





دانشگاه سبز

مبانی نظریه محاسبه – اتوماتا تابع توزیع یکنواخت

محمد فرشی

۱۳ فروردین ۱۴۰۰

اتوماتا:

تابع توزیع یکنواخت $A \Rightarrow B$

◀ اتوماتا: جمع اتوماتون

◀ اتوماتا: یک مدل انتزاعی از کامپیوتر

◀ اتوماتا دستگاه یا سیستمی است که برای ورودی‌های مشخص، کارکرد مشخصی انجام می‌دهد.

اتوماتا

یک اتوماتا از بخش‌های زیر تشکیل شده است:

◀ یک نوار ورودی که می‌تواند یک رشته را نگهداری کند با هد خواندن (واحد ورودی)

◀ یک نوار خروجی با هد نوشتن (واحد خروجی)

◀ یک حافظه (واحد حافظه)

◀ واحد کنترل (واحد محاسبه و منطق)



دانشگاه تهران
مرکز علوم ریاضی

اتوماتا:

تابع توزیع یکنواخت $A \Rightarrow B$

◀ اتوماتا: جمع اتوماتون

◀ اتوماتا: یک مدل انتزاعی از کامپیوتر

◀ اتوماتا دستگاه یا سیستمی است که برای ورودی‌های مشخص، کارکرد مشخصی انجام می‌دهد.

اتوماتا

یک اتوماتا از بخش‌های زیر تشکیل شده است:

◀ یک نوار ورودی که می‌تواند یک رشته را نگهداری کند با هد خواندن (واحد ورودی)

◀ یک نوار خروجی با هد نوشتن (واحد خروجی)

◀ یک حافظه (واحد حافظه)

◀ واحد کنترل (واحد محاسبه و منطق)



دانشگاه تهران

اتوماتا:

تابع توزیع یکنواخت $A \Rightarrow B$

- ◀ اتوماتا: جمع اتوماتون
- ◀ اتوماتا: یک مدل انتزاعی از کامپیوتر
- ◀ اتوماتا دستگاه یا سیستمی است که برای ورودی‌های مشخص، کارکرد مشخصی انجام می‌دهد.

اتوماتا

یک اتوماتا از بخش‌های زیر تشکیل شده است:

- ◀ یک نوار ورودی که می‌تواند یک رشته را نگهداری کند با هد خواندن (واحد ورودی)
- ◀ یک نوار خروجی با هد نوشتن (واحد خروجی)
- ◀ یک حافظه (واحد حافظه)
- ◀ واحد کنترل (واحد محاسبه و منطق)



اتوماتا:

تابع توزیع یکنواخت $A \Rightarrow B$

- ◀ اتوماتا: جمع اتوماتون
- ◀ اتوماتا: یک مدل انتزاعی از کامپیوتر
- ◀ اتوماتا دستگاه یا سیستمی است که برای ورودی‌های مشخص، کارکرد مشخصی انجام می‌دهد.

اتوماتا

یک اتوماتا از بخش‌های زیر تشکیل شده است:

- ◀ یک نوار ورودی که می‌تواند یک رشته را نگهداری کند با هد خواندن (واحد ورودی)
- ◀ یک نوار خروجی با هد نوشتن (واحد خروجی)
- ◀ یک حافظه (واحد حافظه)
- ◀ واحد کنترل (واحد محاسبه و منطق)



اتوماتا:

تابع توزیع یکنواخت $A \Rightarrow B$

- ◀ اتوماتا: جمع اتوماتون
- ◀ اتوماتا: یک مدل انتزاعی از کامپیوتر
- ◀ اتوماتا دستگاه یا سیستمی است که برای ورودی‌های مشخص، کارکرد مشخصی انجام می‌دهد.

اتوماتا

یک اتوماتا از بخش‌های زیر تشکیل شده است:

- ◀ یک نوار ورودی که می‌تواند یک رشته را نگهداری کند با هد خواندن (واحد ورودی)
- ◀ یک نوار خروجی با هد نوشتن (واحد خروجی)
- ◀ یک حافظه (واحد حافظه)
- ◀ واحد کنترل (واحد محاسبه و منطق)



اتوماتا:

تابع توزیع یکنواخت $A \Rightarrow B$

- ◀ اتوماتا: جمع اتوماتون
- ◀ اتوماتا: یک مدل انتزاعی از کامپیوتر
- ◀ اتوماتا دستگاه یا سیستمی است که برای ورودی‌های مشخص، کارکرد مشخصی انجام می‌دهد.

اتوماتا

یک اتوماتا از بخش‌های زیر تشکیل شده است:

- ◀ یک نوار ورودی که می‌تواند یک رشته را نگهداری کند با هد خواندن (واحد ورودی)
- ◀ یک نوار خروجی با هد نوشتن (واحد خروجی)
- ◀ یک حافظه (واحد حافظه)
- ◀ واحد کنترل (واحد محاسبه و منطق)



اتوماتا:

تابع توزیع یکنواخت $A \Rightarrow B$

- ◀ اتوماتا: جمع اتوماتون
- ◀ اتوماتا: یک مدل انتزاعی از کامپیوتر
- ◀ اتوماتا دستگاه یا سیستمی است که برای ورودی‌های مشخص، کارکرد مشخصی انجام می‌دهد.

اتوماتا

یک اتوماتا از بخش‌های زیر تشکیل شده است:

- ◀ یک نوار ورودی که می‌تواند یک رشته را نگهداری کند با هد خواندن (واحد ورودی)
- ◀ یک نوار خروجی با هد نوشتن (واحد خروجی)
- ◀ یک حافظه (واحد حافظه)
- ◀ واحد کنترل (واحد محاسبه و منطق)



اتوماتا:

تابع توزیع یکنواخت $A \Rightarrow B$

- ◀ اتوماتا: جمع اتوماتون
- ◀ اتوماتا: یک مدل انتزاعی از کامپیوتر
- ◀ اتوماتا دستگاه یا سیستمی است که برای ورودی‌های مشخص، کارکرد مشخصی انجام می‌دهد.

اتوماتا

یک اتوماتا از بخش‌های زیر تشکیل شده است:

- ◀ یک نوار ورودی که می‌تواند یک رشته را نگهداری کند با هد خواندن (واحد ورودی)
- ◀ یک نوار خروجی با هد نوشتن (واحد خروجی)
- ◀ یک حافظه (واحد حافظه)
- ◀ واحد کنترل (واحد محاسبه و منطق)

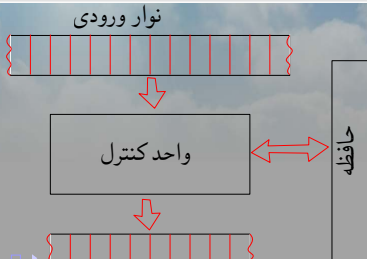


اتوماتا:

اتوماتا

یک اتوماتا از بخش‌های زیر تشکیل شده است:

- ▶ یک نوار ورودی که می‌تواند یک رشته را نگهداری کند با هد خواندن (واحد ورودی)
- ▶ یک نوار خروجی با هد نوشتن (واحد خروجی)
- ▶ یک حافظه (واحد حافظه)
- ▶ واحد کنترل (واحد محاسبه و منطق)



اتوماتا:

- ◀ وضعیت (پیکربندی) اتوماتا: مجموعه تمام مشخصات فعلی دستگاه شامل، وضعیت نوار ورودی، خروجی و حافظه و محل قرار گرفتن هد ورودی و خروجی
- ◀ تابع انتقال: با توجه به وضعیت فعلی و کاراکتر مقابل هد در نوار ورودی، وضعیت بعدی را مشخص می‌کند.
- این مدل کلی است. جزئیات حالت‌های خاص در فصل‌های بعدی بحث خواهند شد.

دسته‌بندی اتوماتاها:

- ◀ اتوماتای قطعی: تابع انتقال یک تابع ریاضی است، یعنی به ازای یک وضعیت و ورودی مشخص، صرفاً یک حالت جدید دارد.
- ◀ اتوماتای غیرقطعی: تابع انتقال لزوماً یک تابع ریاضی نیست.



اتوماتا:

- ◀ وضعیت (پیکربندی) اتوماتا: مجموعه تمام مشخصات فعلی دستگاه شامل، وضعیت نوار ورودی، خروجی و حافظه و محل قرار گرفتن هد ورودی و خروجی
- ◀ تابع انتقال: با توجه به وضعیت فعلی و کاراکتر مقابل هد در نوار ورودی، وضعیت بعدی را مشخص می‌کند.
- این مدل کلی است. جزئیات حالت‌های خاص در فصل‌های بعدی بحث خواهند شد.

دسته‌بندی اتوماتاها:

- ◀ اتوماتای قطعی: تابع انتقال یک تابع ریاضی است، یعنی به ازای یک وضعیت و ورودی مشخص، صرفاً یک حالت جدید دارد.
- ◀ اتوماتای غیرقطعی: تابع انتقال لزوماً یک تابع ریاضی نیست.



اتوماتا:

- ◀ وضعیت (پیکربندی) اتوماتا: مجموعه تمام مشخصات فعلی دستگاه شامل، وضعیت نوار ورودی، خروجی و حافظه و محل قرار گرفتن هد ورودی و خروجی
- ◀ تابع انتقال: با توجه به وضعیت فعلی و کاراکتر مقابل هد در نوار ورودی، وضعیت بعدی را مشخص می‌کند.
- این مدل کلی است. جزئیات حالت‌های خاص در فصل‌های بعدی بحث خواهند شد.

دسته‌بندی اتوماتاها:

- ◀ اتوماتای قطعی: تابع انتقال یک تابع ریاضی است، یعنی به ازای یک وضعیت و ورودی مشخص، صرفاً یک حالت جدید دارد.
- ◀ اتوماتای غیرقطعی: تابع انتقال لزوماً یک تابع ریاضی نیست.



اتوماتا:

- ◀ وضعیت (پیکربندی) اتوماتا: مجموعه تمام مشخصات فعلی دستگاه شامل، وضعیت نوار ورودی، خروجی و حافظه و محل قرار گرفتن هد ورودی و خروجی
 - ◀ تابع انتقال: با توجه به وضعیت فعلی و کاراکتر مقابل هد در نوار ورودی، وضعیت بعدی را مشخص می‌کند.
- این مدل کلی است. جزئیات حالت‌های خاص در فصل‌های بعدی بحث خواهند شد.

دسته‌بندی اتوماتاها:

- ◀ اتوماتای قطعی: تابع انتقال یک تابع ریاضی است، یعنی به ازای یک وضعیت و ورودی مشخص، صرفاً یک حالت جدید دارد.
- ◀ اتوماتای غیرقطعی: تابع انتقال لزوماً یک تابع ریاضی نیست.



اتوماتا:

- ◀ وضعیت (پیکربندی) اتوماتا: مجموعه تمام مشخصات فعلی دستگاه شامل، وضعیت نوار ورودی، خروجی و حافظه و محل قرار گرفتن هد ورودی و خروجی
 - ◀ تابع انتقال: با توجه به وضعیت فعلی و کاراکتر مقابل هد در نوار ورودی، وضعیت بعدی را مشخص می‌کند.
- این مدل کلی است. جزئیات حالت‌های خاص در فصل‌های بعدی بحث خواهند شد.

دسته‌بندی اتوماتاها:

- ◀ اتوماتای قطعی: تابع انتقال یک تابع ریاضی است، یعنی به ازای یک وضعیت و ورودی مشخص، صرفاً یک حالت جدید دارد.
- ◀ اتوماتای غیرقطعی: تابع انتقال لزوماً یک تابع ریاضی نیست.



اتوماتا:

دسته‌بندی اتوماتاها:

- ▶ اتوماتای قطعی: تابع انتقال یک تابع ریاضی است، یعنی به ازای یک وضعیت و ورودی مشخص، صرفاً یک حالت جدید دارد.
- ▶ اتوماتای غیرقطعی: تابع انتقال لزوماً یک تابع ریاضی نیست.

دسته‌بندی اتوماتاها:

- ▶ پذیرنده: خروجی آن «بله» یا «خیر» است.
- ▶ تراگذر: خروجی آن یک رشته است.



اتوماتا:

دسته‌بندی اتوماتاها:

- ◀ اتوماتای قطعی: تابع انتقال یک تابع ریاضی است، یعنی به ازای یک وضعیت و ورودی مشخص، صرفاً یک حالت جدید دارد.
- ◀ اتوماتای غیرقطعی: تابع انتقال لزوماً یک تابع ریاضی نیست.

دسته‌بندی اتوماتاها:

- ◀ پذیرنده: خروجی آن «بله» یا «خیر» است.
- ◀ تراگذر: خروجی آن یک رشته است.



اتوماتا:

برخی کاربردها

گرامر نام متغیرها:

نام متغیرها در زبان برنامه‌نویسی باید در قوانین زیر صدق کند:
نام متغیر دنباله‌ای از حرف و عدد و خط پایین است.

نام متغیر با حرف یا خط پایین شروع می‌شود.

فرض کنید L یک زبان شامل تمام نام متغیرهای معتبر باشد.

برای این زبان گرامر زیر را داریم:

$$G = \{\{ \langle id \rangle, \langle letter \rangle, \langle digit \rangle, \langle rest \rangle, \langle underscr \rangle \},$$

$$\{ \circ, \backslash, \dots, \text{a}, \text{b}, \dots, \text{z}, \text{A}, \text{B}, \dots, \text{Z}, _ \}, \langle id \rangle, P\}$$

$$P = \{ \langle id \rangle \Rightarrow \langle letter \rangle \langle rest \rangle \mid \langle underscr \rangle \langle rest \rangle,$$

$$\langle rest \rangle \Rightarrow \langle letter \rangle \langle rest \rangle \mid \langle digit \rangle \langle rest \rangle \mid \langle underscr \rangle \langle rest \rangle,$$

$$\langle letter \rangle \Rightarrow \text{a} \mid \text{b} \mid \dots \mid \text{z} \mid \text{A} \mid \text{B} \mid \dots \mid \text{Z}$$

$$\langle digit \rangle \Rightarrow \circ \mid \backslash \mid \dots \mid \text{9}$$

$$\langle underscr \rangle \Rightarrow _ \}$$



کتابخانه
موسسه علمی و فرهنگی
تهران

اتوماتا:

برخی کاربردها

گرامر نام متغیرها:

فرض کنید L یک زبان شامل تمام نام متغیرهای معتبر باشد.

$$G = \{\{\langle id \rangle, \langle letter \rangle, \langle digit \rangle, \langle rest \rangle, \langle underscr \rangle\},$$

$$\{\circ, \backslash, \dots, \textcircled{9}, a, b, \dots, z, A, B, \dots, Z, _ \}, \langle id \rangle, P\}$$

$$P = \{\langle id \rangle \Rightarrow \langle letter \rangle \langle rest \rangle \mid \langle underscr \rangle \langle rest \rangle,$$

$$\langle rest \rangle \Rightarrow \langle letter \rangle \langle rest \rangle \mid \langle digit \rangle \langle rest \rangle \mid \langle underscr \rangle \langle rest \rangle,$$

$$\langle letter \rangle \Rightarrow a \mid b \mid \dots \mid z \mid A \mid B \mid \dots \mid Z$$

$$\langle digit \rangle \Rightarrow \circ \mid \backslash \mid \dots \mid \textcircled{9}$$

$$\langle underscr \rangle \Rightarrow _ \}$$

می‌توان نشان داد $L = L(G)$.

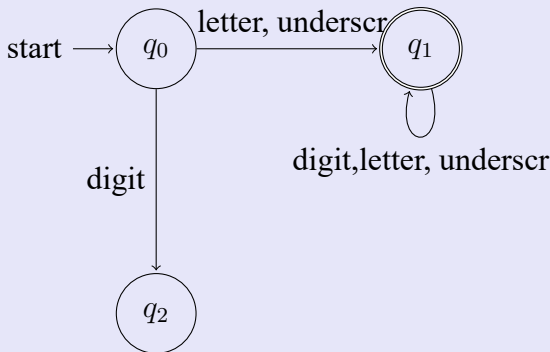
می‌توان یک اتوماتا طراحی کرد که رشته ورودی را به آن داد و در نهایت آن اتوماتا به ما بگوید، رشته یک نام متغیر معتبر است یا نه.



اتوماتا:

برخی کاربردها

اتوماتای متناظر - مثالی از یک پذیرنده



کامپایلرها و مترجم‌ها از اتوماتاها برای بررسی این که دستورات در گرامر زبان صدق می‌کنند استفاده می‌کنند.

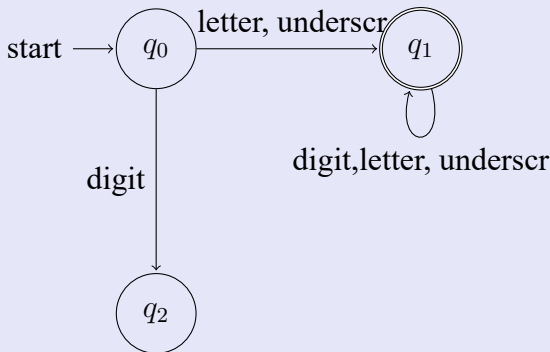


دانشگاه تهران
دانشکده علوم ریاضی

اتوماتا:

برخی کاربردها

اتوماتای متناظر - مثالی از یک پذیرنده



کامپایلرها و مترجم‌ها از اتوماتاها برای بررسی این که دستورات در گرامر زبان صدق می‌کنند استفاده می‌کنند.



دانشگاه گیلان
دانشکده علوم ریاضی

اتوماتا:

برخی کاربردها

جمع کننده دودویی

- ▶ جمع دو عدد دودویی یک بخش هر کامپیوتر است.
- ▶ یک اتوماتا می تواند دو عدد دودویی را بگیرد و مجموع آنها را محاسبه کند.
- ▶ فرض کنید $x = a_0 a_1 \dots a_n$ و $y = b_0 b_1 \dots b_n$ دو عدد دودویی باشند که ارقام آنها برعکس است (اولین رقم، کم ارزش ترین است)
- ▶ برای محاسبه مجموع باید ارقام نظیر به نظیر جمع شوند. اگر هر دو رقم نظیر به نظیر ۱ باشند، آنگاه رقم متناظر در مجموع برابر صفر و یک نقلی خواهیم داشت.

ارزش رقم	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
x	۱	۰	۰	۱	۱	۰	۰
y	۰	۰	۱	۱	۰	۱	۰



اتوماتا:

برخی کاربردها

جمع کننده دودویی

- جمع دو عدد دودویی یک بخش هر کامپیوتر است.
- یک اتوماتا می تواند دو عدد دودویی را بگیرد و مجموع آنها را محاسبه کند.
- فرض کنید $x = a_0 a_1 \dots a_n$ و $y = b_0 b_1 \dots b_n$ دو عدد دودویی باشند که ارقام آنها برعکس است (اولین رقم، کم ارزش ترین است)
- برای محاسبه مجموع باید ارقام نظیر به نظیر جمع شوند. اگر هر دو رقم نظیر به نظیر ۱ باشند، آنگاه رقم متناظر در مجموع برابر صفر و یک نقلی خواهیم داشت.



دانشگاه تهران
دانشکده علوم ریاضی

ارزش رقم	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
x	۱	۰	۰	۱	۱	۰	۰
y	۰	۰	۱	۱	۰	۱	۰

اتوماتا:

برخی کاربردها

جمع کننده دودویی

- ▶ جمع دو عدد دودویی یک بخش هر کامپیوتر است.
- ▶ یک اتوماتا می تواند دو عدد دودویی را بگیرد و مجموع آنها را محاسبه کند.
- ▶ فرض کنید $x = a_0 a_1 \dots a_n$ و $y = b_0 b_1 \dots b_n$ دو عدد دودویی باشند که ارقام آنها برعکس است (اولین رقم، کم ارزش ترین است)
- ▶ برای محاسبه مجموع باید ارقام نظیر به نظیر جمع شوند. اگر هر دو رقم نظیر به نظیر ۱ باشند، آنگاه رقم متناظر در مجموع برابر صفر و یک نقلی خواهیم داشت.



دانشگاه تهران
دانشکده علوم ریاضی

ارزش رقم	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
x	۱	۰	۰	۱	۱	۰	۰
y	۰	۰	۱	۱	۰	۱	۰

اتوماتا:

برخی کاربردها

جمع کننده دودویی

- ▶ جمع دو عدد دودویی یک بخش هر کامپیوتر است.
- ▶ یک اتوماتا می تواند دو عدد دودویی را بگیرد و مجموع آنها را محاسبه کند.
- ▶ فرض کنید $x = a_0 a_1 \dots a_n$ و $y = b_0 b_1 \dots b_n$ دو عدد دودویی باشند که ارقام آنها برعکس است (اولین رقم، کم ارزش ترین است)
- ▶ برای محاسبه مجموع باید ارقام نظیر به نظیر جمع شوند. اگر هر دو رقم نظیر به نظیر ۱ باشند، آنگاه رقم متناظر در مجموع برابر صفر و یک نقلی خواهیم داشت.



دانشگاه تهران
دانشکده علوم ریاضی

ارزش رقم	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
x	۱	۰	۰	۱	۱	۰	۰
y	۰	۰	۱	۱	۰	۱	۰

اتوماتا:

برخی کاربردها

جمع کننده دودویی

- ▶ جمع دو عدد دودویی یک بخش هر کامپیوتر است.
- ▶ یک اتوماتا می تواند دو عدد دودویی را بگیرد و مجموع آنها را محاسبه کند.
- ▶ فرض کنید $x = a_0 a_1 \dots a_n$ و $y = b_0 b_1 \dots b_n$ دو عدد دودویی باشند که ارقام آنها برعکس است (اولین رقم، کم ارزش ترین است)
- ▶ برای محاسبه مجموع باید ارقام نظیر به نظیر جمع شوند. اگر هر دو رقم نظیر به نظیر ۱ باشند، آنگاه رقم متناظر در مجموع برابر صفر و یک نقلی خواهیم داشت.



دانشگاه تهران
دانشکده علوم ریاضی

ارزش رقم	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
x	۱	۰	۰	۱	۱	۰	۰
y	۰	۰	۱	۱	۰	۱	۰

اتوماتا:

برخی کاربردها

جمع کننده دودویی

- ▶ جمع دو عدد دودویی یک بخش هر کامپیوتر است.
- ▶ یک اتوماتا می تواند دو عدد دودویی را بگیرد و مجموع آنها را محاسبه کند.
- ▶ فرض کنید $x = a_0 a_1 \dots a_n$ و $y = b_0 b_1 \dots b_n$ دو عدد دودویی باشند که ارقام آنها برعکس است (اولین رقم، کم ارزش ترین است)
- ▶ برای محاسبه مجموع باید ارقام نظیر به نظیر جمع شوند. اگر هر دو رقم نظیر به نظیر ۱ باشند، آنگاه رقم متناظر در مجموع برابر صفر و یک نقلی خواهیم داشت.

ارزش رقم	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
x	۱	۰	۰	۱	۱	۰	۰
y	۰	۰	۱	۱	۰	۱	۰

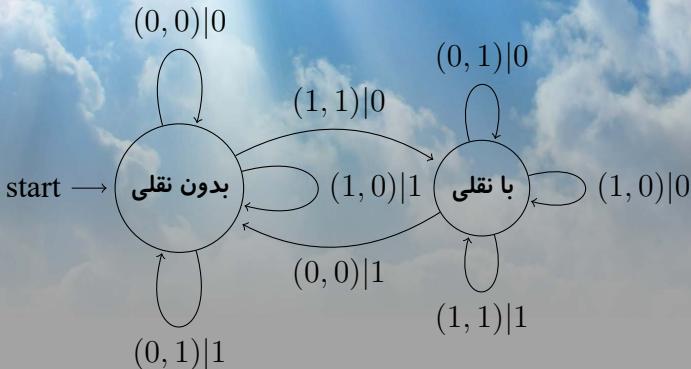


اتوماتا:

برخی کاربردها

جمع کننده دودویی - اتوماتا (مثالی از تراگذر)

برچسب هر یال به صورت $(a_i, b_i) | c_i$ است که دو رقم اول، رقم‌های ورودی و آخری، خروجی است.



دانشگاه تهران
دانشکده علوم ریاضی

ارزش رقم

۰

۱

۲

۳

۴

۵

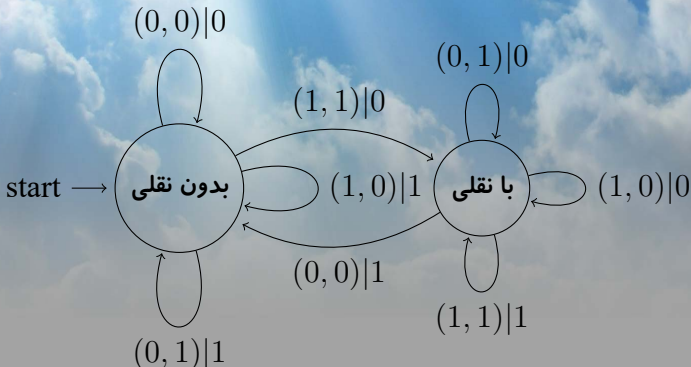
۶

اتوماتا:

برخی کاربردها

جمع کننده دودویی - اتوماتا (مثالی از تراگذر)

برچسب هر یال به صورت $(a_i, b_i) | c_i$ است که دو رقم اول، رقم‌های ورودی و آخری، خروجی است.



دانشگاه تهران
دانشکده علوم ریاضی

ارزش رقم

۰

۱

۲

۳

۴

۵

۶

پایان بخش اتوماتاها - پایان فصل اول

بحث بعدی: اتوماتای متناهی - فصل دوم

تمرین: تمرینات صفحه ۴۱ کتاب.

با آرزوی
موفقیت
و
بهروزی