

# فصل پنجم اتصال و تعدیل همزمان عکسها

## (مثلث‌بندی هوایی دسته شعاعها)

### (Bundle Adjustment)

#### ۵-۱) مقدمه

##### هدف در این فصل:

اتصال عکسها برای تشکیل بلوک در قالب مدل سرشکنی خطاها (ترفع و تقاطع همزمان همه عکسها)  
بررسی انتشار خطا در بلوک

معادله ریاضی مورد استفاده: معادله ریاضی مورد استفاده در این روش، شرط هم خطی است.

$$x - x_0 = -c \frac{m_{11}(X - X_0) + m_{12}(Y - Y_0) + m_{13}(Z - Z_0)}{m_{31}(X - X_0) + m_{32}(Y - Y_0) + m_{33}(Z - Z_0)}$$

$$y - y_0 = -c \frac{m_{21}(X - X_0) + m_{22}(Y - Y_0) + m_{23}(Z - Z_0)}{m_{31}(X - X_0) + m_{32}(Y - Y_0) + m_{33}(Z - Z_0)}$$

**نکاتی برای یادآوری:** اثبات شرط هم خطی، سیستم مختصات عکسی، ماتریس و عناصر دوران، مرکز تصویر، خطاهای سیستماتیک عکسی

شرط هم خطی رابطه مستقیمی است بین مختصات نقاط عکس و مختصات نقاط زمین با در نظر گرفتن پارامترهای توجیه داخلی و خارجی.

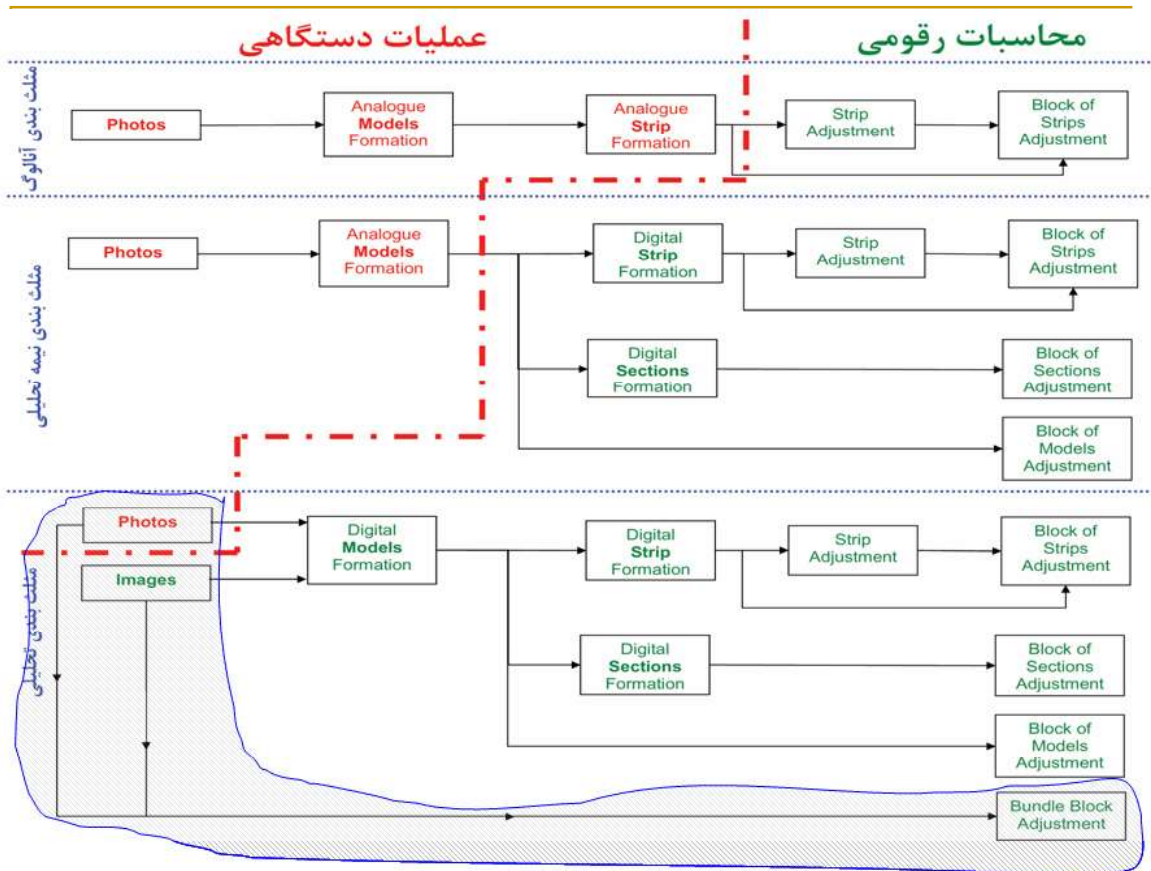
شرط هم خطی، رابطه‌ای غیر خطی است و برای محاسبات سرشکنی باید بر حسب مجهولات خطی شود. بنابراین این محاسبات سرشکنی نیاز به مقادیر اولیه دارند. همچنین محاسبات باید با تکرار انجام شود.

## مزایای روش بانندل اجسمنت:

- صریح بودن شرط هم خطی بر حسب مشاهدات (در مقایسه با مدل مستقل و سرشکنی باندها)
- امکان در نظر گرفتن همه عوامل موثر بر عکسبرداری در سرشکنی
- امکان در نظر گرفتن مشاهدات جانبی از هر نوع
- امکان استفاده از این روش برای عکسهای غیر هوایی (برد کوتاه، ماهواره‌ای)
- امکان استفاده از این روش برای عکسهای غیر قائم (عکسهای مایل، عکسهای همگرا)
- امکان استفاده از این روش برای عکسهای حاصل از دوربینهای غیر استاندارد و غیر متریک
- محاسبه پارامترهای توجیه خارجی (و داخلی) هر عکس

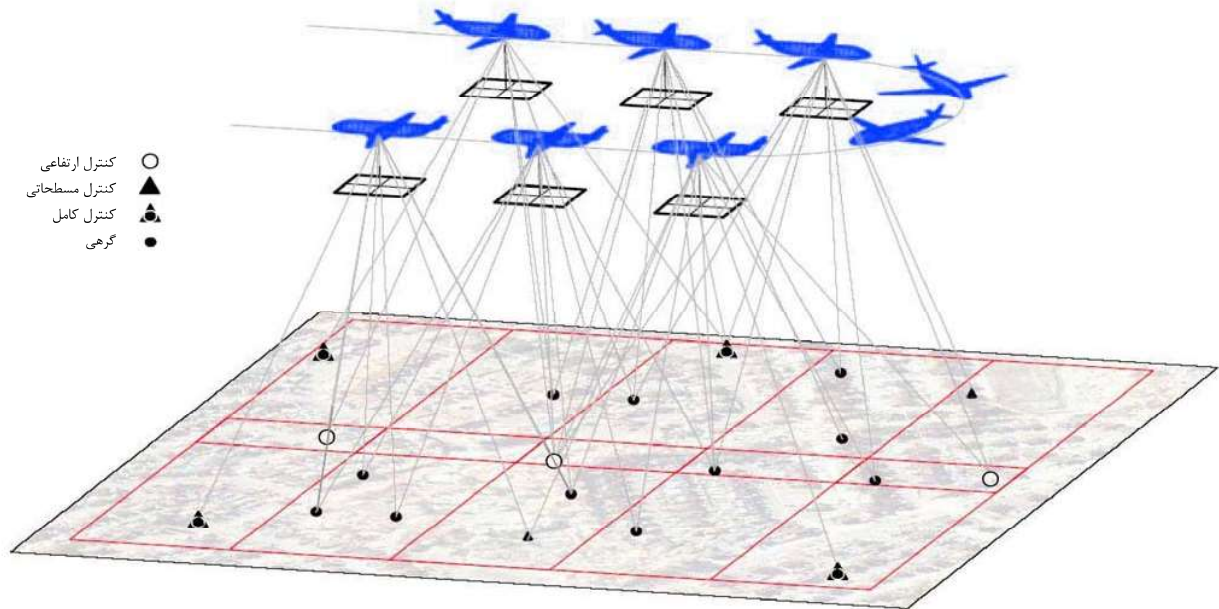
## معایب روش بانندل اجسمنت:

- محاسبات غیر خطی دارد.
- تعداد معادلات و مجهولات بسیار زیاد و در نتیجه حجم محاسبات زیاد است.
- قرائت مختصات عکسی نقاط در دستگاههای تبدیل آنالوگ امکان پذیر نیست.
- سرشکنی بانندل، قابل تفکیک به سرشکنی ارتفاعی و مسطحاتی جدا از هم نیست. \*\*\*

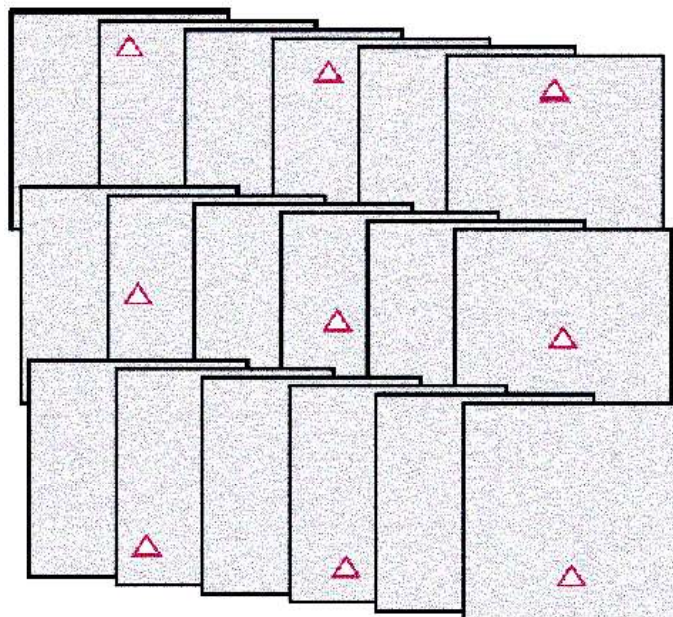


## ۵-۲) سرشکنی بلوک فتوگرامتری حاصل از عکسها

همانطور که در فلوجارت مثلثبندی دیده می‌شود، سرشکنی بلوک حاصل از عکسها باید تحلیلی انجام شود. با استفاده از کمپاراتور (و یا دستگاههای تبدیل تحلیلی به صورت کمپاراتور) مختصات نقاط هر عکس قرائت می‌شود. شکل زیر ساختار بلوک حاصل از عکسها را نشان می‌دهد.



تصویر زیر، بلوک حاصل از عکسهای پوشش دار را که با هم موزاییک شده‌اند، نشان می‌دهد. پوشش حداقل برای عکسهای هوایی ۶۰٪ طولی و ۲۰٪ عرضی است. بنابر این هر عکس، حداقل با دو عکس بعد از خود و قبل از خود و پنج عکس از باند بالا یا پایین خود پوشش دارد. (یک نقطه گرهی در چند عکس می‌تواند دیده شود؟)



## الف- معادله خطی شده شرط هم خطی

معادله مشاهده شرط هم خطی به صورت زیر نوشته می شود:

$$f_1 = x + v_x = x_0 - c \frac{m_{11}(X - X_0) + m_{12}(Y - Y_0) + m_{13}(Z - Z_0)}{m_{31}(X - X_0) + m_{32}(Y - Y_0) + m_{33}(Z - Z_0)}$$

$$f_2 = y + v_y = y_0 - c \frac{m_{21}(X - X_0) + m_{22}(Y - Y_0) + m_{23}(Z - Z_0)}{m_{31}(X - X_0) + m_{32}(Y - Y_0) + m_{33}(Z - Z_0)}$$

فرم خطی شده معادلات شرط هم خطی بر حسب متغیرهای آن به صورت زیر است. (برای دیدن مراحل مشتق گیری به ضمیمه کتاب Elements of Photogrammetry, by Wolf رجوع نمایید).

$$x + v_x = f_1^0 + x_0 + a_1.c + b_{11}d\omega + b_{12}d\phi + b_{13}d\kappa + b_{14}dX_0 + b_{15}dY_0 + b_{16}dZ_0 - b_{14}dX - b_{15}dY - b_{16}dZ$$

$$y + v_y = f_2^0 + y_0 + a_2.c + b_{21}d\omega + b_{22}d\phi + b_{23}d\kappa + b_{24}dX_0 + b_{25}dY_0 + b_{26}dZ_0 - b_{24}dX - b_{25}dY - b_{26}dZ$$

و با ساده کردن داریم:

$$dx + v_x = x_0 + a_1.c + b_{11}d\omega + b_{12}d\phi + b_{13}d\kappa + b_{14}dX_0 + b_{15}dY_0 + b_{16}dZ_0 - b_{14}dX - b_{15}dY - b_{16}dZ$$

$$dy + v_y = y_0 + a_2.c + b_{21}d\omega + b_{22}d\phi + b_{23}d\kappa + b_{24}dX_0 + b_{25}dY_0 + b_{26}dZ_0 - b_{24}dX - b_{25}dY - b_{26}dZ$$

با معلوم و ثابت بودن عناصر توجیه داخلی  $(c, x_0, y_0)$ ، ضرایب و جمله های مربوط به آنها حذف می شوند.

$$dx + v_x = b_{11}d\omega + b_{12}d\phi + b_{13}d\kappa + b_{14}dX_0 + b_{15}dY_0 + b_{16}dZ_0 - b_{14}dX - b_{15}dY - b_{16}dZ$$

$$dy + v_y = b_{21}d\omega + b_{22}d\phi + b_{23}d\kappa + b_{24}dX_0 + b_{25}dY_0 + b_{26}dZ_0 - b_{24}dX - b_{25}dY - b_{26}dZ$$

فرم ماتریسی این معادلات با حذف عناصر توجیه داخلی به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} & b_{26} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\omega \\ d\phi \\ d\kappa \\ dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{24} & b_{25} & b_{26} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}$$

و به طور ساده تر:

$$A.P + B.C = E$$

و با داشتن تعداد زیادی عکس و نقاط متعدد در هر عکس ، اگر  $i$  شماره عکس و  $j$  شماره نقطه باشد داریم:

$$A_{i,j}.P_i + B_{i,j}.C_j = E_{i,j}$$

### ب- مشاهدات و مجهولات

در روش باندل اجسمنت مشاهده اصلی مختصات عکسی نقطه  $j$  در عکس  $i$  است. وزن این مشاهده متناسب با خطای قرائت مختصات عکسی است.

مجهولات در این روش عناصر توجیه خارجی هر عکس  $i$  در بلوک و مختصات زمینی نقاط گرهی و مختصات مجهول نقاط کنترل ناقص هستند.

در مقایسه با روش مدل مستقل که برای هر زوج عکس (یک مدل) ۷ عنصر مجهول داشت، در اینجا برای هر عکس ۶ عنصر داریم. بنابر این تعداد مجهولات این روش بیشتر است. البته مجهولات روش مدل مستقل با این روش تفاوت دیگری نیز دارد. اگرچه تعداد مجهولات مختصات زمینی نقاط گرهی و مختصات مجهول نقاط کنترل ناقص در هر دو روش یکسان است اما این مجهولات در روش باندل اجسمنت، غیر خطی هستند.

### پ- معادله مشاهده نقطه کنترل کامل

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} & b_{26} \end{bmatrix}^{i,j} \begin{bmatrix} d\omega \\ d\varphi \\ d\kappa \\ dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \end{bmatrix}^i = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}^{i,j}$$

$$A_{i,j}.P_i = E_{i,j}$$

ث- معادلة مشاهدة نقطه كنترول مسطحاتي

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} & b_{26} \end{bmatrix}^{i,j} \begin{bmatrix} d\omega \\ d\phi \\ d\kappa \\ dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \end{bmatrix}^i - \begin{bmatrix} b_{16} \\ b_{26} \end{bmatrix}^{i,j} .dZ_j = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}^{i,j}$$

$$A_{i,j} . P_i + B_{i,j}^{(2)} . dZ_j = E_{i,j}$$

ث- معادلة مشاهدة نقطه كنترول ارتفاعي

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} & b_{26} \end{bmatrix}^{i,j} \begin{bmatrix} d\omega \\ d\phi \\ d\kappa \\ dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \end{bmatrix}^i - \begin{bmatrix} b_{14} & b_{15} \\ b_{24} & b_{25} \end{bmatrix}^{i,j} \begin{bmatrix} dX \\ dY \end{bmatrix}^j = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}^{i,j}$$

$$A_{i,j} . P_i + B_{i,j}^{(1)} . C_j^{(1)} = E_{i,j}$$

ج- معادله مشاهده نقطه گرهي

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} & b_{26} \end{bmatrix}^{i,j} \begin{bmatrix} d\omega \\ d\phi \\ d\kappa \\ dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{14} & b_{15} & b_{16} \\ b_{24} & b_{25} & b_{26} \end{bmatrix}^{i,j} \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{bmatrix}^j = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}^{i,j}$$

$$A_{i,j}.P_i + B_{i,j}.C_j = E_{i,j}$$

چ- شكل كلي و ابعاد معادلات مشاهدات

معادله نقطه کنترل كامل

معادله نقطه کنترل مسطحاتي

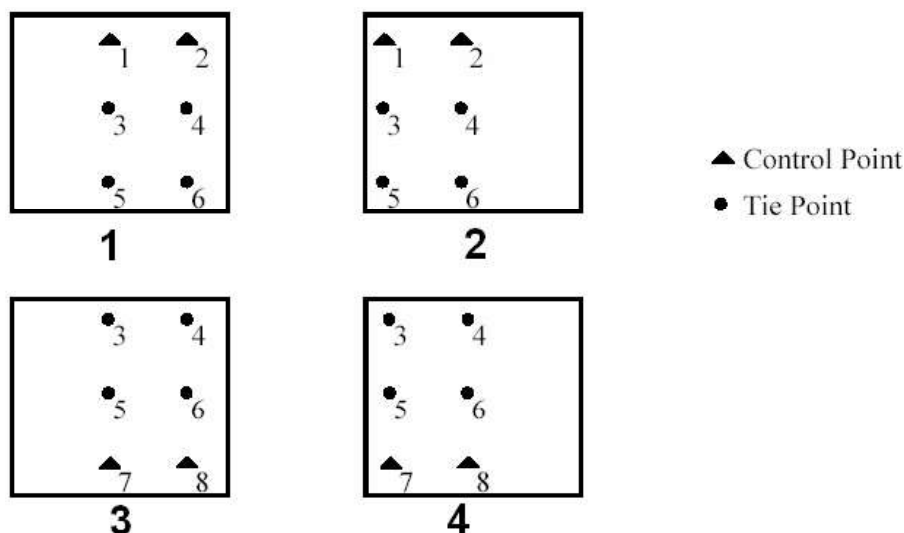
معادله نقطه کنترل ارتفاعي

معادله نقطه گرهي

$$A_{i,j} \cdot P_i + B_{i,j} \cdot C_j = E_{i,j}$$

### ۵-۳) مثال ۱ : سرشکنی یک بلوک شش عکسی

با فرض توجیه داخلی معلوم و ثابت:



جدول IRT بلوک به صورت زیر است:

ID	Type	Photo in which it appears				Ft
1	Control	1	2			2
2	Control	1	2			2
3	Tie	1	2	3	4	4
4	Tie	1	2	3	4	4
5	Tie	1	2	3	4	4
6	Tie	1	2	3	4	4
7	Control			3	4	2
8	Control			3	4	2
Sum		6	6	6	6	24

در این بلوک تعداد:

$2 \times 2$  معادله می توان نوشت.

$3 \times 4 + 6 \times 4$  مجهول نیز داریم.

درجه آزادی برابر ۱۲ است.

هر نقطه کنترل در  $n$  عکس  $2n$  معادله اضافه می کند.

هر نقطه گرهی در  $n$  عکس  $2n$  معادله و 3 مجهول اضافه می کند.

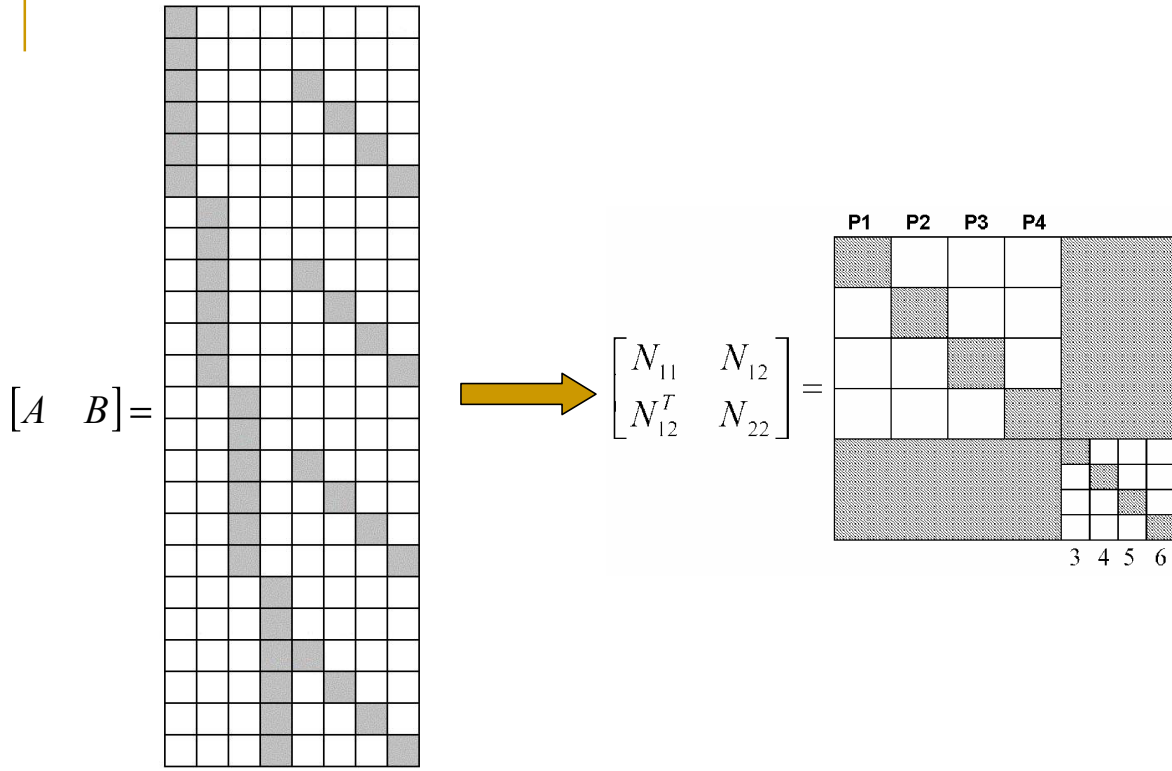


	Photo 1	Photo 2	Photo 3	Photo 4	3	4	5	6	
Photo 1	$A_{11}$	0	0	0	0	0	0	0	$E_{11}$
	$A_{12}$	0	0	0	0	0	0	0	$E_{12}$
	$A_{13}$	0	0	0	$B_{13}$	0	0	0	$E_{13}$
	$A_{14}$	0	0	0	0	$B_{14}$	0	0	$E_{14}$
	$A_{15}$	0	0	0	0	0	$B_{15}$	0	$E_{15}$
	$A_{16}$	0	0	0	0	0	0	$B_{16}$	$E_{16}$
Photo 2	0	$A_{21}$	0	0	0	0	0	0	$E_{21}$
	0	$A_{22}$	0	0	0	0	0	0	$E_{22}$
	0	$A_{23}$	0	0	$B_{23}$	0	0	0	$E_{23}$
	0	$A_{24}$	0	0	0	$B_{24}$	0	0	$E_{24}$
	0	$A_{25}$	0	0	0	0	$B_{25}$	0	$E_{25}$
	0	$A_{26}$	0	0	0	0	0	$B_{26}$	$E_{26}$
Photo 3	0	0	$A_{37}$	0	0	0	0	0	$E_{37}$
	0	0	$A_{38}$	0	0	0	0	0	$E_{38}$
	0	0	$A_{33}$	0	$B_{33}$	0	0	0	$E_{33}$
	0	0	$A_{34}$	0	0	$B_{34}$	0	0	$E_{34}$
	0	0	$A_{35}$	0	0	0	$B_{35}$	0	$E_{35}$
	0	0	$A_{36}$	0	0	0	0	$B_{36}$	$E_{36}$
Photo 4	0	0	0	$A_{47}$	0	0	0	0	$E_{47}$
	0	0	0	$A_{48}$	0	0	0	0	$E_{48}$
	0	0	0	$A_{43}$	$B_{43}$	0	0	0	$E_{43}$
	0	0	0	$A_{44}$	0	$B_{44}$	0	0	$E_{44}$
	0	0	0	$A_{45}$	0	0	$B_{45}$	0	$E_{45}$
	0	0	0	$A_{46}$	0	0	0	$B_{46}$	$E_{46}$

## ۴-۵) مساله مقادیر تقریبی

سه روش برای محاسبه مقادیر تقریبی پیشنهاد شده است.

### الف- محاسبه بلوک حاصل از باندهای پیوسته

در این روش، از محاسبه مدلها و تشکیل باند پیوسته و اتصال باندها برای تشکیل بلوک استفاده می‌کنیم. در واقع، در ابتدا بلوک را به روش «سرشکنی بلوک حاصل از باندها» که در فصل سوم این جزوه توضیح داده شده است، محاسبه می‌کنیم. به این ترتیب مقادیر تقریبی مناسبی برای نقاط گرهی و مراکز تصویر و دوران  $K$  حاصل می‌شود. با استفاده از این روش، معمولاً یک تا دو تکرار برای باندل اجسمنت کافی خواهد بود. همچنین مشاهدات اشتباه نیز کشف می‌شوند.

### ب- مقادیر خیلی تقریبی

این روش از محاسبات بسیار ساده‌ای که در درس مبانی فتوگرامتری توضیح داده شده است، استفاده می‌کند. برای مثال ارتفاع پرواز با استفاده از مقیاس متوسط عکسبرداری بدست می‌آید. به دلیل تقریبی بودن این محاسبات (بیش از حد تقریبی بودن) و گاه پیش‌فرضهای لازم برای اینگونه روشها، این روشها توصیه نمی‌شود.

### پ- تعیین مقادیر تقریبی به روش M4

این روش که توسط Ackermann پیشنهاد شده است، از یک سرشکنی بلوک به روش مدل مستقل مسطحاتی ( $M4$ ) استفاده می‌کند. در اینجا به جای مدل، عکسها و مختصات عکسی (که  $x, y$  است و در  $M4$  قابل استفاده است) قرار می‌گیرند.

$X_0$  و  $Y_0$  و همچنین  $K$  برای هر عکس محاسبه می‌شود. با استفاده از  $\lambda$  مقدار ارتفاع پرواز و در نتیجه  $Z_0$  محاسبه می‌شود.

مقدار تقریبی  $\omega$  و  $\phi$  نیز برای عکسهای هوایی صفر است.

مقدار تقریبی مختصات زمینی نقاط گرهی نیز از سرشکنی  $M4$  فوق محاسبه می‌شود.  $Z$  این نقاط نیز برابر با ارتفاع متوسط منطقه فرض می‌شود.

**سوال:** از این روش برای عکسهای غیر قائم و برد کوتاه استفاده می‌شود؟

## ۵\_۵) لزوم استفاده از معادلات نرمال کاهش یافته

به دلیل ابعاد بزرگ ماتریسها در روش باندل اجسمنت استفاده از معادلات RNE ضرورت دارد.

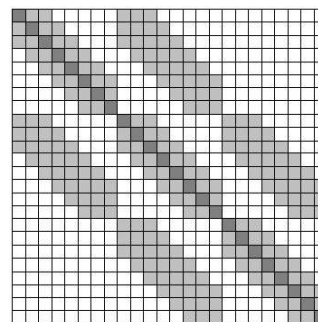
• تعداد مجهولات به مراتب بیشتر است (نسبت به مدل مستقل).

• جدا کردن مجهولات مسطحاتی و ارتفاعی ممکن نیست.

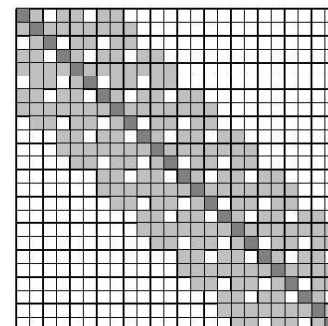
روابط RNE ارائه شده در فصل سوم (سرشکنی بلوک حاصل از باندها) در اینجا صادق نیست و باید با تشکیل معادلات نرمال ( $A^*A$ ,  $A^*B$ ,  $B^*B$ ) ماتریس RNE را به صورت عددی محاسبه نمود.

شماره‌گذاری و ترتیب عکسها در بلوک در اینجا نیز اهمیت دارد. عکسهایی که با هم پوشش دارند باید شماره‌هایی نزدیک هم داشته باشند.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24



1	4	7	10	13	16	19	22
2	5	8	11	14	17	20	23
3	6	9	12	15	18	21	24



## ۵-۶) الگوریتم سرشکنی بلوک به روش باندل اجسمنت

پس از انتخاب و علامت زدن نقاط گرهی و کنترل:

۱. مختصات عکسی همه نقاط (کنترل و گرهی) در همه عکسها قرائت شود و وارد برنامه گردد.
۲. مختصات نقاط کنترل وارد شود.
۳. تشکیل جدول روابط داخلی برای حالتی که کمترین عرض در ماتریس  $RNE$  ایجاد شود.
۴. محاسبه مقادیر تقریبی مجهولات (عناصر توجیه خارجی همه عکسها و مختصات نقاط گرهی).
۵. تشکیل ماتریسها و بردارهای معادلات مشاهدات (برای محاسبه  $RNE$  باید ماتریس نرمال را محاسبه کرد).
۶. محاسبه ماتریس ضرایب  $RNE$  و بردارهای مربوط به آن
۷. محاسبه سرشکنی بلوک و بدست آوردن بردار تصحیح مجهولات ( $P_i$ ) برای همه عکسها با  $RNE$
۸. تصحیح مقادیر تقریبی عناصر توجیه خارجی هر عکس با  $P_i$  همان عکس
۹. محاسبه بردار  $C_j$  (بردار تصحیح مجهولات مختصات نقاط گرهی) با  $RNE$
۱۰. تصحیح مختصات تقریبی نقاط گرهی با  $C_j$  همان نقطه
۱۱. **کنترل شرط تکرار** و در صورت نیاز به تکرار بازگشت به مرحله ۵
۱۲. ارائه مختصات نقاط گرهی و عناصر توجیه خارجی و بردار باقیمانده‌های سرشکنی و ماتریس کوواریانس و ...