



هم کلاسی
Hamkelasi.ir

بسمه تعالی

جزوه کمک آموزشی

فیزیک ۱

مناسب دانش آموزان دهم رشته ریاضی و تجربی

فصل دوم – کار انرژی و توان

محتوای جزوه:

ارائه و آموزش مطالب کتاب به زبان ساده و پاسخگویی تمامی مسائل و سوالات درسی

تهیه شده توسط :

امین گرمودی – دبیر فیزیک (کارشناس ارشد فیزیک ذرات بنیادی)

(نسخه ۱)

انرژی : خاصیتی از جسم است که سبب انجام کار می شود. به عبارتی توانایی انجام کار را انرژی می گویند. انرژی انواع مختلفی دارد که از آن می توان **انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل، انرژی گرمایی، انرژی الکترومغناطیسی، انرژی شیمیایی و انرژی الکتریکی و انرژی هسته ای** را نام برد

توجه! انرژی کمیتی نرده بوده و یکای آن در SI برابر ژول J می باشد.

انرژی جنبشی: انرژی که اجسام به دلیل حرکتشان دارند را انرژی جنبشی میگویند. به عبارتی هر جسمی که حرکت کند دارای انرژی جنبشی می باشد.

توجه! انرژی جنبشی را با نماد K نشان می دهند و یکای آن ژول J است.

فرمول انرژی جنبشی : انرژی جنبشی جسمی به جرم m که با تندی v در حال حرکت است از رابطه زیر بدست می آید.

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

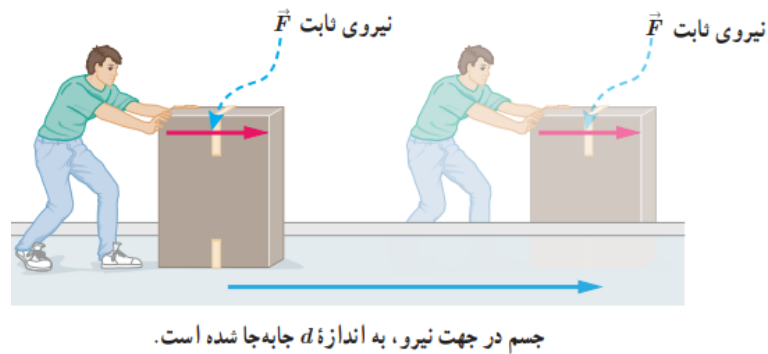
توجه: یکای جرم kg و یکای تندی m/s می باشد که بدین صورت یکای انرژی جنبشی بر حسب یکاهای اصلی برابر $kg \cdot m^2 / s^2$ می شود که به افتخار دانشمندی به نام جیمز ژول آن را J ژول می نامیم.

کار: کار در فیزیک بدین صورت تعریف می شود که اگر به جسمی نیرویی وارد شود و جسم در جهت آن نیرو جابجا شود می گوئیم روی آن جسم کار انجام شده است.

توجه! کار کمیتی نرده ای بوده ، نماد آن W و یکای آن ژول J می باشد.

فرمول کار:

زمانی که جسم در جهت نیرو جابجا می شود: اگر به جسمی نیرو (F) وارد کنیم و جسم در همان جهتی که نیرو وارد کرده ایم جابجا (d) شود ، کار از رابطه زیر بدست می آید:



$$w = F \times d$$

کار انجام شده در جابجایی d

توجه! در فیزیک وقتی میان حروف علامتی نگذاریم به این معنی است که دو کمیت بهم ضرب می‌شوند،

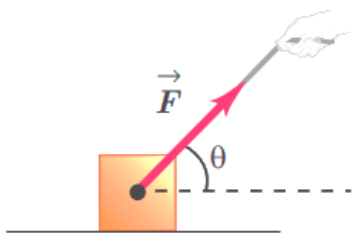
به عنوان مثال :

$$F \times d = Fd$$

فرمول کار:

زمانی که نیرو در جهت جابجایی نباشد (نیرو با جابجایی زاویه θ بسازد): در این صورت همه نیرو

صرف جابجایی نمی‌شود و فرمول کار از رابطه زیر بدست می‌آید:



$$w = (F \cos \theta) d$$

مقدار $\cos \theta$ ، کسینوس زاویه بین نیرو و جابجایی است.

نکته: مواردی که کار روی جسم صفر است:

زمانی که نیرو وارد نشود:

زمانی که جسم جابجا نشود

زمانی که زاویه بین نیرو و جابجایی ۹۰ درجه است

کار کل: اگر به جای یک نیرو چند نیرو به جسم وارد شود، آنگاه برای محاسبه کار کل نیروهای وارد

شده بر جسم می‌توانیم به دو صورت عمل کنیم:

الف: محاسبه تک به تک: در این روش به طور جداگانه کار هر نیرو را بدست می‌آوریم سپس تمام آن

ها را جمع می‌کنیم و کار کل بدست می‌آید.

ب: یافتن نیروی خالص: در این روش برآیند تمام نیروها را به دست می‌آوریم سپس کار برآیند نیروها

برابر با کار کل انجام شده خواهد بود.

قضیه کار و انرژی جنبشی: کار کل انجام شده روی یک جسم برابر با تغییر انرژی جنبشی آن جسم

است، اگر انرژی جنبشی جسم در حالت آغازی و پایانی K_1 و K_2 باشد کار کل انجام شده به صورت زیر

بدست می‌آید:

$$W_T = K_2 - K_1$$

نکته: اگر کار کل مثبت باشد یعنی $W_T > 0$ آنگاه انرژی جنبشی افزایش یافته است و اگر کار کل منفی

باشد یعنی $W_T < 0$ آنگاه انرژی جنبشی کاهش یافته است

انرژی پتانسیل: به انرژی که در اجسام ذخیره شده و می‌تواند به انرژی جنبشی تبدیل شود انرژی

پتانسیل می‌گویند. انرژی پتانسیل انواع مختلفی دارد مانند: انرژی پتانسیل گرانشی، انرژی پتانسیل شیمیایی،

انرژی پتانسیل کشسانی و ...

انرژی پتانسیل گرانشی: انرژی که اجسام به دلیل ارتفاعشان دارند را انرژی پتانسیل گرانشی می‌گویند.

هرچه ارتفاع جسم بیشتر باشد انرژی پتانسیل گرانشی آن بیشتر می‌شود.

فرمول انرژی پتانسیل گرانشی: اگر جسمی به جرم m در ارتفاع h از سطح زمین قرار گیرد، انرژی پتانسیل گرانشی از رابطه زیر بدست می آید:

$$U = mgh$$

m : جرم جسم بر حسب Kg کیلوگرم

h : ارتفاع جسم از مبدا بر حسب m متر

g : ثابت گرانش زمین (جاذبه) می باشد. g مقداری ثابت و برابر 9.8 m/s^2 می باشد که معمولاً برای

راحتی آن را ۱۰ در نظر می گیریم.

کار نیروی وزن: می دانیم که به تمام اجسام از طرف زمین نیرو وارد می شود، وقتی ارتفاع جسمی کم یا زیاد می شود، زمین روی جسم کار انجام می دهد که این کار ممکن است منفی باشد یا مثبت.

کار نیروی وزن از رابطه زیر بدست می آید:

$$w_{\text{وزن}} = -(U_2 - U_1) = -\Delta U$$

یعنی کار انجام شده توسط نیروی وزن روی جسم برابر با منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسم می

باشد

نکته:

- هنگامی که جسم به سمت بالا حرکت می کند انرژی پتانسیل گرانشی افزایش می یابد ($\Delta U > 0$)
- هنگامی که جسم به سمت پایین حرکت می کند انرژی پتانسیل گرانشی کاهش می یابد ($\Delta U < 0$)
- هنگامی که جسم به سمت پایین حرکت می کند کار نیروی وزن مثبت است ($w_{\text{وزن}} > 0$)
- هنگامی که جسم به سمت بالا حرکت می کند کار نیروی وزن منفی می شود ($w_{\text{وزن}} < 0$).

نکته: هنگام محاسبه انرژی پتانسیل گرانشی می توانیم هر نقطه دلخواهی را مبدا در نظر گرفته و ارتفاع

آن را صفر بگیریم.

انرژی پتانسیل کشسانی: انرژی ذخیره شده در اجسامی مانند فنر و کش فشرده شده یا کشیده شده را انرژی پتانسیل کشسانی می گویند.

توجه: انرژی پتانسیل کشسانی در وسایلی مانند: اسباب بازی های کوکی، ساعت، قطار و ... کاربرد دارد.

کار انجام شده توسط فنر: فرض کنید فنری را فشرده کرده یا می کشیم در این حالت در فنر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره می شود. همچنین باید توجه کنیم که فنر همواره در جهت خلاف حرکتش اش به جسم نیرو وارد می کند، مثلاً اگر فنر را فشرده کنیم فنر می خواهد باز شود و اگر فنر را بکشیم فنر در خلاف کشش نیرو وارد خواهد کرد پس کار انجام شده توسط فنر همواره مخالف تغییرات انرژی پتانسیل کشسانی اش می باشد که از رابطه زیر بدست می آید:

$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}}$$

قانون پایستگی انرژی: در یک سامانه منزوی، مجموع کل انرژی ها پایسته می ماند، یعنی انرژی را نمی توان خلق یا نابود کرد و تنها می توان آن را از یک شکل به شکل دیگر تبدیل کرد.

توجه! سامانه منزوی به سامانه ای می گویند از محیط انرژی نگیرد و به محیط انرژی ندهد.

انرژی مکانیکی: به مجموع انرژی جنبشی (K) و پتانسیل (U) یک جسم انرژی مکانیکی (E) می گویند. به صورت زیر بدست می آید:

$$E = K + U$$

پایستگی انرژی مکانیکی: در یک سامانه اگر نیروهای اتلافی (مانند اصطکاک، مقاومت هوا و ...) را نادیده بگیریم آنگاه انرژی مکانیکی در حالت اول و حالت پایانی یکسان خواهد بود به عبارتی:

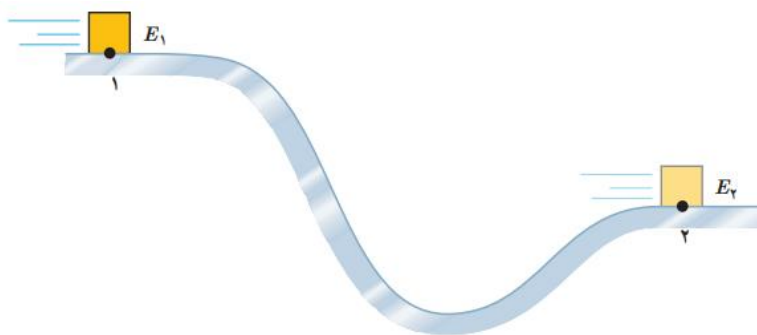
$$E_2 = E_1 \rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

انرژی درونی: به مجموع انرژی های ذرات تشکیل دهنده مواد انرژی درونی می گویند.

توجه: معمولا هر چه انرژی درونی جسم افزایش یابد ذرات ماده سریعتر نوسان می کنند و این باعث می شود دمای جسم افزایش یابد. پس به یاد داشته باشیم معمولا با افزایش انرژی درونی یک جسم دمای آن جسم نیز افزایش می یابد.

نکته: اگر جسمی در اثر نیروهای اتلافی (مانند اصطکاک) بایستد، انرژی جنبشی جسم به انرژی درونی تبدیل می شود. (که اصطلاحا می گویند انرژی تلف شده است)

نکته: اگر در مسیر حرکت یک جسم نیروهای اتلافی مانند اصطکاک و مقاومت هوا وجود داشته باشد، انرژی مکانیکی جسم ثابت نمی ماند و کاهش می یابد در این صورت اختلاف انرژی مکانیکی در حالت پایانی و آغازی برابر با کار نیروهای اتلافی خواهد بود:



وقتی نیروهایی مانند اصطکاک و مقاومت هوا در حین حرکت جسم، روی آن کار انجام دهند انرژی مکانیکی جسم پایسته نیست.

$$W_f = E_2 - E_1$$

کار نیروهای اتلافی

توجه! معمولا نیروهای اتلافی را با حرف کوچک f نشان می دهند.

توان: کار انجام شده در واحد زمان را توان می نامند.

توجه! توان کمیتی نرده بوده، با نماد P نمایش داده می شود و یکای آن J/s ژول بر ثانیه است که به

احترام جیمز وات مخترع ماشین بخار، یکای توان را W وات می نامیم.

فرمول توان: اگر وسیله ای در مدت زمان t مقدار W کار انجام دهد، توان وسیله از رابطه زیر بدست می

آید:

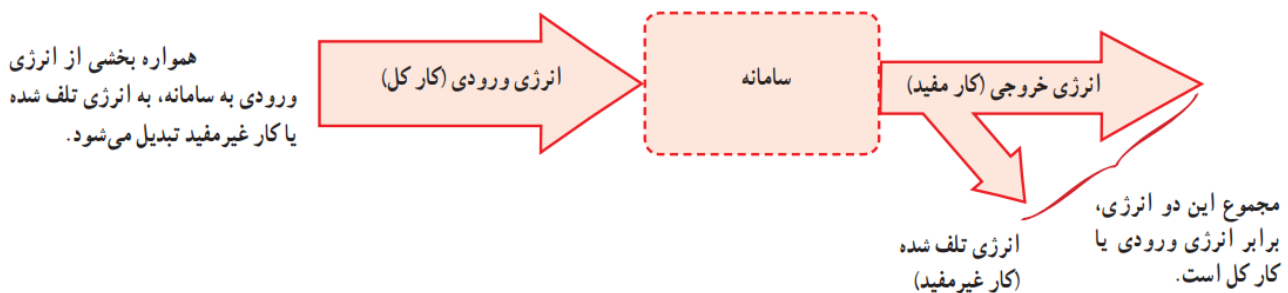
$$P = \frac{W}{t}$$

W : کار انجام شده بر حسب ژول

t : زمان انجام کار بر حسب ثانیه

توجه! متاسفانه یکای توان ، وات W و همچنین علامت کار W شبیه هم نوشته می شوند پس مواظب باشید این دو را اشتباه نگیرید.

بازده: وقتی وسیله ای کار می کند ، نمی تواند تمام انرژی که دریافت می کند را به کار مفید تبدیل می کند، مثلا وقتی یک اتومبیل کار می کند ، تمام انرژی شیمیایی بنزین تبدیل به انرژی جنبشی نمی شود و بخشی از آن به انرژی های ناخواسته ای مانند گرما تبدیل می شود و به صورت اصطکاک و یا از آگروز خودرو تلف می گردد.



کار کل: کل انرژی که وسیله دریافت می کند ، مانند بنزین ، برق و ... را کار کل (انرژی ورودی) می گویند.

کار مفید: فقط مقداری از کار کل در وسیله مورد استفاده قرار می گیرد که به آن کار مفید (انرژی خروجی) می گویند.

فرمول بازده: نسبت انرژی خروجی به انرژی ورودی را بازده می گویند که از رابطه زیر بدست می آید:

$$\text{بازده بر حسب درصد} = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \times 100$$

توجه! مقدار بازده بر حسب درصد همواره کمتر از ۱۰۰ درصد است ، زیرا یک وسیله یا ماشین نمی تواند همه انرژی که دریافت می کند را به کار مفید تبدیل کند و همیشه مقداری از انرژی تلف می شود.

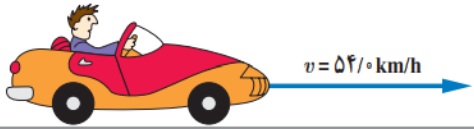
پایان قسمت اول

در قسمت دوم به بررسی و پاسخ به سوالات کتاب درسی می پردازیم

بخش دوم

پاسخ سوالات و تمرینات کتاب

مسئله ۱-۱



جرم خودرویی به همراه راننده اش 840 kg است. این خودرو با تندی 54 km/h در حرکت است، انرژی جنبشی آن چند ژول است؟

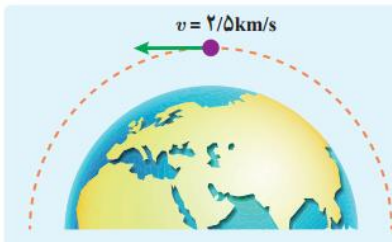
پاسخ: با توجه به اطلاعات داده شده داریم:

$$m = 840 \text{ kg} \quad , \quad v = 54 \text{ km/h} = (54 \frac{\text{km}}{\text{h}}) (\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}) (\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}) = 15 \text{ m/s}$$

با جایگذاری این مقادیر در رابطه ۱-۲ داریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} (840 \text{ kg}) (15 \text{ m/s})^2 = 945 \times 10^3 \text{ J}$$

تمرین ۱-۲



ماهواره‌ای به جرم 220 kg ، با تندی ثابت 2.5 km/s دور زمین می‌چرخد. انرژی جنبشی ماهواره را بر حسب ژول و مگاژول حساب کنید.

پاسخ تمرین ۱-۲: باید دقت کنیم هنگام محاسبه انرژی جنبشی یکای کمیت‌های جرم و تندی بر حسب

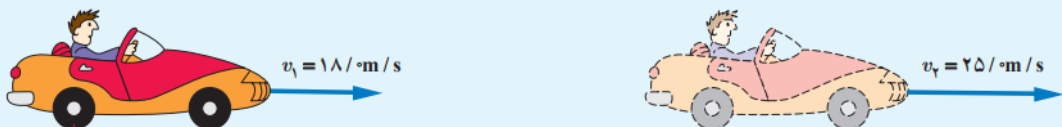
یکاهای SI بین‌المللی باشد، یعنی تندی بر حسب m/s^2 و جرم بر حسب kg :

$$v = 2.5 \text{ km/s} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 2500 \text{ m/s}$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 220 \times (2500)^2 = 6875 \times 10^4 \text{ J}$$

تمرین ۲-۲

جرم خودرویی به همراه راننده اش 840 kg است (شکل زیر). تندی خودرو در دو نقطه از مسیرش روی شکل زیر داده شده است. تغییرات انرژی جنبشی خودرو ($\Delta K = K_2 - K_1$) را بین این دو نقطه حساب کنید.



پاسخ تمرین ۲-۲:

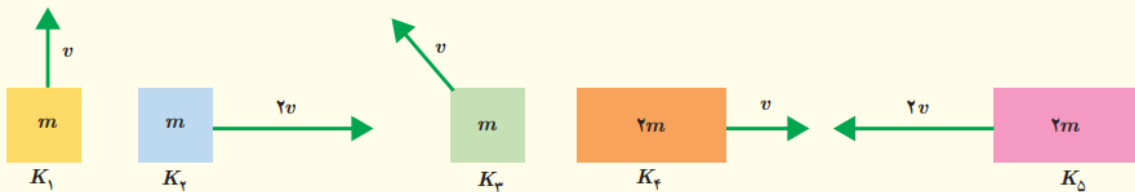
$$K_1 = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 840 \times (18)^2 = 136080 \text{ J}$$

$$K_7 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 840 \times (25)^2 = 262500J$$

$$\Delta K = K_7 - K_1 = 262500J - 136080J = 126420J$$

پرسش ۱-۲

انرژی جنبشی هر یک از اجسام زیر را با هم مقایسه کنید و مقدار آن را به ترتیب از کمترین تا بیشترین بنویسید.



پاسخ پرسش ۱-۲: کافی است در معادله $K = \frac{1}{2}mv^2$ مقادیر مناسب m و v را قرار دهیم:

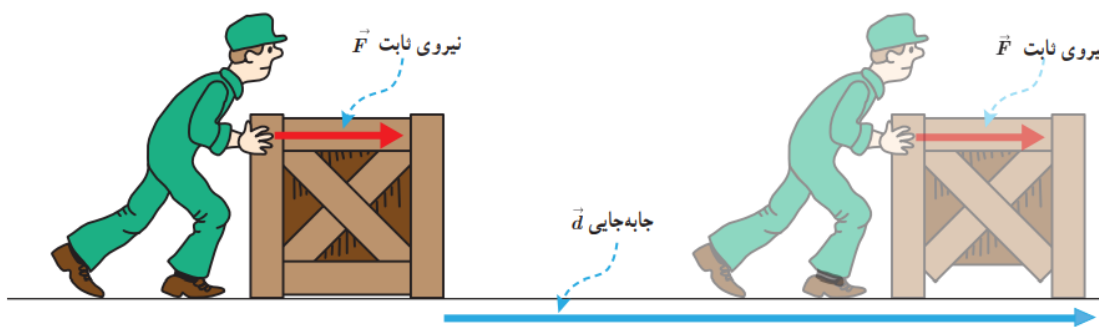
$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2 \quad \blacksquare \quad K_2 = 2mv^2 \quad \blacksquare \quad K_3 = \frac{1}{2}mv^2 \quad \blacksquare \quad K_4 = mv^2 \quad \blacksquare \quad K_5 = 4mv^2$$

پس خواهیم داشت:

$$K_5 > K_2 > K_4 > K_3 = K_1$$

مثال ۲-۲

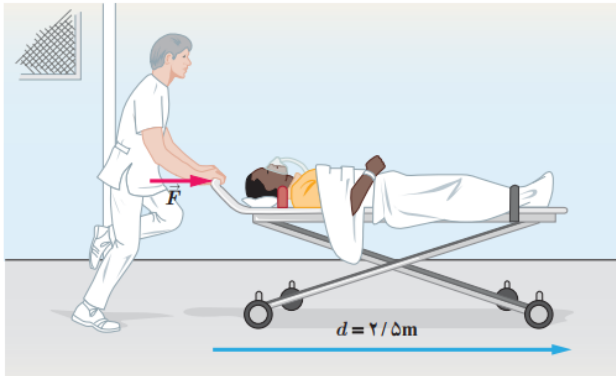
شکل زیر کارگری را در حال هل دادن جعبه‌ای با نیروی ثابت $250N$ نشان می‌دهد. اگر جعبه $14m$ در امتداد نیرو جابه‌جا شود، کار انجام شده توسط این نیرو چقدر است؟



پاسخ: اندازه نیروی وارد شده به جعبه، ثابت و با جابه‌جایی جعبه هم جهت است. بنابراین، از رابطه ۲-۲ داریم:

$$W = Fd = (250N)(14m) = 3500 J$$

مثال ۲-۳



بیماری به جرم 72kg روی تختی به جرم 15kg دراز کشیده است. پرستاری این تخت را با نیروی ثابت و افقی \vec{F} روی سطحی هموار و با اصطکاک ناچیز هل می‌دهد. مجموعه تخت و بیمار با شتاب 0.60m/s^2 حرکت می‌کند.

الف) اندازه نیروی \vec{F} چقدر است؟
ب) اگر تخت 10m در جهت این نیرو جابه‌جا شود، کار انجام شده توسط نیروی \vec{F} را حساب کنید.

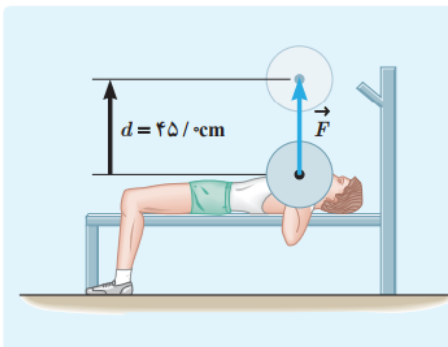
پاسخ: الف) جرم کل بیمار و تخت برابر 87kg است. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F = ma = (87\text{kg})(0.60\text{m/s}^2) = 52\text{N}$$

ب) چون نیرو و جابه‌جایی در یک جهت‌اند، با استفاده از رابطه (۲-۲) کار نیروی F برابر است با:

$$W = Fd = (52\text{N})(10\text{m}) = 520\text{J}$$

تمرین ۲-۳



ورزشکاری وزنه‌ای به جرم 65kg را به طور یکنواخت، 45cm بالای سر خود می‌برد (شکل روبه‌رو). کاری که این ورزشکار روی وزنه انجام داده است را محاسبه کنید. اندازه شتاب گرانش زمین را $g = 9.8\text{N/kg}$ بگیرید.

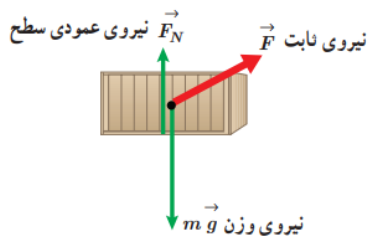
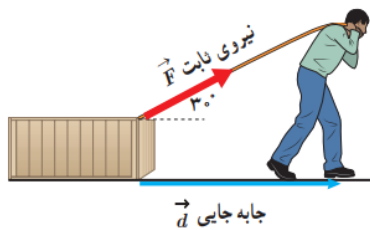
پاسخ تمرین ۲-۳: به خاطر داشته باشید وقتی فردی جسمی را با تندی یکنواخت به سمت بالا حرکت

دهد نیرویی که به جسم وارد میکند همان وزن آن است. در اینجا نیرو به سمت بالا و همچنین جابه‌جایی هم

به سمت بالاست پس زاویه بین نیرو و جابه‌جایی صفر است ($\theta = 0$):

$$W = F (\cos\theta) d = mg (\cos\theta) d = 65 \times 9.8 \times (\cos 0^\circ) \times 0.45 = 286.65\text{J}$$

مثال ۲-۴



شکل روبه‌رو شخصی را نشان می‌دهد که جعبه‌ای را با نیروی ثابت 200 N روی سطحی هموار و با اصطکاک ناچیز، به اندازه 10 m جابه‌جا می‌کند.

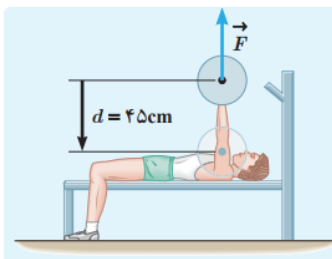
الف) کار انجام شده توسط این نیرو چقدر است؟
ب) نیروهای دیگری را که بر جسم وارد می‌شود مشخص کنید. کاری را که هر کدام از این نیروها روی جسم انجام می‌دهند حساب کنید.

پاسخ: الف) با جایگذاری اطلاعات داده شده و $\cos\theta = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ در رابطه ۲-۳ داریم:

$$W = (F \cos\theta)d = (200\text{ N} \times \frac{\sqrt{3}}{2})(10\text{ m}) = 1732\text{ J}$$

ب) نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر جابه‌جایی عمودند (شکل روبه‌رو) و کاری روی جسم انجام نمی‌دهند. (توجه کنید که: $\cos\theta = \cos 90^\circ = 0$)

تمرین ۲-۴



تمرین ۲-۴ را دوباره ببینید. کار انجام شده توسط ورزشکار را روی وزنه برای حالتی حساب کنید که ورزشکار با وارد کردن همان نیروی \vec{F} ، وزنه را به آرامی پایین می‌آورد (شکل روبه‌رو). توضیح دهید که در این دو حالت، چه تفاوتی بین مقادیر به دست آمده برای کار انجام شده توسط ورزشکار وجود دارد.

پاسخ تمرین ۲-۴: در این حالت وزنه بردار نیرویی به سمت بالا را به وزنه وارد کرده و به آرامی پایین

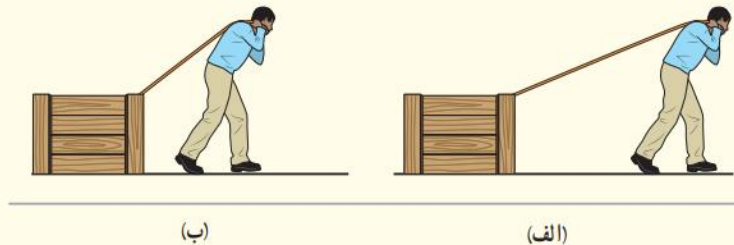
می‌آورد. در این حالت نیرو به سمت بالا است اما جابه‌جایی به سمت پایین پس زاویه 180° درجه خواهد

بود:

$$W = F (\cos\theta) d = mg (\cos\theta) d = 65 \times 9.8 \times (\cos 180^\circ) \times 0.45 = -286.65\text{ J}$$

پرسش ۲-۲

شخصی جسمی را یک بار با طنابی بلند (شکل الف) و بار دیگر با طنابی کوتاه‌تر (شکل ب) روی سطحی هموار می‌کشد. اگر جابه‌جایی و کاری که این شخص در هر دو بار روی جعبه انجام می‌دهد یکسان باشد، توضیح دهید در کدام حالت، شخص نیروی بزرگ‌تری وارد کرده است. اصطکاک را در هر دو حالت، ناچیز فرض کنید.



پاسخ پرسش ۲-۲: با توجه به رابطه کار یعنی $W = F (\cos\theta) d$ ، و با توجه به این که کار و جابجایی در هر دو حالت یکسان است پس مقادیر $F(\cos\theta)$ در حالت الف و ب یکسان است، یعنی:

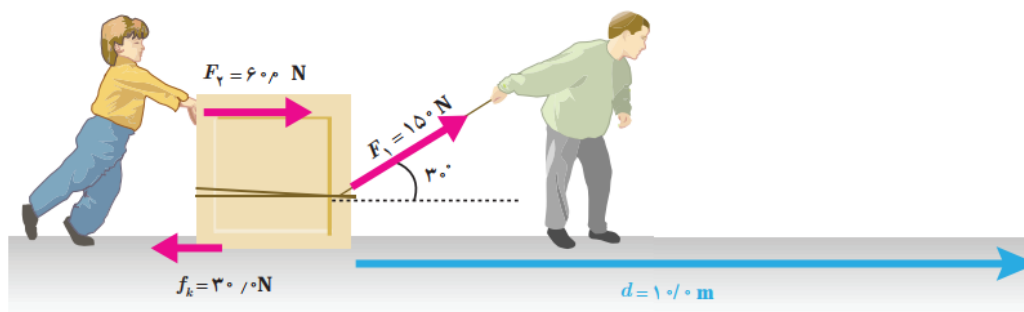
$$F(\cos\theta)_{\text{الف}} = F(\cos\theta)_{\text{ب}}$$

دقت کنید در حالت ب که طناب کوتاه‌تر است زاویه بیشتری با افق دارد، هر چه زاویه بیشتر باشد

$$F_{\text{الف}} < F_{\text{ب}} \quad \text{در نتیجه} \quad (\cos\theta)_{\text{الف}} > (\cos\theta)_{\text{ب}}$$

مثال ۲-۵

شکل زیر پدر و پسری را در حال جابه‌جا کردن یک جعبه سنگین روی سطحی هموار نشان می‌دهد. نیروی F_1 را پدر و نیروی F_2 را پسر به جسم وارد می‌کنند و f_k نیز نیروی اصطکاک جنبشی است که با حرکت جسم مخالفت می‌کند و در خلاف جهت جابه‌جایی به جعبه وارد می‌شود. کار کل انجام شده روی جسم را محاسبه کنید.



پاسخ:

روش اول: در این روش، کار انجام شده توسط هر نیرو را به طور جداگانه محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه کار نیروی F_1 ، اطلاعات داده شده و $\cos \theta = \cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$ را در رابطه ۲-۳ جایگذاری می‌کنیم. به این ترتیب داریم:

$$W_1 = (F_1 \cos \theta)d = (150\text{N} \times \sqrt{3}/2)(10\text{m}) = 1/30 \times 10^3 \text{J}$$

چون پسر جعبه را در جهت جابه‌جایی هل می‌دهد، کار انجام شده توسط نیروی F_1 برابر است با:

$$W_1 = F_1 d = (600\text{N})(10\text{m}) = 6000 \text{J}$$

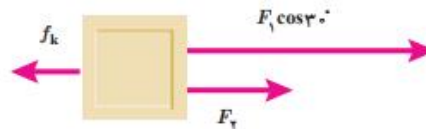
برای محاسبه کار نیروی f_k ، اطلاعات داده شده و $\cos \theta = \cos 180^\circ = -1$ را در رابطه ۲-۳ جایگذاری می‌کنیم. پس:

$$W_3 = (f_k \cos \theta)d = (300\text{N} \times (-1))(10\text{m}) = -3000 \text{J}$$

همان‌طور که گفتیم کار کل (W_t) انجام شده با جمع جبری مقدار کار انجام شده توسط تک تک نیروها برابر است. توجه کنید که کار نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر است. به این ترتیب داریم:

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = 1/30 \times 10^3 \text{J} + 6000 \text{J} + (-3000 \text{J}) = 1/60 \times 10^3 \text{J}$$

روش دوم: در این روش، ابتدا نیروها و مؤلفه‌های نیروهای را شناسایی می‌کنیم که در امتداد جابه‌جایی بر جسم وارد می‌شوند (شکل زیر).



اندازه نیروی خالص در امتداد جابه‌جایی برابر است با:

$$F = F_1 \cos 30^\circ + F_2 - f_k = 150\text{N} \times \sqrt{3}/2 + 600\text{N} - 300\text{N} = +160\text{N}$$

علامت مثبت نشان می‌دهد نیروی خالص F در جهت جابه‌جایی است. به این ترتیب کار کل انجام شده برابر است با:

$$W_t = Fd = (160\text{N})(10\text{m}) = 1/60 \times 10^3 \text{J}$$

تمرین ۲-۵

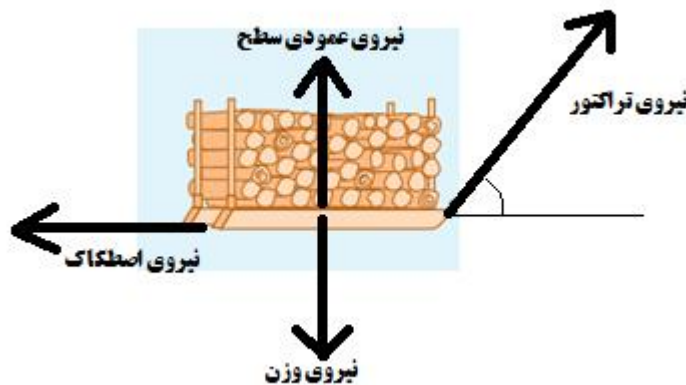
کشاورزی توسط تراکتور، سورت‌های پراز هیزم را در راستای یک زمین هموار به اندازه 200m جابه‌جا می‌کند (شکل زیر). وزن کل سورت‌ها و بار آن $mg = 15000\text{N}$ است. تراکتور نیروی ثابت $F_1 = 5500\text{N}$ را در زاویه $\theta = 45^\circ$ بالای افق به سورت‌ها وارد می‌کند. نیروی اصطکاک جنبشی $f_k = 3500\text{N}$ است که برخلاف جهت حرکت به سورت‌ها وارد می‌شود. کار کل انجام شده روی سورت‌ها را به دو روش محاسبه کنید.



پاسخ تمرین ۲-۵: قبل از حل این مسئله به مثال ۲-۵ توجه ویژه ای داشته باشید.

روش اول: ابتدا کار تمام نیروها را بدست می آوریم سپس با هم جمع کرده کار کل را بدست می آوریم.

نیروهای وارد بر سورتمه عبارت اند از: نیروی تراکتور، نیروی وزن، نیروی عمودی سطح (که از طرف سطح وارد می شود)، نیروی اصطکاک (خلاف جهت حرکت)



کار نیروی وزن و کار نیروی عمودی سطح صفر است زیرا جهت حرکت به سمت راست است اما جهت این نیروها به سمت بالا و پایین است یعنی زاویه نیرو و جابه جایی ۹۰ درجه است و می دانیم هرگاه زاویه نیرو و جابه جایی ۹۰ درجه باشد کار آن نیرو صفر می شود. $W_{\text{وزن}} = W_{\text{عمودی}} = 0$.

$$W_{\text{تراکتور}} = F (\cos\theta) d = 5500 \times (\cos 45^\circ) \times 200 = 770000 J$$

$$W_{\text{اصطکاک}} = F (\cos\theta) d = 3500 \times (\cos 180^\circ) \times 200 = -700000 J$$

$$W_{\text{کل}} = W_{\text{تراکتور}} + W_{\text{اصطکاک}} + W_{\text{وزن}} + W_{\text{عمودی}} = 770000 J + (-700000 J) + 0 + 0 = 70000 J$$

روش دوم: مولفه های نیرو در امتداد جابه جایی را محاسبه کرده نیروی خالص وارد بر سورتمه را بدست آورده و سپس کار نیروی خالص را بدست می آوریم.

نیروهای وزن و عمودی سطح مولفه افقی ندارند (به سمت چپ و راست نیرویی وارد نمی کنند).

مولفه افقی نیروی تراکتور، اصطکاک و سپس نیروی خالص به صورت زیر بدست می آید:

$$F_x = F(\cos \theta) = 5500 \times \cos 45^\circ = 3850 \text{ N}$$

$$f_x = F(\cos \theta) = 3500 \times \cos 180^\circ = -3500 \text{ N}$$

$$F_T = F_x + f_x = 3850 \text{ N} + (-3500 \text{ N}) = +350 \text{ N}$$

علامت مثبت نشان می دهد نیرو در جهت جابه جایی می باشد، کار کل برابر است با:

$$W_T = F_T d = 350 \times 200 = 70000 \text{ J}$$

مثال ۲-۶



توپ فوتبالی به جرم 450 g از نقطه پناالتی با تندی 20 m/s به طرف دروازه شوت می شود (شکل روبه رو). توپ با تندی 18 m/s به دستان دروازه بان برخورد می کند. کار کل انجام شده روی توپ را که سبب کاهش تندی آن شده است محاسبه کنید.

پاسخ: با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی به سادگی می توان مسئله را حل کرد. ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده و رابطه ۲-۱ انرژی جنبشی توپ را در دو وضعیت مورد نظر مسئله به دست می آوریم:

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} (0.45 \text{ kg}) (20 \text{ m/s})^2 = 90 \text{ J}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} (0.45 \text{ kg}) (18 \text{ m/s})^2 = 72 \text{ J}$$

به این ترتیب، کار کل انجام شده روی توپ را از رابطه ۲-۴ محاسبه می کنیم:

$$W_t = K_2 - K_1 = 72 \text{ J} - 90 \text{ J} = -18 \text{ J}$$

علامت منفی نشان می دهد که کار کل انجام شده روی توپ، انرژی جنبشی آن را کاهش داده است.

مثال ۲-۷



چتربازی به جرم کل $۷۵/۰\text{kg}$ ، از بالونی که در ارتفاع ۸۰۰m از سطح زمین است، با تندی $۱/۲۰\text{m/s}$ به بیرون بالون می‌پرد. اگر او با تندی $۴/۸۰\text{m/s}$ به زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا روی چترباز را در طول مسیر سقوط محاسبه کنید. شتاب گرانش زمین را $۹/۸۰\text{m/s}^2$ بگیرید.

پاسخ: ابتدا انرژی جنبشی چترباز را در دو وضعیت پریدن از بالون و همچنین رسیدن به سطح زمین به دست می‌آوریم. با توجه به اطلاعات داده شده و همچنین رابطه ۱-۲ داریم:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(۷۵/۰\text{kg})(۱/۲۰\text{m/s})^2 = ۵۴/۰\text{J}$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}(۷۵/۰\text{kg})(۴/۸۰\text{m/s})^2 = ۸۶۴\text{J}$$

همان‌طور که در شکل روبه‌رو دیده می‌شود در طول حرکت چترباز، دو نیروی وزن و مقاومت هوا به او وارد می‌شود. نیروی وزن در جهت جابه‌جایی و نیروی مقاومت بر خلاف جابه‌جایی است. بنابراین، کار کل برابر مجموع کار این دو نیرو است. به این ترتیب، از رابطه ۲-۴ داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = ۸۶۴\text{J} - ۵۴/۰\text{J} = ۸/۱۰ \times ۱۰^5\text{J}$$

با پیدا کردن کار نیروی وزن (mg) و جایگذاری آن در عبارت بالا، کار نیروی مقاومت هوا را به دست می‌آوریم. از رابطه ۲-۲ داریم:

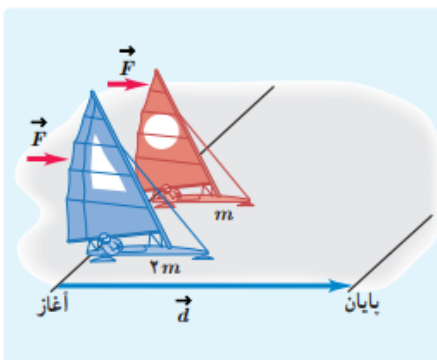
$$W_{\text{وزن}} = mgd = (۷۵/۰\text{kg})(۹/۸۰\text{m/s}^2)(۸۰۰\text{m}) = ۵/۸۸ \times ۱۰^5\text{J}$$

به این ترتیب، کار نیروی مقاومت هوا برابر است با:

$$۵/۸۸ \times ۱۰^5\text{J} + W_{\text{مقاومت هوا}} = ۸۰۰\text{J} \rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = -۵/۸۷ \times ۱۰^5\text{J}$$

توجه کنید برای اینکه چترباز به طور ایمن و با تندی نسبتاً کمی به زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا اثر کار نیروی وزن را تقریباً خنثی کرده است.

تمرین ۲-۶



دو قایق بادبانی مخصوص حرکت روی سطوح یخ‌زده، دارای جرم‌های m و $۲m$ ، روی دریاچه افقی و بدون اصطکاک قرار دارند و نیروی ثابت و یکسان \vec{F} با وزیدن باد به هر دو وارد می‌شود (شکل روبه‌رو). هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و از خط پایان به فاصله d می‌گذرند. انرژی جنبشی و تندی قایق‌ها را درست پس از عبور از خط پایان، با هم مقایسه کنید.

پاسخ تمرین ۲-۶:

کار انجام شده روی قایق قرمز: $W_{\text{قرمز}} = F \cdot d$

کار انجام شده روی قایق آبی: $W_{\text{آبی}} = F \cdot d$ در نتیجه: $W_{\text{قرمز}} = W_{\text{آبی}}$

کار انجام شده روی هر قایق برابر با تغییرات انرژی جنبشی آن هاست ، هر دو قایق در ابتدا ساکن هستند و انرژی جنبشی آنها در حالت اول صفر است . از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم :

$$\begin{cases} W_{\text{قرمز}} = K_{\text{قرمز}} - 0 \\ W_{\text{آبی}} = K_{\text{آبی}} - 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} W_{\text{قرمز}} = K_{\text{قرمز}} \\ W_{\text{آبی}} = K_{\text{آبی}} \end{cases}$$

انرژی جنبشی هر دو قایق با کار انجام شده روی قایق یکسان است و از آنجایی که کار انجام شده روی هر دو قایق مساوی می باشد پس انرژی جنبشی هر دو قایق نیز مساوی خواهد بود.

حال برای مقایسه تندی دو قایق داریم : (به جای جرم قایق قرمز m و به جای قایق آبی $2m$ قرار می دهیم)

$$K_{\text{قرمز}} = K_{\text{آبی}} \rightarrow \left(\frac{1}{2}mv^2\right)_{\text{قرمز}} = \left(\frac{1}{2}mv^2\right)_{\text{آبی}} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)v^2_{\text{قرمز}} = v^2_{\text{آبی}} \rightarrow v_{\text{آبی}} = \frac{\sqrt{2}}{2}v_{\text{قرمز}}$$

تمرین ۲-۷

جرم یک خودروی الکتریکی به همراه راننده اش 840 kg است. وقتی این خودرو از موقعیت A به موقعیت B می رود، کار کل انجام شده روی خودرو 73500 J است. اگر تندی خودرو در موقعیت A برابر 54 km/h باشد، تندی آن در موقعیت B چند متر بر ثانیه است؟



پاسخ تمرین ۲-۷ : با استفاده از قضیه کار و انرژی داریم :

$$W_{\text{کل}} = K_B - K_A \rightarrow 73500 = \frac{1}{2} \times 840 \times v_B^2 - \frac{1}{2} \times 840 \times 15^2$$

$$73500 = 420 \times v_B^2 - 94500 \rightarrow 420 \times v_B^2 = 168000 \rightarrow v_B^2 = \frac{168000}{420} = 400$$

$$v_B = 20 \text{ m/s}$$

تمرین ۲-۸



شکل روبه رو شخصی را نشان می‌دهد که با وارد کردن نیروی ثابت 50 N ، جعبه‌ای به جرم 10 kg را از حال سکون در امتداد قائم جابه‌جا می‌کند.

الف) کار انجام شده توسط شخص و کار انجام شده توسط نیروی وزن را روی جعبه در ارتفاع $1/5 \text{ m}$ به‌طور جداگانه حساب کنید.

ب) کار کل انجام شده روی جعبه تا ارتفاع $1/5 \text{ m}$ چقدر است؟

پ) با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی، تندی نهایی جعبه را در ارتفاع $1/5 \text{ m}$ حساب کنید.

پاسخ تمرین ۲-۸: الف: مسئله ایراد دارد، نمی‌شود با نیروی 50 نیوتون جسمی به جرم 10 کیلوگرم را برداشت چون 10 کیلوگرم تقریباً برابر 100 نیوتون می‌باشد. (پس جرم جسم را 1 kg در نظر می‌گیریم).

$$W_{\text{شخص}} = F (\cos\theta) d = 50 \times (\cos 0^\circ) \times 1/5 = 75 \text{ J}$$

$$W_{\text{وزن}} = mg (\cos\theta) d = 1 \times 9/8 \times (\cos 180^\circ) \times 1/5 = -14/7 \text{ J}$$

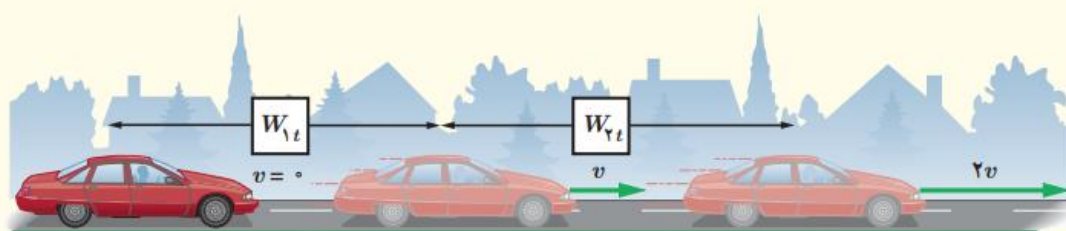
$$\text{ب: کار کل} = W_{\text{شخص}} + W_{\text{وزن}} = 75 + (-14/7) = 60/3 \text{ J}$$

پ: در حالت ابتدایی جعبه ساکن بوده پس انرژی جنبشی اش در آن لحظه صفر است.

$$W_{\text{کل}} = K_f - K_i \rightarrow 60/3 = \frac{1}{2} \times 1 \times v^2 - 0 \rightarrow v = 10/98 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پوشش ۲-۳

برای آنکه تندی خودرویی از حال سکون به v برسد، باید کار کل W_{1t} روی آن انجام شود. همچنین برای آنکه تندی خودرو از v به $2v$ برسد، باید کار کل W_{2t} روی آن انجام شود (شکل زیر). نسبت W_{1t}/W_{2t} چقدر است؟



پاسخ پرسش ۲-۳ :

$$W_{1t} = K_{\gamma} - K_{\lambda} \rightarrow W_{1t} = \frac{1}{2} \times m \times v^2 - 0$$

$$W_{2t} = K_{\gamma} - K_{\lambda} \rightarrow W_{2t} = \frac{1}{2} \times m \times (2v)^2 - \frac{1}{2} \times m \times v^2 = \frac{3}{2} \times m \times v^2$$

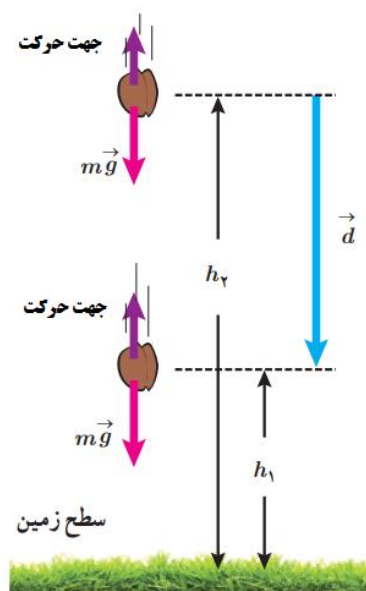
$$\frac{W_{1t}}{W_{2t}} = \frac{\frac{1}{2} \times m \times v^2}{\frac{3}{2} \times m \times v^2} = \frac{1}{3}$$

تمرین ۲-۹

برای جسمی به جرم m که رو به بالا حرکت می‌کند و از سطح زمین دور می‌شود نشان دهید کار نیروی وزن، همچنان از رابطه ۲-۶ به دست می‌آید. فرض کنید که جسم به اندازه کافی نزدیک به سطح زمین بماند به گونه‌ای که وزن آن ثابت باشد.

پاسخ تمرین ۲-۹ : وقتی جسمی به سمت بالا حرکت می‌کنند جهت حرکت رو به بالا و نیروی وزن رو

به پایین می‌شود پس زاویه بین این دو 180° درجه خواهد بود.



$$W_{\text{وزن}} = F (\cos\theta) d = mg (\cos 180^\circ) (h_2 - h_1) = -mg(h_2 - h_1) = -\Delta U$$

مثال ۲-۸

شکل زیر، کوه نوردی به جرم 72 kg را نشان می‌دهد که در حال صعود به قله زردکوه بختیاری به ارتفاع 4200 m از سطح آزاد دریاست. تغییر انرژی پتانسیل گرانشی کوه نورد در 1200 m متری پایان ارتفاع صعود چقدر است؟ مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را (الف) سطح دریا و (ب) قله کوه بگیرید. ($g = 9.8\text{ m/s}^2$)



زردکوه بختیاری، یکی از غنی‌ترین ذخایر طبیعی آب ایران و سرچشمه رودخانه‌های کارون و زاینده‌رود است.

پاسخ: اگر مطابق فرض (الف)، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در سطح دریا بگیریم، می‌توان نوشت:

$$h_1 = 3000\text{ m} \quad \text{و} \quad h_2 = 4200\text{ m}$$

$$\Delta U = mg(h_2 - h_1) = (72\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)(4200\text{ m} - 3000\text{ m}) \approx 8.5 \times 10^5\text{ J}$$

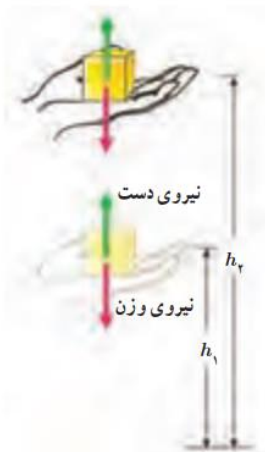
حال اگر مطابق فرض (ب)، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در قله کوه فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$h_1 = -1200\text{ m} \quad \text{و} \quad h_2 = 0$$

$$\Delta U = mg(h_2 - h_1) = (72\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2)[0 - (-1200\text{ m})] \approx 8.5 \times 10^5\text{ J}$$

همان‌طور که انتظار داشتیم انتقال مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، تأثیری در نتیجه نهایی و فیزیک مسئله ندارد.

مثال ۲-۹



جسم ساکنی به جرم m را مانند شکل روبه رو، با دستمان از ارتفاع h_1 به ارتفاع h_2 می‌بریم و دوباره به حالت سکون می‌رسانیم. با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، کار نیروی دست را در این جابه‌جایی محاسبه کنید.

پاسخ: با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی (رابطه ۲-۴) داریم:

$$W_t = W_{\text{وزن}} + W_{\text{دست}} = K_2 - K_1$$

از آنجا که جسم در ابتدا و انتهای مسیر ساکن است، تغییر انرژی جنبشی آن صفر است ($\Delta K = 0$).

به این ترتیب داریم:

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{دست}} = 0 \Rightarrow W_{\text{دست}} = -W_{\text{وزن}}$$

با توجه به رابطه ۲-۵ می‌توانیم کار نیروی وزن را با استفاده از تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی

به دست آوریم.

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = -(mgh_2 - mgh_1)$$

به این ترتیب، کار نیروی دست برابر است با:

$$W_{\text{دست}} = -(-\Delta U) = +(mgh_2 - mgh_1)$$

تمرین ۲-۱۰



انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) یک هواپیمای مسافربری به جرم $7/50 \times 10^4 \text{ kg}$ که با تندی 864 km/h در ارتفاع $9/60 \times 10^3 \text{ m}$ حرکت می‌کند چقدر است؟ مقدار این انرژی‌ها را با هم مقایسه کنید.

پاسخ تمرین ۲-۱۰:

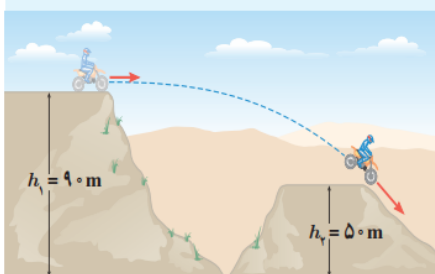
$$864 \text{ km/h} = 240 \text{ m/s}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 7/50 \times 10^4 \times (240)^2 = 2/16 \times 10^9 \text{ J} \quad \text{انرژی جنبشی:}$$

$$U = mgh = 7/50 \times 10^4 \times 9/8 \times 9/60 \times 10^3 = 7/05 \times 10^9 \text{ J} \quad \text{انرژی پتانسیل گرانشی:}$$

پس انرژی پتانسیل گرانشی هواپیما بیشتر از انرژی جنبشی اش می‌باشد.

تمرین ۲-۱۱



جرم موتورسواری با موتورش 150 kg است. این موتورسوار، پرشی مطابق شکل روبه‌رو انجام می‌دهد. الف) انرژی پتانسیل گرانشی موتورسوار را روی هر یک از تپه‌ها حساب کنید ($g = 9/8 \text{ m/s}^2$). ب) کار نیروی وزن موتورسوار را در این جابه‌جایی به دست آورید.

پاسخ تمرین ۲-۱۱:

الف:

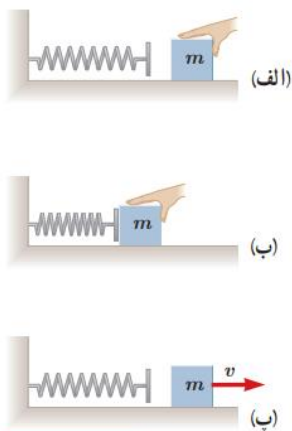
$$U_1 = mgh_1 = 150 \times 9/8 \times 90 = 132300 \text{ J}$$

$$U_2 = mgh_2 = 150 \times 9/8 \times 50 = 73500 \text{ J}$$

ب: کار نیروی وزن برابر با منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی است:

$$W_{\text{وزن}} = -(U_2 - U_1) = -(73500 - 132300) = 58800 \text{ J}$$

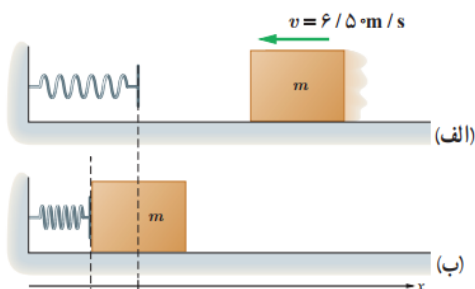
مثال مفهومی ۱۰-۲



دریافت خود را از شکل رو به رو با توجه به مفاهیمی که تا اینجا با آن آشنا شدید، بیان کنید. فرض کنید جسم روی سطحی افقی و بدون اصطکاک حرکت می‌کند.

پاسخ: شکل الف فنری را در حال تعادل نشان می‌دهد که نه فشرده و نه کشیده شده است و انرژی پتانسیل کشسانی سامانه جسم - فنر صفر است. در شکل ب، جسمی به جرم m فنر را فشرده می‌کند. با توجه به فشردگی فنر، انرژی پتانسیل کشسانی در سامانه جسم - فنر ذخیره شده است. وقتی جسم رها می‌شود، مطابق شکل پ نیرویی که فنر به جسم وارد می‌کند روی جسم کار انجام می‌دهد، انرژی پتانسیل کشسانی سامانه فنر - جسم کاسته و انرژی جنبشی جسم افزوده می‌شود.

مثال ۱۱-۲



جسمی به جرم 420 g مطابق شکل رو به رو با تندی $6/5\text{ m/s}$ به فنری برخورد کرده و آن را فشرده می‌کند.

(الف) انرژی جنبشی جسم در موقعیت شکل الف چقدر است؟
 (ب) اگر بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانه جسم - فنر $5/60\text{ J}$ باشد، کار نیروی فنر چقدر است؟
 (پ) با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، کار نیروی اصطکاک را وقتی جسم از موقعیت شکل (الف) به موقعیت شکل (ب) می‌رود حساب کنید.

پاسخ: الف) با استفاده از رابطه ۱-۲، انرژی جنبشی جسم در موقعیت الف برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0/420\text{ kg})(6/5\text{ m/s})^2 = 8/87\text{ J}$$

ب) با توجه به رابطه ۲-۷ کار نیروی فنر برابر است با:

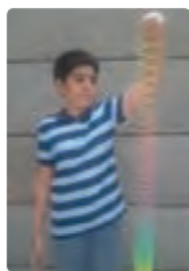
$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}} = -(U_2 - U_1) = -(5/60 - 0) = 5/60\text{ J}$$

پ) از قضیه کار - انرژی جنبشی (رابطه ۲-۴) کار نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم:

$$W_{\text{فنر}} + W_{\text{اصطکاک}} + W_{\text{وزن}} + W_{\text{عمودی سطح}} = K_2 - K_1$$

$$-5/60\text{ J} + W_{\text{اصطکاک}} + 0 + 0 = 0 - 8/87\text{ J} \Rightarrow W_{\text{اصطکاک}} = -3/27\text{ J}$$

فعالیت ۱-۲

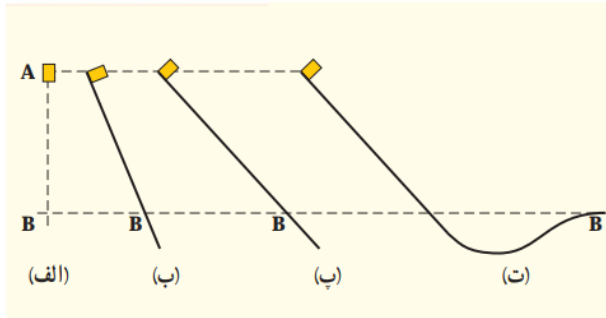


یک فنر فلزی یا پلاستیکی نرم و نسبتاً بلند اختیار کنید. فنر را مطابق شکل رو به رو، از یک طرف آن در امتداد قائم آویزان کنید. ابتدا پیش بینی کنید که با رها کردن فنر، چه اتفاقی می‌افتد؟ فنر را رها کنید و با دقت، تمامی تبدیل‌های انرژی آن را بررسی کنید و نتیجه را به کلاس ارائه دهید. اگر دوربین با امکان ضبط و پخش آهسته فیلم در اختیار دارید، فیلمی از این فعالیت تهیه کنید و آن را به طور آهسته مشاهده کنید.

پاسخ فعالیت ۱-۲: به عهده دانش آموز است



پرسش ۲-۴

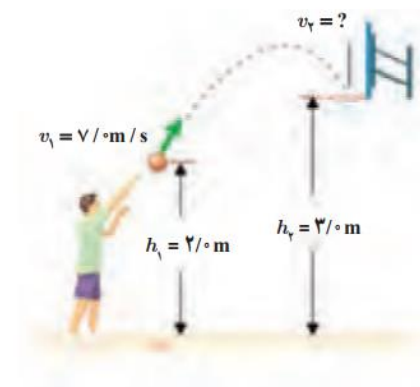


شکل روبه‌رو، چهار وضعیت متفاوت را برای حرکت جسمی نشان می‌دهد. در وضعیت الف، جسم از حال سکون سقوط می‌کند و در سه وضعیت دیگر جسم از حال سکون روی مسیری بدون اصطکاک و رو به پایین حرکت می‌کند. تندی جسم را در نقطه B برای هر چهار وضعیت با هم مقایسه کنید.

پاسخ پرسش ۲-۴: بنا به قانون پایستگی انرژی، چون در چهار وضعیت شکل مقابل ارتفاع و جرم

اجسام یکسان است پس انرژی جنبشی هر چهار وضعیت برابر می‌باشد که هنگام رسیدن به پایین همه این انرژی به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود که در نتیجه تندی هر چهار حالت یکسان است. (توجه داشته باشید که بعضی از اجسام زود و بعضی دیر به پایین برسند اما تندی همه ی آنها در لحظه رسیدن یکسان است)

مثال ۲-۱۲



شکل روبه‌رو ورزشکاری را در حال پرتاب توپ بسکتبالی با تندی $v_1 = 7/2 \text{ m/s}$ به طرف سبد نشان می‌دهد. تندی توپ هنگام رسیدن به دهانه سبد چقدر است؟ مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید.

پاسخ: چون اثر نیروی مقاومت هوا را در حین حرکت توپ ناچیز فرض کردیم، پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است. لذا از رابطه ۲-۸ می‌توان نوشت:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

با حذف m از طرفین معادله بالا، و جایگذاری مقادیر داده شده داریم:

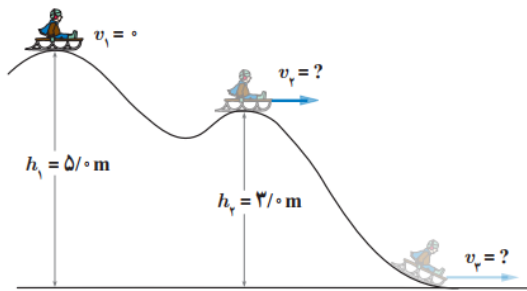
$$\frac{1}{2}(7/2 \text{ m/s})^2 + (9/8 \text{ m/s}^2)(2/0 \text{ m}) = \frac{1}{2}v_2^2 + (9/8 \text{ m/s}^2)(3/0 \text{ m})$$

با حل معادله بالا، تندی توپ در دهانه سبد تقریباً برابر $v_2 = 5/4 \text{ m/s}$ به دست می‌آید.

توجه! پاسخ این مثال اشکال دارد، در سوال آمده که تندی اولیه $7/2$ می‌باشد و هنگام حل مسئله مقدار 7

قرار داده است.

مثال ۲-۱۳



سورتمه سواری از ارتفاع $h_1 = 5/0\text{m}$ بالای سطح زمین و روی سیری بدون اصطکاک، از حال سکون شروع به حرکت می کند. الف) تندی سورتمه را در ارتفاع h_2 به دست آورید. ب) تندی سورتمه را هنگامی که به سطح زمین می رسد پیدا کنید. مقاومت هوا را هنگام حرکت سورتمه نادیده بگیرید. **پاسخ:** الف) چون نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا را در حین حرکت سورتمه ناچیز فرض کردیم، پایستگی انرژی مکانیکی برقرار است؛ لذا از رابطه ۲-۸ می توان نوشت:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

با حذف m (جرم سورتمه و سورتمه سوار) از طرفین معادله بالا، و جایگذاری مقادیر داده شده داریم:

$$0 + (9/8\text{m/s}^2)(5/0\text{m}) = \frac{1}{2}v_2^2 + (9/8\text{m/s}^2)(3/0\text{m}) \Rightarrow v_2 = 6/3\text{m/s}$$

ب) به طور مشابه قسمت قبل، انرژی مکانیکی وضعیت اول و وضعیت سوم سورتمه سوار را مساوی یکدیگر قرار می دهیم. در این صورت تندی سورتمه سوار روی زمین برابر $v_3 = 9/9\text{m/s}$ به دست می آید. به جای این کار می توانستید انرژی مکانیکی وضعیت دوم و وضعیت سوم سورتمه سوار را مساوی یکدیگر قرار دهید.

تمرین ۲-۱۲

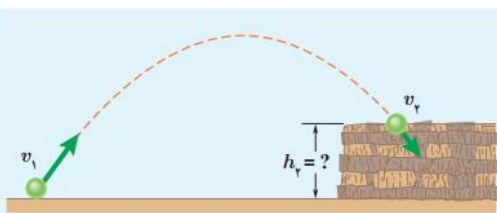
در مثال ۲-۱۲، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در ارتفاع h_1 بگیرید و بر این اساس تندی توپ را هنگام رسیدن به دهانه سبد حساب کنید.

پاسخ تمرین ۲-۱۲: اگر ارتفاع h_1 را مبدأ (صفر) در نظر بگیریم ارتفاع سبد h_2 برابر یک متر می شود:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \rightarrow \frac{1}{2}m(v_1)^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}m(v_2)^2 + mgh_2$$

$$\frac{1}{2}(7/2)^2 + 0 = \frac{1}{2}(v_2)^2 + 9/8 \times 1 \rightarrow (v_2)^2 = 32/24 \rightarrow v_2 = 5/6\text{m/s}$$

تمرین ۲-۱۳



تویی مطابق شکل از سطح زمین با تندی $v_1 = 40\text{m/s}$ به طرف صخره ای پرتاب می شود.

اگر توپ با تندی $v_2 = 25\text{m/s}$ به بالای صخره برخورد کند، ارتفاع h_2 را به دست آورید. مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید.

پاسخ تمرین ۲-۱۳: با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \rightarrow \frac{1}{2}m(v_1)^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}m(v_2)^2 + mgh_2$$

$$\frac{1}{2}(40)^2 + 0 = \frac{1}{2}(20)^2 + 9/8 \times h_2 \rightarrow 9/8 \times h_2 = 480 \rightarrow h_2 = \frac{480 \times 8}{9} = 426.7 \text{ m}$$

پرسش ۲-۴



پاسخ پرسش ۲-۴: انرژی جنبشی توپ در اثر اصطکاک به انرژی درونی دست و توپ تبدیل شده است.

مثال ۲-۱۴



از بالونی که در ارتفاع ۵۰ متری سطح زمین و با تندی ۴۰ m/s در پرواز است، بسته‌ای به جرم ۳۰ kg رها می‌شود و با تندی ۲۵ m/s به زمین برخورد می‌کند. کار انجام شده توسط نیروی مقاومت هوا بر روی بسته را از لحظه رها شدن تا هنگام رسیدن به زمین حساب کنید.

پاسخ: ابتدا انرژی مکانیکی بسته را در لحظه رها شدن و هنگام برخورد به زمین حساب می‌کنیم. اگر مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین فرض می‌کنیم، داریم:

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1$$

$$= \frac{1}{2}(30 \text{ kg})(40 \text{ m/s})^2 + (30 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(50 \text{ m}) = 14940 \text{ J} \approx 1.5 \times 10^4 \text{ J}$$

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$= \frac{1}{2}(30 \text{ kg})(25 \text{ m/s})^2 + 0 = 9375 \text{ J} \approx 9.4 \times 10^3 \text{ J}$$

با جایگذاری مقادیر انرژی مکانیکی بسته در رابطه $W_f = E_2 - E_1$ ، کار انجام شده توسط نیروی مقاومت هوا بر روی بسته

برابر است با:

$$W_f = E_2 - E_1 = 9375 \text{ J} - 14940 \text{ J} = -5565 \text{ J} \approx -5.6 \times 10^3 \text{ J}$$

تمرین ۲-۱۴



تویی به جرم ۴۵ kg با تندی ۸ m/s از نقطه A می‌گذرد (شکل روبه‌رو). نیروی مقاومت هوا و نیروی اصطکاک در سطح تماس توپ با زمین، ۲۰ درصد انرژی جنبشی توپ را تا رسیدن به نقطه B تلف می‌کنند. تندی توپ را در این نقطه به دست آورید.

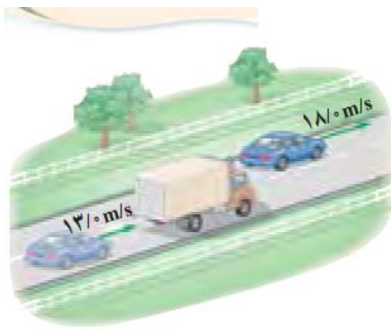
پاسخ تمرین ۲-۱۴: انرژی جنبشی در حالت اول:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 0.45 \times 8^2 = 14.4 \text{ J}$$

اگر ۲۰ درصد (یعنی ۰/۲) از انرژی جنبشی کم شود، ۸۰ درصد (یعنی ۰/۸) از انرژی جنبشی باقی می ماند:

$$K_2 = 0.8 \times K_1 = 0.8 \times 14.4 = 11.52 \text{ J} \rightarrow 11.52 = \frac{1}{2} \times 0.45 \times v^2$$

$$v^2 = \frac{11.52 \times 2}{0.45} = 51.2 \rightarrow v = 7.15 \text{ m/s}$$



مثال ۲-۱۵

شکل روبه‌رو خودرویی به جرم 1300 kg را نشان می‌دهد که برای سبقت گرفتن از کامیونی، در مسیری افقی و در مدت 3 s تندی خود را از $v_1 = 13 \text{ m/s}$ به $v_2 = 18 \text{ m/s}$ تغییر داده است. توان متوسط موتور خودرو برای انجام این کار، دست کم چقدر باید باشد؟ نیروهای اتلافی را نادیده بگیرید.

پاسخ: با توجه به رابطه ۲-۴، کار کل انجام شده توسط موتور خودرو، برابر تغییر انرژی جنبشی آن است. به این ترتیب، با به دست آوردن انرژی جنبشی خودرو در دو وضعیت داده شده و محاسبه کار کل موتور خودرو داریم:

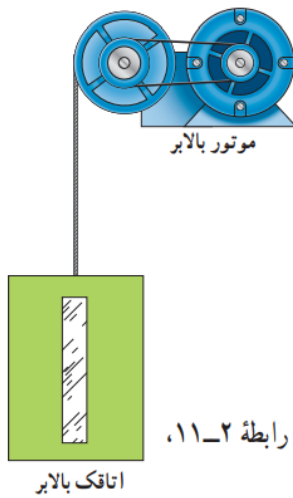
$$\begin{aligned} W_t &= K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \\ &= \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}(1300 \text{ kg})[(18 \text{ m/s})^2 - (13 \text{ m/s})^2] = 100750 \approx 1.01 \times 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

با جایگذاری مقدار به دست آمده در رابطه ۲-۱۱، کمترین توان متوسط موتور خودرو برای انجام این کار برابر است با:

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1.0075 \times 10^5 \text{ J}}{3 \text{ s}} \approx 3.36 \times 10^4 \text{ W} = 45 \text{ hp}$$

در واقع با وجود نیروهای اتلافی (مانند مقاومت هوا) در حین حرکت خودرو، توان مورد نیاز از این مقدار بیشتر است.

مثال ۲-۱۶



جرم اتاقک بالابری به همراه بار آن 500 kg است (شکل روبه‌رو). اگر این بالابر در مدت 10 s از طبقه همکف به طبقه دوم در ارتفاع 6 m برود، توان متوسط موتور این بالابر چند اسب بخار است؟ نیروهای اتلافی را نادیده بگیرید.

پاسخ: با توجه به رابطه ۲-۴، کار کل انجام شده روی اتاقک بالابر (شامل کار نیروی وزن و کار نیروی موتور بالابر) برابر تغییر انرژی جنبشی آن است. به این ترتیب داریم:

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{موتور}} = K_2 - K_1$$

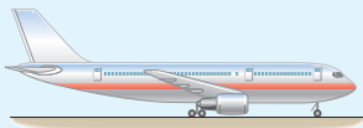
$$-mg(h_2 - h_1) + W_{\text{موتور}} = 0 - 0$$

$$W_{\text{موتور}} = mg(h_2 - h_1) = (500 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(6 \text{ m} - 0) = 29400 \text{ J} \approx 2.94 \times 10^4 \text{ J}$$

در محاسبه بالا، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین (طبقه همکف) گرفته‌ایم. با توجه به رابطه ۲-۱۱، توان متوسط موتور بالابر برابر است با:

$$\bar{P} = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t} = \frac{29400 \text{ J}}{10 \text{ s}} \approx 2.94 \times 10^3 \text{ W} = 3.9 \text{ hp}$$

تمرین ۲-۱۵



هر یک از دو موتور جت یک هواپیمای مسافربری، پیشرانده‌ای (نیروی جلوبر هواپیما) برابر $2 \times 10^5 \text{ N}$ ایجاد می‌کند. اگر هواپیما در هر دقیقه 15 km در امتداد این نیرو حرکت کند، توان متوسط هر یک از موتورهای هواپیما چند اسب بخار است؟

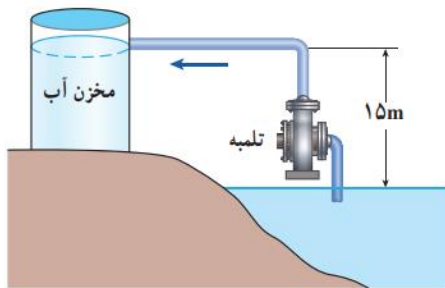
پاسخ تمرین ۲-۱۵: کار انجام شده توسط موتور جت:

$$W = F (\cos\theta) d = 2 \times 10^5 (\cos 0^\circ) \times 15000 = 3 \times 10^9 \text{ J}$$

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{3 \times 10^9 \text{ J}}{60 \text{ s}} = 5 \times 10^7 \text{ W}$$

توان متوسط

مثال ۲-۱۷



تلمبه‌ای با توان ورودی 15kW در هر ثانیه 70 لیتر آب دریاچه‌ای به چگالی 1000kg/m^3 را مطابق شکل روبه‌رو تا ارتفاع 15 متری مخزنی می‌فرستد. بازده تلمبه چند درصد است؟

پاسخ: انرژی الکتریکی ورودی به تلمبه برابر است با

$$E_{\text{ورودی}} = (15000\text{W})(1/\text{s}) = 15000\text{J} \approx 1/5 \times 10^4\text{J}$$

جرم هر لیتر آب دریاچه 1kg و کار مفید تلمبه برابر است با:

$$E_{\text{خروجی}} = mg(h_2 - h_1) = (70\text{kg})(9/8\text{N/kg})(15\text{m} - 0) = 10290\text{J} \approx 1/10 \times 10^4\text{J}$$

در محاسبه بالا، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح آب دریاچه گرفته‌ایم. با توجه به رابطه ۲-۱۲، درصد بازده تلمبه برابر است با:

$$\text{بازده برحسب درصد} = \frac{10290\text{J}}{15000\text{J}} \times 100 \approx 68\%$$

لازم است توجه کنید که بخشی از توان ورودی تلمبه به دلیل اصطکاک آب در حال حرکت با جداره داخلی لوله تلف می‌شود.

تمرین ۲-۱۶



آب ذخیره شده در پشت سد یک نیروگاه برق آبی، از مسیری مطابق شکل روی پره‌های توربینی می‌ریزد و آن را می‌چرخاند. با چرخش توربین، مولد می‌چرخد و انرژی الکتریکی تولید می‌شود (شکل روبه‌رو). اگر 85 درصد کار نیروی گرانش به انرژی الکتریکی تبدیل شود، در هر ثانیه چند متر مکعب آب باید روی توربین بریزد تا توان الکتریکی خروجی مولد نیروگاه به 200MW برسد؟ جرم هر متر مکعب آب را 1000kg در نظر بگیرید.

پاسخ تمرین ۲-۱۶: کار خروجی توربین 85 درصد از کار نیروی گرانش است که به انرژی الکتریکی

تبدیل می‌شود پس در فرمول توان خروجی خواهیم نوشت:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{خروجی}}}{t} \rightarrow 200 \times 10^6 = \frac{0/85 \times W_{\text{گرانش}}}{1}$$

$$W_{\text{گرانش}} = \frac{200 \times 10^6 \times 1}{0/85} = 2/35 \times 10^8\text{J} \rightarrow -mg(h_2 - h_1) = 2/35 \times 10^8$$

$$-m \times 9/8 \times (0 - 90) = 2/35 \times 10^8 \rightarrow m = \frac{2/35 \times 10^8}{9/8 \times 90} = 2/66 \times 10^6\text{kg}$$

هر 1000kg برابر یک متر مکعب است پس: $2/66 \times 10^6\text{kg} \times \frac{1\text{m}^3}{1000\text{kg}} = 2/66 \times 10^3\text{m}^3$

فعالیت ۲-۳

مدت زمانی را که طول می کشد تا با دویدن به بالای یک راه پله برسید اندازه بگیرید. آهنگ انجام این کار را محاسبه کنید. پاسخ خود را بر حسب وات و اسب بخار بیان کنید.

پاسخ فعالیت ۲-۳: ابتدا مقدار کاری که با بالا رفتن از پله ها انجام می دهید را محاسبه کرده تقسیم بر زمان بالا رفتن می کنیم مقدار آهنگ انجام کار بدست می آید.



۲-۱ انرژی جنبشی

۱ تقریباً بیشتر شهاب سنگ‌هایی که وارد جو زمین می شوند به دلیل اصطکاک زیاد با ذرات تشکیل دهنده جو، به دمای بالایی می رسند و می سوزند. شکل روبه رو شهاب سنگی به جرم $1/4 \times 10^5 \text{ kg}$ را نشان می دهد که با تندی $4/0 \text{ km/s}$ وارد جو زمین شده است. انرژی جنبشی این شهاب سنگ را به دست آورید. این انرژی را با انرژی جنبشی یک هواپیمای مسافربری به جرم $7/2 \times 10^4 \text{ kg}$ که با تندی 250 m/s در حرکت است مقایسه کنید.

پاسخ تمرین ۱ آخر فصل: انرژی جنبشی شهاب سنگ بسیار بیشتر از انرژی جنبشی هواپیما است.

$$K_{\text{شهاب}} = \frac{1}{2} \times 1/4 \times 10^5 \times (4 \times 10^3)^2 = 1/12 \times 10^{11} \text{ J}$$

$$K_{\text{هواپیما}} = \frac{1}{2} \times 7/2 \times 10^4 \times (250)^2 = 2/25 \times 10^9 \text{ J}$$



۲ حدود ۵۰۰۰۰ سال پیش شهاب سنگی در نزدیک آریزونا، آمریکا به زمین برخورد کرده و چاله ای بزرگ از خود به جای گذاشته است (شکل روبه رو). با اندازه گیری های جدید (۲۰۰۵ میلادی) برآورد شده است که جرم این شهاب سنگ حدود $1/40 \times 10^8 \text{ kg}$ بوده و با تندی $12/0 \text{ km/s}$ به زمین برخورد کرده است. انرژی جنبشی این شهاب سنگ هنگام برخورد به زمین چقدر بوده است؟ (خوب است بدانید انرژی آزاد شده توسط هر تن TNT تقریباً برابر $4/2 \times 10^9 \text{ J}$ است.)

پاسخ تمرین ۲ آخر فصل:

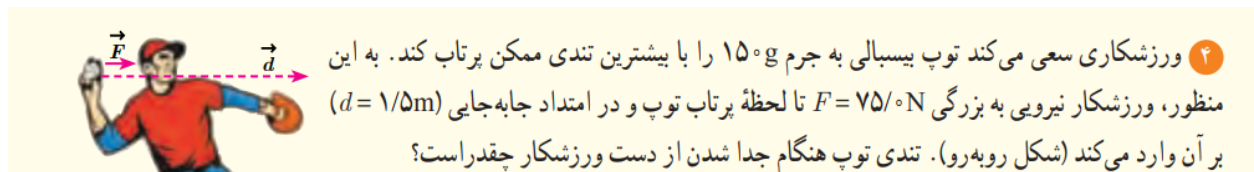
$$K_{\text{شهاب}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 10^4 \times (12 \times 10^3)^2 = 1/0.08 \times 10^{16} J$$



پاسخ تمرین ۳ آخر فصل: با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{کل}} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \rightarrow W_{\text{کل}} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{حالت الف:}$$

$$W_{\text{کل}} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}(2m)v^2 - 0 \rightarrow W_{\text{کل}} = mv^2 \quad \text{حالت ب:}$$



پاسخ تمرین ۴ آخر فصل: کار انجام شده توسط ورزشکار برابر است با:

$$W = F (\cos\theta) d = 750 \times (\cos 0) \times 1/5 = 112/5 J$$

کار کل انجام شده در امتداد این جابه‌جایی همان کار دست ورزشکار است، با استفاده از قضیه کار و انرژی

جنبشی خواهیم داشت:

$$W_{\text{کل}} = K_2 - 0 \rightarrow 112/5 J = \frac{1}{2} \times 0.15 \times v^2 \rightarrow v^2 = 1500 \rightarrow v = 38.72 \text{ m/s}$$

۵ آیا کار کل انجام شده بر یک جسم در یک جابه‌جایی می‌تواند منفی باشد؟ توضیح دهید.

پاسخ تمرین ۵ آخر فصل: بله اگر کار نیروهای اتلافی بیشتر باشد کار کل منفی می باشد، به عبارتی بنا به

قضیه کار و انرژی جنبشی هرگاه انرژی جنبشی کاهش یابد تغییرات انرژی جنبشی منفی شده پس کار کل انجام شده روی جسم نیز منفی می گردد.

۶ برای آنکه نیروی خالصی، بتواند تندی جسم را از صفر به v برساند باید مقدار کار W را روی آن انجام دهد. اگر قرار باشد تندی این جسم از صفر به $3v$ برسد کاری که روی جسم باید انجام شود چند برابر W است؟

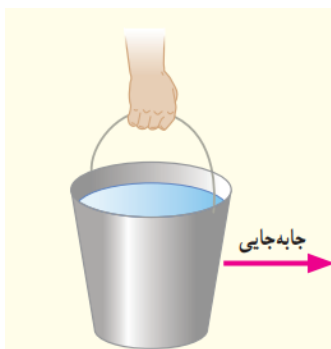
پاسخ تمرین ۶ آخر فصل:

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

حالت اول

$$W_2 = \frac{1}{2}m(3v)^2 - 0 \rightarrow W_2 = \frac{1}{2}m(3v)^2 = 9 \times \left(\frac{1}{2}mv^2\right) = 9W$$

حالت دوم



۷ اگر مطابق شکل روبه‌رو سطحی را در دست نگه دارید، آیا نیروی دست شما هنگامی که با تندی ثابت در مسیر افقی قدم می‌زنید روی سطح کاری انجام می‌دهد؟ اگر تندی حرکت شما در طول مسیر کم و زیاد شود چطور؟ پاسخ خود را در هر مورد توضیح دهید.

پاسخ تمرین ۷ آخر فصل: اگر تندی حرکت ما ثابت بماند بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی چون تغییر

انرژی جنبشی سطح صفر است پس کار دست ما هم صفر می شود. اما اگر تندی کم یا زیاد شود کار روی سطح انجام می گیرد، اگر تندی کم شود کار منفی و اگر تندی زیاد شود کار مثبت روی سطح انجام شده است.

۸ شخصی گلوله‌ای برفی به جرم 150g را از روی زمین برمی‌دارد و تا ارتفاع 180cm بالا می‌برد و سپس آن را با تندی 12m/s پرتاب می‌کند. کار انجام شده توسط شخص روی گلوله برف چقدر است؟

پاسخ تمرین ۸ آخر فصل: در دو مرحله کار انجام می دهد :

$$W_1 = mg\Delta h = 0.15 \times 9.8 \times 1.8 = 2.646\text{J}$$

$$W_f = \frac{1}{2}mv^2 - 0 = \frac{1}{2} \times 0.15 \times 12^2 = 10.8J$$

$$W_{\text{کل}} = W_1 + W_f = 2.646J + 10.8J = 13.446J$$

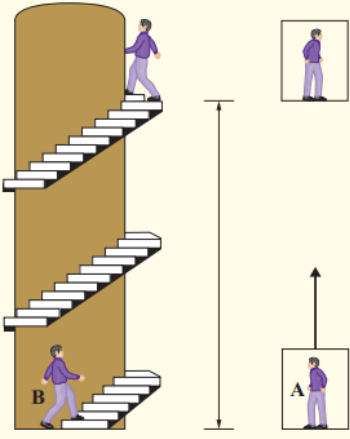
۱ ماهواره‌ها در مدارهای معین و با تندی ثابتی دور زمین می‌چرخند. حرکت یک ماهواره به دور زمین (شکل الف) را می‌توان مطابق شکل (ب) مدل‌سازی کرد. همان‌طور که دیده می‌شود نیروی خالصی (نیروی وزن) همواره بر ماهواره وارد می‌شود. چگونه امکان دارد با وجود وارد شدن این نیرو به ماهواره، انرژی جنبشی آن ثابت بماند؟

پاسخ تمرین ۹ آخر فصل: این نیرو همواره در جهت مرکز زمین است اما حرکت ماهواره تقریباً دایره‌ای شکل است با این اوصاف و با توجه به شکل مشاهده می‌کنید که جهت نیروی وارد بر ماهواره همواره عمود بر جهت حرکت آن است پس نیروی زمین کاری روی ماهواره انجام نمی‌دهد و در نتیجه انرژی جنبشی ماهواره ثابت باقی می‌ماند.

۲-۴ کار و انرژی پتانسیل

۱۰ آیا انرژی جنبشی یک جسم می‌تواند منفی باشد؟ انرژی پتانسیل گرانشی یک سامانه چطور؟ توضیح دهید.

پاسخ تمرین ۱۰ آخر فصل: انرژی جنبشی با توجه به رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ همواره مثبت است زیرا مقدار تندی به توان ۲ و جرم جسم همواره عددی مثبت هستند. اما در رابطه با انرژی پتانسیل گرانشی جسم $U = mgh$ اگر ارتفاع از مبدا پایین‌تر بیاید مقدار h منفی شده و انرژی پتانسیل گرانشی منفی می‌گردد.



۱۱ دو شخص هم جرم A و B به طبقه سوم ساختمانی می‌روند. شخص A با آسان‌بر (آسانسور) و شخص B به آرامی از پله‌های ساختمان بالا می‌روند. گزاره‌های درست را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) در طبقه سوم، انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) شخص A از شخص B کمتر است، زیرا آرام‌تر بالا رفته است.

ب) انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) شخص A کمتر از شخص B است، زیرا برای رسیدن به طبقه سوم ساختمان مسافت کمتری پیموده است.

پ) کار نیروی وزن برای هر دو شخص در طول مسیر یکسان است.

ت) انرژی پتانسیل گرانشی هر دو شخص در طبقه سوم ساختمان یکسان است.

پاسخ تمرین ۱۱ آخر فصل :

الف: نادرست، انرژی پتانسیل گرانشی فقط به ارتفاع و جرم بستگی دارد.

ب: نادرست، مسافت طی شده تاثیری ندارد و همانطور که گفته شد ارتفاع تعیین کننده است.

پ: درست، تغییرات انرژی پتانسیل هر دو یکسان است و در نتیجه کار نیروی وزن یکسان می‌باشد.

ت: درست، زیرا هر دو دارای ارتفاع و جرم یکسانی هستند.

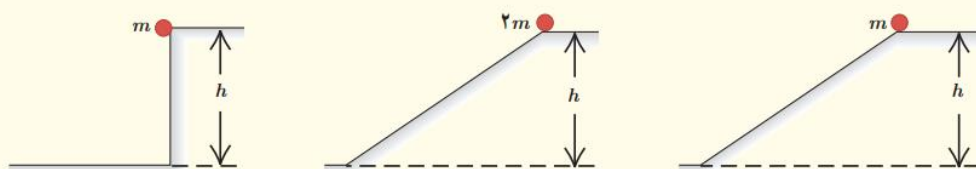
۵-۲ و ۶-۲ پایستگی انرژی مکانیکی و کار و انرژی درونی

۱۲ در سه شکل زیر اجسامی از حالت سکون و ارتفاع h نسبت به سطح افق رها می‌شوند و نیروی اصطکاک و مقاومت هوا بر آنها

وارد نمی‌شود. در کدام حالت، جسم

الف) بیشترین تندی را هنگام رسیدن به سطح افقی دارد؟


ب) تا هنگام رسیدن به پایین مسیر، بیشترین مقدار کار نیروی وزن روی آن انجام شده است؟



پاسخ تمرین ۱۲ آخر فصل :

الف: بنا به قانون پایستگی انرژی تندی هر سه جسم هنگام رسیدن به زمین یکسان است.

ب: کار نیروی وزن به تغییرات انرژی پتانسیل جسم بستگی دارد از آنجایی که جرم و ارتفاع هر سه در حالت ابتدایی و پایانی یکسان است پس نیروی وزن به یک اندازه کار انجام داده است.



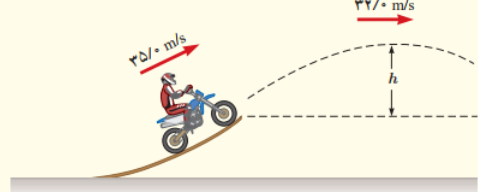
۱۳ در شکل روبه‌رو هواپیمایی که در ارتفاع 300 m از سطح زمین و با تندی 50 m/s پرواز می‌کند، بسته‌ای را برای کمک به آسیب دیدگان زلزله رها می‌کند. تندی بسته هنگام برخورد به زمین چقدر است؟ (از تأثیر مقاومت هوا روی حرکت بسته چشم‌پوشی کنید.)

پاسخ تمرین ۱۳ آخر فصل: با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_2 = E_1 \rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 \rightarrow \frac{1}{2}v_2^2 + 0 = \frac{1}{2}v_1^2 + gh_1$$

$$\frac{1}{2}v_2^2 + 0 = \frac{1}{2} \times 50^2 + 9/8 \times 300 \rightarrow \frac{1}{2}v_2^2 = 4190 \rightarrow v_2 = 91/54\text{ m/s}$$



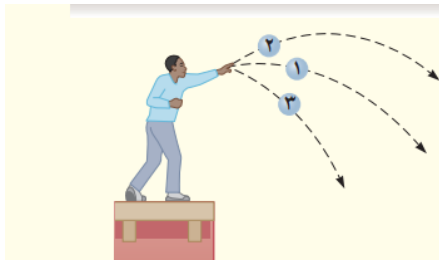
۱۴ موتورسواری از انتهای سکویی مطابق شکل روبه‌رو، پرشی را با تندی 35 m/s انجام می‌دهد. اگر تندی موتورسوار در بالاترین نقطه مسیرش به 32 m/s برسد، ارتفاع h را پیدا کنید. اصطکاک و مقاومت هوا را در طول مسیر حرکت موتورسوار نادیده بگیرید.

پاسخ تمرین ۱۴ آخر فصل: با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی خواهیم داشت:

$$E_2 = E_1 \rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1$$

چون m در تمام جملات وجود دارد از طرفین معادله مقدار m را حذف (ساده) می‌کنیم و سایر مقادیر را وارد می‌نماییم:

$$\frac{1}{2} \times 32^2 + 9/8 \times h_2 = \frac{1}{2} \times 35^2 + 0 \rightarrow h_2 = 10/2\text{ m}$$



۱۵ سه توپ مشابه، از بالای ساختمانی با تندی یکسانی پرتاب می‌شوند (شکل روبه رو). توپ (۱) در امتداد افق، توپ (۲) با زاویه‌ای بالاتر از امتداد افق و توپ (۳) با زاویه‌ای پایین‌تر از امتداد افق پرتاب می‌شود. با نادیده گرفتن مقاومت هوا، انرژی جنبشی توپ‌ها را هنگام برخورد با سطح زمین، با یکدیگر مقایسه کنید.

پاسخ تمرین ۱۵ آخر فصل : بنا به قانون پایستگی انرژی مکانیکی چون انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی

هر سه جسم هنگام پرتاب یکسان است پس انرژی جنبشی هر سه هنگام رسیدن به زمین یکسان و به صورت زیر بدست می‌آید : (و به زاویه پرتاب بستگی ندارد).

$$E_2 = E_1 \rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \rightarrow K_2 = (K_1 + U_1) - U_2$$

۱۶ گلوله‌ای به جرم 50g از دهانه تفنگی با تندی $1/5\text{km/s}$ و ارتفاع $1/6\text{m}$ از سطح زمین شلیک می‌شود. اگر گلوله با تندی $0/45\text{km/s}$ به زمین برخورد کند، الف) در مدت حرکت گلوله کار نیروی مقاومت هوا چقدر است؟ ب) مقدار به دست آمده در قسمت الف) را با کار نیروی وزن مقایسه کنید.

پاسخ تمرین ۱۶ آخر فصل :

الف: کار نیروی مقاومت هوا برابر با اختلاف انرژی مکانیکی در حالت پایانی و حالت آغازین است :

$$W_{\text{هوا}} = E_2 - E_1 = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = \left(\frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2\right) - \left(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1\right)$$

$$W_{\text{هوا}} = \left(\frac{1}{2} \times 0/05 \times 450^2 + 0/05 \times 9/8 \times 0\right) - \left(\frac{1}{2} \times 0/05 \times 1500^2 + 0/05 \times 9/8 \times 1/6\right)$$

$$W_{\text{هوا}} = (5062/5) - (56250/784) = -51188/284$$

ب: کار نیروی وزن برابر است با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی گلوله :

$$W_{\text{وزن}} = -mg(h_2 - h_1) = -0/05 \times 9/8 \times (0 - 1/6) = 0/784\text{J}$$

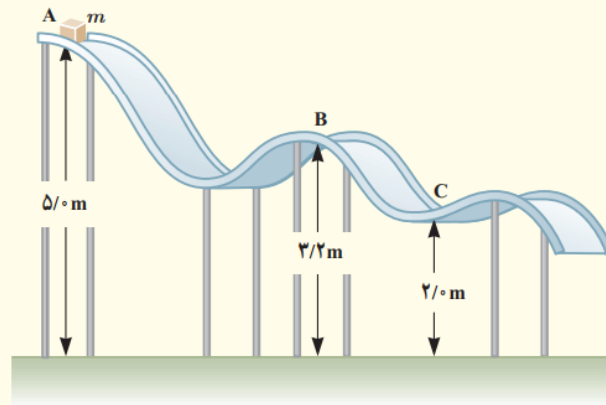
در این مسئله کار نیروی وزن در مقایسه با مقاومت هوا بسیار ناچیز است.

۱۷ جسمی به جرم $m = 12 \text{ kg}$ در نقطه A از حالت سکون رها می‌شود و در مسیری بدون اصطکاک سُر می‌خورد (شکل زیر).

تعیین کنید:

الف) تندی جسم را در نقطه B

ب) کار نیروی گرانشی را در حرکت جسم از نقطه A تا نقطه C.



پاسخ تمرین ۱۷ آخر فصل :

الف: با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

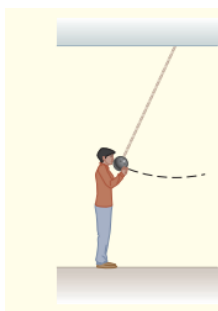
$$E_B = E_A \rightarrow K_B + U_B = K_A + U_A \rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B = 0 + mgh_A$$

$$\frac{1}{2}v_B^2 + gh_B = gh_A \rightarrow v_B^2 = 2g(h_A - h_B) \rightarrow v_B^2 = 2 \times 9.8 \times (5 - 3/2)$$

$$v_B^2 = 35/28 \rightarrow v_B = 5/9 \text{ m/s}$$

ب: همانطور که قبلا هم گفته شد کار نیروی وزن برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است:

$$W_{\text{وزن}} = -mg(h_C - h_A) = -12 \times 9.8 \times (2 - 5) = 352.8 \text{ J}$$



۱۸ شکل روبه‌رو گلوله‌ای را نشان می‌دهد که از سقف کلاسی آویزان شده و دانش‌آموزی آن

را از وضعیت تعادل خارج کرده و در برابر نوک بینی خود گرفته است.

الف) وقتی دانش‌آموز گلوله را رها می‌کند هنگام برگشت به او برخورد نمی‌کند. چرا؟ (این تجربه

ساده ولی هیجان‌انگیز را در صورت امکان در کلاستان انجام دهید.)

ب) اگر دانش‌آموز هنگام رها کردن گلوله، آن را هل دهد، هنگام برگشت آن، چه اتفاقی می‌افتد؟

پاسخ تمرین ۱۸ آخر فصل :

الف: زیرا انرژی مکانیکی پایسته است و نمی تواند خود به خود زیاد شود پس حداکثر تا همان ارتفاعی که رها کرده ایم می تواند بالا بیاید.

ب: در این صورت چون انرژی اضافی به صورت جنبشی به جسم وارد کرده ایم می تواند بالاتر از نقطه رها شده برود و به بینی آسیب برساند.

۲-۷ توان

۱۹ بالابری باتندی ثابت، باری به جرم 650 kg را در مدت ۳ دقیقه تا ارتفاع 75 m بالامی برد. اگر جرم بالابری 320 kg باشد، توان متوسط موتور آن چند وات و چند اسب بخار است؟

پاسخ تمرین ۱۹ آخر فصل :

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F (\cos\theta) d}{\Delta t} = \frac{mg\Delta h}{\Delta t} = \frac{650 \times 9/8 \times 75}{180} = 2654/16w$$

یک اسب بخار برابر 746 وات است پس :

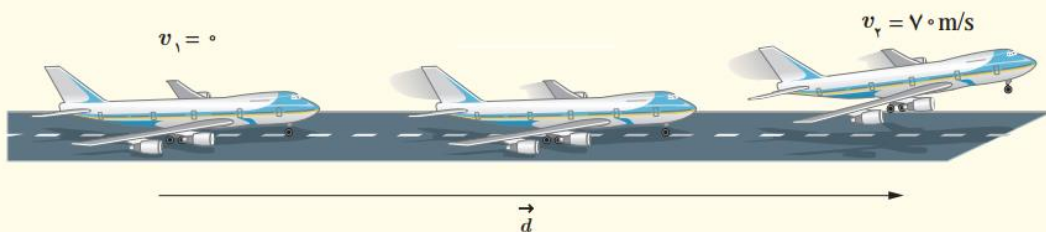
$$\bar{P} = 2654/16w \times \frac{1hp}{746w} = 3/50hp$$

۲۰ شخصی به جرم 72 kg ، در مدت زمان 9 s از تعداد 50 پله بالا می رود. توان متوسط مفید او چند وات است؟ ارتفاع هر پله را 30 cm فرض کنید.

پاسخ تمرین ۲۰ آخر فصل : 50 پله به ارتفاع 30 cm می شود 15 متر :

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F (\cos\theta) d}{\Delta t} = \frac{mg\Delta h}{\Delta t} = \frac{72 \times 9/8 \times 15}{90} = 117/6w$$

۲۱ شکل زیر هوایمایی به جرم $7/2 \times 10^4 \text{ kg}$ را نشان می دهد که از حال سکون شروع به حرکت می کند و پس از 205 m جابه جایی در امتداد باند هواپیما، به تندی برخاستن $v_f = 70 \text{ m/s}$ می رسد.



الف) کار کل نیروهای وارد بر هواپیما را در این جا به جایی حساب کنید.
 یک دقیقه پس از برخاستن، هواپیما تا ارتفاع 560 m از سطح زمین اوج می‌گیرد و تندی آن به 140 m/s می‌رسد. در این مدت،
 ب) کار نیروی وزن چقدر است؟
 پ) به جز نیروی وزن، چه نیروهای دیگری بر هواپیما اثر می‌کند (با این نیروها در علوم سال ششم آشنا شدید)؟ کار کدام یک از این
 نیروها مثبت و کار کدام یک از آنها منفی است؟

پاسخ تمرین ۲۱ آخر فصل :

الف:
$$W_{\text{کل}} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} \times (v/2 \times 10^4) \times v \cdot 2 - 0 = 1/76 \times 10^8 \text{ J}$$

ب:
$$W_{\text{وزن}} = -mg(h_2 - h_1) = -(v/2 \times 10^4) \times 9/8 \times (560 - 0) = -3/95 \times 10^8$$

پ: نیروی بالابرنده موتور جت (مثبت)، نیروی مقاومت هوا (منفی)

۲۲ سالانه نزدیک به ۱۲۵ میلیارد لیتر مواد و فراورده‌های نفتی از طریق حدود 14000 km خطوط لوله در نقاط مختلف کشور توزیع می‌شود. این خطوط در طول مسیر خود از مراکز انتقال متعددی می‌گذرند تا توان لازم را برای ادامه راه به دست آورند. شکل زیر یکی از این مراکز را نشان می‌دهد که در ارتفاع 205 m از سطح دریای آزاد قرار دارد. در این مرکز، در هر ثانیه یک متر مکعب مواد نفتی از طریق لوله‌ای با قطر $32/0$ اینچ ($81/2\text{ cm}$) توسط دو دستگاه پمپ (تلمبه) تا ارتفاع 270 m از سطح دریای آزاد فرستاده می‌شود. اگر بازده هر یک از پمپ‌های این مرکز حدود ۲۸ درصد باشد، توان هر یک از آنها بر حسب مگاوات (MW) و اسب بخار (hp) چقدر است؟ (چگالی مواد نفتی را 860 kg/m بگیرید.)



پاسخ تمرین ۲۲ آخر فصل: متن سوال طولانی و ارزش پاسخگویی ندارد.

