

انتگرالهای زیر را به کمک فرمولهای (۹) و (۱۲) حساب کنید .

$$\int_{-1}^0 \frac{1}{2}x^4 dx \quad \cdot ۵$$

$$\int_1^2 2x^3 dx \quad \cdot ۴$$

$$\int_2^3 |x^2 - 4x| dx \quad \cdot ۷ \quad \text{AT}$$

$$\int_0^1 8x^7 dx \quad \cdot ۶$$

$$\int_0^{\sqrt{2}} (t^2 + \frac{3}{4}t - \frac{2}{3}) dt \quad \cdot ۹$$

$$\int_{-3}^0 |x^2 - 4x| dx \quad \cdot ۸ \quad \text{AT}$$

$$\int_{-1}^1 (3u^5 - 5u^3) du \quad \cdot ۱۱ \quad \text{AT}$$

$$\int_{-2}^1 (t^3 - t^2 + t - 1) dt \quad \cdot ۱۰ \quad \text{AT}$$

$$\int_0^{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{9}v - \frac{1}{27}v^3\right) dv \cdot 13$$

$$\int_0^1 (2u^{99} - u^{49} + \pi) du \cdot 12$$

$$\int_4^5 (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1) dx \cdot 15$$

$$\int_{1/2}^1 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}v + \frac{1}{7}v^2 - \frac{1}{5}v^3\right) dv \cdot 14$$

$$\int_2^8 \frac{x^3 - 1}{x - 1} dx \cdot 17 \quad T$$

$$\int_{-4}^6 (x - 1)(x^2 + x + 1) dx \cdot 16 \quad T$$

$$\int_{-1}^2 \frac{x^3 + 8}{x + 2} dx \cdot 18 \quad T$$

مساحت  $A$  ناحیه  $R$  زیر را بیابید .

۱۹ . تحت منحنی  $y = x^2 - 1$  از  $x = 1.2$  تا  $x = 1.8$

۲۰ . تحت منحنی  $y = x^2 + x + 1$  از  $x = -1$  تا  $x = 1$

۲۱ . بین منحنی  $y = 2 + x - x^2$  و محور  $x$

۲۲ . بین منحنی  $y = 2x - x^2$  و محور  $x$

۲۳ . تحت منحنی  $y = 2x^3 - 2x$  از  $x = -1$  تا  $x = 0$  T

۲۴ . بین منحنی  $y = x^4 - 4x^3 + 4x^2$  و محور  $x$  T

۳۰. بدون آنکه قادر به محاسبه انتگرال باشیم، از کجا بدانیم که

$$0 \leq \int_0^1 x^{10} \sqrt{1+x^2} dx \leq \sqrt{2}$$

R

انتگرالهای زیر را حساب کنید .

$$\int_1^{-1} (x^2 - x) dx \quad . ۳$$

$$\int_{11}^7 x dx \quad . ۲$$

$$\int_{-1}^3 |x^2 - 2x| dx \quad . ۵$$

$$\int_{-2}^2 |x + 1| dx \quad . ۴$$

$$\int_0^1 u^{10} du - \int_1^0 u^{10} du \quad . ۷$$

$$\int_0^1 t^{10} dt + \int_1^0 t^{10} dt \quad . ۶$$

$$\int_0^1 v^2 dv + \int_1^3 (v^2 - 1) dv + \int_3^2 (v^2 + 1) dv \quad . ۸$$

فرض کنید

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x & , x < 1 \text{ اگر} \\ x^3 & , x \geq 1 \text{ اگر} \end{cases}$$

انتگرالهای زیر را محاسبه نمایید .

$$\int_2^{-1} f(x) dx \quad . ۱۰ \quad \top$$

$$\int_{-2}^3 f(x) dx \quad . ۹ \quad \top$$

$$\int_1^2 [f(x) - f(x - 1)] dx \quad . ۱۲ \quad \top$$

$$\int_0^2 f(x + 1) dx \quad . ۱۱ \quad \top$$

مساحت  $A$  ی ناحیه  $R$  بین منحنیهای زیر را بیابید .

$$y = 1 - x^2 \text{ و } y = x^2 - 1 \quad .13$$

$$y = 2x - x^2 \text{ و } y = x^2 - 4 \quad .14 \quad R$$

$$y = x^5 \text{ و } y = x^2 \quad .15$$

$$y = |x| + |x - 1| \text{ و } y = x + 1 \quad .16 \quad TR$$

$$y = 2 - x^2 \text{ و } y = |x| \quad .17 \quad T$$

$$y = 4 - x^2 \text{ و } y = |2x - 1| \quad .18 \quad T$$

در هر حالت ناحیه  $R$  را رسم نمایید .

۲۲. نشان دهید که متوسط تابع  $x^2$  روی بازه  $[a, b]$  مساوی است با  $\frac{1}{3}(a^2 + ab + b^2)$ .  
به ازای تابع  $f$  و نقاط  $a$  و  $b$  داده شده، مقدار میانگین  $f$  بر  $[a, b]$  را بیابید.

$$f(x) = 1 - x - x^2, a = 0, b = 4. \quad ۲۳ \quad T$$

$$f(x) = x^3 - 2x + 1, a = -2, b = 3. \quad ۲۴$$

$$f(x) = |1 - x|, a = -1, b = 2. \quad ۲۵$$

$$f(x) = x^4 + 5x^2 - 10, a = -3, b = -1. \quad ۲۶ \quad T$$

نقطه  $c$  طابق در فرمول مقدار میانگین (۷) را در صورتی بیابید که

$$f(x) = x, a = 1, b = 7. \quad ۲۷$$

$$f(x) = 2x + 3, a = -1, b = 3. \quad ۲۸$$

$$f(x) = x^2, a = 2, b = 0. \quad ۲۹$$

$$f(x) = 3x^2 + 1, a = 4, b = 1. \quad ۳۰$$

$$f(x) = |x^2 - 1|, a = -2, b = 2. \quad ۳۱$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2, & \text{اگر } x < 0 \\ x, & \text{اگر } x \geq 0 \end{cases} \quad a = -1, b = 2. \quad ۳۲ \quad T$$

۳۳. فرض کنید  $f$  و  $g$  بر  $[a, b]$  پیوسته بوده، و  $f(x) \geq g(x)$  با دست کم یک نقطه  $c$  در  $[a, b]$  که  $f(c) \neq g(c)$ . نشان دهید که  $R_h$

$$\int_a^b f(x) dx > \int_a^b g(x) dx.$$

۳۴. تحقیق کنید که  $T R$

$$\frac{1}{6} < \int_0^2 \frac{1}{10+x} dx < \frac{1}{5}.$$

بدون سعی در محاسبه انتگرالها، معین کنید کدام انتگرال بزرگتر است.

$$\int_0^1 x^2 dx \quad \text{یا} \quad \int_0^1 x dx. \quad ۳۵$$

$$\int_1^2 x^2 dx \quad \text{یا} \quad \int_1^2 x dx. \quad ۳۶ \quad R$$

انتگرالهای زیر را حساب کنید .

$$\int (x+5)(x-6) dx \cdot ۱۶ \text{ T}$$

$$\int (x^4 - 3x^2 + 2x - 4) dx \cdot ۱۷$$

$$\int x(1+x)(1-x) dx \cdot ۱۸ \text{ T}$$

$$\int \left( x^3 - x + \frac{1}{x^2} - \sin 3x \right) dx \cdot ۱۹ \text{ T}$$

$$\int t^2(5-t)^4 dt \cdot ۲۰ \text{ T R}$$

$$\int (1-u)(1-2u)(1-3u) du \cdot ۲۱$$

$$\int \frac{v+1}{\sqrt{v}} dv \cdot ۲۲ \text{ T R}$$

$$\int \tan^2 x dx \cdot ۲۴ \text{ T}$$

$$\int \sin^2 x dx \cdot ۲۳$$

$$\int \sin x \cos x dx \cdot ۲۶ \text{ T}$$

$$\int \cot^2 x dx \cdot ۲۵$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} \cdot ۲۸ \text{ T}$$

$$\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx \cdot ۲۷$$

$$\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx \cdot ۳۰ \text{ T}$$

$$\int \frac{\sin 2x}{\sin x} dx \cdot ۲۹$$

$$\int \frac{\sin 3v}{\sin v} dv \cdot ۳۲ \text{ T}$$

$$\int \frac{\cos 3u}{\cos u} du \cdot ۳۱$$

$$\int \frac{z^4 - 16}{z + 2} dz \cdot ۳۴ \text{ T}$$

$$\int \frac{w^4 - 1}{w - 1} dw \cdot ۳۳$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^x t^{50}(1-t)^{50} dt \cdot 40 \quad T$$

$$\frac{d}{db} \int_a^b f(x) dx \cdot 39 \quad R$$

$$\frac{d}{dt} \int_0^1 (2 + \tan t)^{99} dt \cdot 42 \quad T \quad R$$

$$\frac{d}{dt} \int_1^t (1 + \sin x)^{25} dx \cdot 41$$

انتگرالهای زیر را حساب کنید .

$$\int_0^2 (x^3 - 2x^2 + 3x - 4) dx \quad \cdot ۳$$

$$\int_{-1}^1 (x^9 + 5x^8 + 10x^7) dx \quad \cdot ۴$$

$$\int_2^1 \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} \right) dx \quad \cdot ۵$$

$$\int_1^2 \left( 3s^3 - \frac{5}{s^4} \right) ds \quad \gamma$$

$$\int_1^9 (1 + \sqrt{s}) ds \quad \cdot ۶$$

$$\int_4^{16} \frac{1-t}{\sqrt{t}} dt \quad \cdot ۹$$

$$\int_0^3 \frac{dt}{(2t+1)^2} \quad \cdot ۸$$

$$\int_1^{27} u^{-2/3} du \cdot 11$$

$$\int_{-1}^1 \frac{du}{(2-u)^3} \cdot 10$$

$$\int_1^4 (v^{3/2} - v^{1/2}) dv \cdot 13$$

$$\int_{-8}^1 (1 + v^{2/3}) dv \cdot 12$$

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (2 \cos x - 1) dx \cdot 15$$

$$\int_0^{\pi} (2 + 3 \sin x) dx \cdot 14$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 x dx \cdot 17$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx \cdot 16$$

$$\int_0^{\pi/3} \frac{dt}{\cos^2 t} \cdot 19$$

$$\int_0^{2\pi} \sin x \cos x dx \cdot 18$$

$$\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dv}{\sin^2 v \cos^2 v} \cdot 21$$

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{du}{\sin^2 u} \cdot 20$$

$$\int_{-1}^1 \sin^4 x \tan x dx \cdot 23$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin^5 x dx \cdot 22$$

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\tan x}{\cos x} dx \cdot 25$$

$$\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \frac{\cot x}{\sin x} dx \cdot 24$$

مساحت  $A$  ی ناحیه  $R$  بین منحنیهای زیر را بیابید .

$$y = \sqrt[3]{x} \text{ و } y = \sqrt{x} \cdot 26$$

$$y = \sqrt[3]{x} \text{ (} x \geq 0 \text{)} \text{ و } y = x^3 \cdot 27$$

$$y = x^{3/2} \text{ و } y = x^{2/3} \cdot 28$$

$$x = 2y^2 \text{ و } x = 3y + 2 \cdot 29$$

$$x = 4 - 2y^2 \text{ و } x = -y^2 \cdot 30 \quad T Rh$$

مقدار میانگین تابع داده شده را بیابید .

$$34. \quad f(x) = \sqrt{x} \quad \text{بر } [0, 4]$$

$$35. \quad f(x) = 1/x^2 \quad \text{بر } [-3, -1]$$

$$36. \quad f(x) = \sin x \quad \text{بر } [0, \pi]$$

$$37. \quad f(x) = \cos x \quad \text{بر } [0, 2\pi]$$

$$38. \quad f(x) = \sin^2 x \quad \text{بر } [0, 2\pi]$$

$$39. \quad f(x) = \sec^2 x \quad \text{بر } [-\pi/4, \pi/4]$$

$$40. \quad f(x) = \sec x \tan x \quad \text{بر } [0, \pi/3]$$

انتگرالهای زیر را حساب کنید .

$$\int \frac{(x+2)^2}{x^4} dx \cdot 10$$

$$\int \left( 3x^2 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) dx \cdot 9$$

$$\int (1 + \sec^2 3t) dt \cdot 12$$

$$\int \cos(\pi x + \sqrt{2}) dx \cdot 11 \text{ @}$$

$$\int \frac{(\sqrt{v} + 1)^3}{\sqrt{v}} dv \cdot 14$$

$$\int \frac{\cos 2u}{\cos^2 u \sin^2 u} du \cdot 13 \text{ @}$$

$$\int_{-1}^1 (1 - \sqrt[3]{x})^3 dx \cdot 16$$

$$\int_1^2 \left( x - \frac{4}{x} \right)^2 dx \cdot 15$$

$$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \tan^2 t dt \cdot 18$$

$$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \tan x dx \cdot 17$$

$$\int_{-1}^1 \cos^2 v \tan v dv \cdot 20 \text{ @}$$

$$\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \cot^2 u du \cdot 19$$

۲۱. به ازای عدد صحیح  $n \geq 0$  ، نشان دهید که

$$\frac{n+1}{2} \int_{-1}^1 x^n dx = \begin{cases} 1 & \text{اگر } n \text{ زوج باشد،} \\ 0 & \text{اگر } n \text{ فرد باشد،} \end{cases}$$

مقدار میانگین تابع زیر را بیابید .

$$f(x) = (1-x)^3 \text{ بر } [-2, 2] \cdot 22$$

$$f(x) = (x+1)^{2/3} \text{ بر } [-1, 7] \cdot 23$$

$$f(x) = 2 \cos x - 3 \sin x \text{ بر } [0, \pi/2] \cdot 24$$

$$f(x) = (\cos x - x)^2 \text{ بر } [-\pi, \pi] \cdot 25$$