فصل سوم مثلث بندی هوایی نیمه تحلیلی:

سرشکنی بلوک حاصل از باندها

۱-۳) مقدمه

هدف در این فصل:

- اتصال باندها برای تشکیل بلوک و تعدیل (سرشکنی) خطاها با چند جمله‌ایها
- بررسی انتشار خطا در بلوک

Esfahan University - Surveying Engineering Department - Dr. Momeni - 2006

بعضی از نکات برای یادآوری

- **باند :** تعدادی (حداقل دو) مدل که در امتداد پوشش طولی همدیگر، با روش دستگاهی و یا تحلیلی، به هم متصل شده‌اند.

- **بلوک :** تعدادی باند در امتداد موازی یکدیگر با پوشش عرضی (لبه‌ای) مناسب برای تشخیص نقاط مشترک بلوک می‌تواند از یک باند و یا بیشتر تشکیل شده باشد. باندهای تشکیل دهندهٔ بلوک، گاهی با باندهای متقاطع (که موازی بقیهٔ باندها نیستند) همراهی و تکمیل می‌شوند.

- **نقطهٔ گرهی:** هر نقطه‌ای که در حداقل دو واحد متصل شونده (دو عکس مجاور، دو مدل مجاور و یا دو باند مجاور) قابل اندازه‌گیری باشد.

در مثلث‌بندی هوایی برای اتصال باندها، مختصات مشاهداتی برای نقاط، بر روی **باند** انجام شده است. به عبارت دیگر، نقاط گرهی و کنترل در سیستم مختصات هر باند مشاهده شده‌اند.

بنابر این برای هر نقطهٔ گرهی که بین دو باند مشترک است، دو مجموعهٔ مختصات (هر باند، یک مختصات) داریم. برای نقاط کنترل زمینی، علاوه بر مختصات آن نقاط در سیستم باندها، مجموعهٔ مختصات زمینی نیز معلوم است.

این نکته که کدام یک از داده‌ها، مشاهدات هستند (دارای خطای آماری هستند) و کدام یک بدون خطا فرض می‌شوند اهمیت دارد.

معمولا مختصات زمینی نقاط کنترل بدون خطا فرض می‌شوند. بعضی مواقع نیز مختصات زمینی نقاط کنترل مشاهداتی با وزن معلوم فرض می‌شوند. مختصات حاصل از فتوگرامتری برای نقاط کنترل و نقاط گرهی، مشاهدات با وزن یکسان و مستقل فرض می‌شوند.

همچنین این نکته که هر روش مثلث‌بندی چه مجهولاتی دارد نیز باید مشخص باشد. در مثلث‌بندی (با هر روش) دو دسته مجهولات داریم (که باید برآورد شوند) :

۱) **مختصات زمینی نقاط گرهی C=(X, Y, Z)**

۲) **پارامترهای روش مثلث‌بندی P**

برای مثال در روش سرشکنی باند، تعداد پارامترها با نوع چندجمله‌ای تصحیح خطا و دو یا سه بعدی بودن سرشکنی، تعیین می‌شود.

همچنین معادلات مشاهدات نیز باید (برای روش مثلث‌بندی انتخاب شده) معلوم باشد. برای مثال در روش سرشکنی باند سه بعدی، هر مشاهده، سه معادلهٔ چندجمله‌ای خطی (بر حسب ضرایب چندجمله‌ای به عنوان مجهولات) تشکیل می‌دهد. فرم کلی معادلات مشاهدات در مثلث‌بندی هوایی به شکل زیر است:

Esfahan University - Surveying Engineering Department - Dr. Momeni - 2006

$$A.P + B.C = E$$

که در آن ***P*** پارامترهای مجهول سرشکنی است (مثلاً برای سرشکنی باند، ضرایب چندجمله‌ای)

بردار ***C*** ، مختصات مجهول نقاط گرهی را نشان می‌دهد. اگر معادلهٔ مشاهدهٔ فوق برای نقاط کنترل باشد، این بردار معلوم است و به سمت راست معادلهٔ فوق منتقل می‌شود.

بردار ***E*** شامل مشاهدات و مقادیر ثابت است و در مجموع نقش بردار مشاهدات را دارد.

توجه کنید که مدل اجسمنتی فوق، یک مدل پارامتریک به شکل زیر است:

$$\begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} P \\ C \end{bmatrix} = E \quad \Longrightarrow \quad A.\Delta X = \Delta L$$

Esfahan University - Surveying Engineering Department - Dr. Momeni - 2006

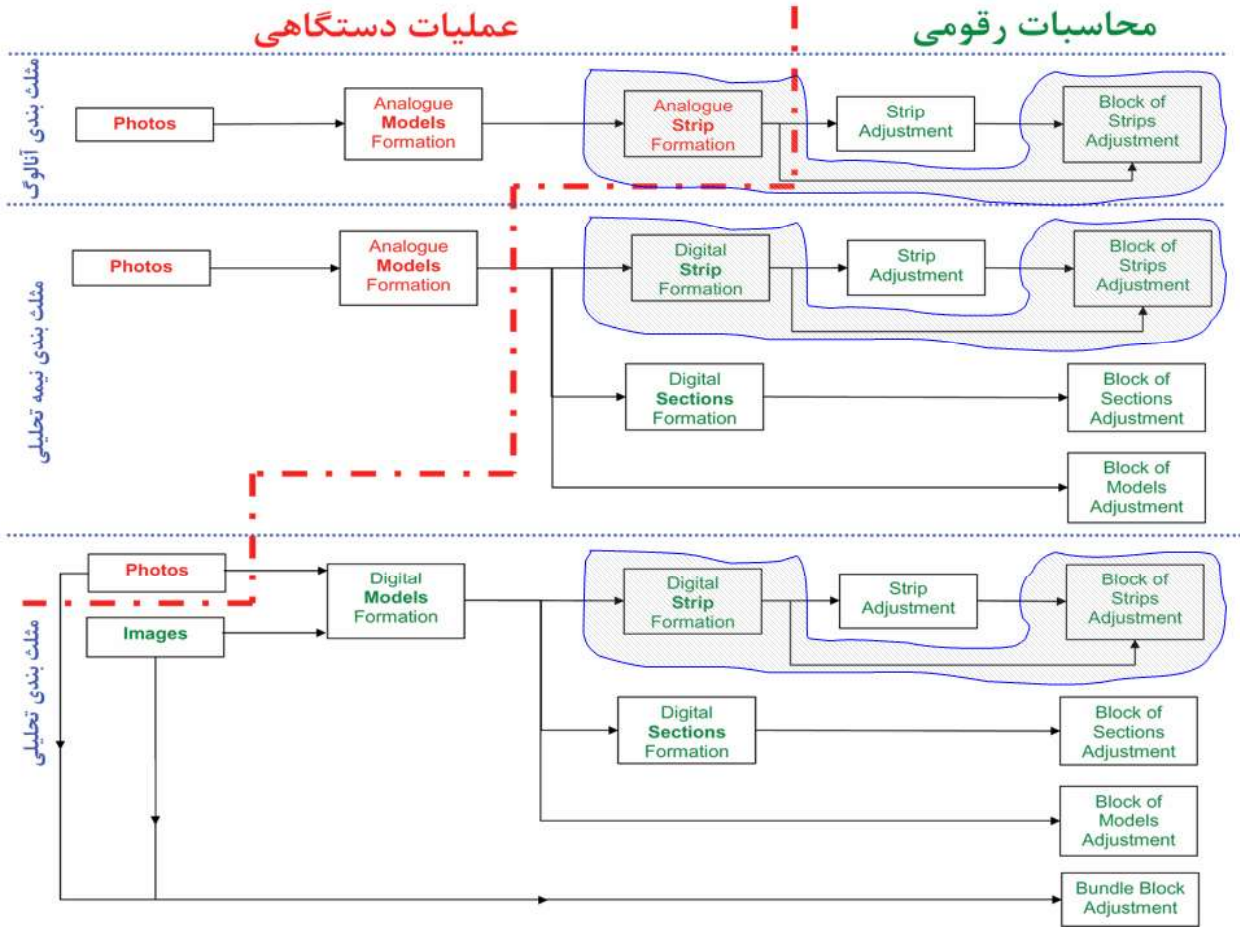
۳-۲) سرشکنی بلوک فتوگرامتری حاصل از باندهای مجاور

همانطور که در فلوچارت مثلث‌بندی دیده می‌شود، سرشکنی بلوک حاصل از باندها، در مثلث‌بندی آنالوگ، نیمه تحلیلی و تحلیلی هم استفاده می‌شود.

در این بخش مطالب بر اساس آنالوگ، نیمه تحلیلی و یا تحلیلی بودن روش مثلث‌بندی تنظیم نشده است. به عبارت دیگر مطالب این بخش به همین صورت در همهٔ روشهای فوق استفاده می‌شوند.

فرض این است که باندهای حاصل از مدلهای مجاور، به یکی از روشهای دستگاهی و یا تحلیلی تشکیل شده است.

- در روشهای دستگاهی برای تشکیل باند، توجیه نسبی یکطرفه استفاده می‌شود. (دستگاههای چند پروژکتوری)
- در روشهای تحلیلی برای تشکیل باند، مدلهای تشکیل شده در دستگاه تبدیل معمولی ویا مدلهایی که به صورت تحلیلی (با حل توجیه نسبی) تشکیل شده‌اند، با روابط اتصال مدلها به صورت تحلیلی به هم متصل شده‌اند.

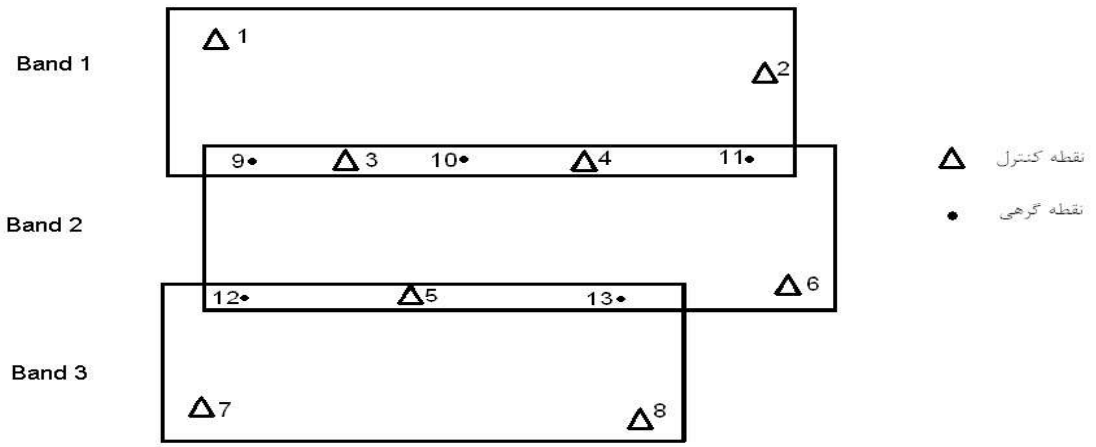


Esfahan University - Surveying Engineering Department - Dr. Momeni - 2006

الف- بلوک حاصل از باندها

برای رعایت کلی بودن مطالب این فصل، فرض می‌کنیم که باندهای حاصل از مدلهای مجاور، تشکیل شده‌اند (به هر روش ممکن مانند دستگاهی و یا تحلیلی) و هر باند با باند کناری خود پوشش مناسبی برای انتخاب نقاط گرهی دارد.

همچنین فرض می‌کنیم که در کل بلوک تعدادی نقط کنترل وجود دارد. نقاط گرهی نیز تعیین محل و علامت گذاری شده‌اند. برای نقاط کنترل و گرهی موجود، مختصات باند (همهٔ باندهایی که این نقاط در آنها هستند) اندازه‌گیری شده است. برای مثال در شکل زیر نقطهٔ ۲ فقط در باند ۱ مختصات باندی دارد ولی نقطهٔ ۵ در باندهای ۲ و ۳ مختصات باندی دارد. به عبارت دیگر : $(x_{2,5},y_{2,5},z_{2,5})$ و $(x_{3,5},y_{3,5},z_{3,5})$ قرائت شده‌اند.



ب- معادلهٔ مشاهده کلی برای سرشکنی خطای باند (سه بعدی)

حرف انگلیسی کوچک، معرف مختصات در سیستم باند و حروف بزرگ، معرف مختصات در سیستم زمینی هستند.

اندیس $\boldsymbol{i}$ برای شمارهٔ باند و اندیس $\boldsymbol{j}$ برای شمارهٔ نقطه است.

$$\begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & 0 & -y & -2xy & 0 & z & 2xz & 0 & 0 \\ 0 & y & 2xy & 1 & x & x^2 & 0 & 0 & 0 & -z & -2xz \\ 0 & z & 2xz & 0 & 0 & 0 & 1 & x & x^2 & y & 2xy \end{bmatrix}^{i,j} . \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}^{i} = \begin{bmatrix} X_j - x_{i,j} \\ Y_j - y_{i,j} \\ Z_j - z_{i,j} \end{bmatrix}$$

پ- معادلهٔ مشاهدهٔ نقاط کنترل

$$\begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & 0 & -y & -2xy & 0 & z & 2xz & 0 & 0 \\ 0 & y & 2xy & 1 & x & x^2 & 0 & 0 & 0 & -z & -2xz \\ 0 & z & 2xz & 0 & 0 & 0 & 1 & x & x^2 & y & 2xy \end{bmatrix}_{i,j} . \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix}$$

$$A_{i,j}.P_i + 0 = C_j$$

$$[3*11].[11*1] + [3*1] = [3*1]$$

ت- معادلهٔ مشاهدهٔ نقاط گرهی (مختصات زمینی مجهول)

$$\begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & 0 & -y & -2xy & 0 & z & 2xz & 0 & 0 \\ 0 & y & 2xy & 1 & x & x^2 & 0 & 0 & 0 & -z & -2xz \\ 0 & z & 2xz & 0 & 0 & 0 & 1 & x & x^2 & y & 2xy \end{bmatrix}_{i,j} . \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}_i - \begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{i,j}.P_i - I.C_j = 0$$

$$[3*11].[11*1] + [3*3].[3*1] = [3*1]$$

ج- ترکیب معادلات مشاهدهٔ نقاط کنترل و گرهی

و در حالت کلی به شکل روبرو:

$$A.P + B.C = E$$

$$[3f*11b].[11b*1] + [3f*3f].[3f*1] = [3f*1]$$

f تعداد نقاط با تکرارشان در همهٔ باندها
(مجموع تعداد نقاط کنترل و گرهی
که در هر باند تکرار می‌شوند.)
و b تعداد باندها

و معادلات نرمال به صورت زیر:

$$A^T.A.P + A^T.B.C = A^T.E$$
$$B^T.A.P + B^T.B.C = B^T.E$$

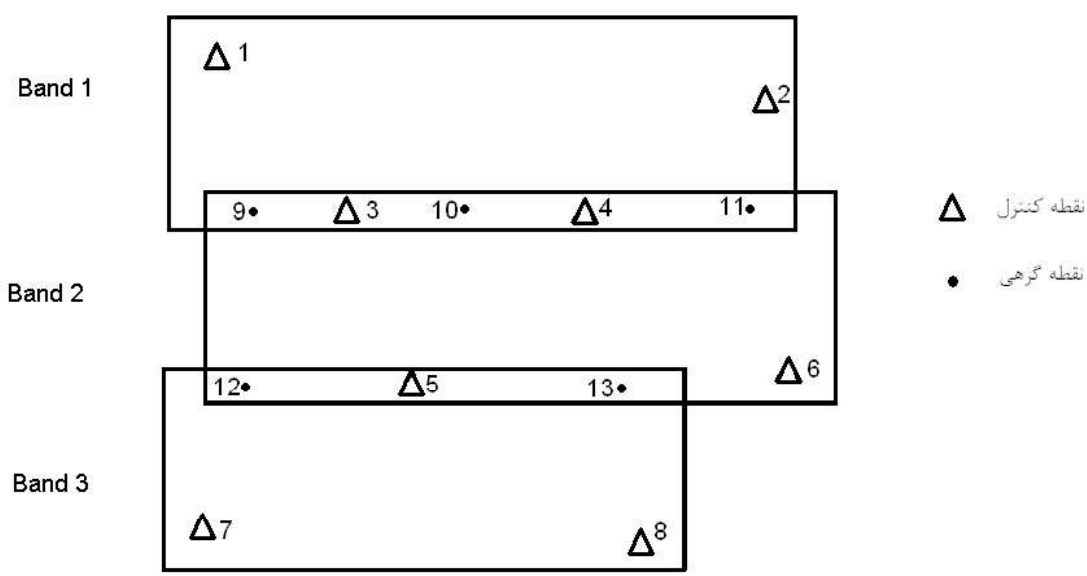
$$\Rightarrow$$

$$N_{11}.P + N_{21}^T.C = F_1$$
$$N_{21}.P + N_{22}.C = F_2$$

و به صورت فرم نرمال کاهش یافته (Reduced Normal Equation Form, RNE) :

$$\left(N_{11} - N_{21}^T.N_{22}^{-1}.N_{21}\right).P = F_1 - N_{21}^T.N_{22}^{-1}.F_2$$

۳-۳) مثال ۱: معادلات سرشکنی یک بلوک سه باندی : حالت سه بعدی



شمارهٔ نقطه	نوع نقطه	حضور در بلوک			تکرار حضور (f_i)
۱	کنترل	Band1			1
۲	کنترل	Band1			1
۳	کنترل	Band1	Band2		2
۴	کنترل	Band1	Band2		2
۵	کنترل		Band2	Band3	2
۶	کنترل		Band2		1
۷	کنترل			Band3	1
۸	کنترل			Band3	1
۹	گرهی	Band1	Band2		2
۱۰	گرهی	Band1	Band2		2
۱۱	گرهی	Band1	Band2		2
۱۲	گرهی		Band2	Band3	2
۱۳	گرهی		Band2	Band3	2
جمع		f_1=۷	f_2= ۹	f_3=۵	f=۲۱

جدول روابط داخلی بلوک

(Block inter-relation table)

Control points : $A_{i,j}.P_i + 0 = C_j$

Tie points : $A_{i,j}.P_i - I.C_j = 0$

$i = 1 \quad to \quad 3$

$j = control \quad or \quad tie \quad \#$

Band 1 : i=1 , j=1,2,3,4 , 9,10,11 f_1 = 4+3

Band 2 : i=2 , j=3,4,5,6 , 9,10,11,12,13 f_2 = 4+5

Band 3 : i=3 , j=5,6,7,8 , 12,13 f_3 = 4+5

Unknowns = 3*11 + 5*3

parameters + tie points coordinates

Equations = $(f_1+f_2+f_3)$*3 = 21*3 = 63

df = 63 - (33+15) = 15

فرم ماتریسی معادلات مشاهدات برای مثال ۱

$$
\begin{bmatrix}
A_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,9} & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,10} & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,11} & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 \\
0 & A_{2,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,9} & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,10} & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,11} & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 \\
0 & A_{2,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 \\
0 & A_{2,13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I \\
0 & 0 & A_{3,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & A_{3,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & A_{3,8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & A_{3,12} & 0 & 0 & 0 & -I & 0 \\
0 & 0 & A_{3,13} & 0 & 0 & 0 & 0 & -I
\end{bmatrix}
\cdot
\begin{bmatrix}
P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ C_9 \\ C_{10} \\ C_{11} \\ C_{12} \\ C_{13}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_5 \\ C_7 \\ C_8 \\ 0 \\ 0
\end{bmatrix}
$$

$$
\begin{array}{c}
\\
\text{Band 1} \\
\\
\\
\\
\\
\\
\text{Band 2} \\
\\
\\
\\
\\
\\
\\
\text{Band 3} \\
\\
\\
\\
\\
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccccc}
\text{Band 1} & \text{Band 2} & \text{Band 3} & \text{Tie 9} & \text{Tie 10} & \text{Tie 11} & \text{Tie 12} & \text{Tie 13} & \\
\end{array}
\\
\begin{bmatrix}
A_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,9} & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,10} & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,11} & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 \\
0 & A_{2,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,9} & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,10} & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,11} & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 \\
0 & A_{2,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 \\
0 & A_{2,13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I \\
0 & 0 & A_{3,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & A_{3,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & A_{3,8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & A_{3,12} & 0 & 0 & 0 & -I & 0 \\
0 & 0 & A_{3,13} & 0 & 0 & 0 & 0 & -I
\end{bmatrix}
\end{array}
,
\begin{bmatrix}
C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_5 \\ C_7 \\ C_8 \\ 0 \\ 0
\end{bmatrix}
$$

که می‌تواند به شکل روبرو خلاصه شود:

$$\begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ C \end{bmatrix} = E$$

$$\begin{bmatrix}
A_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,9} & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,10} & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,11} & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,9} & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,10} & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,11} & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 \\
0 & A_{2,13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 \\
0 & 0 & A_{3,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & A_{3,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & A_{3,8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & A_{3,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 \\
0 & 0 & A_{3,13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ C_9 \\ C_{10} \\ C_{11} \\ C_{12} \\ C_{13} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_5 \\ C_7 \\ C_8 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A_{3f*11b}

B_{3f*3t}

P_{11b*1}

C_{3t*1}

E_{3f*1}

Esfahan University - Surveying Engineering Department - Dr. Momeni - 2006

در عمل، برای مثال واقعیتر، تعداد نقاط گرهی بسیار زیاد و ابعاد ماتریسی بزرگی خواهیم داشت.

و معادلات نرمال و کاهش یافتهٔ حاصل عبارتند از:

$$\begin{aligned} A^T.A.P + A^T.B.C &= A^T.E \\ B^T.A.P + B^T.B.C &= \underbrace{B^T.E}_{0} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} N_{11}.P + N_{21}^T.C &= F_1 \\ N_{21}.P + N_{22}.C &= 0 \end{aligned}$$

ساختار RNE مثال ۱ به صورت زیر است :

$$N_{11} = A^T.A = \begin{bmatrix} A_1^T & 0 & 0 \\ 0 & A_2^T & 0 \\ 0 & 0 & A_3^T \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^T.A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_2^T.A_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_3^T.A_3 \end{bmatrix}$$

11b*11b

$$N_{12} = A^T.B = \begin{bmatrix} A_1^T & 0 & 0 \\ 0 & A_2^T & 0 \\ 0 & 0 & A_3^T \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^T.B_1 \\ A_2^T.B_2 \\ A_3^T.B_3 \end{bmatrix}$$

11b*3t

$$F_1 = A^T.E = \begin{bmatrix} A_1^T & 0 & 0 \\ 0 & A_2^T & 0 \\ 0 & 0 & A_3^T \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^T.E_1 \\ A_2^T.E_2 \\ A_3^T.E_3 \end{bmatrix}$$

11b*1

$$N_{21} = B^T.A = \begin{bmatrix} B_1^T & B_2^T & B_3^T \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1^T.A_1 & B_2^T.A_2 & B_3^T.A_3 \end{bmatrix}$$

3t*11b

$$N_{22} = B^T.B = \begin{bmatrix} B_1^T & B_2^T & B_3^T \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1^T.B_1 + B_2^T.B_2 + B_3^T.B_3 \end{bmatrix}$$

3t*3t

$$\begin{array}{l} \text{Band 1} \\ \\ \\

و در نتیجه معادلهٔ RNE به صورت روبرو :

$$\overbrace{\left(N_{11} - N_{21}^{T}.N_{22}^{-1}.N_{21}\right)}^{RNE}.P = F_1$$

که با استفاده از آن ضرایب مجهول چندجمله‌ایها (P) قابل محاسبه هستند.

و عناصر RNE به صورت زیر محاسبه میشوند:

$$RNE_{i,i} = \sum_{\substack{\text{All points of}\\ \text{Band } i}} A_{i,j}^{T}.A_{i,j} - \sum_{\substack{\text{All tie points}\\ \text{of Band } i}} \frac{1}{f_t} A_{i,t}^{T}.A_{i,t}$$

f_t تکرار حضور نقطهٔ گرهی در باندها است. در مثال ۱ این عدد برای همهٔ نقاط گرهی برابر ۲ است.

$$RNE_{i,k} = -\sum_{\substack{\text{All tie points}\\ \text{common to}\\ \text{Band } i \text{ and } k}} \frac{1}{f_t} A_{i,t}^{T}.A_{k,t}$$

Band common tie points: برای مثال نقاط ۹ و ۱۰ و۱۱ بین باند ۱ و ۲ و یا نقاط ۱۲ و ۱۳ بین باند ۲ و ۳

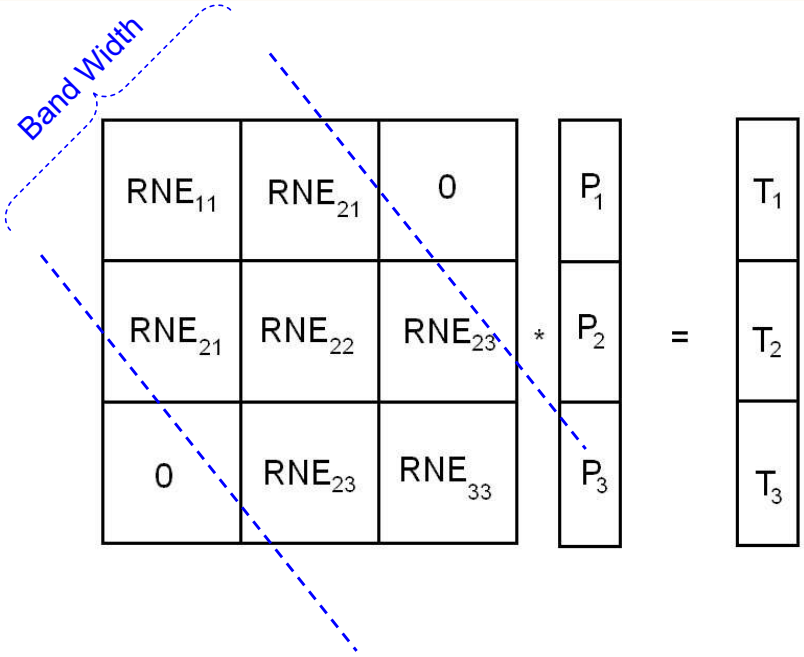
در صورتی که دو باند نقطهٔ مشترکی نداشته باشند :

$$RNE_{i,k} = 0$$

این مطلب نشان می‌دهد که عناصر ماتریس مربعی RNE ، نشان دهندهٔ اشتراک باندها هستند. در نتیجه عناصر دور از قطر اصلی، مربوط به باندهای بدون اشتراک و در نتیجه صفر هستند. چنین ماتریسی Banded coefficient نامیده می‌شود. (شکل صفحهٔ بعد)

و سمت راست معادلهٔ RNE :

$$F_1 = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} \qquad T_i = \sum_{\substack{\text{All control}\\ \text{points in}\\ \text{Band } i}} A_{i,j}^{T}.C_j$$



مثال ۱ ، سرشکنی در حالت سه بعدی بود. در حالت دوبعدی (مسطحاتی تنها) و یک بعدی (ارتفاعی تنها) نیز می‌توان از روابطی مشابه، با در نظر گرفتن ابعاد ماتریسها استفاده نمود.

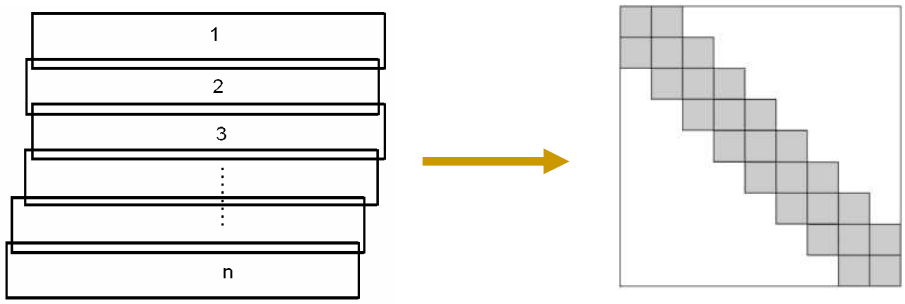
۴-۳) معادلات RNE و ارتباط ساختار ماتریس RNE با باندهای بلوک

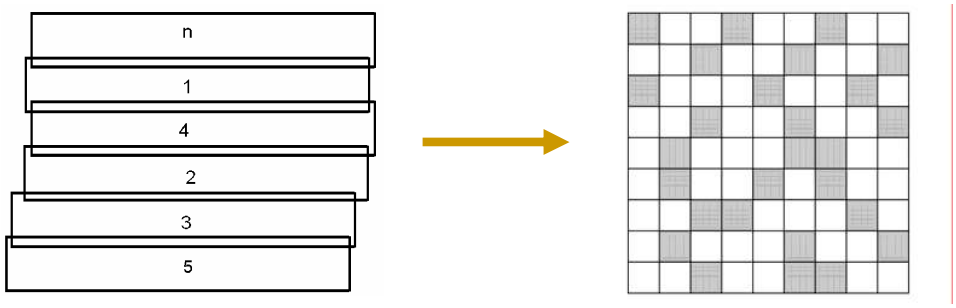
الف- ساختار ماتریسی RNE مزیت زیر را دارا است:

- حذف مجهولات مربوط به نقاط گرهی
- در نتیجهٔ حذف این مجهولات، ابعاد ماتریس ضرایب اجسمنت کاهش زیادی خواهد داشت، زیرا تعداد نقاط گرهی زیاد است.
- کاهش ابعاد ماتریسی، باعث کاهش حجم حافظهٔ لازم برای ذخیرهٔ ماتریسها می‌شود.
- همچنین سرعت محاسبات نیز بهبود قابل توجهی خواهد داشت.
- در ضمن تعداد نقاط گرهی از پیش قابل پیش‌بینی نیست (در هر بلوک با بلوک دیگر تفاوت غیر قابل پیش‌بینی دارد). بنابر این پیش‌بینی حافظهٔ لازم و حجم محاسبات، در صورت وجود نقاط گرهی، سخت خواهد بود. حذف مجهولات نقاط گرهی تاثیر مثبتی بر نظم درونی ماتریس ضرایب RNE (محل عناصر صفر و غیر صفر) دارد.
- و در نتیجه لازم نخواهد بود که محل عناصر صفر و مقدار این عناصر ماتریس ضرایب را در حافظه ذخیره کنیم.

ب- نکاتی در مورد ترتیب باندها، پوشش باندها و باندهای متقاطع

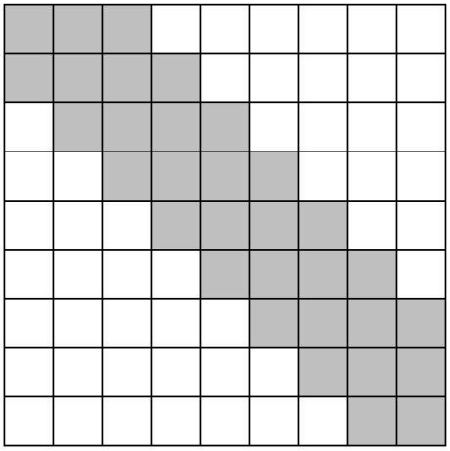
در صورتی که باندهای به ترتیب پوشش با هم وارد دستگاه ماتریسی شوند نظم ماتریسی Banded coefficient حاصل خواهد شد. اگر این نظم در شماره‌گذاری باندها رعایت نشود، ساختار ماتریسی بهم خواهد ریخت.



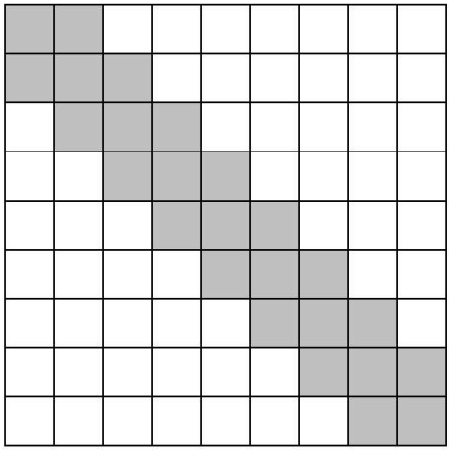


در صورتی که پوشش باندها از ۵۰٪ بیشتر باشد، هر باند علاوه بر باند مجاور خود، با باند بعدی هم پوشش دارد. در این صورت پهنای باند (Band Width) بیشتری خواهیم داشت. در مثال زیر هر باند با دو باند بعدی خود پوشش دارد (برای پوشش عرضی ۶۰٪)

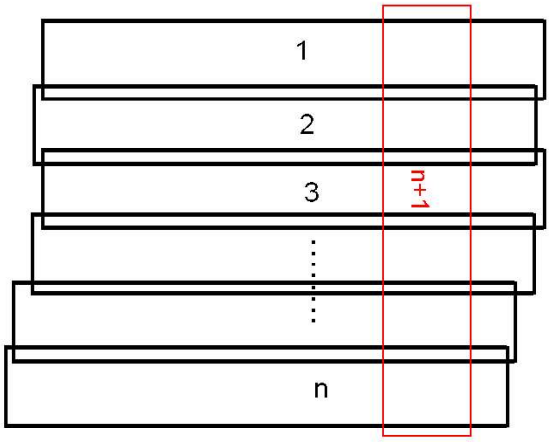
پوشش عرضی ۶۰٪

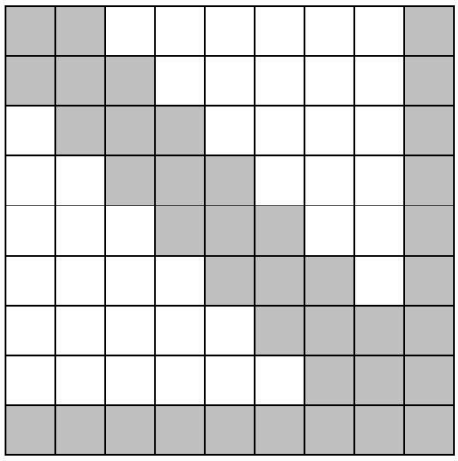


پوشش عرضی کمتر از ۵۰٪



و در صورت وجود باندهای متقاطع ماتریس Banded coefficient به ماتریس Banded-Bordered تبدیل می‌شود.





۵-۳) الگوریتم سرشکنی بلوک حاصل از باندها

۱. طراحی و تعیین محل نقاط گرهی و علامت زدن روی باندهای تشکیل شده (در صورتی که قبلاً انجام نشده باشد)

۲. قرائت مختصات باندی نقاط گرهی و نقاط کنترل روی هر باند و ورود آنها به برنامهٔ محاسباتی

۳. ورود مختصات زمینی نقاط کنترل به برنامهٔ محاسباتی

۴. انتخاب معادلات مورد استفاده برای سرشکنی خطای باند (چندجمله‌ای درجهٔ دو یا سه، کانفورمال یا غیر آن، سه بعدی یا مسطحاتی و ارتفاعی جدا)

۵. تشکیل جدول روابط داخلی بلوک و تنظیم داده‌ها بر اساس این جدول

۶. محاسبهٔ عناصر قطری و غیر قطری ماتریس نرمال کاهش یافته RNE و عناصر سمت راست معادله

۷. حل معادلهٔ نرمال کاهش یافته و تعیین ضرایب چندجمله‌ایها برای باندها

۸. تبدیل مختصات نقاط گرهی و کنترل هر باند با استفاده از ضرایب چندجمله‌ایهای باندها

۹. متوسط گیری از مختصات نقاط گرهی بین باندهای مجاور (می‌توانستیم در سرشکنی به آنها مختصات دهیم !)

۱۰. محاسبهٔ خطای نسبی و مطلق و انحراف معیار خطای سرشکنی بلوک

۱۱. محاسبهٔ مختصات برای نقاط نقشه

Esfahan University - Surveying Engineering Department - Dr. Momeni - 2006

۶-۳) عوامل خطا

- یادآوری از فصل قبل در مورد خطاهای تشکیل باند
- ملاحظات مربوط به چندجمله‌ایهای تصحیح خطا (نقاط مشاهداتی، درجه، خصوصیات ضرایب و ...)
- ملاحظات مربوط به معادلات نرمال کاهش یافته در ارتباط با نقاط گرهی
- ملاحظات مربوط به انتخاب، علامت زدن و قرائت مختصات نقاط گرهی
- ملاحظات مربوط به نحوهٔ تشکیل باند (دستگاهی، نیمه تحلیلی، تحلیلی)
- ...