y = \frac{45}{6} = 7/5$$

۸- در صورتی که قیمت فروش یک واحد ۱۲۵ ریال، هزینه متغیر هر واحد ۱۰۵ ریال و هزینه ثابت کل ۲,۵۰۰ ریال باشد.

نقطه سربرس را پیدا کنید؟

$$Q = \frac{Fc}{P-V} = \frac{2,500}{125-105} = 125$$

۹- اندازه ضلع انبار مربع شکلی ۱۰ متر مربع می باشد. گنجایش آن کافی نیست و

نیاز است که اضلاع مربع از هر طرف به یک اندازه افزایش یابد، تا در کل ۲۴ متر به محیط آن افزوده گردد. مقدار افزایش از هر

طرف را تعیین کنید.

$$\begin{aligned} 4 \times 10 &= 40 = \text{محیط انبار اولیه} \\ 4 \times \text{اندازه یک ضلع} &= \text{محیط مربع} \\ 4x &= 40 + 24 \Rightarrow 4x = 64 \Rightarrow x = \frac{64}{4} = 16 \\ \text{مقدار افزایش از هر طرف} &= 16 - 10 = 6 \end{aligned}$$

روش دوم مقدار افزایش در محیط مربع تقسیم بر ۴ برابر است با میزان افزایش در هر ضلع مقدار افزایش از هر طرف $24 \div 4 = 6$

۱۰- معادله تقاضا برای کالایی $y = 100 - 5x$ و معادله عرضه برای همان کالا $y = 15x + 20$ است.

اولاً قیمت و مقدار کالا در نقطه تعادل را بدست آورید.

ثانیاً اگر قیمت کالا ۵ ریال باشد مقادیر هریک از عرضه و تقاضا را مشخص کنید. و بررسی کنید که بازار با این قیمت در وضعیت کمبود است یا مازاد.

ثالثاً اگر قیمت کالا ۳ ریال باشد مقادیر هریک از عرضه و تقاضا را تعیین نمایید.

$$\text{اولاً: } 15x + 20 = 100 - 5x \Rightarrow 15x + 5x = 100 - 20 \Rightarrow 20x = 80 \Rightarrow x = 4 \rightarrow y = 15x + 20 \Rightarrow y = 15 \times 4 + 20 = 80$$

ثانیاً مقدار تقاضا $y = 100 - 5 \times 5 = 75$ و مقدار عرضه $y = 15 \times 5 + 20 = 95$ بازار در وضعیت مازاد است.

$$\text{ثالثاً مقدار تقاضا } y = 100 - 5 \times 3 = 85 \text{ و مقدار عرضه } y = 15 \times 3 + 20 = 65$$

۱۱- هزینه ثابت شرکتی ۵۰۰,۰۰۰ ریال و هزینه متغیر هر واحد کالا ۴,۰۰۰ ریال است. اگر قیمت فروش هر واحد ۵,۰۰۰ ریال باشد.

مطلوبست: اولاً تعداد تولید در نقطه سربرس

ثانیاً چنانچه تعداد تولید ۴۰۰ واحد باشد این شرکت سود ده است یا زیان ده؟

ثالثاً اگر با تغییراتی در روش تولید هزینه ثابت تولید هیچ گونه تغییری نیابد و در نقطه سربرس ۲۵۰ واحد کالا تولید گردد

هزینه متغیر کاهش یا افزایش داشته است؟ چه مقدار؟

$$\text{اولاً } Q = \frac{Fc}{P-V} = \frac{500,000}{5,000-4,000} = 500$$

ثانیاً زیان ده - چون میزان تولید از نقطه سربرس کمتر است، بنابراین زیان ده خواهد بود.

$$400 \times 5,000 = 2,000,000 \quad 400 \times 4,000 = 1,600,000 \quad 2,000,000 - 1,600,000 = 400,000 \text{ در آمد حاصل از فروش ۴۰۰ واحد}$$

$$400 \times 4,000 + 500,000 = 2,100,000 = \text{هزینه تولید ۴۰۰ واحد}$$

$$2,000,000 - 2,100,000 = 100,000 = \text{زیان حاصل از تولید فروش ۴۰۰ واحد}$$

ثالثاً هزینه متغیر در نقطه سربرس

$$Q = \frac{Fc}{P-V} \Rightarrow 250 = \frac{500,000}{5,000-v} \Rightarrow 1,250,000 - 250v = 500,000$$

$$\Rightarrow 1,250,000 - 500,000 = 250v \Rightarrow v = \frac{750,000}{250} = 3,000 \text{ هزینه متغیر هر واحد}$$

هزینه متغیر کاهش داشته است. میزان کاهش $4,000 - 3,000 = 1,000$

۱۲- هزینه ثابت شرکتی $8,000,000$ ریال و هزینه متغیر هر واحد کالا $6,000$ ریال است. اگر قیمت فروش هر واحد کالا $10,000$ ریال باشد.

مطلوبست: اولاً تعداد تولید در نقطه سربسر

ثانیاً در سطح تولید $1,800$ واحد میزان سود یا زیان شرکت را محاسبه کنید؟

ثالثاً در صورتی که شرکت بخواهد مبلغ $200,000$ ریال سود داشته باشد چه تعداد کالا می بایستی تولید گردد؟

$$Q = \frac{FC}{P-V} = \frac{8,000,000}{10,000-6,000} = \frac{8,000,000}{4,000} = 2,000 \quad \text{اولاً}$$

ثانیاً روش اول

$$Q = \frac{FC+k}{P-V} \Rightarrow 1,800 = \frac{8,000,000+K}{10,000-6,000} \Rightarrow 1,800 = \frac{8,000,000+K}{4,000} = 1,800 \times 4,000 = 8,000,000 + K$$

۷,۲۰۰,۰

$$P \cdot Q = V \cdot Q + FC + K \Rightarrow 10,000 \times 1,800 = 6,000 \times 1,800 + 8,000,000 + K$$

ثالثاً

$$Q = \frac{FC+k}{P-V} \Rightarrow Q = \frac{8,000,000+200,000}{10,000-6,000} = \frac{8,200,000}{4,000} = 2,050$$

۱۳- شرکتی دارای دو کارگاه تولیدی است. که کارگاه اول در هر ساعت میتواند 500 واحد چنگال و 600 واحد قاشق تولید نماید.

همچنین کارگاه دوم، قادر است در هر ساعت 400 واحد چنگال و 700 واحد قاشق تولید نماید. با توجه به اینکه شرکت قراردادی

منعقد نموده است که هرروز $5,800$ واحد چنگال و $8,500$ واحد قاشق تحویل دهد.

حال تعیین کنید هر کارگاه بایستی چند ساعت در روز کار کند که ضمن تأمین نیاز قرارداد، تولید اضافی نداشته باشد.

x	y	کل
500	400	5,800
600	700	8,500

$$\begin{cases} 500x + 400y = 5800 & -6 \\ 600x + 700y = 8500 & 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 500x + 400y = 5800 \\ 600x + 700y = 8500 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3000x - 2400y = -34800 \\ 3000x + 3500y = 42500 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1100y &= 7700 \Rightarrow y = \frac{7700}{1100} = 7 \\ \Rightarrow 500x + 400 \times 7 &= 5800 \Rightarrow 500x = 5800 - 2800 \\ 500x &= 3000 \Rightarrow x = \frac{3000}{500} = 6 \end{aligned}$$

سوالات امتحانی

تمرین ۱- هزینه ثابت شرکتی ۲,۵۲۰,۰۰۰ ریال و هزینه متغیر هر واحد کالا ۱۲,۰۰۰ ریال باشد اگر قیمت فروش هر واحد کالا برابر ۱۵,۰۰۰ ریال باشد. مطلوبست اولاً محاسبه تعداد تولید در نقطه سربسر،

ثانیاً چنانچه تعداد تولید ۷۰۰ واحد باشد سود/ زیان را مشخص کنید.

ثالثاً اگر با تغییراتی در روش تولید، هزینه ثابت هیچ گونه تغییری نیابد و در نقطه سربسر ۴۲۰ واحد کالا تولید گردد میزان تغییر در هزینه متغیر را معلوم کنید.

تمرین ۲- هزینه ثابت شرکتی ۹,۹۰۰,۰۰۰ ریال و هزینه متغیر هر واحد کالا ۵,۵۰۰ ریال باشد اگر قیمت فروش هر واحد کالا برابر ۱۲,۷۰۰ ریال باشد.

مطلوبست اولاً محاسبه تعداد تولید در نقطه سربسر

ثانیاً چنانچه تعداد تولید ۱,۷۰۰ واحد باشد سود/ زیان را مشخص کنید.

ثالثاً اگر با تغییراتی در روش تولید، هزینه ثابت هیچ گونه تغییری نیابد و در نقطه سربسر ۱,۶۵۰ واحد کالا تولید گردد میزان تغییر در هزینه متغیر را معلوم کنید.

تمرین ۳- یک موسسه بسته بندی مواد غذایی سفارشی برای بسته بندی ۱۲۵,۰۰۰ تن برنج و ۱۰۰,۰۰۰ تن چای دریافت می دارد. این موسسه بسته بندی مواد غذایی دارای دو کارگاه بسته بندی می باشد که میزان فعالیت آنها عبارتست از:

کارگاه اول: بسته بندی ۲۰ تن برنج و کارگاه دوم بسته بندی ۳۵ تن برنج

کارگاه اول: بسته بندی ۴۰ تن چای و کارگاه دوم بسته بندی ۲۰ تن چای

معلوم کنید با چند ساعت کار کارگاههای موسسه می تواند مواد غذایی دریافت شده را بسته بندی کند.

x	y	کل
۲۰	۳۵	۱۲۵,۰۰۰
۴۰	۲۰	۱۰۰,۰۰۰

$$\begin{cases} -40x - 70y = -250,000 \\ 40x + 20y = 100,000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x + 35y = 125,000 & -2 \\ 40x + 20y = 100,000 & \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20x + 35y = 125,000 \\ 40x + 20y = 100,000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -50y = -150,000 \Rightarrow y = \frac{-150,000}{-50} = 3,000 \\ \Rightarrow 40x + 20 \times 3,000 = 100,000 \Rightarrow 40x = 100,000 - 60,000 \\ 40x = 40,000 \Rightarrow x = \frac{40,000}{40} = 1,000 \end{cases}$$

۴- معادله عرضه و تقاضا برای کالایی بصورت زیر است. نمودار آن را رسم کرده و نقطه تعادل معادلات را پیدا کنید.

$$y = 7x + 6 \quad y = 36 - 3x$$

$$36 - 3x = 7x + 6 \Rightarrow 36 - 6 = 7x + 3x \Rightarrow 30 = 10x \Rightarrow x = 3$$

$$y = 36 - 3 \times 3 \Rightarrow y = 36 - 9 \Rightarrow y = 27$$

$$x = 2$$

$$y = 36 - 3 \times 2 \Rightarrow y = 30$$

$$x = 1$$

$$y = 36 - 3 \times 1 \Rightarrow y = 33$$

$$x = 1$$

$$y = 7 \times 1 + 6 = 13$$

$$x = 4$$

$$y = 36 - 3 \times 4 \Rightarrow y = 24$$

$$x = 4$$

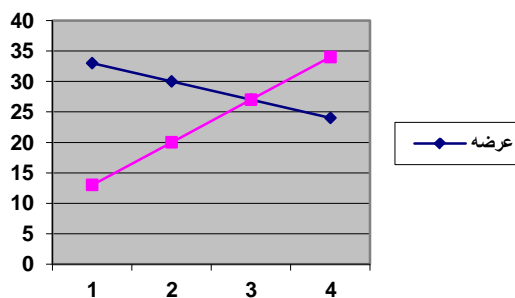
$$y = 7 \times 4 + 6 = 34$$

$$x = 3$$

$$y = 7 \times 3 + 6 = 27$$

$$x = 2$$

$$y = 7 \times 2 + 6 = 20$$



تمرینات فصل ششم

« کاربرد معادلات درجه دوم در حسابداری »

تمرین ۱- معادلات زیر را حل نمایید و در صورتی که جواب دارند، جواب را مشخص کنید.

$$\Delta = b^2 - 4ac = -7^2 - 4 \times 11 \times 2 = 49 - 88 = -39 \quad \text{دلته منفی است معادله جواب ندارد}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = -6^2 - 4 \times 1 \times 9 = 36 - 36 = 0 \quad \text{دلته صفر است معادله دارای دو جواب برابر خواهد بود.}$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6) - 0}{2 \times 1} = \frac{6 - 0}{2} = 3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = -9^2 - 4 \times 7 \times 2 = 81 - 56 = 25 \quad \text{دلته مثبت است معادله دارای دو جواب جداگانه می باشد.}$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-9) - 0}{2 \times 1} = \frac{9 - 0}{2} = \frac{9}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = -3^2 - 4 \times 1 \times 10 = 9 - 40 = -31 \quad \text{جواب ندارد}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times 7 = 1 - 28 = -27 \quad \text{جواب ندارد}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = -3^2 - 4 \times 5 \times -2 = 9 + 40 = 49 \quad \text{جواب دارد}$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) - 7}{2 \times 5} = \frac{3 - 7}{10} = \frac{-4}{10} = \frac{-2}{5} \quad \text{غ.ق.ق}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times 1 \times -7 = 36 + 28 = 64 \quad \text{جواب دارد}$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 - 8}{2 \times 1} = \frac{-14}{2} = -7$$

تمرین ۲ بدون حل معادلات، حاصل جمع و حاصل ضرب جواب های معادلات دارای جواب تمرین ۱ را محاسبه سپس با جواب ها مقایسه کنید.

$$3 \times 3 = 9 \quad \frac{c}{a} = \frac{9}{1} = 9 \quad \text{حاصل ضرب ریشه ها} \quad 3 + 3 = 6 \quad \frac{-b}{a} = \frac{-(-6)}{1} = 6 \quad \text{مجموع ریشه ها}$$

$$x'' = \frac{c}{a} = \frac{9}{1} \quad \text{و} \quad x' = 1 \quad 7 - 9 + 2 = 0 \quad \text{با توجه به نتیجه مجموع ضرایب}$$

$$\text{مجموع ریشه ها } \frac{-b}{a} = \frac{-(-9)}{7} = \frac{9}{7} \quad 1 + \frac{2}{7} = \frac{9}{7} \quad \text{حاصلضرب ریشه ها } \frac{c}{a} = \frac{2}{7} \quad 1 \times \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$$

$$\text{با توجه به نتیجه مجموع ضرایب } 5 - 3 - 2 = 0 \quad x'' = \frac{c}{a} = \frac{-2}{5} \quad \text{و } x' = 1 \quad \text{مجموع ریشه ها } \frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{5} = \frac{3}{5} \quad 1 + \frac{-2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\text{حاصلضرب ریشه ها } \frac{c}{a} = \frac{-2}{5} \quad 1 \times \frac{-2}{5} = \frac{-2}{5}$$

$$\text{با توجه به نتیجه مجموع ضرایب } 1 + 6 - 7 = 0 \quad x'' = \frac{c}{a} = \frac{-7}{1} = -7 \quad \text{و } x' = 1 \quad \text{مجموع ریشه ها } \frac{-b}{a} = \frac{-6}{1} = -6 \quad 1 + -7 = -6$$

$$\text{حاصلضرب ریشه ها } \frac{c}{a} = \frac{-7}{1} = -7 \quad 1 \times -7 = -7$$

۳- حاصل ضرب دو عدد صحیح متوالی ۷۲ می باشد آن دو عدد را پیدا کنید.

$$\text{حل:} \quad x^2 + x - 72 = 0 \quad x(x + 1) = 72$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times -72 = 1 + 288 = 289$$

$$\text{غ ق ق} \quad x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 17}{2 \times 1} = \frac{-18}{2} = -9$$

تمرین ۴- مجموع مربعات سه عدد صحیح متوالی ۱۱۰ می باشد. آن سه عدد را پیدا کنید؟

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 110 \Rightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1^2 + x^2 + 4x + 4 = 110 \Rightarrow 3x^2 + 6x = 110 - 1 - 4$$

$$3x^2 + 6x = 105 \Rightarrow 3x^2 + 6x - 105 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times 3 \times -105 = 36 + 420 = 456 = 1,296$$

چون دلتا مثبت است پس معادله دارای دو جواب جداگانه می باشد.

$$\text{غ ق ق} \quad x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 - 24}{2 \times 3} = \frac{-30}{6} = -5$$

اولین عدد ۵ و اعداد ۶ و ۷

تمرین ۵- آن چه عددیست که اگر ۳۵ واحد به دو برابر آن افزوده شود، حاصل برابر مربع همان عدد خواهد شد؟

$$\Delta = b^2 - 4ac = -2^2 - 4 \times 1 \times -35 = 4 + 140 = 144$$

$$2x + 35 = x^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 35 = 0$$

چون دلتا مثبت است پس معادله دارای دو جواب جداگانه می باشد.

$$\text{غ ق ق} \quad x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) - 12}{2 \times 1} = \frac{-10}{2} = -5$$

تمرین ۶- مجموع ارقام یک عدد دو رقمی ۱۰ می باشد و رقم دهگان آن ۴ واحد بیشتر از مربع رقم یکان آن است. آن عدد را پیدا کنید؟

$$x^2 + x - 6 = 0 \quad x^2 + x + 4 - 10 = 0 \quad x + (x^2 + 4) = 10$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times -6 = 1 + 24 = 25$$

چون دلتا مثبت است پس معادله دارای دو جواب جداگانه می باشد.

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 5}{2 \times 1} = \frac{-6}{2} = -3 \quad \text{غ ق ق}$$

$$\text{رقم یکان } 2 \quad \text{رقم دهگان } 8 \quad 2^2 + 4 = 8 \quad \text{خود عدد } 82$$

تمرین ۷- رابطه امکانات تولید برای یک موسسه، $9y + x^2 = 225$ است. این موسسه با داشتن امکانات تولیدی ثابت می تواند

کالای X یا کالای Y و یا ترکیبی از هر دو را تولید نماید. مقادیر کالا بر حسب واحد تن می باشند. تعیین کنید اگر این موسسه بخواهد

از کالای Y، ۱۶ تن تولید نماید، قادر به تولید چند تن از کالای X خواهد بود؟ ۹

$$9y + x^2 = 225 \Rightarrow 9 \times 16 = -x^2 + 225 \Rightarrow 144 = -x^2 + 225 \Rightarrow -x^2 + 225 - 144 = 0 \Rightarrow$$

$$-x^2 + 81 \Rightarrow -x^2 = -81 \Rightarrow x = 9$$

تمرین ۸- رابطه عرضه کالایی $y = 2x^2 - 4x + 2$ است که در آن Y قیمت به هزار ریال و X مقدار کالا به میلیون کیلو در ماه می

باشد. تعیین کنید در قیمت ۸ هزار ریال، چه مقدار کالا به بازار عرضه می گردد؟ ۳

$$8 = 2x^2 - 4x + 2 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 2 - 8 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 2 \times -6 = 16 + 48 = 64$$

چون دلتا مثبت است پس معادله دارای دو جواب جداگانه می باشد

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) - 8}{2 \times 2} = \frac{-4}{4} = -1 \quad \text{غ ق ق}$$

تمرین ۹- رابطه هزینه کل (هزینه ثابت بعلاوه هزینه متغیر) یک بنگاه تولیدی $y = \frac{1}{10}x^2 + 6x + 200$ است که در آن Y هزینه کل به ده

هزار ریال و X مقدار کالا به تن باشد، تعیین کنید زمانی که هزینه کل بنگاه ۶ میلیون ریال باشد مقدار تولید بنگاه چه قدر است.

$$6,000,000 \div 100,000 = 600$$

$$600 = \frac{1}{10}x^2 + 6x$$

$$x^2 + 60x - 6000 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 60^2 - 4 \times 1 \times -6000 \Rightarrow 3600 + 24000 = 27600$$

دلتا مثبت معادله دارای دو جواب جداگانه

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-60 + \sqrt{27600}}{2 \times 1} = \frac{-60 + 140}{2} = 40 \quad \text{مقدار تولید بنگاه}$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-60 - 140}{2 \times 1} = \frac{-200}{2} = -100 \quad \text{غ ق ق}$$

تمرین ۱۰- رابطه هزینه کل یک شرکت تولیدی گچ پاکتی $y = \frac{1}{5}x^2 + 2x + 3$ است. اگر Y هزینه کل به ده هزار ریال و X

مقدار گچ تولیدی به تن باشد. تعیین کنید زمانی که هزینه کل کارخانه ۱۸۰,۰۰۰ باشد مقدار تولید چه مقدار خواهد بود؟

واحد به ده هزار ریال $180,000 \div 10,000 = 18$

$$18 = \frac{1}{5}x^2 + 2x + 3 \Rightarrow 90 = x^2 + 10x + 15 \Rightarrow x^2 + 10x + 15 - 90 = 0 \Rightarrow x^2 + 10x - 75 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = -10^2 - 4 \times 1 \times -75 = 100 + 300 = 400$$

چون دلتا مثبت است پس معادله دارای دو جواب جداگانه می باشد.

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10 + \sqrt{400}}{2 \times 1} = \frac{-10 + 20}{2} = 5$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10 - 20}{2 \times 1} = \frac{-30}{2} = -15 \quad \text{غ ق ق}$$

تمرین ۱۱ - رابطه درآمد کل یک شرکت با تعداد تولید آن به صورت $y = -x^2 + 6x$ می باشد که در آن y درآمد کل به میلیون ریال و x تعداد تولید کالا به میلیون واحد می باشد. اگر مدیریت شرکت بخواهد درآمد کلی برابر با ۹ میلیون ریال داشته باشد،

چه تعداد کالا بایستی تولید نماید؟

$$9 = -x^2 + 6x \Rightarrow -x^2 + 6x - 9 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times -1 \times -9 = 36 - 36 = 0$$

چون دلتا صفر است پس معادله دارای دو ریشه مضاعف می باشد.

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 + \sqrt{0}}{2 \times -1} = \frac{-6 + 0}{-2} = 3$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 - 0}{2 \times -1} = \frac{-6 - 0}{-2} = 3$$

تمرین ۱۲ - اگر رابطه هزینه کل شرکتی $y = x^2 - 3x + 7$ باشد، (هزینه کل به میلیون ریال و x تعداد تولید می باشد). چه تعداد کالا باید تولید گردد تا هزینه شرکت ۵ میلیون ریال باشد؟

$$5 = x^2 - 3x + 7 \Rightarrow x^2 - 3x + 7 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = -3^2 - 4 \times 1 \times 2 = 9 - 8 = 1$$

چون دلتا مثبت است پس معادله دارای دو جواب جداگانه می باشد.

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) + \sqrt{1}}{2 \times 1} = \frac{3 + 1}{2} = 2$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3) - 1}{2 \times 1} = \frac{3 - 1}{2} = 1$$

تمرین ۱۳ - رابطه درآمد شرکتی $T_R = 20x - 5x^2$ و هزینه کل آن شرکت $T_C = 10x + 6x^2$ می باشد در صورتی که شرکت با زیان ۱ میلیون ریالی مواجه باشد مقدار تولید را به میلیون واحد تعیین کنید.

$$-1 = 20x - 5x^2 \Rightarrow 20x - 5x^2 - 1 = 0 \quad \text{رابطه درآمد با یک میلیون زیان}$$

$$10x + 6x^2 = 20x - 5x^2 - 1 \Rightarrow 10x + 6x^2 - 20x + 5x^2 + 1 = 0 \Rightarrow 11x^2 - 10x + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = -10^2 - 4 \times 11 \times -1 = 100 + 44 = 144$$

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-10) + \sqrt{144}}{2 \times 11} = \frac{10 + 12}{22} = 1$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-10) - 12}{2 \times 11} = \frac{10 - 12}{22} = \frac{-2}{22} \quad \text{غ ق ق}$$

تمرین ۱۴ - رابطه هزینه کل شرکتی $T_C = 3x^2 + 20x - 50$ و رابطه درآمد کل آن شرکت $T_R = 30x - x^2$ است. مطلوبست

محاسبه تعداد تولید در نقطه سر بسر

$$3x^2 + 20x - 50 = 30x - x^2 \quad \text{بنابراین} \quad T_R = T_C \quad \text{در نقطه سر بسر}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = -10^2 - 4 \times 4 \times 50 = 100 + 800 = 900$$

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-10) + \sqrt{900}}{2 \times 4} = \frac{10 + 30}{8} = 5$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-10) - 30}{2 \times 4} = \frac{-20}{8} \quad \text{غ.ق.ق}$$

تمرین ۱۵- محیط مغازه ای به شکل مستطیل ۳۴ متر و مساحت آن برابر با ۶۰ متر مربع می باشد طول و عرض این مغازه را حساب

$$\text{کنید؟} \quad 17 = \frac{34}{2} = (x+y) \quad (x+y) \times 2 = 34 \quad \text{مجموع ضرایب} \quad x \times y = 60 \quad \text{حاصل ضرب ضرایب}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = -17^2 - 4 \times 1 \times 60 = 289 - 240 = 49$$

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-17) + \sqrt{49}}{2 \times 1} = \frac{17 + 7}{2} = 12$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-17) - 7}{2 \times 1} = \frac{10}{2} = 5$$

تمرین ۱۶- اندازه ضلع انبار مربع شکلی ۱۰ متر است مساحت آن کافی نیست و نیاز است اضلاع مربع از هر طرف به یک اندازه

افزایش یابد تا در کل ۴۴ متر مربع آن به سطح آن افزوده گردد مقدار افزایش از هر طرف را محاسبه کنید.

$$(10+x)^2 = 100 + 44$$

$$100 + 20x + x^2 = 144 \Rightarrow 100 + 20x + x^2 - 144 = 0 \Rightarrow x^2 + 20x - 44 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 20^2 - 4 \times 1 \times -44 = 400 - 176 = 224$$

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-20 + \sqrt{224}}{2 \times 1} = \frac{-20 + 14.97}{2} = -2.51$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-20 - 14.97}{2} = \frac{-34.97}{2} = -17.48 \quad \text{غ.ق.ق}$$

تمرینهای اضافی فصل شش

تمرین - در معادله $3x^2 - 15x + 21 = 0$ مجموع ریشه ها و حاصلضرب ریشه ها را پیدا کنید.

$$P = \frac{c}{a} = \frac{21}{3} = 7 \quad S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-15)}{3} = 5$$

تمرین - معادله ای بنویسید که مجموع ریشه ها و حاصلضرب ریشه های آن با مجموع ریشه ها و حاصلضرب ریشه های معادله $3x^2 - 15x + 21 = 0$ مساوی باشد.

$$x^2 - 5x + 7 = 0$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-15)}{3} = 5 \quad P = \frac{c}{a} = \frac{21}{3} = 7 \quad x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 7 = 0$$

تمرین - محیط یک کارگاه تولیدی مستطیل شکل ۲۰۰ متر و مساحت آن ۲,۴۰۰ متر مربع می باشد.

مطلوبست: اولاً تعیین طول و عرض آن

ثانیاً در صورتیکه بخواهیم ۴۰۰ متر مربع به مساحت آن اضافه کنیم و عرض آن ثابت باشد طول جدید کارگاه را پیدا کنید؟

ثالثاً در صورتیکه ۲۰ متر به طول و ۱۰ متر به عرض آن در حالت اولیه اضافه شود محیط و مساحت جدید را پیدا کنید؟

اولاً $(x+y) = \frac{200}{2} = 100$ مجموع ضرایب $(x+y) \times 2 = 200$ حاصل ضرب ضرایب $x \times y = 2,400$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 100x + 2,400 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = -100^2 - 4 \times 1 \times 2,400 = 10,000 - 9,600 = 400$$

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-100) + \sqrt{400}}{2 \times 1} = \frac{100 + 20}{2} = 60 \quad \text{طول}$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-100) - \sqrt{400}}{2 \times 1} = \frac{100 - 20}{2} = 40 \quad \text{عرض}$$

ثانیاً مساحت جدید $2,400 + 400 = 2,800$

طول جدید $2,800 \div 40 = 70$ میزان افزایش در طول $70 - 60 = 10$

ثالثاً طول جدید $60 + 20 = 80$ عرض جدید $40 + 10 = 50$

محیط مستطیل $(x+y) \times 2 = (80 + 50) \times 2 = 260$ مساحت مستطیل $x \times y = 80 \times 50 = 4000$

تمرین - معادله درجه دوم $x^2 + 2x - 10 = 0$ را با استفاده از روش دلتا بدست آورید.

$$\Delta = b^2 - 4ac = -2^2 - 4 \times 1 \times -10 = 4 + 40 = 44$$

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{44}}{2 \times 1} = \frac{-2 + 18}{16} = 1$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - 18}{2 \times 1} = \frac{-20}{16} = -1/25 \quad \text{غ.ق.ق}$$

تمرین - معادله درجه دوم $x^2 + 8x + 16 = 0$ را با استفاده از روش دلتا بدست آورید.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times 1 \times 16 = 64 - 64 = 0$$

چون دلتا صفر است پس معادله دارای دو ریشه مضاعف می باشد. یعنی یک جواب دارد:

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8 + 0}{2 \times 1} = -4$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8 - 0}{2 \times 1} = -4$$

تمرین - معادله درجه دوم $x^2 - 8x + 16 = 0$ را با استفاده از روش دلتا بدست آورید.

$$\Delta = b^2 - 4ac = -8^2 - 4 \times 1 \times 16 = 64 - 64 = 0$$

چون دلتا صفر است پس معادله دارای دو ریشه مضاعف می باشد. یعنی یک جواب دارد:

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-8) + 0}{2 \times 1} = 4$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-8) - 0}{2 \times 1} = 4$$

تمرین - اگر معادله هزینه تولید کالایی $y = x^2 - 8x$ باشد تعداد تولید را با ۲۰ واحد هزینه پیدا کنید؟

$$b' = \frac{b}{2} \quad \Delta' = b'^2 - ac = -4^2 - 1 \times -20 = 16 + 20 = 36$$

$$20 = x^2 - 8x \Rightarrow x^2 - 8x - 20 = 0$$

$$x' = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-(-4) + \sqrt{36}}{1} = \frac{4+6}{1} = 10$$

$$x'' = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-(-4) - \sqrt{36}}{1} = \frac{4-6}{1} = -2 \quad \text{غ ق ق}$$

تمرین - معادله ای بنویسید که مجموع ضرایب آن ۷ و حاصلضرب ضرایب آن ۱۰ باشد

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$$

تمرین - رابطه عرضه کالایی $y = x^2 + 6x + 4$ است که در آن y قیمت به هزار ریال و x مقدار کالا به میلیون

کیلو در ماه است. تعیین کنید در قیمت ۱۱ هزار ریال چه مقدار کالا به بازار عرضه می گردد.

$$x^2 + 6x + 4 = 11 \quad x^2 + 6x + 4 - 11 = 0 \quad x^2 + 6x - 7 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times 1 \times -7 = 36 + 28 = 64$$

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 + 8}{2 \times 1} = 1$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 - 8}{2 \times 1} = -7$$

تمرین های فصل هفتم

کاربرد ماتریس:

۱- ماتریس های زیر را دو به دو باهم جمع کنید.

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix} = \text{ب)}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \text{الف)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \text{د)}$$

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \text{ج)}$$

جوابها

$$\begin{bmatrix} 4 & 7 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix} = \text{ب)}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \text{الف)}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \text{د)}$$

$$= \begin{bmatrix} a+1 & b & c+1 \\ d+2 & e+2 & f+1 \end{bmatrix} \text{ج)}$$

۲- ماتریس های زیر را در هم ضرب کنید:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \text{ب)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \text{الف)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix} = \text{ه)}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \text{د)}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \text{ج)}$$

جوابها

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \times 1 + -1 \times -1 + 1 \times 1 & 1 \times 2 + -1 \times 1 + 1 \times 3 \\ 2 \times 1 + 0 \times -1 + 1 \times 1 & 2 \times 2 + 0 \times 1 + 1 \times 3 \\ 3 \times 1 + -1 \times -1 + 2 \times 1 & 3 \times 2 + -1 \times 1 + 2 \times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 7 \\ 6 & 11 \end{bmatrix} \text{الف)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \times 1 + -1 \times 0 + 1 \times 1 & 1 \times -1 + -1 \times 1 + 1 \times 1 & 1 \times 1 + -1 \times -1 + 1 \times 1 \\ 2 \times 1 + 0 \times 0 + 1 \times 1 & 2 \times -1 + 0 \times 1 + 1 \times 1 & 2 \times 1 + 0 \times -1 + 1 \times 1 \end{bmatrix} = \text{ب)}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \times 1 + 3 \times 0 & 2 \times 0 + 3 \times 1 \\ 1 \times 1 + 4 \times 0 & 1 \times 0 + 4 \times 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \text{ج)}$$

حاصل ضرب هر ماتریسی در یک ماتریس یکه برابر خود آن ماتریس خواهد بود.

د) حاصل ضرب هر ماتریسی در یک ماتریس واحد برابر خود آن ماتریس خواهد بود.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \times 0 + 2 \times 0 + 0 \times 1 & 1 \times 0 + 2 \times 0 + 0 \times 4 & 1 \times 0 + 2 \times 0 + 0 \times 9 \\ 1 \times 0 + 1 \times 0 + 0 \times 1 & 1 \times 0 + 1 \times 0 + 0 \times 4 & 1 \times 0 + 1 \times 0 + 0 \times 9 \\ -1 \times 0 + 4 \times 0 + 0 \times 1 & -1 \times 0 + 4 \times 0 + 0 \times 4 & -1 \times 0 + 4 \times 0 + 0 \times 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{هـ})$$

۳-د. ترمینان ماتریس های زیر را بدست آورید:

جوابها

نسبت به سطر دوم

$$|B| = -0 + 1$$

$$|C| = 0 - 0 + 7 \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 7(-12 - 15) = -189$$

نسبت به سطر اول

$$|C| = -(-2) \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = 2(0 - 42) + 3(0 - 35) - 4(0 - 0) = -84 - 105 - 0 = -189$$

نسبت به سطر دوم

نسبت به سطر اول - نسبت به ستون اول - نسبت به ستون اول

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow |D| = -1 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$|E| = 1 \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 7 \end{vmatrix} = 1(4 - -21) - 1(20 - -6) + 0(35 - 2) = 25 - 26 + 0 = -1$$

با توجه به خاصیت اول: چون ماتریس F نسبت به ماتریس E جای سطرها و ستونها عوض شده است بنابراین د. ترمینان دو

$$|F| = -1 \quad \text{ماتریس باهم برابر خواهد بود.}$$

$$|G| = -3 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = -3(4 - (-5)) + 0(2 - 1) - 2(10 + 4) = -27 + 0 - 28 = -55$$

$$G = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

خاصیت دوم: با توجه به خواص د. ترمینان از آنجا که جای دوسطر ماتریس G عوض شده و ماتریس H را تشکیل داده بنابراین د. ترمینان ماتریس H نسبت به د. ترمینان ماتریس G فقط تغییر علامت می یابد.

$$|G| = -55 \Rightarrow |H| = 55$$

$$G = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

خاصیت سوم: $I = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & . \end{bmatrix}$ از آنجا که دو سطر ماتریس مساوی هستند بنابراین د. ترمینان ماتریس طبق خواص

$$|I| = 0 \quad \text{د. ترمینان مساوی صفر می باشد.}$$

هرگاه تمام درایه های یک سطر یا یک ستون یک ماتریس صفر باشد د. ترمینان آن ماتریس برابر صفر خواهد بود.

$$|J| = 0$$

۴- معکوس ماتریس های زیر را در صورت وجود بدست آورید:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 6 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 5 \\ 4 & 11 & 7 \\ 3 & 9 & 6 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -3 \\ 1 & -3 & 4 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$$

۴- جوابها

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 6 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -0 + 1 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -0 + 1(2 - 4) - 6(3 - 2) = -2 - 6 = -8$$

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A}_{11} = + \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 12 = -10 \rightarrow \hat{A}_{11} = - \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = -(4 - 12) = 8$$

$$\hat{A}_{12} = + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 12 - 4 = 8 \rightarrow \hat{A}_{12} = - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = -(-6) = 6$$

$$\hat{A}_{13} = + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 2 - 4 = -2 \rightarrow \hat{A}_{13} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = -(6 - 0) = -6$$

$$\hat{A}_{21} = + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 0 - 1 = -1 \rightarrow \hat{A}_{21} = - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = -(2 - 4) = 2 \quad \hat{A}_{22} = + \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (2 - 4) = -2$$

$$adjA = \begin{bmatrix} -16 & 8 & 8 \\ 6 & -2 & -6 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{adjA}{|A|} = \begin{bmatrix} \frac{-16}{-8} & \frac{8}{-8} & \frac{8}{-8} \\ \frac{6}{-8} & \frac{-2}{-8} & \frac{-6}{-8} \\ \frac{-1}{-8} & \frac{-1}{-8} & \frac{1}{-8} \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & -\frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

$$\det(B) = 6 - 20 = -14 \quad adjB = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{-14} & \frac{-4}{-14} \\ \frac{-5}{-14} & \frac{2}{-14} \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{14} & \frac{2}{7} \\ \frac{5}{14} & -\frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

$$\det(C) = 0 - 1 = -1 \quad adjB = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$|D| = 8 (11 \times 6 - 7 \times 9) - 3 (4 \times 6 - 7 \times 3) + 5 (4 \times 9 - 11 \times 3) =$$

$$|D| = 8 (66 - 63) - 3 (24 - 21) + 5 (36 - 33) = 24 - 9 + 15 = 30$$

$D_{11}^t = + \begin{vmatrix} 11 & 9 \\ 7 & 6 \end{vmatrix} = 66 - 63 = 3$	$D_{11}^t = - \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 6 \end{vmatrix} = -(24 - 21) = -3$	$D_{11}^t = + \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 11 & 9 \end{vmatrix} = (36 - 33) = 3$
$D_{12}^t = - \begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = -(18 - 45) = 27$	$D_{12}^t = + \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 48 - 15 = 33$	$D_{12}^t = - \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} = -(72 - 9) = -63$
$D_{13}^t = + \begin{vmatrix} 3 & 11 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 21 - 55 = -34$	$D_{13}^t = - \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = -(56 - 20) = -36$	$D_{13}^t = + \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 7 & 11 \end{vmatrix} = (88 - 28) = 60$

$$E = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow |E| = - \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -1(9-2) + 3(9-6) - 0(3-9) = -7 + 9 - 0 = 2$$

$$E' = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\hat{E}_{11} = + \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 9 - 0 = 9 \rightarrow \hat{E}_{11} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = -(3-0) = -3$$

$$\hat{E}_{12} = + \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 9 = -8 \rightarrow \hat{E}_{12} = - \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = -(9-6) = -3$$

$$\hat{E}_{13} = + \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 9 - 6 = 3 \rightarrow \hat{E}_{13} = - \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -(3-9) = +6$$

$$\hat{E}_{21} = + \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 6 = -6 \rightarrow \hat{E}_{21} = - \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -(-2) = +2 \quad \hat{E}_{22} = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = (9-3) = +6$$

$$adjE = \begin{bmatrix} 9 & -3 & -8 \\ -7 & 3 & 6 \\ -6 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$E^{-1} = \frac{adjE}{|E|} = \begin{bmatrix} \frac{9}{2} & \frac{-3}{2} & \frac{-8}{2} \\ \frac{-7}{2} & \frac{3}{2} & \frac{6}{2} \\ \frac{-6}{2} & \frac{2}{2} & \frac{6}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow E^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{9}{2} & \frac{-3}{2} & -4 \\ \frac{-7}{2} & \frac{3}{2} & 3 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$|F| = 0 \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} = 0(3+4) - 1(2-1) - 1(-8-3) = 0 - 1 + 11 = 10$$

$$F' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & -3 & -1 \\ -1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{F}_{11} = + \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = 3 + 4 = 7 \rightarrow \hat{F}_{11} = - \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = -(2-1) = -1$$

$$\hat{F}_{12} = + \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = -8 - 3 = -11 \rightarrow \hat{F}_{12} = - \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = -(-1+4) = -3$$

$$\hat{F}_{13} = + \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = 0 - 1 = -1 \rightarrow \hat{F}_{13} = - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = -(0+1) = -1$$

$$\hat{F}_{21} = + \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 3 = -4 \rightarrow \hat{F}_{21} = - \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = -(-2) = +2 \quad \hat{F}_{22} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = (0+2) = 2$$

$$\text{adj}F = \begin{bmatrix} 7 & -1 & -11 \\ -3 & -1 & -1 \\ -4 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$F^{-1} = \frac{\text{adj}F}{|F|} = \begin{bmatrix} \frac{7}{10} & \frac{-1}{10} & \frac{-11}{10} \\ \frac{-3}{10} & \frac{-1}{10} & \frac{-1}{10} \\ \frac{-4}{10} & \frac{2}{10} & \frac{2}{10} \end{bmatrix} \Rightarrow F^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{7}{5} & \frac{-1}{5} & \frac{-11}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{-1}{5} & \frac{-1}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

G معکوس ندارد چون دترمینان آن صفر است

$$\det(G) = -12 + 12 = 0$$

۵- دستگاه های معادلات زیر با استفاده از هم سازه نسبت به x حل کنید:

$$A = \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \\ z - x = 0 \end{cases} \quad B = \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + 3y + z = 11 \end{cases} \quad C = \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - z = -1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases} \quad D = \begin{cases} 3x + 3y + z = 2 \\ x - y + 2z = 6 \\ 2x + y - z = -1 \end{cases}$$

$$E = \begin{cases} x + y + 2z = 45 \\ 2x - y + z = 15 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \quad F = \begin{cases} x + y + 2z = 25 \\ 2x + y - z = 9 \\ -x + y = 1 \end{cases} \quad G = \begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ y - z = -1 \\ x + y - z = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad H = \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 3x - z = 2 \\ 4x - y = 5 \end{cases}$$

۵- جوابها

$$A = \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \\ z - x = 0 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A}_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 0 = 1$$

$$\hat{A}_{21} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -(-1) - 0 = 1$$

$$\hat{A}_{31} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 - 0 = 1$$

$$\text{روش اول} \quad \begin{cases} 1 \cdot x - y = 0 \\ 1 \cdot y - z = 0 \\ 1 \cdot z - x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \\ z - x = 0 \end{cases} \\ \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow x = 0$$

$$B = \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + 3y + z = 11 \end{cases} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B}_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 1 = -2$$

$$\hat{B}_{21} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -(1 - 3) = 2$$

$$\hat{B}_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 - (-3) = 4$$

$$\begin{cases} 4 \cdot x + y + z = 6 \\ 2 \cdot x + y - z = 0 \\ -2 \cdot (2x + 3y + z) = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 4y + 4z = 24 \\ 2x + 2y - 2z = 0 \\ -4x - 6y - 2z = -22 \end{cases} \Rightarrow \\ \underline{-4x - 6y - 2z = -22} \\ 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

B نسبت به همسازه y برای مطالعه

$$B = \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + 3y + z = 11 \end{cases} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B}_{rr} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -(-1-1) = 2 \quad \hat{B}_{rr} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = (1-2) = -1 \quad \hat{B}_{rr} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -(1+2) = -3$$

$$\begin{cases} -3 \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + 3y + z = 11 \end{cases} \\ -1 \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + 3y + z = 11 \end{cases} \\ 2 \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + 3y + z = 11 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x - 3y - 3z = -18 \\ -x - y + z = 0 \\ 4x + 6y + 2z = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x - 3y - 3z = -18 \\ -x - y + z = 0 \\ 2y = 4 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

B نسبت به همسازه Z

$$B = \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + 3y + z = 11 \end{cases} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B}_{rr} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1-1 = 0 \quad \hat{B}_{rr} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -(3-2) = -1 \quad \hat{B}_{rr} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3-2 = 1$$

$$\begin{cases} 1 \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + 3y + z = 11 \end{cases} \\ -1 \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + 3y + z = 11 \end{cases} \\ 0 \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y - z = 0 \\ 2x + 3y + z = 11 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 6 \\ -x - y + z = 0 \\ \vdots \\ 2z = 6 \Rightarrow z = 3 \end{cases}$$

$$C = \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - z = -1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{C}_{rr} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 0 - (-2) = 2 \quad \hat{C}_{rr} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -(-2) = 2 \quad \hat{C}_{rr} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 0 = -1$$

$$\begin{cases} 2 \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - z = -1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases} \\ 2 \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - z = -1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases} \\ -1 \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - z = -1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y + 2z = 6 \\ 2x - 2z = -2 \\ -2x - 2y = -2 \\ 2x = 2 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

روش دوم از طریق فرمول دلتا

$$C = \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - z = -1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \Delta = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|\Delta| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 0 = 2(-1-0) - 2(-1-1) = -2 + 4 = 2$$

$$\Delta x = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow |\Delta x| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} + 0 = 2(-1) - 2(-3 - (-1)) = -2 + 4 = 2$$

$$\Delta y = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow |\Delta y| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 0 = 2(-3 + 1) - 2(-1 - 1) = -4 + 4 = 0$$

$$\Delta z = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |\Delta z| = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 2(-1 - 0) - 2(-1 - 3) + 2(0 - 2) = -2 + 8 - 4 = 2$$

$$z = \frac{|\Delta z|}{|\Delta|} = \frac{2}{2} = 1 \quad y = \frac{|\Delta y|}{|\Delta|} = \frac{0}{2} = 0 \quad x = \frac{|\Delta x|}{|\Delta|} = \frac{2}{2} = 1$$

$$D = \begin{cases} 3x + 3y + z = 2 \\ x - y + 2z = 6 \\ 2x + y - z = -1 \end{cases} \Rightarrow D = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 - 2 = -1 \quad D_{12} = - \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -(-3 - 2) = 5 \quad D_{13} = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 6 + 1 = 7$$

$$E = \begin{cases} x + y + 2z = 45 \\ 2x - y + z = 15 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow E = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$E_{11} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 - 1 = 0 \quad E_{12} = - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -(-1 - 2) = 3 \quad E_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 2 = 3$$

$$\begin{cases} x + y + 2z = 45 \\ 2x - y + z = 15 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - 3y + 3z = 45 \\ 3x + 3y - 3z = 0 \end{cases}$$

$$9x = 45 \Rightarrow x = \frac{45}{9} = 5$$

ماتریس E روش دوم نسبت به x

$$\Delta = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$|\Delta| = 1 \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow (1-1) - 1(-2-1) + 2(2+1) = 0 + 3 + 6 = 9$$

$$\Delta x = \begin{bmatrix} 45 & 1 \\ 15 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

روش دوم نسبت به Y

$$\Delta y = \begin{bmatrix} 1 & 45 & 2 \\ 2 & 15 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |\Delta y| = \begin{vmatrix} 15 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - 45 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 2 & 15 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1(-15) - 45(-2-1) + 2(-15) =$$

$$-15 + 135 - 30 = 90$$

$$y = \frac{|\Delta y|}{|\Delta|} = \frac{90}{9} = 10$$

روش دوم نسبت به Z

$$\Delta z = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 45 \\ 2 & -1 & 15 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow |\Delta z| = \begin{vmatrix} -1 & 15 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 15 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + 45 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1(0-15) - 1(0-15) + 45(2+1) =$$

$$-15 + 15 + 135 = 135$$

$$z = \frac{|\Delta z|}{|\Delta|} = \frac{135}{9} = 15$$

$$F = \begin{cases} x + y + 2z = 25 \\ 2x + y - z = 9 \\ -x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{F}_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 1 = 1 \quad \hat{F}_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -(-2) = 2 \quad \hat{F}_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 2 = -3$$

$$\begin{cases} 1 & \begin{cases} x + y + 2z = 25 \\ 2x + y - z = 9 \\ -x + y = 1 \end{cases} \\ 2 \\ -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + 2z = 25 \\ 4x + 2y - 2z = 18 \\ \underline{3x - 3y = -3} \\ 8x = 40 \Rightarrow x = \frac{40}{8} = 5 \end{cases}$$

$$G = \begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ y - z = -1 \\ x + y - z = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow G = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{G}_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 1 = 0 \quad \hat{G}_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -(-1-1) = 2 \quad \hat{G}_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1-1 = -2$$

$$\begin{cases} 0 \\ 2 \\ -2 \end{cases} \begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ y - z = -1 \\ x + y - z = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y - 2z = -2 \\ -2x - 2y + 2z = 1 \\ \underline{-2x = -1} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$H = \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 3x - z = 2 \\ 4x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{H}_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 1 = -1 \quad \hat{H}_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = -(-1) = 1 \quad \hat{H}_{13} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 0 = -1$$

$$-1 \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 3x - z = 2 \\ 4x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x - y + z = -1 \\ 3x - z = 2 \\ -4x + y = -5 \\ -2x = -4 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

۶- در ماتریس $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ x & 1 & x-2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ مقدار x را طوری تعیین کنید که Δ ترمینان A برابر ۱۵- باشد.

$$\begin{aligned} |A| &= -1 \begin{vmatrix} 1 & x-2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} x & x-2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} x & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -15 \\ &= -1(1 - (-x + 2)) - 2(x - (2x - 4)) + 3(-x - 2) = -15 \\ &= -1(1 + x - 2) - 2(x - 2x + 4) + 3(-x - 2) = -15 \\ &= -1(x - 1) - 2(-x + 4) + 3(-x - 2) = -15 \\ &= -1x + 1 + 2x - 8 - 3x - 6 = -15 \Rightarrow -x + 2x - 3x = -15 - 1 + 8 + 6 \\ &= -2x = -2 \Rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

آزمون نتیجه

$$\begin{aligned} |A| &= -1 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -15 \\ &= -1(1 - 1) - 2(1 + 2) + 3(-1 - 2) = -15 \Rightarrow 0 - 6 - 9 = -15 \end{aligned}$$

۷- یک شرکت مقاطعه کاری برای هر ساعت کامیون بدون راننده ۶,۰۰۰ تومان، بابت کرایه هر ساعت تراکتور بدون راننده ۲,۰۰۰ تومان و برای هر ساعت جهت راننده ۱,۰۰۰ تومان پرداخت میکند این شرکت از ماتریس A برای انجام

$$A = \begin{bmatrix} I & II & III & IV \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{کارهای مختلف استفاده می نماید.}$$

الف) اگر $P = [6,000 \quad 2,000 \quad 1,000]$ نشان دهنده ماتریس قیمت باشد که توسط این شرکت پرداخت می شود ماتریس PA را محاسبه کنید.

ب) فرض کنید که شرکت برای انجام یک طرح کوچک نیازمند ۲۰ ساعت کار از نوع I و ۳۰ ساعت کار از نوع II می

$$\text{باشد. اگر } S = \begin{bmatrix} 20 \\ 30 \\ \vdots \end{bmatrix} \text{ ماتریس تقاضا باشد } AS \text{ را محاسبه نمایید.}$$

ج) PAS را محاسبه نمایید.

I II III Iv

$$P.A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 7 & 9 & 18 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad \text{(الف)}$$

$$\begin{aligned} (6 \times 1 + 2 \times 2 + 1 \times 3) &\rightarrow (6 \times 1 + 2 \times 0 + 1 \times 2) \\ (6 \times 1 + 2 \times 2 + 1 \times 3) &\rightarrow (6 \times 2 + 2 \times 1 + 1 \times 4) \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow S = \begin{bmatrix} 20 \\ 30 \end{bmatrix}$$

$$AS = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 20 \\ 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \times 20 + 1 \times 30 \\ 2 \times 20 + 0 \times 30 \\ 3 \times 20 + 1 \times 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 90 \end{bmatrix} \quad \text{(ب)}$$

$$AS = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow P = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$P.AS = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 90 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \times 50 + 2 \times 40 + 1 \times 90 \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 470 \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad \text{(ج)}$$

۸- یک فروشنده ماشین حساب ۵ مدل ماشین حساب خود را در ۳ مغازه که در مناطق مختلف شهر قرار دارند می فروشد. موجودی هر مدل در مغازه در ماتریس M خلاصه شده است قیمت فروش کلی W و جزئی R در ماتریس N برای هر مدل نوشته شده است.

	A	B	C	D	E
مزارع ۱	۴	۲	۳	۷	۱
مزارع ۲	۲	۳	۵	۰	۶
مزارع ۳	۱۰	۴	۳	۴	۳

$$M = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 0 & 6 \\ 10 & 4 & 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

	W	R
A	۷۰۰	۸۴۰
B	۱۴۰۰	۱۸۰۰
C	۱۸۰۰	۲۴۰۰
D	۲۷۰۰	۳۳۰۰
E	۳۵۰۰	۴۹۰۰

$$N = \begin{bmatrix} 700 & 840 \\ 1400 & 1800 \\ 1800 & 2400 \\ 2700 & 3300 \\ 3500 & 4900 \end{bmatrix}$$

الف) قیمت جزئی موجودی مغازه ۲ چقدر است؟

ب) قیمت کلی موجودی مغازه ۳ چقدر است؟

ج) ماتریس MN را محاسبه نمایید.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 0 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 840 \\ 1800 \\ 2400 \\ 3300 \\ 4900 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \times 840 + 3 \times 1800 + 5 \times 2400 + 0 \times 3300 + 6 \times 4900 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4880 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad \text{(الف)}$$

$$1680 + 5400 + 12000 + 0 + 29400 = 48480$$

$$[1. \ 4 \ 3 \ 4 \ 3] \times \begin{bmatrix} 700 \\ 1400 \\ 1800 \\ 2700 \\ 3500 \end{bmatrix} = [1 \times 700 + 4 \times 1400 + 3 \times 1800 + 4 \times 2700 + 3 \times 3500] = \quad (\text{ب})$$

$$7000 + 5600 + 5400 + 10800 + 10500 = 39300$$

$$M \times N = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 0 & 6 \\ 1 & 4 & 3 & 4 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 700 & 840 \\ 1400 & 1800 \\ 1800 & 2400 \\ 2700 & 3300 \\ 3500 & 4900 \end{bmatrix} = \quad (\text{ج})$$

$$M \times N =$$

$$\begin{bmatrix} 4 \times 700 + 2 \times 1400 + 3 \times 1800 + 7 \times 2700 + 1 \times 3500 & 4 \times 840 + 2 \times 1800 + 3 \times 2400 + 7 \times 3300 + 1 \times 4900 \\ 2 \times 700 + 3 \times 1400 + 5 \times 1800 + 0 \times 2700 + 6 \times 3500 & 2 \times 840 + 3 \times 1800 + 5 \times 2400 + 0 \times 3300 + 6 \times 4900 \\ 1 \times 700 + 4 \times 1400 + 3 \times 1800 + 4 \times 2700 + 3 \times 3500 & 1 \times 840 + 4 \times 1800 + 3 \times 2400 + 4 \times 3300 + 3 \times 4900 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 33400 & 42160 \\ 35600 & 48480 \\ 39300 & 50700 \end{bmatrix}$$

۹- یک پیمان کار توافق کرده است که ۴ ویلا، ۳ آپارتمان و ۹ خوابگاه بسازد. این توافق را می توان در قالب ماتریس زیر نشان داد.

خوابگاه آپارتمان ویلا

$$Q = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 9 \end{bmatrix}$$

مقادیر ریالی مصالح معدنی در ساخت ساختمان ها و دستمزد کارگران به شرح ماتریس زیر است:

مطلوبست: محاسبه $Q \times R$ ، که بیانگر میزان مصالح و کارگر لازم برای ساخت هر ساختمان است.

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 9 \end{bmatrix}_{1 \times 3} \times \begin{bmatrix} 100 & 30 & 50 & 30 & 120 \\ 40 & 80 & 20 & 40 & 100 \\ 60 & 50 & 70 & 20 & 100 \end{bmatrix}_{3 \times 5}$$

$$4 \times 100 + 3 \times 40 + 9 \times 60 = 1000 + 120 + 540 = 1660$$

۱۰- امید و خواهرش هر کدام به دو فروشگاه متفاوت می روند.

امید ۴ کیلو شکر به ازای هر کیلو ۶۰۰ تومان، ۲ کیلو گوشت که هر کیلوی آن ۴۰۰۰ تومان و سه بسته نان که هر بسته آن ۱۲۰ تومان است می خرد.

مریم نیز ۲ کیلو شکر به ازای هر کیلو ۷۵۰ تومان، ۱ کیلو گوشت که هر کیلوی آن ۳۵۰۰ تومان و سه بسته نان که هر بسته آن ۱۰۰ تومان است می خرد.

مطلوبست:

۱- جمع کل پولی که امید و مریم هر کدام بابت خریدهایشان پرداخت کرده اند.

۲- مشخص کنید که اگر امید از فروشگاه‌ای که مریم خرید کرده بود خرید می کرد چقدر پول باید می پرداخت.

۳- مشخص کنید که اگر مریم از فروشگاه‌ای که امید خرید کرده بود خرید می کرد چقدر پول باید می پرداخت.

تشکیل ماتریس ها

مقدار خرید امید	مقدار خرید مریم
قیمت های خرید امید $B = \begin{bmatrix} 600 \\ 4000 \\ 120 \end{bmatrix}$ شکر گوشت نان	قیمت های خرید مریم

$$A \times B = [4 \quad 2 \quad 3] \times \begin{bmatrix} 600 \\ 4000 \\ 120 \end{bmatrix} = [4 \times 600 + 2 \times 4000 + 3 \times 120] = 10760 \quad \text{امید} \quad ۱-$$

$$A \times B = [2 \quad 1 \quad 4] \times \begin{bmatrix} 750 \\ 3500 \\ 100 \end{bmatrix} = [2 \times 750 + 1 \times 3500 + 4 \times 100] = 5400 \quad \text{مریم}$$

۲- امید از فروشگاه خرید مریم

۳- مریم از فروشگاه خرید امید

$$A \times B = [2 \quad 1 \quad 4] \times \begin{bmatrix} 600 \\ 4000 \\ 120 \end{bmatrix} = [2 \times 600 + 1 \times 4000 + 4 \times 120] = 5680 \quad \text{مریم}$$

۱۱- فرض کنید شرکتی ۳ نوع شکلات (کاکائویی، قهوه ای و شیری) تولید می کند و قصد دارد از هر نوع شکلات به تعداد زیر در فروردین ماه در ۲ مدرسه دخترانه و پسرانه بفروشد.

شیری قهوه ای کاکائویی

$$T = \begin{bmatrix} 120 & 70 & 105 \\ 65 & 100 & 145 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{مدرسه پسرانه} \\ \text{مدرسه دخترانه} \end{array}$$

اگر اطلاعات مربوط به فروش واقعی شکلات های این شرکت به صورت ماتریس زیر باشد، اختلاف بین فروش پیش بینی شده و فروش واقعی در هر یک از مدارس چه قدر است؟

$$J = \begin{bmatrix} 120 & 50 & 100 \\ 80 & 75 & 150 \end{bmatrix}$$

شیری قهوه ای کاکائویی

مدرسه پسرانه
مدرسه دخترانه

$$T - J = \begin{bmatrix} 0 & 20 & 5 \\ -15 & 25 & -5 \end{bmatrix}$$

شیری قهوه ای کاکائویی

مدرسه پسرانه
مدرسه دخترانه

۱۲- سارا و زهرا و نیما به یک مغازه میوه فروشی رفته اند. سارا ۱۲ عدد پرتقال، ۵ عدد انار، ۲۰ عدد سیب، ۶ عدد موز و ۳ عدد لیموترش خرید. زهرا ۲۰ عدد پرتقال، ۳ عدد انار، ۱۰ عدد سیب و ۴ عدد موز خرید و نیما ۱۰ عدد پرتقال، ۱۰ عدد انار و ۱۲ عدد موز خرید. اگر قیمت هر عدد پرتقال ۳۰۰ تومان، انار ۲۰۰ تومان، سیب ۵۰ تومان، موز ۱۰۰ تومان و لیمو ترش ۱۰ تومان باشد مطلوب است:

قیمت میوه ها	لیمو ترش	موز	سیب	انار	پرتقال
	10	100	50	200	300

الف) مقدار میوه های خریداری شده توسط هر یک از این سه نفر را در یک ماتریس افقی نشان دهید.

$$S = [12 \quad 5 \quad 20 \quad 6 \quad 3]$$

سارا

$$Z = [20 \quad 3 \quad 10 \quad 4 \quad 0]$$

زهرا

$$N = [10 \quad 10 \quad 0 \quad 12 \quad 0]$$

نیما

ب) قیمت خرید هر نوع میوه توسط این سه نفر را در یک ماتریس ستونی نشان دهید.

ج) از طریق ضرب ماتریس ها، صورت حساب هر کدام از این سه نفر را تهیه کنید.

$$S \times P = [12 \quad 5 \quad 20 \quad 6 \quad 3] \times \begin{bmatrix} 300 \\ 200 \\ 50 \\ 100 \\ 10 \end{bmatrix} =$$

صورت حساب سارا

$$12 \times 300 + 5 \times 200 + 20 \times 50 + 6 \times 100 + 3 \times 10 = 3600 + 1000 + 1000 + 600 + 30 = 6230$$

$$\text{صورت حساب زهرا} \quad Z \times P = [20 \quad 3 \quad 10 \quad 4 \quad 0] \times \begin{bmatrix} 300 \\ 200 \\ 50 \\ 100 \\ 10 \end{bmatrix} =$$

$$20 \times 300 + 3 \times 200 + 10 \times 50 + 4 \times 100 + 0 \times 10 = 6000 + 600 + 500 + 400 + 0 = 7900$$

$$\text{صورت حساب نیما} \quad N \times P = [10 \quad 10 \quad 0 \quad 12 \quad 0] \times \begin{bmatrix} 300 \\ 200 \\ 50 \\ 100 \\ 10 \end{bmatrix} =$$

$$10 \times 300 + 10 \times 200 + 0 \times 50 + 12 \times 100 + 0 \times 10 = 3000 + 2000 + 0 + 1200 + 0 = 6200$$

د) با استفاده از جمع ماتریس ها مشخص کنید از هر نوع میوه، کلاً چند عدد خریداری شده است.

$$S + Z + N = [12 \quad 5 \quad 20 \quad 6 \quad 3] + [20 \quad 3 \quad 10 \quad 4 \quad 0] + [10 \quad 10 \quad 0 \quad 12 \quad 0] =$$

$$\begin{bmatrix} 42 & 18 & 30 & 22 & 3 \\ \text{پرتقال} & \text{انار} & \text{سیب} & \text{لیمو ترش} & \text{موز} \end{bmatrix} \text{تعداد خرید}$$

ه) با استفاده از ضرب ماتریس ها، حساب کنید برای خرید هر نوع میوه، جمعاً چند تومان پرداخت شده است.

ماتریس خرید انواع میوهها

$$\begin{array}{l} \text{پرتقال} \begin{bmatrix} \text{نیما} & \text{زهرا} & \text{سارا} \\ 12 & 20 & 10 \end{bmatrix} \quad \text{انار} \begin{bmatrix} \text{نیما} & \text{زهرا} & \text{سارا} \\ 5 & 3 & 10 \end{bmatrix} \quad \text{سیب} \begin{bmatrix} \text{نیما} & \text{زهرا} & \text{سارا} \\ 20 & 10 & 0 \end{bmatrix} \\ \text{موز} \begin{bmatrix} \text{نیما} & \text{زهرا} & \text{سارا} \\ 6 & 4 & 12 \end{bmatrix} \quad \text{لیمو ترش} \begin{bmatrix} \text{نیما} & \text{زهرا} & \text{سارا} \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\text{پرتقال} \quad 300 \times \begin{bmatrix} \text{نیما} & \text{زهرا} & \text{سارا} \\ 12 & 20 & 10 \end{bmatrix} = 300 \times [12 + 20 + 10] = 300 \times 42 = 12600$$

$$\text{انار} \quad 200 \times \begin{bmatrix} \text{نیما} & \text{زهرا} & \text{سارا} \\ 5 & 3 & 10 \end{bmatrix} = 200 \times [5 + 3 + 10] = 200 \times 18 = 3600$$

$$\text{سیب} \quad 50 \times \begin{bmatrix} \text{نیما} & \text{زهرا} & \text{سارا} \\ 20 & 10 & 0 \end{bmatrix} = 50 \times [20 + 10 + 0] = 50 \times 30 = 1500$$

$$\text{موز} \quad 100 \times \begin{bmatrix} \text{نیما} & \text{زهرا} & \text{سارا} \\ 6 & 4 & 12 \end{bmatrix} = 100 \times [6 + 4 + 12] = 100 \times 22 = 2200$$

$$\text{لیمو ترش} \quad 10 \times \begin{bmatrix} \text{نیما} & \text{زهرا} & \text{سارا} \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 10 \times [3 + 0 + 0] = 10 \times 3 = 30$$

تمرینات اضافی فصل هفتم

اگر د. ترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ برابر ۹- باشد د. ترمینان ماتریس $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ را با توجه به خواص

د. ترمینان تعیین کنید. $\det B = -\det A \Rightarrow \det B = -(-9) = 9$

۱۰- دستگاه $\begin{cases} 3x + 4y - z = 7 \\ 5x - 2y + 3z = 13 \\ x + y + z = -2 \end{cases}$ را با استفاده از همسازه نسبت به x حل کنید

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 5 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A}_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 - (-1) = 2$$

$$\hat{A}_{21} = - \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -(-1 - 1) = 2$$

$$\hat{A}_{31} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 - 1 = 0$$

روش اول $\begin{cases} 1 \{ x - y = 0 \\ 1 \{ y - z = 0 \\ 1 \{ z - x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \\ z - x = 0 \end{cases}$
 $\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow x = 0$

جدول (۱) ارزش نهایی سالواره یک ریالی که در پایان هر سال دریافت یا پرداخت می شود

n	۱/۵%	۴%	۴/۵%	۵%	۵/۵%	۶%	۷%
۱	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰
۲	۲/۰۱۵۰۰۰	۲/۰۴۰۰۰۰	۲/۰۴۵۰۰۰	۲/۰۵۰۰۰۰	۲/۰۵۰۰۰۰	۲/۰۶۰۰۰۰	۲/۰۷۰۰۰۰
۳	۳/۰۴۵۲۲۵	۳/۱۲۱۶۰۰	۳/۱۳۷۰۲۵	۳/۱۵۲۵۰۰	۳/۱۶۸۰۲۵	۳/۱۸۳۶۰۰	۳/۲۱۴۹۰۰
۴	۴/۰۹۰۹۰۳	۴/۲۴۶۴۶۴	۴/۲۷۸۱۹۱	۴/۳۱۰۱۲۵	۴/۳۴۲۲۶۶	۴/۳۷۴۶۱۶	۴/۴۳۹۹۴۳
۵	۵/۱۵۲۲۶۷	۵/۴۱۶۳۲۳	۵/۴۷۰۷۱۰	۵/۵۲۵۶۳۱	۵/۵۸۱۰۹۱	۵/۶۳۷۰۹۳	۵/۷۵۰۷۳۹
۶	۶/۲۲۹۵۵۱	۶/۶۳۲۹۷۵	۶/۷۱۶۸۹۲	۶/۸۰۱۹۱۳	۶/۸۸۸۰۵۱	۶/۹۷۵۳۱۹	۷/۱۵۳۲۹۱
۷	۷/۳۲۲۹۹۴	۷/۸۹۸۲۹۴	۸/۰۱۹۱۵۲	۸/۱۴۲۰۰۸	۸/۲۶۶۸۹۴	۸/۳۹۳۸۳۸	۸/۶۵۴۰۲۱
۸	۸/۴۳۲۸۳۹	۹/۲۱۴۲۲۶	۹/۳۸۰۰۱۴	۹/۵۴۹۱۰۹	۹/۷۲۱۵۷۳	۹/۸۹۷۴۶۸	۱۰/۲۵۹۸۰۳
۹	۹/۵۵۹۳۳۲	۱۰/۵۸۲۷۹۵	۱۰/۸۰۲۱۱۴	۱۱/۰۲۶۵۶۴	۱۱/۲۵۶۲۶۰	۱۱/۴۹۱۳۱۶	۱۱/۹۷۷۹۸۹
۱۰	۱۰/۷۰۲۷۲۲	۱۲/۰۰۶۱۰۷	۱۲/۲۸۸۲۰۹	۱۲/۵۷۷۸۹۳	۱۲/۸۷۵۳۵۴	۱۳/۱۸۰۷۹۵	۱۳/۸۱۶۴۴۸
۱۱	۱۱/۸۶۳۲۶۲	۱۳/۴۸۶۳۵۱	۱۳/۸۴۱۱۷۹	۱۴/۲۰۶۷۸۷	۱۴/۵۸۳۴۹۸	۱۴/۹۷۱۶۴۳	۱۵/۷۸۳۵۹۹
۱۲	۱۳/۰۴۱۲۱۱	۱۵/۰۲۵۸۰۵	۱۵/۴۶۴۰۳۲	۱۵/۹۱۷۱۲۷	۱۶/۳۸۵۵۹۱	۱۶/۸۶۹۹۴۱	۱۷/۸۸۸۴۵۱
۱۳	۱۴/۲۳۶۸۳۰	۱۶/۶۲۶۸۳۸	۱۷/۱۵۹۹۱۳	۱۷/۷۱۲۹۸۳	۱۸/۲۸۶۷۹۸	۱۸/۸۸۲۱۳۸	۲۰/۱۴۰۶۴۳
۱۴	۱۵/۴۵۰۳۸۲	۱۸/۲۹۱۹۱۱	۱۸/۹۳۲۱۰۹	۱۹/۵۹۸۶۳۲	۲۰/۲۹۲۵۷۲	۲۱/۰۱۵۰۶۶	۲۲/۵۵۰۴۸۸
۱۵	۱۶/۶۸۲۱۳۸	۲۰/۰۲۳۵۸۸	۲۰/۷۸۴۰۵۴	۲۱/۵۷۸۵۶۴	۲۲/۴۰۸۶۶۳	۲۳/۲۷۵۹۷۰	۲۵/۱۲۹۰۲۲
۱۶	۱۷/۹۳۲۳۷۰	۲۱/۸۲۴۵۳۱	۲۲/۷۱۹۳۳۷	۲۳/۶۵۷۴۹۲	۲۴/۶۴۱۱۴۰	۲۵/۶۷۲۵۲۸	۲۷/۸۸۸۰۵۴
۱۷	۱۹/۲۰۱۳۵۵	۲۳/۶۹۷۵۱۲	۲۴/۷۴۱۷۰۷	۲۵/۸۴۰۳۶۶	۲۶/۹۹۶۴۰۳	۲۸/۲۱۲۸۸۰	۳۰/۸۴۰۲۱۷
۱۸	۲۰/۴۸۹۳۷۶	۲۵/۶۴۵۴۱۳	۲۶/۸۵۵۰۸۴	۲۸/۱۳۲۳۸۵	۲۹/۴۸۱۲۰۵	۳۰/۹۰۵۶۵۳	۳۳/۹۹۹۰۳۳
۱۹	۲۱/۷۹۶۷۱۶	۲۷/۶۷۱۲۲۹	۲۹/۰۶۳۵۶۲	۳۰/۵۳۹۰۰۴	۳۲/۱۰۲۶۷۱	۳۳/۷۵۹۹۹۲	۳۷/۳۷۸۹۶۵
۲۰	۲۳/۱۲۳۶۶۷	۲۹/۷۷۸۰۷۹	۳۱/۳۷۱۴۲۳	۳۳/۰۶۵۹۵۴	۳۴/۸۶۸۳۱۸	۳۶/۷۸۵۵۹۱	۴۰/۹۹۵۴۹۲
۲۱	۲۴/۴۷۰۵۲۲	۳۱/۹۶۹۲۰۲	۳۳/۷۸۳۱۳۷	۳۵/۷۱۹۲۵۲	۳۷/۷۸۶۰۷۶	۳۹/۹۹۲۷۲۷	۴۴/۸۶۵۱۷۷
۲۲	۲۵/۸۳۷۵۸۰	۳۴/۲۴۷۹۷۰	۳۶/۳۰۳۳۷۸	۳۸/۵۰۵۲۱۴	۴۰/۸۶۴۳۱۰	۴۳/۳۹۲۲۹۰	۴۹/۰۰۵۷۳۹
۲۳	۲۷/۲۲۵۱۴۴	۳۶/۶۱۷۸۸۹	۳۸/۹۳۷۰۳۰	۴۱/۴۳۰۴۷۵	۴۴/۱۱۱۸۴۷	۴۶/۹۹۵۸۲۸	۵۳/۴۳۶۱۴۱
۲۴	۲۸/۶۳۳۵۲۱	۳۹/۰۸۲۶۰۴	۴۱/۶۸۹۱۹۶	۴۴/۵۰۱۹۹۹	۴۷/۵۳۷۹۹۸	۵۰/۸۱۵۵۷۷	۵۸/۱۷۶۶۷۱
۲۵	۳۰/۰۶۳۰۲۴	۴۱/۶۴۵۹۰۸	۴۴/۵۶۵۲۱۰	۴۷/۷۲۷۰۹۹	۵۱/۱۵۲۵۸۸	۵۴/۸۶۴۵۱۲	۶۳/۲۴۹۰۳۸
۲۶	۳۱/۵۱۳۹۶۹	۴۴/۳۱۱۷۴۵	۴۷/۵۷۰۶۴۵	۵۱/۱۱۳۴۵۴	۵۴/۹۶۵۹۸۱	۵۹/۱۵۶۳۸۳	۶۸/۶۷۶۴۷۰
۲۷	۳۲/۹۸۶۶۷۸	۴۷/۰۸۴۲۱۴	۵۰/۷۱۱۳۲۴	۵۴/۶۶۹۱۲۶	۵۸/۹۸۹۱۰۹	۶۳/۷۰۵۷۶۶	۷۴/۴۸۳۸۲۳
۲۸	۳۴/۴۸۱۴۷۹	۴۹/۹۶۷۵۸۳	۵۳/۹۹۳۳۳۳	۵۸/۴۰۲۵۸۳	۶۳/۲۳۳۵۱۰	۶۸/۵۲۸۱۱۲	۸۰/۶۹۷۶۹۱
۲۹	۳۵/۹۹۸۷۰۱	۵۲/۹۶۶۲۸۶	۵۷/۴۲۳۰۳۳	۶۲/۳۲۲۷۱۲	۶۷/۷۱۱۳۵۴	۷۳/۶۳۹۷۹۸	۸۷/۳۴۶۵۲۹
۳۰	۳۷/۵۳۸۶۸۱	۵۶/۰۸۴۹۳۸	۶۱/۰۰۷۰۷۰	۶۶/۴۳۸۸۴۸	۷۲/۴۳۵۴۷۸	۷۹/۰۵۸۱۸۶	۹۴/۴۶۰۷۸۶

جدول (۱) ارزش نهایی سالواره یک ریالی که در پایان هر سال دریافت یا پرداخت می شود

n	%۸	%۹	%۱۰	%۱۲	%۱۴	%۱۶	%۱۸
۱	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰
۲	۲/۰۸۰۰۰۰	۲/۰۹۰۰۰۰	۲/۱۰۰۰۰۰	۲/۱۲۰۰۰۰	۲/۱۴۰۰۰۰	۲/۱۶۰۰۰۰	۲/۱۸۰۰۰۰
۳	۳/۲۴۶۴۰۰	۳/۲۷۸۱۰۰	۳/۳۱۰۰۰۰	۳/۳۷۴۴۰۰	۳/۴۳۹۶۰۰	۳/۵۰۵۶۰۰	۳/۵۷۲۴۰۰
۴	۴/۵۰۶۱۱۲	۴/۵۷۳۱۲۹	۴/۶۴۱۰۰۰	۴/۷۷۹۳۲۸	۴/۹۲۱۱۴۴	۵/۰۶۶۴۹۶	۵/۲۱۵۴۳۲
۵	۵/۸۶۶۶۰۱	۵/۹۸۴۷۱۱	۶/۱۰۵۱۰۰	۶/۳۵۲۸۴۷	۶/۶۱۰۱۰۴	۶/۸۷۷۱۳۵	۷/۱۵۴۲۱۰
۶	۷/۳۳۵۹۲۹	۷/۵۲۳۳۳۵	۷/۷۱۵۶۱۰	۸/۱۱۵۱۸۹	۸/۵۳۵۵۱۹	۸/۹۷۷۴۷۷	۹/۴۴۱۹۶۸
۷	۸/۹۲۲۸۰۳	۹/۲۰۰۴۳۵	۹/۴۸۷۱۷۱	۱۰/۰۸۹۰۱۲	۱۰/۷۳۰۴۹۱	۱۱/۴۱۳۸۷۳	۱۲/۱۴۱۵۲۲
۸	۱۰/۶۳۶۶۲۸	۱۱/۰۲۸۴۷۴	۱۱/۴۳۵۸۸۸	۱۲/۲۹۹۶۹۳	۱۳/۲۳۲۷۶۰	۱۴/۲۴۰۰۹۳	۱۵/۳۲۶۹۹۶
۹	۱۲/۴۸۷۵۵۸	۱۳/۰۲۱۰۳۶	۱۳/۵۷۹۶۷۷	۱۴/۷۷۵۶۵۶	۱۶/۰۸۵۳۴۷	۱۷/۵۱۸۵۰۸	۱۹/۰۸۵۸۵۵
۱۰	۱۴/۴۸۶۵۶۲	۱۵/۱۹۲۹۳۰	۱۵/۹۳۷۴۲۵	۱۷/۵۴۸۷۳۵	۱۹/۳۳۷۲۹۵	۲۱/۳۲۱۴۶۹	۲۳/۵۲۱۳۰۹
۱۱	۱۶/۶۴۵۴۸۷	۱۷/۵۶۰۲۹۳	۱۸/۵۳۱۱۶۷	۲۰/۶۵۴۵۸۳	۲۳/۰۴۴۵۱۶	۲۵/۷۳۲۹۰۴	۲۸/۷۵۵۱۴۴
۱۲	۱۸/۹۷۷۱۲۶	۲۰/۱۴۰۷۲۰	۲۱/۳۸۴۲۸۴	۲۴/۱۳۳۱۳۳	۲۷/۲۷۰۷۴۹	۳۰/۸۵۰۱۶۹	۳۴/۹۳۱۰۷۰
۱۳	۲۱/۴۹۵۲۹۷	۲۲/۹۵۳۳۸۵	۲۴/۵۲۲۷۱۲	۲۸/۰۲۹۱۰۹	۳۲/۰۸۸۶۵۴	۳۶/۷۸۶۱۹۶	۴۲/۲۱۸۶۶۳
۱۴	۲۴/۲۱۴۹۲۰	۲۶/۰۱۹۱۸۹	۲۷/۹۷۴۹۸۳	۳۲/۳۹۲۶۰۲	۳۷/۵۸۱۰۶۵	۴۳/۶۷۱۹۸۷	۵۰/۸۱۸۰۲۲
۱۵	۲۷/۱۵۲۱۱۴	۲۹/۳۶۰۹۱۶	۳۱/۷۷۲۴۸۲	۳۷/۲۷۹۷۱۵	۴۳/۸۴۲۴۱۴	۵۱/۶۵۹۵۰۵	۶۰/۹۶۵۲۶۶
۱۶	۳۰/۳۲۴۲۸۳	۳۳/۰۰۳۳۹۹	۳۵/۹۴۹۷۳۰	۴۲/۷۵۳۲۸۰	۵۰/۹۸۰۳۵۲	۶۰/۹۲۵۰۲۶	۷۲/۹۳۹۰۱۴
۱۷	۳۳/۷۵۰۲۲۶	۳۶/۹۷۳۷۰۵	۴۰/۵۴۴۷۰۳	۴۸/۸۸۳۶۷۴	۵۹/۱۱۷۶۰۱	۷۱/۶۷۳۰۳۰	۸۷/۰۶۸۰۳۶
۱۸	۳۷/۴۵۰۲۴۴	۴۱/۳۰۱۳۲۸	۴۵/۵۹۹۱۷۳	۵۵/۷۴۹۷۱۵	۶۸/۳۹۴۰۶۶	۸۴/۱۴۰۷۱۵	۱۰۳/۷۴۰۲۸۳
۱۹	۴۱/۴۴۶۲۶۳	۴۶/۰۱۸۴۵۸	۵۱/۱۵۹۰۹۰	۶۳/۴۳۹۶۸۱	۷۸/۹۶۹۲۳۵	۹۸/۶۰۳۲۳۰	۱۲۳/۴۱۳۵۳۴
۲۰	۴۵/۷۶۱۹۶۴	۵۱/۱۶۰۱۲۰	۵۷/۲۷۴۹۹۹	۷۲/۰۵۲۴۴۲	۹۱/۰۲۴۹۲۸	۱۱۵/۳۷۹۷۴۷	۱۴۶/۶۲۷۹۷۰
۲۱	۵۰/۴۲۲۹۲۱	۵۶/۷۶۴۵۳۰	۶۴/۰۰۲۴۹۹	۸۱/۶۹۸۷۳۶	۱۰۴/۷۶۸۴۱۸	۱۳۴/۸۴۰۵۰۶	۱۷۴/۰۲۱۰۰۵
۲۲	۵۵/۴۵۶۷۵۵	۶۲/۸۷۳۳۳۸	۷۱/۴۰۲۷۴۹	۹۲/۵۰۲۵۸۴	۱۲۰/۴۳۵۹۹۶	۱۵۷/۴۱۴۹۸۷	۲۰۶/۳۴۴۷۸۵
۲۳	۶۰/۸۹۳۲۹۶	۶۹/۵۳۱۹۳۹	۷۹/۵۴۳۰۲۴	۱۰۴/۶۰۲۸۹۴	۱۳۸/۲۹۷۰۳۵	۱۸۳/۶۰۱۳۸۵	۲۴۴/۴۸۶۸۴۷
۲۴	۶۶/۷۶۴۷۵۹	۷۶/۷۸۹۸۱۳	۸۸/۴۹۷۳۲۷	۱۱۸/۱۵۵۲۴۱	۱۵۸/۶۵۸۶۲۰	۲۱۳/۹۷۷۶۰۷	۲۸۹/۴۹۴۴۷۹
۲۵	۷۳/۱۰۵۹۴۰	۸۴/۷۰۰۸۹۶	۹۸/۳۴۷۰۵۹	۱۳۳/۳۳۲۸۷۰	۱۸۱/۸۷۰۸۲۷	۲۴۹/۲۱۴۰۲۴	۳۴۲/۶۰۳۴۸۶
۲۶	۷۹/۹۵۴۴۱۵	۹۳/۳۲۳۹۷۷	۱۰۹/۱۸۱۷۶۵	۱۵۰/۳۳۳۹۳۴	۲۰۸/۳۳۲۷۴۳	۲۹۰/۰۸۸۲۶۷	۴۰۵/۲۷۲۱۱۳
۲۷	۸۷/۳۵۰۷۶۸	۱۰۲/۷۲۳۱۳۵	۱۲۱/۰۹۹۹۴۲	۱۶۹/۳۷۴۰۰۷	۲۳۸/۴۹۹۳۲۷	۳۳۷/۵۰۲۳۹۰	۴۷۹/۲۲۱۰۹۳
۲۸	۹۵/۳۳۸۸۳۰	۱۱۲/۹۶۸۲۱۷	۱۳۴/۲۰۹۹۳۶	۱۹۰/۶۹۸۸۸۷	۲۷۲/۸۸۹۲۳۳	۳۹۲/۵۰۲۷۷۳	۵۶۶/۴۸۰۸۹۰
۲۹	۱۰۳/۹۶۵۹۳۶	۱۲۴/۱۳۵۳۵۶	۱۴۸/۶۳۰۹۳۰	۲۱۴/۵۸۲۷۵۴	۳۱۲/۰۹۳۷۲۵	۴۵۶/۳۰۳۲۱۶	۶۶۹/۴۴۷۴۵۰
۳۰	۱۱۳/۲۸۳۲۱۱	۱۳۶/۳۰۷۵۳۹	۱۶۴/۴۹۴۰۲۳	۲۴۱/۳۳۲۶۸۴	۳۵۶/۷۸۶۸۴۷	۵۳۰/۳۱۱۷۳۱	۷۹۰/۹۴۷۹

جدول ۲) ارزش فعلی سالواره یک ریالی که در پایان هر سال دریافت یا پرداخت می شود

n	۱/۵%	۴%	۴/۵%	۵%	۵/۵%	۶%	۷%
۱	۰/۹۸۵۲۲۲	۰/۹۶۱۵۳۸	۰/۹۵۶۹۳۸	۰/۹۵۲۳۸۱	۰/۹۴۷۸۶۷	۰/۹۴۳۳۹۶	۰/۹۳۴۵۷۹
۲	۱/۹۵۵۸۸۳	۱/۸۸۶۰۹۵	۱/۸۷۲۶۶۸	۱/۸۵۹۴۱۰	۱/۸۴۶۳۲۰	۱/۸۳۳۳۹۳	۱/۸۰۸۰۱۸
۳	۲/۹۱۲۲۰۰	۲/۷۷۵۰۹۱	۲/۷۴۸۹۶۴	۲/۷۲۳۲۴۸	۲/۶۹۷۹۳۳	۲/۶۷۳۰۱۲	۲/۶۲۴۳۱۶
۴	۳/۸۵۴۳۸۵	۳/۶۲۹۸۹۵	۳/۵۸۷۵۲۶	۳/۵۴۵۹۵۱	۳/۵۰۵۱۵۰	۳/۴۶۵۱۰۶	۳/۳۸۷۲۱۱
۵	۴/۷۸۲۶۴۵	۴/۴۵۱۸۲۲	۴/۳۸۹۹۷۷	۴/۳۲۹۴۷۷	۴/۲۷۰۲۸۴	۴/۲۱۲۳۶۴	۴/۱۰۰۱۹۷
۶	۵/۶۹۷۱۸۷	۵/۲۴۲۱۳۷	۵/۱۵۷۸۷۲	۵/۰۷۵۶۹۲	۴/۹۹۵۵۳۰	۴/۹۱۷۳۲۴	۴/۷۶۶۵۴۰
۷	۶/۵۹۸۲۱۴	۶/۰۰۲۰۵۵	۵/۸۹۲۷۰۱	۵/۷۸۶۳۷۳	۵/۶۸۲۹۶۷	۵/۵۸۲۳۸۱	۵/۳۸۹۲۸۹
۸	۷/۴۸۵۹۲۵	۶/۷۳۲۷۴۵	۶/۵۹۵۸۸۶	۶/۴۶۳۲۱۳	۶/۳۳۴۵۶۶	۶/۲۰۹۷۹۴	۵/۹۷۱۲۹۹
۹	۸/۳۶۰۵۱۷	۷/۴۳۵۳۳۲	۷/۲۶۸۷۹۰	۷/۱۰۷۸۲۲	۶/۹۵۲۱۹۵	۶/۸۰۱۶۹۲	۶/۵۱۵۲۳۲
۱۰	۹/۲۲۲۱۸۵	۸/۱۱۰۸۹۶	۷/۹۱۲۷۱۸	۷/۷۲۱۷۳۵	۷/۵۳۷۶۲۶	۷/۳۶۰۰۸۷	۷/۰۲۳۵۸۲
۱۱	۱۰/۰۷۱۱۱۸	۸/۷۶۰۴۷۷	۸/۵۲۸۹۱۷	۸/۳۰۶۴۱۴	۸/۰۹۲۵۳۶	۷/۸۸۶۸۷۵	۷/۴۹۸۶۷۴
۱۲	۱۰/۹۰۷۵۰۵	۹/۳۸۵۰۷۴	۹/۱۱۸۵۸۱	۸/۸۶۳۲۵۲	۸/۶۱۸۵۱۸	۸/۳۸۳۸۴۴	۷/۹۴۲۶۸۶
۱۳	۱۱/۷۳۱۵۳۲	۹/۹۸۵۶۴۸	۹/۶۸۲۸۵۲	۹/۳۹۳۵۷۳	۹/۱۱۷۰۷۹	۸/۸۵۲۶۸۳	۸/۳۵۷۶۵۱
۱۴	۱۲/۵۴۳۳۸۲	۱۰/۵۶۳۱۲۳	۱۰/۲۲۲۸۲۵	۹/۸۹۸۶۴۱	۹/۵۸۹۶۴۸	۹/۲۹۹۹۸۴	۸/۷۴۵۴۶۸
۱۵	۱۳/۳۴۳۲۳۳	۱۱/۱۱۸۳۸۷	۱۰/۷۳۹۵۴۶	۱۰/۳۷۹۶۵۸	۱۰/۰۳۷۵۸۱	۹/۷۱۲۲۴۹	۹/۱۰۷۹۱۴
۱۶	۱۴/۱۳۱۲۶۴	۱۱/۶۵۲۲۹۶	۱۱/۲۳۴۰۱۵	۱۰/۸۳۷۷۷۰	۱۰/۴۶۲۱۶۲	۱۰/۱۰۵۸۹۵	۹/۴۴۶۶۴۹
۱۷	۱۴/۹۰۷۶۴۹	۱۲/۱۶۵۶۶۹	۱۱/۷۰۷۱۹۱	۱۱/۶۸۹۵۸۷	۱۰/۸۶۴۶۰۹	۱۰/۴۷۷۲۶۰	۹/۷۶۳۲۲۳
۱۸	۱۵/۶۷۲۵۶۱	۱۲/۶۵۹۲۹۷	۱۲/۱۵۹۹۹۲	۱۱/۶۸۹۵۸۷	۱۱/۲۴۶۰۷۴	۱۰/۸۲۷۶۰۳	۱۰/۰۵۹۰۸۷
۱۹	۱۶/۴۲۶۱۶۸	۱۳/۱۳۳۹۳۹	۱۲/۵۹۳۲۹۴	۱۲/۰۸۵۳۲۱	۱۱/۶۰۷۶۵۴	۱۱/۱۵۸۱۱۶	۱۰/۳۳۵۵۹۵
۲۰	۱۷/۱۶۸۶۳۹	۱۳/۵۹۰۳۲۶	۱۳/۰۰۷۹۳۶	۱۲/۴۶۲۲۱۰	۱۱/۹۵۰۳۸۲	۱۱/۴۶۹۹۲۱	۱۰/۵۹۴۰۱۴
۲۱	۱۷/۹۰۰۱۳۷	۱۴/۰۲۹۱۶۰	۱۳/۴۰۴۷۲۴	۱۲/۸۲۱۱۵۳	۱۲/۲۷۵۲۴۴	۱۱/۷۶۴۰۷۷	۱۰/۸۳۵۵۲۷
۲۲	۱۸/۶۲۰۸۲۴	۱۴/۴۵۱۱۱۵	۱۳/۷۸۴۴۲۵	۱۳/۱۶۳۰۰۳	۱۲/۵۸۳۱۷۰	۱۲/۰۴۱۵۸۲	۱۱/۰۶۱۲۴۰
۲۳	۱۹/۳۳۰۸۶۱	۱۴/۸۵۶۸۴۲	۱۴/۱۴۷۷۷۵	۱۳/۴۸۸۵۷۴	۱۲/۸۷۵۰۴۲	۱۲/۳۰۳۳۷۹	۱۱/۲۷۲۱۸۷
۲۴	۲۰/۰۳۰۴۰۵	۱۵/۲۴۶۹۶۳	۱۴/۴۹۵۴۷۸	۱۳/۷۹۸۶۴۲	۱۳/۱۵۱۶۹۹	۱۲/۵۵۰۳۵۸	۱۱/۴۶۹۳۳۴
۲۵	۲۰/۷۱۹۶۱۱	۱۵/۶۲۲۰۸۰	۱۴/۸۲۸۲۰۹	۱۴/۰۹۳۹۴۵	۱۳/۴۱۳۹۳۳	۱۲/۷۸۳۳۵۶	۱۱/۶۵۳۵۸۳
۲۶	۲۱/۳۹۸۶۳۲	۱۵/۹۸۲۷۶۹	۱۵/۱۴۶۶۱۱	۱۴/۳۷۵۱۸۵	۱۳/۶۶۲۴۹۵	۱۳/۰۰۳۱۶۶	۱۱/۸۲۵۷۷۹
۲۷	۲۲/۰۶۷۶۱۷	۱۶/۳۲۹۵۸۶	۱۵/۴۵۱۳۰۳	۱۴/۶۴۳۰۳۴	۱۳/۸۹۸۱۰۰	۱۳/۲۱۰۵۳۴	۱۱/۹۸۶۷۰۹
۲۸	۲۲/۷۲۶۷۱۷	۱۶/۶۶۳۰۶۳	۱۵/۷۴۲۸۷۴	۱۴/۸۹۸۱۲۷	۱۴/۱۲۱۴۲۲	۱۳/۴۰۶۱۶۴	۱۲/۱۳۷۱۱۱
۲۹	۲۳/۳۷۶۰۷۶	۱۶/۹۸۳۷۱۵	۱۶/۰۲۱۸۸۹	۱۵/۱۴۱۰۷۴	۱۴/۳۳۳۱۰۱	۱۳/۵۹۰۷۲۱	۱۲/۲۷۷۶۷۴
۳۰	۲۴/۰۱۵۸۳۸	۱۷/۲۹۲۰۳۳	۱۶/۲۸۸۸۸۹	۱۵/۳۷۲۴۵۱	۱۴/۵۳۳۷۴۵	۱۳/۷۶۴۸۳۱	۱۲/۴۰۹۰۴۱

جدول ۲) ارزش فعلی سالواره یک ریالی که در پایان هر سال دریافت یا پرداخت می شود

n	۸%	۹%	۱۰%	۱۲%	۱۴%	۱۶%	۱۸%
۱	۰/۹۲۵۹۲۶	۰/۹۱۷۴۳۱	۰/۹۰۹۰۹۱	۰/۸۹۲۸۵۷	۰/۸۷۷۱۹۳	۰/۸۶۲۰۶۹	۰/۸۴۷۴۵۸
۲	۱/۷۸۳۲۶۵	۱/۷۵۹۱۱۱	۱/۷۳۵۵۳۷	۱/۶۹۰۰۵۱	۱/۶۴۶۶۶۱	۱/۶۰۵۲۳۲	۱/۵۶۵۶۴۲
۳	۲/۵۷۷۰۹۷	۲/۵۳۱۲۹۵	۲/۴۸۶۸۵۲	۲/۴۰۱۸۳۱	۲/۳۲۱۶۳۲	۲/۲۴۵۸۹۰	۲/۱۷۴۲۷۳
۴	۳/۳۱۲۱۲۷	۳/۲۳۹۷۲۰	۳/۱۶۹۸۶۵	۳/۰۳۷۳۴۹	۲/۹۱۳۷۱۲	۲/۷۹۸۱۸۱	۲/۶۹۰۰۶۲
۵	۳/۹۹۲۷۱۰	۳/۸۸۹۶۵۱	۳/۷۹۰۷۸۷	۳/۶۰۴۷۷۶	۳/۴۳۳۰۸۱	۳/۲۷۴۲۹۴	۳/۱۲۷۱۷۱
۶	۴/۶۲۲۸۸۰	۴/۴۸۵۹۱۹	۴/۳۵۵۲۶۱	۴/۱۱۱۴۰۷	۳/۸۸۸۶۶۸	۳/۶۸۴۷۳۶	۳/۴۹۷۶۰۳
۷	۵/۲۰۶۳۷۰	۵/۰۳۲۹۵۳	۴/۸۶۸۴۱۹	۴/۵۶۳۷۵۷	۴/۲۸۸۳۰۵	۴/۰۳۸۵۶۵	۳/۸۱۱۵۲۸
۸	۵/۷۴۶۶۳۹	۵/۵۳۴۸۱۹	۵/۳۳۴۹۲۶	۴/۹۶۷۶۴۰	۴/۶۳۸۸۶۴	۴/۳۴۳۵۹۱	۴/۰۷۷۵۶۶
۹	۶/۲۴۶۸۸۸	۵/۹۹۵۲۴۷	۵/۷۵۹۰۲۴	۵/۳۲۸۲۵۰	۴/۹۴۶۳۷۲	۴/۶۰۶۵۴۴	۴/۳۰۳۰۲۲
۱۰	۶/۷۱۰۰۸۱	۶/۴۱۷۶۵۸	۶/۱۴۴۵۶۷	۵/۶۵۰۲۲۳	۵/۲۱۶۱۱۶	۴/۸۳۳۲۲۷	۴/۴۹۴۰۸۶
۱۱	۷/۱۳۸۹۶۴	۶/۸۰۵۱۹۱	۶/۴۹۵۰۶۱	۵/۹۳۷۶۹۹	۵/۴۵۲۷۳۳	۵/۰۲۸۶۴۴	۴/۶۵۶۰۰۵
۱۲	۷/۵۳۶۰۷۸	۷/۱۶۰۷۲۵	۶/۸۱۳۶۹۲	۶/۱۹۴۳۷۴	۵/۶۶۰۲۹۲	۵/۱۹۷۱۰۷	۴/۷۹۳۲۲۵
۱۳	۷/۹۰۳۷۷۶	۷/۴۸۶۹۰۴	۷/۱۰۳۳۵۶	۶/۴۲۳۵۴۸	۵/۸۴۲۳۶۲	۵/۳۴۲۳۳۴	۴/۹۰۹۵۱۳
۱۴	۸/۲۴۴۲۳۷	۷/۷۸۶۱۵۰	۷/۳۶۶۶۸۷	۶/۶۲۸۱۶۸	۶/۰۰۲۰۷۲	۵/۴۶۷۵۲۹	۵/۰۰۸۰۶۲
۱۵	۸/۵۵۹۴۷۹	۸/۰۶۰۶۸۸	۷/۶۰۶۰۸۰	۶/۸۱۰۸۶۴	۶/۱۴۲۱۶۸	۵/۵۷۵۴۵۶	۵/۰۹۱۵۷۸
۱۶	۸/۸۵۱۳۶۹	۸/۳۱۲۵۵۸	۷/۸۲۳۷۰۹	۶/۹۷۳۹۸۶	۶/۲۶۵۰۶۰	۵/۶۶۸۴۹۷	۵/۱۶۲۳۵۴
۱۷	۹/۱۲۱۶۳۸	۸/۵۴۳۶۳۱	۸/۰۲۱۵۵۳	۷/۱۱۹۶۳۰	۶/۳۷۲۸۵۹	۵/۷۴۸۷۰۴	۵/۲۲۲۳۳۴
۱۸	۹/۳۷۱۸۸۷	۸/۷۵۵۶۲۵	۸/۲۰۱۴۱۲	۷/۲۴۹۶۷۰	۶/۴۶۷۴۲۰	۵/۸۱۷۸۴۸	۵/۲۷۳۱۶۴
۱۹	۹/۶۰۳۵۹۹	۸/۹۵۰۱۱۵	۸/۳۶۴۹۲۰	۷/۳۶۵۷۷۷	۶/۵۵۰۳۶۹	۵/۸۷۷۴۵۵	۵/۳۱۶۲۴۱
۲۰	۹/۸۱۸۱۴۷	۹/۱۲۸۵۴۶	۸/۵۱۳۵۶۴	۷/۴۶۹۴۴۴	۶/۶۲۳۱۳۱	۵/۹۲۸۸۴۱	۵/۳۵۲۷۴۶
۲۱	۱۰/۰۱۶۸۰۳	۹/۲۹۲۲۴۴	۸/۶۴۸۶۹۴	۷/۵۶۲۰۰۳	۶/۶۸۶۹۵۷	۵/۹۷۳۱۳۹	۵/۳۸۳۶۸۳
۲۲	۱۰/۲۰۰۷۴۴	۹/۴۴۲۴۲۵	۸/۷۷۱۵۴۰	۷/۶۴۴۶۴۶	۶/۷۴۲۹۴۴	۶/۰۱۱۳۲۶	۵/۴۰۹۹۰۱
۲۳	۱۰/۳۷۱۰۵۹	۹/۵۸۰۲۰۷	۸/۸۸۳۲۱۸	۷/۷۱۸۴۳۴	۶/۷۹۲۰۵۶	۶/۰۴۴۲۴۷	۵/۴۳۲۱۲۰
۲۴	۱۰/۵۲۸۷۵۸	۹/۷۰۶۶۱۲	۸/۹۸۴۷۴۴	۷/۷۸۴۳۱۶	۶/۸۳۵۱۳۷	۶/۰۷۲۶۲۷	۵/۴۵۰۹۴۹
۲۵	۱۰/۶۷۴۷۷۶	۹/۸۲۲۵۸۰	۹/۰۷۷۰۴۰	۷/۸۴۳۱۳۹	۶/۸۷۲۹۲۷	۶/۰۹۷۰۹۲	۵/۴۶۶۹۰۶
۲۶	۱۰/۸۰۹۹۷۸	۹/۹۲۸۹۷۲	۹/۱۶۰۹۴۵	۷/۸۹۵۶۶۰	۶/۹۰۶۰۷۷	۶/۱۱۸۱۸۳	۵/۴۸۰۴۲۹
۲۷	۱۰/۹۳۵۱۶۵	۱۰/۰۲۶۵۸۰	۹/۲۳۷۲۲۳	۷/۹۴۲۵۵۴	۶/۹۳۵۱۵۵	۶/۱۳۶۳۶۴	۵/۴۹۱۸۸۹
۲۸	۱۱/۰۵۱۰۷۸	۱۰/۱۱۶۱۲۸	۹/۳۰۶۵۶۷	۷/۹۸۴۴۲۳	۶/۹۶۰۶۶۲	۶/۱۵۲۰۳۸	۵/۵۰۱۶۰۱
۲۹	۱۱/۱۵۸۴۰۶	۱۰/۱۹۸۲۸۳	۹/۳۶۹۶۰۶	۸/۰۲۱۸۰۶	۶/۹۸۳۰۳۷	۶/۱۶۵۵۵۰	۵/۵۰۹۸۳۱
۳۰	۱۱/۲۵۷۷۸۳	۱۰/۲۷۳۶۵۴	۹/۴۲۶۹۱۴	۸/۰۵۵۱۸۴	۷/۰۰۲۶۶۴	۶/۱۷۷۱۹۸	۵/۵۱۶۸۰۶

جدول ۳) ارزش فعلی اقساط مساوی یک ریالی را نشان می دهد که در ابتدای هر سال دریافت یا پرداخت می شود

n	۱/۵%	۴%	۴/۵%	۵%	۵/۵%	۶%	۷%
۱	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰
۲	۱/۹۸۵۲۲۲	۱/۹۶۱۵۳۸	۱/۹۵۶۹۳۸	۱/۹۵۲۳۸۱	۱/۹۴۷۸۶۷	۱/۹۴۳۳۹۶	۱/۹۳۴۵۷۹
۳	۲/۹۵۵۸۸۳	۲/۸۸۶۰۹۵	۲/۸۷۲۶۶۸	۲/۸۵۹۴۱۰	۲/۸۴۶۳۲۰	۲/۸۳۳۳۹۳	۲/۸۰۸۰۱۸
۴	۳/۹۱۲۲۰۰	۳/۷۷۵۰۹۱	۳/۷۴۸۹۶۴	۳/۷۲۳۲۴۸	۳/۶۹۷۹۳۳	۳/۶۷۳۰۱۲	۳/۶۲۴۳۱۶
۵	۴/۸۵۴۳۸۵	۴/۶۲۹۸۹۵	۴/۵۸۷۵۲۶	۴/۵۴۵۹۵۱	۴/۵۰۵۱۵۰	۴/۴۶۵۱۰۶	۴/۳۸۷۲۱۱
۶	۵/۷۸۲۶۴۵	۵/۴۵۱۸۲۲	۵/۳۸۹۹۷۷	۵/۳۲۹۴۷۷	۵/۲۷۰۲۸۴	۵/۲۱۲۳۶۴	۵/۱۰۰۱۹۷
۷	۶/۶۹۷۱۸۷	۶/۲۴۲۱۳۷	۶/۱۵۷۸۷۲	۶/۰۷۵۶۹۲	۵/۹۹۵۵۳۰	۵/۹۱۷۳۲۴	۵/۷۶۶۵۴۰
۸	۷/۵۹۸۲۱۴	۷/۰۰۲۰۵۵	۶/۸۹۲۷۰۱	۶/۷۸۶۳۷۳	۶/۶۸۲۹۶۷	۶/۵۸۲۳۸۱	۶/۳۸۹۲۸۹
۹	۸/۴۸۵۹۲۵	۷/۷۳۲۷۴۵	۷/۵۹۵۸۸۶	۷/۴۶۳۲۱۳	۷/۳۳۴۵۶۶	۷/۲۰۹۷۹۴	۶/۹۷۱۲۹۹
۱۰	۹/۳۶۰۵۱۷	۸/۴۳۵۳۳۲	۸/۲۶۸۷۹۰	۸/۱۰۷۸۲۲	۷/۹۵۲۱۹۵	۷/۸۰۱۶۹۲	۷/۵۱۵۲۳۲
۱۱	۱۰/۲۲۲۱۸۵	۹/۱۱۰۸۹۶	۸/۹۱۲۷۱۸	۸/۷۲۱۷۳۵	۸/۵۳۷۶۲۶	۸/۳۶۰۰۸۷	۸/۰۲۳۵۸۲
۱۲	۱۱/۰۷۱۱۱۸	۹/۷۶۰۴۷۷	۹/۵۲۸۹۱۷	۹/۳۰۶۴۱۴	۹/۰۹۲۵۳۶	۸/۸۸۶۸۷۵	۸/۴۹۸۶۷۴
۱۳	۱۱/۹۰۷۵۰۵	۱۰/۳۸۵۰۷۴	۱۰/۱۱۸۵۸۱	۹/۸۶۳۲۵۲	۹/۶۱۸۵۱۸	۹/۳۸۳۸۴۴	۸/۹۴۲۶۸۶
۱۴	۱۲/۷۳۱۵۳۲	۱۰/۹۸۵۶۴۸	۱۰/۶۸۲۸۵۲	۱۰/۳۹۳۵۷۳	۱۰/۱۱۷۰۷۹	۹/۸۵۲۶۸۳	۹/۳۵۷۶۵۱
۱۵	۱۳/۵۴۳۳۸۲	۱۱/۵۶۳۱۲۳	۱۱/۲۲۲۸۲۵	۱۰/۸۹۸۶۴۱	۱۰/۵۸۹۶۴۸	۱۰/۲۹۶۹۸۴	۹/۷۴۵۴۶۸
۱۶	۱۴/۳۴۳۲۳۳	۱۲/۱۱۸۳۸۷	۱۱/۷۳۹۵۴۶	۱۱/۳۷۹۶۵۸	۱۱/۰۳۷۵۸۱	۱۰/۷۱۲۲۴۹	۱۰/۱۰۷۹۱۴
۱۷	۱۵/۱۳۱۲۶۴	۱۲/۶۵۲۲۹۶	۱۲/۲۳۴۰۱۵	۱۱/۸۳۷۷۷۰	۱۱/۴۶۲۱۶۲	۱۱/۱۰۵۸۹۵	۱۰/۴۴۶۶۴۹
۱۸	۱۵/۹۰۷۶۴۹	۱۳/۱۶۵۶۶۹	۱۲/۷۰۷۱۹۱	۱۲/۲۷۴۰۶۶	۱۱/۸۶۴۶۰۹	۱۱/۴۷۷۲۶۰	۱۰/۷۶۳۲۲۳
۱۹	۱۶/۶۷۲۵۶۱	۱۳/۶۵۹۲۹۷	۱۳/۱۵۹۹۹۲	۱۲/۶۸۹۵۸۷	۱۲/۲۴۶۰۷۴	۱۱/۸۲۷۶۰۳	۱۱/۰۵۹۰۸۷
۲۰	۱۷/۴۲۶۱۶۸	۱۴/۱۳۳۹۳۹	۱۳/۵۹۳۲۹۴	۱۳/۰۸۵۳۲۱	۱۲/۶۰۷۶۵۴	۱۲/۱۵۸۱۱۶	۱۱/۳۳۵۵۹۵
۲۱	۱۸/۱۶۸۶۳۹	۱۴/۵۹۰۳۲۶	۱۴/۰۰۷۹۳۶	۱۳/۴۶۲۲۱۰	۱۲/۹۵۰۳۸۲	۱۲/۴۶۹۹۲۱	۱۱/۵۹۴۰۱۴
۲۲	۱۸/۹۰۰۱۳۷	۱۵/۰۲۹۱۶۰	۱۴/۴۰۴۷۲۴	۱۳/۸۲۱۱۵۳	۱۳/۲۷۵۲۴۴	۱۲/۷۶۴۰۷۷	۱۱/۸۳۵۵۲۷
۲۳	۱۹/۶۲۰۸۲۴	۱۵/۴۵۱۱۱۵	۱۴/۷۸۴۴۲۵	۱۴/۱۶۳۰۰۳	۱۳/۵۸۳۱۷۰	۱۳/۰۴۱۵۸۲	۱۲/۰۶۱۲۴۰
۲۴	۲۰/۳۳۰۸۶۱	۱۵/۸۵۶۸۴۲	۱۵/۱۴۷۷۷۵	۱۴/۴۸۸۵۷۴	۱۳/۸۷۵۰۴۲	۱۳/۳۰۳۳۷۹	۱۲/۲۷۲۱۸۷
۲۵	۲۱/۰۳۰۴۰۵	۱۶/۲۴۶۹۶۳	۱۵/۴۹۵۴۷۸	۱۴/۷۹۸۶۴۲	۱۴/۱۵۱۶۹۹	۱۳/۵۵۰۳۵۸	۱۲/۴۶۹۳۳۴
۲۶	۲۱/۷۱۹۶۱۱	۱۶/۶۲۲۰۸۰	۱۵/۸۲۸۲۰۹	۱۵/۰۹۳۹۴۵	۱۴/۴۱۳۹۳۳	۱۳/۷۸۳۳۵۶	۱۲/۶۵۳۵۸۳
۲۷	۲۲/۳۹۸۶۳۲	۱۶/۹۸۲۷۶۹	۱۶/۱۴۶۶۱۱	۱۵/۳۷۵۱۸۵	۱۴/۶۶۲۴۹۵	۱۴/۰۰۳۱۶۶	۱۲/۸۲۵۷۷۹
۲۸	۲۳/۰۶۷۶۱۷	۱۷/۳۲۹۵۸۶	۱۶/۴۵۱۳۰۳	۱۵/۶۴۳۰۳۴	۱۴/۸۹۸۱۰۰	۱۴/۲۱۰۵۳۴	۱۲/۹۸۶۷۰۹
۲۹	۲۳/۷۲۶۷۱۷	۱۷/۶۶۳۰۶۳	۱۶/۷۴۲۸۷۴	۱۵/۸۹۸۱۲۷	۱۵/۱۲۱۴۲۲	۱۴/۴۰۶۱۶۴	۱۳/۱۳۷۱۱۱
۳۰	۲۴/۳۷۶۰۷۶	۱۷/۹۸۳۷۱۵	۱۷/۰۲۱۸۸۹	۱۶/۱۴۱۰۷۴	۱۵/۳۳۳۱۰۱	۱۴/۵۹۰۷۲۱	۱۳/۲۷۷۶۷۴

جدول (۳) ارزش فعلی اقساط مساوی یک ریالی را نشان می دهد که در ابتدای هر سال دریافت یا پرداخت می شود

n	۸%	۹%	۱۰%	۱۲%	۱۴%	۱۶%	۱۸%
۱	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰۰
۲	۱/۹۲۵۹۲۶	۱/۹۱۷۴۳۱	۱/۹۰۹۰۹۱	۱/۸۹۲۸۵۷	۱/۸۷۷۱۹۳	۱/۸۶۲۰۶۹	۱/۸۴۷۴۵۸
۳	۲/۷۸۳۲۶۵	۲/۷۵۹۱۱۱	۲/۷۳۵۵۳۷	۲/۶۹۰۰۵۱	۲/۶۴۶۶۶۱	۲/۶۰۵۲۳۲	۲/۵۶۵۶۴۲
۴	۳/۵۷۷۰۹۷	۳/۵۳۱۲۹۵	۳/۴۸۶۸۵۲	۳/۴۰۱۸۳۱	۳/۳۲۱۶۳۲	۳/۲۴۵۸۹۰	۳/۱۷۴۲۷۳
۵	۴/۳۱۲۱۲۷	۴/۲۳۹۷۲۰	۴/۱۶۹۸۶۵	۴/۰۳۷۳۴۹	۳/۹۱۳۷۱۲	۳/۷۹۸۱۸۱	۳/۶۹۰۰۶۲
۶	۴/۹۹۲۷۱۰	۴/۸۸۹۶۵۱	۴/۷۹۰۷۸۷	۴/۶۰۴۷۷۶	۴/۴۳۰۰۸۱	۴/۲۷۴۲۹۴	۴/۱۲۷۱۷۱
۷	۵/۶۲۲۸۸۰	۵/۴۸۵۹۱۹	۵/۳۵۵۲۶۱	۵/۱۱۱۴۰۷	۴/۸۸۸۶۶۸	۴/۶۸۴۷۳۶	۴/۴۹۷۶۰۳
۸	۶/۲۰۶۳۷۰	۶/۰۳۲۹۵۳	۵/۸۶۸۴۱۹	۵/۵۶۳۷۵۷	۵/۲۸۸۳۰۵	۵/۰۳۸۵۶۵	۴/۸۱۱۵۲۸
۹	۶/۷۴۶۶۳۹	۶/۵۳۴۸۱۹	۶/۳۳۴۹۲۶	۵/۹۶۷۶۴۰	۵/۶۳۸۸۶۴	۵/۳۴۳۵۹۱	۵/۰۷۷۵۶۶
۱۰	۷/۲۴۶۸۸۸	۶/۹۹۵۲۴۷	۶/۷۵۹۰۲۴	۶/۳۲۸۲۵۰	۵/۹۴۶۳۷۲	۵/۶۰۶۵۴۴	۵/۳۰۳۰۲۲
۱۱	۷/۷۱۰۰۸۱	۷/۴۱۷۶۵۸	۷/۱۴۴۵۶۷	۶/۶۵۰۲۲۳	۶/۲۱۶۱۱۶	۵/۸۳۳۲۲۷	۵/۴۹۴۰۸۶
۱۲	۸/۱۳۸۹۶۴	۷/۸۰۵۱۹۱	۷/۴۹۵۰۶۱	۶/۹۳۷۶۹۹	۶/۴۵۲۷۳۳	۶/۰۲۸۶۴۴	۵/۶۵۶۰۰۵
۱۳	۸/۵۳۶۰۷۸	۸/۱۶۰۷۲۵	۷/۸۱۳۶۹۲	۷/۱۹۴۳۷۴	۶/۶۶۰۲۹۲	۶/۱۹۷۱۰۷	۵/۷۹۳۲۲۵
۱۴	۸/۹۰۳۷۷۶	۸/۴۸۶۹۰۴	۸/۱۰۳۳۵۶	۷/۴۲۳۵۴۸	۶/۸۴۲۳۶۲	۶/۳۴۲۳۳۴	۵/۹۰۹۵۱۳
۱۵	۹/۲۴۴۲۳۷	۸/۷۸۶۱۵۰	۸/۳۶۶۶۸۷	۷/۶۲۸۱۶۸	۷/۰۰۲۰۷۲	۶/۴۶۷۵۲۹	۶/۰۰۸۰۶۲
۱۶	۹/۵۵۹۴۷۹	۹/۰۶۰۶۸۸	۸/۶۰۶۰۸۰	۷/۸۱۰۸۶۴	۷/۱۴۲۱۶۸	۶/۵۷۵۴۵۶	۶/۰۹۱۵۷۸
۱۷	۹/۸۵۱۳۶۹	۹/۳۱۲۵۵۸	۸/۸۲۳۷۰۹	۷/۹۷۳۷۸۶	۷/۲۶۵۰۶۰	۶/۶۶۸۴۹۷	۶/۱۶۲۳۵۴
۱۸	۱۰/۱۲۱۶۳۸	۹/۵۴۳۶۳۱	۹/۰۲۱۵۵۳	۸/۱۱۹۶۳۰	۷/۳۷۲۸۵۹	۶/۷۴۸۷۰۴	۶/۲۲۲۳۳۴
۱۹	۱۰/۳۷۱۸۸۷	۹/۷۵۵۶۲۵	۹/۲۰۱۴۱۲	۸/۲۴۹۶۷۰	۷/۴۶۷۴۲۰	۶/۸۱۷۸۴۸	۶/۲۷۳۱۶۴
۲۰	۱۰/۶۰۳۵۹۹	۹/۹۵۰۱۱۵	۹/۳۶۴۹۲۰	۸/۳۶۵۷۷۷	۷/۵۵۰۳۶۹	۶/۸۷۷۴۵۵	۶/۳۱۶۲۴۱
۲۱	۱۰/۸۱۸۱۴۷	۱۰/۱۲۸۵۴۶	۹/۵۱۳۵۶۴	۸/۴۶۹۴۴۴	۷/۶۲۳۱۳۱	۶/۹۲۸۸۴۱	۶/۳۵۲۷۴۶
۲۲	۱۱/۰۱۶۸۰۳	۱۰/۲۹۲۲۴۴	۹/۶۴۸۶۹۴	۸/۵۶۲۰۰۳	۷/۶۸۶۹۵۷	۶/۹۷۳۱۳۹	۶/۳۸۳۶۸۳
۲۳	۱۱/۲۰۰۷۴۴	۱۰/۴۴۲۴۲۵	۹/۷۷۱۵۴۰	۸/۶۴۴۶۴۶	۷/۷۴۲۹۴۴	۷/۰۱۱۳۲۶	۶/۴۰۹۹۰۱
۲۴	۱۱/۳۷۱۰۵۹	۱۰/۵۸۰۲۰۷	۹/۸۸۳۲۱۸	۸/۷۱۸۴۳۴	۷/۷۹۲۰۵۶	۷/۰۴۴۲۴۷	۶/۴۳۲۱۲۰
۲۵	۱۱/۵۲۸۷۵۸	۱۰/۷۰۶۶۱۲	۹/۹۸۴۷۴۴	۸/۷۸۴۳۱۶	۷/۸۳۵۱۳۷	۷/۰۷۲۶۲۷	۶/۴۵۰۹۴۹
۲۶	۱۱/۶۷۴۷۷۶	۱۰/۸۲۲۵۸۰	۱۰/۰۷۷۰۴۰	۸/۸۴۳۱۳۹	۷/۸۷۲۹۲۷	۷/۰۹۷۰۹۲	۶/۴۶۶۹۰۶
۲۷	۱۱/۸۰۹۹۷۸	۱۰/۹۲۸۹۷۲	۱۰/۱۶۰۹۴۵	۸/۸۹۵۶۶۰	۷/۹۰۶۰۷۷	۷/۱۱۸۱۸۳	۶/۴۸۰۴۲۹
۲۸	۱۱/۹۳۵۱۶۵	۱۱/۰۲۶۵۸۰	۱۰/۲۳۷۲۲۳	۸/۹۴۲۵۵۴	۷/۹۳۵۱۵۵	۷/۱۳۶۳۶۴	۶/۴۹۱۸۸۹
۲۹	۱۲/۰۵۱۰۷۸	۱۱/۱۱۶۱۲۸	۱۰/۳۰۶۵۶۷	۸/۹۸۴۴۲۳	۷/۹۶۰۶۶۲	۷/۱۵۲۰۳۸	۶/۵۰۱۶۰۱
۳۰	۱۲/۱۵۸۴۰۶	۱۱/۱۹۸۲۸۳	۱۰/۳۶۹۶۰۶	۹/۰۲۱۸۰۶	۷/۹۸۳۰۳۷	۷/۱۶۵۵۵۰	۶/۵۰۹۸۳۱