فصل چهارم اتصال و تعدیل همزمان مدلها

(مثلث بندی هوایی به روش مدل مستقل)

(Independent Model Adjustment)

۴-۱) مقدمه

هدف در این فصل:

- اتصال مدلها برای تشکیل بلوک در قالب مدل سرشکنی خطاها (توجیه مطلق همزمان همهٔ مدلها)
- بررسی انتشار خطا در بلوک

Esfahan University - Surveying Engineering Department - Dr. Momeni - 2006

معادلهٔ ریاضی مورد استفاده : انتقال مختصات سه بعدی (۷ پارامتری)

(3D conformal transformation or similarity transformation)

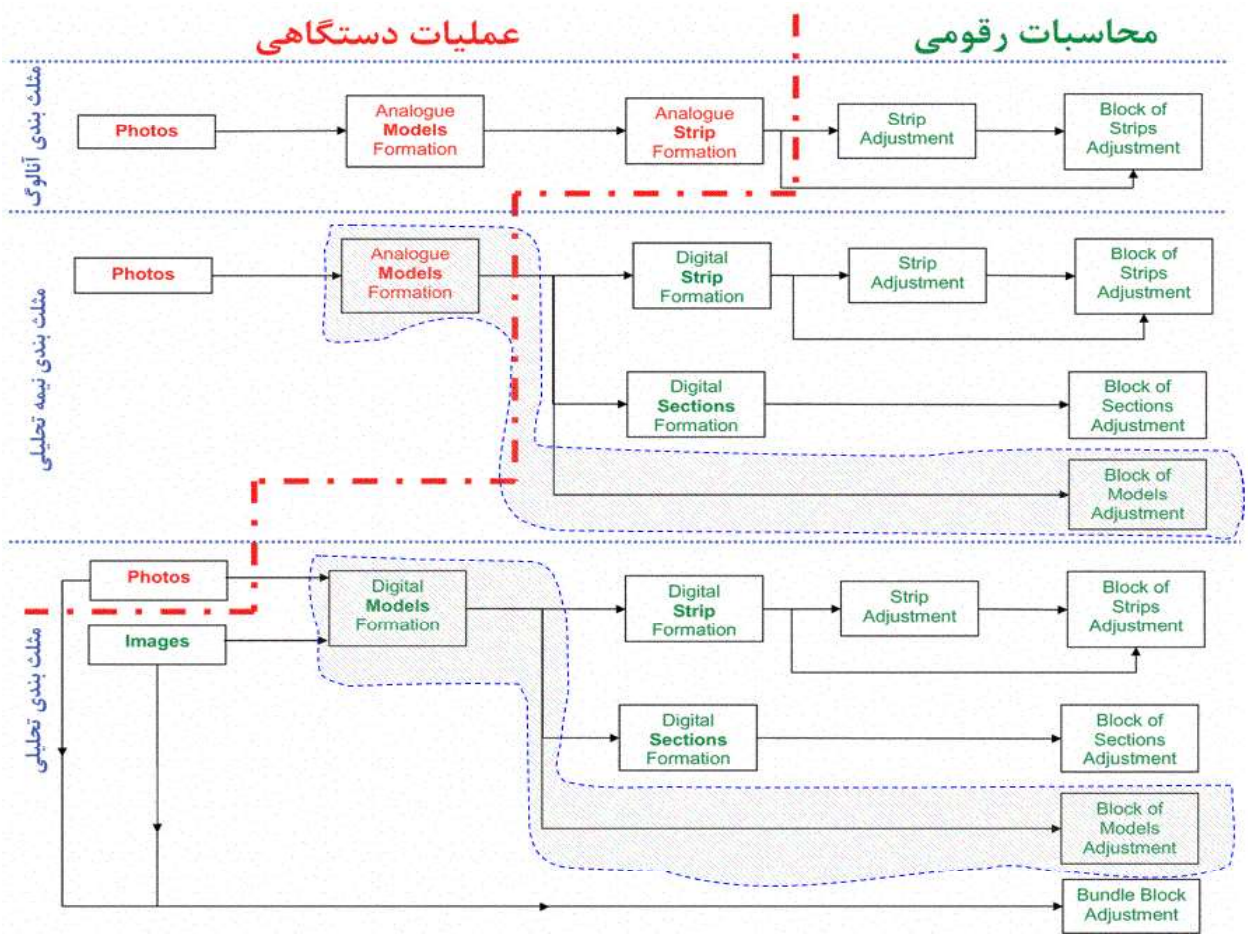
$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_G = \lambda . R_{Az,\Phi,\Omega} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Xt \\ Yt \\ Zt \end{bmatrix}$$

این معادله (برخلاف چندجمله‌ایهای مورد استفاده در روش باند پیوسته) برای چهار پارامتر غیر خطی است.

واحد کاری مثلث‌بندی هوایی در روش مدل مستقل، مدل فتوگرامتری است. در حالیکه واحد کاری روشهای باند پیوسته، باند بود.

مختصات قرائت شده برای هر نقطه در هر مدل، در سیستم مختصات دلخواه آن مدل است. در حالیکه در روشهای باند پیوسته، سیستم مختصات هر باند باید بر سیستم مختصات زمینی منطبق شده باشد.

مدلها ممکن است در یک دستگاه تبدیل مکانیکی و یا تحلیلی تشکیل شده باشند (استریومدل واقعی) و یا به صورت تحلیلی (با محاسبات توجیه نسبی و تقاطع فضایی تحلیلی بر اساس پارامترهای توجیه نسبی) تشکیل شده باشند. به هر حال آنچه برای شروع مثلث‌بندی مدل مستقل داریم، مختصات نقاط کنترل و گرهی در سیستم مختصات هر مدل است.

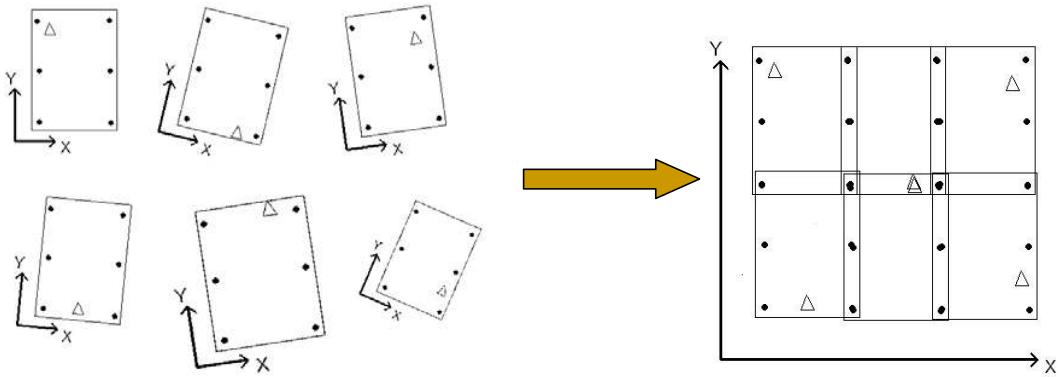


۴-۲) سرشکنی بلوک فتوگرامتری حاصل از مدلهای مستقل

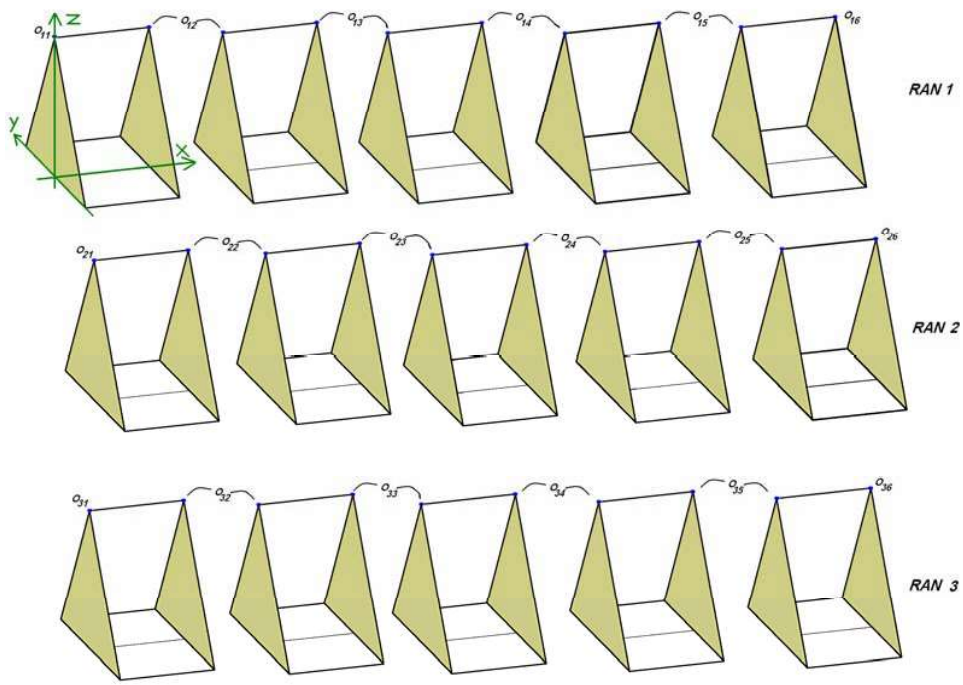
همانطور که در فلوچارت مثلث‌بندی دیده می‌شود، سرشکنی بلوک حاصل از مدلهای مستقل، در مثلث‌بندی نیمه تحلیلی و تحلیلی هم استفاده می‌شود.

در این بخش نیز مطالب بر اساس نیمه تحلیلی و یا تحلیلی بودن روش مثلث‌بندی تنظیم نشده است. به عبارت دیگر مطالب این بخش به همین صورت در هر دو روش فوق استفاده می‌شوند.

همانطور که در مقدمه نیز گفته شد، واحد مبنای کار در این روش مثلث‌بندی، مدل فتوگرامتری با سیستم مختصات مستقل است (مدل مستقل).



و در حالت سه بعدی:



Esfahan University - Surveying Engineering Department - Dr. Momeni - 2006

الف- معادلهٔ مشاهدهٔ خطی شدهٔ ۷ پارامتری

معادلهٔ انتقال مختصات سه بعدی برای استفاده در سرشکنی باید ابتدا خطی شود. شکل خطی شدهٔ معادله به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_G = (1+\Delta\lambda).\lambda^0.R^0.\begin{bmatrix} 1 & -\Delta Az & \Delta\Phi \\ \Delta Az & 1 & -\Delta\Omega \\ -\Delta\Phi & \Delta\Omega & 1 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Xt \\ Yt \\ Zt \end{bmatrix}$$

با فرض اینکه دوران اولیهٔ سیستم مختصات مدل نسبت به سیستم مختصات زمین ناچیز است و مقیاس اولیه نیز برابر یک است:

$$\begin{bmatrix} x & 0 & z & -y & 1 & 0 & 0 \\ y & -z & 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ z & y & -x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} \lambda \\ \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ \Delta Az \\ Xt \\ Yt \\ Zt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_G$$

ب- معادلهٔ مشاهدهٔ نقاط کنترل کامل (۷ پارامتری)

$$\begin{bmatrix} x & 0 & z & -y & 1 & 0 & 0 \\ y & -z & 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ z & y & -x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{i,j} . \begin{bmatrix} \lambda \\ \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ \Delta Az \\ Xt \\ Yt \\ Zt \end{bmatrix}^{i} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{G}^{j}$$

$$A_{i,j}.P_i + 0 = C_j$$

پ- معادلهٔ مشاهدهٔ نقاط کنترل مسطحاتی (۷ پارامتری)

نقطهٔ کنترل مسطحاتی، مختصات X و Y معلوم و Z مجهول دارد.

$$\begin{bmatrix} x & 0 & z & -y & 1 & 0 & 0 \\ y & -z & 0 & x & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{i,j} . \begin{bmatrix} \lambda \\ \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ \Delta Az \\ Xt \\ Yt \\ Zt \end{bmatrix}^{i} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_{G}^{j} \longrightarrow A_{i,j}^{(1)}.P_i + 0 = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_{G}^{j}$$

$$\begin{bmatrix} z & y & -x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{i,j} . \begin{bmatrix} \lambda \\ \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ \Delta Az \\ Xt \\ Yt \\ Zt \end{bmatrix}^{i} - [Z]_{G}^{j} = 0 \longrightarrow A_{i,j}^{(2)}.P_i - Z_G^j = 0$$

Esfahan University - Surveying Engineering Department - Dr. Momeni - 2006

ت- معادلهٔ مشاهدهٔ نقاط کنترل ارتفاعی (۷ پارامتری)

نقطهٔ کنترل ارتفاعی، مختصات Z معلوم و X و Y مجهول دارد.

$$\begin{bmatrix} x & 0 & z & -y & 1 & 0 & 0 \\ y & -z & 0 & x & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{i,j} . \begin{bmatrix} \lambda \\ \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ \Delta Az \\ Xt \\ Yt \\ Zt \end{bmatrix}^{i} - \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}^{j}_{G} = 0 \longrightarrow A^{(1)}_{i,j}.P_i - I.\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}^{j}_{G} = 0$$

$$\begin{bmatrix} z & y & -x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{i,j} . \begin{bmatrix} \lambda \\ \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ \Delta Az \\ Xt \\ Yt \\ Zt \end{bmatrix}^{i} = [Z]^{j}_{G} \longrightarrow A^{(2)}_{i,j}.P_i + 0 = Z^{j}_{G}$$

ث- معادلهٔ مشاهدهٔ نقاط گرهی (۷ پارامتری)

$$\begin{bmatrix} x & 0 & z & -y & 1 & 0 & 0 \\ y & -z & 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ z & y & -x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{i,j} . \begin{bmatrix} \lambda \\ \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ \Delta Az \\ Xt \\ Yt \\ Zt \end{bmatrix}^{i} - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^{j}_{G} = 0$$

$$A_{i,j}.P_i - I.C_j = 0$$

ج- معادلات مشاهدات مثلث‌بندی مدل مستقل ۷ پارامتری

معادلات به هر شکل که باشند، مطابق فرم کلی معادلات مشاهدات در مثلث‌بندی هوایی (بخش ۲-۳ فصل قبل) هستند. در محاسبات ماتریسی، می‌توان از معادلات نرمال کاهش یافته نیز استفاده نمود.

کنترل کامل →
$$A_{i,j}.P_i + 0 = C_j$$

گرهی →
$$A_{i,j}.P_i - I.C_j = 0$$

مسطحاتی →
$$\left\{\begin{array}{l} A^{(1)}_{i,j}.P_i + 0 = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}^j_G \\ A^{(2)}_{i,j}.P_i - Z^j_G = 0 \end{array}\right\} \quad A_{i,j}.P_i - I^{(2)}.C^{(2)}_j = C^{(1)}_j$$

ارتفاعی →
$$\left\{\begin{array}{l} A^{(1)}_{i,j}.P_i - I.\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}^j_G = 0 \\ A^{(2)}_{i,j}.P_i + 0 = Z^j_G \end{array}\right\} \quad A_{i,j}.P_i - I^{(1)}.C^{(1)}_j = C^{(2)}_j$$

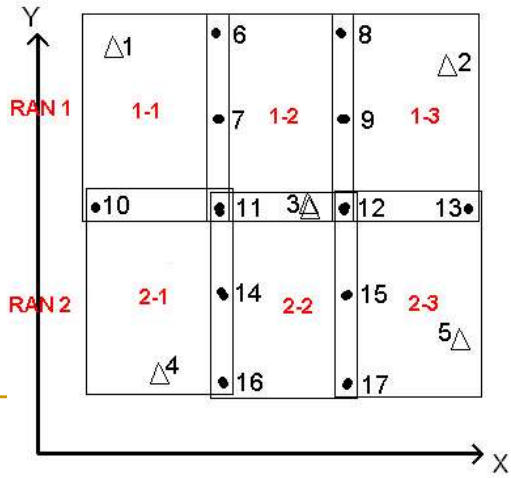
$$A.P + B.C = E$$

ابعاد ماتریسی برای این روش به سادگی از معادلات فوق و جدول روابط داخلی بلوک (که تکرار نقاط در مدلها را نشان می‌دهد) قابل محاسبه است.

به سادگی می‌توان دید که:

- هر نقطهٔ کنترل کامل که در n مدل حضور داشته باشد، 3n معادله اضافه می‌کند.
- هر نقطهٔ کنترل مسطحاتی که در n مدل حضور داشته باشد، 3n معادله و یک مجهول اضافه می‌کند.
- هر نقطهٔ کنترل ارتفاعی که در n مدل حضور داشته باشد، 3n معادله و دو مجهول اضافه می‌کند.
- هر نقطهٔ گرهی که در n مدل حضور داشته باشد، 3n معادله و سه مجهول اضافه می‌کند.

برای مثال در شکل زیر:



ID	Type	Model in which it appears						Ft
1	control	1-1						1
2	control			1-3				1
3	plan		1-2			2-2		2
4	height				2-1			1
5	control						2-3	1
6	Tie	1-1	1-2					2
7	Tie	1-1	1-2					2
8	Tie		1-2	1-3				2
9	Tie		1-2	1-3				2
10	Tie	1-1			2-1			2
11	Tie	1-1	1-2		2-1	2-1		4
12	Tie		1-2	1-3		2-2	2-3	4
13	Tie			1-3			2-3	2
14	Tie				2-1	2-2		2
15	Tie					2-2	2-3	2
16	Tie				2-1	2-2		2
17	Tie					2-2	2-3	2
SUM		5	7	5	5	7	5	34

۳×۳۴ معادله می‌توان نوشت.

۶×۷ + ۳×۱۲ + ۱ + ۲ مجهول نیز داریم.

درجهٔ آزادی برابر ۲۱ خواهد بود.

$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccccccccccccccccc}
1\text{-}1 & 2\text{-}1 & 1\text{-}2 & 2\text{-}2 & 1\text{-}3 & 2\text{-}3 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 3 & 4
\end{array}
\\
\begin{bmatrix}
A_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & A_{2,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I^{(1)} \\
0 & A_{2,10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,16} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & A_{3,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I^{(2)} & 0 \\
0 & 0 & A_{3,6} & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & A_{3,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & A_{3,8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & A_{3,9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & A_{3,11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & A_{3,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
. & . & . & & & & & & & & & & & & & & & & & \\
. & & & & & & & & & & & & & & & & & & & \\
. & & & & & & & & & & & & & & & & & & &
\end{bmatrix}
\end{array}
\begin{bmatrix}
P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \\ C_6 \\ C_7 \\ C_8 \\ C_9 \\ C_{10} \\ C_{11} \\ C_{12} \\ C_{13} \\ C_{14} \\ C_{15} \\ C_{16} \\ C_{17} \\ C_3^{(2)} \\ C_4^{(1)}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
C_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_4^{(2)} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_3^{(1)} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ .
\end{bmatrix}
$$

Model 1-1

Model 2-1

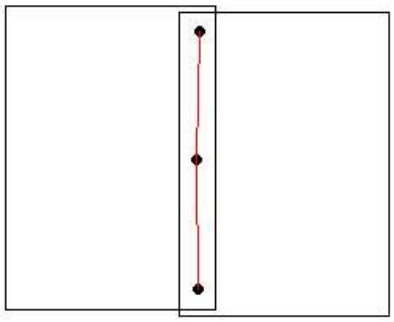
Model 1-2

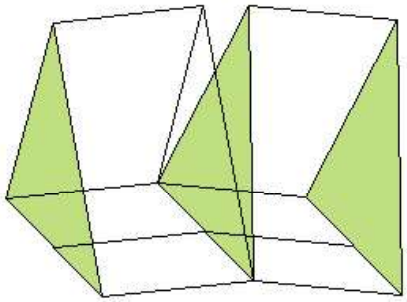
...

۴-۳) طرح دو مشکل و راه حل آنها در مثلث‌بندی مدل مستقل

الف- مشکل اول : اتصال ضعیف دو مدل مجاور

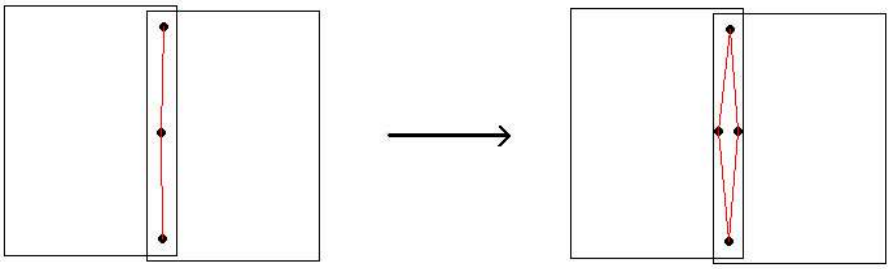
اگر منطقهٔ مشترک بین دو مدل مجاور از یک باند عکسبرداری را در نظر بگیریم، خواهیم دید که این فصل مشترک برای اتصال دو مدل، طوری که نسبت به هم دوران Φ نداشته باشند، کافی نیست. این موضوع در تصاویر نشان داده شده است. فصل مشترک با سه نقطهٔ گرهی خود در سرشکنی وارد می‌شود که این سه نقطه تقریبا روی یک خط در امتداد محور دوران Φ قرار دارند.





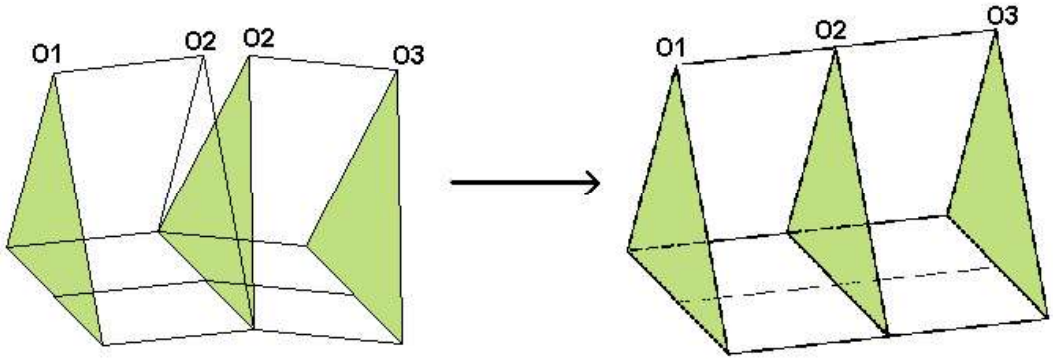
برای حل این مشکل معمولا به دو روش عمل می‌شود :

مطابق شکل، در روش اول به جای یک نقطه در میانهٔ منطقهٔ مشترک دو مدل، دو نقطه در این منطقه انتخاب می‌شود تا چهار نقطهٔ حاصل روی یک امتداد قرار نگیرند. نکتهٔ قابل توجه آن است که معمولا یافتن دو نقطهٔ مناسب در آن محدوده کار مشکلی است و همچنین این روش به دلیل نزدیک بودن لوزی حاصل به یک خط، تاثیر زیادی در حل مشکل ندارد. بنابر این روش چندان مناسبی نیست.



اگر می‌توانستیم منطقهٔ مشترک بین دو مدل را افزایش دهیم و نقطه‌ای در فاصلهٔ دور از نقاط گرهی دیگر بگیریم، این مشکل به طور کامل حل می‌شد. روش دوم بر این اساس است که منطقهٔ مشترک بین دو مدل را از نظر ارتفاعی و نه مسطحاتی در نظر بگیریم.

همان طور که در تصویر دیده می‌شود، یکی از مراکز تصویر هر دو مدل مجاور (در امتداد باند پرواز) در واقع یک نقطه است که هر دو مدل در آن مشترک هستند.

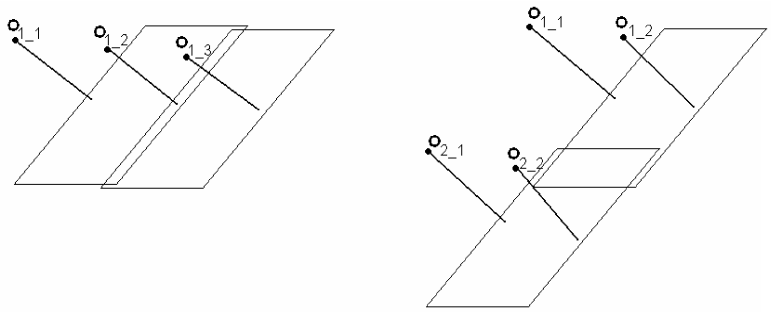


معادلهٔ مرکز تصویر بر اساس مختصات آن در هر مدل نوشته می‌شود. این معادله **درست شبیه معادلهٔ یک نقطهٔ گرهی** است. در واقع مرکز تصویر مشترک دو مدل، یک نقطهٔ گرهی با مختصات زمینی مجهول است.

بنابر این، مختصات مراکز تصویر در سیستم مختصات مدل نیز باید به همراه بقیهٔ نقاط گرهی قرائت شود.

روشهای قرائت مختصات مراکز تصویر در سیستم مختصات مدل

- **تشکیل مدل در دستگاههای مکانیکی**
  - ✓ قرائت مکانیکی (فقط بعضی از دستگاههای مکانیکی)
  - ✓ محاسبه به کمک گرید (روش مورد استفاده در تست و تنظیم)
- **تشکیل مدل با توجیه تحلیلی**
  - ✓ مختصات حاصل از توجیه نسبی تحلیلی (بر حسب استفاده از المانهای یک یا دو طرفه)



یک سوال:

در امتداد عمود بر پرواز (مدلهای دارای فصل مشترک از باندهای مجاور) چطور؟

Esfahan University - Surveying Engineering Department - Dr. Momeni - 2006

Esfahan University - Surveying Engineering Department - Dr. Momeni - 2006

ب- مشکل دوم : مسالهٔ مقادیر تقریبی

به دلیل استفاده از روابط خطی شده برای مثلث‌بندی به روش مدل مستقل، برای شروع حلقهٔ تکرار اجسمنت، به مقادیر تقریبی پارامترها نیاز داریم. (بر خلاف روش باند پیوسته)

در مورد Ω و Φ با توجه به تقریبا قائم بودن عکسبرداری هوایی و تشکیل مدل در دستگاه تبدیل (که ابتدا صفر-صفر شده است)، می‌توان گفت که مقدار تقریبی صفر دارند.

اما در مورد λ و Az حتما باید مقادیر تقریبی مناسب داشته باشیم. این مقادیر می‌توانند به روشهای سادهٔ هندسی که در توجیه مطلق تحلیلی نیز به کار می‌رفت، برای تک تک مدلها تعیین شوند. البته انجام این کار برای همهٔ مدلها و به روش غیر اتوماتیک مشکلی جدی خواهد بود.

راه حل دیگری نیز برای حل این مشکل وجود دارد که ساده‌تر و اجرایی‌تر است. مشابه توجیه مطلق تحلیلی که حل M43 به جای M7 استفاده می‌شد، در مثلث‌بندی مدل مستقل نیز می‌توان از حل ۴+۳ پارامتری به جای حل ۷ پارامتری استفاده نمود. توضیح این روش در ادامه آمده است.

۴-۴) سرشکنی بلوک فتوگرامتری حاصل از مدلهای مستقل در دو مرحله (مسطحاتی ۴ پارامتری و ارتفاعی ۳ پارامتری)

الف- معادلهٔ ریاضی تبدیل مختصات مسطحاتی (تبدیل چهار پارامتری)

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_G = \lambda . R_{Az} . \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Xt \\ Yt \end{bmatrix}$$

و شکل خطی شدهٔ آن :

$$\begin{bmatrix} x & -y & 1 & 0 \\ y & x & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} a \\ b \\ Xt \\ Yt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_G \qquad (1^*)$$

که در آن a و b با λ و Az مرتبط هستند.

این روابط برای نقاط تقریبا هم ارتفاع سطح مدل نوشته و محاسبه می‌شوند و مراکز تصویر در این محاسبه استفاده نمی‌شود (چون ارتفاع زیاد مراکز تصویر و حل نشده بودن Ω و Φ باعث خطای زیاد در مختصات مراکز تصویر شده است).

نکتهٔ مهم این است که برای محاسبهٔ λ و Az و Xt و Yt توسط رابطهٔ فوق، نیازی به دانستن مقادیر تقریبی نیست زیرا این رابطه خطی است.

پس از محاسبهٔ λ و Az و Xt و Yt توسط رابطهٔ فوق، همهٔ نقاط مورد استفاده در مثلث‌بندی باید تبدیل مختصات مسطحاتی شوند. به عبارت دیگر، رابطهٔ زیر باید برای مختصات مدلی همهٔ نقاط ***j*** (کنترل، گرهی و مرکز تصویر) در هر مدل ***i*** محاسبه شود.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}^{i,j}_{new} = \begin{bmatrix} a & -b & 0 \\ b & a & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{a^2+b^2} \end{bmatrix}^{i} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}^{i,j}_{old} + \begin{bmatrix} Xt \\ Yt \\ 0 \end{bmatrix}^{i} \qquad (2^*)$$

(i,j) نشان می‌دهد که این تبدیل برای هر نقطه از هر مدل با پارامترهای همان مدل انجام می‌گیرد.

ب- معادلهٔ ریاضی تبدیل مختصات ارتفاعی (برای سه پارامتر خارج از صفحهٔ افقی)

پس از محاسبه و اعمال ۴ پارامتر محاسبه شده در مرحلهٔ قبل، اکنون با استفاده از تبدیل مختصات ۷ پارامتری، به رابطهٔ مناسب برای تبدیل مختصات ارتفاعی می‌رسیم:

$$\begin{bmatrix} X - x \\ Y - y \\ \hdashline Z - z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & z & 0 \\ -z & 0 & 0 \\ \hdashline y & -x & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ Zt \end{bmatrix} \qquad (3^*)$$

برای نقاط گرهی تنها معادلهٔ سوم از دستگاه فوق (معادلهٔ زیر) استفاده می‌شود زیرا مختصات مسطحاتی تاثیر چندانی ندارند.

$$[Z - z] = [y \quad -x \quad 1] . \begin{bmatrix} \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ Zt \end{bmatrix} \qquad (4^*)$$

برای **نقاط مراکز تصویر هر سه معادله** استفاده می‌شوند.

پس از تعیین سه پارامتر ارتفاعی، همهٔ مختصات نقاط در همهٔ مدلها باید با دوران Ω و Φ و انتقال Zt تصحیح شوند. به عبارت دیگر، همهٔ نقاط مورد استفاده در مثلث‌بندی باید تبدیل مختصات ارتفاعی شوند. بنابراین رابطهٔ زیر برای مختصات مدلی همهٔ نقاط ***j*** (کنترل، گرهی و مرکز تصویر) در هر مدل ***i*** محاسبه می‌شود.

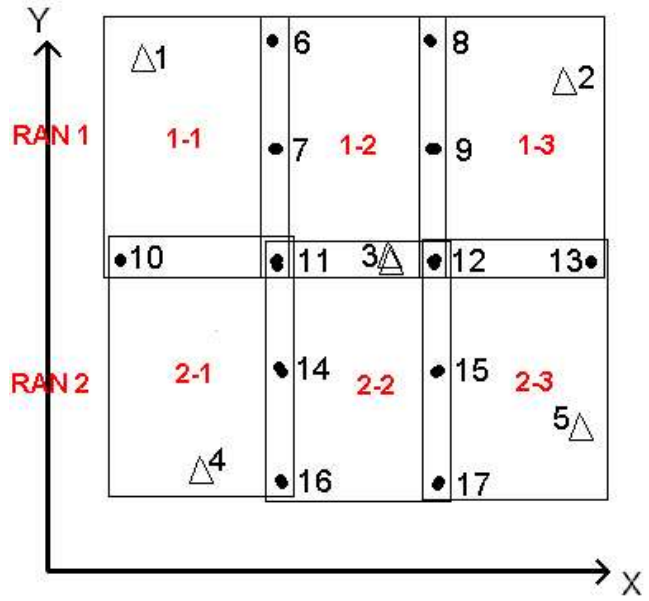
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{new}^{i,j} = R_{\Omega,\Phi}^{i} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{old}^{i,j} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Zt \end{bmatrix}^{i} \qquad (5^*)$$

پ- تکرار سرشکنی در روش ۴+۳ پارامتری

مراحل مثلث‌بندی مسطحاتی و ارتفاعی فوق باید تا رسیدن به شرط پایان سرشکنی ادامه یابد. در هر تکرار، ابتدا مثلث‌بندی مسطحاتی با نقاط کنترل و گرهی موجود (بدون دخالت مراکز تصویر) انجام می‌شود و سپس مختصات همهٔ نقاط با پارامترهای حاصل، تبدیل می‌شوند. سپس مثلث‌بندی ارتفاعی با نقاط کنترل و گرهی و مراکز تصویر انجام می‌شود و سپس مختصات همهٔ نقاط با پارامترهای حاصل، تبدیل می‌شوند. اکنون مختصات نقاط مشابه در مدلهای متفاوت به هم **نزدیکتر** شده و مختصات مدلی نقاط کنترل نیز به مختصات زمینی این نقاط **نزدیکتر** شده است. در صورت نیاز این مراحل تکرار می‌شوند. معمولا سه تکرار برای رسیدن به جواب کافی است.

Esfahan University - Surveying Engineering Department - Dr. Momeni - 2006

۴-۵) مثال ۱ : سرشکنی مسطحاتی بلوک حاصل از مدلهای مستقل



ID	Type	Model in which it appears						Ft
		M1	M3	M5	M2	M4	M6	
1	control	1-1						1
2	control			1-3				1
3	plan		1-2			2-2		2
5	control						2-3	1
6	Tie	1-1	1-2					2
7	Tie	1-1	1-2					2
8	Tie		1-2	1-3				2
9	Tie		1-2	1-3				2
10	Tie	1-1			2-1			2
11	Tie	1-1	1-2		2-1	2-1		4
12	Tie		1-2	1-3		2-2	2-3	4
13	Tie			1-3			2-3	2
14	Tie				2-1	2-2		2
15	Tie					2-2	2-3	2
16	Tie				2-1	2-2		2
17	Tie					2-2	2-3	2
SUM		5	7	5	4	7	5	33

در سرشکنی مسطحاتی این بلوک :

نقطهٔ کنترل ارتفاعی ۴ در سرشکنی مسطحاتی دخالت ندارد.
برای هر نقطه (کنترل یا گرهی) در هر مدل ۲ معادلهٔ مسطحاتی داریم.

۲×۳۳ = تعداد معادلات

۴ مجهول مسطحاتی برای هر مدل داریم.

۴×۶ = تعداد مجهولات پارامتر (P)

۲ مجهول برای هر نقطهٔ گرهی داریم.

۲×۱۲ = تعداد مجهولات مختصات (C)

درجهٔ آزادی برابر ۱۸ خواهد بود.
ماتریس ضرایب ۴۸×۶۶ و بردار مشاهدات ۶۶ سطر و بردار مجهولات ۴۸ سطر دارد.

Control points : $A_{i,j}.P_i + 0 = C_j$

Tie points : $A_{i,j}.P_i - I.C_j = 0$

$i = 1 \quad to \quad 6$

$j = control \quad or \quad tie \quad \#$

M1 :	i=1 ,	j =1 ,	6,7,10,11	f_1 = 1+4
M2 :	i=2 ,	j =	10,11,14,16	f_2 = 0+4
M3 :	i=3 ,	j =3 ,	6,7,8,9,11,12	f_3 = 1+6
M4 :	i=4 ,	j =3 ,	11,12,14,15,16,17	f_4 = 1+6
M5 :	i=5 ,	j =2 ,	8,9,12,13	f_5 = 1+4
M6 :	i=6 ,	j =5 ,	12,13,15,17	f_6 = 1+4

Unknowns = 6*4 + 12*2

parameters + tie points coordinates

Equations = (Σf_i)*2 = 33*2 = 66

df = 66 - (24+24) = 18

معادلهٔ مشاهدهٔ نقطهٔ کنترل j در مدل i

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x & -y & 1 & 0 \\ y & x & 0 & 1 \end{bmatrix}^{i,j}}_{A_{i,j}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ Xt \\ Yt \end{bmatrix}^{i}}_{P_i} = \underbrace{\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}^{j}_{G}}_{C_j}$$

معادلهٔ مشاهدهٔ نقطهٔ گرهی j در مدل i

$$\begin{bmatrix} x & -y & 1 & 0 \\ y & x & 0 & 1 \end{bmatrix}^{i,j} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ Xt \\ Yt \end{bmatrix}^{i} \underbrace{- I_{2*2} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}^{j}_{G}}_{B_{i,j}.C_j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

حروف بزگ برای مختصات زمینی و حروف
کوچک برای مختصات مدل

$$\begin{array}{l}
\textbf{M1} \\ \\ 7,\ 10 \leftarrow \\ \\
\textbf{M2} \\ \\ 11,\ 14 \leftarrow \\ \\
\textbf{M3} \\ \\ 7,\ 8, \\ 9,\ 11 \leftarrow \\ \\
\textbf{M4} \\ \\ 12,\ 14, \\ 15,\ 16 \leftarrow \\ \\
\textbf{M5} \\ \\ 9,\ 12 \leftarrow \\ \\
\textbf{M6} \\ \\ 13,\ 15 \leftarrow \\ \\
\end{array}
\begin{bmatrix}
A_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
A_{1,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & & & & & & \vdots & & & & & & & & & & & \vdots \\
A_{1,11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2,10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & \vdots & & & & & \vdots & & & & & & & & & & & \vdots \\
0 & A_{2,16} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 \\
0 & 0 & A_{3,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & A_{3,6} & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & \vdots & & & & \vdots & & & & & & & & & & & \vdots \\
0 & 0 & A_{3,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & A_{4,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & A_{4,11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & \vdots & & & \vdots & & & & & & & & & & & \vdots \\
0 & 0 & 0 & A_{4,17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I \\
0 & 0 & 0 & 0 & A_{5,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & A_{5,8} & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & \vdots & & \vdots & & & & & & & & & & & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & A_{5,13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{6,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{6,12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & \vdots & \vdots & & & & & & & & & & & \vdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{6,17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I
\end{bmatrix}
\cdot
\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \\ C_6 \\ C_7 \\ C_8 \\ C_9 \\ C_{10} \\ C_{11} \\ C_{12} \\ C_{13} \\ C_{14} \\ C_{15} \\ C_{16} \\ C_{17} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} C_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ C_3 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ C_3 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ C_2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ C_5 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

۴-۶) مثال ۲ : سرشکنی ارتفاعی بلوک حاصل از مدلهای مستقل

ID	Type	Model in which it appears						Ft
		M1	M3	M5	M2	M4	M6	
1	control	1-1						1
2	control			1-3				1
3	plan							
4	height				2-1			1
5	control						2-3	1
6	Tie	1-1	1-2					2
7	Tie	1-1	1-2					2
8	Tie		1-2	1-3				2
9	Tie		1-2	1-3				2
10	Tie	1-1			2-1			2
11	Tie	1-1	1-2		2-1	2-1		4
12	Tie		1-2	1-3		2-2	2-3	4
13	Tie			1-3			2-3	2
14	Tie				2-1	2-2		2
15	Tie					2-2	2-3	2
16	Tie				2-1	2-2		2
17	Tie					2-2	2-3	2
SUM		5	6	5	5	6	5	32

در سرشکنی ارتفاعی این بلوک :

نقطهٔ کنترل مسطحاتی ۳ در سرشکنی ارتفاعی دخالت ندارد.

برای هر نقطه (کنترل یا گرهی) در هر مدل یک معادلهٔ ارتفاعی داریم.

۳۲×۱ = تعداد معادلات

۳ مجهول ارتفاعی برای هر مدل داریم.

۶×۳ = تعداد مجهولات پارامتر (P)

۱ مجهول برای هر نقطهٔ گرهی داریم.

۱۲×۱ = تعداد مجهولات مختصات (C)

درجهٔ آزادی برابر ۲ است. (نکته!)

برای مراکز تصویر مشترک ۳ معادله مسطحاتی و ارتفاعی در هر مدل داریم و سه مجهول برای هر مرکز تصویر اضافه می‌شود.

ID	Type	Model in which it appears						Ft
		M1	M3	M5	M2	M4	M6	
18	PC	1-1	1-2					2
19	PC		1-2	1-3				2
20	PC				2-1	2-2		2
21	PC					2-2	2-3	2
SUM + this table		5+1	6+2	5+1	5+1	6+2	5+1	32+8

بنابر این جدول مقابل باید به جدول روابط داخلی بلوک (صفحهٔ قبل) با رعایت نوع نقاط اضافه شود.

۸×۳ معادله برای مراکز تصویر

۴×۳ مجهول برای مراکز تصویر

با داشتن مراکز تصویر درجهٔ آزادی تغییر می‌کند. (برابر ۱۴)

ضمناً هر نقطهٔ گرهی (مشترک بین n مدل) n معادله و همزمان یک مجهول اضافه می‌کند و هر مرکز تصویر ۲×۳ معادله و ۳ مجهول.

Esfahan University - Surveying Engineering Department - Dr. Momeni - 2006

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} y & -x & 1 \end{bmatrix}^{i,j} . \begin{bmatrix} \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ Zt \end{bmatrix}^{i} = \begin{bmatrix} Z_j - z_{i,j} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y & -x & 1 \end{bmatrix}^{i,j} . \begin{bmatrix} \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ Zt \end{bmatrix}^{i} - Z_j = -z_{i,j} \\ \begin{bmatrix} 0 & z & 0 \\ -z & 0 & 0 \\ y & -x & 1 \end{bmatrix}^{i,j} . \begin{bmatrix} \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ Zt \end{bmatrix}^{i} - I_{3*3} . \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_G^{j} = \begin{bmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{bmatrix}^{i,j} \end{cases}$$

معادلهٔ مشاهدهٔ نقطهٔ کنترل (کامل یا ارتفاعی) j در مدل i

$$A_{i,j}.P_i = Z_j - z_{i,j}$$

معادلهٔ مشاهدهٔ نقطهٔ گرهی j در مدل i

$$A_{i,j}.P_i - Z_j = -z_{i,j}$$

معادلهٔ مشاهدهٔ نقطهٔ مرکز تصویر j در مدل i

$$A^*_{i,j}.P_i - I.C_j = -c_{i,j}$$

Control points : $A_{i,j}.P_i = Z_j - z_{i,j}$

Tie points : $A_{i,j}.P_i - Z_j = -z_{i,j}$

Projection Centre point : $A^*_{i,j}.P_i - I_{3*3}.C_j = -c_{i,j}$

$i = 1 \quad to \quad 6$

$j = control \quad or \quad tie \quad \#$

M1 :	i=1 ,	j =1 ,	6,7,10,11 , 18	f_1 = 1+4+1
M2 :	i=2 ,	j =4 ,	10,11,14,16 , 20	f_2 = 1+4+1
M3 :	i=3 ,	j =	6,7,8,9,11,12 , 18,19	f_3 = 0+6+2
M4 :	i=4 ,	j =	11,12,14,15,16,17 , 20,21	f_4 = 0+6+2
M5 :	i=5 ,	j =2 ,	8,9,12,13 , 19	f_5 = 1+4+1
M6 :	i=6 ,	j =5 ,	12,13,15,17 , 21	f_6 = 1+4+1

Unknowns = 6*3 + 12*1 + 4*3

parameters + tie points coordinates + PC points coordinates

Equations = 32*1+8*3 = 56

df = 56 - (18+12+12) = 14

$$
\begin{array}{l}
\mathbf{M1}\ \left\{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right. \\
\quad 7,\ 10,\ 11 \leftarrow \\
\mathbf{M2}\ \left\{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right. \\
\quad 11,\ 14,\ 16 \leftarrow \\
\mathbf{M3}\ \left\{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right. \\
\quad 7,\ 8,\ 9,\ 11\ 12,\ 18 \leftarrow
\end{array}
\begin{bmatrix}
A_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0_{3*3} & 0_{3*3} & 0_{3*3} & 0_{3*3} \\
A_{1,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0_{3*3} & 0_{3*3} & 0_{3*3} & 0_{3*3} \\
\vdots & & & & & & \vdots & & & & & & & & & & & & & & & \vdots \\
A^{*}_{1,18} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_{3*3} & 0_{3*3} & 0_{3*3} & 0_{3*3} \\
0 & A_{2,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0_{3*3} & 0_{3*3} & 0_{3*3} & 0_{3*3} \\
0 & A_{2,10} & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0_{3*3} & 0_{3*3} & 0_{3*3} & 0_{3*3} \\
 & \vdots & & & & & \vdots & & & & & & & & & & & & & & & \vdots \\
0 & A^{*}_{2,20} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0_{3*3} & 0_{3*3} & -I_{3*3} & 0_{3*3} \\
0 & 0 & A_{3,6} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0_{3*3} & 0_{3*3} & 0_{3*3} & 0_{3*3} \\
 & & \vdots & & & & \vdots & & & & & & & & & & & & & & & \vdots \\
0 & 0 & A^{*}_{3,19} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0_{3*3} & -I_{3*3} & 0_{3*3} & 0_{3*3} \\
. & . & . & & & & & & & & & & & & & & & & & & & \\
. & & & & & & & & & & & & & & & & & & & & & \\
. & & & & & & & & & & & & & & & & & & & & &
\end{bmatrix}
$$

The same approach for **M4** (11, 12, 14,15, 16, 17, 20, 21) and **M5** (2, 8, 9, 12, 13, 19) and **M6** (5, 12, 13, 15, 17, 21)

بردار مجهولات و مشاهدات مثال ۲

$$
\begin{array}{l}
\mathbf{M1}\ \left\{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right. \\
\quad 7,\ 10,\ 11 \leftarrow \\
\mathbf{M2}\ \left\{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right. \\
\quad 11,\ 14,\ 16 \leftarrow \\
\mathbf{M3}\ \left\{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right. \\
\quad 7,\ 8,\ 9,\ 11\ 12,\ 18 \leftarrow
\end{array}
\begin{bmatrix}
Z_1 - z_{1,1} \\
-z_{1,6} \\
\vdots \\
-c_{1,18} \\
Z_4 - z_{2,4} \\
-z_{2,10} \\
\vdots \\
-c_{2,20} \\
-c_{3,6} \\
\vdots \\
-c_{3,19} \\
\vdots \\
\\
\end{bmatrix}_{56*1}
\qquad
\begin{bmatrix}
P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \\ Z_6 \\ Z_7 \\ Z_8 \\ Z_9 \\ Z_{10} \\ Z_{11} \\ Z_{12} \\ Z_{13} \\ Z_{14} \\ Z_{15} \\ Z_{16} \\ Z_{17} \\ C_{18} \\ C_{19} \\ C_{20} \\ C_{21}
\end{bmatrix}_{54*1}
$$

The same approach for **M4** (11, 12, 14,15, 16, 17, 20, 21) and **M5** (2, 8, 9, 12, 13, 19) and **M6** (5, 12, 13, 15, 17, 21)

۴-۷) الگوریتم مثلث‌بندی ۴+۳ پارامتری

۱- قرائت (یا محاسبهٔ) مختصات همهٔ نقاط کنترل، گرهی و مرکز تصویر در هر مدل از بلوک (مختصات در سیستم مختصات مدل)

۲- ایجاد جدول روابط داخلی بلوک (با تفکیک مسطحاتی و ارتفاعی) و جدا کردن نقاط چک

۳- سرشکنی مسطحاتی بلوک (مشابه مثال ۱)

۴- انتقال مختصات مدلی همهٔ نقاط در هر مدل با عناصر انتقال مختصات مسطحاتی که در مرحلهٔ ۳ برای هر مدل محاسبه شده (با استفاده از رابطهٔ (2*))

۵- سرشکنی ارتفاعی بلوک (مشابه مثال ۲ و با مقادیر اولیهٔ صفر برای مجهولات در عکسهای هوایی) با مختصات جدید محاسبه شده در مرحلهٔ ۴

۶- انتقال مختصات مدلی همهٔ نقاط در هر مدل با عناصر انتقال مختصات ارتفاعی که در مرحلهٔ ۵ برای هر مدل محاسبه شده (با استفاده از رابطهٔ (5*))

۷- کنترل شرط تکرار مراحل فوق (مثلا کوچک شدن بردار تفاوت مختصات مدلی و زمینی نقاط کنترل)

۸- تکرار مراحل فوق در صورت نیاز

۹- محاسبهٔ میانگین و انحراف معیار خطاهای نسبی (برای نقاط کنترل) و مطلق (برای نقاط چک)