

- ۱- یک مجموعه مثال بزنید که نقاط حدی آن مجموعه‌ی اعداد طبیعی باشند.
- ۲- آیا مجموعه‌ای وجود دارد که مجموعه نقاط حدی آن بازه $(0, 1)$ باشد.
- ۳- نشان دهید که مجموعه‌ای وجود ندارد که نقاط حدی آن مجموعه‌ی اعداد گویا باشد.
- ۴- اگر A یک مجموعه باز و B یک مجموعه بسته باشند در مورد هر یک از مجموعه‌های $A - B$ و $B - A$ چه می‌توان گفت؟
- ۵- بدون استفاده از قضیه هاینه-برل نشان دهید مجموعه $A = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$ فشرده نیست.
- ۶- بدون استفاده از قضیه هاینه-برل نشان دهید مجموعه $A = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\}$ فشرده نیست.
- ۷- فرض کنید E زیر مجموعه‌ای از فضای متریک X باشد، ثابت کنید

$$\overline{E} \cap (\overline{X - E}) = \overline{E} - E^\circ$$

- ۸- فرض کنید E زیر مجموعه‌ای از اعداد حقیقی باشد ثابت کنید

$$\overline{E} = \bigcap_{n=1}^{\infty} \left(\bigcup_{x \in E} \left(x - \frac{1}{n}, x + \frac{1}{n} \right) \right)$$

- ۹- ثابت کنید ∂E (مرز E) مجموعه‌ای بسته است.

- ۱۰- نقاط حدی مجموعه $E = \{\frac{(-1)^n n}{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$ را مشخص کنید (با ذکر دلیل)

- ۱۱- فرض کنید (X, d) یک فضای متریک، A زیر مجموعه‌ای از X و $c \in X$ ، فاصله‌ی c از A به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\rho(c, A) = \inf\{d(x, c) : x \in A\}$$

ثابت کنید $\rho(c, A) = 0$ اگر و فقط اگر $c \in \overline{A}$

- ۱۲- تعریف: مجموعه‌ی X را با متر گسسته فضای متریک گسسته می‌نامیم.

ثابت کنید:

الف) هر مجموعه در فضای گسسته (X, d) باز است.

ب) هر مجموعه در فضای گسسته (X, d) بسته است.

ج) مجموعه‌ی K در فضای گسسته (X, d) فشرده است اگر و تنها اگر متناهی باشد.