



مجموعه سوالات چهارگزینه‌ای ریاضی ۱ دهم ریاضی و تجربی

گردآوری شده توسط: مهدی فرشی

تمام سوالات موجود در این جزوه از بین سوالات  
آزمون‌های معتبری مانند کنکور سراسری، کنکور  
آزاد، قلمچی، گاج، گزینه دو، مرآت، گاما و  
کنکورهای آزمایشی استان یزد انتخاب شده‌اند.

این جزوه در ۲ قسمت تهیه شده است. در قسمت  
اول سوالات آموزشی قرار دارند که دانش‌آموزان  
باید بدون در نظر گرفتن وقت آنها را حل کرده  
و سپس در کلاس رفع اشکال کنند. در قسمت  
دوم خودآزمایی‌ها قرار دارند که پس از اتمام حل  
سوالات آموزشی یک مبحث باید با در نظر گرفتن  
وقت پیشنهادی حل شوند.

# فهرست مندرجات

۱	مجموعه، الگو و دنباله	۱
۱	مجموعه‌های منتهای و نامنتهای	۱.۱
۱	مجموعه‌های اعداد	۱.۱.۱
۲	بازه‌ها	۲.۱.۱
۳	مجموعه‌های منتهای و نامنتهای	۳.۱.۱
۴	متمم یک مجموعه	۲.۱
۴	مجموعه‌ی مرجع	۱.۲.۱
۵	تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه	۲.۲.۱
۶	الگو و دنباله	۳.۱
۶	الگو	۱.۳.۱
۷	الگوی خطی	۲.۳.۱
۷	الگوهای غیرخطی	۳.۳.۱
۸	دنباله	۴.۳.۱
۸	دنباله‌های حسابی و هندسی	۴.۱
۸	دنباله‌ی حسابی	۱.۴.۱
۱۰	دنباله‌ی هندسی	۲.۴.۱
۱۳	مثلثات	۲
۱۳	نسبت‌های مثلثاتی	۱.۲
۱۵	دایره‌ی مثلثاتی	۲.۲
۱۷	رابطه‌ی شیب خط با تانژانت زاویه	۱.۲.۲
۱۸	روابط بین نسبت‌های مثلثاتی	۳.۲
۱۸	رابطه‌های تانژانت بر حسب کسینوس و کتانژانت بر حسب سینوس	۱.۳.۲
۱۹	اتحاد مثلثاتی	۲.۳.۲
۲۱	توان‌های گویا و عبارت‌های جبری	۳
۲۱	ریشه و توان	۱.۳
۲۳	ریشه‌ی $n$ ام	۲.۳

۲۴	..... توان‌های گویا	۳.۳
۲۵	..... عبارات‌های جبری	۴.۳
۲۷	..... معادله‌ها و نامعادله‌ها	۴
۲۷	..... معادله‌ی درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن	۱.۴
۲۷	..... حل معادله‌ی درجه دوم به روش تجزیه	۱.۱.۴
۲۸	..... حل معادله‌ی درجه دوم به کمک ریشه‌گیری	۲.۱.۴
۲۹	..... حل معادله‌ی درجه دوم به روش مربع کامل	۳.۱.۴
۲۹	..... حل معادله‌ی درجه دوم به روش فرمول کلی	۴.۱.۴
۳۰	..... سهمی	۲.۴
۳۲	..... تعیین علامت	۳.۴
۳۲	..... تعیین علامت چند جمله‌ای درجه اول	۱.۳.۴
۳۲	..... تعیین علامت چند جمله‌ای درجه دوم	۲.۳.۴
۳۳	..... نامعادله	۳.۳.۴
۳۴	..... نامعادله‌های قدرمطلق	۴.۳.۴
۳۵	..... تابع	۵
۳۵	..... مفهوم تابع و بازنمایی‌های آن	۱.۵
۳۶	..... نمایش تابع به صورت زوج‌های مرتب و نمودار مختصاتی	۱.۱.۵
۳۷	..... دامنه و برد توابع	۲.۵
۴۰	..... انواع توابع	۳.۵
۴۲	..... رسم برخی توابع به کمک انتقال	۱.۳.۵
۴۳	..... شمارش، بدون شمردن	۶
۴۳	..... شمارش	۱.۶
۴۳	..... اصل جمع و اصل ضرب	۱.۱.۶
۴۵	..... جایگشت	۲.۶
۴۶	..... ترکیب	۳.۶
۴۹	..... آمار و احتمال	۷
۴۹	..... احتمال یا اندازه‌گیری شانس	۱.۷
۴۹	..... پیشامدهای تصادفی	۱.۱.۷
۵۰	..... پیشامدها و برخی اعمال روی آنها	۲.۱.۷
۵۱	..... احتمال رخداد یک پیشامد (اندازه‌گیری شانس)	۳.۱.۷

۵۳	.....	مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه و نمونه	۲.۷
۵۳	.....	جامعه و نمونه	۱.۲.۷
۵۴	.....	متغیر و انواع آن	۳.۷
۵۴	.....	تعریف متغیر و مقدار متغیر	۱.۳.۷
۵۴	.....	متغیرهای کمی و کیفی	۲.۳.۷
۵۴	.....	انواع متغیرهای کمی	۳.۳.۷

## ۵۷ ..... ۸ خودآزمایی‌ها

۵۸	.....	خودآزمایی شماره ۱ (مجموعه‌های متناهی و نامتناهی)	۱.۸
۶۱	.....	خودآزمایی شماره ۲ (متمم یک مجموعه)	۲.۸
۶۴	.....	خودآزمایی شماره ۳ (متمم یک مجموعه)	۳.۸
۶۷	.....	خودآزمایی شماره ۴ (الگو و دنباله)	۴.۸
۷۰	.....	خودآزمایی شماره ۵ (دنباله‌های حسابی و هندسی)	۵.۸
۷۳	.....	خودآزمایی شماره ۶ (نسبت‌های مثلثاتی)	۶.۸
۷۶	.....	خودآزمایی شماره ۷ (دایره‌ی مثلثاتی)	۷.۸
۷۹	.....	خودآزمایی شماره ۸ (روابط بین نسبت‌های مثلثاتی)	۸.۸
۸۱	.....	خودآزمایی شماره ۹ (ریشه و توان)	۹.۸
۸۴	.....	خودآزمایی شماره ۱۰ (ریشه‌ی $n$ ام)	۱۰.۸
۸۷	.....	خودآزمایی شماره ۱۱ (توان‌های گویا)	۱۱.۸
۹۰	.....	خودآزمایی شماره ۱۲ (عبارت‌های جبری)	۱۲.۸
۹۲	.....	خودآزمایی شماره ۱۳ (عبارت‌های جبری)	۱۳.۸
۹۴	.....	خودآزمایی شماره ۱۴ (معادله‌ی درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن)	۱۴.۸
۹۷	.....	خودآزمایی شماره ۱۵ (سهمی)	۱۵.۸
۱۰۰	.....	خودآزمایی شماره ۱۶ (تعیین علامت)	۱۶.۸
۱۰۳	.....	خودآزمایی شماره ۱۷ (مفهوم تابع و بازنمایی‌های آن)	۱۷.۸
۱۰۷	.....	خودآزمایی شماره ۱۸ (دامنه و برد توابع)	۱۸.۸
۱۱۰	.....	خودآزمایی شماره ۱۹ (انواع توابع)	۱۹.۸

۱۱۳	خودآزمایی شماره ۲۰ (شمارش)	۲۰.۸
۱۱۵	خودآزمایی شماره ۲۱ (جایگشت)	۲۱.۸
۱۱۷	خودآزمایی شماره ۲۲ (ترکیب)	۲۲.۸
۱۱۹	خودآزمایی شماره ۲۳ (ترکیب)	۲۳.۸
۱۲۲	خودآزمایی شماره ۲۴ (احتمال یا اندازه‌گیری شانس)	۲۴.۸
۱۲۴	خودآزمایی شماره ۲۵ (احتمال یا اندازه‌گیری شانس)	۲۵.۸
۱۲۶	خودآزمایی شماره ۲۶ (احتمال یا اندازه‌گیری شانس)	۲۶.۸
۱۲۹	خودآزمایی شماره ۲۷ (مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه، نمونه، متغیر و انواع آن)	۲۷.۸

۱۳۱ سؤالات کنکورهای اخیر ۹

۱۳۱	سؤالات کنکور ۹۸	۱.۹
۱۳۱	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۱.۹
۱۳۱	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۱.۹
۱۳۲	سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)	۳.۱.۹
۱۳۲	سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)	۴.۱.۹
۱۳۴	سؤالات کنکور ۹۹	۲.۹
۱۳۴	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۲.۹
۱۳۴	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۲.۹
۱۳۵	سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)	۳.۲.۹
۱۳۶	سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)	۴.۲.۹
۱۳۷	سؤالات کنکور ۱۴۰۰	۳.۹
۱۳۷	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۳.۹
۱۳۷	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۳.۹
۱۳۷	سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)	۳.۳.۹
۱۳۸	سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)	۴.۳.۹
۱۳۹	سؤالات کنکور ۱۴۰۱	۴.۹
۱۳۹	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۴.۹
۱۳۹	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۴.۹
۱۳۹	سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)	۳.۴.۹
۱۴۰	سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)	۴.۴.۹

# فصل ۱

## مجموعه، الگو و دنباله

### ۱.۱ مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

#### ۱.۱.۱ مجموعه‌های اعداد

(۱) تعداد اعضای کدام یک از مجموعه‌های زیر از بقیه بیشتر است؟

(۱) اعداد اول کوچکتر از ۱۳

(۲) مضرب‌های طبیعی دو رقمی عدد ۲۰

(۳) حروف کلمه‌ی «دیدار»

(۴) تعداد نقاط مشترک دو دایره‌ی مماس بر هم به شعاع‌های ۲ و ۴

(۲) کدام مجموعه‌ی زیر، تهی نیست؟

$\mathbb{Z} \cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$  (۴)

$\mathbb{N} \cap (\mathbb{Q} - \mathbb{Z})$  (۳)

$\mathbb{N} \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{W})$  (۲)

$\mathbb{W} \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{N})$  (۱)

(۳) حاصل  $(\mathbb{Q} \cap \mathbb{W}) - \mathbb{N}$  برابر است با

$\mathbb{W}$  (۴)

$\mathbb{Q}$  (۳)

$\emptyset$  (۲)

$\{0\}$  (۱)

(۴) کدام گزینه درست نیست؟

(۱) هر عدد طبیعی، یک عدد حسابی است.

(۲) هر عدد صحیح، یک عدد گویا است.

(۳) عددی حسابی وجود دارد که عدد صحیح نیست.

(۴) عدد گنگی وجود ندارد که بتوان آن را به صورت نسبت دو عدد صحیح نوشت.

(۵) کدام گزینه با گزینه‌های دیگر مساوی نیست؟

$\mathbb{Q} - \mathbb{R}$  (۴)

$\emptyset$  (۳)

$\mathbb{W} - \mathbb{N}$  (۲)

$\mathbb{Z} - \mathbb{R}$  (۱)

(۶) هر کدام از مجموعه‌های  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  یکی از مجموعه‌های اعداد طبیعی، گویا، حقیقی و حسابی هستند. اگر گزاره‌ی  $B \subseteq D \subseteq A \subseteq C$  برقرار باشد، کدام یک از مجموعه‌های زیر تک عضوی است؟

$D - B$  (۴)

$C - A$  (۳)

$A - D$  (۲)

$C - D$  (۱)

۲.۱.۱ بازه‌ها

کنکور کاردانی پیوسته ۸۸

(۷) با فرض  $A = \{a, b, c, d\}$  و  $B = \{b, c, g, e\}$  داریم

$A - (B - A) = A \cap B$  (۴)     $A - (A - B) = A \cap B$  (۳)     $A - (A - B) = B$  (۲)     $A - (B - A) = B$  (۱)

(۸) اگر بازه‌ی  $[6, a)$  دقیقاً شامل سه عدد فرد باشد، حدود  $a$  کدام است؟

$11 < a \leq 13$  (۴)     $11 \leq a < 13$  (۳)     $11 < a \leq 12$  (۲)     $11 \leq a < 12$  (۱)

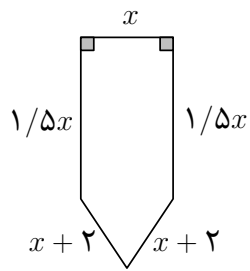
(۹) حاصل  $A = ([-6, 4) \cap (-\infty, 1]) - [0, 2)$  کدام است؟

$[2, 4)$  (۴)     $[-6, 2)$  (۳)     $[-6, 0]$  (۲)     $[-6, 0)$  (۱)

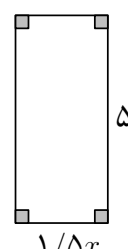
(۱۰) اگر طول ضلع مربعی  $4x$  و طول و عرض مستطیلی به ترتیب  $x + 3$  و  $x$  باشد، حدود  $x$  کدام باشد تا محیط مستطیل از نصف محیط مربع بیشتر باشد؟

$x > \frac{3}{4}$  (۴)     $x > 0$  (۳)     $0 < x < \frac{3}{4}$  (۲)     $x < \frac{3}{4}$  (۱)

(۱۱) مجموعه مقادیر  $x$ ، کدام بازه‌ی زیر باشد تا محیط شکل (الف) از محیط شکل (ب) بیشتر باشد؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید.)



(ب)



(الف)

(۲, ۴) (۲)     $(-\infty, 2)$  (۱)  
 (۰, ۱) (۴)     $(0, 2)$  (۳)

(۱۲) اگر  $A = \{x | x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 2\}$  و  $B = \{x | x \in \mathbb{R}, x > -1\}$  باشد، آنگاه مجموعه‌ی  $A \cap B$  شامل چند عدد صحیح می‌باشد؟

۴ (۴)    ۲ (۳)    ۱ (۲)    صفر (۱)

(۱۳) اگر  $A = [-1, 2]$  و  $B = (0, 3]$ ، آنگاه کدام مجموعه‌ی زیر، بازه‌ی  $(2, 3]$  است؟

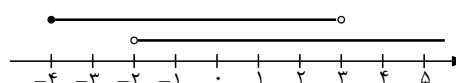
$A - B$  (۴)     $B \cap A$  (۳)     $B - A$  (۲)     $A \cup B$  (۱)

(۱۴) اگر  $A = \mathbb{R} - [-2, 3]$  و  $B = (-4, 6)$  باشد، کدام گزینه صحیح است؟

$B - A = (-2, 3)$  (۲)     $A - B = \mathbb{R} - [-2, 3]$  (۱)

$A \cup B = (-9, 6)$  (۴)     $A \cap B = (-4, 6) - [-2, 3]$  (۳)

(۱۵) نمایش هندسی دو بازه در محور روبه‌رو نمایش داده شده است، اشتراک این دو بازه کدام است؟



$[-2, 3]$  (۲)     $[-4, -2]$  (۱)

$(-2, 3)$  (۴)     $[-4, 3)$  (۳)



### ۳.۱.۱ مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

(۱۶) کدام مجموعه متناهی است؟

(۱) مجموعه خطوطی که از نقطه‌ی  $(۰, ۲)$  می‌گذرند. (۲) اعداد اول بین ۱۰۰ تا ۱۰۰۰۰۰۰

(۳) اعداد حقیقی در فاصله‌ی بین ۱ و ۲ (۴)  $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$

(۱۷) اگر مجموعه‌ی  $A$  متناهی و مجموعه‌های  $B$  و  $C$  نامتناهی باشند، در مورد هر یک از مجموعه‌های  $B - (A \cap C)$  و  $A \cap (B \cup C)$  به ترتیب از راست به چپ، از نظر متناهی بودن یا نبودن چه می‌توان گفت؟

(۱) متناهی - متناهی (۲) نامتناهی - نامتناهی (۳) متناهی - نامتناهی (۴) نامتناهی - متناهی

(۱۸) کدام مجموعه‌ی زیر، متناهی نیست؟

(۱) مجموعه‌ی اعداد اول زوج (۲) مجموعه‌ی گره‌های کره‌ی زمین

(۳) مجموعه‌ی تمام خطوط گذرنده از مبدأ مختصات (۴) مجموعه‌ی اعداد طبیعی سه رقمی مضرب ۴

(۱۹) کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟ ( $\mathbb{N}$  مجموعه‌ی اعداد طبیعی می‌باشد.)

(۱)  $A_1 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 > ۲۵\}$  (۲)  $A_2 = \{x \mid x \text{ عدد اول بزرگتر از } ۱۰۰۰ \text{ است.}\}$

(۳)  $A_3 = \{x \in \mathbb{N} \mid x > ۹, x < ۱۰۰\}$  (۴)  $A_4 = \{x \mid x \text{ عدد حقیقی کوچکتر از } ۱۰۰ \text{ است.}\}$

(۲۰) چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

- اجتماع دو مجموعه‌ی متناهی، مجموعه‌ای متناهی است.
- اشتراک یک مجموعه‌ی متناهی با یک مجموعه‌ی نامتناهی، مجموعه‌ای نامتناهی است.
- اشتراک مجموعه‌ی مضارب عدد ۵ با مجموعه‌ی مضارب عدد ۷، مجموعه‌ای متناهی است.
- اگر  $A$  مجموعه‌ای متناهی و  $B$  مجموعه‌ای نامتناهی باشد، مجموعه‌ی  $A - B$  نامتناهی است.

(۱) (۱) (۲) (۲) (۳) (۳) (۴) (۴)

(۲۱) چند تا از مجموعه‌های زیر، نامتناهی هستند؟

- مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد ۳۶
- بازه‌ی  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{3})$
- مجموعه‌ی مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰۰
- $\{x \in \mathbb{W} \mid ۱ < x < ۲\}$

(۱) (۱) (۲) (۲) (۳) (۳) (۴) (۴)

## ۲.۱ متمم یک مجموعه

### ۱.۲.۱ مجموعه‌ی مرجع

(۲۲) اگر  $A$  مجموعه‌ای متناهی،  $B$  مجموعه‌ای نامتناهی و  $C$  مجموعه‌ای دلخواه و نامشخص باشد،  $(C \neq B, A)$ ، کدام مجموعه قطعاً نامتناهی است؟ (مجموعه‌ی مرجع، اعداد حقیقی است.)

(۱)  $A \cap (B \cup C)$       (۲)  $A \cup (B - C)$       (۳)  $B - (A \cap C)$       (۴)  $(A \cup C) \cap (B \cup C)$

(۲۳) اگر مجموعه‌ی اعداد صحیح مجموعه‌ی مرجع باشد و  $A = \{x | x < -2 \text{ یا } x > 2\}$  و  $B = \{x | x > 3\}$  باشند، آنگاه کدام مجموعه متناهی است؟

(۱)  $A - B$       (۲)  $A' \cap B'$       (۳)  $B - A'$       (۴)  $A' \cup B'$

(۲۴) اگر مجموعه‌ی  $A = \{x | -3 < x \leq 2\}$  باشد، کدام گزینه صحیح نیست؟

- (۱) اگر مجموعه‌ی مرجع را اعداد طبیعی در نظر بگیریم، مجموعه‌ی  $A$  متناهی خواهد شد.
- (۲) اگر مجموعه‌ی مرجع را اعداد گویا در نظر بگیریم، مجموعه‌ی  $A$  نامتناهی خواهد شد.
- (۳) اگر مجموعه‌ی مرجع را اعداد گنگ در نظر بگیریم، مجموعه‌ی  $A$  متناهی خواهد شد.
- (۴) اگر مجموعه‌ی مرجع را اعداد صحیح کوچکتر از  $-3$  در نظر بگیریم، مجموعه‌ی  $A$  متناهی خواهد شد.

(۲۵) اگر  $\mathbb{N}$  به عنوان مجموعه‌ی مرجع باشد، متمم مجموعه‌ی  $A = \{x \in \mathbb{N} | x^2 < 100\}$  کدام است؟

(۱)  $[100, +\infty)$       (۲)  $\{11, 12, 13, 14, \dots\}$       (۳)  $\{x \in \mathbb{N} | x > 11\}$       (۴)  $\{x \in \mathbb{N} | x > 9\}$

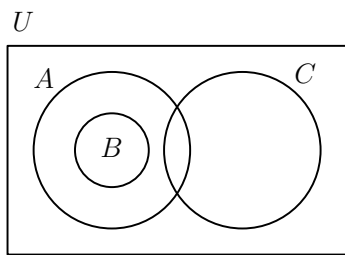
(۲۶) اگر  $U = \{-2, -1, 1, 2, 4, 7\}$  مجموعه‌ی مرجع باشد و  $A = \{-2, 1, 7\}$  و  $B = \{-1, 1, 2, 4, 7\}$  و  $C = \{-2, 1, 4\}$  باشد، حاصل  $(A \cup B)' \cap C$  کدام است؟

(۱)  $\{-2, 1, 4\}$       (۲)  $\{\}$       (۳)  $\{-2, -1, 1, 2, 4, 7\}$       (۴)  $\{-2, 1, 0, 4\}$

(۲۷) اگر  $A = [a, \frac{a+b}{2} + 3]$  و  $B = [\frac{a+b}{2} - 2, b + 2a)$  دو بازه‌ی جدا از هم باشند و اجتماع آنها یک بازه‌ی بسته باشد، متمم  $A \cup B$  شامل چند عدد صحیح نیست؟ (مجموعه‌ی مرجع را  $\mathbb{R}$  در نظر بگیرید.)

(۱) ۵      (۲) ۶      (۳) ۷      (۴) بی‌شمار

(۲۸) با توجه به مجموعه‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  در نمودار رسم شده، کدام یک از مجموعه‌های زیر، زیرمجموعه‌ی  $((A - B) \cap C)' \cap ((C - B) \cup A)$  نمی‌باشد؟



(۱)  $A - C$       (۲)  $B$

(۳)  $C - A$       (۴)  $A \cap C$

(۲۹) اگر مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی اعداد صحیح باشد،  $A' = \{5, 6, 7, 8\}$  و  $B' = \{7, 8, 9, 10\}$  باشد، آنگاه مجموعه‌ی  $(A \cup B)'$  چند عضوی است؟

(۱) ۲ عضوی      (۲) ۵ عضوی      (۳) ۷ عضوی      (۴) ۸ عضوی

## ۲.۲.۱ تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه

(۳۰) اگر  $n(A) = 20$  و  $n(B) = 10$  و  $2n(A \cap B) = n(B)$  باشد، حاصل  $n(A' \cap B)$  کدام است؟

- (۱) ۸      (۲) ۱۲      (۳) ۵      (۴) ۳۰

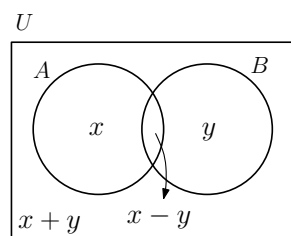
(۳۱) اگر  $A$  و  $B$  زیرمجموعه‌هایی از مجموعه‌ی مرجع  $U$ ،  $n(U) = 100$ ،  $n(A) = 45$ ،  $n(B) = 70$  و  $n(B - A) = 50$  باشند، آنگاه  $n((A \cup B)')$  کدام است؟

- (۱) ۵      (۲) ۱۰      (۳) ۱۵      (۴) ۲۰

(۳۲)  $\frac{1}{3}$  از تعداد اعضای مجموعه‌ی  $A$  با مجموعه‌ی  $B$  و  $\frac{2}{5}$  از تعداد اعضای  $A$  با  $A$  مشترک هستند. اگر  $n(A \cup B) = 45$  باشد، در این صورت  $n(A \cap B)$  کدام است؟

- (۱) ۵      (۲) ۱۰      (۳) ۱۵      (۴) ۲۰

(۳۳) در شکل مقابل، اگر  $n(U) = 25$  و  $n(A) = 10$  باشد، مجموعه‌ی  $B'$  چند عضو دارد؟



- (۱) ۱۱      (۲) ۲۰

- (۳) ۱۰      (۴) ۱۸

(۳۴) کدام دو مجموعه مجزا نیستند؟

- (۱) مجموعه‌ی اعداد اول و مجموعه‌ی اعداد مرکب
  - (۲) مجموعه‌ی شماره‌های عدد ۵۰ و مجموعه‌ی مضرب‌های عدد ۶
  - (۳) مجموعه‌ی دخترهای فامیل و مجموعه‌ی پسرهای فامیل
  - (۴) مجموعه‌ی مضارب عدد ۱۱ و مجموعه‌ی مضارب عدد ۶۷
- (۳۵) اگر ۶۰٪ دانش‌آموزان کلاسی عضو تیم فوتبال، ۵۰٪ دانش‌آموزان کلاس عضو تیم والیبال باشند و ۵٪ آنها عضو هیچ تیمی نباشند، در این صورت چند درصد دانش‌آموزان عضو هر دو تیم هستند؟

- (۱) ۲۰      (۲) ۱۵      (۳) ۱۰      (۴) ۵

(۳۶) در مجموعه‌ی مرجع اعداد طبیعی یک رقمی، متمم مجموعه‌ی اعداد اول یک رقمی چند عضو دارد؟

- (۱) ۴ عضو      (۲) ۵ عضو      (۳) ۶ عضو      (۴) ۳ عضو

(۳۷) اگر مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های طبیعی دو عدد ۲۸ و ۳۰ را به ترتیب  $A$  و  $B$  بنامیم، مجموعه‌ی  $A \cup B$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۸      (۲) ۱۰      (۳) ۱۲      (۴) ۱۴

(۳۸) جمعیت شهری برابر با ۲ میلیون نفر می‌باشد که از این جمعیت، ۷۰ درصد در سن کار هستند. اگر این شهر ۱۵۰ هزار نفر بیکار داشته باشد، نرخ بیکاری این شهر تقریباً برابر با کدام گزینه است؟

- (۱) ۵/۳      (۲) ۲/۵      (۳) ۱/۵      (۴) ۵/۵

### ۳.۱ الگو و دنباله

#### ۱.۳.۱ الگو

(۳۹) با توجه به الگوی تصویری زیر، تعداد چوب کبریتها در مرحله ی ۱۳۸۸ - ام کدام است؟

				...	۴۱۶۴ ( ۲ )	۲۷۷۶ ( ۱ )
(۱)	(۲)	(۳)	(۴)		۳۱۸۸ ( ۴ )	۵۵۵۲ ( ۳ )

(۴۰) به الگوی زیر دقت کنید، در این الگو پس از طی مرحله ی ششم به چه عددی خواهیم رسید؟

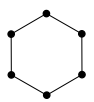
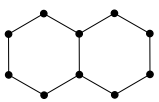
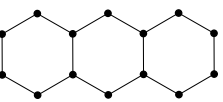
$$1^3 = (0 + 1)^2 = 1$$

$$1^3 + 2^3 = (1 + 2)^2 = 9$$

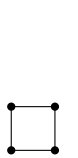
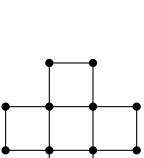
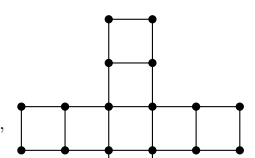
$$1^3 + 2^3 + 3^3 = (1 + 2 + 3)^2 = 36$$

۴۸۴ ( ۴ )	۴۴۱ ( ۳ )	۲۵۶ ( ۲ )	۱۴۱ ( ۱ )
-----------	-----------	-----------	-----------

(۴۱) با توجه به الگوی روبه‌رو، تعداد پاره‌خطها در مرحله ی دهم کدام است؟

			...	۵۱ ( ۲ )	۵۰ ( ۱ )
مرحله ی اول	مرحله ی دوم	مرحله ی سوم		۶۱ ( ۴ )	۶۰ ( ۳ )

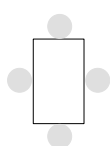
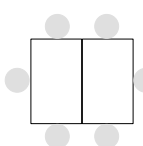
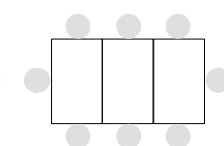
(۴۲) با توجه به الگوی روبه‌رو، در کدام مرحله تفاضل تعداد مربعها از تعداد چوب کبریتها برابر ۹۱ است؟

			...	۱۰ ( ۲ )	۸ ( ۱ )
(۱)	(۲)	(۳)		۱۴ ( ۴ )	۱۲ ( ۳ )

(۴۳) در یک سالن تئاتر صندلی‌های تماشاچیان از الگوی زیر پیروی می‌کند، مجموع صندلی‌های ردیف دهم و یازدهم کدام است؟

ردیف ۱ $\Rightarrow$ ○ ○ ○	۶۳ ( ۲ )	۶۰ ( ۱ )
ردیف ۲ $\Rightarrow$ ○ ○ ○ ○ ○ ○		
ردیف ۳ $\Rightarrow$ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	۶۹ ( ۴ )	۶۶ ( ۳ )
⋮		

(۴۴) در شکل روبه‌رو، مدلی از میز و صندلی‌ها رسم شده است. فرمول مناسب برای تعداد صندلی‌ها در هر مرحله کدام است؟

			...	$a_n = 2n + 2$ ( ۲ )	$a_n = n + 3$ ( ۱ )
(۱)	(۲)	(۳)		$a_n = 4n + 2$ ( ۴ )	$a_n = 4n^2$ ( ۳ )

### ۲.۳.۱ الگوی خطی

(۴۵) اگر  $c_n$  جمله‌ی عمومی یک الگوی خطی،  $c_4 = 17$  و  $c_{10} = 41$  باشد، کدام است؟

$c_n = 4n$  (۴)

$c_n = 5n - 9$  (۳)

$c_n = 4n + 1$  (۲)

$c_n = 5n - 3$  (۱)

(۴۶) در یک الگوی خطی با جملات متمایز، حاصل کدام عبارت برابر جمله‌ی سیزدهم نیست؟

$\frac{5a_8 + a_{28}}{6}$  (۴)

$\frac{5a_{20} - a_{24}}{4}$  (۳)

$\frac{a_8 + a_{18}}{2}$  (۲)

$5a_5 - 4a_3$  (۱)

(۴۷) در یک دنباله‌ی خطی با جمله‌ی عمومی  $a_n$ ،  $\frac{1}{3}a_2 = \frac{1}{4}a_3$  و جمله‌ی پنجم دو واحد بیشتر از قرینه‌ی نصف جمله‌ی اول است. جمله‌ی یازدهم کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

-۴ (۲)

-۶ (۱)

(۴۸) در یک الگوی خطی جمله‌ی سوم برابر با ۷ و جمله‌ی هفتم برابر با ۱۵ است. جمله‌ی عمومی این الگو کدام است؟

$t_n = 2n + 1$  (۴)

$t_n = n + 4$  (۳)

$t_n = 3n - 2$  (۲)

$t_n = n + 8$  (۱)

(۴۹) در یک الگوی خطی، جملات پنجم و یازدهم به ترتیب ۲۱ و ۴۵ می‌باشند. جمله‌ی سی‌ام این الگو کدام است؟

۳۴ (۴)

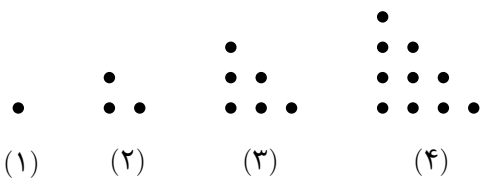
۱۲۰ (۳)

۱۲۱ (۲)

۱۲۴ (۱)

### ۳.۳.۱ الگوهای غیرخطی

(۵۰) در الگوی روبه‌رو، تعداد نقاط چندمین شکل برابر  $5 \times 5$  است؟



۱۵۱ امین (۲)

۵۰ امین (۱)

۱۰۱ امین (۴)

۱۰۰ امین (۳)



(۱)

(۲)

(۳)

(۵۱) مطابق شکل روبه‌رو، مستطیلی در نظر می‌گیریم که طول و عرض آن به ترتیب ۲ و ۱ سانتی‌متر باشند، در داخل آن مجدداً مستطیلی در نظر می‌گیریم که نسبت طول به عرض آن ۲ باشد و در داخل مستطیل پدید آمده این عمل را مجدداً تکرار می‌کنیم. محیط مستطیل حاصل در مرحله‌ی هفتم چه کسری از محیط مستطیل اول است؟

$\frac{3}{64}$  (۴)

$\frac{3}{32}$  (۳)

$\frac{1}{64}$  (۲)

$\frac{1}{32}$  (۱)

## ۴.۳.۱ دنباله

(۵۲) عدد  $-\frac{1}{121}$  چندمین جمله‌ی دنباله‌ی زیر می‌باشد؟

$$-1, \frac{1}{4}, -\frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \dots$$

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

(۵۳) کدام یک از اعداد زیر نمی‌تواند یکی از جمله‌های دنباله‌ای با جمله عمومی  $U_n = \frac{3n-1}{4n-1}$  باشد؟

$\frac{3}{4}$  (۴)

$\frac{11}{15}$  (۳)

$\frac{5}{7}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)

(۵۴) اگر دنباله با جمله عمومی  $a_n = an(2-n) + 4n^2 - a$  یک دنباله‌ی خطی و جمله‌ی دوم دنباله‌ی  $t_n = (\frac{b}{7})n + a^2$  برابر  $a_2$  باشد،  $b$  کدام است؟

۳۶ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

-۶ (۱)

(۵۵) کدام گزینه، جمله‌ی عمومی دنباله‌ی  $1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$  را نشان می‌دهد؟

$(-1)^n \times 2^{2-n}$  (۴)

$(-2)^n$  (۳)

$(-1)^{n+1} \times 2^{2-n}$  (۲)

$(-1)^n \times 2^{1-n}$  (۱)

(۵۶) مجموع ۴۸ جمله‌ی اول دنباله با جمله عمومی  $a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n+1}$  کدام است؟

-۵ (۴)

-۶ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

## ۴.۱ دنباله‌های حسابی و هندسی

### ۱.۴.۱ دنباله‌ی حسابی

(۵۷) کدام یک از جملات زیر در حالت کلی صحیح نیست؟

- (۱) اگر جملات یک دنباله‌ی حسابی را در عددی ثابت ضرب کنیم، دنباله‌ی جدید نیز یک دنباله‌ی حسابی است.
- (۲) اگر جملات یک دنباله‌ی حسابی را با عددی ثابت جمع کنیم، دنباله‌ی جدید نیز یک دنباله‌ی حسابی است.
- (۳) اگر جملات یک دنباله‌ی حسابی را بر عددی غیرصفر تقسیم کنیم، دنباله‌ی جدید نیز یک دنباله‌ی حسابی است.
- (۴) مربع جملات یک دنباله‌ی حسابی نیز یک دنباله‌ی حسابی است.

(۵۸) تفاضل جمله‌ی دهم از جمله‌ی دوازدهم یک دنباله حسابی ۵ و مجموع دو جمله‌ی دهم و دوازدهم برابر ۲۵ است. جمله‌ی بیست و یکم این دنباله کدام است؟

$38/5$  (۴)

$37/5$  (۳)

$36/5$  (۲)

$35/5$  (۱)

(۵۹) در یک دنباله‌ی حسابی  $t_5^2 - t_8^2 = 350$  و  $t_{10} = 7$ ، قدر نسبت کدام است؟

$\frac{5}{4}$  (۴)

$\frac{5}{2}$  (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

۶۰) مجموع پنج جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت مثبت برابر ۹۵ می‌باشد و جمله‌ی سوم این دنباله ۲ واحد بیشتر از مجموع دو جمله‌ی کوچکتر است. جمله‌ی چهارم این دنباله، کدام است؟

۴۳ ( ۱)                                      ۲۶ ( ۲)                                      ۱۹ ( ۳)                                      ۷ ( ۴)

۶۱) سه عدد تشکیل یک دنباله‌ی حسابی می‌دهند. اگر حاصل جمع آنها ۲۱ و حاصل ضرب آنها ۲۸۰ باشد، مجموع مربعات آنها کدام است؟

۱۶۳ ( ۱)                                      ۱۶۵ ( ۲)                                      ۱۶۷ ( ۳)                                      ۱۶۹ ( ۴)

۶۲) ۱۰۰ قرص نان را بین ۵ نفر تقسیم می‌کنیم به طوری که سهم افراد، تشکیل دنباله‌ی حسابی بدهد و یک سوم مجموع سه سهم بزرگتر، مساوی مجموع دو سهم کوچکتر باشد. بیشترین تعداد قرص نانی که به یک نفر داده می‌شود، کدام است؟

۳۰ ( ۱)                                      ۲۵ ( ۲)                                      ۳۵ ( ۳)                                      ۲۰ ( ۴)

۶۳) در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی اول برابر ۱ و مجموع ۵ جمله‌ی اول آن  $\frac{1}{4}$  مجموع ۵ جمله‌ی دوم آن است. جمله‌ی دوم دنباله، کدام است؟

-۲ ( ۱)                                      -۱ ( ۲)                                      ۴ ( ۳)                                      ۵ ( ۴)

۶۴) اگر جملات دنباله‌ی حسابی،  $1 + 2x, 2 + x, 1 - x, \dots$  را در عدد حقیقی  $m$  ضرب کنیم، قدرنسبت دنباله‌ی جدید ۴۸ می‌شود. مقدار  $m$  چند است؟

-۱۴ ( ۱)                                      -۱۲ ( ۲)                                      -۱۸ ( ۳)                                      -۱۶ ( ۴)

۶۵) اگر بین دو عدد ۷ و ۵۵، هفت واسطه‌ی حسابی درج کنیم، جمله‌ی وسط کدام است؟

۲۹ ( ۱)                                      ۳۱ ( ۲)                                      ۳۲ ( ۳)                                      ۳۳ ( ۴)

۶۶) اگر  $x, y$  و  $z$  سه عدد متوالی از یک دنباله‌ی حسابی باشند و حاصل جمع آنها  $10^{-1}$  باشد، در این صورت حاصل  $yx + zy$  کدام است؟

$-\frac{20}{9}$  ( ۱)                                       $\frac{9}{200}$  ( ۲)                                       $-\frac{200}{3}$  ( ۳)                                       $\frac{200}{9}$  ( ۴)

۶۷) واسطه‌ی حسابی بین دو عدد  $\frac{1-2\sqrt{2}}{2}$  و  $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$  کدام است؟

$\frac{1}{4}$  ( ۱)                                       $-\frac{1}{4}$  ( ۲)                                       $\sqrt{2}$  ( ۳)                                       $-\frac{1}{4}$  ( ۴)

۶۸) بین دو عدد ۱۷ و ۹۳، هجده واسطه‌ی حسابی درج کرده‌ایم. واسطه‌ی یازدهم کدام است؟ (جملات دنباله را به صورت افزایشی در نظر بگیرید.)

۵۷ ( ۱)                                      ۶۱ ( ۲)                                      ۶۵ ( ۳)                                      ۵۳ ( ۴)

## ۲.۴.۱ دنباله‌ی هندسی

(۶۹) کدام دنباله‌ی زیر دنباله‌ی هندسی است؟

$$a_n = 2n^2 \quad (۴) \quad a_n = (\sqrt{2})^n \quad (۳) \quad a_n = n \cdot 2^n \quad (۲) \quad a_n = \frac{(-1)^n}{n} \quad (۱)$$

(۷۰) مربعی به طول ضلع ۱ سانتی متر را در نظر بگیرید. اگر وسط‌های ضلع‌های این مربع را به طور متوالی به هم وصل کنیم تا مربع دیگری ایجاد شود، بار دیگر وسط‌های ضلع‌های مربع جدید را همچون قبل به هم وصل کنیم تا مربع دیگری پدید آید و این کار را ادامه دهیم، دنباله‌ی مساحت مربع‌ها کدام است؟

$$S: 1, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3\sqrt{3}}{8}, \dots, \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{n-1} \quad (۲) \quad S: 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^{n-1}} \quad (۱)$$

$$S: 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{4}, \dots, \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1} \quad (۴) \quad S: 1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \dots, \frac{1}{4^{n-1}} \quad (۳)$$

(۷۱) در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و سوم برابر ۱ و مجموع چهار جمله اول آن ۳ می‌باشد، مجموع شش جمله اول کدام است؟

سراسری ریاضی ۸۸

$$13/4 \quad (۴) \quad 12/6 \quad (۳) \quad 11/2 \quad (۲) \quad 10/8 \quad (۱)$$

(۷۲) اگر در یک دنباله هندسی  $t_5 = 6$  حاصل ضرب ۹ جمله اول کدام است؟

$$95 \quad (۴) \quad 5^9 \quad (۳) \quad 512 \times 3^9 \quad (۲) \quad 9^6 \quad (۱)$$

(۷۳) در دنباله‌ی  $1, \frac{16}{3}, \dots, 12, 8$  جمله‌ی دهم چند برابر جمله‌ی هفتم است؟

$$\frac{8}{27} \quad (۴) \quad \frac{9}{16} \quad (۳) \quad \frac{16}{81} \quad (۲) \quad \frac{4}{9} \quad (۱)$$

(۷۴) قدر نسبت دو دنباله‌ی هندسی برابر و جمله اول یکی دو برابر جمله اول دیگری است. جمله‌ی  $n$  ام دنباله اول چند برابر جمله‌ی  $n$  ام دنباله دوم است؟

سراسری ۷۵

$$n^2 \quad (۴) \quad 2^n \quad (۳) \quad 2n \quad (۲) \quad 2 \quad (۱)$$

(۷۵) در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت، حاصل ضرب جملات دوم و ششم برابر ۱۶ است، جمله‌ی چهارم کدام است؟

$$256 \quad (۴) \quad 32 \quad (۳) \quad 8 \quad (۲) \quad 4 \quad (۱)$$

(۷۶) در صورتی که  $2^{3x-y}, 4^{x+y}, 8^{2y}$  سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، کدام رابطه‌ی زیر بین  $x$  و  $y$  برقرار است؟

$$y = 5/5 x \quad (۴) \quad x = 5/5 y \quad (۳) \quad y = 3x \quad (۲) \quad x = y \quad (۱)$$

(۷۷) اگر جملات اول، دوم و ششم از یک دنباله‌ی حسابی با جملات متمایز، به ترتیب سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند، قدرنسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

$$\sqrt{2} \quad (۴) \quad 8 \quad (۳) \quad 4 \quad (۲) \quad 2 \quad (۱)$$



۷۸) اعداد ۲، ۶، ۱۳ با چه عددی جمع شوند تا اعداد حاصل تشکیل دنباله هندسی بدهند؟ (۱۳، جمله اول دنباله است.)

- (۱)  $\frac{7}{3}$  (۲)  $\frac{8}{3}$  (۳)  $\frac{10}{3}$  (۴)  $\frac{11}{3}$

۷۹) در یک دنباله هندسی مجموع شش جمله اول  $\frac{19}{37}$  برابر مجموع سه جمله اول آن است، قدر نسبت کدام است؟ سراسری ۷۰

- (۱)  $-\frac{4}{3}$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

۸۰) در یک دنباله هندسی مجموع ۸ جمله اول ۱۰ برابر مجموع چهار جمله اول آن است. جمله نهم چند برابر جمله اول است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۷۲ (۳) ۸۱ (۴) ۹۰

۸۱) در یک دنباله هندسی با قدر نسبت ۲- اگر قدر نسبت را به ۲ تبدیل کنیم، مجموع ۱۰ جمله اول چند برابر می شود؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

۸۲) بین دو عدد  $a^7$  و  $a^{16}$  چه تعداد واسطه هندسی با قدرنسبت  $\sqrt{a}$  می توان درج نمود؟ ( $a \neq 1$ )

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۶ (۳) ۹ (۴) ۱۳

۸۳) بین دو عدد ۴ و ۳۲۴، سه واسطه هندسی درج کرده ایم. جمله سوم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۵ (۳) ۵۴ (۴) ۶۳

۸۴) در دنباله حسابی  $1, 7, \dots, 2x + 1, 4, 3x - 4$ ، واسطه هندسی جملات دوم و بیستم کدام است؟

- (۱)  $5\sqrt{3}$  (۲)  $5\sqrt{7}$  (۳) ۱۵ (۴) ۲۱

۸۵) در یک دنباله حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم می توانند سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند، چندمین جمله این دنباله، صفر است؟ سراسری تجربی ۸۸

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۸۶) در یک دنباله حسابی با قدرنسبت مخالف صفر، جملات اول، نهم و چهل و نهم به ترتیب جملات متوالی از یک دنباله هندسی اند، قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟ سراسری ۷۳

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

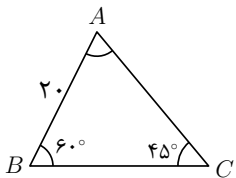


## فصل ۲

### مثلثات

#### ۱.۲ نسبت‌های مثلثاتی

۸۷) در شکل مقابل، طول ضلع  $AC$  کدام است؟



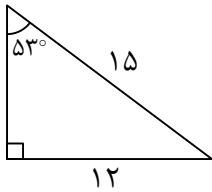
$20\sqrt{2}$  (۲)

$20\sqrt{3}$  (۱)

$10\sqrt{6}$  (۴)

$20\sqrt{6}$  (۳)

۸۸) شخصی برای اندازه‌گیری نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی  $53^\circ$ ، ابتدا یک مثلث قائم‌الزاویه با یک زاویه‌ی  $53^\circ$  رسم کرد. بعد با اندازه‌گیری طول دو ضلع مثلث به شکل مقابل، توانست  $\sin 53^\circ$  را محاسبه کند. اگر او می‌خواست  $\tan 37^\circ$  را محاسبه کند، کدام گزینه را به دست می‌آورد؟



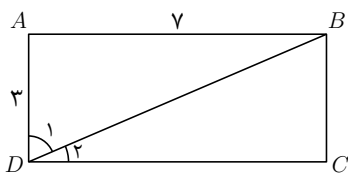
$\frac{4}{3}$  (۴)

$\frac{3}{4}$  (۳)

$\frac{4}{5}$  (۲)

$\frac{3}{5}$  (۱)

۸۹) در مستطیل  $ABCD$ ، قطر  $BD$  را رسم کرده‌ایم،  $\sin \hat{D}_1$  چند برابر  $\sin \hat{D}_2$  است؟



$\frac{7}{3}$  (۴)

$\frac{7}{\sqrt{58}}$  (۳)

$\frac{3}{\sqrt{58}}$  (۲)

$\frac{3}{7}$  (۱)

۹۰) حاصل  $\frac{2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ}{1 - \cos 60^\circ}$  کدام است؟

$\cot 60^\circ$  (۴)

$\sin 60^\circ$  (۳)

$\cot 30^\circ$  (۲)

$\cos 45^\circ$  (۱)

۹۱) مقدار عددی عبارت مثلثاتی  $A = 2 \sin^2 30^\circ - \cos 60^\circ + \tan 45^\circ \sin^2 60^\circ$  کدام است؟

$0/8$  (۴)

$0/75$  (۳)

$1/25$  (۲)

صفر (۱)

۹۲) حاصل  $\cos 60^\circ \cot 30^\circ$  با کدام عبارت زیر برابر نیست؟

$\sqrt{3} \sin^2 30^\circ$  (۴)

$\sin 30^\circ \tan 60^\circ$  (۳)

$\cos 30^\circ$  (۲)

$\sqrt{3} \sin^2 45^\circ$  (۱)

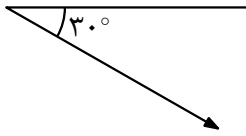
۹۳) یک توپ تنیس توسط بازیکنی که در فاصله ۱۲ متری تا تور قرار دارد، از ارتفاع ۲ متری زده می‌شود و دقیقاً از لبه‌ی تور می‌گذرد. اگر توپ مسیری مستقیم را بپیماید و مسیر حرکت آن با سطح افق زاویه‌ی ۵ درجه را بسازد، آنگاه ارتفاع تور چند متر است؟  $(\tan 5^\circ = \frac{1}{14})$

۱/۸ (۴)

۱/۲ (۳)

۱ (۲)

۰/۵ (۱)



۹۴) یک موشک از ارتفاع ۲۰۰۰ متری با زاویه‌ی ۳۰° نسبت به افق به سمت زمین شلیک می‌شود. در صورتی که زاویه تغییر نکند، پس از پیمودن چند متر، این موشک به زمین برخورد می‌کند؟

$2000\sqrt{3}$  (۲)

۲۰۰۰ (۱)

$4000\sqrt{3}$  (۴)

۴۰۰۰ (۳)

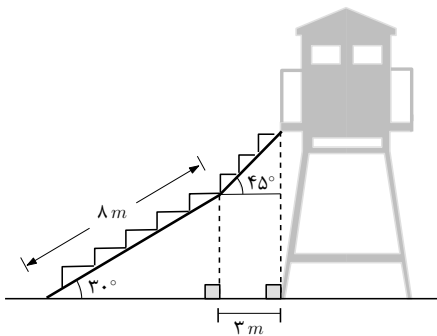
۹۵) برای رسیدن به اطاقک یک برج نگهبانی، باید از دو پلکان شکل مقابل عبور کرد. ارتفاع کف برج نگهبانی از سطح زمین چند متر است؟

۹ (۲)

۶ (۱)

۷ (۴)

۱۰ (۳)



۹۶) اگر در مثلثی  $\hat{A} = 30^\circ$  و  $\hat{B} = 120^\circ$  و  $a = 8$  باشد، مساحت مثلث کدام است؟

$19\sqrt{3}$  (۴)

$18\sqrt{3}$  (۳)

$17\sqrt{3}$  (۲)

$16\sqrt{3}$  (۱)

۹۷) مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$  که در آن  $\hat{B} = 90^\circ$ ، از کدام یک از رابطه‌های زیر به دست نمی‌آید؟

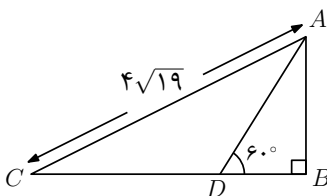
$S = \frac{1}{2} \times AC \times BC \times \cos \hat{A}$  (۲)

$S = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \hat{A}$  (۱)

$S = \frac{1}{2} \times (BC)^2 \times \cot \hat{A}$  (۴)

$S = \frac{1}{2} \times BC \times AC \times \tan \hat{A}$  (۳)

۹۸) اگر در مثلث  $ABC$  از شکل روبه‌رو،  $AB = 4\sqrt{3}$  باشد، مساحت مثلث  $ACD$  کدام است؟



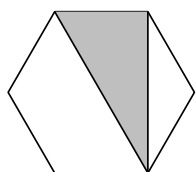
$28\sqrt{3}$  (۴)

$24\sqrt{3}$  (۳)

$12\sqrt{3}$  (۲)

$8\sqrt{3}$  (۱)

۹۹) مساحت شش‌ضلعی منتظم موجود در شکل زیر  $18\sqrt{3}$  است. مساحت ناحیه‌ی رنگ شده، چقدر است؟



۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

$9\sqrt{3}$  (۴)

$6\sqrt{3}$  (۳)

۱۰۰) اگر قطر کوچک یک شش‌ضلعی منتظم برابر با  $2\sqrt{3}$  باشد، مساحت شش‌ضلعی منتظم کدام است؟

$12\sqrt{3}$  (۴)

۱۲ (۳)

$6\sqrt{3}$  (۲)

۶ (۱)

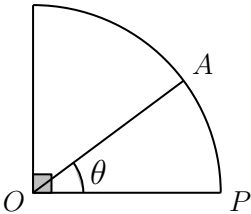
## ۲.۲ دایره‌ی مثلثاتی

(۱۰۱) چه تعداد از جملات زیر صحیح هستند؟

- در دایره‌ی مثلثاتی زوایایی وجود دارند که تانژانت و کتانژانت آنها مختلف‌العلامه باشند.
- در هر دور از دایره‌ی مثلثاتی دو زاویه‌ی مثبت وجود دارد که کسینوس آنها برابر  $\frac{1}{3}$  است.
- در دایره‌ی مثلثاتی هر چه زاویه بزرگتر شود، مقدار سینوس آن بزرگتر می‌شود.

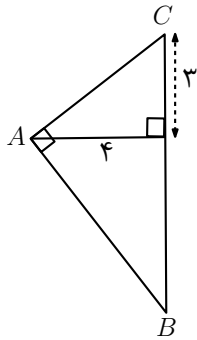
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(۱۰۲) ربع دایره‌ی شکل روبه‌رو را در نظر بگیرید. با حرکت نقطه‌ی  $A$  روی قوس ربع دایره به طرف نقطه‌ی  $N$ ، سینوس، کسینوس و تانژانت زاویه‌ی  $\theta$  به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟



- (۱) کاهش - افزایش - ثابت
- (۲) افزایش - کاهش - ثابت
- (۳) افزایش - افزایش - ثابت
- (۴) افزایش - کاهش - افزایش

(۱۰۳) در شکل مقابل مقدار کسینوس زاویه‌ی  $B$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{4}{5}$
- (۲)  $\frac{3}{5}$
- (۳)  $\frac{3}{4}$
- (۴)  $\frac{2}{7}$

(۱۰۴) نقطه‌ی  $(-1, 0)$  روی دایره‌ی مثلثاتی را حول مبدأ مختصات به اندازه‌ی  $120^\circ$  در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم. مختصات نقطه‌ی جدید کدام است؟

- (۱)  $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$
- (۲)  $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$
- (۳)  $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
- (۴)  $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$

(۱۰۵) اگر نقطه‌ی  $P(x_P, \frac{1}{4})$  روی دایره‌ی مثلثاتی و در ربع دوم باشد و  $\theta$  زاویه‌ای باشد که  $OP$  با جهت مثبت محور  $x$  ها می‌سازد، آنگاه  $A = \sin \theta + \tan^2 \theta$  کدام است؟ ( $O$  مبدأ مختصات است.)

- (۱)  $\frac{1}{6}$
- (۲)  $\frac{-2\sqrt{3}+3}{6}$
- (۳)  $\frac{-2\sqrt{3}+1}{3}$
- (۴)  $\frac{5}{6}$

(۱۰۶) کدام نامساوی زیر نادرست است؟

(۱)  $\sin 20^\circ < \sin 40^\circ < \sin 100^\circ$  (۲)  $\cos 100^\circ < \cos 40^\circ < \cos 20^\circ$

(۳)  $\sin 40^\circ < \sin 90^\circ < \sin 100^\circ$  (۴)  $\cos 100^\circ < \cos 70^\circ < \cos 40^\circ$

(۱۰۷) کدام یک از نامساوی‌های زیر درست است؟

(۱)  $\sin 10^\circ > \sin 70^\circ$  (۲)  $\cos 10^\circ < \cos 70^\circ$  (۳)  $\sin 150^\circ > \sin 10^\circ$  (۴)  $\cos(-90^\circ) < \cos 150^\circ$

۱۰۸) اگر  $30^\circ < \alpha \leq 90^\circ$  و  $\sin \alpha = \frac{2m-1}{4}$  باشد، حدود  $m$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{2} < m < 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$       (۲)  $\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{5}{2}$       (۳)  $\frac{3}{2} < m \leq \frac{5}{2}$       (۴)  $\frac{1}{2} < m \leq 1$

۱۰۹) اگر برای زوایای  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\theta$  تساوی  $\sin \theta = \frac{\cos \beta - 2 \sin \alpha}{5}$  برقرار باشد،  $\sin \theta$  برابر با کدام مقدار نمی‌تواند باشد؟

(۱)  $\frac{4}{7}$       (۲)  $\frac{1}{3}$       (۳)  $-\frac{1}{4}$       (۴)  $-\frac{7}{10}$

۱۱۰) اگر  $45^\circ < \theta < 60^\circ$  و  $m = 1 - \sqrt{2} \cos \theta$  باشد، حدود  $m$  کدام است؟

(۱)  $0 < m < \frac{\sqrt{2}}{2}$       (۲)  $\frac{1}{2} < m < \frac{\sqrt{2}}{2}$       (۳)  $0 < m < 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$       (۴)  $1 - \frac{\sqrt{2}}{2} < m < 1$

۱۱۱) حاصل عبارت  $A = \frac{3 \sin 30^\circ + \cos 180^\circ}{\cos 53^\circ \times \cot 27^\circ - \tan 45^\circ \times \cot 6^\circ}$  برابر با حاصل کدام گزینه است؟

(۱)  $\sin 180^\circ$       (۲)  $-\sin 45^\circ$       (۳)  $-\cos 30^\circ$       (۴) نیاز به اطلاعات بیشتر دارد.

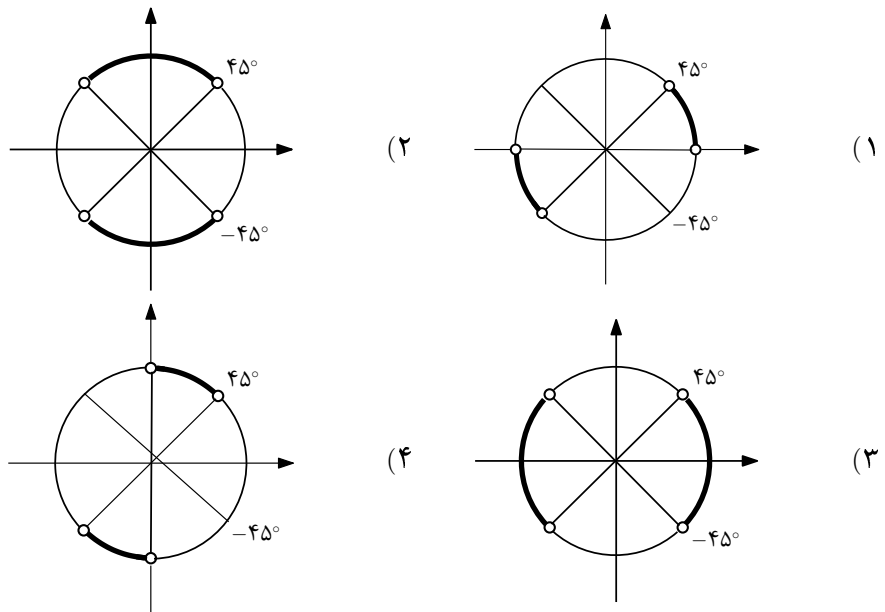
۱۱۲) اگر زاویه‌ی  $\alpha$  به گونه‌ای باشد که  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 < 1$ ، آنگاه چه تعداد از نسبت‌های مثلثاتی  $\sin \alpha$ ،  $\cos \alpha$ ،  $\tan \alpha$  و  $\cot \alpha$  مثبت هستند؟

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۱۱۳) اگر  $\frac{1}{\cos x} > \sin x \tan x$  و  $\sin x + \tan x > 0$ ، انتهای کمان  $x$  در کدام ناحیه است؟

(۱) اول      (۲) دوم      (۳) سوم      (۴) چهارم

۱۱۴) در کدام بخش از دایره‌ی مثلثاتی، نابرابری  $\cot \alpha > \tan \alpha > 0$  برقرار است؟



۱۱۵) حدود  $x$  کدام می‌تواند باشد تا  $\sin x \cdot \cos x < 0$  باشد؟

(۱)  $180^\circ < x < 360^\circ$       (۲)  $90^\circ < x < 180^\circ$  یا  $270^\circ < x < 360^\circ$

(۳)  $0 < x < 90^\circ$  یا  $180^\circ < x < 270^\circ$       (۴)  $90^\circ < x < 270^\circ$

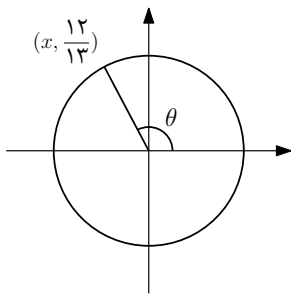
۱۱۶) اگر  $0 < m < 2$  و  $\sin \alpha = 1 - \frac{m}{3}$  باشد، در کدام ناحیه‌ی مثلثاتی واقع است؟

۴) اول یا چهارم

۳) دوم یا سوم

۲) سوم یا چهارم

۱) اول یا دوم



۱۱۷) با توجه به دایره‌ی مثلثاتی مقابل، مقدار  $\tan \theta$  کدام است؟

۲)  $-\frac{5}{12}$

۱)  $\frac{12}{5}$

۴)  $-\frac{12}{5}$

۳)  $\frac{5}{12}$

۱۱۸) چه تعداد از عبارات زیر نادرست هستند؟

• زاویه‌ی  $-27^\circ$  در ربع سوم دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد.

•  $\cot^\circ$  تعریف نشده است.

•  $\tan 195^\circ$  دارای علامت منفی است.

• اگر  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و  $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ، آنگاه  $\tan \theta = \frac{4}{3}$  است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

### ۱.۲.۲ رابطه‌ی شیب خط با تانژانت زاویه

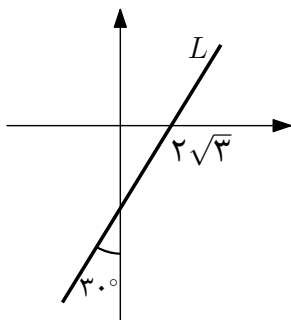
۱۱۹) اگر خط  $D$  از دو نقطه‌ی  $A(1, 2)$  و  $B(0, 1)$  عبور کند، این خط جهت مثبت محور  $x$  ها را با چه زاویه‌ای قطع می‌کند؟

۹۰° (۴)

۶۰° (۳)

۴۵° (۲)

۳۰° (۱)



۱۲۰) با توجه به شکل روبه‌رو، معادله‌ی خط  $L$  کدام است؟

۲)  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 6$

۱)  $y = \sqrt{3}x + 6$

۴)  $y = \sqrt{3}x - 2$

۳)  $y = \sqrt{3}x - 6$

۱۲۱) خط  $L_1$  با شیب مثبت و عرض از مبدأ ۱ و خط  $L_2$  با شیب مثبت و عرض از مبدأ ۵، محور عرض‌ها را به ترتیب در نقاط  $A$  و  $B$  قطع می‌کنند. خطوط  $L_1$  و  $L_2$  یکدیگر را در نقطه‌ی  $C$  قطع می‌کنند به طوری که  $AC = 13$  است. اگر مساحت مثلث  $ABC$  برابر ۲۴ باشد، شیب خط  $L_1$  کدام است؟

۵ (۴)  $\frac{5}{13}$

۳ (۳)  $\frac{5}{13}$

۲ (۲)  $\frac{12}{13}$

۱ (۱)  $\frac{12}{5}$

۱۲۲) اگر خط  $y = x + 1$  را حول محل تقاطع آن با محور طول‌ها  $15^\circ$  در جهت مثبت مثلثاتی دوران دهیم، معادله‌ی خط به دست آمده کدام است؟

۴)  $y = \sqrt{3}x + 1$

۳)  $3y = \sqrt{3}x + 1$

۲)  $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$

۱)  $3y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$





## ۲.۳.۲ اتحاد مثلثاتی

(۱۳۲) حاصل عبارت  $\frac{1 + \cos \theta}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\sin \theta (1 - \cos \theta)}$  کدام است؟ (عبارت تعریف شده است.)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $\sin \theta$  (۴)  $\cos \theta$

(۱۳۳) حاصل  $\tan^2 \theta - \tan^2 \theta \cdot \sin^2 \theta$  همواره برابر کدام است؟ (عبارت تعریف شده است.)

- (۱)  $\sin^2 \theta$  (۲)  $\cos^2 \theta$  (۳)  $-\sin^2 \theta$  (۴)  $-\cos^2 \theta$

(۱۳۴) به ازای کدام مقدار  $A$ ، تساوی  $1 - \tan^4 x = \frac{A}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cos^4 x}$  یک اتحاد است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

(۱۳۵) حاصل عبارت  $A = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + (\sqrt{2} \sin \alpha \cos \alpha)^2$  همواره کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴)  $1 + \tan^2 \alpha$

(۱۳۶) حاصل عبارت مثلثاتی  $A = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \cot \alpha \tan^2 \alpha$  همواره کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند.)

- (۱)  $\sin \alpha \cos \alpha$  (۲)  $\frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$  (۳)  $\frac{1}{\tan \alpha + \cot \alpha}$  (۴)  $\cot \alpha - \tan \alpha$

(۱۳۷) خلاصه شده‌ی عبارت  $A = 2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) - 3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)$  کدام است؟

- (۱)  $\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha$  (۲)  $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$  (۳) ۱ (۴) -۱

(۱۳۸) حاصل عبارت  $\frac{\sin^3 \theta}{1 + \cos \theta} + \sin \theta \cos \theta$  کدام است؟ ( $\cos \theta \neq -1$ )

- (۱)  $\sin \theta$  (۲)  $\cos \theta$  (۳)  $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$  (۴)  $\frac{\cos \theta}{1 + \cos \theta}$

(۱۳۹) حاصل عبارت  $A = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} + \frac{2 \cos^2 x - 1}{\cos^2 x (1 - \tan^2 x)}$  کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند.)

- (۱)  $\frac{2 \sin x}{\sin x + \cos x}$  (۲)  $\frac{2 \tan x}{\tan x - 1}$  (۳)  $\frac{2 \cos x}{\sin x + \cos x}$  (۴)  $\frac{2 \cot x}{1 - \cot x}$

(۱۴۰) حاصل عبارت  $1 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha$  همواره برابر با کدام گزینه است؟

- (۱)  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$  (۲)  $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$

- (۳)  $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + \sin \alpha \cos \alpha$  (۴)  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2$

(۱۴۱) اگر  $\tan x + \cot x = \frac{3}{4}$  باشد، حاصل  $\tan^2 x + \cot^2 x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{9}{4}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴) ۲

۱۴۲) اگر  $\sin x + \cos x = \frac{2}{3}$  باشد، آنگاه حاصل  $A = (1 - \sin x)(1 - \cos x)$  کدام است؟

$$-\frac{1}{18} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{18} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{81} \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{81} \quad (۴)$$

## فصل ۳

# توان‌های گویا و عبارت‌های جبری

### ۱.۳ ریشه و توان

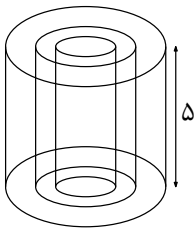
۱۴۳) در نامعادله‌ی  $-3 \leq \sqrt{x} \leq 5$  به جای  $x$  چند مقدار صحیح متمایز می‌توان قرار داد؟

۱۵۳ (۴)

۱۵۲ (۳)

۱۵۴ (۲)

۱۵۱ (۱)



۱۴۴) در شکل مقابل، سه استوانه با ارتفاع ۵ داخل یکدیگرند. اگر حجم استوانه‌ی بزرگتر برابر با  $300\pi$  و حجم استوانه‌ی کوچکتر برابر  $60\pi$  باشد، اندازه‌ی شعاع قاعده‌ی استوانه‌ی میانی برابر با چند عدد طبیعی می‌تواند باشد؟

۴ (۲)

۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

۱۴۵) سه مکعب تو در تو در اختیار داریم. اگر حجم مکعب بیرونی (بزرگ) برابر ۶۴ و حجم مکعب داخلی (کوچک) ۲۷ باشد، طول ضلع مکعب میانی چه عددی نمی‌تواند باشد؟

$\sqrt{15}$  (۴)

$\sqrt{10}$  (۳)

$2\sqrt{2}$  (۲)

$2\sqrt{3}$  (۱)

۱۴۶) چه تعداد عدد صحیح در هر دو نامساوی زیر صدق می‌کنند؟

$$I) 2 < \sqrt{x} < 3$$

$$II) 3 \leq \sqrt{x} \leq 5$$

۱۹ (۴)

۱۸ (۳)

۱۷ (۲)

۱۶ (۱)

۱۴۷) اگر  $m$  و  $n$  دو عدد صحیح متوالی باشند که در رابطه‌ی  $n < \sqrt{25} < m$  صدق می‌کنند،  $m^2 - n^2$  کدام است؟

-۷ (۴)

-۵ (۳)

-۴ (۲)

-۳ (۱)

۱۴۸) ریشه‌ی سوم ۶۴ چند برابر ریشه‌ی دوم ۳۲ است؟

$\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)

$\pm \sqrt{2}$  (۳)

فقط  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)

فقط  $\sqrt{2}$  (۱)

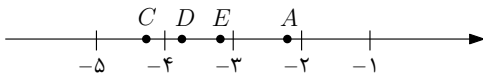
۱۴۹) کدام یک از گزینه‌های زیر ریشه‌ی دوم عدد  $4\sqrt{7} - 11$  است؟

$2 - \sqrt{7}$  (۴)

$\sqrt{7} - 4$  (۳)

$1 - \sqrt{7}$  (۲)

$4 - 2\sqrt{7}$  (۱)



۱۵۰) با توجه به محور روبه‌رو، کدام گزینه نمی‌تواند صحیح باشد؟

$C = -3\sqrt{2}$  (۲)

$A = -\sqrt{9}$  (۱)

$D = -\sqrt{15}$  (۴)

$E = -\sqrt{17}$  (۳)

۱۵۱) اگر  $-1 < a < 0$ ، کدام عدد زیر از بقیه بزرگتر است؟

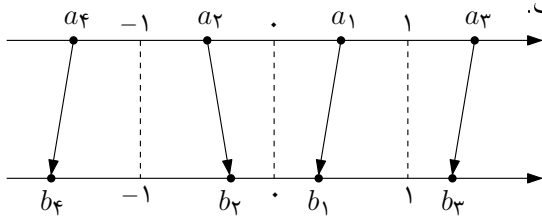
$-a^4$  (۴)

$a^3$  (۳)

$a$  (۲)

$\sqrt{a}$  (۱)

۱۵۲) در شکل مقابل، هر یک از اعداد روی محور بالا به یکی از نقاط مشخص شده روی محور پایین که متناظر با ریشه‌ی سوم آن است وصل شده است. چند تا از پیکان‌ها نادرست است؟



(۲) دو تا

(۱) یکی

(۴) چهار تا

(۳) سه تا

۱۵۳) اگر  $\sqrt{a} > a$  باشد، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟

$a^5 < a$  (۴)

$a^4 < a$  (۳)

$\sqrt{a} > \sqrt[3]{a}$  (۲)

$-1 < a < 0$  (۱)

۱۵۴) اگر  $0 < a < 1$  باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$0 < \sqrt{a} < a < a^2 < 1$  (۲)

$0 < a^2 < a < \sqrt{a} < 1$  (۱)

$0 < a^2 < \sqrt{a} < a < 1$  (۴)

$0 < a < \sqrt{a} < a^2 < 1$  (۳)

۱۵۵) اگر  $0 < a < 1$ ، حاصل عبارت  $A = |a - \sqrt{a}| - |a - \sqrt[3]{a}| + |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}|$  کدام است؟

صفر (۴)

$2\sqrt{a}$  (۳)

$2\sqrt[3]{a}$  (۲)

$2a$  (۱)

۱۵۶) اگر  $0 < a < 1$  باشد، ریشه‌ی پنجم  $a$  از ریشه‌ی ششم  $a$  . . . . . است و اگر  $a > 1$  باشد، ریشه‌ی چهارم  $a$  از ریشه‌ی پنجم  $a$  . . . . . است.

(۴) کوچکتر - کوچکتر

(۳) کوچکتر - بزرگتر

(۲) بزرگتر - کوچکتر

(۱) بزرگتر - بزرگتر

۱۵۷) حاصل عبارت  $(3\sqrt{2} - \sqrt{1})(3\sqrt{2} - \sqrt{2})(3\sqrt{2} - \sqrt{3}) \dots (3\sqrt{2} - \sqrt{20})$  کدام است؟

$(3\sqrt{2})^{20} + 20$  (۲)

$(3\sqrt{2})^{20} - 20$  (۱)

(۴) صفر

$(3\sqrt{2})^{20} - 20\sqrt{20}$  (۳)

## ۲.۳ ریشه‌ی $n$ ام

(۱۵۸) چه تعداد از تساوی‌های زیر صحیح است؟

$\sqrt[5]{\frac{7}{16a^5}} \times \sqrt[5]{\frac{243}{14}} = \frac{7}{2a}$ (پ)	$\sqrt[5]{72} \times \sqrt[5]{108} = 6$ (ب)	$\sqrt[4]{4} \times \sqrt[4]{80} = 2\sqrt[4]{5}$ (الف)
(۴) صفر	(۳) ۳	(۲) ۲

(۱۵۹) حاصل عبارت  $4 \times \underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2^n}}}}}_{n \text{ تا}}$  به ازای  $n = 4$  کدام است؟

(۴) $4\sqrt[4]{2}$	(۳) $4\sqrt[4]{4}$	(۲) ۲	(۱) $\sqrt[4]{8}$
--------------------	--------------------	-------	-------------------

(۱۶۰) حاصل عبارت  $A = 5\sqrt[5]{-0/027} + 2\sqrt[4]{\frac{1}{16}} + \sqrt[5]{-\frac{243}{32}}$  کدام است؟

(۴) -۲	(۳) $-1/3$	(۲) ۱	(۱) $1/5$
--------	------------	-------	-----------

(۱۶۱) عدد  $\sqrt[4]{5\sqrt[5]{5}}$ ، .....، عدد  $\sqrt[5]{-0/2}$  است.

(۴) مربع	(۳) معکوس	(۲) قرینه‌ی معکوس	(۱) قرینه‌ی
----------	-----------	-------------------	-------------

(۱۶۲) اگر  $x < 1$  باشد، حاصل عبارت  $\sqrt[5]{(1-x)^5} + \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(-3)^2}$  کدام است؟

(۴) ۳	(۳) $2x - 5$	(۲) $-2x + 5$	(۱) -۳
-------	--------------	---------------	--------

(۱۶۳) توان چهارم عبارت  $\sqrt{2\sqrt{2} + \sqrt{6}} - \sqrt{2\sqrt{2} - \sqrt{6}}$  کدام است؟

(۴) ۸	(۳) ۴	(۲) ۱۶	(۱) ۲
-------	-------	--------	-------

(۱۶۴) اگر  $0 < a < 1$  باشد، فاصله‌ی کدام عدد از صفر کوچکتر است؟

(۴) $\sqrt[5]{a}$	(۳) $a\sqrt[5]{a}$	(۲) $\frac{1}{a}$	(۱) $a^2\sqrt[5]{a}$
-------------------	--------------------	-------------------	----------------------

(۱۶۵) اگر  $0 < a < 1$  باشد، کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

(۴) $\sqrt[5]{a} < \sqrt[5]{2a}$	(۳) $\sqrt[5]{a} < \sqrt[5]{\frac{a}{2}}$	(۲) $\sqrt[5]{a} < \sqrt[5]{a}$	(۱) $\sqrt[5]{a} < \sqrt[5]{a}$
----------------------------------	---	---------------------------------	---------------------------------

(۱۶۶) چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

- $\sqrt[5]{0/027} = \sqrt[5]{0/0081}$  •
- $(\sqrt[5]{-2})^4 = \sqrt[5]{(-2)^4}$  •
- $\sqrt[5]{(-5)^4} = -5$  •
- $\sqrt[5]{-3} \times \sqrt[5]{-9} \times \sqrt[5]{(-3)^4} = 9$  •

(۴) ۴	(۳) ۳	(۲) ۲	(۱) ۱
-------	-------	-------	-------

### ۳.۳ توان‌های گویا

(۱۶۷) اگر  $x^{\frac{5}{a}} = 2$  باشد، ریشه‌ی دهم  $x$  کدام است؟ ( $x > 0$  و  $a$  عددی گویا و مثبت است).

- (۱) فقط  $2^{\frac{a}{5}}$  (۲) فقط  $2^{\frac{a}{5}}$  (۳)  $\pm 2^{\frac{a}{5}}$  (۴)  $\pm 2^{\frac{a}{5}}$

(۱۶۸) ریشه‌ی بیست و سوم عبارت  $\frac{24^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{1}{3}}}{322 \times 27^{-\frac{1}{3}} \times 48^{-\frac{1}{3}}}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt[20]{6}$  (۲)  $\sqrt{12}$  (۳)  $\sqrt[20]{3}$  (۴)  $\sqrt[20]{3}$

(۱۶۹) اگر  $x$  عددی منفی باشد، آنگاه حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{x}\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}\sqrt{-x}}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{-x}$  (۲)  $-\sqrt{-x}$  (۳)  $\frac{1}{\sqrt{-x}}$  (۴)  $-\frac{1}{\sqrt{-x}}$

(۱۷۰) اگر جمله‌ی عمومی دنباله‌ی  $a_n$  به صورت  $a_n = 3^{\frac{n-1}{n}}$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{(a_{2n+5})^{\frac{2n+5}{2}} - (a_n)^n}{(a_{n+2})^{n+2} - (a_{2n-5})^{\frac{2n-5}{2}}}$  کدام است؟ ( $n \geq 2$ )

- (۱)  $a_{n+1}$  (۲)  $a_{n-1}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴) ۳

(۱۷۱) اگر  $\sqrt[3]{3x+5} \times \sqrt[3]{2y+2} = 6^{x+1}$  باشد، حاصل  $x+y$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

(۱۷۲) با توجه به رابطه‌ی  $\sqrt[n]{x} \times \sqrt[2n]{x} = \sqrt[2n]{x^k}$  ، حاصل  $\sqrt{(k-1)(3k-1)}$  برابر با کدام گزینه است؟ ( $n > 1, n, k \in \mathbb{N}, x > 0$ )

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

(۱۷۳) اگر  $\frac{\sqrt{288a}\sqrt[3]{b^4}}{a^{\frac{\sqrt{3}}{3}}} = \sqrt{72}$  باشد، مجموع مقادیر ممکن برای  $b$  کدام است؟

- (۱)  $-\sqrt{2}$  (۲) صفر (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱۷۴) چند مورد از مقایسه‌های زیر صحیح است؟

•  $-3\sqrt[3]{2} > -2\sqrt[3]{3}$

•  $\sqrt[5]{6} < \sqrt[5]{2\sqrt[3]{2}}$

•  $\sqrt[3]{4} > \sqrt[3]{8}$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ‌کدام

### ۴.۳ عبارتهای جبری

۱۷۵) اگر تساوی  $\frac{1}{x^2+1} = \frac{ax+b}{x^2-x+1} + \frac{c}{x+1}$  با شرط  $x \neq -1$  یک اتحاد باشد،  $a-b+2c$  کدام است؟

- $\frac{1}{3}$  (۱)       $-\frac{1}{3}$  (۲)       $-\frac{2}{3}$  (۳)       $\frac{2}{3}$  (۴)

۱۷۶) در تساوی  $\frac{6+3\sqrt{x}+A}{x-1} = \frac{3}{x-1} + \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}-1}$ ، عبارت  $A$  کدام است؟

- $\sqrt{x^3} + \sqrt{x}$  (۱)       $\sqrt{x^3} + x$  (۲)       $\sqrt{x^3} + \sqrt{x}$  (۳)       $\sqrt{x^3} + 2\sqrt{x}$  (۴)

۱۷۷) حاصل عبارت  $(\sqrt[3]{3\sqrt{3}} + \sqrt[3]{2\sqrt{2}})(\sqrt[3]{3\sqrt{9}} - \sqrt[3]{2\sqrt{8}})$  کدام است؟

- $\sqrt{3} - \sqrt{2}$  (۱)      ۱ (۲)       $\sqrt{3} + \sqrt{2}$  (۳)       $\sqrt{3} - \sqrt{2}$  (۴)

۱۷۸) حاصل عبارت  $(2\sqrt{2})^3 + (3 - \sqrt{2})^3 + (-3 - \sqrt{2})^3$  کدام است؟

- $-6\sqrt{2}$  (۱)       $-36\sqrt{2}$  (۲)       $36\sqrt{2}$  (۳)       $-42\sqrt{2}$  (۴)

۱۷۹) عدد  $133^3 - 100^3 - 33^3$  چند برابر ۱۳۳ است؟

- $9000$  (۱)       $9900$  (۲)       $900$  (۳)       $990$  (۴)

۱۸۰) مجموع مربع عددی با چهار برابر مربع عدد دیگر مساوی ۴ برابر حاصل ضرب آن دو عدد است. نسبت عدد اولی به دومی کدام است؟

- $1$  (۱)       $2$  (۲)       $3$  (۳)       $4$  (۴)

۱۸۱) حاصل  $\sqrt[5]{(\sqrt{2}+1)^4} \times \sqrt[5]{(3-2\sqrt{2})^2}$  کدام است؟

- $2$  (۱)       $1$  (۲)       $\sqrt{2}$  (۳)       $\sqrt[5]{2}$  (۴)

۱۸۲) اگر  $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1} = 27$ ، مقدار  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2}$  کدام است؟

- $3$  (۱)       $9$  (۲)       $\frac{1}{3}$  (۳)       $\frac{1}{9}$  (۴)

۱۸۳) اگر  $x + \frac{1}{x} = 3$  باشد، حاصل  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  کدام است؟

- $18$  (۱)       $27$  (۲)       $9$  (۳)       $54$  (۴)

۱۸۴) ساده شده عبارت  $A = (2a-3)(2a+3)(16a^4 + 36a^2 + 81)$  در کدام گزینه آمده است؟

- $64a^7 - 729$  (۱)       $8a^7 - 729$  (۲)       $64a^7 - 243$  (۳)       $8a^7 - 243$  (۴)

۱۸۵) اگر  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$  باشد، مقدار  $x^2 - \frac{1}{x^2}$  کدام است؟

- $\pm 52$  (۱)       $\pm 76$  (۲)       $\pm 46$  (۳)       $\pm 72$  (۴)

۱۸۶) حاصل عبارت  $A = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1} \times \frac{x^3 - 1}{4x^2 + 4x + 1}$  کدام است؟ (عبارت تعریف شده است.)

(۱)  $\frac{x^2 + x + 1}{2x + 1}$  (۲)  $\frac{x^2}{x + 1}$  (۳)  $\frac{x^2 - x + 1}{2x - 1}$  (۴)  $\frac{x + 1}{2}$

۱۸۷) در تجزیه‌ی عبارت  $8a^9 - a^7b^2 + 8a^2b^3 - b^6$  کدام عامل وجود ندارد؟

(۱)  $a^7 + b^3$  (۲)  $4a^2 + 2ab + b^2$  (۳)  $2a - b$  (۴)  $2a + b$

۱۸۸) حاصل عبارت  $x^3 - 3x^2 + 3x - 3\sqrt{3}$  به ازای  $x = \sqrt{3} + 1$  کدام است؟

(۱)  $1 + 3\sqrt{3}$  (۲)  $1 + \sqrt{3}$  (۳)  $1$  (۴)  $3\sqrt{3} - 1$

۱۸۹) در تجزیه‌ی عبارت  $x^4 - 3x^3 + 8x - 24$ ، همواره کدام عامل ضرب وجود دارد؟

(۱)  $x - 4$  (۲)  $x - 2$  (۳)  $x + 2$  (۴)  $x + 3$

۱۹۰) کسر  $\frac{1}{\sqrt{3} - 1}$  با کدام گزینه‌ی زیر برابر است؟

(۱)  $\sqrt{4} - \sqrt{2} + 1$  (۲)  $\sqrt{2} + 1$  (۳)  $\sqrt{4} + \sqrt{2} + 1$  (۴)  $\sqrt{2} - 1$

۱۹۱) حاصل عبارت  $B = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}}$  کدام می‌باشد؟ ( $n > 1$ )

(۱)  $\sqrt{n-1}$  (۲)  $\sqrt{n} - 1$  (۳)  $\sqrt{n}$  (۴)  $\sqrt{n-1} + 1$

۱۹۲) گویا شده‌ی کسر  $A = \frac{6}{\sqrt{54} - 2\sqrt{27}}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{4} + 2}{6}$  (۲)  $-\frac{\sqrt{4} + 4}{3}$  (۳)  $\frac{\sqrt{4} + 2\sqrt{2} + 2}{6}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{4} + 2\sqrt{2} + 4}{3}$

۱۹۳) حاصل عبارت  $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5}}$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5}$  (۲)  $\sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{2}$  (۳)  $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 2\sqrt{5}$  (۴)  $\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{2}$

۱۹۴) حاصل کسر  $\frac{1}{\sqrt[4]{3} - \sqrt{2}}$  چند برابر  $2 + \sqrt{3}$  است؟

(۱)  $\sqrt[4]{3} + 2$  (۲)  $-(\sqrt[4]{3} + \sqrt{2})$  (۳)  $-2(\sqrt[4]{3} + 2)$  (۴)  $2(\sqrt[4]{3} + \sqrt{2})$

۱۹۵) حاصل عبارت  $\frac{3\sqrt{\sqrt{5} + \sqrt{2}}}{\sqrt{3}(\sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{2}})}$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{5} + \sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$  (۳)  $1$  (۴)  $\sqrt{3}$



## فصل ۴

# معادله‌ها و نامعادله‌ها

### ۱.۴ معادله‌ی درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن

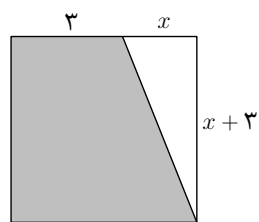
#### ۱.۱.۴ حل معادله‌ی درجه دوم به روش تجزیه

(۱۹۶) اگر مجموع مربعات دو عدد طبیعی متوالی ۲۵ باشد، قدرمطلق تفاضل مربعات آنها کدام است؟

- ۸ (۴)                      ۶ (۳)                      ۷ (۲)                      ۵ (۱)

(۱۹۷) اگر  $x$  ریشه‌ی معادله‌ی  $5x^2 + mx + 10 = 0$  باشد و این معادله به صورت مربع مجموع دو جمله تجزیه شود،  $m + x$  کدام است؟ ( $m > 0$ )

- $11\sqrt{2}$  (۴)                       $10\sqrt{2}$  (۳)                       $9\sqrt{2}$  (۲)                       $8\sqrt{2}$  (۱)



(۱۹۸) در مربع روبه‌رو، اگر مساحت قسمت رنگ شده ۲۰ باشد،  $x$  کدام است؟

- ۵ (۲)                      ۲ (۱)  
۴ (۴)                      ۳ (۳)

(۱۹۹) اندازه‌ی اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت ۲ می‌دهند، مساحت مثلث کدام است؟

- ۱۲ (۴)                      ۳۶ (۳)                      ۴۸ (۲)                      ۲۴ (۱)

(۲۰۰) شرکت کنندگان در یک جلسه همه با هم دست می‌دهند. یکی از آنها حساب کرد که تعداد دفعات دست دادن ۶۶ بار بوده، چند نفر در این جلسه شرکت کرده بودند؟

- ۱۴ (۴)                      ۱۳ (۳)                      ۱۲ (۲)                      ۱۱ (۱)

(۲۰۱) طول و عرض مستطیلی مضارب طبیعی و متوالی عدد ۶ هستند. اگر عدد مساحت این مستطیل دو برابر عدد محیط آن باشد، طول این مستطیل کدام است؟

- ۳۰ (۴)                      ۲۴ (۳)                      ۱۲ (۲)                      ۱۸ (۱)

۲۰۲) اگر اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند، وتر مثلث چند برابر کوچکترین ضلع مثلث است؟

- (۱)  $\frac{5}{4}$  (۲)  $\frac{7}{5}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{5}{3}$

۲۰۳) اگر  $x = -1$  یک ریشه‌ی معادله‌ی درجه‌ی دوم  $(m^2 - 2)x^2 + (m + 1)x + 2m - 3 = 0$  باشد، ریشه‌ی دیگر معادله (بر حسب  $x$ ) کدام است؟

- (۱) فقط  $-\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  یا  $\frac{1}{4}$  (۳) فقط  $\frac{9}{7}$  (۴)  $-\frac{1}{4}$  یا  $\frac{9}{7}$

۲۰۴) فاصله‌ی هر طرف قالی از کنار دیوار یک اتاق مستطیل شکل، ثابت است. اگر مساحت اتاق ۲۴، محیط اتاق ۲۰ و محیط قالی ۱۲ باشد، مساحت قالی کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۲۰۵) کدام عدد مثبت است که وقتی یک سوم آن را با یک و همچنین یک چهارم آن را با یک جمع می‌کنیم و دو عدد حاصل را در هم ضرب می‌کنیم، حاصل برابر ۶ می‌شود؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۶

### ۲.۱.۴ حل معادله‌ی درجه دوم به کمک ریشه‌گیری

۲۰۶) مجموع ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 2x + 1 = 3 - 2\sqrt{2}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲) ۲ (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴) ۳

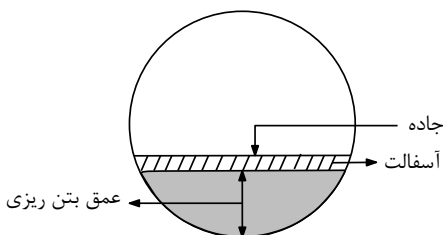
۲۰۷) در حل معادله‌ی  $2x^2 - 12x + 7 = 0$  به روشی مشابه روش مربع کامل، معادله را به فرم  $2(x + b)^2 + c = 0$  می‌نویسیم. حاصل ضرب ریشه‌های معادله چند برابر  $b + c$  است؟

- (۱)  $-\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{7}{4}$  (۳)  $-\frac{7}{4}$  (۴)  $-\frac{3}{4}$

۲۰۸) در کدام گزینه قدر مطلق تفاضل دو ریشه بزرگتر است؟

- (۱)  $6x^2 = 18$  (۲)  $2x^2 - 30 = 0$  (۳)  $(2x - 3)^2 - 24 = 12$  (۴)  $x^2 - 2x + 3 = 4$

۲۰۹) یک تونل مطابق شکل زیر ساخته می‌شود. برای عبور ماشین‌ها از داخل آن باید بتن‌ریزی را تا ارتفاع مشخصی انجام دهیم و روی آن آسفالت بریزیم. اگر شعاع تونل ۵ متر و عرض جاده ۹ متر باشد و بدانیم ارتفاع آسفالت ۱۰ سانتی‌متر است، حداکثر عمق بتن‌ریزی تقریباً چند متر است؟ ( $\sqrt{4/75} \approx 2/17$ )



- (۱)  $2/73$  (۲)  $2/83$

- (۳)  $2/63$  (۴)  $2/53$

۲۱۰) مجموع مربعات سه مضرب طبیعی و متوالی ۵ برابر ۱۹۲۵ است، مجموع آنها کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۱۰۵ (۳) ۷۵ (۴) ۹۰

### ۳.۱.۴ حل معادله‌ی درجه دوم به روش مربع کامل

(۲۱۱) در حل معادله‌ی  $2x^2 + 3x - 5 = 0$  به روش مربع کامل به تساوی  $(x+a)^2 = k$  می‌رسیم، مقدار  $a+k$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{61}{16}$  (۲)  $\frac{52}{16}$  (۳)  $\frac{49}{16}$  (۴)  $\frac{73}{16}$

(۲۱۲) در حل معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x(4x+1) = \frac{5}{4}$  به روش مربع کامل کردن، پس از آنکه ضریب  $x^2$  را برابر با یک می‌کنیم، کدام عدد به طرفین معادله اضافه می‌شود؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{12}$  (۳)  $\frac{1}{64}$  (۴)  $\frac{1}{256}$

(۲۱۳) چه عددی را به طرفین معادله‌ی  $x = \sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}}$  اضافه کنیم تا بتوانیم با استفاده از روش مربع کامل آن را حل کنیم؟

- (۱)  $\frac{5+2\sqrt{6}}{8}$  (۲)  $\frac{1}{2}(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2})^2$  (۳)  $\sqrt{3}-\sqrt{2}$  (۴)  $(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2})^2$

### ۴.۱.۴ حل معادله‌ی درجه دوم به روش فرمول کلی

(۲۱۴) اگر معادله‌ی درجه‌ی دوم  $(2m+1)x^2 + (m+2)x + 1 = 0$  ریشه‌ی مضاعف داشته باشد، این ریشه کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $-\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

(۲۱۵) به ازای چه مقادیر طبیعی از  $k$ ، ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $kx^2 + (2k-1)x + k - 2 = 0$  اعدادی گویا هستند؟

- (۱)  $\{2, 4, 6, 8, \dots\}$  (۲)  $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$  (۳)  $\{6, 12, 18, 24, \dots\}$  (۴)  $\{2, 6, 12, 20, \dots\}$

(۲۱۶) یکی از جواب‌های معادله‌ی  $(m-1)x^2 - 7x + 2m = 0$  برابر  $x = 2$  است، جواب دیگر معادله کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲) ۳ (۳)  $\frac{7}{2}$  (۴) ۱

(۲۱۷) معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x(2x-5) = a$  به ازای یک مقدار  $a$  ریشه‌ی مضاعف دارد، مقدار ریشه‌ی مضاعف کدام است؟

- (۱)  $-\frac{5}{4}$  (۲)  $-\frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{5}{4}$

(۲۱۸) در یک دنباله‌ی هندسی با جملات متمایز، جمله‌ی دوم و دو برابر جمله‌ی پنجم و جمله‌ی هشتم می‌توانند به ترتیب سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی حسابی باشند. بزرگترین این سه عدد چند برابر کوچکترین آنهاست؟

- (۱)  $2 + \sqrt{3}$  (۲)  $5 + 2\sqrt{3}$  (۳)  $5 + 4\sqrt{3}$  (۴)  $7 + 4\sqrt{3}$

(۲۱۹) معادله‌ی درجه‌ی دوم  $\frac{m}{4}x^2 - 4x + 8 = 0$  به ازای مقادیر  $m \in (m_0, +\infty)$  ریشه‌ی حقیقی ندارد، کمترین مقدار  $m_0$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

## ۲.۴ سهمی

(۲۲۰) اگر معادله‌ی محور تقارن سهمی به معادله‌ی  $y = -2x^2 + ax + b$  به صورت  $x = 1$  باشد و نمودار سهمی از نقطه‌ی  $(1, -1)$  بگذرد، حاصل  $a - b$  کدام است؟

- (۱)  $-7$       (۲)  $-1$       (۳)  $7$       (۴)  $1$

(۲۲۱) رأس سهمی  $y = 2(x + 1)^2 - 4$  دو واحد بالاتر از رأس سهمی  $y = x^2 + ax + b$  می‌باشد و محورهای تقارن آنها یکسان است. اگر نمودار معادله‌ی  $y = x^2 + ax + b$  محور طول‌ها را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع کند، طول  $AB$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{6}$       (۲)  $2$       (۳)  $1$       (۴)  $8$

(۲۲۲) اگر رأس سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  روی محور  $y$  ها و  $ac < 0$  باشد، مجموع طول نقاط برخورد سهمی و محور  $x$  ها کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{-\frac{c}{a}}$       (۲) صفر      (۳)  $2\sqrt{-\frac{c}{a}}$       (۴)  $-\frac{c}{a}$

(۲۲۳) اگر عرض پایین‌ترین نقطه روی نمودار سهمی  $y = 2x^2 + 12x + m - 1$  برابر با  $-1$  باشد، سهمی مذکور محور عرض‌ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

- (۱)  $17$       (۲)  $18$       (۳)  $19$       (۴)  $20$

(۲۲۴) سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  محور  $y$  ها را در نقطه‌ای به عرض  $4$  قطع کرده است. اگر رأس سهمی بر روی خط  $x = 2$  قرار داشته باشد و یکی از نقاط تقاطع سهمی با محور  $x$  ها  $-1$  باشد، حاصل  $abc$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{256}{25}$       (۲)  $-\frac{248}{25}$       (۳)  $-\frac{184}{25}$       (۴)  $-\frac{196}{25}$

(۲۲۵) حاصل جمع طول و عرض رأس سهمی  $y = ax^2 + bx + \frac{35}{4a}$  برابر صفر است، مجموع مقادیر ممکن برای  $b$  کدام است؟

- (۱)  $1$       (۲)  $2$       (۳)  $-1$       (۴)  $-2$

(۲۲۶) اگر رأس سهمی  $y = ax^2 + 2ax - 3$  روی نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم قرار داشته باشد و سهمی محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض  $b$  قطع کند، حاصل  $ab$  کدام است؟

- (۱)  $-3$       (۲)  $-2$       (۳)  $-6$       (۴)  $6$

(۲۲۷) محور تقارن سهمی  $y = x^2 + 4x + k$  را در نقطه‌ای به عرض  $-2$  قطع می‌کند. طول پاره‌خطی که سهمی روی محور  $x$  ها ایجاد می‌کند، کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$       (۲)  $4\sqrt{3}$       (۳)  $2\sqrt{2}$       (۴)  $4\sqrt{2}$

(۲۲۸) خط به معادله‌ی  $y = -\frac{5}{4}$  محور تقارن منحنی  $y = \frac{1}{4}x^2 - 3x + a$  را بر روی خود منحنی قطع می‌کند،  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-2$       (۲)  $-1$       (۳)  $1$       (۴)  $2$

(۲۲۹) نقطه‌ی  $(-1, -4)$  رأس سهمی به معادله‌ی  $y = 3x^2 + ax + b$  است، این سهمی محور  $y$  ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱)  $-3$       (۲)  $-2$       (۳)  $-1$       (۴)  $2$

۲۳۰) اگر نمودار سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  محور  $x$  ها را با طول‌های ۱ و ۲- و محور  $y$  ها را با عرض ۴ قطع کند،  $b$  کدام است؟

- ۴ ( ۴)                      -۴ ( ۳)                      ۲ ( ۲)                      -۲ ( ۱)

۲۳۱) اگر منحنی به معادله  $y = (a - 1)x^2 + x + 3$  نسبت به خط  $x = 2$  متقارن باشد، این منحنی محور  $x$  ها را با کدام طول مثبت قطع می‌کند؟

- ۶ ( ۴)                      ۴ ( ۳)                      ۳ ( ۲)                      ۲ ( ۱)

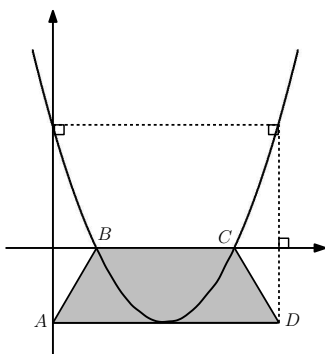
۲۳۲) به ازای کدام مقادیر  $m$ ، سهمی  $y = (m + 2)x^2 - 2mx + m - 1$  بالای محور  $x$  ها است؟

- $m < 2$  ( ۴)                       $m < -2$  ( ۳)                       $m > -2$  ( ۲)                       $m > 2$  ( ۱)

۲۳۳) اگر نقطه‌ی  $M(1, 3)$  رأس سهمی به معادله  $y = x^2 - bx + c$  باشد، آنگاه معادله  $bx^2 + cx + c - 1 = 0$ :

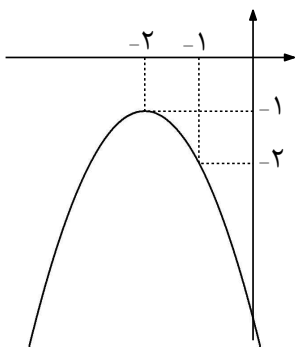
- ( ۱) دو ریشه‌ی حقیقی منفی دارد.                      ( ۲) دو ریشه‌ی حقیقی مثبت دارد.

- ( ۳) دو ریشه‌ی حقیقی مختلف‌العلامه دارد.                      ( ۴) ریشه‌ی حقیقی ندارد.



۲۳۴) در شکل روبه‌رو، سهمی رسم شده مربوط به نمودار معادله‌ی  $y = 2x^2 - 12x + 16$  است. اگر پاره‌خط افقی  $AD$  بر رأس سهمی مماس باشد، مساحت دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین  $ABCD$  کدام است؟

- ۸ ( ۲)                      ۴ ( ۱)  
۲۴ ( ۴)                      ۱۶ ( ۳)



۲۳۵) معادله‌ی سهمی شکل روبه‌رو کدام است؟

- $y = -x^2 + 4x - 5$  ( ۲)                       $y = -x^2 - 4x - 3$  ( ۱)  
 $y = -4x^2 - 4x - 3$  ( ۴)                       $y = -x^2 - 4x - 5$  ( ۳)

۲۳۶) اگر سهمی  $y = ax^2 - bx + c$  محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض  $-\frac{4}{b}$  و محور طول‌ها را فقط در نقطه‌ای به طول ۲- قطع کند،  $a$  کدام است؟ (سهمی پایین محور  $x$  ها قرار دارد.)

- $-\frac{1}{4}$  ( ۴)                      -۲ ( ۳)                       $\frac{1}{4}$  ( ۲)                       $-\frac{1}{4}$  ( ۱)

۲۳۷) اگر  $(2, 5)$  و  $(-1, 20)$  دو نقطه از یک سهمی و  $x = 1$  خط تقارن آن باشد، این سهمی در نقطه‌ای با کدام عرض محور  $y$  ها را قطع می‌کند؟

- ۲ ( ۴)                      ۳ ( ۳)                      ۴ ( ۲)                      ۵ ( ۱)

### ۳.۴ تعیین علامت

#### ۱.۳.۴ تعیین علامت چند جمله‌ای درجه اول

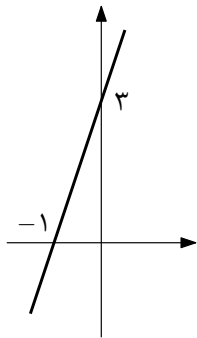
(۲۳۸) عبارت درجه‌ی اول  $f(x) = 2kx + k^2 - 27$  به ازای  $x < k$  مثبت و به ازای  $x > k$  منفی است،  $k$  کدام است؟

- (۱)  $\{-3, 3\}$  (۲) فقط  $-3$  (۳) فقط  $3$  (۴)  $-2$

(۲۳۹) مجموعه مقادیر  $x$  به طوری که دو عبارت  $A = \frac{x^2(2x-1)}{3-x}$  و  $B = (7x+2)(x-3)$  هم‌علامت باشند، کدام است؟ (بزرگترین بازه را انتخاب کنید.)

- (۱)  $(-\infty, -\frac{2}{7})$  (۲)  $(-\infty, -\frac{2}{7}) \cup (0, \frac{1}{3})$  (۳)  $(-\infty, 0)$  (۴)  $(-\infty, \frac{1}{3})$

(۲۴۰) با توجه به نمودار  $y = ax - b$  که به صورت روبه‌رو است، عبارت  $P(x) = \frac{(ax+b)(2x+3)}{-x+2}$  در کدام بازه قطعاً مثبت است؟



- (۱)  $(0, 2)$  (۲)  $(-\frac{3}{2}, 1)$  (۳)  $(4, \frac{11}{2})$  (۴)  $(-2, -\frac{3}{2})$

#### ۲.۳.۴ تعیین علامت چند جمله‌ای درجه دوم

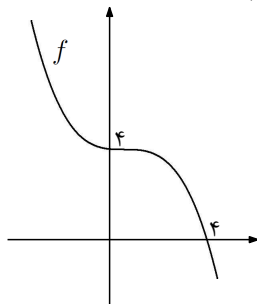
(۲۴۱) علامت عبارت  $P = \frac{(2x+1)(x-1)}{-x+3}(x^2+1)$  در کدام بازه‌ی زیر همواره منفی است؟

- (۱)  $(0, 2)$  (۲)  $(-\frac{1}{3}, 1)$  (۳)  $(-2, 1)$  (۴)  $(2, 4)$

(۲۴۲) اگر عبارت  $P(x) = (k-1)x^2 + (kx-x) + 1$  به ازای تمام مقادیر  $x$  منفی باشد، حدود  $k$  کدام است؟

- (۱)  $\mathbb{R}$  (۲)  $k < 1$  (۳)  $1 < k < 5$  (۴)  $\emptyset$

(۲۴۳) شکل مقابل نمودار معادله‌ی  $y = f(x)$  می‌باشد، عبارت  $A = \frac{xf(x)(2x^2+1)}{(3-x)|x+2|}$  در بازه‌ی  $(0, a)$  همواره مثبت است. بیشترین مقدار  $a$  کدام است؟



- (۱)  $2$  (۲)  $3$  (۳)  $4$  (۴)  $5$

(۲۴۴) اگر  $f(x) = -x^2 + bx + c$  و ریشه‌های معادله‌ی  $f(x) = 0$  برابر با  $x = -1$  و  $x = 3$  باشند، عبارت  $A = \frac{f(x)}{(x^2-x+1)(-x^2+4x-3)}$  به ازای چند مقدار صحیح  $x$ ، منفی است؟

- (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴) بی‌شمار

۳.۳.۴ نامعادله

(۲۴۵) مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x^2 - x^2}{3x^2 - 3} > 1$  کدام است؟

- (۱)  $\mathbb{R} - \{1\}$  (۲)  $\{x \in \mathbb{R} | x < 1\}$  (۳)  $\emptyset$  (۴)  $\{x \in \mathbb{R} | x > 1\}$

(۲۴۶) اگر دو نامعادله  $\begin{cases} A + 3B > 18 \\ 3A + B < 12 \end{cases}$  برقرار باشند، حدود  $A$  کدام است؟

- (۱)  $A > 9$  (۲)  $A > \frac{9}{4}$  (۳)  $A < \frac{9}{4}$  (۴)  $A < 9$

(۲۴۷) اگر نمودار معادله  $y = x^2 + ax + b$  محور  $x$  ها را با طول‌های ۱ و ۵ قطع کند، آنگاه مجموعه جواب نامعادله  $y < -3$  شامل چند عدد صحیح است؟

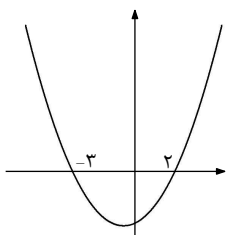
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(۲۴۸) اگر نامعادله  $\frac{ax^2 - \frac{1}{4}ax - 3}{-x^2 - x - 1} \leq 3$  به ازای تمام مقادیر  $x$  برقرار باشد،  $a$  کدام است؟

- (۱) هر مقدار (۲)  $-6$  (۳)  $6$  (۴) هیچ مقدار

(۲۴۹) یک جسم از بالای یک ساختمان که ۲۰ متر ارتفاع دارد، به هوا پرتاب می‌شود. اگر ارتفاع این جسم از سطح زمین در ثانیه  $t$  از رابطه  $h = -5t^2 + 20t + 20$  محاسبه شود، در چه فاصله‌ی زمانی ارتفاع توپ از سطح زمین در مسیر برگشت به سطح زمین بیشتر از ۳۵ متر خواهد بود؟

- (۱)  $(1, 3)$  (۲)  $(2, 3)$  (۳)  $(0, 3)$  (۴)  $(1, 2)$



(۲۵۰) با توجه به نمودار روبه‌رو که مربوط به تابع  $y = ax^2 + bx + c$  است، جواب نامعادله  $\frac{x}{ax^2 + bx + c} \geq 0$  کدام است؟

- (۱)  $(-3, 0] \cup (2, +\infty)$  (۲)  $(-3, 0] \cup [2, +\infty)$  (۳)  $(-3, 2) - \{0\}$  (۴)  $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty) \cup \{0\}$

(۲۵۱) اگر مجموعه جواب نامعادله  $\frac{1}{2x^2 + x + 1} < \frac{1}{x^2 + 1}$  به صورت  $\mathbb{R} - [a, b]$  باشد، مقدار  $b - a$  کدام است؟

- (۱)  $-1$  (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(۲۵۲) به ازای کدام مقادیر  $a$ ، سهمی به معادله  $y = ax^2 - (a + 2)x$  از ناحیه‌ی دوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱)  $a \leq -2$  (۲)  $a > -2$  (۳)  $a > 0$  (۴)  $-2 \leq a < 0$

(۲۵۳) مجموعه جواب نامعادله  $\frac{3x - 5}{6x^2 - 7x - 5} < 0$  کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, -\frac{1}{4})$  (۲)  $(-\frac{3}{4}, \frac{5}{3}]$  (۳)  $(-\infty, -\frac{1}{4})$  (۴)  $(-\infty, \frac{5}{3})$

### ۴.۳.۴ نامعادله های قدرمطلقى

(۲۵۴) اگر مجموعه جواب نامعادله  $|ax + b| > 5$  به صورت  $\mathbb{R} - [-3, 2]$  باشد،  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

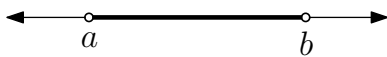
(۲۵۵) حدود  $a$  کدام باشد تا اشتراک دو نامعادله  $|x - 3| < 2$  و  $|x - 4| > a$  تهی باشد؟ ( $a > 0$ )

- (۱)  $a > 1$  (۲)  $a \geq 3$  (۳)  $0 < a < 1$  (۴)  $0 < a < 2$

(۲۵۶) نمایش مجموعه جواب نامعادله  $|2x + 1| > 5$  بر روی محور کدام است؟



(۲۵۷) نمایش مجموعه جواب نامعادله  $|x - 2| < 2$  بر روی محور به صورت زیر است، اشتراک جواب های دو نامعادله  $|x - 2| < b$  و  $|x - a| > 3$  کدام است؟



- (۱)  $[3, 6]$  (۲)  $(3, 6)$

- (۳)  $(-2, 3)$  (۴)  $(-3, 6)$

(۲۵۸) مجموعه جواب نامعادله  $3(x - 2)^2 - 4|x - 2| < -1$  کدام است؟

- (۱)  $(\frac{5}{3}, \frac{7}{3})$  (۲)  $(1, \frac{5}{3}) \cup (\frac{7}{3}, 3)$  (۳)  $(1, 3)$  (۴)  $(-\infty, \frac{5}{3}) \cup (\frac{7}{3}, +\infty)$

(۲۵۹) حدود  $a$  کدام باشد تا نمودار سهمی  $y = 2x^2 - ax + 2$  همواره بالای خط  $y = x + 1$  قرار گیرد؟

- (۱)  $-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$  (۲)  $-1 < a < 2\sqrt{2} - 1$  (۳)  $-1 < a < 1$  (۴)  $-\sqrt{2} - 1 < a < \sqrt{2} - 1$

(۲۶۰) اگر مجموعه جواب نامعادله  $y^2 + y - 2 > 0$  به صورت  $A = (-\infty, a) \cup (b, c) \cup (d, +\infty)$  و  $y = |7 - 2x| - 4$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{ad}{b+c}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{6}$  (۲)  $\frac{7}{3}$  (۳)  $\frac{3}{7}$  (۴)  $\frac{6}{7}$

(۲۶۱) مجموعه جواب نامعادله  $|\frac{x-1}{2} - 1| \geq 3$  شامل چند عدد صحیح نیست؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۰

(۲۶۲) اگر  $|x| - 4 \leq 0$  باشد، آنگاه حاصل  $|x + 4| + |x - 4|$  کدام است؟

- (۱) -۸ (۲)  $2x$  (۳) ۸ (۴)  $-2x$

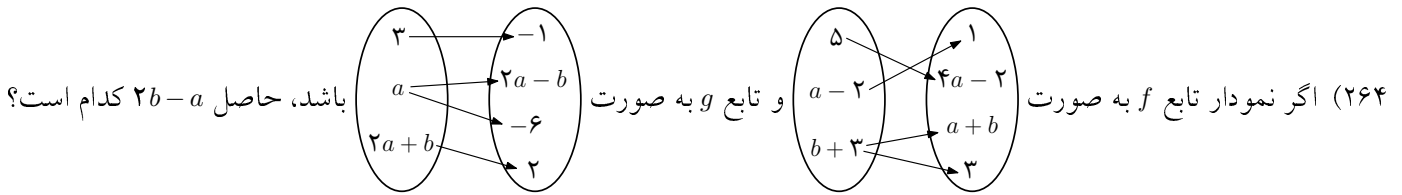
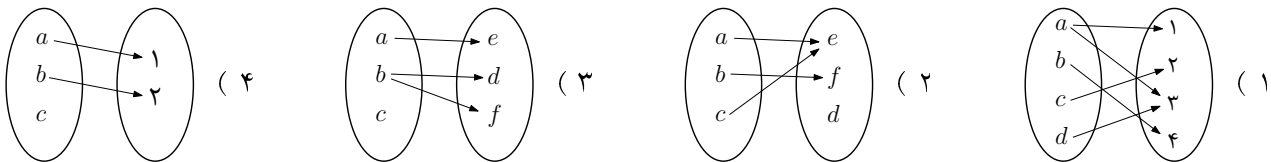


# فصل ۵

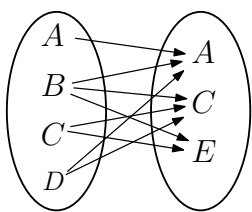
## تابع

### ۱.۵ مفهوم تابع و بازنمایی‌های آن

۲۶۳) کدام گزینه نمایش یک تابع است؟



(۱) ۴      (۲) ۹      (۳) ۳      (۴) ۵



۲۶۵) چند پیکان از نمودار ون مقابل حذف کنیم تا رابطه‌ی حاصل، یک تابع باشد؟

(۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۵

۲۶۶) کدام یک از روابط زیر، معرف یک تابع نیست؟

(۱) رابطه‌ی بین مساحت دایره و شعاع آن      (۲) رابطه‌ی بین افراد و وزن آنها در یک زمان معین

(۳) رابطه‌ی بین افراد و سال تولدشان      (۴) رابطه‌ی بین اعداد طبیعی و مقسوم‌علیه‌های آن

۲۶۷) مجموعه‌ی  $A = \{a, b, c\}$  و مجموعه‌ی  $B = \{1, 2\}$  مفروض‌اند، چند تابع از  $A$  به  $B$  وجود دارد که هیچ عضوی از  $A$  را به  $2$  نسبت ندهد؟

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۴      (۴) هیچ تابعی وجود ندارد.

### ۱.۱.۵ نمایش تابع به صورت زوج‌های مرتب و نمودار مختصاتی

۲۶۸) اگر رابطه‌ی  $\{(1, n), (m, n+2), (1, m^2-2), (m, n^2)\}$  یک تابع باشد، آنگاه کدام گزینه نمی‌تواند صحیح باشد؟

- ۱)  $mn = -1$  (۱)      ۲)  $mn = 1$  (۲)      ۳)  $mn = -4$  (۳)      ۴)  $mn = 4$  (۴)

۲۶۹) رابطه‌ی  $f = \{(3, m^2), (2, 1), (-3, m), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$  به ازای چند مقدار  $m$ ، یک تابع است؟

- ۱) (۱)      ۲) (۲)      ۳) بی‌شمار (۳)      ۴) هیچ مقدار  $m$  (۴)

۲۷۰) با حذف حداقل چند زوج مرتب، رابطه‌ی  $R = \{(1, 2), (1, 1), (2, 3), (2, 2), (3, 2), (1, 1), (2, 2)\}$  تبدیل به تابع می‌شود؟

- ۱) (۱)      ۲) (۲)      ۳) (۳)      ۴) (۴)

۲۷۱) اگر رابطه‌ی  $R = \{(2, b), (a+3, 3), (4, a^2+4), (4, 5)\}$  معرف یک تابع باشد، دوتایی مرتب  $(a, b)$  کدام است؟

- ۱)  $(-1, 3)$  (۱)      ۲)  $(1, 3)$  (۲)      ۳)  $(1, 2)$  (۳)      ۴)  $(-1, 2)$  (۴)

۲۷۲) به ازای کدام مقدار  $m$  رابطه‌ی  $R = \{(1, 2), (m^2-1, 5), (3, 1), (1, m)\}$  معرف یک تابع است؟

- ۱) ۵ (۱)      ۲)  $\pm 3$  (۲)      ۳)  $\pm\sqrt{2}$  (۳)      ۴) هیچ مقدار (۴)

۲۷۳) تابع  $f = \{(m^2-m, m^2-3m), (2, n^2-2n+5), (2, p)\}$  شامل یک زوج مرتب است،  $m+n+p$  کدام است؟

- ۱)  $-2$  (۱)      ۲) (۲)      ۳) ۴ (۳)      ۴)  $-4$  (۴)

۲۷۴) تابع  $f$  به صورت  $f = \{(1, 2), (m, 1), (1, m^2+m), (m^2-2, m+1)\}$  مفروض است، کدام زوج مرتب عضو تابع  $f$  نیست؟

- ۱)  $(2, -1)$  (۱)      ۲)  $(1, 2)$  (۲)      ۳)  $(-2, 1)$  (۳)      ۴)  $(1, -2)$  (۴)

۲۷۵) اگر مجموعه‌ی زوج‌های مرتب  $A = \{(3, 2), (4, 3), (1, 4), (a, b^2), (3, a^2+a), (-2, 0)\}$  یک تابع باشد، حاصل  $a+b$  کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

- ۱) ۳ (۱)      ۲) (۲)      ۳)  $-2$  (۳)      ۴)  $-1$  (۴)

۲۷۶) کدام یک از رابطه‌های زیر تابع است؟

۱)  $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, y^2 = x\}$  (۱)      ۲)  $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, \sin y = x\}$  (۲)

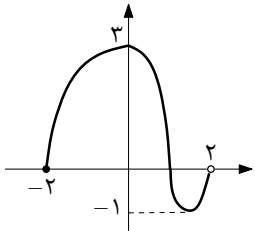
۳)  $R = \{(x, y) \mid 2^x + 2^y = 0\}$  (۳)      ۴)  $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x^2 + y^2 = 4\}$  (۴)

## ۲.۵ دامنه و برد توابع

(۲۷۷) کدام تابع قطعاً وجود ندارد؟

- (۱) تابعی که دامنه‌ی آن تک عضوی باشد.
- (۲) تابعی که فقط برد آن تک عضوی باشد.
- (۳) تابعی که تعداد اعضای دامنه‌ی آن بیشتر از تعداد اعضای برد آن است.
- (۴) تابعی که تعداد اعضای برد آن بیشتر از تعداد اعضای دامنه‌ی آن است.

(۲۷۸) نمودار تابع  $f$  به شکل روبه‌رو است، چند عدد صحیح هم در دامنه و هم در برد تابع قرار دارند؟



- |     |   |
|-----|---|
| (۱) | ۲ |
| (۲) | ۳ |
| (۳) | ۴ |
| (۴) | ۵ |

(۲۷۹) هرگاه رابطه‌ی  $|y| = |x^2 - 1|$  یک تابع باشد، دامنه‌ی این تابع دارای چند عضو است؟

- |     |         |
|-----|---------|
| (۱) | ۱       |
| (۲) | ۲       |
| (۳) | ۴       |
| (۴) | بی‌شمار |

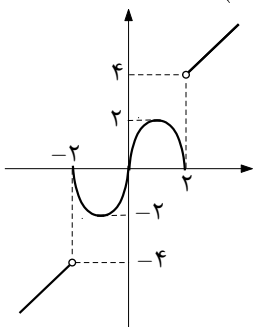
(۲۸۰) برد تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & ; x < 0 \\ -|x + 2| & ; x \geq 0 \end{cases}$  شامل چند عدد صحیح نمی‌شود؟

- |     |         |
|-----|---------|
| (۱) | ۴       |
| (۲) | ۳       |
| (۳) | ۵       |
| (۴) | بی‌شمار |

(۲۸۱) اگر برد تابع  $f(x) = -\frac{2}{3}x + 3$  مجموعه‌ی اعداد طبیعی باشد، بزرگترین عضو دامنه‌ی این تابع کدام است؟

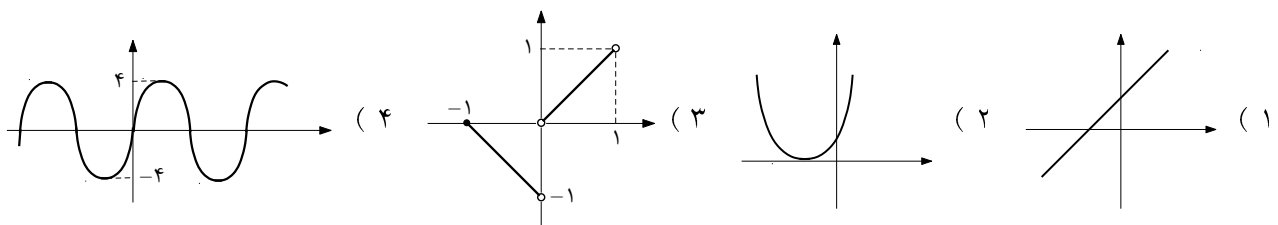
- |     |     |
|-----|-----|
| (۱) | ۱   |
| (۲) | صفر |
| (۳) | -۳  |
| (۴) | ۳   |

(۲۸۲) در دامنه‌ی تابع مقابل، چند عدد صحیح وجود دارد که در برد تابع قرار نمی‌گیرد؟ (تابع بر حسب  $x$  است.)



- |     |         |
|-----|---------|
| (۱) | ۴       |
| (۲) | ۲       |
| (۳) | ۶       |
| (۴) | بی‌شمار |

(۲۸۳) کدام یک از نمودارهای زیر، مربوط به تابعی است که برد آن زیرمجموعه‌ای از دامنه‌اش نیست؟



(۲۸۴) در تابع  $f(x) = \left| \frac{x-1}{3} + 1 \right| - 1$  در صورتی که دامنه، بازه  $[-2, 3]$  باشد، بزرگترین بازه برای برد این تابع کدام است؟

- (۱)  $[-\frac{1}{3}, 1]$  (۲)  $[-1, 1]$  (۳)  $[0, 1]$  (۴)  $[-2, 1]$

(۲۸۵) اگر دامنه‌ی توابع زیر برابر با مجموعه‌ی اعداد فرد یک رقمی باشد، برد کدام تابع اعضای متمایز کمتری دارد؟

(۱)  $y = x + 2$  (۲)  $y = x^2 - 4x$

(۳)  $y = |x + 1| - 3$  (۴) تعداد اعضای متمایز برد هر سه گزینه یکسان است.

(۲۸۶) دامنه‌ی یک تابع  $4n - 55$  و برد آن  $2n + 1$  عضو دارد، برای  $n$  چند عدد طبیعی وجود دارد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۷

(۲۸۷) با توجه به جدول روبه‌رو، کدام گزینه درست است؟

تابع	$f(x) = -3x - 1$	$g(x) = -3x + 1$
دامنه	$A$	$x \geq -\frac{1}{3}$
برد	$\{0, 1, 2\}$	$B$

- (۱)  $B = (-\infty, 2]$  و  $A = \{-1, 0, -\frac{1}{3}\}$   
 (۲)  $B = [0, +\infty)$  و  $A = \{-1, 0, -\frac{1}{3}\}$   
 (۳)  $B = [2, +\infty)$  و  $A = \{-1, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\}$   
 (۴)  $B = (-\infty, 2]$  و  $A = \{-1, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\}$

(۲۸۸) اگر دامنه‌ی تابع  $f(x) = 2x - 1$  بازه  $[3, +\infty)$  و دامنه‌ی تابع  $g(x) = \frac{1}{3}x + 3$  بازه  $(-\infty, 3]$  باشد، اجتماع برد توابع  $f$  و  $g$  کدام است؟

- (۱)  $\mathbb{Z}$  (۲)  $\mathbb{R}$  (۳)  $\mathbb{R} - \{5\}$  (۴)  $\mathbb{R} - (4, 5)$

(۲۸۹) برد تابع  $f(x) = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -3 & ; x < 0 \end{cases}$  کدام است؟

- (۱)  $[0, +\infty)$  (۲)  $[-3, +\infty)$  (۳)  $[0, +\infty) \cup \{-3\}$  (۴)  $\mathbb{R}$

(۲۹۰) اگر برد تابع خطی  $f(x) = -6x + 4$  مجموعه‌ی  $R_f = \{y \in \mathbb{R} | y > 0\}$  باشد، دامنه‌ی آن کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, \frac{2}{3})$  (۲)  $(-\infty, -\frac{2}{3})$  (۳)  $(\frac{2}{3}, +\infty)$  (۴)  $(-\frac{2}{3}, +\infty)$

(۲۹۱) دامنه‌ی تابع خطی  $f$  بازه  $[0, 2]$  و برد آن بازه  $[-2, 1]$  است. مقدار  $f(\frac{2}{3})$  کدام عدد می‌تواند باشد؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳)  $-\frac{1}{3}$  (۴) ۲

(۲۹۲) اگر  $xf(3) + 3f(x) = x + 6$  باشد،  $f(6)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۹۳) همهی توابع خطی با دامنه  $[-۳, ۲]$  و برد  $[۲, ۶]$  را نوشته و سپس مقدار همهی توابع را به ازای  $x = ۱$  حساب کرده‌ایم. مجموع مقادیر به دست آمده کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۸

- (۳) هر عدد دلخواه در بازه  $[۲, ۶]$  (۴) -۱

۲۹۴) اگر دو زوج مرتب از تابع خطی  $y = f(x)$  به صورت  $(-۱, -۱)$  و  $(۲, -۳)$  باشند، ضابطه‌ی تابع  $f$  بر حسب  $x$  کدام است؟

- (۱)  $y = -\frac{۲}{۳}x - \frac{۵}{۳}$  (۲)  $y = -\frac{۳}{۲}x - \frac{۵}{۲}$  (۳)  $y = -\frac{۳}{۲}x - \frac{۵}{۲}$  (۴)  $y = -\frac{۲}{۳}x + \frac{۵}{۳}$

۲۹۵) اگر برد تابع خطی  $f(x) = ax + b$  با دامنه  $[۲, ۳]$  برابر  $[۰, ۲]$  باشد، مقدار  $b - a$  کدام است؟ (شیب نمودار تابع، مثبت است.)

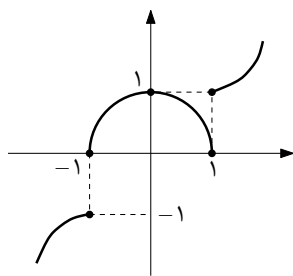
- (۱) -۲ (۲) -۴ (۳) -۶ (۴) -۸

۲۹۶) در مورد تابع  $f$  با دامنه  $\mathbb{R}$ ، اگر تساوی  $f(2x + 1) + f(3) = 5x - 1$  برقرار باشد، آنگاه مقدار  $f(5)$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷

۲۹۷) اگر تابع  $f$  یک تابع خطی گذرنده از مبدأ مختصات باشد، آنگاه کدام یک از روابط زیر به طور کلی صحیح نیست؟  $(a, b, k)$  اعدادی حقیقی و ثابت هستند.

- (۱)  $f(a + b) = f(a) + f(b)$  (۲)  $f(a - b) = f(a) - f(b)$  (۳)  $f(ab) = f(a)f(b)$  (۴)  $f(ka) = kf(a)$

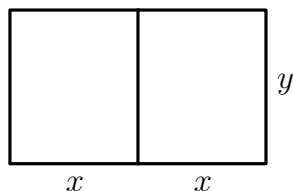


۲۹۸) نمودار روبه‌رو با حذف حداقل چند نقطه به یک تابع تبدیل می‌شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲

- (۳) ۳ (۴) ۴

۲۹۹) مطابق شکل روبه‌رو، مزرعه‌داری می‌خواهد با ۲۰۰ متر سیم، دو طویله‌ی مستطیل شکل مجاور هم (که توسط سیم از هم جدا شده) بسازد، اگر مساحت محصور این دو طویله را  $A$  بنامیم، تابعی که  $A$  را بر حسب  $x$  بیان می‌کند، کدام است؟



- (۱)  $A(x) = \frac{۲}{۳}(۲۰۰x - ۴x^۲)$  (۲)  $A(x) = \frac{۲}{۳}(۱۰۰x - ۲x^۲)$

- (۳)  $A(x) = \frac{۲}{۳}(۱۰۰x - ۴x^۲)$  (۴)  $A(x) = \frac{۴}{۳}(۲۰۰x - ۴x^۲)$

۳۰۰) مساحت دایره  $(A)$  به عنوان تابعی از محیط آن  $(P)$  کدام است؟

- (۱)  $A(P) = ۴\pi P^۲$  (۲)  $A(P) = \frac{P^۲}{۴\pi}$  (۳)  $A(P) = \frac{P^۲}{۲\pi}$  (۴)  $A(P) = ۲\pi P^۲$

### ۳.۵ انواع توابع

۳۰۱) یک تانکر گاز از یک استوانه به ارتفاع ۸ متر و دو نیم‌کره به شعاع  $r$  متر در دو انتهای استوانه تشکیل شده است، حجم تانکر بر حسب  $r$  کدام است؟

$$V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 + 8\pi r^2 \quad (۲)$$

$$V(r) = \frac{2\pi r^3}{3} + 4\pi r^2 \quad (۱)$$

$$V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 + 4\pi r^2 \quad (۴)$$

$$V(r) = \pi r^3 + \pi r^2 \quad (۳)$$

۳۰۲) اگر تابع  $f = \{(4, 3m - 2), (n - 1, 3)\}$  همانی باشد، حاصل  $\frac{m}{n}$  کدام است؟

۳ (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

۳۰۳) کدام یک از تابع‌های زیر تابع همانی نیست؟

$$\frac{x}{f(x)=y} \mid \begin{array}{c} 5 \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} m \\ m \end{array} \quad (۴)$$

$$f = \{(1, 1), (0, 0)\} \quad (۳)$$

$$y = |x| \quad (۲)$$

$$f(x) = \frac{x^2}{x} \quad (۱)$$

۳۰۴) اگر تابع همانی  $f$  به ازای هر  $x$  از دامنه‌ی خود برابر  $cx^3 - (a+b)x^2 + bx$  باشد،  $a - b$  کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

۳۰۵) اگر جدول روبه‌رو مربوط به یک تابع ثابت باشد، مقدار  $\frac{b-3k}{d+12}$  کدام است؟

۴ (۲)

۱ (۱)

$x$	۳	$a+1$	۲	۷
$f(x)$	$\sqrt{k}$	$\sqrt{b}$	۴	$d$

۱۲ (۴)

۱۶ (۳)

۳۰۶) برد تابع  $f(x) = (a-b-1)x^2 + (b-2)x + a+c-1$  مجموعه‌ی تک‌عضوی  $R_f = \{2c-a\}$  و دامنه‌ی آن مجموعه‌ی اعداد حقیقی است، در این صورت  $a+b+c$  کدام است؟

۷ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

۱۰ (۱)

۳۰۷) اگر  $g$  یک تابع ثابت و  $f$  یک تابع همانی باشد، آنگاه حاصل  $\frac{g(6) \times f(3)}{f(\sqrt{3}) \times g(\sin 30^\circ)}$  کدام است؟ ( $g(x) \neq 0$ )

$\sqrt{3}$  (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۳)

۳ (۲)

$3\sqrt{3}$  (۱)

۳۰۸) اگر  $f$  تابعی ثابت و  $g$  تابع همانی باشد و تساوی  $4f(4) = g(3) + (f(3))^2$  برقرار باشد،  $g(5) + f(5)$  کدام می‌تواند باشد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

-۶ (۲)

-۵ (۱)

۳۰۹) اگر تابع  $f = \{(2, 3), (4, m), (5, n^2 - m^2)\}$  تابع ثابت و تابع  $g = \{(1, \frac{a^2}{3}), (3, a^2), (7, b^3)\}$  تابع همانی باشد، حاصل  $4f(5) - 5g(3)$  کدام است؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

-۶ (۲)

۲ (۱)

۳۱۰ اگر  $x$  از بازه  $(1, 3)$  انتخاب شود، آنگاه نمودار تابع  $f(x) = |ax - 3|$  پایین تر از نیمساز ناحیه اول و سوم قرار می گیرد.  $f(2)$  کدام است؟ ( $a > 1$ )

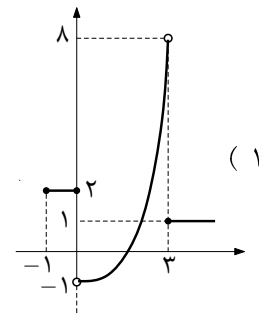
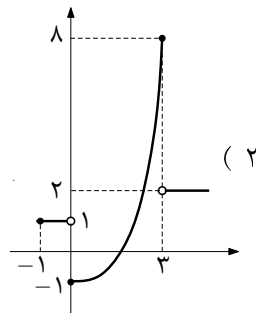
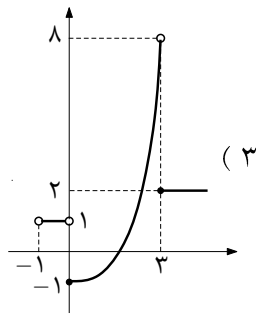
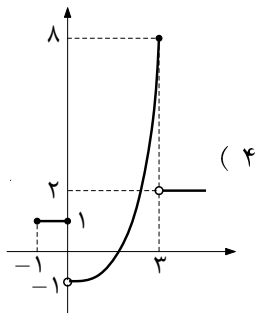
۲ (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

۳۱۱ نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} 1 & ; -1 \leq x \leq 0 \\ x^2 - 1 & ; 0 < x \leq 3 \\ 2 & ; x > 3 \end{cases}$  کدام است؟



۳۱۲ اگر برد تابع  $f(x) = \begin{cases} (x+3)^2 & ; x \leq -1 \\ -|x| - 1 & ; -1 < x \leq 2 \end{cases}$  به صورت  $[a, b] \cup [c, +\infty)$  باشد،  $a + b + c$  کدام است؟

-۶ (۴)

-۳ (۳)

-۴ (۲)

-۵ (۱)

۳۱۳ کدام یک از گزینه های زیر یک تابع را نمایش می دهند؟

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x > 0 \\ 2x - 4 & ; x < 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & ; x \geq 0 \\ x + 3 & ; x \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$f(x) = \begin{cases} |x| + 1 & ; x \leq -2 \\ x^2 + 1 & ; x \geq -2 \end{cases} \quad (4)$$

$$f(x) = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -x^2 & ; x \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

۳۱۴ مطابق شکل روبه رو، نمودار تابع  $f$  از یک خط و بخشی از یک سهمی تشکیل شده است،

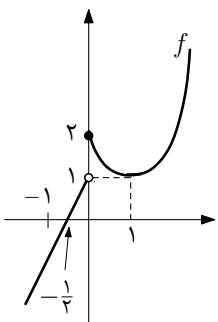
حاصل عبارت  $\frac{f(3) - f(4)}{-f(-1) + f(-3/5)}$  کدام است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

-۱ (۴)

-۲ (۳)



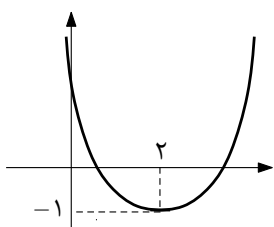
۳۱۵ معادله ی سهمی رسم شده در شکل روبه رو می تواند باشد؟

$$y = x^2 + 4x + 2 \quad (2)$$

$$y = x^2 - 6x + 8 \quad (1)$$

$$y = x^2 - 4x + 3 \quad (4)$$

$$y = x^2 - 4x - 3 \quad (3)$$



### ۱.۳.۵ رسم برخی توابع به کمک انتقال

(۳۱۶) مساحت بین دو نمودار  $y_1 = |x + 1|$  و  $y_2 = -|x + 2| + 3$  کدام است؟

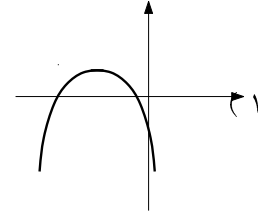
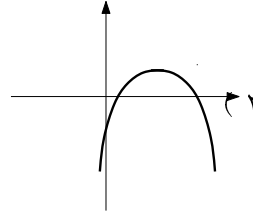
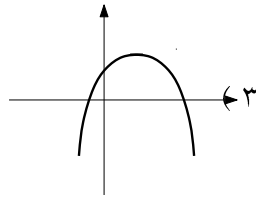
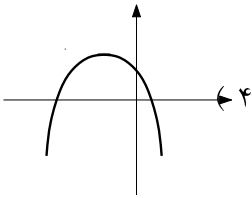
۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

(۳۱۷) نمودار تابع  $f(x) = -(x - 1)^2 + 2$  شبیه کدام یک از گزینه‌های زیر است؟



(۳۱۸) کدام دو انتقال متوالی، نمودار  $y = x^2 + x$  را به نمودار  $y = x^2 + 2x$  تبدیل می‌کند؟

(۲)  $\frac{1}{4}$  واحد به راست و  $\frac{3}{4}$  واحد به بالا

(۱)  $\frac{1}{4}$  واحد به چپ و  $\frac{3}{4}$  واحد به پایین

(۴)  $\frac{1}{4}$  واحد به چپ و  $\frac{3}{4}$  واحد به بالا

(۳)  $\frac{1}{4}$  واحد به راست و  $\frac{3}{4}$  واحد به پایین

(۳۱۹) اگر نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 10 & ; x \geq 1 \\ 3x - 1 & ; x < 1 \end{cases}$  را ۲ واحد به سمت راست و ۵ واحد به سمت پایین منتقل کنیم، ضابطه‌ی تابع حاصل کدام خواهد بود؟

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 11 & ; x \geq 3 \\ 3x - 12 & ; x < 3 \end{cases} \quad (۲)$$

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 6 & ; x \geq 1 \\ 3x - 7 & ; x < 1 \end{cases} \quad (۱)$$

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + 4x - 11 & ; x \geq 1 \\ 3x & ; x < 1 \end{cases} \quad (۴)$$

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + 4x - 11 & ; x \geq 3 \\ 3x & ; x < 3 \end{cases} \quad (۳)$$

(۳۲۰) نمودار تابع  $y = |x - 1|$  را یک واحد در راستای محور  $y$  ها به سمت پایین منتقل می‌کنیم. سپس نمودار را روی محور  $x$  ها ۲ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم. سپس نمودار حاصل را نسبت به محور  $x$  ها قرینه می‌کنیم. در این صورت ضابطه‌ی تابع جدید کدام است؟

$$y = |x - 1| - 1 \quad (۴)$$

$$y = -|x + 1| + 1 \quad (۳)$$

$$y = -|x - 3| + 1 \quad (۲)$$

$$y = |x + 1| - 1 \quad (۱)$$

$$(۳۲۱) \text{ برد تابع } f(x) = \begin{cases} |x + 1| - 2 & ; x > 1 \\ \frac{3}{4} & ; -2 \leq x \leq 1 \\ x^2 + 5x + 4 & ; x < -2 \end{cases} \text{ کدام است؟}$$

$$[\frac{3}{4}, +\infty) \quad (۴)$$

$$(-\frac{9}{4}, +\infty) \quad (۳)$$

$$(0, +\infty) \quad (۲)$$

$$[-\frac{9}{4}, +\infty) \quad (۱)$$

(۳۲۲) اگر دامنه‌ی تابع  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  بازه‌ی  $(-1, 5)$  باشد، برد این تابع کدام است؟

$$[-1, 8) \quad (۴)$$

$$[0, 9] \quad (۳)$$

$$[0, 9) \quad (۲)$$

$$(-1, 8) \quad (۱)$$



## فصل ۶

# شمارش، بدون شمردن

### ۱.۶ شمارش

#### ۱.۱.۶ اصل جمع و اصل ضرب

(۳۲۳) با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و صفر چند عدد چهار رقمی زوج کمتر از ۴۲۰۰ (تکرار ارقام مجاز باشد) می توان نوشت؟

۶۶۰ (۴)                      ۳۶۵ (۳)                      ۳۶۰ (۲)                      ۶۸۹ (۱)

(۳۲۴) از مجموعه  $\{a, b, c, d\}$  به مجموعه  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  چند تابع می توان نوشت که شامل زوج مرتب  $(a, 1)$  باشد ولی شامل زوج مرتب  $(b, 2)$  نباشد؟

۱۷۵ (۴)                      ۱۵۰ (۳)                      ۱۲۵ (۲)                      ۱۰۰ (۱)

(۳۲۵) تعداد راه های ممکن برای پاسخ دادن به تعدادی سؤال دو گزینه ای برابر ۸۱۵ است، تعداد سؤالات کدام است؟ (پاسخ دادن به سؤالات اجباری نیست.)

۱۵ (۴)                      ۵ (۳)                      ۲۰ (۲)                      ۱۰ (۱)

(۳۲۶) از شهر  $A$  تا شهر  $B$ ، ۴ راه و از شهر  $B$  تا شهر  $C$ ، ۳ راه و از شهر  $C$  تا شهر  $D$ ، ۲ راه وجود دارد. به چند طریق می توان از شهر  $A$  به شهر  $D$  رفت و دوباره به شهر  $A$  برگشت به طوری که از هر مسیر حداکثر یکبار عبور کنیم و از تمام شهرها عبور کنیم؟

۱۴۲ (۴)                      ۱۴۴ (۳)                      ۱۰۴ (۲)                      ۹۶ (۱)

(۳۲۷) پلاک اتومبیل سواری سری ب در تهران به صورت  $\frac{\text{تهران}}{***ب**}$  است که هر ستاره، نمایش یک رقم غیر صفر است. در سری ب و در تهران چند پلاک می توان ساخت که با رقم فرد شروع و به رقم زوج ختم شود؟

۱۸۲۲۵ (۴)                      ۱۵۴۸۰ (۳)                      ۱۴۵۸۰ (۲)                      ۱۱۶۶۴ (۱)

(۳۲۸) می خواهیم کارتهایی بسازیم که در سمت راست آنها یکی از حروف  $\{A, B, C, D\}$  و در سمت چپ آنها عدد دو رقمی بدون رقم صفر نوشته شود، چند کارت می توان ساخت؟

۱۸۰ (۴)                      ۲۴۳ (۳)                      ۳۶۰ (۲)                      ۳۲۴ (۱)

۳۲۹) برای ساخت رمز یک دستگاه از سه کاراکتر استفاده می‌کنیم به طوری که برای هر کاراکتر می‌توانیم از یکی از اعداد ۱، ۲، ۳ و ۴ یا یکی از سه نماد \$, &, \* یا یکی از حروف a, b, c, d, e استفاده کنیم. به چند طریق می‌توان این رمز را ساخت به طوری که فقط در یک کاراکتر آن از عدد استفاده شود؟

- ۳۸۴ (۱)      ۷۶۸ (۲)      ۱۰۲۴ (۳)      ۱۵۳۶ (۴)

۳۳۰) چند عدد پنج رقمی وجود دارد که حداقل یک رقم تکراری داشته باشد؟

- ۶۹۷۶۰ (۱)      ۴۹۶۰۰ (۲)      ۶۲۷۸۴ (۳)      ۷۴۸۸۰ (۴)

۳۳۱) در یک کشور، نوعی اتومبیل در ۴ رنگ (زرد، سبز، سفید و مشکی)، ۳ مدل، ۵ حجم موتور مختلف و دو نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می‌شود. چند نوع از این اتومبیل با رنگ سفید یا مشکی و با دنده‌ی اتوماتیک تولید می‌شود؟

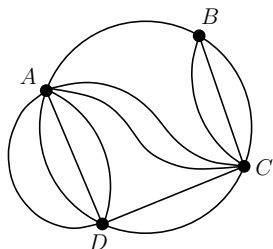
- ۱۵ (۱)      ۶۰ (۲)      ۱۲۰ (۳)      ۳۰ (۴)

۳۳۲) با ارقام صفر، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی با ارقام متمایز می‌توان نوشت که مضرب ۵ باشد؟

- ۲۶ (۱)      ۳۶ (۲)      ۴۵ (۳)      ۵۶ (۴)

۳۳۳) فردی با حروف الفبای فارسی یا انگلیسی می‌تواند یک رمز سه حرفی بسازد اما یا تمامی حروف باید فارسی باشند یا انگلیسی. چند حالت برای این رمز وجود دارد؟ (۳۲ حرف فارسی و ۲۶ حرف انگلیسی وجود دارد.)

- ۳۲۳ + ۲۶۳ (۱)       $(۳۲ \times ۲۶)^۲$  (۲)       $۵۸^۳$  (۳)       $(۳۲ \times ۳۱ \times ۳۰) + (۲۶ \times ۲۵ \times ۲۴)$  (۴)



۳۳۴) شخصی قصد دارد تا از نقطه‌ی A به نقطه‌ی C سفر کند. اگر مسیرهای مستقیم از A به C مسدود شده باشند، به چند طریق این عمل ممکن است؟ (از هر نقطه حداکثر یک بار می‌توان عبور کرد.)

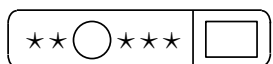
- ۸ (۱)      ۱۳ (۲)      ۱۱ (۴)      ۱۰ (۳)

۳۳۵) با استفاده از رنگ‌های سبز، قرمز و آبی به چند روش می‌توان خانه‌های زیر را رنگ‌آمیزی کرد به طوری که هیچ دو خانه‌ی کنار هم، رنگ یکسانی نداشته باشند؟



- ۴۸ (۱)      ۲۴ (۲)      ۱۶ (۳)      ۹۶ (۴)

۳۳۶) یک کارخانه برای هر قطعه‌ی تولیدی خود یک شماره‌ی شناسه به صورت مقابل می‌زند به طوری که هر ستاره بیانگر یک رقم غیر صفر، مربع بیانگر یک عدد دو رقمی با ارقام یکسان و دایره بیانگر یکی از حروف مجموعه‌ی {ی، ه، و، ن، م، ل، ق، ط، ص، س، د، ج، ب، الف} است. در این کارخانه چند قطعه می‌توان تولید کرد که شماره‌ی شناسه‌ی آن با رقم زوج شروع شود؟



- ۵۶ × ۹۵ (۱)       $۱۴ \times ۹۶$  (۲)       $۵۶ \times ۹۶$  (۳)       $۱۴ \times ۹۵$  (۴)



### ۳.۶ ترکیب

(۳۴۷) حاصل عبارت  $\binom{14}{10} + \binom{14}{9} + \binom{14}{8} + \dots + \binom{14}{2} + \binom{14}{1}$  کدام است؟

۳۰۰۳ (۴)

۳۰۰۲ (۳)

۱۳۶۵ (۲)

۱۳۶۴ (۱)

(۳۴۸) اگر  $n! = 42n!$  باشد، حاصل  $\binom{n+2}{n-2}$  کدام است؟

۴۲ (۴)

۳۵ (۳)

۲۶ (۲)

۱۰ (۱)

(۳۴۹) جواب کدام گزینه  $\binom{5}{3} \times \binom{4}{2}$  است؟

- (۱) تعداد اعداد ۵ رقمی که با استفاده از اعضای مجموعه‌ی  $\{1, 2, \dots, 8, 9\}$  بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت به طوری که ۲ رقم زوج و ۳ رقم فرد داشته باشد.
- (۲) انتخاب مجموعه‌ای دو عضوی از اعداد اول یک رقمی یا انتخاب مجموعه‌ی سه عضوی از اعداد فرد یک رقمی
- (۳) انتخاب یک کد ۵ حرفی شامل ۳ حرف از مجموعه‌ی  $\{a, b, c, d, e\}$  و ۲ حرف از مجموعه‌ی  $\{A, B, C, D\}$  بدون تکرار حروف
- (۴) انتخاب ۳ عضو از مجموعه‌ی اعداد فرد یک رقمی و انتخاب ۲ عضو از مجموعه‌ی اعداد طبیعی زوج یک رقمی

(۳۵۰) یک نقاش قوطی‌هایی از ۴ رنگ مختلف سبز، قرمز، آبی و نارنجی در اختیار دارد. او با ترکیب دو، سه یا چهار قوطی متمایز می‌تواند دقیقاً یک رنگ جدید به وجود آورد. او از حاصل ترکیب‌های خود مجموعاً چند رنگ مختلف می‌تواند تولید کند؟

۲۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

(۳۵۱) یک مجموعه‌ی ۱۰ عضوی چند زیرمجموعه دارد که تعداد عضوهای آن حداقل ۳ عضو باشد؟

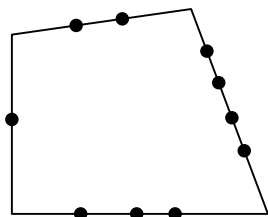
۹۶۹ (۴)

۹۶۸ (۳)

$2^{10} - \binom{10}{3}$  (۲)

$\binom{10}{3}$  (۱)

(۳۵۲) از میان ۱۰ نقطه‌ی زیر، به چند طریق می‌توان ۳ رأس یک مثلث را انتخاب کرد به طوری که ضلع مثلث بر هیچ‌یک از ضلع‌های چهارضلعی زیر منطبق نشود؟



۴۲ (۲)

۳۸ (۱)

۵۰ (۴)

۴۴ (۳)

(۳۵۳) تعداد زیرمجموعه‌های ۵ عضوی از مجموعه‌ی  $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$  به طوری که فاقد  $b$  باشد و  $a$  و  $c$  همراه هم نیایند، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

(۳۵۴) چند عدد ۴ رقمی با ارقام غیر تکراری وجود دارد به طوری که بین ارقام این عدد، نامساوی «یکان > دهگان > صدگان > هزارگان» برقرار باشد؟

۲۸۰ (۴)

۲۱۰ (۳)

۱۱۲ (۲)

۷۲ (۱)

(۳۵۵) از میان ۷ کشتی گیر و ۵ وزنه بردار، به چند طریق می توان ۳ نفر انتخاب کرد که حداقل یک نفر کشتی گیر باشد؟

۲۱۰ ( ۱)      ۲۲۰ ( ۲)      ۱۸۰ ( ۳)      ۲۰۰ ( ۴)

(۳۵۶) معلمی قصد دارد از یک کلاس، ۳ نفر را به تصادف برای حضور در مسابقات علمی انتخاب کند. اگر او این ۳ نفر را به ۵۶ روش بتواند انتخاب کند، تعداد دانش آموزان کلاس چند نفر بوده است؟

۱۰ ( ۱)      ۹ ( ۲)      ۱۱ ( ۳)      ۸ ( ۴)

(۳۵۷) از هر یک از شهرهای  $A, B, C, D$  و  $E$ ، ۱۰ نفر به یک اردوگاه علمی دعوت شده اند. به چند طریق می توان ۳ نفر از آنها را انتخاب کرد مشروط به آنکه دو به دو غیر هم شهری باشند؟

$۵ \times 10^3$  ( ۱)       $10^4$  ( ۲)       $2 \times 10^4$  ( ۳)       $۸ \times 10^3$  ( ۴)

(۳۵۸) ۶ جفت جوراب مختلف داریم. ۵ لنگه به تصادف از بین آنها خارج می کنیم. تعداد حالتی که فقط یک جفت در بین آنها دیده شود، کدام است؟

۲۷۰ ( ۱)      ۳۶۰ ( ۲)      ۲۴۰ ( ۳)      ۴۸۰ ( ۴)

(۳۵۹) روی محیط یک دایره  $n$  نقطه‌ی متمایز قرار دارد. اگر با این نقاط حداکثر ۵۶ مثلث متمایز بتوان رسم کرد،  $n$  کدام است؟

۷ ( ۱)      ۸ ( ۲)      ۹ ( ۳)      ۱۰ ( ۴)

(۳۶۰) می خواهیم از بین دانش آموزان سه کلاس ۴ نفره، یک تیم ۵ نفره برای مسابقات المپیاد انتخاب کنیم. در چه تعداد از حالت‌ها، تعداد افراد انتخاب شده از کلاس اول از مجموع نفرات انتخاب شده از هر دو کلاس دوم و سوم بیشتر است؟

۲۸ ( ۱)      ۱۱۲ ( ۲)      ۱۱۰ ( ۳)      ۱۲۰ ( ۴)

(۳۶۱) در یک کنفرانس بین المللی، افرادی از ایران و ۵ کشور دیگر حضور دارند. از هر کشور ۳ نفر اما از ایران ۴ نفر دعوت هستند. به چند طریق می توان ۳ نفر را برای سخنرانی انتخاب کرد طوری که هیچ دو نفر سخنران ملیت یکسان نداشته و یکی از آنها ایرانی باشد؟

۳۶۰ ( ۱)      ۹۶۹ ( ۲)      ۴۲۰ ( ۳)      ۱۲۰ ( ۴)

(۳۶۲) از بین افراد یک گروه، تصمیم به انتخاب ۴ نفر داریم به طوری که شخص  $A$  حتماً حضور داشته باشد و شخص  $B$  حضور نداشته باشد. اگر به ۸۴ طریق قادر به این کار باشیم، چند نفر در این گروه حضور دارند؟

۹ ( ۱)      ۱۰ ( ۲)      ۱۱ ( ۳)      ۱۲ ( ۴)

(۳۶۳) در کیسه‌ای ۶ مهره‌ی قرمز، ۲ مهره‌ی آبی و ۴ مهره‌ی سبز وجود دارد. اگر ۳ مهره به تصادف از کیسه خارج کنیم، در چند حالت امکان دارد ۳ مهره هم رنگ باشند؟

۲۰ ( ۱)      ۲۴ ( ۲)      ۱۸ ( ۳)      ۱۴ ( ۴)

(۳۶۴) گل فروشی در فروشگاه خود ۸ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته گل از ۴ تا ۶ شاخه گل متمایز قرار می دهد. اگر گل فروش برای تزئین ماشین نیاز به ۲ دسته گل متمایز داشته باشد، به چند طریق می تواند یک ماشین را تزئین کند؟

$11781$  ( ۱)       $۸۹۷۱$  ( ۲)       $۱۳۵۲۳$  ( ۳)       $۱۵۸۴۱$  ( ۴)



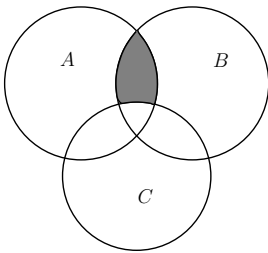


## ۲.۱.۷ پیشامدها و برخی اعمال روی آنها

(۳۷۲) اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه‌ای  $S$  باشند، پیشامد  $(A - B) \cup (B - A)$  معادل کدام گزینه است؟

- (۱) نه  $A$  رخ دهد و نه  $B$
- (۲) حداقل یکی از پیشامدهای  $A$  یا  $B$  رخ دهد.
- (۳) دقیقاً یکی از پیشامدهای  $A$  یا  $B$  رخ دهد.
- (۴) حداکثر یکی از پیشامدهای  $A$  یا  $B$  رخ دهد.

(۳۷۳) در نمودار مقابل، قسمت سایه‌دار بیانگر کدام پیشامد است؟



- (۱)  $A$  و  $B$  روی دهند و  $C$  روی ندهد.
- (۲)  $A$  و  $B$  و  $C$  روی دهند.
- (۳)  $A$  یا  $B$  روی دهد و  $C$  روی ندهد.
- (۴)  $A$  و  $B$  روی دهند یا  $C$  روی ندهد.

(۳۷۴) در پرتاب یک تاس اگر پیشامدهای «رو شدن عدد فرد»، «رو شدن عدد کوچکتر از ۳» و «رو شدن عدد زوج کوچکتر از ۴» را به ترتیب از راست به چپ  $A$ ،  $B$  و  $C$  بنامیم، آنگاه پیشامد آنکه «عدد رو شده اول باشد» معادل کدام گزینه است؟

- (۱)  $(A \cup C) - B$       (۲)  $(A - B) \cup C$       (۳)  $A \cap B \cap C$       (۴)  $(A \cup B) - C$

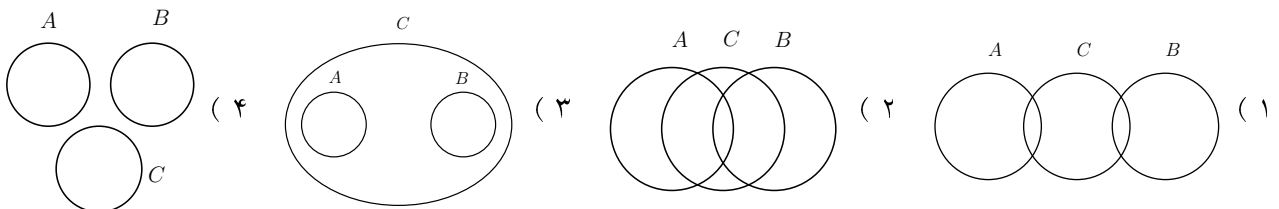
(۳۷۵) خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. اگر  $A$  پیشامد آن باشد که دو فرزند اول خانواده دختر باشند و  $B$  پیشامد آن باشد که فرزند سوم پسر باشد، پیشامد  $A' \cup B'$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۹      (۲) ۱۲      (۳) ۱۳      (۴) ۱۴

(۳۷۶) اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه باشند و  $n(A) = ۳$  و  $n(B) = ۱۰$  آنگاه تعداد اعضای پیشامد آنکه «فقط یکی از دو پیشامد  $A$  یا  $B$  رخ دهد» کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۷      (۲) ۶      (۳) ۱۳      (۴) ۱۱

(۳۷۷) از بین مردمان یک شهر، شخصی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر  $A$  پیشامد مرد بودن و  $B$  پیشامد زن بودن و  $C$  پیشامد عینکی بودن باشد، نمودار ون این پیشامدها کدام است؟



(۳۷۸) با پرتاب دو تاس کدام یک از پیشامدهای زیر نسبت به پیشامدهای دیگر ناسازگار است؟

- (۱) مجموع اعداد رو شده دو تاس، عددی اول و کوچکتر از ۶ باشد.
- (۲) مجموع اعداد رو شده دو تاس، عددی زوج و کوچکتر از ۶ باشد.
- (۳) اعداد رو شده هر دو تاس، زوج و برابر باشند.
- (۴) مجموع اعداد رو شده دو تاس، برابر ۶ باشد.



### ۳.۱.۷ احتمال رخداد یک پیشامد (اندازه‌گیری شانس)

(۳۷۹) از ۵۱ دانش‌آموز یک دبیرستان، ۳۵ نفر در کلاس ادبیات و ۳۱ نفر در کلاس عربی و ۲۳ نفر در هر دو کلاس ثبت نام کرده‌اند. یک نفر به تصادف از این دبیرستان انتخاب می‌کنیم، به کدام احتمال در هیچ‌یک از دو کلاس ثبت نام نکرده است؟

$\frac{2}{17}$  (۴)       $\frac{7}{51}$  (۳)       $\frac{1}{17}$  (۲)       $\frac{8}{51}$  (۱)

(۳۸۰) یک خانواده با ۴ فرزند داریم، با کدام احتمال تعداد دختران از تعداد پسران بیشتر است؟

$\frac{5}{8}$  (۴)       $\frac{5}{16}$  (۳)       $\frac{3}{8}$  (۲)       $\frac{1}{2}$  (۱)

(۳۸۱) سگه‌ای را ۶ بار پرتاب می‌کنیم، احتمال اینکه حداقل دو بار شیر بیاید چقدر است؟

$\frac{5}{64}$  (۴)       $\frac{3}{64}$  (۳)       $\frac{57}{64}$  (۲)       $\frac{1}{64}$  (۱)

(۳۸۲) ۴ مهره به شماره‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ در یک ظرف ریخته‌ایم. دو مهره به تصادف و با هم از ظرف خارج می‌کنیم. اگر اختلاف دو شماره را با  $R$  نمایش دهیم،  $P(R=2)$  چقدر است؟

$\frac{1}{4}$  (۴)       $\frac{1}{3}$  (۳)       $\frac{1}{2}$  (۲)       $\frac{1}{6}$  (۱)

(۳۸۳) در پرتاب دو تاس اگر حداقل یکی از تاس‌ها ۵ ظاهر شود، احتمال اینکه دو تاس دو عدد متوالی را نشان دهند چقدر است؟

آزاد ۷۹

$\frac{4}{11}$  (۴)       $\frac{1}{18}$  (۳)       $\frac{1}{9}$  (۲)       $\frac{1}{3}$  (۱)

آزاد ۸۰

(۳۸۴) در پرتاب ۴ تاس چهار عدد متوالی ظاهر شده، احتمال آنکه یکی از تاس‌ها عدد دو باشد چقدر است؟

۱ (۴)       $\frac{1}{4}$  (۳)       $\frac{3}{4}$  (۲)       $\frac{2}{3}$  (۱)

(۳۸۵) دو رأس یک پنج ضلعی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه این دو رأس مجاور باشند، کدام است؟

$\frac{1}{5}$  (۴)       $\frac{2}{5}$  (۳)       $\frac{1}{3}$  (۲)       $\frac{2}{5}$  (۱)

سراسری ۸۲

(۳۸۶) رئیس و منشی و ۴ کارمند دور یک میز گرد می‌نشینند، با کدام احتمال منشی مقابل رئیس قرار می‌گیرد؟

$\frac{1}{6}$  (۴)       $\frac{1}{5}$  (۳)       $\frac{1}{4}$  (۲)       $\frac{1}{3}$  (۱)

(۳۸۷) خانواده‌ای دارای ۵ فرزند است، احتمال آنکه چهارمین فرزند خانواده دومین دختر خانواده باشد چقدر است؟

$\frac{1}{8}$  (۴)       $\frac{3}{32}$  (۳)       $\frac{3}{16}$  (۲)       $\frac{1}{32}$  (۱)

(۳۸۸) شش گوی یکسان با شماره‌های ۱ تا ۶ در یک ظرف قرار دارند، به تصادف دو گوی از آنها برمی‌داریم، با کدام احتمال جمع عدد این دو گوی کمتر از ۶ است؟

سراسری ریاضی ۸۶

$\frac{5}{12}$  (۴)       $\frac{1}{3}$  (۳)       $\frac{1}{4}$  (۲)       $\frac{4}{15}$  (۱)

۳۸۹) ۴ پسر و ۴ دختر را به طور تصادفی به دو گروه ۴ نفره  $A$  و  $B$  تقسیم می‌کنیم، احتمال آنکه هر گروه دارای تعداد مساوی دختر و پسر باشند کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{17}{35}$  (۳)  $\frac{18}{35}$  (۴)  $\frac{16}{35}$

۳۹۰) در یک کیسه که محتوی مهره‌های آبی و سفید است، تعداد مهره‌های آبی از سفید ۲ واحد بیشتر است. اگر مهره‌ای را به تصادف خارج کنیم احتمال اینکه مهره سفید باشد  $\frac{45}{100}$  است، تعداد مهره‌های آبی کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

۳۹۱) کیسه‌ای شامل ۲ مهره قرمز و ۴ مهره آبی است. از این کیسه سه مهره به تصادف و متوالیاً و بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه یکی از آنها آبی و دو تای دیگر قرمز باشند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{3}{5}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

۳۹۲) از بین ۴ مرد و ۳ زن، سه نفر را به تصادف انتخاب کرده‌ایم. اگر در بین افراد انتخاب شده، مرد وجود داشته باشد احتمال اینکه هر سه فرد انتخاب شده مرد باشند کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{2}{15}$  (۳)  $\frac{4}{33}$  (۴)  $\frac{2}{17}$

۳۹۳) با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ یک عدد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام می‌نویسیم، به کدام احتمال دو عدد زوج کنار هم نمی‌باشند؟

- (۱)  $\frac{1}{10}$  (۲)  $\frac{1}{5}$  (۳)  $\frac{3}{5}$  (۴)  $\frac{2}{5}$

۳۹۴) کلمه‌ای پنج حرفی با حروف کلمه‌ی «آزمون» می‌نویسیم. احتمال آنکه در این کلمه، حروف نقطه‌دار کنار هم باشند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{5}$  (۲)  $\frac{1}{10}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{5}$

۳۹۵) احتمال آنکه دانش‌آموزی در درس فیزیک قبول شود  $\frac{55}{100}$  و احتمال آنکه در درس شیمی قبول شود  $\frac{6}{100}$  است. اگر احتمال آنکه حداقل در یکی از دو درس قبول شود  $\frac{75}{100}$  باشد با کدام احتمال در هر دو درس قبول می‌شود؟

- (۱)  $\frac{35}{100}$  (۲)  $\frac{40}{100}$  (۳)  $\frac{45}{100}$  (۴)  $\frac{50}{100}$

۳۹۶) اگر  $P(A) = \frac{1}{3}$ ،  $P(B') = \frac{3}{4}$  و  $A$  و  $B$  دو پیشامد ناسازگار باشند، حاصل  $P(A \cup B)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{12}$  (۲)  $\frac{5}{12}$  (۳)  $\frac{7}{10}$  (۴)  $\frac{6}{11}$

۳۹۷) اگر دو پیشامد  $A$  و  $B$  ناسازگار باشند، چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟

- $P(A \cup B) = P(A') + 1 - P(B')$
- $P(A - B) = P(A) + 1 - P(B)$
- $P(A) - P(A \cap B) = 1 - P(A')$
- $P(A - B) + P(B - A) = P(A \cup B)$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ‌کدام

## ۲.۷ مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه و نمونه

(۳۹۸) کدام یک از جملات زیر در مورد علم آمار صحیح نمی‌باشد؟

- ۱) در علم آمار پس از تحلیل و تفسیر داده‌ها، سازماندهی و نمایش آنها صورت می‌گیرد.
- ۲) اولین قدم در استفاده از علم آمار، جمع‌آوری اعداد و ارقام است.
- ۳) آمار مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است.
- ۴) با استفاده از علم آمار می‌توان نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌های تصادفی کرد.

(۳۹۹) آخرین مرحله از علم آمار کدام است؟

- ۱) جمع‌آوری اعداد و ارقام
- ۲) نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی
- ۳) سازمان‌دهی و نمایش
- ۴) تحلیل و تفسیر داده‌ها

## ۱.۲.۷ جامعه و نمونه

(۴۰۰) کدام گزینه در مورد مفاهیم جامعه و نمونه نادرست است؟

- ۱) مجموعه‌ی تمام افراد یا اشیایی را که در مورد یک یا چند ویژگی آنها تحقیق صورت گیرد، جامعه گویند.
- ۲) بعضی جامعه‌های آماری، خود زیرمجموعه‌ای از جامعه‌های آماری دیگر هستند.
- ۳) برای آنکه نمونه به درستی نمایانگر خصوصیات تمام جامعه باشد، باید بسیار کوچک باشد.
- ۴) تعداد اعضای جامعه را اندازه‌ی جامعه می‌گوییم.

(۴۰۱) در رابطه با موضوع زمان تأخیر دانش‌آموزان یک دبیرستان، زمان تأخیر ۳۰ دانش‌آموز را بررسی کردند. در این موضوع جامعه‌ی آماری، متغیر و نمونه به ترتیب کدام‌اند؟

- ۱) کل دانش‌آموزان دبیرستان - فاصله‌ی منزل تا دبیرستان - دانش‌آموزان یک کلاس
- ۲) ۳۰ دانش‌آموز مورد نظر - زمان تأخیر دانش‌آموزان - کل دانش‌آموزان دبیرستان
- ۳) دانش‌آموزان یک کلاس - فاصله‌ی منزل تا دبیرستان - کل دانش‌آموزان دبیرستان
- ۴) کل دانش‌آموزان دبیرستان - زمان تأخیر دانش‌آموزان - ۳۰ دانش‌آموز مورد نظر

(۴۰۲) در یک کارخانه‌ی تولیدی کل قطعات تولید شده در یک ماه ده هزار قطعه است. برای بررسی کیفیت قطعات ماه اردیبهشت ۲۰۰ قطعه از قطعات تولیدی آن ماه به تصادف انتخاب کرده‌ایم. به ترتیب اندازه‌ی نمونه کدام است و چند درصد از حجم جامعه در نمونه بررسی شده است؟

- ۱) ( ۱۰۰۰۰ و ۲۰ )      ۲) ( ۲۰۰ و ۲۰ )      ۳) ( ۱۰۰۰۰ و ۲ )      ۴) ( ۲۰۰ و ۲ )

(۴۰۳) برای بررسی قد دانش‌آموزان یک کلاس، نیازمند انتخاب نمونه‌ی تصادفی از این کلاس هستیم. کدام یک از گزینه‌های زیر نمونه‌ی مناسب برای جامعه‌ی آماری در نظر گرفته شده نیست؟

۱) از هر نیمکت یک نفر را به تصادف انتخاب کنیم. ( ۲ ) ۱۰ نفر اول کلاس از نظر معدل را انتخاب کنیم.

۳) دانش‌آموزان ردیف آخر کلاس را انتخاب کنیم. ( ۴ ) ۱۵ نفر انتهای لیست را انتخاب کنیم.

۴۰۴) کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- ۱) اندازه‌ی جامعه همواره از حجم جامعه کوچکتر است.
- ۲) اندازه‌ی نمونه همواره از اندازه‌ی جامعه کمتر است.
- ۳) مجموعه‌ی تمام افرادی که در باره‌ی یک یا چند ویژگی آنها تحقیق صورت می‌گیرد را نمونه گویند.
- ۴) اولین قدم در «علم آمار» جمع‌آوری داده‌ها است.

۴۰۵) کدام تعریف زیر درست است؟

- ۱) مجموعه‌ی تمام افراد یا اشیا‌یی که در باره‌ی یک یا چند ویژگی آنها تحقیق صورت می‌گیرد، نمونه نامیده می‌شود.
- ۲) تعداد اعضای جامعه را «حجم نمونه» گویند.
- ۳) هر یک از افراد یا اشیا‌یی انتخاب شده برای مطالعه را «عضو نمونه» گویند.
- ۴) «اندازه‌ی جامعه» همان تعداد اعضای فعال نمونه است.

## ۳.۷ متغیر و انواع آن

### ۱.۳.۷ تعریف متغیر و مقدار متغیر

۴۰۶) با توجه به جمله‌ی «کیفیت مرکبات مازندران، درجه یک است.» کدام گزینه درست است؟

- ۱) جامعه: مرکبات ایرانی
- ۲) نمونه: مردم مازندران
- ۳) متغیر: مرکبات مازندران
- ۴) مقدار متغیر: درجه یک

### ۲.۳.۷ متغیرهای کمی و کیفی

۴۰۷) در کدام گزینه، هر دو متغیر از نوع متغیرهای کمی است؟

- ۱) جنسیت افراد - مراحل زندگی
- ۲) تعداد مکالمات تلفنی - رنگ خودرو
- ۳) مراحل تحصیل - وزن افراد
- ۴) مقاومت یک ترانزیستور - میزان درآمد یک کارمند

### ۳.۳.۷ انواع متغیرهای کمی

۴۰۸) هر یک از متغیرهای «شاخص توده‌ی بدن افراد یک کلاس»، «نوع شغل افراد یک جامعه» و «درجه‌های اشخاص در ارتش» به ترتیب چه نوع کمیتی هستند؟

- ۱) کمی پیوسته، کیفی ترتیبی، کمی گسسته
- ۲) کیفی اسمی، کیفی ترتیبی، کیفی ترتیبی
- ۳) کمی پیوسته، کیفی اسمی، کیفی ترتیبی
- ۴) کیفی اسمی، کیفی اسمی، کمی گسسته

۴۰۹) نژاد افراد مختلف چه نوع متغیری است؟

- ۱) کمی پیوسته
- ۲) کمی گسسته
- ۳) کیفی ترتیبی
- ۴) کیفی اسمی

۴۱۰) هر یک از مقادیر «۵۰ سانتی متر، قرمز، درجه ۲، متوسط» به ترتیب از راست به چپ مربوط به چه نوع متغیری می تواند باشد؟

- ۱) کمی گسسته، کیفی اسمی، کمی گسسته، کیفی ترتیبی
- ۲) کمی پیوسته، کیفی اسمی، کمی گسسته، کیفی اسمی
- ۳) کمی گسسته، کیفی ترتیبی، کیفی ترتیبی، کیفی اسمی
- ۴) کمی پیوسته، کیفی اسمی، کیفی ترتیبی، کیفی ترتیبی

۴۱۱) چه تعداد از متغیرهای زیر کمی گسسته هستند؟

- گروه خونی افراد
- باقیمانده‌ی تقسیم اعداد طبیعی در تقسیم بر ۱۰۰
- سرعت اتومبیل
- معدل دانش‌آموزان دبیرستان

۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (۴)

۴۱۲) نوع متغیرهای زیر به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

«سرعت یک گلوله، مراحل تحصیل، مقاومت الکتریکی یک رسانا، رنگ اتومبیل»

- ۱) کمی گسسته، کیفی اسمی، کمی پیوسته، کیفی اسمی
- ۲) کمی پیوسته، کیفی ترتیبی، کمی پیوسته، کیفی اسمی
- ۳) کمی پیوسته، کیفی ترتیبی، کمی گسسته، کیفی ترتیبی
- ۴) کمی پیوسته، کیفی اسمی، کمی گسسته، کیفی ترتیبی

۴۱۳) متغیرهای «شاخص توده‌ی بدن افراد»، «درجه‌های افراد در یک ارگان نظامی»، «جنسیت افراد» و «تعداد فارغ‌التحصیلان سالانه‌ی یک دانشگاه» به ترتیب از راست به چپ چه نوع کمیت‌هایی هستند؟

- ۱) کمی پیوسته، کیفی ترتیبی، کیفی اسمی، کمی گسسته
- ۲) کمی گسسته، کیفی ترتیبی، کیفی اسمی، کمی پیوسته
- ۳) کمی پیوسته، کمی گسسته، کیفی ترتیبی، کمی گسسته
- ۴) کمی پیوسته، کیفی ترتیبی، کیفی اسمی، کمی پیوسته

۴۱۴) متغیرهای تصادفی کدام دسته، دقیقاً از یک نوع هستند؟

- ۱) طول مکالمات تلفنی یک اداره - تعداد نامه‌های یک صندوق
- ۲) میزان بارندگی در یک شهر در طول سال - جنسیت افراد یک شهر
- ۳) گنجایش آب یک تانکر - وزن نامه‌های موجود در یک صندوق
- ۴) میزان تحصیلات افراد یک شهر - قد دانشجویان شرکت کننده در یک مسابقه‌ی ورزشی

۴۱۵) کدام گزینه دارای متغیرهایی به این ترتیب است؟ «کیفی ترتیبی، کمی گسسته، کیفی اسمی»

- ۱) گروه خونی افراد جامعه، نوع درختان موجود در پارک، مراحل باردهی درختان میوه
- ۲) گروه خونی افراد جامعه، تعداد مجروحان ناشی از زلزله، نوع درختان موجود در پارک
- ۳) مراحل باردهی درختان میوه، تعداد مجروحان ناشی از زلزله، نوع درختان موجود در پارک
- ۴) مراحل کشت، خسارت‌های مالی ناشی از زلزله، گروه خونی افراد جامعه

۴۱۶) در کدام گزینه نوع متغیر، اشتباه نوشته شده است؟

۱) رنگ مو: کیفی اسمی      ۲) وزن افراد: کمی گسسته

۳) میزان تحصیلات افراد یک خانواده: کیفی ترتیبی      ۴) تعداد فرزندان یک خانواده: کمی گسسته

۴۱۷) نوع کدام متغیر با بقیه متفاوت است؟

۱) موضوع کتاب‌های درسی (ریاضی - فیزیک - ...)      ۲) حروف الفبای فارسی (آ - ب - پ - ...)

۳) مراحل زندگی (نوزادی - کودکی - ...)      ۴) روزهای هفته (شنبه - یکشنبه - ...)

۴۱۸) چه تعداد از متغیرهای «مدت زمان تأثیر دارو - شدت جریان عبوری از یک سیم - تعداد کلاس‌های مدرسه - تعداد فرزندان یک خانواده» گسسته هستند؟

۱) (۱)      ۲) (۲)      ۳) (۳)      ۴) (۴)

آزاد انسانی ۸۵

۴۱۹) خرید و فروش کالایی بر اساس تعداد، تابع چه نوع متغیری است؟

۱) پیوسته      ۲) اسمی      ۳) گسسته      ۴) ترتیبی

سراسری انسانی ۸۸

۴۲۰) مراحل تحصیل افراد کدام نوع متغیر است؟

۱) کمی پیوسته      ۲) کمی گسسته      ۳) کیفی اسمی      ۴) کیفی ترتیبی

۴۲۱) تعداد بیت‌های یک غزل و نوع شعر به ترتیب چه نوع متغیری هستند؟

۱) کمی پیوسته - کمی گسسته      ۲) کمی گسسته - کمی پیوسته

۳) کمی گسسته - کیفی ترتیبی      ۴) کمی گسسته - کیفی اسمی

## فصل ۸

# خودآزمایی‌ها

# ۱.۸ خودآزمایی شماره ۱ (مجموعه‌های متناهی و نامتناهی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

۱) اگر  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x < 6\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\}$ ، نمایش  $(B - A) \cap (A \cup B)$  به صورت بازه، کدام است؟

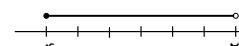
- (۱)  $(-\infty, 3)$       (۲)  $(-\infty, -4)$       (۳)  $(-\infty, -4]$       (۴)  $(-4, 6)$

۲) اگر  $A = [-3, 1]$ ،  $B = (-2, 2)$  و  $C = [0, 3)$  باشند، مجموعه‌ی  $A - (B \cap C)$  کدام است؟

- (۱)  $(-3, 0)$       (۲)  $[0, 2]$       (۳)  $[0, 1]$       (۴)  $[-3, 0]$

۳) اگر  $A = [-2, 2)$ ،  $B = [0, +\infty)$  و  $C = (-3, 1]$  باشند و مجموعه‌ی  $(A - C) \cap B$  را به صورت بازه‌ی  $(a, b)$  نمایش دهیم، مقدار  $b - a$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۴) اگر بازه‌های  $A = [-2, 5)$ ،  $B = (-\infty, 1)$  و  $C = (a, 3]$  مفروض باشند، آنگاه نمایش هندسی بازه‌ی  $(B - A) \cap (A \cup C)$  به صورت  خواهد بود. در این صورت  $a$  کدام است؟

- (۱) -۱      (۲) -۲      (۳) -۴      (۴) -۵

۵) اگر  $0 < a < 1$  باشد، مجموعه‌ی  $(-\frac{1}{a^2}, \frac{1}{a}) \cap (-\frac{1}{a}, \frac{1}{a^2})$  کدام است؟

- (۱)  $(-\frac{1}{a}, \frac{1}{a})$       (۲)  $(-\frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^2})$       (۳)  $(-2, 2)$       (۴)  $(-\frac{1}{a^2}, \frac{1}{a})$

۶) اگر  $A = (2, +\infty)$ ،  $B = [-5, 5)$  و  $C = (-\infty, 6]$  باشند، آنگاه حاصل  $C - (B \cap A)$  برابر کدام گزینه می‌باشد؟

- (۱)  $(-\infty, 2)$       (۲)  $(-\infty, 2] \cup (5, 6]$       (۳)  $(-\infty, 2]$       (۴)  $(-\infty, 2] \cup [5, 6]$

۷) اگر  $A_n = \left[ \frac{(-1)^n}{n}, \frac{n+1}{n} \right)$  باشد، آنگاه مجموعه‌ی  $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5$  کدام است؟

- (۱)  $\left[ \frac{1}{4}, \frac{6}{5} \right)$       (۲)  $\left[ \frac{1}{2}, \frac{5}{4} \right)$       (۳)  $\left[ \frac{1}{2}, \frac{6}{5} \right)$       (۴)  $\left[ -1, \frac{6}{5} \right)$

۸) اگر  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 7\}$  و  $B = (-3, 4]$  باشد،  $(A \cup B) - (A \cap B)$  کدام است؟

- (۱)  $(-3, -1) \cup (4, 7)$       (۲)  $(-3, -1] \cup [4, 7)$       (۳)  $(-3, 7)$       (۴)  $(-1, 7)$

۹) اگر نمایش مجموعه‌های  $A$  و  $B$  به صورت بازه‌های  $A = [-1, 2)$  و  $B = (-3, a]$  و مجموعه‌ی  $A \cap B$  غیرتهی باشد، آنگاه مجموعه‌ی تمام مقادیر ممکن برای  $a$ ، کدام است؟

- (۱)  $\{a \mid a \geq -1\}$       (۲)  $\{a \mid -1 \leq a < 2\}$       (۳)  $\{a \mid a < -3\}$       (۴)  $\{a \mid -2 < a < -1\}$



۱۰) اشتراک دو بازه‌ی  $[-2, a]$  و  $(b, 4]$  برابر  $(-\frac{2}{3}, 1)$  است. اجتماع بازه‌های  $(-2a - 1, b]$  و  $(b, a)$ ، کدام است؟

- (۱)  $(-\frac{2}{3}, 1)$  (۲)  $(-1, \frac{2}{3})$  (۳)  $(1, 4)$  (۴)  $(-3, 1)$

۱۱) اگر  $A = (-4, 2]$  و  $B = (-1, 3]$  باشند، حاصل عبارت  $[(A \cap B) \cup (B - A)]$  کدام است؟

- (۱)  $(-1, 3]$  (۲)  $(-4, 2]$  (۳)  $(-1, 3]$  (۴)  $(-4, 2)$

۱۲) اگر  $A = \{x | x \in \mathbb{R}, -2 < 2x < 8\}$  و  $B = \{x | x \in \mathbb{R}, 2x \leq 6\}$  باشند، حاصل  $(B - A) \cap (A \cup B)$  کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, -1]$  (۲)  $(-1, 4)$  (۳)  $(-1, 4)$  (۴)  $(-\infty, 4)$

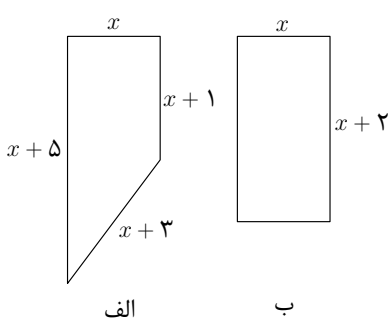
۱۳) اگر  $A = (-2, 1]$ ،  $B = (0, 3]$  و  $C = [-4, 1)$  باشد، در این صورت  $(A \cup B) \cap C$  کدام است؟

- (۱)  $(-2, 1)$  (۲)  $(-2, 1]$  (۳)  $(-2, 3]$  (۴)  $(-2, 1)$

۱۴) کدام گزینه نشانگر یک بازه‌ی بسته است؟

- (۱)  $(-\infty, 7) \cap [1, +\infty)$  (۲)  $(-3, 5) - (1, 6)$  (۳)  $(-\infty, -1) \cup [-2, 3]$  (۴)  $[-4, 3) - [2, 7)$

۱۵) با توجه به دو شکل روبه‌رو، به ازای چه مقدار  $x$  محیط شکل «الف» از دو برابر محیط شکل «ب» بزرگتر است؟



- (۱)  $2 < x$  (۲)  $0 < x < \frac{1}{4}$   
(۳)  $5 < x$  (۴)  $0 < x < 3$

۱۶) کدام مجموعه نامتناهی است؟

- (۱) اعداد طبیعی مکعب کامل کوچکتر از ۱۰۰۰ (۲) اعداد صحیح نامثبت و مربع کامل  
(۳) اعداد حقیقی نامنفی و کوچکتر از ۵ (۴) اعداد صحیحی که قدرمطلق کوچکتر از ۵ دارند.

۱۷) کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) اشتراک دو مجموعه‌ی نامتناهی، الزاماً مجموعه‌ای نامتناهی است.  
(۲) تفاضل دو مجموعه‌ی نامتناهی، الزاماً مجموعه‌ای نامتناهی است.  
(۳) اگر  $A \subseteq B$  و  $B$  مجموعه‌ای نامتناهی باشد، آنگاه الزاماً  $A$  نامتناهی است.  
(۴) اگر  $A \subseteq B$  و  $A \cap B$  مجموعه‌ای نامتناهی باشد، آنگاه الزاماً  $B$  نامتناهی است.

۱۸) اگر  $A$  مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد و  $B$  مجموعه‌ی اعداد اول باشند، کدام مجموعه متناهی و غیرتهی است؟

- (۱)  $A - B$  (۲)  $B - A$  (۳)  $A \cap B$  (۴)  $A - (A \cup B)$

۱۹) چه تعداد از مجموعه‌های زیر متناهی می‌باشند؟

- مجموعه‌ی  $A = \{x \in \mathbb{W} \mid x \in (-\infty, 10) \cap [1, +\infty)\}$
- مجموعه‌ی  $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2^x \geq 8\}$
- مجموعه‌ی تمام دایره‌هایی که مرکز آنها  $(-1, 2)$  باشد.
- مجموعه‌ی اعداد گویای بین دو عدد صفر و  $\frac{1}{3}$
- مجموعه‌ی  $C = \{x \in \mathbb{N} \mid \frac{10}{x} \in \mathbb{N}\}$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (صفر)

۲۰) چه تعداد از مجموعه‌های زیر نامتناهی است؟

- مجموعه‌ی شمارنده‌های طبیعی عدد ۴۸
- اعدادی که در بازه‌ی  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{4})$  قرار دارند.
- مضرب‌های طبیعی عدد ۳
- $\mathbb{Z} - \mathbb{N}$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۳	۲	۴	۳	۲	۲	۴	۱	۱	۴	۱	۱	۳	۴	۱	۳	۱	۱	۲

(۱) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی جدا از هم در مجموعه‌ی مرجع  $U$  باشند، مجموعه‌ی  $[(A - B) \cup (B - A)]'$  برابر کدام مجموعه است؟

- (۱)  $A \cup B$  (۲)  $A' \cup B'$  (۳)  $A' \cap B$  (۴)  $A' \cap B'$

(۲) اگر  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1\}$  باشد، آنگاه  $A' \cap B'$  کدام است؟

- (۱)  $[-1, 1)$  (۲)  $(-1, 1)$  (۳)  $(-1, 1]$  (۴)  $[-1, 1]$

(۳) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند که  $A \subseteq B$ ، آنگاه مجموعه‌ی  $(A \cap B') \cup (B \cap A')$  همواره کدام است؟ ( $U$  مجموعه‌ی مرجع است.)

- (۱)  $A \cup B'$  (۲)  $B' \cap A$  (۳)  $A' - B'$  (۴)  $A' \cup B$

(۴) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی نامتناهی باشند، کدام یک از گزینه‌های زیر در باره‌ی این دو مجموعه نادرست است؟

(۱) مجموعه‌ی  $A' \cup B'$  ممکن است نامتناهی باشد. (۲) مجموعه‌ی  $A \cup B$  لزوماً نامتناهی است.

(۳) مجموعه‌ی  $A \cap B$  ممکن است متناهی باشد. (۴) مجموعه‌ی  $A - B$  لزوماً نامتناهی است.

(۵) اگر  $A$  مجموعه‌ای متناهی و  $B$  مجموعه‌ای نامتناهی باشد، کدام مجموعه متناهی است؟ ( $U$  مجموعه‌ی مرجع است.)

- (۱)  $B - A$  (۲)  $B \cup A$  (۳)  $A' \cup B'$  (۴)  $A - B$

(۶) اگر  $A = [-2, 3]$ ،  $B = [-1, 2]$  و  $U = [-4, 4]$ ، کدام گزینه‌ی زیرمجموعه‌ای از متمم  $A - B$  را نشان نمی‌دهد؟ ( $U$  مجموعه‌ی مرجع است.)

- (۱)  $[-4, -2)$  (۲)  $(-1, 2)$  (۳)  $(3, 4)$  (۴)  $[0, 3)$

(۷) اگر  $U$  مجموعه‌ی مرجع نامتناهی و  $A$  و  $B$  دو زیرمجموعه‌ی نامتناهی از آن باشند، کدام گزینه همواره درست است؟

(۱)  $(A \cup B)'$  نامتناهی است. (۲)  $(A \cap B)'$  نامتناهی است.

(۳)  $(A - B)'$  نامتناهی است. (۴)  $(A \cup B)'$  متناهی است.

(۸) در یک گروه ۴۰ نفره‌ی دانش‌آموزی، ۲۵ نفر زبان انگلیسی، ۳۲ نفر زبان عربی و ۶ نفر هیچ‌کدام از این دو زبان را نمی‌خوانند. چه تعداد از دانش‌آموزان هر دو زبان را می‌خوانند؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۱ (۴) ۲۰



۱۸) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه ناتهی و  $A \cap B = \emptyset$  باشد، متمم مجموعه  $(A - B) \cup (B - A)$  همواره کدام است؟

- $B - A$  (۱)       $A \cup B$  (۲)       $A - B$  (۳)       $B' - A$  (۴)

۱۹) اگر  $3n(A) = 2n(B) = 5n(A \cap B)$  باشد، حاصل  $\frac{n(A) - n(A \cap B)}{n(A \cup B)}$  کدام است؟

- $\frac{19}{4}$  (۱)       $\frac{4}{19}$  (۲)       $\frac{2}{3}$  (۳)       $\frac{3}{4}$  (۴)

۲۰) از میان ۲۰ دانش آموز یک کلاس، ۷ نفر فقط فوتبال و ۴ نفر فقط والیبال بازی می کنند، اگر ۳ دانش آموز در هیچ کدام از این دو رشته بازی نکنند، چند دانش آموز فوتبال بازی می کنند؟

- $13$  (۱)       $7$  (۲)       $10$  (۳)       $16$  (۴)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۲	۴	۴	۲	۴	۱	۳	۲	۱	۳	۳	۲	۳	۴	۴	۴	۱	۳	۴

(۱) کدام گزینه‌ی زیر درست است؟

(۱)  $Q \subseteq (\mathbb{R} \cap \mathbb{Z})$  (۲)  $(\mathbb{Z} \cup Q) \subseteq \mathbb{W}$  (۳)  $(Q \cap \mathbb{W}) \subseteq \mathbb{Z}$  (۴)  $(\mathbb{R} \cap Q) \subseteq Q'$

(۲) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی دلخواه باشند، مجموعه‌ی  $A' - B$  برابر کدام مجموعه‌ی زیر است؟

(۱)  $A - B'$  (۲)  $A \cap B'$  (۳)  $A' \cap B$  (۴)  $B' - A$

(۳) کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) هر مجموعه و متمم‌اش، دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند.  
 (۲) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی مجزا از هم باشند، آنگاه  $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ .  
 (۳) اگر  $A$  مجموعه‌ای متناهی و  $B$  مجموعه‌ای نامتناهی باشد، آنگاه  $A \cup B$  متناهی است.  
 (۴) مجموعه‌ی اعداد گویا و متمم آن، هر دو مجموعه‌های نامتناهی هستند.

(۴) اگر  $A \subseteq B \subseteq U$  و  $U$  مجموعه‌ی مرجع باشد، کدام رابطه همواره برقرار است؟

(۱)  $B' \subseteq A'$  (۲)  $B' \subseteq A$  (۳)  $A' \subseteq B'$  (۴)  $B \subseteq A'$

(۵) کدام مجموعه از مجموعه‌های زیر با سایر مجموعه‌ها متفاوت است؟

(۱)  $\mathbb{Z} - \mathbb{R}$  (۲)  $\mathbb{W} - \mathbb{N}$  (۳)  $\mathbb{Q}' \cap \mathbb{Q}$  (۴)  $\mathbb{Q}' - \mathbb{R}$

(۶) اگر  $M$  مجموعه‌ی مرجع،  $M = \{x \mid 2 < \sqrt{x} \leq 10\}$ ،  $A = \{x \mid x \in M, x \leq 15\}$  و  $B' = \{x \mid x \in M, \sqrt{x} < 5\}$  باشد،  $A' - B$  کدام است؟

(۱)  $\{x \in M \mid x^2 \geq 10\}$  (۲)  $\{x \in M \mid 2 < \sqrt{x} \leq 10\}$

(۳)  $\{x \in M \mid 4 \leq \sqrt{x} < 5\}$  (۴)  $\{x \in M \mid 4 \leq x\}$

(۷) اگر  $n(A) = 10$ ،  $n(B) = 15$ ،  $n(A \cup B) = 18$  و  $n(U) = 33$  باشند، حاصل  $n(A' \cup B')$  چند است؟ ( $U$  مجموعه‌ی مرجع است.)

(۱) ۲۶ (۲) ۷ (۳) ۱۵ (۴) ۱۹

(۸) اگر  $A = (1, 2]$ ،  $B = [-1, 1]$  و  $C = (1, 3)$  باشند، آنگاه چند عدد طبیعی در بازه‌ی  $I = (A' \cap B) \cup C$  قرار می‌گیرد؟

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

(۹) اگر  $n(A \cup B) = 17$ ،  $n(A - B) = 6$  و  $n(B - A) = 7$  باشد، حاصل  $n(A)$  چقدر است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱۴

۱۰) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه باشند و داشته باشیم  $A \subseteq B$ ، در این صورت حاصل کدام گزینه با بقیه متفاوت است؟

- (۱)  $(A - B)'$       (۲)  $(A - (B' - A))'$       (۳)  $B' \cup A'$       (۴)  $A - (A' - B)$

۱۱) متمم مجموعه  $[B - (B - A)] \cup (A' \cup B')$  کدام است؟ ( $U$  مجموعه مرجع و  $A$  و  $B$  ناتهی هستند.)

- (۱)  $\emptyset$       (۲)  $U$       (۳)  $A \cup B$       (۴)  $A \cap B$

۱۲) هرگاه  $U$  مجموعه مرجع و  $n(U) = 50$  و  $A$  و  $B$  دو مجموعه جدا از هم باشند و داشته باشیم  $n(A') + n(B') = 70$ ، آنگاه حاصل  $n(A \cup B)$  چقدر است؟

- (۱) ۲۰      (۲) ۳۰      (۳) ۴۰      (۴) ۱۰

۱۳) در یک انجمن تعداد افرادی که مهارت  $A$  را دارند دو برابر تعداد افرادی است که مهارت  $B$  را دارند. اگر  $\frac{1}{5}$  افراد این انجمن هر دو مهارت را داشته باشند و  $\frac{3}{7}$  آنها هیچ کدام از مهارت‌ها را نداشته باشند، چند درصد افراد مهارت  $A$  را ندارند؟

- (۱) ۳۵      (۲) ۷۰      (۳) ۳۰      (۴) ۶۵

۱۴) از بین ۵۲ دانش‌آموز، ۳۵ نفر در کلاس طراحی و ۳۱ نفر در کلاس ورزشی شرکت کرده‌اند. اگر ۴۳ نفر حداقل در یکی از دو کلاس شرکت کرده باشند، چند نفر فقط در کلاس ورزشی شرکت کرده‌اند؟

- (۱) ۱۳      (۲) ۸      (۳) ۱۲      (۴) ۱۰

۱۵) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه و  $n(A - B) = 12$  و  $n(B - A) = 14$  و  $n(A \cup B) = 31$  باشند، آنگاه  $n(A)$  کدام است؟

- (۱) ۱۷      (۲) ۱۹      (۳) ۲۱      (۴) ۲۳

۱۶) اگر  $n(A - B) = 2$ ،  $n(B - A) = 8$  و  $n(B) = 3n(A)$  باشد،  $n(A \cup B)$  کدام است؟

- (۱) ۱۲      (۲) ۹      (۳) ۱۰      (۴) ۱۱

۱۷) اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$  دارای ۱۶ عضو است. اگر به مجموعه  $A$ ، ۶ عضو جدید اضافه کنیم، به اشتراک دو مجموعه، ۴ عضو اضافه می‌شود. اجتماع مجموعه جدید  $A$  و مجموعه  $B$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۶      (۲) ۱۸      (۳) ۲۰      (۴) ۲۲

۱۸) از یک مدرسه ۱۲۰ نفری، ۴۸ نفر در دوره ورزشی فوتبال، ۳۶ نفر در دوره ورزشی والیبال و ۷۰ نفر حداقل در یکی از این دو دوره ورزشی ثبت نام کرده‌اند. تعداد افرادی که فقط در یک دوره ورزشی ثبت نام کرده‌اند، کدام است؟

- (۱) ۳۲      (۲) ۴۶      (۳) ۵۰      (۴) ۵۶

۱۹) اگر  $n(U) = 40$  و  $A$  و  $B$  دو مجموعه جدا از هم، در مجموعه مرجع  $U$  باشند و  $n[(A - B) \cup (B - A)] = 30$  باشد،  $n(A \cup B)$  کدام است؟

- (۱) ۱۰      (۲) ۲۰      (۳) ۳۰      (۴) ۴۰

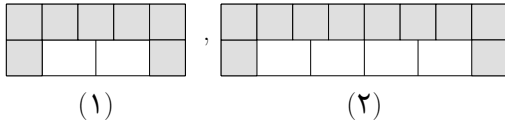
(۲۰) اگر  $n(U) = ۱۰۰$  و  $n(A) = ۲۰$  و  $n(B') = ۷۰$  و  $n(A \cup B) = ۴۶$  باشند، کدام گزینه نا درست است؟ ( $U$  مجموعه‌ی مرجع است.)

$n(A' \cup B') = ۹۶$  ( ۴       $n(A' \cap B') = ۵۴$  ( ۳       $n(A' \cap B) = ۲۰$  ( ۲       $n(A \cap B) = ۴$  ( ۱

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۳	۴	۲	۴	۱	۲	۳	۲	۱	۴	۳	۴	۱	۳	۲	۱	۳	۴	۳



(۱) با توجه به الگوی مقابل، برای داشتن ۵۲ کاشی سفید چند تیره لازم است؟



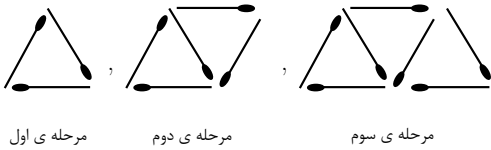
(۱) ۱۶۰

(۲) ۷۸

(۳) ۸۲

(۴) ۱۸۲

(۲) اگر دنباله‌ای از چوب کبریت‌ها به شکل مقابل داشته باشیم و آن را تا ۸ مرحله ادامه دهیم، تعداد چوب کبریت‌های استفاده شده در مرحله‌ی هشتم کدام است؟



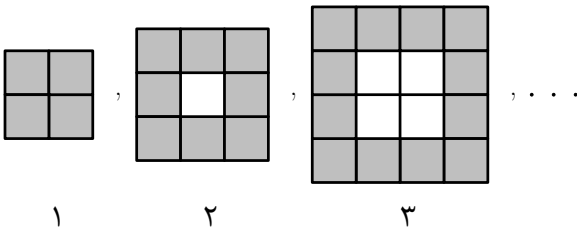
(۱) ۱۹

(۲) ۱۷

(۳) ۱۸

(۴) ۲۱

(۳) در الگوی روبه‌رو، تعداد مربع‌های رنگی در دهمین شکل چندتا است؟



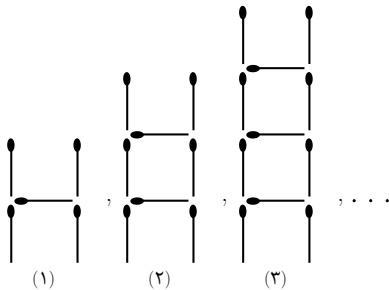
(۱) ۸۱

(۲) ۳۰

(۳) ۴۰

(۴) ۶۴

(۴) در الگوی روبه‌رو، چندمین شکل دارای ۹۵ چوب کبریت خواهد بود؟



(۱) ۳۰

(۲) ۳۱

(۳) ۳۲

(۴) ۳۳

(۵) تعداد نقاط در کدام یک از الگوهای زیر، یک الگوی خطی است؟



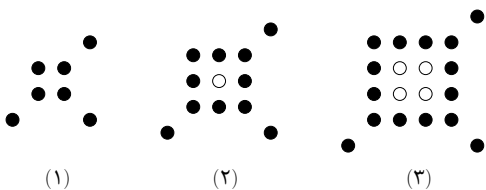
(۱) ۱۵

(۲) ۲۵

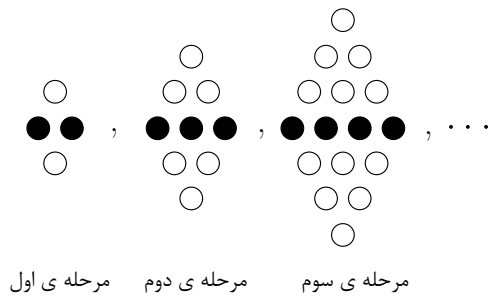
(۳) ۳۰

(۴) ۳۲

(۶) در چه مرحله‌ای از الگوی مقابل، تعداد دایره‌های مشکی برابر ۱۰۳ است؟



(۷) با توجه به الگوی روبه‌رو، تعداد دایره‌های سفید در شکل مرحله‌ی یازدهم کدام است؟



۱۳۶ (۲)

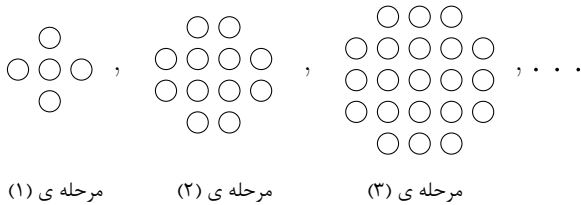
۱۳۲ (۱)

۱۲۶ (۴)

۱۲۲ (۳)

مرحله‌ی سوم      مرحله‌ی دوم      مرحله‌ی اول

(۸) در الگوی مقابل، جمله‌ی عمومی دنباله به ازای  $n = k + 1$  کدام است؟



$t_{k+1} = k^2 + 6k + 5$  (۱)

$t_{k+1} = k^2 + 4k$  (۲)

$t_{k+1} = k^2 + 6k + 1$  (۳)

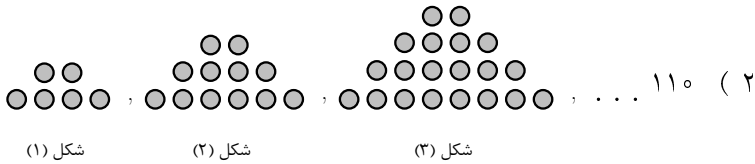
$t_{k+1} = k^2 + 4k + 4$  (۴)

مرحله‌ی (۱)

مرحله‌ی (۲)

مرحله‌ی (۳)

(۹) با توجه به الگوی روبه‌رو، شکل دهم از چند دایره تشکیل شده است؟



۱۱۰ (۲)

۱۴۲ (۱)

۱۵۶ (۴)

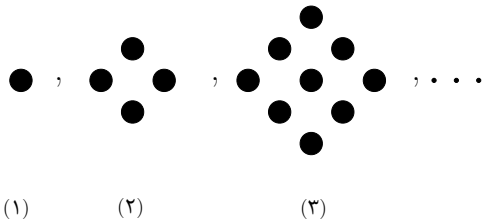
۱۳۲ (۳)

شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

(۱۰) در شکل ۱۴۰ ام از الگوی زیر، چند نقطه وجود دارد؟



۱۱۰ (۲)

۱۴۲ (۱)

۱۵۶ (۴)

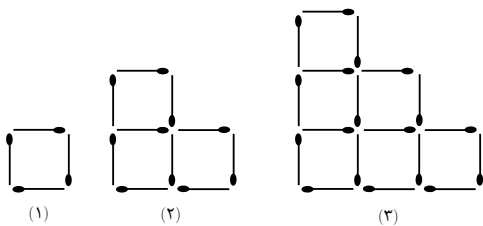
۱۳۲ (۳)

(۱)

(۲)

(۳)

(۱۱) با تعدادی چوب کبریت مطابق الگوی زیر اشکالی را می‌سازیم. تعداد چوب کبریت‌های استفاده شده در مرحله‌ی هفتم کدام است؟



۵۴ (۲)

۵۳ (۱)

۷۰ (۴)

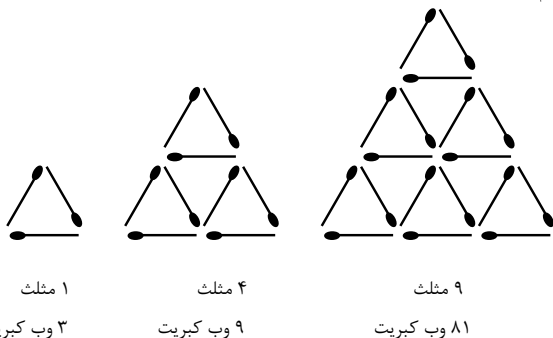
۶۹ (۳)

(۱)

(۲)

(۳)

(۱۲) مطابق الگوی مقابل، برای ساختن ۱۰۰ مثلث کوچک، چند چوب کبریت لازم است؟



۱۹۸ (۲)

۱۶۵ (۱)

۲۰۰ (۴)

(۳) با این الگو ۱۰۰ مثلث نمی‌توان ساخت.

۱ مثلث

۴ مثلث

۹ مثلث

۳ چوب کبریت

۹ چوب کبریت

۲۷ چوب کبریت

۱۳) در دنباله‌ای که از یک الگوی خطی پیروی می‌کند، اگر جمله‌ی چهارم برابر ۹ و جمله‌ی هشتم برابر ۳ باشد، چند جمله‌ی این دنباله مثبت است؟

- ۷ (۱)      ۸ (۲)      ۹ (۳)      ۱۰ (۴)

۱۴) در یک الگوی خطی جملات چهارم و دهم به ترتیب ۱۷ و ۴۱ می‌باشند. مجموع کدام دو جمله‌ی متوالی آن ۱۸۲ است؟

- ۲۲ و ۲۱ (۱)      ۲۰ و ۲۱ (۲)      ۲۲ و ۲۳ (۳)      ۲۳ و ۲۴ (۴)

۱۵) اگر  $t_n = (3a - 6)n^2 + (a + 4)n + a + 3$  یک الگوی خطی باشد، جمله‌ی نهم آن از جمله‌ی پنجم آن چقدر بیشتر است؟

- ۲۴ (۱)      ۱۸ (۲)      ۳۰ (۳)      ۳۶ (۴)

۱۶) در یک الگوی خطی، جمله‌ی چهارم و دهم به ترتیب ۱۷ و ۴۱ می‌باشند. اولین جمله‌ی دنباله که از ۱۲۰ بیشتر است، جمله‌ی چندم است؟

- ۲۸ (۱)      ۳۰ (۲)      ۳۲ (۳)      ۳۴ (۴)

۱۷) حاصل ضرب ۱۰ جمله‌ی اول دنباله با جمله‌ی عمومی  $a_n = (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$  کدام است؟

- $\frac{1}{10}$  (۱)       $-\frac{1}{10}$  (۲)       $\frac{1}{11}$  (۳)       $-\frac{1}{11}$  (۴)

۱۸) جمله‌ی هفتم از دنباله‌ی اعداد  $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{4}{17}, \dots$  کدام است؟

- ۰/۱۲ (۱)      ۰/۱۴ (۲)      ۰/۱۵ (۳)      ۰/۱۷ (۴)

۱۹) دنباله‌ی  $a_n = 102n - 6n^2$  دارای چند جمله‌ی مثبت است؟

- ۱۲ (۱)      ۱۷ (۲)      ۱۶ (۳)      ۲۰ (۴)

۲۰) جمله‌ی عمومی یک دنباله به صورت  $t_n = \frac{2n-1}{3n+1}$  است، جمله‌ی چندم این دنباله برابر  $\frac{199}{301}$  است؟

- ۱۰۰ (۱)      ۹۹ (۲)      ۱۰۱ (۳)      ۹۸ (۴)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۳	۲	۴	۲	۱	۳	۳	۱	۴	۲	۲	۱	۱	۲	۴	۲	۳	۲	۲

## ۵.۸ خودآزمایی شماره ۵ (دنباله‌های حسابی و هندسی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

(۱) در یک دنباله‌ی حسابی  $a_1 = 3$  و  $a_{n+1} = 2 + a_n$  می‌باشد، جمله‌ی دهم دنباله برابر است با:

- (۱) ۱۹      (۲) ۲۰      (۳) ۲۱      (۴) ۲۲

(۲) در دنباله‌های حسابی مقابل کدام تساوی درست است؟

$a_n$  دنباله‌ی  $3, 7, 11, \dots$

$b_n$  دنباله‌ی  $-1, 6, 13, \dots$

- (۱)  $a_{22} = b_{14}$       (۲)  $a_{21} = b_{13}$       (۳)  $a_{23} = b_{15}$       (۴)  $a_{20} = b_{12}$

(۳) جمله‌ی هفتم یک دنباله‌ی حسابی برابر ۹ و جمله‌ی هشتم این دنباله به اندازه‌ی ۱۴ واحد از جمله‌ی ششم آن بیشتر است. مجموع جملات اول تا هشتم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۶۸      (۲) -۶۸      (۳) ۷۶      (۴) -۷۶

(۴) جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی  $a_n = 3n - 7$  است. در این دنباله اگر مقدار جمله‌ی نخست و قدر نسبت را به ترتیب ۲ و ۳ برابر کنیم، جمله‌ی عمومی دنباله جدید کدام است؟

- (۱)  $a_n = 6n - 21$       (۲)  $a_n = 9n - 14$       (۳)  $a_n = 6n - 17$       (۴)  $a_n = 9n - 17$

(۵) مجموع سه جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی برابر ۳ می‌باشد، جمله‌ی دوم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱      (۲)  $\frac{3}{2}$       (۳) ۲      (۴) ۳

(۶) جمله‌ی بیستم یک دنباله‌ی حسابی ۵۲ و مجموع سه جمله‌ی ابتدایی دنباله برابر ۶- است، جمله‌ی دهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۹      (۲) ۲۰      (۳) ۲۴      (۴) ۲۲

(۷) در یک دنباله‌ی حسابی مجموع سه جمله‌ی اول ۲۷ و مجموع سه جمله‌ی سوم برابر با ۲۷- است، قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) -۶      (۲) ۳      (۳) ۶      (۴) -۳

(۸) اگر  $2x + 3$ ، واسطه‌ی حسابی اعداد  $2x - 1$  و  $x + 4$  باشد، مقدار  $x$  کدام خواهد بود؟

- (۱) -۳      (۲) -۲      (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴)  $-\frac{2}{3}$

(۹) بین دو عدد ۱۸ و ۶۲، ده واسطه‌ی حسابی درج می‌کنیم تا یک دنباله‌ی حسابی با ۱۲ جمله حاصل شود. مجموع سه جمله‌ی سوم این دنباله چند برابر مجموع سه جمله‌ی دوم آن است؟

- (۱)  $\frac{69}{20}$       (۲)  $\frac{23}{17}$       (۳)  $\frac{29}{23}$       (۴)  $\frac{29}{17}$

۱۰) بین دو عدد ۲ و ۱۲، سه عدد قرار داده‌ایم که با این دو عدد یک دنباله‌ی حسابی تشکیل می‌دهند. با فرض ادامه‌دار بودن جملات دنباله‌ی حاصل، جمله‌ی نهم آن کدام است؟ (عدد ۲، جمله‌ی اول دنباله است).

- (۱) ۲۲ (۲)  $19/5$  (۳)  $22/5$  (۴) ۱۹

۱۱) در یک دنباله‌ی هندسی حاصل ضرب جمله چهارم و ششم برابر جمله دهم است. اگر جمله نهم مخالف صفر باشد، تفاضل جمله‌ی اول از قدر نسبت کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲) جمله‌ی نهم یک دنباله هندسی ۵ برابر جمله ششم آن است، نسبت جمله دهم به جمله چهارم برابر است با:

- (۱) ۵ (۲) ۱۵ (۳) ۲۵ (۴) ۱۲۵

۱۳) در یک دنباله‌ی هندسی داریم  $t_4 - t_2 = 6$  و قدر نسبت دنباله  $\sqrt{3}$  است. جمله اول کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\sqrt{3}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۴) در یک دنباله‌ی هندسی اگر  $t_2 t_4 = a$  آنگاه حاصل ضرب ۶ جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

- (۱)  $a^{12}$  (۲)  $a^6$  (۳)  $a^4$  (۴)  $a^3$

۱۵) دنباله‌ی زیر به ازای چند مقدار  $x$ ، یک دنباله‌ی هندسی خواهد بود؟

$$1 - x, x, 1 + x, \dots$$

- (۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۱۶) مجموع سه جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی با جملات غیرصفر،  $\frac{3}{4}$  برابر مجموع سه جمله‌ی دوم این دنباله است. قدرنسبت این دنباله، چند است؟

- (۱)  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  (۲)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  (۳)  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  (۴)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$

۱۷) چهار جمله بین  $\frac{3}{8}$  و  $\frac{128}{81}$  چنان درج می‌کنیم که ۶ عدد حاصل، تشکیل دنباله هندسی دهند. قدرنسبت این دنباله کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

۱۸) بین اعداد ۵ و  $0/32$  دو واسطه‌ی هندسی مثبت درج کرده‌ایم. قدرنسبت این دنباله کدام می‌تواند باشد؟ (جملات دنباله را به صورت کاهشی در نظر بگیرید).

- (۱)  $0/2$  (۲)  $0/16$  (۳)  $0/8$  (۴)  $0/4$

۱۹) اعداد  $2^a, 4\sqrt{2}, 2^b$  سه جمله‌ی متوالی از دنباله هندسی اند، واسطه حسابی بین  $a$  و  $b$  کدام است؟

- (۱)  $2/5$  (۲) ۲ (۳)  $1/5$  (۴)  $\sqrt{2}$

۲۰) اگر جملات دوم و چهارم و هشتم یک دنباله‌ی حسابی به ترتیب سه جمله‌ی اول از یک دنباله هندسی باشند، قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

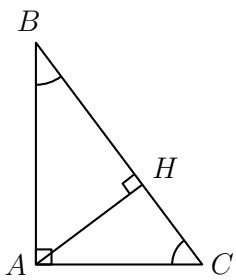
۳ (۴)

$\frac{5}{2}$  (۳)

۲ (۲)

$\frac{3}{2}$  (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۱	۴	۲	۴	۳	۴	۲	۳	۱	۱	۲	۱	۴	۴	۱	۴	۲	۲	۳



(۱) در مثلث قائم الزاویه‌ی روبه‌رو، تانژانت زاویه‌ی  $B$  برابر  $0.75$  و  $AB = 4$  است. طول  $BH$  کدام است؟ ( $\hat{H} = 90^\circ$ )

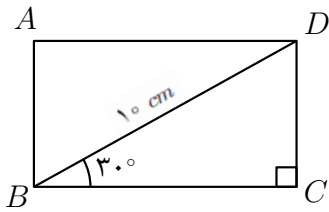
۳ (۲)

$\frac{12}{5}$  (۱)

۴ (۴)

$\frac{16}{5}$  (۳)

(۲) در شکل مقابل، محیط مستطیل  $ABCD$  کدام است؟ ( $BD = 10 \text{ cm}$ )



$5(1 + \sqrt{3})$  (۲)

$10\sqrt{3}$  (۱)

$10(1 + \sqrt{3})$  (۴)

$5\sqrt{3}$  (۳)

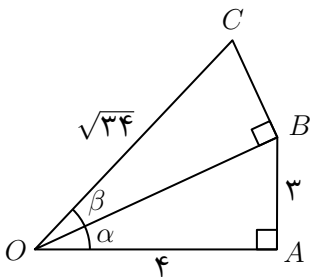
(۳) با توجه به شکل مقابل، حاصل عبارت  $\tan \alpha + \cot \beta$  کدام است؟

$\frac{13}{25}$  (۲)

$\frac{27}{20}$  (۱)

$\frac{29}{12}$  (۴)

$\frac{29}{15}$  (۳)



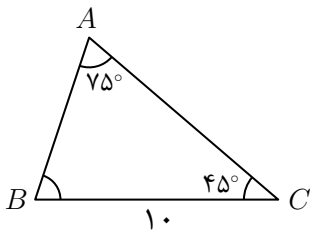
(۴) در شکل مقابل، طول ضلع  $AC$  کدام است؟

$5(\sqrt{3} + 1)$  (۲)

$5(\sqrt{3} - 1)$  (۱)

$5\sqrt{6}(\sqrt{3} + 1)$  (۴)

$5\sqrt{6}(\sqrt{3} - 1)$  (۳)



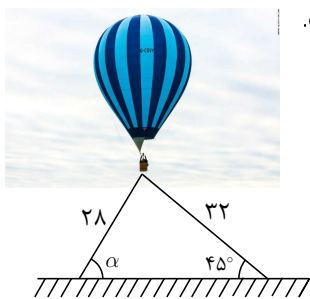
(۵) یک بالن مطابق شکل مقابل، توسط دو طناب به طول‌های ۲۸ و ۳۲ متر به زمین بسته شده است. مقدار سینوس زاویه‌ی  $\alpha$  کدام است؟ ( $\sqrt{2} \approx 1/4$ )

$0.8$  (۲)

$0.75$  (۱)

$0.9$  (۴)

$0.85$  (۳)



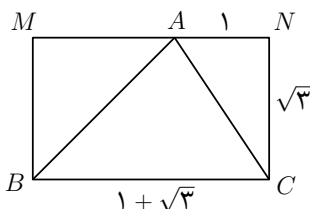
(۶) با توجه به مستطیل  $MNCB$ ، زاویه‌ی  $A$  در  $\triangle ABC$  چند درجه است؟

۷۵ (۲)

۹۰ (۱)

۱۰۵ (۴)

۸۵ (۳)



۷) حاصل عبارت  $A = \frac{1 + \tan^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ}{\cot 45^\circ + \cos^2 30^\circ}$  کدام است؟

$\frac{7}{4}$  (۴)

$\frac{3 + 2\sqrt{3}}{4}$  (۳)

$\frac{1 + 2\sqrt{3}}{3}$  (۲)

$\frac{19}{7}$  (۱)

۸) حاصل  $A = \frac{3 \sin 30^\circ \tan 45^\circ - \cos^2 45^\circ}{\cot 60^\circ \times \cos 30^\circ}$  کدام است؟

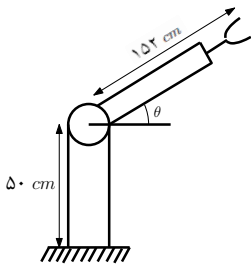
$\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

۲ (۱)

۹) در شکل روبه‌رو، ارتفاع نوک گیره‌ی روبات تا سطح زمین ۱۲۶ سانتی متر است. مقدار  $\theta$  بر حسب درجه کدام است؟



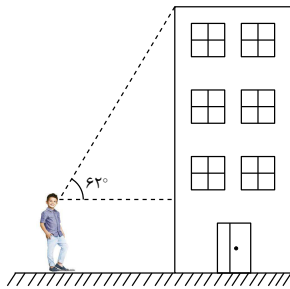
۱۵ (۴)

۴۵ (۳)

۳۰ (۲)

۶۰ (۱)

۱۰) مطابق شکل روبه‌رو، شخصی با قد  $200\text{ cm}$  در فاصله‌ی افقی  $5\text{ m}$  از یک ساختمان قرار دارد. اگر این شخص با زاویه‌ی  $62^\circ$  نسبت به افق، لبه‌ی بالای ساختمان را ببیند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟ ( $\tan 62^\circ \approx 2$ )



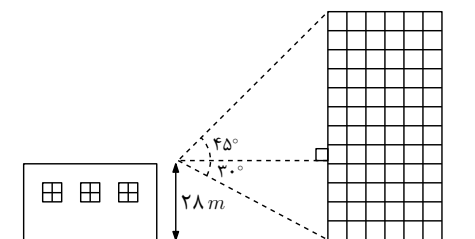
$4/5$  (۴)

$7/5$  (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۱۱) در شکل مقابل اگر ارتفاع ساختمان کوتاهتر ۲۸ متر باشد، ارتفاع برج چند متر است؟



$28\sqrt{3}$  (۲)

$29\sqrt{3}$  (۱)

۵۶ (۴)

$28(1 + \sqrt{3})$  (۳)

۱۲) شخصی از پایین یک برج  $50\text{ m}$  متری، بالای یک برج دیگر را نسبت به افق با زاویه‌ی  $60^\circ$  می‌بیند. سپس از بالای همان برج  $50\text{ m}$  متری، بالای آن برج دیگر را با زاویه‌ی  $30^\circ$  می‌بیند. اگر با چشم‌پوشی از قد شخص، چشم ناظر را هم سطح زمین در نظر بگیریم، ارتفاع برج دیگر چند متر است؟ (ارتفاع برج دیگر بیشتر از  $50\text{ m}$  متر است.)

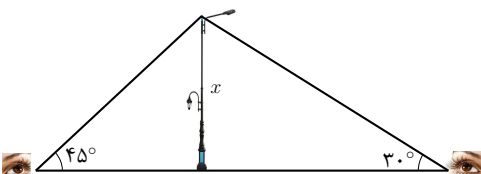
۸۵ (۴)

۸۰ (۳)

۷۵ (۲)

۶۵ (۱)

۱۳) دو نفر با قد یکسان مطابق شکل، یک تیر چراغ برق را از نقاط  $A$  و  $B$  به ترتیب با زوایای  $30^\circ$  و  $45^\circ$  می‌بینند. اگر فاصله‌ی  $A$  تا  $B$  برابر ۱۸ متر باشد، ارتفاع تیر چراغ برق ( $x$ ) کدام است؟



$9(\sqrt{3} + 1)$  (۲)

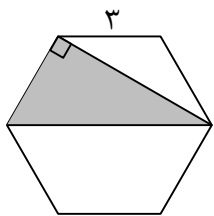
$18(\sqrt{3} - \sqrt{2})$  (۱)

$9(\sqrt{3} - 1)$  (۴)

$18(\sqrt{3} + \sqrt{2})$  (۳)



۱۴) مساحت قسمت رنگی در شش ضلعی منتظم مقابل، چقدر است؟



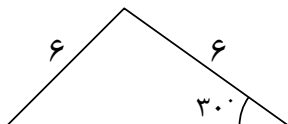
$\frac{9\sqrt{3}}{2}$  (۲)

$\frac{9}{2}$  (۱)

$3\sqrt{3}$  (۴)

۳ (۳)

۱۵) مؤسسه‌ای غرفه‌ی فروش محصولات خود را در زمینی به ابعاد مقابل برپا کرده است. مساحت این زمین کدام است؟



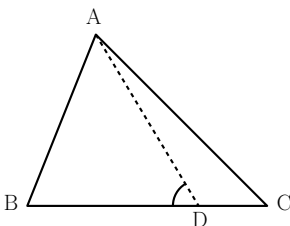
$9\sqrt{3}$  (۴)

$8\sqrt{3}$  (۳)

$7\sqrt{3}$  (۲)

$6\sqrt{3}$  (۱)

۱۶) در شکل مقابل داریم  $AD = 3\sqrt{3}$ ،  $BC = 4$  و  $\hat{ADB} = 60^\circ$ . مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟



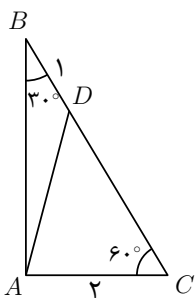
۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

۱۷) در مثلث روبه‌رو، اگر مساحت مثلث  $ABC$  برابر  $2\sqrt{3}$  باشد، مساحت مثلث  $ABD$  برابر کدام گزینه است؟



$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)

$\sqrt{3}$  (۱)

$\frac{3\sqrt{3}}{2}$  (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{4}$  (۳)

۱۸) اگر قطر بزرگ یک شش ضلعی منتظم برابر با ۶ باشد، مساحت شش ضلعی منتظم کدام است؟

$24\sqrt{3}$  (۴)

$18\sqrt{3}$  (۳)

$\frac{27}{3}\sqrt{3}$  (۲)

$27\sqrt{3}$  (۱)

۱۹) در مثلث  $ABC$  اگر  $AB = 10$ ،  $\cos \hat{B} = \frac{\sqrt{15}}{4}$  و مساحت مثلث  $20$  باشد،  $BC$  کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۸ (۲)

۱۶ (۱)

۲۰) در مثلث  $ABC$ ، زاویه‌ی  $B$  حاده بوده و  $AB = 8$  و  $BC = 13$  است. در صورتی که مساحت مثلث  $26\sqrt{3}$  باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی  $B$  چقدر است؟

$75^\circ$  (۴)

$60^\circ$  (۳)

$45^\circ$  (۲)

$30^\circ$  (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۱	۲	۲	۴	۴	۲	۴	۲	۳	۲	۲	۱	۱	۲	۲	۳	۴	۴	۳

## ۷.۸ خودآزمایی شماره ۷ (دایره‌ی مثلثاتی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

(۱) اگر ضلع زاویه‌ی  $\theta$ ، دایره‌ی مثلثاتی را در ربع سوم در نقطه‌ی  $P$  قطع کند و  $\cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{4}$  باشد، مختصات نقطه‌ی  $P$  و  $\cot \theta$  به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

(۱)  $(-\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$  (۲)  $(-\frac{\sqrt{2}}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{4})$  (۳)  $(-\frac{\sqrt{2}}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{4})$  (۴)  $(\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$  (۱)

(۲) اگر روی دایره‌ی مثلثاتی، انتهای کمان‌های  $60^\circ$ ،  $120^\circ$  و  $300^\circ$  را به هم وصل کنیم، مثلث  $ABC$  تشکیل می‌شود. مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۳) نقطه‌ی  $P$  روی محیط دایره‌ی مثلثاتی و در ربع چهارم قرار دارد. کدام گزینه می‌تواند مختصات نقطه‌ی  $P$  باشد؟

(۱)  $(\frac{2}{5}, -\frac{3}{5})$  (۲)  $(-\frac{1}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3})$  (۳)  $(\frac{3}{8}, -\frac{\sqrt{7}}{8})$  (۴)  $(\frac{\sqrt{5}}{3}, -\frac{2}{3})$

(۴) نقطه‌ی  $P(\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{8}}{3})$  روی دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد. تانژانت زاویه‌ای که  $OP$  با راستای مثبت محور  $x$  ها می‌سازد، چقدر است؟ ( $O$  مبدأ مختصات است.)

(۱)  $\sqrt{8}$  (۲)  $\frac{\sqrt{8}}{9}$  (۳)  $\frac{\sqrt{8}}{8}$  (۴)  $\frac{\sqrt{8}}{3}$

(۵) نقطه‌ی  $P(\frac{1}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4})$  را  $180^\circ$  درجه روی دایره‌ی مثلثاتی در جهت حرکت عقربه‌های ساعت حول مبدأ مختصات دوران می‌دهیم، نقطه‌ی جدید چه زاویه‌ای بر روی دایره‌ی مثلثاتی به وجود می‌آورد؟

(۱)  $-240^\circ$  (۲)  $60^\circ$  (۳)  $135^\circ$  (۴)  $-120^\circ$

(۶) کدام یک از نامساوی‌های زیر بین زوایای  $15^\circ$  و  $65^\circ$  برقرار است؟

(۱)  $\sin 65^\circ < \sin 15^\circ$  (۲)  $\cos 65^\circ < \cos 15^\circ$  (۳)  $\sin 65^\circ \sin 15^\circ > 1$  (۴)  $\cos 65^\circ \cos 15^\circ > 1$

(۷) اگر بیشترین مقدار عبارت  $A = (2a + 1) - 3 \sin x$  برابر ۸ باشد،  $a$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

(۸) در کدام یک از گزینه‌ها، همه‌ی مقادیر داده شده تعریف شده هستند؟

(۱)  $\cot 180^\circ, \frac{1}{\cos 0^\circ}, \tan 360^\circ$  (۲)  $\cot 270^\circ, \frac{1}{\sin 180^\circ}, \tan 0^\circ$

(۳)  $\cot 90^\circ, \frac{1}{\cos 0^\circ}, \tan 180^\circ$  (۴)  $\cot 90^\circ, \frac{1}{\cos 180^\circ}, \tan 90^\circ$

۹) اگر  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$  و  $\cos \alpha = \frac{1-2m}{3}$  باشد، حدود  $m$  کدام بازه است؟

- (۱)  $(0, \frac{1}{4})$       (۲)  $(\frac{1}{3}, 2)$       (۳)  $(-1, 0)$       (۴)  $(-2, 2)$

۱۰) هرگاه  $\sin x \cdot \cos x > 0$  و  $\cos x \cdot \tan x < 0$  باشد، انتهای کمان  $x$  در کدام ناحیه قرار دارد؟

- (۱) اول      (۲) دوم      (۳) سوم      (۴) چهارم

۱۱) کدام گزینه درست است؟

(۱)  $\sin(-7^\circ) \tan(-7^\circ) < 0$       (۲)  $\sin(-7^\circ) \cos(-7^\circ) < 0$

(۳)  $\cos(-7^\circ) \tan(-7^\circ) > 0$       (۴)  $\sin(-7^\circ) \cos(-7^\circ) > 0$

۱۲) اگر  $\tan \alpha > \cot \alpha$  و  $\tan \beta < \cot \beta$ ، آنگاه  $\alpha$  و  $\beta$  کدام می‌توانند باشند؟

- (۱)  $\alpha = 40^\circ, \beta = 50^\circ$       (۲)  $\alpha = 50^\circ, \beta = 40^\circ$       (۳)  $\alpha = 10^\circ, \beta = 20^\circ$       (۴)  $\alpha = 20^\circ, \beta = 10^\circ$

۱۳) اگر داشته باشیم  $\cos \alpha + \cot \alpha < 0$  و  $\cos^3 \alpha \cdot \cot \alpha > 0$  آنگاه انتهای کمان  $\alpha$  در کدام ناحیهی مثلثاتی قرار می‌گیرد؟

- (۱) اول      (۲) دوم      (۳) سوم      (۴) چهارم

۱۴) اگر  $\tan 24^\circ = \sqrt{3}$  باشد، حاصل  $\frac{\sin 24^\circ}{1 + \cos 24^\circ}$  کدام است؟

- (۱)  $-\sqrt{3}$       (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       (۳)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$       (۴)  $\sqrt{3}$

۱۵) انتهای کمان روبه‌رو به زاویهی  $\alpha$  در ناحیهی سوم قرار دارد و ضلع انتهایی این زاویه، دایرهی مثلثاتی را در نقطه‌ای به طول

$-\frac{1}{4}$  قطع می‌کند، حاصل  $A = \frac{\tan \alpha + 8 \sin \alpha}{\cos \alpha}$  کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{15}$       (۲)  $-4\sqrt{15}$       (۳)  $\frac{\sqrt{15}}{2}$       (۴)  $-\frac{\sqrt{15}}{2}$

۱۶) خط  $d$  که با جهت مثبت محور  $x$  زاویهی  $45^\circ$  می‌سازد و از نقطهی  $(4, 2\sqrt{2})$  می‌گذرد، محور  $y$  را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$       (۲)  $2 - \sqrt{2}$       (۳)  $\sqrt{2} - 4$       (۴)  $4 - 2\sqrt{2}$

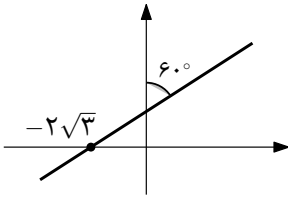
۱۷) اگر خط  $3x + (3m - 2)y = 3$  با جهت مثبت محور  $x$  زاویهی  $45^\circ$  بسازد،  $m$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$       (۲)  $\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{2}{3}$       (۴)  $-\frac{2}{3}$

۱۸) خط  $l$  به معادلهی  $(2m - 1)x + (m - 1)y = 1$  با جهت مثبت محور  $x$  زاویهی  $45^\circ$  می‌سازد. این خط محور  $y$  را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱)  $-\frac{1}{3}$       (۲)  $-3$       (۳)  $\frac{2}{3}$       (۴)  $\frac{1}{3}$

۱۹) معادله‌ی خط روبه‌رو، کدام است؟



$$3y + \sqrt{3}x = -6 \quad (2)$$

$$x = \sqrt{3}(y - 2) \quad (1)$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{3}y + 2 \quad (4)$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 2 \quad (3)$$

۲۰) معادله‌ی خطی که با خط  $y = \sqrt{3}x + 4$  زاویه‌ی  $30^\circ$  می‌سازد و از نقطه‌ی  $(-1, 1)$  می‌گذرد، کدام است؟

$$3y - \sqrt{3}x - (3 + \sqrt{3}) = 0 \quad (2)$$

$$y = 1 \quad (1)$$

$$3y - \sqrt{3}x + (3 + \sqrt{3}) = 0 \quad (4)$$

$$y + \sqrt{3}x - (\sqrt{3} - 1) = 0 \quad (3)$$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۱	۲	۱	۴	۱	۱	۲	۲	۲	۳	۲	۳	۱	۲	۱	۱	۴	۱	۲

## ۸.۸ خودآزمایی شماره ۸ (روابط بین نسبت‌های مثلثاتی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

(۱) اگر  $\cos x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$  و انتهای کمان  $x$  در ناحیه‌ی سوم دایره مثلثاتی باشد،  $\cot x$  کدام است؟

- (۱) -۳      (۲)  $-\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{1}{3}$       (۴) ۳

(۲) اگر زاویه‌ای حاده و  $\cos \theta = \frac{3}{5}$  باشد، حاصل  $\tan \theta + \frac{1}{\cos \theta}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$       (۲)  $\frac{5}{3}$       (۳) ۳      (۴) ۴

(۳) اگر  $\cot a = \frac{5}{3}$  باشد مقدار عددی  $\frac{4 \sin a - 3 \cos a}{5 \cos a + 2 \sin a}$  برابر است با:

- (۱)  $-\frac{31}{3}$       (۲)  $\frac{31}{3}$       (۳)  $\frac{3}{31}$       (۴)  $-\frac{3}{31}$

(۴) اگر  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$  و  $\sin \alpha + \cos \alpha < 0$  باشد، در این صورت  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{25}{49}$       (۲)  $\frac{49}{25}$       (۳) ۱      (۴)  $\frac{7}{5}$

(۵) اگر  $\tan \alpha = -\frac{5}{6}$  باشد، حاصل  $(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1)(1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha})$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲)  $-\frac{25}{36}$       (۳) -۱      (۴)  $-\frac{36}{25}$

(۶) اگر  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  و  $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$  باشد، حاصل  $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$  کدام است؟

- (۱) ۳      (۲) ۴      (۳) ۵      (۴) ۲

(۷) اگر  $\cot \alpha = 2$  و  $\cos \alpha < 0$  باشد، حاصل  $\sqrt{5}(\cos \alpha - 2 \sin \alpha)$  کدام است؟

- (۱) -۵      (۲) -۴      (۳) صفر      (۴) ۳

(۸) اگر  $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$  و  $\alpha$  زاویه‌ای در ناحیه‌ی چهارم مثلثاتی باشد، مقدار  $\cos \alpha$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{5}$       (۲)  $\frac{4}{5}$       (۳)  $\sqrt{\frac{3}{5}}$       (۴)  $\frac{3}{\sqrt{17}}$

(۹) اگر  $x$  زاویه‌ای حاده و  $\tan x = \frac{2}{3}$  باشد، آنگاه حاصل عبارت  $A = \frac{4}{\sin x} + \frac{1 + 3 \sin x}{\cos x}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7\sqrt{13}}{3} + 2$       (۲)  $7\sqrt{13} + \frac{2}{3}$       (۳)  $4\sqrt{13} + \frac{3}{2}$       (۴)  $\frac{7\sqrt{13}}{3}$

(۱۰) حاصل  $(1 + \tan \theta)(1 + \cot \theta) - \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$  کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۱      (۳) صفر      (۴) -۱

(۱۱) ساده شده‌ی عبارت  $(\tan x + \cot x)^2 - \frac{1}{\sin^2 x}$  کدام است؟

- ۱)  $\tan^2 x$  ( ۱)      ۲)  $\cot^2 x$  ( ۲)      ۳)  $1 + \cot^2 x$  ( ۳)      ۴)  $1 + \tan^2 x$  ( ۴)

(۱۲) اگر انتهای کمان روبرو به زاویه‌ی  $\alpha$  در ربع دوم باشد، حاصل  $\sqrt{\frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha}}$  کدام است؟

- ۱)  $-\cot \alpha$  ( ۱)      ۲)  $-\cos \alpha$  ( ۲)      ۳)  $\cot \alpha$  ( ۳)      ۴)  $\cos \alpha$  ( ۴)

(۱۳) حاصل  $(\cos^4 x - \sin^4 x)(1 + \tan^2 x) + \tan^2 x$  کدام است؟

- ۱) صفر ( ۱)      ۲) ۱ ( ۲)      ۳) ۲ ( ۳)      ۴) ۳ ( ۴)

(۱۴) خلاصه شده‌ی عبارت  $\cos^2 \alpha (2 + \tan^2 \alpha) - 1$  برابر کدام است؟

- ۱)  $\cos^2 \alpha$  ( ۱)      ۲)  $\sin^2 \alpha$  ( ۲)      ۳)  $1 + \sin^2 \alpha$  ( ۳)      ۴)  $\tan^2 \alpha$  ( ۴)

(۱۵) عبارت  $A = 1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x}$  با کدام گزینه برابر است؟ ( $\sin x \neq -1$ )

- ۱)  $\cos x$  ( ۱)      ۲)  $\sin x$  ( ۲)      ۳)  $-\sin x$  ( ۳)      ۴)  $-\cos x$  ( ۴)

(۱۶) حاصل  $(\frac{1}{\cos x} - \tan x)(\frac{1}{1 - \sin x} - 1)$  با فرض با معنی بودن هر کسر کدام است؟

- ۱)  $\tan x$  ( ۱)      ۲)  $-\tan x$  ( ۲)      ۳)  $-\cot x$  ( ۳)      ۴)  $\cot x$  ( ۴)

(۱۷) حاصل عبارت  $\frac{1 + \cos \theta}{\sin^3 \theta} - \frac{1}{\sin \theta (1 - \cos \theta)}$  کدام است؟

- ۱) صفر ( ۱)      ۲) ۱ ( ۲)      ۳)  $\sin \theta$  ( ۳)      ۴)  $\cos \theta$  ( ۴)

(۱۸) اگر  $\cos \alpha + \sin \beta = \sin \alpha$  ، آنگاه  $\cos^2 \beta$  همواره کدام است؟

- ۱)  $2 \sin \alpha \cos \alpha$  ( ۱)      ۲)  $\sin^2 \alpha$  ( ۲)      ۳)  $1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha$  ( ۳)      ۴)  $1 - \sin^2 \alpha$  ( ۴)

(۱۹) اگر  $\sin x + \cos x = \frac{7}{5}$  باشد، مقدار  $2 \sin x \cos x$  کدام است؟

- ۱)  $-\frac{11}{25}$  ( ۱)      ۲)  $\frac{11}{25}$  ( ۲)      ۳)  $-\frac{1}{5}$  ( ۳)      ۴)  $\frac{1}{5}$  ( ۴)

(۲۰) اگر  $\tan x + \cot x = 4$  ، آنگاه مقدار  $2 \sin x \cos x$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{3}$  ( ۱)      ۲)  $\frac{1}{3}$  ( ۲)      ۳)  $\frac{1}{4}$  ( ۳)      ۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  ( ۴)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۲	۱	۱	۱	۲	۱	۲	۲	۴	۱	۱	۱	۳	۱	۳	۲	۴	۳	۳

(۱) اگر  $K + 1 < \sqrt{-53} < K + 2$  و  $K \in \mathbb{Z}$  باشد،  $K$  کدام است؟

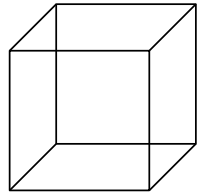
-۵ (۴)

-۲ (۳)

-۳ (۲)

-۴ (۱)

(۲) می‌خواهیم حجم مکعب مقابل بیشتر از ۱۲۵ و کمتر از ۷۲۹ باشد. بیشترین مقدار صحیح ضلع مکعب کدام است؟



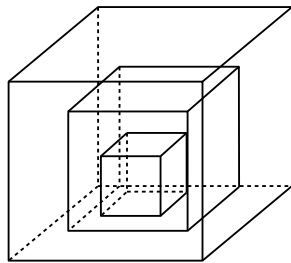
۵ (۲)

۹ (۱)

۷ (۴)

۸ (۳)

(۳) مطابق شکل، سه مکعب تو در تو داریم. اگر حجم بزرگترین مکعب ۱۲۵ و حجم کوچکترین مکعب ۶۴ باشد، طول ضلع مکعب متوسط در کدام بازه قرار دارد؟



(۳, ۴) (۲)

(۲/۵, ۳/۵) (۱)

(۳/۵, ۴/۵) (۴)

(۴, ۵) (۳)

(۴) اگر  $n$  عددی طبیعی باشد به طوری که  $n + 1 < \sqrt[3]{357} < n + 2$ ، آنگاه  $n$  کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(۵) بین دو عدد  $\sqrt[3]{19}$  و  $\sqrt{-25}$  چند عدد صحیح وجود دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۷ (۱)

(۶) عدد  $2 - \sqrt{15}$  بین دو عدد صحیح متوالی قرار دارد، مجموع این دو عدد صحیح کدام است؟

-۵ (۴)

۱ (۳)

-۳ (۲)

-۱ (۱)

(۷) چند عدد صحیح  $x$  وجود دارد به طوری که  $-2 \leq \sqrt{x} \leq 7$  باشد؟

۵۱ (۴)

۵۰ (۳)

۴۹ (۲)

۴۸ (۱)

(۸) اگر  $2 < \sqrt[3]{x} < 3$  به جای  $x$  چند عدد طبیعی می‌توان قرار داد؟

۲۱۳ (۴)

۲۱۲ (۳)

۲۱۱ (۲)

۲۱۰ (۱)

(۹) اگر  $x < 0$ ، آنگاه حاصل  $\sqrt[3]{3x} \sqrt{\frac{1}{9x^2}}$  همواره کدام است؟

$-\frac{1}{3x}$  (۴)

$\frac{1}{x}$  (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۱۰) اگر  $x$  برابر ریشه سوم ۶۴، مساوی با ریشه دوم ۸۱ باشد، ریشه دوم  $x$  کدام می تواند باشد؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $1/5$  (۳) ۲ (۴)  $2/25$

۱۱) اگر ریشه پنجم عدد  $x$  برابر  $\frac{3}{4}$  و ریشه سوم عدد  $y$  برابر  $\frac{4}{3}$  باشد، حاصل ضرب ریشه دوم مثبت عدد  $y$  در ریشه چهارم مثبت عدد  $x$  کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt[5]{3}$  (۲)  $\frac{4}{\sqrt[5]{3}}$  (۳)  $\frac{4}{\sqrt[5]{6}}$  (۴)  $4\sqrt[5]{27}$

۱۲) ریشه پنجم عدد ۷۵ به کدام عدد زیر نزدیکتر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۳) اگر  $0 < a < 1$  باشد، آنگاه حاصل عبارت  $A = |a - \sqrt{a}| + |-\sqrt{a} + \sqrt{a}|$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{a}$  (۲)  $\sqrt{a} - a$  (۳)  $a - \sqrt{a}$  (۴)  $2\sqrt{a} - \sqrt{a} - a$

۱۴) اگر  $0 < b < 1$  باشد، بین ریشه های سوم، چهارم و پنجم  $b$  کدام رابطه می تواند برقرار باشد؟

- (۱) ریشه پنجم  $b$  > ریشه چهارم  $b$  > ریشه سوم  $b$   
 (۲) ریشه سوم  $b$  > ریشه پنجم  $b$  > ریشه چهارم  $b$   
 (۳) ریشه چهارم  $b$  > ریشه سوم  $b$  > ریشه پنجم  $b$   
 (۴) ریشه پنجم  $b$  > ریشه سوم  $b$  > ریشه چهارم  $b$

۱۵) اگر  $-1 < a < 0$  و مقادیر  $-\sqrt{a^2}$ ،  $\frac{1}{a^3}$ ،  $a^2$ ،  $\sqrt{-a}$  و  $\sqrt{a}$  را روی محور اعداد نشان دهیم، سومین عدد از سمت چپ کدام است؟

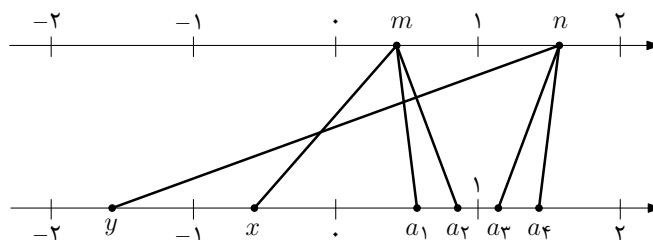
- (۱)  $\sqrt{-a}$  (۲)  $-\sqrt{a^2}$  (۳)  $a^2$  (۴)  $\sqrt{a}$

۱۶) در مقایسه دو عدد  $\sqrt[5]{0/125}$  و  $\sqrt[5]{0/25}$ ، کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

- (۱)  $\sqrt[5]{0/25} > \sqrt[5]{0/125}$  (۲)  $\sqrt[5]{0/25} < \sqrt[5]{0/125}$

(۳) نمی توان مشخص کرد که کدام بزرگتر است. (۴)  $\sqrt[5]{0/25} = \sqrt[5]{0/125}$

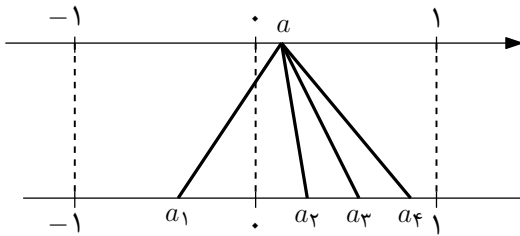
۱۷) در شکل مقابل، دو نقطه از محور بالا را به ریشه های دوم و سوم هر کدام از نقاط وصل می کنیم. مقادیر  $x$  و  $y$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



- (۱)  $-a_3, -a_2$  (۲)  $-a_4, -a_2$  (۳)  $-a_3, -a_1$  (۴)  $-a_4, -a_1$



۱۸) در شکل مقابل، نقطه‌ای  $a$  از محور بالا به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم خود وصل شده است. کدام نقطه ریشه‌ی چهارم نقطه‌ی  $a$  است؟



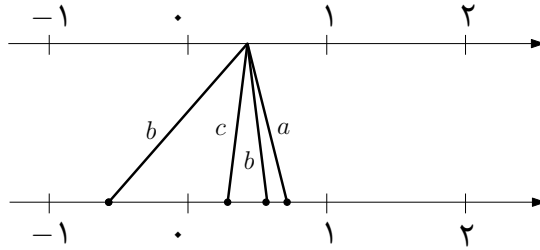
(۲)  $a_2$  و  $a_3$

(۱) فقط  $a_1$

(۴)  $a_1$  و  $a_2$

(۳) فقط  $a_3$

۱۹) در شکل مقابل، نقطه‌ای از محور بالا توسط خطوط  $a$  و  $c$  و خط شکسته‌ی  $b$  به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم خود در محور پایین وصل شده است. از راست به چپ به ترتیب کدام خط مربوط به ریشه‌ی سوم، ریشه‌ی چهارم و ریشه‌ی پنجم است؟



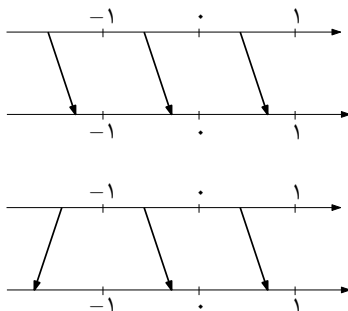
(۴)  $b, a, c$

(۳)  $a, b, c$

(۲)  $b, c, a$

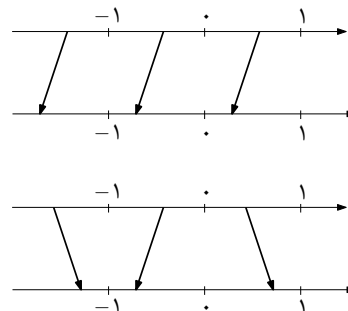
(۱)  $c, b, a$

۲۰) در کدام گزینه هر یک از اعداد روی محور بالا به درستی به عدد متناظر با ریشه‌ی سوم خود روی محور پایین وصل شده است؟



(۲)

(۴)



(۱)

(۳)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۳	۴	۴	۴	۲	۳	۴	۴	۳	۲	۲	۱	۳	۲	۲	۲	۳	۳	۱

(۱) اگر ریشه‌ی سوم عدد  $A$  برابر  $\frac{2}{3}$  باشد، ریشه‌ی دوم مثبت عدد  $A$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$  (۲)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  (۳)  $\frac{2\sqrt{6}}{9}$  (۴)  $\frac{\sqrt{6}}{9}$

(۲) اگر  $n$  عدد طبیعی و بزرگتر از ۱ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر، عبارتی همواره درست است؟

(۱)  $\sqrt[n]{a^n} = a$  (۲)  $\sqrt[n]{a^n} = |a|$  (۳)  $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$  (۴)  $(\sqrt[n]{a})^n = a$

(۳) اگر  $x = \sqrt{3} + \sqrt{5}$ ، حاصل  $x^4 - 16x^2$  کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) ۴

(۴) اگر جمله‌ی عمومی دنباله‌ی  $a_n$  به صورت  $a_n = n + \sqrt[3]{(-3)^n + 1}$  باشد، مجموع ۱۱ جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۳۳ (۳) ۳ (۴) -۳۳

(۵) اگر  $\alpha = \sqrt[3]{7\sqrt{3} + 12}$  و  $\beta = \sqrt[3]{7\sqrt{3} - 12}$ ، حاصل  $(\alpha^2 + \beta^2 + 4\alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha\beta)$  کدام است؟

(۱) ۷ (۲)  $7\sqrt{3}$  (۳)  $7\sqrt[3]{3}$  (۴) صفر

(۶) اگر  $x$  عددی منفی باشد، ساده شده‌ی کسر  $\frac{\sqrt[3]{x^5} \times \sqrt[3]{x^8}}{\sqrt[3]{3}}$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲)  $-x$  (۳)  $x$  (۴) -۱

(۷) تساوی  $\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n$  به ازای چه مقادیری از  $a$  و  $n$  برقرار نیست؟

(۱)  $a > 0, n$  زوج (۲)  $a < 0, n$  زوج (۳)  $a > 0, n$  فرد (۴)  $a < 0, n$  فرد

(۸) اگر  $a, b \geq 0$  و  $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ، کدام گزینه درست است؟

(۱)  $ab = 1$  (۲)  $a + b = 1$  (۳)  $a = 0$  یا  $b = 0$  (۴)  $0 < a, b < 1$

(۹) برای  $a, b \in \mathbb{R}$  و  $n > 1, k \in \mathbb{N}$  عبارت  $b^k = a^2$  را داریم، کدام درست است؟

(۱)  $b$  ریشه‌ی  $k$ -ام عدد  $a$  است.

(۲)  $a$  ریشه‌ی  $\frac{k}{2}$ -ام عدد  $b$  است.

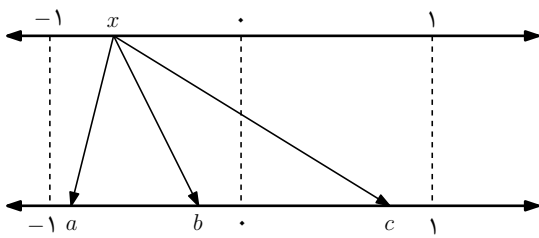
(۳)  $b$  ریشه‌ی  $\frac{2}{k}$ -ام عدد  $a$  است.

(۴)  $a$  ریشه‌ی دوم عدد  $b^k$  است.

(۱۰) اگر  $\sqrt[3]{\sqrt{8}} = 2\sqrt{3}(A+2)$  باشد، آنگاه  $A^2$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲)  $\frac{4}{25}$  (۳)  $\frac{9}{4}$  (۴)  $\frac{4}{3}$

۱۱) اگر  $x \in (-1, 0)$ ، با توجه به محورهای اعداد زیر، مقادیر  $a, b, c$  به ترتیب از راست به چپ کدام می‌توانند باشند؟



- ۱)  $\sqrt{x}, -\sqrt{-x}, x^3$
- ۲)  $\sqrt{x}, x^3, -\sqrt{-x}$
- ۳)  $-\sqrt{-x}, -x^3, \sqrt{x}$
- ۴)  $\sqrt{-x}, -x^4, \sqrt{x}$

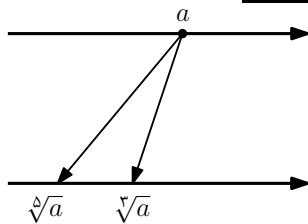
۱۲) چند تا از اعداد  $2\sqrt[3]{13}$  و  $3\sqrt[5]{7}$ ،  $3\sqrt[3]{2}$  از ۴ کوچکتر است؟

- ۱) یکی
- ۲) دو تا
- ۳) سه تا
- ۴) هیچ کدام

۱۳) تفاضل سه برابر ریشه‌ی چهارم مثبت ۲۵۶ از پنج برابر ریشه‌ی سوم ۲۷ چند برابر ریشه‌ی دوم مثبت ۱۶ است؟

- ۱)  $0/75$
- ۲)  $2/75$
- ۳)  $2/25$
- ۴)  $0/25$

۱۴) اگر ریشه‌های پنجم و سوم عدد  $a$  به صورت زیر روی محور نمایش داده شود، کدام گزینه قطعاً نادرست است؟



- ۱)  $a^4 > a^2$
- ۲)  $a^2 > a^4$
- ۳)  $a^3 > a^4$
- ۴) هیچ کدام

۱۵) عدد  $\sqrt{\sqrt{20} + 3\sqrt{30}}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- ۱) ۴, ۳
- ۲) ۵, ۴
- ۳) ۶, ۵
- ۴) ۷, ۶

۱۶) اگر  $0 < a < 1$  باشد، حاصل عبارت  $|\sqrt{a} - \sqrt[5]{a}| - |\sqrt{a} - \sqrt{a}| - |\sqrt[5]{a} - \sqrt{a}|$  کدام است؟

- ۱)  $2\sqrt[5]{a}$
- ۲)  $\sqrt{a} - \sqrt{a}$
- ۳)  $2\sqrt[5]{a} - 2\sqrt{a}$
- ۴) صفر

۱۷) کدام گزینه ریشه‌ی چهارم عدد ۲۵۶ است؟

- ۱) ریشه‌ی پنجم عدد ۵۱۲
- ۲) یکی از ریشه‌های دوم عدد ۳۶

- ۳) ریشه‌ی سوم عدد  $-64$
- ۴) ریشه‌ی سوم عدد ۸

۱۸) کدام گزینه در خصوص ریشه‌ی سوم اعداد درست نیست؟

- ۱) ریشه‌ی سوم هر عدد بین صفر و یک، از خود آن عدد بزرگتر است.
- ۲) ریشه‌ی سوم هر عدد بین صفر و منفی یک، از خود آن عدد کوچکتر است.
- ۳) ریشه‌ی سوم هر عدد بزرگتر از یک، از خود آن عدد بزرگتر است.
- ۴) ریشه‌ی سوم هر عدد کوچکتر از منفی یک، از خود آن عدد بزرگتر است.

۱۹) عدد  $3 - 3\sqrt{3}$  بین دو عدد صحیح متوالی  $a$  و  $b$  قرار دارد. بین دو عدد  $a^2$  و  $b^2$ ، چند عدد صحیح وجود دارد؟

۴ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۲۰) کدام گزینه همواره صحیح است؟

$-1 < a < 0 \implies a^7 > a^2$  (۲)

$0 < a < 1 \implies a^5 > a^3$  (۱)

$a < -1 \implies a^7 > a^4$  (۴)

$a < -1$  و  $a > 1 \implies a^5 > a^3$  (۳)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۴	۳	۳	۴	۲	۳	۱	۲	۴	۱	۴	۳	۲	۲	۴	۳	۳	۴	۳

# ۱۱.۸ خودآزمایی شماره ۱۱ (توان‌های گویا)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) اگر ریشه‌ی دوم  $x$  را به توان ۳ برسانیم، عدد حاصل ۸ برابر ریشه‌ی چهارم  $x^2$  می‌شود. ریشه‌ی سوم  $x$  کدام است؟ ( $x > 0$ )

- (۱) ۲      (۲)  $2\sqrt{2}$       (۳)  $\sqrt[3]{4}$       (۴) ۴

(۲) حاصل عبارت  $\sqrt{x^n} \sqrt{x^n}$  همواره کدام است؟ (عبارت تعریف شده است.)

- (۱)  $\sqrt{x}$       (۲)  $\sqrt[3]{x^n}$       (۳)  $\sqrt{x^n}$       (۴)  $\sqrt[3]{x^{2n}}$

(۳) حاصل عبارت  $A = \sqrt[5]{8} \times (\sqrt[4]{4} \times \sqrt[7]{8})^{\frac{2}{3}}$  به صورت توان گویا کدام است؟

- (۱)  $2^{\frac{12}{35}}$       (۲)  $2^{\frac{128}{105}}$       (۳)  $2^{\frac{1}{7}}$       (۴)  $2^{\frac{17}{31}}$

(۴) اگر ساده شده‌ی عبارت  $\frac{\sqrt{9} \times 3^2}{\sqrt{27} \times 81}$  را به صورت یک عدد تواندار با پایه‌ی ۳ بنویسیم، توان این عدد چند است؟

- (۱)  $-\frac{17}{6}$       (۲)  $\frac{17}{6}$       (۳)  $\frac{15}{7}$       (۴)  $-\frac{15}{7}$

(۵) عبارت  $\sqrt[4]{6^{\frac{1}{15}}}$  با کدام یک از گزینه‌های زیر برابر است؟

- (۱)  $\sqrt[5]{\sqrt[3]{36}}$       (۲)  $\sqrt[4]{\sqrt[3]{6}}$       (۳)  $\sqrt[5]{\sqrt[4]{\sqrt[3]{6^3}}}$       (۴)  $\sqrt[3]{\sqrt[5]{\sqrt[3]{36}}}$

(۶) به ازای کدام مقدار  $k$  عبارت  $\sqrt[2]{a^k} \sqrt[4]{a^4}$  برابر  $a$  خواهد شد؟

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۵

(۷) حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{36} \sqrt[4]{4} + (\sqrt[4]{64})^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[12]{(46)^{\frac{1}{3}}}}$  کدام است؟

- (۱) ۲۷      (۲)  $27 + \sqrt[4]{4}$       (۳) ۲۸      (۴) ۳

(۸) حاصل عبارت  $3\sqrt[3]{24} - 3\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{81}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt[3]{3}$       (۲) ۱      (۳)  $-\sqrt[3]{3}$       (۴) صفر

(۹) حاصل عبارت  $A = \frac{(512)^{-\frac{1}{4}} + (\frac{8}{27})^{-\frac{2}{3}}}{(\frac{625}{256})^{0/25}}$  کدام است؟

- (۱)  $2/2$       (۲)  $2/6$       (۳)  $2/4$       (۴)  $1/2$

۱۰ حاصل عبارت  $A = \frac{(\sqrt[5]{27})^{\frac{1}{3}} + \sqrt[15]{\sqrt{27}}}{(\sqrt[3]{3})^{\frac{3}{10}}}$  کدام است؟

۳<sup>۰/۱</sup> (۴)

۲<sup>۲/۴</sup> + ۱ (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

۱۱ حاصل عبارت  $A = \sqrt[5]{\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{-5}} - \sqrt{\left(\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}\right)^2}$  کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{4}{3}$  (۳)

۲ (۲)

$\frac{3}{4}$  (۱)

۱۲ حاصل عبارت  $\underbrace{4 \times \sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2^n}}}}}_{n \text{ تا}}$  به ازای  $n = 4$  کدام است؟

$4\sqrt[4]{2}$  (۴)

$4\sqrt{2}$  (۳)

۲ (۲)

$\sqrt[4]{8}$  (۱)

۱۳ حاصل عبارت  $\frac{\sqrt[4]{\sqrt[5]{4^3}} \times \sqrt[5]{\sqrt[4]{9^6}}}{\sqrt[4]{\sqrt[5]{3^3}}}$  کدام است؟

$\sqrt[10]{\frac{9}{2}}$  (۴)

$\sqrt[10]{\frac{3}{4}}$  (۳)

$2\sqrt[10]{\frac{9}{4}}$  (۲)

$2\sqrt[10]{\frac{81}{16}}$  (۱)

۱۴ چه تعداد از عبارت‌های زیر نا درست هستند؟

$\sqrt[2]{0/0} \cdot 27 = \sqrt[2]{0/0} \cdot 81$  •

$(\sqrt{-2})^4 = \sqrt{(-2)^4}$  •

$\sqrt[4]{(-5)^4}$  •

$\sqrt{-3} \times \sqrt{-9} \times \sqrt[4]{(-3)^4} = 9$  •

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۵ اگر  $x$  عددی مثبت باشد، مقدار  $x$  در معادله‌ی  $\sqrt{x}\sqrt{x^2}$  کدام است؟

$\sqrt[3]{64}$  (۴)

$\sqrt[3]{64}$  (۳)

$\sqrt[3]{32}$  (۲)

$\sqrt[3]{32}$  (۱)

۱۶ حاصل  $(\frac{1}{16})^{-0/75} - (0/25)^{-0/5}$  برابر کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۱۷ کدام گزینه برابر با کسر  $A = \frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt[5]{54}} + \sqrt[3]{250}}$  است؟

$\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$  (۴)

$\frac{\sqrt[3]{2}}{4}$  (۳)

$\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt[3]{2}}{4}$  (۱)

(۱۸) اگر  $2^x = \sqrt{6}$  و  $3^y = \sqrt{2}$  باشد، حاصل  $A = \frac{3 \cdot 2^x}{(2 \cdot 3)^y + 1}$  چه مضربی از  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  است؟

۳ (۴)

$\frac{1}{27}$  (۳)

$\frac{1}{9}$  (۲)

$\frac{1}{81}$  (۱)

(۱۹) به ازای چه مقدار  $a$ ، رابطه‌ی  $\left(\frac{4^a}{2\sqrt{8}}\right)^2 = 2\sqrt{288}$  برقرار است؟

$8\sqrt{2}$  (۴)

$4\sqrt{2}$  (۳)

$3\sqrt{2}$  (۲)

$2\sqrt{2}$  (۱)

(۲۰) اگر  $x > 0$  و  $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} = 4$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

۲۵۶ (۴)

۶۴ (۳)

۱۶ (۲)

۴ (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۳	۲	۱	۲	۴	۲	۳	۴	۱	۲	۱	۴	۳	۱	۱	۱	۲	۳	۱





(۱۱) ساده شده‌ی عبارت  $A = \frac{xy^2 + y^2 + y + 1 - x}{y^2 + y + 1}$  کدام است؟

- $y - x$  (۴)       $xy - x + 1$  (۳)       $y^2 - x$  (۲)       $x^2 - 1$  (۱)

(۱۲) در تجزیه‌ی عبارت  $x^4 + x^2 + 1$  کدام عامل وجود دارد؟

- $x^2 + x$  (۴)       $x^2 + 1$  (۳)       $x^2 + x - 1$  (۲)       $x^2 - x + 1$  (۱)

(۱۳) در تجزیه‌ی عبارت  $3a^2b - 12ab^2 + a^3 - 8b^3$  کدام عامل ضرب وجود دارد؟

- $3a - b$  (۴)       $3a + 2b$  (۳)       $a + 2b$  (۲)       $a - 2b$  (۱)

(۱۴) حاصل عبارت  $x = -2\sqrt{2}$  به ازای  $\frac{x^6 + 1}{x^5 - x^3 + x}$  کدام است؟

- $-\frac{9}{4}\sqrt{2}$  (۴)       $-9\sqrt{2}$  (۳)       $-\frac{9\sqrt{2}}{4}$  (۲)       $-12$  (۱)

(۱۵) با فرض  $x = 2 + \sqrt{3}$ ، حاصل  $x + \frac{1}{x}$  کدام است؟

- $4\sqrt{3}$  (۴)       $4$  (۳)       $2$  (۲)       $2 - \sqrt{3}$  (۱)

(۱۶) اگر گویا شده‌ی کسر  $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  به صورت  $\frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(9 + 3\sqrt{4} + (\sqrt{4})^2)}{x}$  باشد،  $x$  کدام است؟

- $23$  (۴)       $25$  (۳)       $21$  (۲)       $27$  (۱)

(۱۷) حاصل عبارت  $\frac{5 - 2\sqrt{6}}{9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}}$  کدام است؟

- $\sqrt{3} + \sqrt{2}$  (۴)       $\sqrt{6} + 1$  (۳)       $\sqrt{6} - 1$  (۲)       $\sqrt{3} - \sqrt{2}$  (۱)

(۱۸) حاصل عبارت  $A = \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{3}{5}\sqrt{25} - 2\sqrt{25}$  کدام است؟

- $2\sqrt{25}$  (۴)       $-3\sqrt{25}$  (۳)       $-\sqrt{5}$  (۲)       $-\sqrt{25}$  (۱)

(۱۹) حاصل عبارت  $(2\sqrt{2} + \sqrt{6} + \frac{5\sqrt{6} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{3} + 1})^{-1}$  کدام است؟

- $\frac{\sqrt{3}}{8}$  (۴)       $\frac{\sqrt{3}}{16}$  (۳)       $\frac{\sqrt{2}}{8}$  (۲)       $\frac{\sqrt{2}}{16}$  (۱)

(۲۰) ساده شده‌ی عبارت  $\left| \frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \right|$  کدام است؟

- $-2\sqrt{5}$  (۴)       $2\sqrt{5}$  (۳)       $\sqrt{5}$  (۲)       $-\sqrt{5}$  (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۱	۱	۴	۴	۳	۲	۱	۱	۳	۴	۱	۲	۳	۴	۴	۱	۴	۲	۳

(۱) حاصل عبارت  $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2+\sqrt{3}})$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲) ۲ (۳)  $1+\sqrt{3}$  (۴)  $2\sqrt{3}$

(۲) در تساوی  $\frac{1}{\sqrt{x}-2}+\frac{2}{\sqrt{x}+2}+\frac{3}{x-4}=\frac{A}{x-4}$ ، عبارت  $A$  کدام است؟

- (۱)  $3\sqrt{x}-1$  (۲)  $3\sqrt{x}+1$  (۳)  $3\sqrt{x}$  (۴)  $3\sqrt{x}+2$

(۳) حاصل  $\sqrt[3]{1-\sqrt{2}}\times\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}}$  کدام است؟

- (۱)  $-\sqrt{2}$  (۲)  $-1$  (۳) ۱ (۴)  $\sqrt{2}$

(۴) اگر  $x+y=3k$  و  $xy=k^2$  باشد،  $x^2+y^2$  همواره کدام است؟

- (۱)  $18k^2$  (۲)  $27k^2$  (۳)  $18k^2+9k$  (۴)  $9k^2$

(۵) مقدار  $\sqrt{7-4\sqrt{3}}-2\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{27}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $-2\sqrt{3}(2+\sqrt{3})$  (۳)  $4\sqrt{3}+6$  (۴)  $-2$

سراسری انسانی خارج از کشور ۹۴

(۶) حاصل عبارت  $\frac{2}{x^2}\left(1+\frac{2}{x^2-1}\right)-\left(1-\frac{2}{x^2+x}\right)$  (در صورت تعریف شدن) کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{x^2}$  (۲) ۱ (۳)  $1+\frac{1}{x^2}$  (۴) صفر

(۷) حاصل ساده شده عبارت  $(\sqrt{3}+1)^{\frac{2}{3}}(\sqrt[3]{2(2-\sqrt{3})})$  کدام است؟

- (۱)  $2^{\frac{1}{3}}$  (۲)  $2^{\frac{2}{3}}$  (۳)  $2^{\frac{1}{6}}$  (۴)  $2^{\frac{2}{6}}$

(۸) اگر  $a=\sqrt{4-\sqrt{15}}$  و  $b=\sqrt{4+\sqrt{15}}$  باشد، حاصل  $\frac{a-b}{a+b}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{\sqrt{15}}$  (۲)  $-\frac{\sqrt{15}}{3}$  (۳)  $-\frac{\sqrt{15}}{5}$  (۴)  $-\frac{2\sqrt{15}}{5}$

(۹) حاصل عبارت  $x^2-3\sqrt{3}x^2+9x-3\sqrt{3}$  به ازای  $x=\sqrt{3}+2$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲)  $8+\sqrt{3}$  (۳)  $8+3\sqrt{3}$  (۴) ۱۱

(۱۰) در تجزیه‌ی عبارت  $1-(\sqrt[5]{x^4})^3$  کدام عبارت وجود ندارد؟

- (۱)  $\sqrt[5]{x^2}-1$  (۲)  $\sqrt[5]{x^2}-\sqrt[5]{x^4}+1$  (۳)  $\sqrt[5]{x^2}+1$  (۴)  $\sqrt[5]{x^4}+\sqrt[5]{x^2}+1$

۱۱) مستطیلی دارای مساحت  $8x^2 - 1$  و عرض  $2x - 1$  است، محیط آن به چه صورت است؟  $(x > \frac{1}{2})$

- (۱)  $8x^2 + 8x$  (۲)  $4x^2 + 2x + 1$  (۳)  $4x^2 + 4x$  (۴)  $8x^2 + 4x + 2$

۱۲) کدام گزینه یکی از عوامل در تجزیه عبارت  $A = x^2 + y^2 + 3xy - 1$  است؟

- (۱)  $x - y - 1$  (۲)  $x - y + 1$  (۳)  $x + y + 1$  (۴)  $x + y - 1$

۱۳) در تجزیه عبارت  $x^2 - 2xy + x^2y - 2y^2$  کدام عامل وجود دارد؟

- (۱)  $x^2 + 2y$  (۲)  $x - y$  (۳)  $x^2 - 2y$  (۴)  $2x + y^2$

۱۴) اگر  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$  باشد، حاصل عبارت  $A = \sqrt{\frac{5 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{8 \cos \alpha - 2 \sin \alpha}}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$  (۲)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$  (۳)  $-\frac{\sqrt{2}}{10}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{10}$

۱۵) اگر  $A = \sqrt{5 - \sqrt{2}}$  باشد، حاصل عبارت  $B = \frac{1}{\sqrt{5} - A} + \frac{1}{A + \sqrt{5}}$  چند برابر  $\sqrt{5}$  است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۶) خلاصه شده عبارت  $(\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \sqrt{9} - \sqrt{6})^{1/5}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲) ۲ (۳)  $\sqrt[3]{2}$  (۴)  $\sqrt[5]{2}$

۱۷) حاصل  $\frac{1}{3\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{3}}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3} - 1$  (۲)  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$  (۳)  $\sqrt{3} + 1$  (۴)  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

۱۸) حاصل عبارت  $2\sqrt{5} - 2 \times (8 + 2\sqrt{15})^{\frac{\sqrt{5}+2}{4}} \times (\sqrt{5} - \sqrt{3})^{\frac{1}{\sqrt{5}-2}}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $2\sqrt{5}$  (۳)  $4\sqrt{5}$  (۴) ۱۶

۱۹) اگر  $x + 1 = \sqrt{2}$  باشد، آنگاه حاصل  $A = \sqrt{\frac{x^4 + 1}{x^2}}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{6}$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳)  $2\sqrt{2} - 1$  (۴)  $3 + \sqrt{2}$

۲۰) ساده شده کسر  $A = \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$  کدام است؟

- (۱)  $1 + \sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{2} - 1$  (۳)  $1 + \sqrt[3]{2}$  (۴)  $1 - \sqrt[3]{2}$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۱	۳	۲	۲	۱	۴	۳	۴	۱	۲	۱	۳	۲	۲	۴	۱	۳	۲	۴

# ۱۴.۸ خودآزمایی شماره ۱۴ (معادله‌ی درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

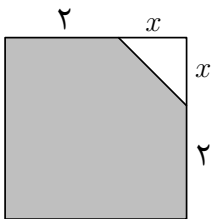
(۱) می‌خواهیم یک تابلوی نقاشی ۱۸ سانتی‌متر در ۲۴ سانتی‌متر را در یک قاب چوبی جای دهیم به طوری که درازای آن به طور قائم قرار گیرد. پهنای کناره‌های قاب در بالا و پایین دو برابر پهنای کناره‌های آن در دو طرف چپ و راست است. اگر مساحت کناره‌های قاب با مساحت تابلوی نقاشی برابر باشد، آنگاه نسبت عرض قاب به طول آن کدام است؟

$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

$\frac{2}{4}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)



(۲) در مربع روبه‌رو، مساحت سطح رنگ شده ۲۸ واحد مربع است.  $x$  چند واحد است؟

۳ (۲)

۴ (۱)

۱ (۴)

۲ (۳)

(۳) نردبانی به طول ۱۳ متر را طوری به دیوار یک ساختمان تکیه داده‌ایم که فاصله‌ی پای نردبان تا دیوار ۷ متر کمتر از سر نردبان تا زمین است، فاصله‌ی سر نردبان تا زمین چقدر است؟

۱۵ (۴)

۸ (۳)

۱۲ (۲)

۵ (۱)

(۴) حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی  $(x+2)(x+1) + (x-2)(-2x+1) = 0$  کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(۵) اگر یکی از ریشه‌های معادله‌ی  $(a-1)x^2 - 2ax + 4 = 0$  برابر ۱ باشد، ریشه‌ی دیگر آن کدام است؟

$-\frac{3}{2}$  (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

(۶) اختلاف سن دو برادر با یکدیگر ۷ سال است. اگر پنج سال دیگر حاصل ضرب سن آنها ۱۴۴ شود، سن برادر کوچکتر کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۱ (۳)

۹ (۲)

۴ (۱)

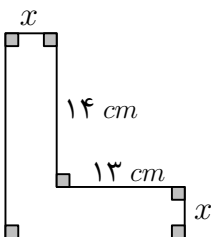
(۷) یک عکس به ابعاد ۱۰ در ۱۵ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۳۰۰ سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصله‌ی همه‌ی لبه‌های عکس تا قاب برابر باشد، محیط این قاب عکس چقدر است؟

۹۰ (۴)

۱۴۰ (۳)

۳۵ (۲)

۷۰ (۱)



(۸) اگر مساحت شکل روبه‌رو ۱۶۰ سانتی‌متر مربع باشد،  $x$  چند سانتی‌متر است؟

۵ (۲)

۴ (۱)

۷ (۴)

۶ (۳)

(۹) محیط و مساحت یک مستطیل به ترتیب ۵۴ متر و ۱۸۰ متر مربع است، طول مستطیل چقدر از عرض آن بیشتر است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۰ حاصل ضرب سه عدد زوج طبیعی متوالی،  $2^0$  برابر مجموع آن سه عدد است. در این صورت مجموع آن سه عدد کدام است؟

- ۲۴ (۱)      ۱۲ (۲)      ۴۸ (۳)      ۹۶ (۴)

۱۱ مجموع ریشه‌های معادله  $(x-1)^2 = (\sqrt{2}-1)^2$  کدام است؟

- ۲ (۱)      ۲ (۲)       $2-2\sqrt{2}$  (۳)       $2\sqrt{2}$  (۴)

۱۲ مجموع جواب‌های معادله  $(x+2)^2 = (3x-1)^2$  کدام است؟

- $\frac{1}{4}$  (۱)       $\frac{3}{5}$  (۲)       $\frac{5}{4}$  (۳)       $\frac{7}{4}$  (۴)

۱۳ معادله درجه‌ی دوم  $2x^2 - 8x - 1 = 0$  پس از مربع کامل کردن به صورت  $a(x-x_0)^2 + y_0 = 0$  در آمده است، حاصل  $x_0 + y_0$  چقدر است؟

- ۷ (۱)      -۱۱ (۲)      ۱۱ (۳)      -۷ (۴)

۱۴ به ازای کدام مقادیر  $m$ ، معادله درجه‌ی دوم  $3x^2 + mx - 3 = 0$  دو جواب حقیقی و متمایز دارد؟

- هر مقدار  $m$  (۱)      هیچ مقدار  $m$  (۲)      فقط  $m = \pm 6$  (۳)       $m > 6$  (۴)

۱۵ ریشه‌های معادله  $x^2 + 2\sqrt{5}x + 5 = 0$ :

- گویا و برابرند. (۱)      گنگ و برابرند. (۲)      گویا و نابرابرند. (۳)      گنگ و نابرابرند. (۴)

۱۶ در معادله درجه‌ی دوم  $x^2 + bx + c = 0$  با شرط  $b = c + 1$ ، یکی از ریشه‌های آن به کدام صورت زیر است؟

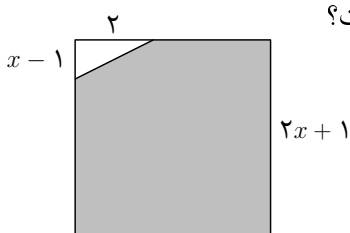
- $-c$  (۱)       $2b - 1$  (۲)       $\frac{b}{3}$  (۳)       $c$  (۴)

۱۷ اگر ضرایب عددی  $a$ ،  $b$  و  $c$  از معادله درجه‌ی دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  به ترتیب جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، آنگاه این معادله:

(۱) ریشه‌ی مضاعف دارد.      (۲) ریشه‌ی حقیقی ندارد.

(۳) دو ریشه‌ی متمایز مثبت دارد.      (۴) دو ریشه‌ی متمایز منفی دارد.

۱۸ اگر مساحت قسمت رنگی از مربع روبه‌رو برابر ۲۴ سانتی متر مربع باشد،  $x$  چند سانتی متر است؟



- $\frac{3}{4}$  (۱)       $\frac{11}{4}$  (۲)

- ۳ (۳)      ۲ (۴)

۱۹ اگر یکی از جواب‌های معادله  $(m-1)x^2 - x - (m^2+1) = 0$  برابر -۲ باشد، جواب دیگر این معادله کدام است؟

- ۲ (۱)       $\frac{5}{2}$  (۲)       $-\frac{3}{2}$  (۳)      ۱ (۴)

۲۰) اگر  $x = 2$  یکی از ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 2ax + 1 = 0$  باشد، تعداد ریشه‌های معادله‌ی  $4x^2 - 3x + 5a = 0$  کدام است؟

۴) نمی‌توان مشخص کرد.

۳) صفر

۲) ۱

۱) ۲

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۲	۴	۲	۱	۲	۱	۴	۳	۲	۱	۲	۲	۱	۱	۲	۱	۲	۱	۱

(۱) محور تقارن نمودار منحنی  $y = x^2 - 4x + a^2$  را در کدام نقطه قطع می‌کند؟

- (۱)  $(-2, 6)$  (۲)  $(-2, 0)$  (۳)  $(2, -2)$  (۴)  $(2, 2)$

(۲) تابع  $f(x) = (ax - 2b)(ax + b)$  که در آن  $a \neq 0$  است را در نظر بگیرید. کمترین عرض نمودار این تابع همواره کدام است؟

- (۱)  $\frac{9b^2}{4}$  (۲)  $-\frac{9b^2}{4}$  (۳)  $\frac{3b}{2}$  (۴)  $-\frac{3b}{2}$

(۳) اگر پایین‌ترین نقطه سهمی  $y = mx^2 - 4x + 5$  بر بالاترین نقطه سهمی  $y = (m - 4)x^2 + 4x + 1$  منطبق باشد، معادله محور تقارن این دو سهمی کدام است؟

- (۱)  $x = -2$  (۲)  $x = -1$  (۳)  $x = 1$  (۴)  $x = 2$

(۴) در رابطه‌ی  $f = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, 12x = 3x^2 + 2y + 20\}$  بیشترین مقدار مؤلفه‌ی دوم زوج‌های مرتب کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۸- (۳) ۴ (۴) -۴

(۵) اگر پایین‌ترین نقطه نمودار تابع  $y = x^2 + ax + 2$  روی نیمساز ناحیه‌ی دوم و چهارم باشد، مقدار مثبت  $a$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۶

(۶) رأس سهمی  $f(x) = ax^2 + bx + c$  نقطه‌ی  $S = (1, 3)$  می‌باشد. اگر این سهمی از نقطه‌ی  $(3, 4)$  بگذرد،  $f(\sqrt{2} + 1)$  کدام است؟

- (۱)  $3/5$  (۲)  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $3\sqrt{2}$

(۷) اگر یک سهمی از نقاط  $A(1, 3)$  و  $B(3, 3)$  بگذرد و رأس آن روی خط  $y = -x$  قرار داشته باشد، رأس این سهمی با رأس کدام یک از سهمی‌های زیر یکسان است؟

- (۱)  $y = x^2 + 4x + 6$  (۲)  $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$  (۳)  $y = \frac{3}{4}x^2 - 6x + 4$  (۴)  $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 3$

(۸) محور تقارن سهمی  $y = -2x^2 + 5x - 1$  به معادله‌ی  $x - 2y = 1$  در نقطه‌ای به عرض  $\frac{11}{8}$  قطع می‌کند،  $a$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۳

(۹) خط به معادله‌ی  $y = 4$  محور تقارن نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x^2 + 2x + k$  را در نقطه‌ای واقع بر نمودار تابع قطع می‌کند،  $k$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۰) بیشترین مقدار تابع با ضابطه  $f(x) = ax^2 + 4x + 5$  برابر ۹ است، معادله‌ی محور تقارن این تابع کدام است؟

- $x = 1$  (۱)                       $x = 2$  (۲)                       $x = 3$  (۳)                       $x = 4$  (۴)

۱۱) اگر رأس نمودار سهمی با ضابطه  $y = mx^2 + 2x + 3$  بر خط  $y = 2$  واقع باشد و دهانه‌ی این سهمی به سمت پایین باز شود، آنگاه طول رأس سهمی کدام است؟

- $-1$  (۱)                       $1$  (۲)                       $2$  (۳)                       $4$  (۴) چنین سهمی‌ای وجود ندارد.

۱۲) اگر عرض پایین‌ترین نقطه‌ی سهمی  $y = (2k + 2)x^2 - 4x + k$  برابر صفر باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

- $2$  (۱)                       $\frac{1}{2}$  (۲)                       $1$  (۳)                       $-\frac{1}{2}$  (۴)

۱۳) اگر معادله‌ی محور تقارن سهمی به معادله‌ی  $y = -2x^2 + ax + b$  به صورت  $x = 1$  باشد و نمودار سهمی از نقطه‌ی  $(1, -1)$  بگذرد، حاصل  $a - b$  کدام است؟

- $-7$  (۱)                       $-1$  (۲)                       $7$  (۳)                       $1$  (۴)

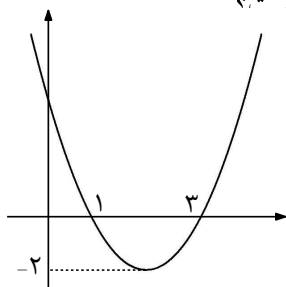
۱۴) نقطه‌ی  $(3, 4)$  رأس یک سهمی است که نمودار آن، پاره‌خطی به طول ۸ روی محور  $x$  ها جدا می‌کند. نمودار این منحنی محور  $y$  ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- $\frac{7}{4}$  (۱)                       $\frac{7}{2}$  (۲)                       $\frac{4}{3}$  (۳)                       $\frac{5}{3}$  (۴)

۱۵) اگر منحنی به معادله  $y = 2x^2 - 4x + m - 3$  محور  $x$  ها را در دو نقطه به طول‌های مثبت قطع کند، آنگاه مجموعه مقادیر  $m$  به کدام صورت است؟

- $m > 3$  (۱)                       $3 < m < 4$  (۲)                       $3 < m < 5$  (۳)                       $4 < m < 5$  (۴)

۱۶) اگر نمودار روبه‌رو، مربوط به سهمی به معادله‌ی  $y = ax^2 + bx + c$  باشد، آنگاه مقدار  $a$  کدام است؟



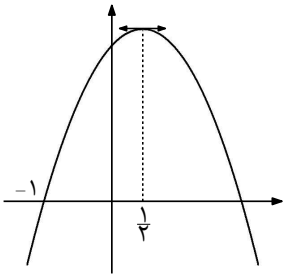
- $-1$  (۱)                       $2$  (۲)                       $3$  (۳)                       $4$  (۴)

۱۷) اگر نمودار سهمی  $y = (m - 3)x^2 - 2x + 1$  همواره بالای محور  $x$  ها باشد، حدود  $m$  کدام است؟

- $m < 4$  (۱)                       $m > 4$  (۲)                       $m > 3$  (۳)                       $m < 3$  (۴)



۱۸) سهمی  $y = mx^2 - \frac{x}{m} + n$  به صورت زیر می‌باشد،  $m + n$  کدام است؟



(۲) -۱

(۱) -۳

(۴) ۳

(۳) ۱

۱۹) نمودار سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  محور  $x$  ها را در نقاطی با طول‌های  $-۱$  و  $۳$  و محور  $y$  ها را در نقطه‌ای با عرض  $۶$  قطع می‌کند. فاصله‌ی رأس سهمی از محور  $x$  ها کدام است؟

(۴) ۱۴

(۳) ۱۲

(۲) ۱۰

(۱) ۸

۲۰) یک سهمی محور  $x$  ها را در نقطه‌های  $x = ۵$  و  $x = -۲$  قطع می‌کند و عرض رأس این سهمی  $-\frac{۴۹}{۳}$  است. اگر سهمی محور  $y$  ها را در نقطه‌ی  $y$  قطع کند،  $y$  کدام است؟

(۴) -۵

(۳) -۲۰

(۲) -۱۰

(۱) -۴۰

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۱	۳	۲	۲	۳	۱	۳	۳	۴	۲	۴	۲	۳	۱	۳	۴	۳	۲	۳

(۱) اگر بازه‌ی  $(-\frac{1}{4}, \frac{3}{5})$  بزرگترین بازه‌ای باشد که عبارت  $D = (ax + b)(cx + d)$  در آن بازه مثبت است، حاصل  $\frac{ad}{bc}$  کدام می‌تواند باشد؟ ( $ac < 0$ )

- (۱)  $\frac{6}{5}$  (۲)  $-\frac{3}{10}$  (۳)  $\frac{3}{10}$  (۴)  $-\frac{6}{5}$

(۲) عبارت  $A = \frac{x^2(x-7)}{3x-87}$  به ازای چه تعداد از اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۰۱، مثبت است؟

- (۱) ۷۶ (۲) ۷۷ (۳) ۷۸ (۴) ۷۹

(۳) مجموعه مقادیر  $x$  کدام باشد تا عبارت  $P(x) = \frac{(x-2)^2(x+2)^2}{|x+2|}$  همواره منفی باشد؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید).

- (۱)  $(-\infty, 2)$  (۲)  $(-\infty, -2)$  (۳)  $(-\infty, 2) - \{-2\}$  (۴)  $(-\infty, 2] - \{-2\}$

(۴) اگر جدول تعیین علامت عبارت  $A = (x-1)((4-a)x+b)$  به صورت مقابل باشد، آنگاه حاصل  $a+b$  کدام است؟ ( $a \in \mathbb{Z}$ )

$x$		۱		$a-1$	
$A$	+	○	-	○	+

- (۱) ۱ (۲) ۳

- (۳) ۵ (۴) ۷

(۵) اگر برای تعیین علامت  $p(x)$  و  $q(x)$  به ترتیب از راست به چپ جداول زیر رسم شده باشند، آنگاه  $m \times n$  کدام است؟ ( $a, c > 0$  و  $q(x) = cx^2 + bx + a$ ،  $p(x) = ax^2 + bx + c$ )

$x$		۲		$n$	
$q(x)$	+	○	-	○	+

$x$		$\frac{1}{3}$		$m$	
$p(x)$	+	○	-	○	+

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۶ (۴)  $\frac{1}{6}$

(۶) در چندجمله‌ای  $p(x) = ax^2 + bx + c$ ، اگر  $\frac{\Delta}{4a}$  منفی باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) معادله‌ی  $p(x) = 0$  همواره ریشه‌ی حقیقی ندارد.  
 (۲) چندجمله‌ای  $p(x)$  همواره مثبت است.  
 (۳) چندجمله‌ای  $p(x)$  همواره منفی است.  
 (۴) علامت  $p(x)$  به علامت  $a$  وابسته است.

(۷) اگر  $m \in (a, b)$  باشد، منحنی درجه‌ی دوم به معادله‌ی  $f(x) = mx^2 - mx - 1$  همواره پایین محور  $x$  ها قرار می‌گیرد. بیشترین مقدار  $b-a$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸) عبارت  $P(x) = \frac{|3-x^2|(3+x)}{x^2+x+1}$  در کدام مجموعه‌ی زیر مثبت نیست؟

- (۱)  $(-\infty, -3]$  (۲)  $(-\infty, -3] \cup \{\pm\sqrt{3}\}$  (۳)  $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$  (۴)  $\emptyset$

۹) اگر  $A = \{x \mid x^2 - 1 < 3, x \in \mathbb{R}\}$ ,  $B = \{x \mid \frac{x+3}{4} < 1, x \in \mathbb{R}\}$  باشد، در این صورت مجموعه‌ی  $A \cap B$  کدام فاصله است؟

- (۱)  $(1, 2)$  (۲)  $(-2, 1)$  (۳)  $(0, 4)$  (۴)  $(-4, 4)$

۱۰) اگر عدد ۳ متعلق به بازه‌ی  $(a+1, 2a+5)$  باشد، حدود  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-4 < a < 2$  (۲)  $a > -4$  (۳)  $-1 < a < 2$  (۴)  $a < 2$

۱۱) چند عدد صحیح منفی در نامعادله‌ی  $\frac{1+x}{3} < -2 - \frac{x}{4}$  صدق می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) بی‌شمار

۱۲) مجموعه جواب نامعادله‌ی  $\frac{1}{x-2} < \frac{1}{x-3}$  کدام است؟

- (۱)  $(2, 3)$  (۲)  $\mathbb{R} - [2, 3]$  (۳)  $[2, 3)$  (۴)  $\mathbb{R} - (2, 3)$

۱۳) مجموعه جواب نامعادله‌ی  $\frac{-x^2+3x+10}{x^2-1} > 0$  کدام است؟

- (۱)  $(-2, 1)$  (۲)  $(-5, +\infty)$  (۳)  $(-\infty, -2) \cup (1, 5)$  (۴)  $(-\infty, 5)$

۱۴) مجموعه جواب نامعادله‌ی  $\frac{x^2+2x}{x-1} \geq 8$  کدام است؟

- (۱)  $(1, 2) \cup [4, +\infty)$  (۲)  $(1, 2) \cup (4, +\infty)$  (۳)  $(1, 2) \cup [6, +\infty)$  (۴)  $(1, 2) \cup [4, +\infty)$

۱۵) تعداد ضربان قلب یک ورزشکار، پس از  $x$  دقیقه تمرین سنگین از رابطه‌ی  $f(x) = 2x^2 - 20x + 72$  به دست می‌آید. در چه زمان‌هایی پس از یک تمرین سنگین، تعداد ضربان قلب از ۱۲۰ بیشتر است؟

- (۱)  $x > 6$  (۲)  $x > 6$  یا  $0 < x < 4$  (۳)  $x > 12$  (۴)  $6 < x < 12$

۱۶) مجموعه جواب نامعادله‌ی  $\left| \frac{x-1}{2} - 2 \right| \geq 2$  کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, -1) \cup [9, +\infty)$  (۲)  $[1, 9]$  (۳)  $[-1, 9]$  (۴)  $(-\infty, 1) \cup [9, +\infty)$

۱۷) اگر  $x \geq 3$  باشد، مجموعه جواب‌های نامعادله‌ی  $x^2 - 2|3-x| \leq 21$  کدام است؟

- (۱)  $3 \leq x \leq 4$  (۲)  $3 \leq x \leq 5$  (۳)  $3 \leq x \leq \frac{7}{3}$  (۴)  $x \geq 5$

۱۸) مجموعه جواب نامعادله‌ی  $\left| \frac{2x-3}{x+2} \right| \leq 2$  به صورت  $[a, +\infty)$  است،  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{7}{8}$

۱۹) مجموعه جواب نامعادله  $\frac{2x(x-1)^2(x-2)^2}{|x+1|} > 0$  کدام است؟

(۱)  $[2, +\infty)$  (۲)  $((-\infty, 0] \cup [2, +\infty)) - \{-1\}$

(۳)  $((-\infty, 0) \cup (2, +\infty)) - \{-1\}$  (۴)  $\{-1\} \cup (2, +\infty)$

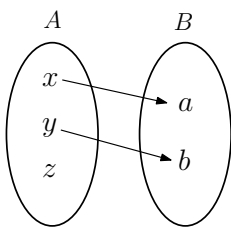
سراسری تجربی ۹۲

۲۰) مجموعه جواب نامعادله  $|\frac{x-2}{2x+1}| > 1$ ، به صورت کدام بازه‌ها است؟

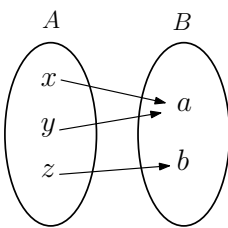
(۱)  $(-3, -\frac{1}{3}) \cup (-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$  (۲)  $(-2, -\frac{1}{3}) \cup (-\frac{1}{3}, 1)$  (۳)  $(-3, -\frac{1}{3})$  (۴)  $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۳	۱	۲	۴	۳	۴	۳	۲	۲	۳	۲	۲	۴	۴	۲	۱	۳	۲	۴

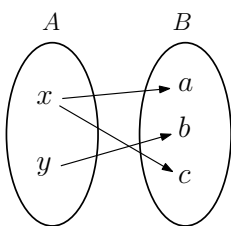
(۱) هر یک از شکل های زیر، یک رابطه از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$  را با نمودار پیکانی نمایش می دهند. کدام یک از گزینه های زیر، نمودار یک تابع از مجموعه  $A$  به  $B$  هستند؟



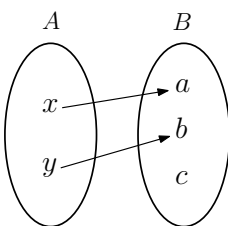
(شکل ۱)



(شکل ۲)



(شکل ۳)



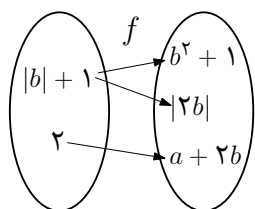
(شکل ۴)

(۱) شکل ۱، شکل ۳ و شکل ۴

(۲) شکل ۱، شکل ۲ و شکل ۴

(۳) شکل ۲ و شکل ۴

(۴) شکل ۲ و شکل ۳



(۲) اگر نمودار روبه رو مربوط به تابع  $f$  باشد، مقدار  $a + b$  کدام می تواند باشد؟

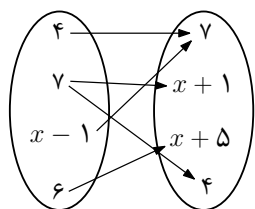
(۱) ۳ یا ۱

(۲) ۳ یا ۲

(۳) فقط ۳

(۴) فقط ۱

(۳) اگر نمودار پیکانی زیر نشان دهنده ی یک تابع باشد، کوچکترین مؤلفه ی اول چند واحد با بزرگترین مؤلفه ی دوم اختلاف دارد؟



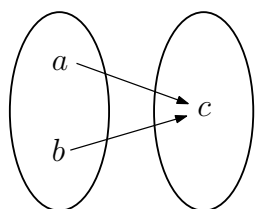
(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۹

(۴) ۶

(۴) اگر نمودار پیکانی تابع  $\{(x, 2x - 15), (3, x(x - 6))\}$  به صورت مقابل باشد، مقدار  $x$  کدام است؟ ( $a \neq b$ )



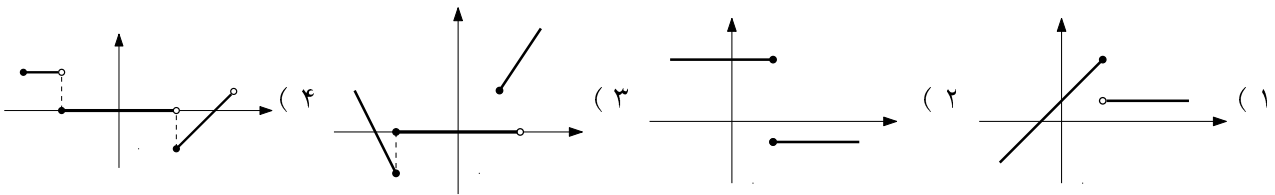
(۱) ۳

(۲) -۳

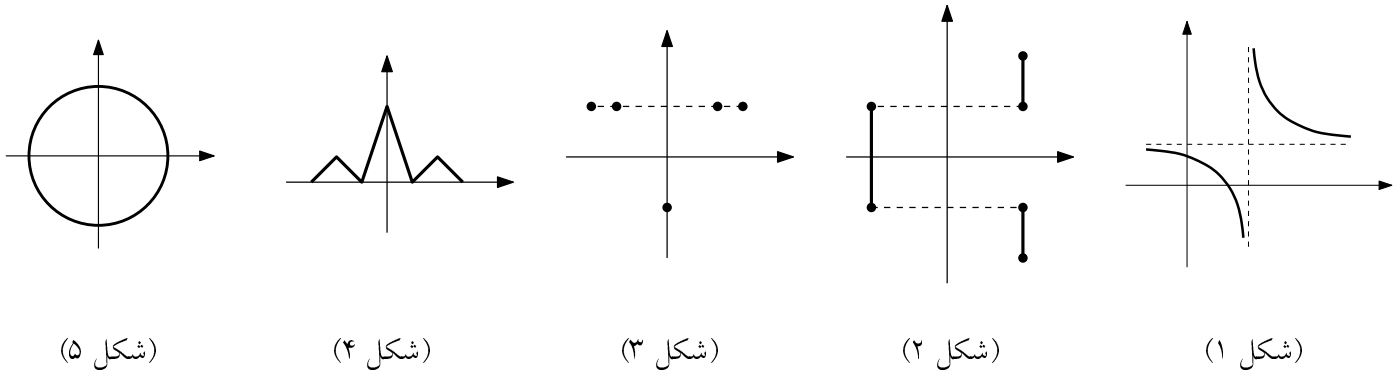
(۳) ۵

(۴) -۵

(۵) کدام یک از شکل‌های زیر مربوط به یک تابع است؟



(۶) چه تعداد از نمودارهای زیر نشان دهنده‌ی یک تابع هستند؟



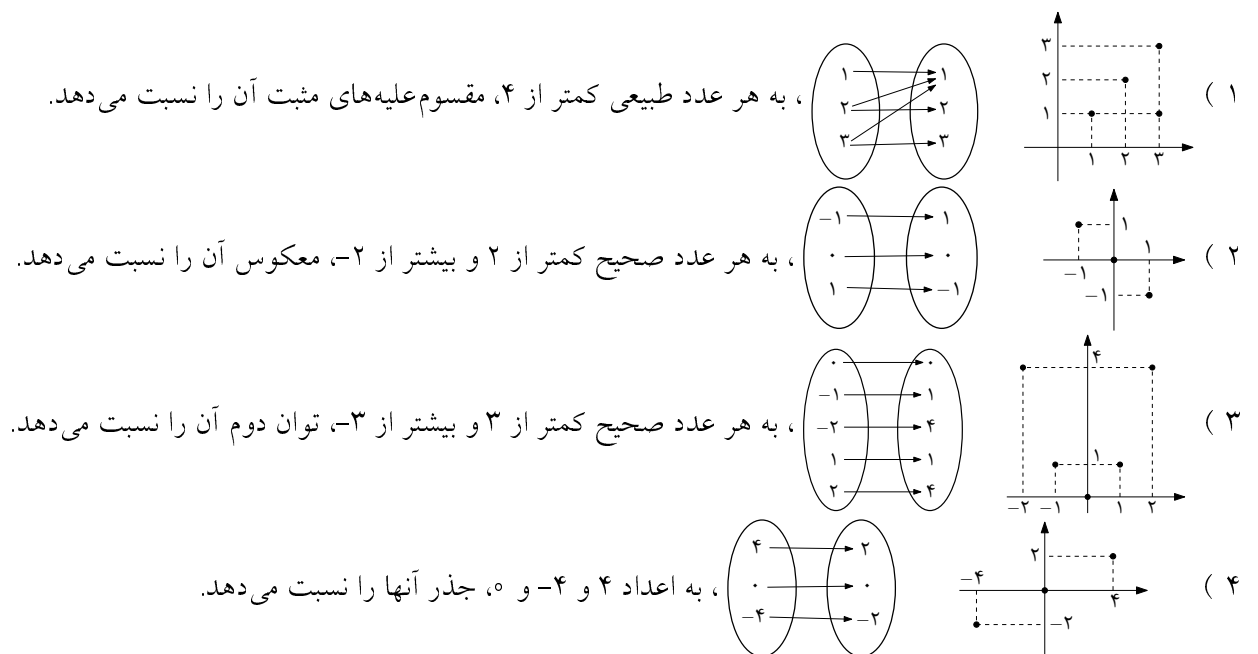
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(۷) در کدام گزینه، نمودار مختصاتی و نمودار پیکانی و عبارت توصیفی، نمایش‌های مختلف یک تابع هستند؟



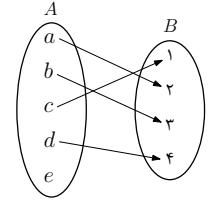
(۸) کدام رابطه الزاماً یک تابع نیست؟

- (۱) رابطه‌ای که به ضلع مربع مساحت مربع را نسبت می‌دهد.
- (۲) رابطه‌ای که به هر نوزاد یک طول قد نسبت می‌دهد.
- (۳) رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز در امتحان نمره‌ی آن درس نسبت داده می‌شود.
- (۴) رابطه‌ای که به تعداد گل‌های زده‌ی شخص در یک لیگ فوتبال نام گل‌زن نسبت داده می‌شود.



۱۸) چه تعداد از رابطه‌های زیر یک تابع است؟

• رابطه‌ای که به هر عدد مثبت ریشه‌ی چهارم آن را نسبت می‌دهد.



•  $f = \{(1, -2), (4, -2), (7, -2)\}$

۳ ( ۴

۲ ( ۳

۱ ( ۲

۱ ( صفر

۱۹) در کدام رابطه  $y$  تابعی از  $x$  است؟

۴ (  $x = y^2 - 3y + |y|$

۳ (  $x = |2y + 1| + y$

۲ (  $x = y^2 - 4y + 1$

۱ (  $x - \sqrt{y+2} = y$

۲۰) کدام یک از گزینه‌های زیر مربوط به ضابطه‌ی یک تابع است؟ ( $x$  مؤلفه‌ی اول و  $y$  مؤلفه‌ی دوم است.)

۴ (  $|x| + |y| = 0$

۳ (  $|x| = |y|$

۲ (  $x = |y|$

۱ (  $2|y| - |x| = 0$

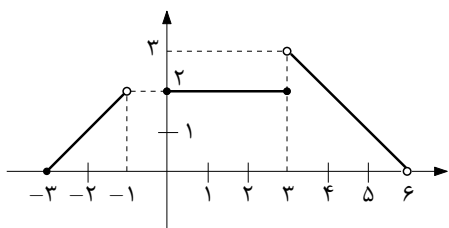
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۱	۲	۳	۲	۲	۳	۳	۳	۴	۳	۳	۴	۳	۳	۱	۴	۳	۲	۳



# ۱۸.۸ خودآزمایی شماره ۱۸ (دامنه و برد توابع)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه



(۱) دامنه‌ی تابع  $y = f(x)$  کدام است؟

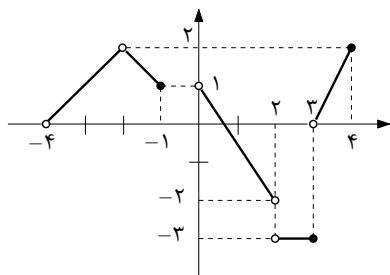
(۲)  $[-3, -1) \cup [0, 6)$

(۱)  $[0, 3)$

(۴)  $[-3, 6)$

(۳)  $[-3, -1) \cup [0, 3)$

(۲) اگر برد و دامنه‌ی تابع روبه‌رو را به ترتیب با  $R$  و  $D$  نشان دهیم، مجموعه‌ی  $R - D$  شامل چند عدد صحیح است؟

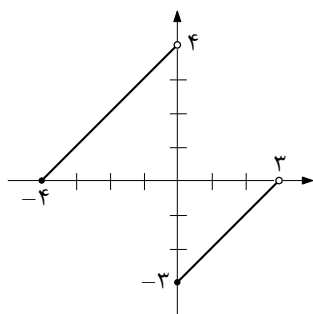


(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) صفر

(۳) ۳



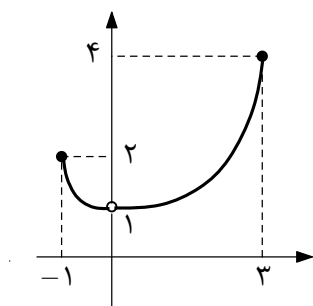
(۳) برد تابع  $f$  که نمودار آن در شکل مقابل رسم شده، کدام است؟

(۲)  $[-3, 4)$

(۱)  $[-3, 4]$

(۴)  $[-4, 4)$

(۳)  $[-3, 3)$



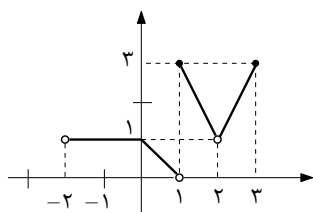
(۴) برد تابع نشان داده شده در شکل روبه‌رو، کدام است؟

(۲)  $\{y \mid 2 \leq y \leq 4\}$

(۱)  $\{y \mid -1 \leq y \leq 3\}$

(۴)  $\{y \mid 1 < y \leq 4\}$

(۳)  $\{y \mid 1 \leq y \leq 4\}$



(۵) دامنه‌ی تابع روبه‌رو کدام است؟

(۲)  $(-2, 2) \cup (2, 3)$

(۱)  $(-2, 3]$

(۴)  $[-2, 3)$

(۳)  $(-2, 3)$

(۶) اگر  $f = \{(-1, 2m + 1), (2, 3 - m), (-6, 2), (-m, m - 1)\}$  و  $f(2) - f(-6) + 2f(-1) = 9$  باشد، برد تابع  $f$  کدام است؟

(۴)  $\{5, 1, 2\}$

(۳)  $\{-5, 1, -2\}$

(۲)  $\{-5, 1, 2\}$

(۱)  $\{5, -1, 2\}$



۱۷) در تابع خطی  $f(x) = ax + 5$ ،  $a < 0$  و  $f(f(3)) = 7$  است.  $f(-3)$  کدام است؟

۷ (۴)

۴ (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

۱۱ (۱)

۱۸) چه تعداد از توابع زیر خطی اند؟

$$f = \{(1, 2), (\sqrt{2}, \sqrt{3})\}$$

$$h = \{(1, 1), (2, 4), (3, 9)\}$$

$$g = \{(1, 3), (3, 5), (5, 7), (7, 9)\}$$

$$r = \{(1, 2)\}$$

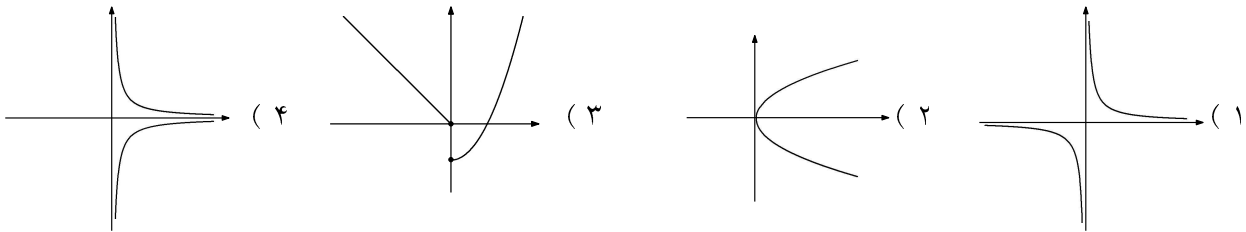
هیچ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۱۹) کدام یک از نمودارهای زیر یک تابع را نمایش می‌دهند؟



۲۰) طول یک مستطیل ۳ برابر عرض آن است، کدام رابطه‌ی ریاضی عرض مستطیل را بر حسب مساحت آن ( $S$ ) نشان می‌دهد؟

$(3S)^{\frac{1}{3}}$  (۴)

$(\frac{S}{3})^{-\frac{1}{3}}$  (۳)

$(3S)^{-\frac{1}{3}}$  (۲)

$(\frac{S}{3})^{\frac{1}{3}}$  (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۴	۱	۱	۲	۴	۲	۴	۳	۳	۳	۴	۲	۱	۴	۲	۴	۲	۲	۲

(۱) اگر طول یک مستطیل ۵ واحد از عرض آن بیشتر باشد، رابطه‌ی ریاضی بین مساحت و محیط مستطیل کدام است؟ ( $S$  مساحت و  $P$  محیط مستطیل می‌باشد).

(۱)  $P^2 - 100 = 16S$  (۲)  $P^2 - 40P = 16S$  (۳)  $S = P^2 - 5$  (۴)  $S = 2(P^2 - 5P)$

(۲) تابع  $f(x) = (a-1)x^2 + (b-2)x + c$  تابع همانی است،  $a+b+c$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(۳) اگر  $f = \{(a^2 + 1, 5), (0, a^2 + a - 2), (a + b, 3)\}$  تابع همانی باشد،  $a - b$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲) -۵ (۳) -۷ (۴) ۷

(۴) اگر تابع  $f(x) = (a-c)x^2 + (a-b)x + 3x - 4 + b$  تابع همانی باشد، مقدار  $\frac{f(a) + f(b)}{f(a+c)}$  کدام گزینه است؟

(۱) ۱ (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۴ (۴) ۲

(۵) اگر  $f = \{(2, a), (3, 1), (4, b^2 - 3)\}$  تابع ثابت باشد، دو تایی  $(a, b)$  کدام می‌تواند باشد؟

(۱) (۱, ۳) (۲) (۳, ۱) (۳) (۱, -۲) (۴) (-۲, ۱)

(۶) اگر  $f$  تابع همانی و  $g$  تابع ثابت و  $\frac{5f(-2)}{3g(4)} = -\frac{1}{3}$  باشد، حاصل  $f(3) - g(7)$  کدام است؟

(۱) ۷ (۲) -۷ (۳) ۱۰ (۴) -۱۰

(۷) اگر تابع  $f = \{(2n, -1), (4, m+1)\}$  یک تابع ثابت و تابع  $g = \{(m-1, 2n), (1, 1)\}$  یک تابع همانی باشد، آنگاه  $n - m$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳) -۱ (۴) ۳

(۸) اگر  $f = \{(11, 0), (5, a+b), (2, 2-a)\}$  معرف یک تابع ثابت و  $g(x) = \frac{mx^2 + nx^2}{3x^2 - 2x}$  یک تابع همانی باشد، آنگاه حاصل  $bm - na$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳۲ (۴) -۳۲

(۹) اگر نمودار تابع خطی  $f$  از نقاط  $(2, 5)$  و  $(-1, -4)$  عبور کند و  $g(x) = |f(x)|$  باشد، نمودار توابع  $f$  و  $g$  در کدام بازه بر هم منطبق‌اند؟

(۱)  $(-\infty, \frac{1}{3}]$  (۲)  $(\frac{1}{3}, +\infty)$  (۳)  $(-\infty, -\frac{1}{3}]$  (۴)  $(-\frac{1}{3}, +\infty)$

$$(10) \text{ اگر } h(x) = \begin{cases} 2ax + b & ; x \geq 3 \\ ax^2 + bx + 1 & ; 0 \leq x \leq 3 \\ -x + b + 2a & ; x \leq 0 \end{cases} \text{ یک تابع باشد، حاصل } a - b \text{ کدام است؟}$$

۸ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۸ (۱)

(۱۱) قیمت ورودی یک تاکسی تلفنی که مسافت تا یک کیلومتر را شامل می‌شود، برابر ۲۰۰۰ تومان است و بعد از یک کیلومتر باید به ازای هر کیلومتر اضافی ۵۰۰ تومان پرداخت گردد. اگر  $f(x)$  قیمت به تومان برای طی مسافت  $x$  کیلومتر باشد، آنگاه  $f(x)$  کدام است؟

$$(۱) \quad f(x) = \begin{cases} 2000 & ; 0 < x \leq 1 \\ 2000 + 500x & ; x > 1 \end{cases} \quad (۲) \quad f(x) = \begin{cases} 2000 & ; 0 < x \leq 1 \\ 500x & ; x > 1 \end{cases}$$

$$(۳) \quad f(x) = \begin{cases} 2000 & ; 0 < x \leq 1 \\ 500(x-1) & ; x > 1 \end{cases} \quad (۴) \quad f(x) = \begin{cases} 2000 & ; 0 < x \leq 1 \\ 2000 + 500(x-1) & ; x > 1 \end{cases}$$

(۱۲) نمودار تابع  $f$  به صورت یک سهمی است که از نقاط  $(2, 5)$  و  $(-1, 8)$  می‌گذرد و محور  $y$  ها را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع می‌کند،  $f(1)$  کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

صفر (۲)

۸ (۱)

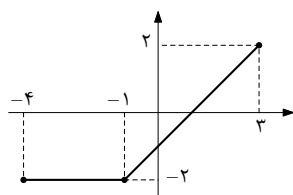
(۱۳) برد تابع  $f(x) = |1 - x| + 4$ ، چند عدد طبیعی را شامل نمی‌شود؟

۴ (۴)

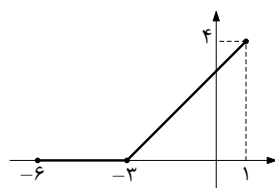
۳ (۳)

۲ (۲)

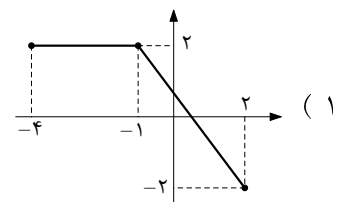
۱ (۱)



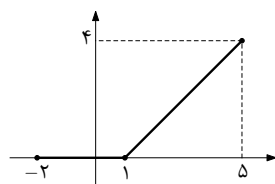
(۱۴) اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به شکل روبه‌رو باشد، نمودار تابع  $y = f(x - 2) + 2$  کدام است؟



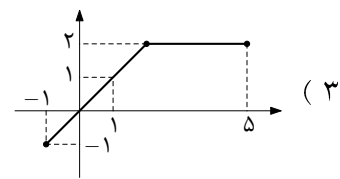
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

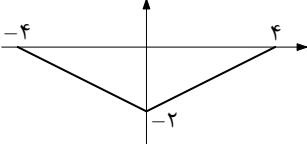
(۱۵) اگر برد تابع  $y_1 = f(x)$  به صورت بازه‌ی  $[1, 5]$  باشد، برد تابع  $y_2 = f(x + 1) - \frac{2}{3}$  کدام است؟

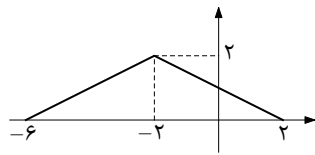
$[0, 4]$  (۴)

$[\frac{1}{3}, \frac{13}{3}]$  (۳)

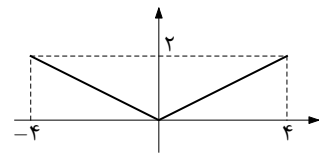
$[2, 6]$  (۲)

$[\frac{1}{3}, \frac{17}{3}]$  (۱)

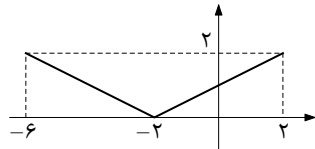
۱۶) اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت  باشد، نمودار تابع  $y = f(x - 2) + 2$  کدام است؟



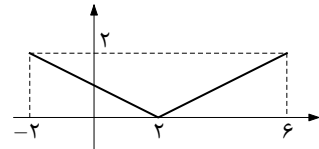
( ۲ )



( ۱ )



( ۴ )



( ۳ )

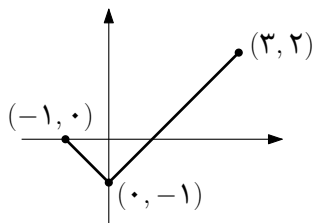
۱۷) سطح پدید آمده بین دو نمودار  $y = |x - 2|$  و  $y = 3 - |x|$  به چه شکل است؟

( ۴ ) دوزنقه

( ۳ ) لوزی

( ۲ ) مستطیل

( ۱ ) مربع



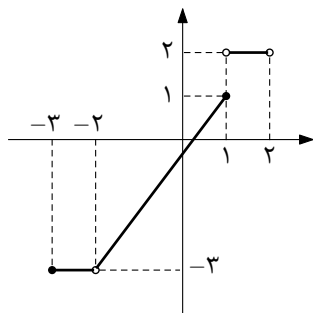
۱۸) شکل روبه‌رو، نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = a|x + b| + k$  و دامنه  $[-1, 3]$  است. برد تابع  $y = f(x - 1) + 2$  کدام است؟

( ۲ )  $[2, 6]$

( ۱ )  $[1, 4]$

( ۴ )  $[1, 3]$

( ۳ )  $[-1, 3]$



۱۹) اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت روبه‌رو باشد، دامنه و برد تابع  $y = -f(x - 1)$  به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

- ( ۱ )  $R_f = [-1, 3], D_f = [-2, 3] - \{-1\}$
- ( ۲ )  $R_f = [-1, 3] \cup \{-2\}, D_f = [-2, 3] - \{-1\}$
- ( ۳ )  $R_f = [-1, 3] \cup \{-2\}, D_f = (-2, 3) - \{-1\}$
- ( ۴ )  $R_f = [-1, 3], D_f = (-2, 3) - \{-1\}$

۲۰) نمودار تابع  $y = 4 - |x|$  خط  $ax + 2y = 2$  را در ۲ نقطه قطع می‌کند، حدود مقادیر  $a$  کدام است؟

( ۴ )  $|a| > 1$

( ۳ )  $|a| > 2$

( ۲ )  $|a| < 2$

( ۱ )  $|a| < 3$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۲	۱	۲	۳	۳	۴	۳	۲	۴	۴	۲	۲	۲	۲	۳	۲	۳	۴	۱

(۱) با ارقام ۰، ۸، ۵، ۴ و ۱ چند عدد ۵ رقمی و زوج بدون ارقام تکراری می توان نوشت؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۵۴ (۳) ۶۰ (۴) ۳۶

(۲) با سه رقم مختلف مخالف صفر چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟

- (۱) ۶ (۲) ۶۴ (۳) ۳۶ (۴) ۲۷

(۳) یک معلم به چند طریق می تواند از بین ۸ دانش آموز حداقل از یک دانش آموز آزمون بگیرد؟

- (۱) ۲۵۵ (۲) ۲۵۴ (۳) ۲۵۶ (۴) ۲۵۷

(۴) با ارقام ۰، ۲، ۳، ۵ چند عدد چهار رقمی بخش پذیر بر ۵، بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

(۵) با ارقام درست  $1 \leq x \leq 7$  چند عدد چهار رقمی زوج با ارقام مختلف می توان نوشت؟

- (۱) ۴۲۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۴۸۰ (۴) ۸۴۰

(۶) حروف کلمه ASSIST را به چند طریق بدون توجه به مفهوم آن می توان کنار هم قرار داد به طوری که S ها یک در میان باشند؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

(۷) با ارقام ۰، ۱، ۳، ۵، ۷ چند عدد سه رقمی مضرب پنج بدون تکرار ارقام می توان ساخت؟

- (۱) ۸ (۲) ۲۱ (۳) ۲۴ (۴) ۲۶

(۸) با ارقام ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ چند عدد سه رقمی با شرط « رقم صدگان < رقم دهگان < رقم یکان » می توان نوشت؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

(۹) با ارقام  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  و بدون تکرار ارقام، چند عدد چهار رقمی بزرگتر از ۲۰۰۰ و کوچکتر از ۴۰۰۰ می توان نوشت؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۸۶ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۴۰

(۱۰) با سه رقم مختلف مخالف صفر چند عدد سه رقمی، با ارقام مختلف می توان نوشت؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱۵ (۴) ۲۷

(۱۱) با رقم های ۱، ۲، ۳، ۵، ۶ چند عدد سه رقمی فرد، با ارقام مختلف می توان نوشت؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۳۰







۱۰) در یک لیگ فوتبال ۱۵ تیم حضور دارند. در پایان این لیگ، تیم‌های اول تا سوم به چند حالت مختلف می‌توانند مشخص شوند؟

(۱)  $\frac{15!}{12!}$  (۲)  $\frac{15!}{3!}$  (۳)  $\frac{15!}{13!}$  (۴)  $\frac{15!}{2!}$

۱۱) با حروف کلمه‌ی «یکسان» چند کلمه‌ی ۵ حرفی می‌توان ساخت به طوری که با حرف نقطه‌دار شروع شود؟ (تکرار حروف مجاز نیست).

(۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۷۲ (۴) ۱۲

۱۲) با ارقام ۰، ۶، ۷، ۳ و چند عدد چهار رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

۱۳) برای چهار درس  $a, b, c, d$  به چند طریق می‌توان یک برنامه امتحانی نوشت به طوری که امتحان درس  $a$  همواره بلافاصله بعد از امتحان درس  $b$  باشد؟

(۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۴

۱۴) به چند طریق می‌توان ۹ ماشین را کنار هم قرار داد به طوری که همیشه سه ماشین مخصوص کنار هم قرار گیرند؟

(۱)  $6! \times 3!$  (۲)  $\frac{9!}{3!}$  (۳)  $6!$  (۴)  $3! \times 7!$

۱۵) به چند طریق می‌توانند ۳ دختر و ۴ پسر در یک ردیف کنار هم بنشینند به طوری که تمام دختران کنار هم باشند؟

(۱)  $6!$  (۲)  $7!$  (۳)  $8!$  (۴)  $3! \times 5!$

۱۶) به چند طریق می‌توان ۸ مداد رنگی متمایز را در یک ردیف چید اگر قرار باشد دو مداد مخصوص کنار هم نباشند؟

(۱)  $8! - 7! \times 2!$  (۲)  $8! \times 2!$  (۳)  $8! - 2!$  (۴)  $2! \times 7!$

۱۷) تعداد کلمات پنج حرفی که باحروف کلمه‌ی SASAT می‌توان ساخت چقدر است؟

(۱) ۶ (۲) ۳۰ (۳) ۱۸ (۴) ۱۲۰

۱۸) تعداد جایگشت‌های حروف کلمه‌ی «KONKORI» که در آنها حروف یکسان کنار هم قرار می‌گیرند، کدام است؟

(۱) ۱۲۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۳۶۰

۱۹) با حروف کلمه‌ی improve چند کلمه‌ی هفت حرفی بدون توجه به معنی کلمه می‌توان نوشت که با حرف i شروع شده و حروف کلمه‌ی pro در کنار هم باشند؟

(۱) ۱۴۴ (۲) ۴۲۰ (۳) ۵۷۶ (۴) ۳۶

۲۰) با ارقام ۲، ۴، ۵، ۶، ۷ چند عدد پنج رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت به نحوی که رقم‌های فرد کنار هم نباشند؟

(۱) ۶۸ (۲) ۷۴ (۳) ۷۰ (۴) ۷۲

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۱	۱	۲	۱	۴	۴	۱	۳	۲	۱	۳	۳	۱	۲	۳	۴	۳	۱	۲





(۱) اگر  $P(n, r)$  و  $C(n, r)$  به ترتیب تعداد جایگشت‌ها و ترکیب‌های  $r$  تایی از  $n$  شیء متمایز باشند، مقدار  $\frac{P(n, r)}{C(n, r)}$  همواره برابر کدام است؟

- (۱)  $n!$  (۲)  $r!$  (۳)  $(n-r)!$  (۴)  $(n-r-1)!$

(۲) اگر  $C(n+3, 3) = 5P(n+2, 2)$ ، در این صورت  $n$  کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۳۳

(۳) اگر  $\frac{P(n, 4)}{C(n-1, 4)} = 26$ ، مقدار  $n$  کدام است؟ ( $n \geq 5$ )

- (۱) ۵۲ (۲) ۵۳ (۳) ۵۴ (۴) ۵۵

(۴) در یک مدرسه هفت کلاس ۲۰ نفره وجود دارد. مدیر مدرسه می‌خواهد کمیته‌ای پنج نفره انتخاب کند به طوری که از هر کلاس حداکثر یک نفر انتخاب شود ضمناً حداقل یکی از نفرات انتخابی جزء سه نفر اول لیست کلاس نباشد، در این صورت به چند طریق می‌توان این نفرات را انتخاب کرد؟

- (۱)  $21 \times 17$  (۲)  $205 - 35$  (۳)  $21 \times 20$  (۴)  $21 \times (205 - 35)$

(۵) می‌خواهیم شورای ۳ نفره‌ای از بین ۶ نفر سال دهمی، ۵ نفر سال یازدهمی و ۴ نفر سال دوازدهمی تشکیل دهیم به طوری که حداقل ۲ نفر از آنها سال یازدهمی باشند. به چند روش این کار امکان‌پذیر است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۱۰ (۳) ۴۵ (۴) ۴۴

(۶) از میان ۵ مرد و ۳ زن، به چند روش می‌توان یک گروه آموزشی پنج نفره تشکیل داد به شرطی که در گروه حتماً زن حضور داشته باشد؟

- (۱) ۵۶ (۲) ۵۵ (۳) ۵۰ (۴) ۴۵

(۷) یک آشپز هشت نوع ادویه دارد. او با استفاده از هر سه تا از این ادویه‌ها، یک طعم مخصوص درست می‌کند. اگر بدانیم که دو نوع ادویه هستند که با هم نمی‌توانند استفاده شوند، تعداد طعم‌هایی که او می‌تواند درست کند، چند تاست؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴) ۵۰

(۸) به چند طریق می‌توان ۶ عدد اسباب بازی متمایز را بین سه بچه، با تعداد یکسان تقسیم کرد؟

- (۱) ۵۴ (۲) ۶۰ (۳) ۷۲ (۴) ۹۰

(۹) در مجتمعی ۱۰ زوج زندگی می‌کنند. به چند طریق می‌توان از بین آنها گروهی ۵ نفره برای شورا تشکیل داد که فقط یک زوج بین آنها باشد؟

- (۱) ۹۶۰۰ (۲) ۲۵۲۰ (۳) ۶۷۲۰ (۴) ۲۰۱۶



۱۹) از ۱۰ پرسش موجود، به چند طریق می‌توان ۸ پرسش را جهت پاسخ‌گویی انتخاب کرد، به شرط آنکه حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول، انتخاب شود؟

۳۵ ( ۴

۳۲ ( ۳

۳۰ ( ۲

۲۵ ( ۱

۲۰) به چند طریق می‌توان ۴ کتاب از ۸ کتاب سال سوم و ۳ کتاب از ۵ کتاب سال چهارم را یک در میان در یک قفسه چید؟

$\binom{12}{8} ( ۱$        $\binom{8}{4} \times \binom{5}{3} \times 7! ( ۲$        $\binom{8}{4} \times \binom{5}{3} \times 4! \times 3! \times 2! ( ۳$        $\binom{8}{4} \times \binom{5}{3} \times 4! \times 3! ( ۴$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۴	۳	۲	۴	۲	۲	۴	۳	۳	۱	۳	۴	۴	۲	۲	۴	۱	۱	۲

## ۲۴.۸ خودآزمایی شماره ۲۴ (احتمال یا اندازه گیری شانس)

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

(۱) خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است، چند پیشامد مختلف در فضای نمونه‌ای تعریف شده برای این خانواده می‌توان تعریف کرد؟

- (۱) ۳ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۲۵۶

(۲) در پرتاب دو تاس چقدر احتمال دارد که ماکزیمم دو عدد ظاهر شده ۴ باشد؟

- (۱)  $\frac{8}{11}$  (۲)  $\frac{7}{36}$  (۳)  $\frac{4}{36}$  (۴)  $\frac{5}{36}$

(۳) مادری صاحب ۴ فرزند است، احتمال آنکه فقط سه فرزند اول دختر باشند چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{16}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{3}{8}$

	دبلم	لیسانس
زن	۱۵	۵
مرد	۱۰	۲۰

(۴) جدول زیر چگونگی توزیع کارمندان اداره ای را نشان می‌دهد. احتمال اینکه کارمندی مرد یا لیسانس باشد کدام است؟

- (۱)  $0/4$  (۲)  $0/5$  (۳)  $0/6$  (۴)  $0/7$

(۵) سگه سالمی را ۶ بار پرتاب کرده‌ایم و هر ۶ بار روی سگه آمده است. احتمال آنکه در پرتاب هفتم هم روی سگه بیاید، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{27}$  (۲)  $\frac{1}{26}$  (۳)  $1 - \frac{1}{27}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

(۶) دو تاس متمایز را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال هیچ‌یک از اعداد رو شده مضرب ۳ نیست؟

- (۱)  $\frac{4}{9}$  (۲)  $\frac{5}{9}$  (۳)  $\frac{5}{12}$  (۴)  $\frac{7}{18}$

(۷) خانواده‌ای دارای ۵ فرزند است، احتمال آنکه این خانواده حداکثر ۴ دختر داشته باشد کدام است؟

- (۱)  $\frac{31}{32}$  (۲)  $\frac{27}{32}$  (۳)  $\frac{7}{32}$  (۴)  $\frac{6}{32}$

(۸) در یک خانواده سه فرزندی می‌دانیم فرزند اول آنها دختر است، با کدام احتمال لاقبل یکی از فرزندان پسر است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{5}{8}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

(۹) از بین ۶ داوطلب گروه ریاضی و ۴ داوطلب گروه تجربی به طور تصادفی ۴ داوطلب انتخاب می‌شوند. با کدام احتمال دو نفر آنها از گروه ریاضی است؟

- (۱)  $\frac{5}{21}$  (۲)  $\frac{5}{14}$  (۳)  $\frac{4}{7}$  (۴)  $\frac{3}{7}$

(۱۰) خانواده‌ای دارای چهار فرزند است. می‌دانیم که دو فرزند اول آنها پسر است، احتمال آنکه دو فرزند دیگر این خانواده دختر باشد کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{16}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{5}{16}$  (۴)  $\frac{3}{8}$



۱۱) احتمال آمدن باران به نیامدن باران  $\frac{2}{3}$  است، احتمال آمدن باران کدام است؟

- $\frac{1}{3}$  (۴)       $\frac{2}{5}$  (۳)       $\frac{3}{5}$  (۲)       $\frac{2}{3}$  (۱)

۱۲) یک عدد تصادفی از میان اولین ۱۲ عدد طبیعی زوج انتخاب می‌کنیم، احتمال آنکه عدد انتخاب شده نه مضرب ۳ باشد و نه مضرب ۴ کدام است؟

- $\frac{1}{3}$  (۴)       $\frac{1}{6}$  (۳)       $\frac{1}{4}$  (۲)       $\frac{1}{12}$  (۱)

۱۳) در پرتاب دو تاس با هم می‌دانیم جمع دو عدد رو شده کمتر از ۱۰ است، با کدام احتمال هر دو عدد رو شده فرد است؟ سراسری ۸۳

- $\frac{1}{4}$  (۴)       $\frac{1}{5}$  (۳)       $\frac{2}{9}$  (۲)       $\frac{4}{15}$  (۱)

۱۴) در پرتاب سه تاس احتمال آنکه حداقل یک بار شش ظاهر شود کدام است؟ آزاد ۸۳

- $\frac{91}{216}$  (۴)       $\frac{108}{216}$  (۳)       $\frac{107}{216}$  (۲)       $\frac{90}{216}$  (۱)

۱۵) در پرتاب دو تاس هر دو تاس کوچکتر از ۵ ظاهر شده است. احتمال آنکه مجموع دو تاس برابر ۴ باشد کدام است؟ آزاد ۸۳

- $\frac{1}{8}$  (۴)       $\frac{1}{4}$  (۳)       $\frac{1}{12}$  (۲)       $\frac{3}{16}$  (۱)

۱۶) در یک کیسه ۵ مهره سفید و ۷ مهره سیاه موجود است. ۲ مهره از کیسه خارج می‌کنیم، احتمال اینکه دو مهره هم‌رنگ نباشند کدام است؟ سراسری ۸۴

- $\frac{37}{66}$  (۴)       $\frac{35}{66}$  (۳)       $\frac{19}{33}$  (۲)       $\frac{6}{11}$  (۱)

۱۷) اگر یک عدد سه رقمی با کنار هم قرار گرفتن ارقام متمایز ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ به وجود آید، احتمال اینکه این عدد زوج باشد کدام است؟ سراسری ۸۵

- $\frac{5}{8}$  (۴)       $\frac{3}{5}$  (۳)       $\frac{1}{2}$  (۲)       $\frac{3}{8}$  (۱)

۱۸) کیسه‌ای شامل  $a$  مهره سفید و  $b$  مهره سیاه است به طوری که  $a + b = 6$ . اگر سه مهره هم‌زمان و به تصادف از کیسه بیرون آوریم و احتمال سفید بودن هر سه مهره  $\frac{1}{3}$  باشد، تعداد مهره‌های سفید کدام است؟

- ۵ (۴)      ۴ (۳)      ۲ (۲)      ۱ (۱)

۱۹) در ظرفی ۵ مهره با شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ ریخته‌ایم. دو مهره به تصادف با هم از ظرف بیرون می‌آوریم، احتمال اینکه مجموع شماره‌ها بزرگتر از ۵ باشد کدام است؟ سراسری ۷۵

- ۰/۷ (۴)      ۰/۶ (۳)      ۰/۴ (۲)      ۰/۳ (۱)

۲۰) در پرتاب دو تاس اگر عدد ظاهر شده تنها یکی از تاس‌ها ۵ باشد، احتمال آنکه تفاضل اعداد رو شده زوج باشد کدام است؟

- $\frac{4}{5}$  (۴)       $\frac{3}{5}$  (۳)       $\frac{2}{5}$  (۲)       $\frac{1}{5}$  (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۳	۴	۴	۳	۱	۴	۱	۴	۳	۲	۴	۴	۱	۱	۴	۴	۱	۲	۴

## ۲۵.۸ خودآزمایی شماره ۲۵ (احتمال یا اندازه گیری شانس)

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

۱) در ظرفی هفت مهره با شماره‌های ۱ تا ۷ ریخته شده‌اند. دو مهره با هم بیرون می‌آوریم با کدام احتمال شماره‌های این دو مهره اعداد غیر متوالی هستند؟

(۱)  $\frac{16}{21}$  (۲)  $\frac{5}{7}$  (۳)  $\frac{5}{21}$  (۴)  $\frac{1}{7}$

۲) تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده کمتر از ۴ باشد، کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{36}$  (۲)  $\frac{1}{18}$  (۳)  $\frac{1}{12}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

۳) در پرتاب دو تاس اگر بدانیم اختلاف دو عدد ظاهر شده برابر ۲ واحد است، احتمال آنکه حاصل ضرب دو عدد مضرب ۳ باشد کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{3}{4}$

۴) در ظرفی ۵ مهره به شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ ریخته‌ایم. دو مهره به تصادف با هم از ظرف بیرون می‌آوریم احتمال آنکه مجموع شماره‌ها بزرگتر از ۵ باشد کدام است؟

سراسری ۷۵

(۱)  $0/3$  (۲)  $0/4$  (۳)  $0/6$  (۴)  $0/7$

۵) دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه مجموع ۵ بیاید، کدام است؟

سراسری ۸۰

(۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{1}{12}$  (۳)  $\frac{1}{18}$  (۴)  $\frac{1}{36}$

۶) تاسی را ۲ بار پرتاب کرده احتمال اینکه عددی که بار دوم ظاهر می‌شود از عدد بار اول کوچکتر باشد کدام است؟

آزاد ۷۵

(۱)  $\frac{11}{36}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{5}{12}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۷) در پرتاب سه مکعب که روی آنها از ۱ تا ۶ نوشته شده، احتمال اینکه اعداد ظاهر شده هر سه مضرب ۳ باشند کدام است؟

آزاد ۷۷

(۱)  $\frac{31}{216}$  (۲)  $\frac{1}{27}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

۸) دو مکعب را با هم می‌اندازیم، اگر مجموع برآمدها ۷ باشد احتمال آنکه یکی از آنها ۵ باشد کدام است؟

سراسری ۷۰

(۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{6}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴) هیچکدام

۹) سگه‌ای را ۷ بار پرتاب می‌کنیم. اگر در آخرین پرتاب برای بار پنجم «رو» آمده باشد، احتمال آنکه در هر دو پرتاب اول «رو» ظاهر شده باشد کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{5}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{2}{7}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۰) دو تاس سفید و یک تاس قرمز را پرتاب کرده احتمال اینکه عدد تاس قرمز کوچکتر از تاس‌های سفید باشد کدام است؟

آزاد ۸۱

(۱)  $\frac{5}{72}$  (۲)  $\frac{55}{216}$  (۳)  $\frac{55}{72}$  (۴)  $\frac{5}{216}$

۱۱) تاسی دو بار پرتاب می‌شود. اگر بدانیم عدد بار اول از عدد بار دوم بیشتر است، احتمال آنکه حاصل ضرب اعداد رو شده برابر ۱۲ باشد کدام است؟

$\frac{1}{15}$  (۴)       $\frac{2}{15}$  (۳)       $\frac{3}{15}$  (۲)       $\frac{4}{15}$  (۱)

۱۲) اگر در پرتاب دو تاس  $X$  ضرب اعداد رو شده باشد،  $P(X = 6)$  چقدر است؟

$\frac{1}{36}$  (۴)       $\frac{2}{36}$  (۳)       $\frac{4}{36}$  (۲)       $\frac{6}{36}$  (۱)

۱۳) در آزمایشگاهی ۳ موش سفید و ۵ موش سیاه نگهداری می‌شوند، اگر به طور تصادفی ۴ موش از بین آنها جهت آزمایشی برداشته شوند، با کدام احتمال فقط یکی از موش‌های مورد آزمایش سفید است؟

$\frac{3}{5}$  (۴)       $\frac{2}{7}$  (۳)       $\frac{2}{5}$  (۲)       $\frac{2}{7}$  (۱)

۱۴) از جعبه‌ای که شامل ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است، ۲ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال آنکه ۲ مهره هم‌رنگ نباشند، کدام است؟

$\frac{7}{11}$  (۴)       $\frac{6}{11}$  (۳)       $\frac{5}{11}$  (۲)       $\frac{4}{11}$  (۱)

۱۵) احتمال آنکه از سه تاس پرتاب شده یکی ۶ و دو تای دیگر مخالف ۶ باشند، کدام است؟

$\frac{5}{36}$  (۴)       $\frac{50}{108}$  (۳)       $\frac{25}{72}$  (۲)       $\frac{125}{216}$  (۱)

۱۶) در یک کلاس ۴۰ نفری ۷ نفر فوتبالیست هستند. دو نفر از دانش‌آموزان را به تصادف انتخاب می‌کنیم، اگر اولی فوتبالیست باشد احتمال اینکه دومی فوتبالیست باشد کدام است؟

$\frac{7}{40} \times \frac{6}{39}$  (۴)       $\frac{2}{13}$  (۳)       $\frac{3}{13}$  (۲)       $\frac{7}{40}$  (۱)

۱۷) یک جفت تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر شماره‌های آمده مختلف باشند، احتمال آنکه یکی از آنها ۶ باشد، کدام است؟

$\frac{1}{3}$  (۴)       $\frac{2}{5}$  (۳)       $\frac{11}{30}$  (۲)       $\frac{1}{6}$  (۱)

۱۸) در پرتاب ۴ سکه با هم احتمال اینکه فقط سه سکه رو یا فقط سه سکه پشت بیاید، کدام است؟

$\frac{1}{4}$  (۴)       $\frac{2}{3}$  (۳)       $\frac{7}{16}$  (۲)       $\frac{5}{16}$  (۱)

۱۹) در پرتاب سه تاس با هم احتمال آنکه سه عدد متوالی رو شود، چقدر است؟

$\frac{1}{36}$  (۴)       $\frac{1}{9}$  (۳)       $\frac{4}{63}$  (۲)       $\frac{1}{6}$  (۱)

۲۰) کیسه‌ای شامل ۴ مهره قرمز و ۳ مهره سفید و ۲ مهره آبی است. ۳ مهره از کیسه خارج می‌کنیم، احتمال آنکه بعد از خارج کردن مهره‌ها از کیسه از هر رنگ به تعداد مساوی در کیسه مهره باقی مانده باشد، چقدر است؟

$\frac{18}{84}$  (۴)       $\frac{24}{84}$  (۳)       $\frac{9}{84}$  (۲)       $\frac{12}{84}$  (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۳	۴	۴	۳	۲	۳	۳	۲	۳	۲	۱	۱	۲	۳	۱	۳	۴	۳	۲

## ۲۶.۸ خودآزمایی شماره ۲۶ (احتمال یا اندازه‌گیری شانس)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) پیشامد آنکه در هفته‌ی اول سال برف بیارد و  $B$  پیشامد آنکه در این مدت هوا آفتابی باشد، است. پیشامد  $B' \cup A$  بیانگر کدام گزینه است؟

- (۱) در هفته‌ی اول سال هوا آفتابی نباشد و برف بیارد.
- (۲) در هفته‌ی اول سال هوا آفتابی باشد و برف نیارد.
- (۳) در هفته‌ی اول سال هوا آفتابی نباشد یا برف بیارد.
- (۴) در هفته‌ی اول سال هوا آفتابی نباشد یا برف نیارد.

(۲) کدام یک از گزینه‌های زیر نا درست است؟

- (۱) هر پیشامد از فضای نمونه‌ای  $S$  زیرمجموعه‌ای از  $S$  است.
- (۲) دو پیشامد  $A - B$  و  $A \cap B$  ناسازگارند.
- (۳) برای دو پیشامد دلخواه  $A$  و  $B$  داریم  $P((A \cup B)') = 1 - P(A \cap B)$
- (۴) اگر یک تاس و یک سکه‌ی سالم را به طور همزمان پرتاب کنیم، فضای نمونه‌ای آن ۱۲ عضو دارد.

(۳) دو تاس آبی و قرمز را با هم می‌اندازیم. پیشامد آنکه عدد ظاهر شده روی تاس آبی رنگ از تاس قرمز رنگ بیشتر باشد، چند عضو دارد؟

- (۱) ۲۰
- (۲) ۱۰
- (۳) ۱۵
- (۴) ۱۸

(۴) در اداره‌ای ۱۰ زن و ۲۰ مرد مشغول به کار هستند. اگر نصف مردان و نصف زنان عینکی باشند و یک فرد به تصادف از این افراد انتخاب کنیم، احتمال اینکه فرد، عینکی یا زن باشد کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$
- (۲)  $\frac{1}{4}$
- (۳)  $\frac{2}{3}$
- (۴)  $\frac{3}{4}$

(۵) احتمال آنکه یک خانواده با ۴ فرزند، دارای تنها ۳ فرزند متوالی از یک جنس باشند کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$
- (۲)  $\frac{1}{8}$
- (۳)  $\frac{1}{6}$
- (۴)  $\frac{1}{2}$

(۶) سه عدد تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم، احتمال اینکه اعداد روشده مضرب ۳ نباشند کدام است؟

- (۱)  $\frac{8}{27}$
- (۲)  $\frac{4}{9}$
- (۳)  $\frac{19}{27}$
- (۴)  $\frac{2}{3}$

(۷) در پرتاب دو تاس،  $X$  را برابر مجموع مربعات دو عدد روشده فرض می‌کنیم.  $P(X < 10)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{6}$
- (۲)  $\frac{1}{12}$
- (۳)  $\frac{1}{9}$
- (۴)  $\frac{1}{18}$

(۸) از ۴ دانش‌آموز تجربی و ۵ دانش‌آموز ریاضی به تصادف ۲ نفر انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه لااقل یکی از دانش‌آموزان انتخاب شده از گروه ریاضی باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$
- (۲)  $\frac{5}{9}$
- (۳)  $\frac{5}{9}$
- (۴)  $\frac{8}{9}$

۹) برای انجام مسابقه‌ای ۴ نفر از گروه ریاضی و ۶ نفر از گروه تجربی داوطلب شده‌اند. اگر به طور تصادف ۴ نفر از بین آنها انتخاب شوند، با کدام احتمال تعداد افراد انتخابی در این دو گروه، متفاوت‌اند؟

- $\frac{5}{14}$  (۱)       $\frac{3}{7}$  (۲)       $\frac{4}{7}$  (۳)       $\frac{5}{7}$  (۴)

۱۰) در کیسه‌ای ۶ مهره سیاه و سفید وجود دارد. ۳ مهره به تصادف از کیسه بیرون می‌آوریم احتمال اینکه این سه مهره سفید باشند  $\frac{1}{3}$  است. چند تا از مهره‌های درون کیسه سیاه است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۱) پنج مهره با شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ را در ظرفی ریخته‌ایم، ۳ مهره به تصادف از ظرف بیرون می‌آوریم، با کدام احتمال مجموع شماره‌های آن سه مهره عدد زوج است؟

سراسری ریاضی ۷۷

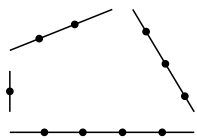
- $\frac{5}{7}$  (۱)       $\frac{5}{6}$  (۲)       $\frac{5}{5}$  (۳)       $\frac{5}{4}$  (۴)

۱۲) دو کارت به تصادف و بدون جایگذاری از بین ۹ کارت به شماره‌های ۱ تا ۹ انتخاب می‌کنیم. اگر مجموع رقم‌های دو کارت زوج باشد، احتمال آنکه هر دو فرد باشند، کدام است؟

سراسری ۷۴

- $\frac{1}{4}$  (۱)       $\frac{3}{4}$  (۲)       $\frac{3}{8}$  (۳)       $\frac{5}{8}$  (۴)

۱۳) از میان ۱۰ نقطه‌ی زیر ۴ نقطه به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه با چهار نقطه‌ی انتخاب شده بتوان یک چهارضلعی ساخت به قسمی که روی هر خط فقط یک رأس چهارضلعی قرار داشته باشد، کدام است؟



- $\frac{1}{35}$  (۱)       $\frac{2}{35}$  (۲)       $\frac{3}{35}$  (۳)       $\frac{4}{35}$  (۴)

۱۴) اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد فضای نمونه‌ای  $S$  و  $n(A) = 3$  و  $n(B) = 4$  باشند،  $n(A \cup B)$  کدام یک از مقادیر زیر نمی‌تواند باشد؟

- ۳ (۱)      ۴ (۲)      ۵ (۳)      ۷ (۴)

۱۵) تعداد پیشامدهای سه عضوی فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی دو برابر تعداد پیشامدهای دو عضوی همان فضای نمونه‌ای است. این فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟

- ۶ (۱)      ۷ (۲)      ۸ (۳)      ۹ (۴)

۱۶) از میان ۷ نفر که  $x$  و  $y$  نیز دو نفر از آنها هستند، ۵ نفر را بطور تصادفی انتخاب می‌کنیم. تعداد اعضای پیشامدی از این فضا که  $x$  در آنها باشد ولی  $y$  نباشد، کدام است؟

- ۲۱ (۱)      ۲۰ (۲)      ۱۵ (۳)      ۵ (۴)

آزاد ۷۸

۱۷) در پرتاب سه تاس سالم، احتمال اینکه فقط دو تاس از سه تاس مساوی باشند چقدر است؟

- $\frac{1}{6}$  (۱)       $\frac{1}{12}$  (۲)       $\frac{5}{9}$  (۳)       $\frac{5}{12}$  (۴)

۱۸) از میان سه نویسنده، دو کارگردان، سه بازیگر، سه نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه لااقل یکی از این سه نفر کارگردان باشد کدام است؟

$\frac{9}{14}$  (۱)                       $\frac{8}{14}$  (۲)                       $\frac{6}{14}$  (۳)                       $\frac{5}{14}$  (۴)

۱۹) در جعبه‌ای سه مهره‌ی سفید و پنج مهره‌ی قرمز داریم. اگر به تصادف سه مهره از جعبه خارج کنیم، با کدام احتمال حداقل یکی از آنها سفید است؟

$\frac{5}{28}$  (۱)                       $\frac{23}{28}$  (۲)                       $\frac{19}{28}$  (۳)                       $\frac{9}{28}$  (۴)

۲۰) اگر حروف کلمه‌ی «جهانگردی» را به تصادف کنار هم قرار دهیم، چقدر احتمال دارد با حرف «ج» شروع و به «ی» ختم شود؟ (تکرار حروف مجاز نیست.)

$\frac{1}{7}$  (۱)                       $\frac{1}{8}$  (۲)                       $\frac{1}{28}$  (۳)                       $\frac{1}{56}$  (۴)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۲	۱	۴	۴	۳	۱	۴	۴	۲	۱	۳	۲	۳	۱	۱	۳	۴	۳	۳



۷) «گروه خونی افراد» از کدام نوع متغیر است؟

- ۱) کمی - گسسته      ۲) کمی - پیوسته      ۳) کیفی - ترتیبی      ۴) کیفی - اسمی

۸) نوع متغیرهای «قد افراد - تعداد سلول‌های بدن - وزن ماشین - سرعت هواپیما» به ترتیب کدام است؟

- ۱) کمی پیوسته - کیفی اسمی - کمی گسسته - کمی پیوسته  
 ۲) کمی گسسته - کمی پیوسته - کمی پیوسته - کمی گسسته  
 ۳) کمی پیوسته - کمی گسسته - کمی پیوسته - کمی پیوسته  
 ۴) کمی گسسته - کمی پیوسته - کمی پیوسته - کمی پیوسته

۹) در کدام گزینه، متغیرها به ترتیب از نوع «کمی پیوسته، کیفی ترتیبی، کیفی اسمی و کمی گسسته» است؟

- ۱) میزان بارندگی - نوع بارندگی - شاخص توده‌ی بدنی - تعداد دانه‌های یک انار  
 ۲) دمای هوا - رنگ ماشین - نژاد افراد - سرعت اتومبیل  
 ۳) شاخص توده‌ی بدنی - مراحل رشد نوزاد - رنگ مو - تعداد ماهی‌های اقیانوس  
 ۴) میزان بارندگی - کیفیت میوه - اقوام ایرانی - شاخص توده‌ی بدنی

۱۰) می‌خواهیم در باره‌ی کیفیت و حجم خرید میوه توسط مردم و میزان رضایت‌مندی آنها از خریدشان تحقیقی انجام دهیم. بدین منظور از مشتریان یک مغازه‌ی میوه‌فروشی مصاحبه به عمل آمد. در این مصاحبه مشتریان مغازه، کیفیت، وزن میوه‌ی خریداری شده توسط مشتریان و میزان رضایت‌مندی آنها از خرید (زیاد، متوسط، کم) به ترتیب کدام هستند؟

- ۱) جامعه، متغیر کیفی ترتیبی، متغیر کمی پیوسته، متغیر کیفی ترتیبی  
 ۲) نمونه، متغیر کیفی ترتیبی، متغیر کمی پیوسته، متغیر کیفی ترتیبی  
 ۳) جامعه، متغیر کیفی ترتیبی، متغیر کمی گسسته، متغیر کیفی اسمی  
 ۴) نمونه، متغیر کیفی اسمی، متغیر کمی گسسته، متغیر کیفی اسمی

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
										۲	۳	۳	۴	۴	۴	۳	۳	۱	۳





(۷) به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، سهمی به معادله  $y = (1-m)x^2 + 2(m-3)x - 1$ ، همواره پایین محور  $x$  ها است؟

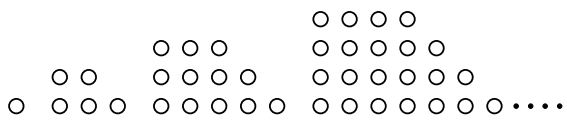
- (۱)  $1 < m < 5$  (۲)  $2 < m < 5$  (۳)  $2 < m < 4$  (۴)  $2 < m < 6$

(۸) نمودار تابع  $y = x^2 - x - 3$  را ۲ واحد به طرف  $x$  های منفی سپس ۹ واحد به طرف  $y$  های منفی انتقال می دهیم. نمودار جدید، در کدام بازه، زیر محور  $x$  ها است؟

- (۱)  $(-5, 2)$  (۲)  $(-5, 3)$  (۳)  $(-2, 3)$  (۴)  $(-2, 5)$

### ۳.۱.۹ سوالات رشته تجربی (داخل کشور)

(۹) در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل نهم، کدام است؟

- (۱)  $1/5$  (۲)  $2$  (۳)  $2/5$  (۴)  $1 + \sqrt{3}$
- 

(۱۰) اگر  $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$  باشد، حاصل  $2 \sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x$ ،  $\sqrt{1 + \tan^2 x}$ ، کدام است؟

- (۱)  $\sin x$  (۲)  $\cos x$  (۳)  $-\sin x$  (۴)  $-\cos x$

(۱۱) مجموعه جواب نامعادله  $3 < \frac{2x-3}{x+1} < 1$ ، به کدام صورت است؟

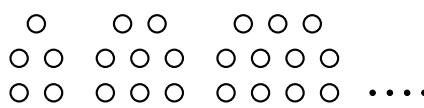
- (۱)  $\mathbb{R} - [-6, 4]$  (۲)  $\mathbb{R} - [-4, 6]$  (۳)  $x > 4$  (۴)  $x < -6$

(۱۲) گل فروشی از ۸ نوع گل مختلف، به چند طریق، می تواند دسته گل های متمایز درست کند، به طوری که در هر دسته ۴ یا ۵ یا ۶ شاخه مختلف، موجود باشد؟

- (۱) ۱۲۶ (۲) ۱۴۰ (۳) ۱۵۴ (۴) ۱۶۸

### ۴.۱.۹ سوالات رشته تجربی (خارج از کشور)

(۱۳) در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل دوازدهم، کدام است؟

- (۱) ۳۴ (۲) ۳۶ (۳) ۳۸ (۴) ۴۰
- 

(۱۴) اگر  $\frac{\pi}{4} < x < \pi$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{1}{\sin x} - \sin x$ ،  $\frac{\tan x}{\sqrt{1 + \tan^2 x}}$ ، کدام است؟

- (۱)  $-\cos^2 x$  (۲)  $-\cos x$  (۳)  $\cos^2 x$  (۴)  $\cos x$

۱۵) مجموعه جواب نامعادله  $\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$  به صورت بازه، کدام است؟

- (۱)  $(-4, 2) \cup (2, 1)$       (۲)  $(2, 4)$       (۳)  $(-1, 2) \cup (2, 4)$       (۴)  $(-1, 2)$

۱۶) از هر ۵ مدرسه نمونه، ۴ نفر در اردویی شرکت دارند. به چند طریق می‌توان از بین آنان ۳ نفر انتخاب کرد، به طوری که هیچ دو نفر انتخاب شده، از یک مدرسه نباشند؟

- (۱) ۱۳۵      (۲) ۲۷۰      (۳) ۳۲۰      (۴) ۶۴۰

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
			۴	۳	۱	۳	۳	۱	۴	۳	۱	۲	۳	۴	۱	۵	۲	۴	

۱.۲.۹ سوالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی غیر تهی با شرط  $A \subset B$  باشند، آنگاه کدام رابطه نادرست است؟

- (۱)  $B - A' = A$  (۲)  $A - B' = A$  (۳)  $A \cap B' = \emptyset$  (۴)  $B \cap A' = \emptyset$

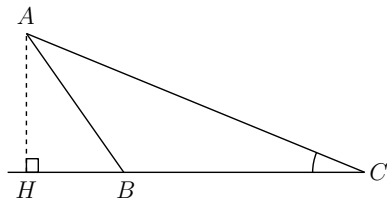
(۲) مجموعه‌ی  $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ ، با کدام مجموعه، برابر است؟

- (۱)  $A \cup B'$  (۲)  $A \cap B'$  (۳)  $A$  (۴)  $B'$

(۳) مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودارهای دو تابع  $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$  و  $y = \frac{1}{x}x + 2$ ، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

(۴) در شکل زیر، فرض کنید  $\sin C = \frac{5}{13}$  و  $CH = 9$ . اندازه‌ی ارتفاع  $AH$ ، کدام است؟



- (۱)  $\frac{3}{25}$  (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳)  $\frac{3}{6}$  (۴)  $\frac{3}{175}$

(۵) اندازه‌ی اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای، به صورت  $x + 1$ ،  $2x + 1$  و  $2x + 3$  است. مساحت مثلث، کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۵۶ (۳) ۴۵ (۴) ۳۹

۲.۲.۹ سوالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

(۶) فرض کنید  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی غیر تهی و جدا از هم، با یک مجموعه‌ی مرجع باشند. کدام رابطه نادرست است؟

- (۱)  $A \subset B'$  (۲)  $A - B' = \emptyset$  (۳)  $A \cap B' = A$  (۴)  $(A \cup B)' = \emptyset$

(۷) مجموعه‌ی  $(A - (A \cap B')) \cup (B \cap (A \cap B)')$  با کدام مجموعه، برابر است؟

- (۱)  $A$  (۲)  $B$  (۳)  $A'$  (۴)  $B'$

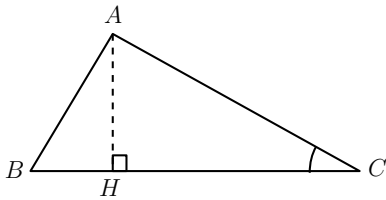
(۸) نمودارهای دو تابع  $y = |x - 2| + |x + 1|$  و  $y = x + 7$ ، در دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  متقاطع هستند. اندازه‌ی پاره‌خط  $AB$ ، کدام است؟

- (۱)  $8\sqrt{2}$  (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)  $10\sqrt{2}$

(۹) اعداد طبیعی فرد را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره‌ی آن دسته باشد، یعنی  $\{1\}, \{3, 5\}, \{7, 9, 11\}, \dots$ . در این صورت جمله‌ی آخر واقع در دسته‌ی شماره‌ی چهل، کدام است؟

- (۱) ۱۵۶۳ (۲) ۱۵۸۹ (۳) ۱۶۳۹ (۴) ۱۶۵۱

۱۰) در شکل زیر،  $\cot C = \frac{\sqrt{5}}{3}$  و  $AC = 96$ . اندازه‌ی ارتفاع  $AH$ ، کدام است؟



- ۴۸ ( ۱ )
- ۵۶ ( ۲ )
- ۶۴ ( ۳ )
- ۷۲ ( ۴ )

۱۱) طول یک مستطیل ۲ واحد کمتر از  $\frac{1}{5}$  برابر عرض آن است. اگر مساحت مستطیل ۱۹۲ واحد مربع باشد، محیط آن کدام است؟

- ۶۴ ( ۴ )
- ۶۰ ( ۳ )
- ۵۶ ( ۲ )
- ۵۲ ( ۱ )

۱۲) یک تاس سالم را سه بار به طور متوالی پرتاب می‌کنیم، احتمال رو شدن حداقل یک بار عدد ۶، کدام است؟

- $\frac{31}{72}$  ( ۴ )
- $\frac{91}{216}$  ( ۳ )
- $\frac{41}{108}$  ( ۲ )
- $\frac{13}{36}$  ( ۱ )

### ۳.۲.۹ سوالات رشته تجربی (داخل کشور)

۱۳) حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt{9} - 1)^{-1}$ ، کدام است؟

- $\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$  ( ۴ )
- $1 - \sqrt{3}$  ( ۳ )
- $-1 + \sqrt{3}$  ( ۲ )
- $1 + \sqrt{3}$  ( ۱ )

۱۴) اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم، که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی  $\{1\}, \{2, 3, 4\}, \dots$ . در دسته‌ی نهم، واسطه‌ی حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟

- ۷۴ ( ۴ )
- ۷۳ ( ۳ )
- ۷۲ ( ۲ )
- ۷۱ ( ۱ )

۱۵) مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی  $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$ ، کدام است؟

- $(0/8, 2)$  ( ۴ )
- $(1, 2)$  ( ۳ )
- $(0/8, 1/2)$  ( ۲ )
- $(0/6, 1/5)$  ( ۱ )

۱۶) فرض کنید نقاط  $(-2, 5)$ ،  $(0, 5)$  و  $(1, 11)$ ، بر سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  واقع باشند. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

- $(2, 15)$  ( ۴ )
- $(2, 9)$  ( ۳ )
- $(-1, 4)$  ( ۲ )
- $(-1, 3)$  ( ۱ )

۱۷) در بازه‌ی  $(a, b)$ ، نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = |2x^2 - 4|$  در زیر خط  $y = 2x$  واقع است. بیشترین مقدار  $b - a$ ، کدام است؟

- ۴ ( ۴ )
- ۳ ( ۳ )
- ۲ ( ۲ )
- ۱ ( ۱ )

۱۸) به چند طریق می‌توان ۵ نفر از ۹ دوست صمیمی خود را به مهمانی دعوت کرد، به طوری که دو نفر آنان، نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند؟

- ۹۵ ( ۴ )
- ۹۱ ( ۳ )
- ۸۷ ( ۲ )
- ۸۴ ( ۱ )

۱۹) پنج کتاب زبان فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه چیده شده‌اند. با کدام احتمال کتاب‌های هم‌زبان، کنار هم قرار می‌گیرند؟

- (۱)  $\frac{1}{14}$  (۲)  $\frac{1}{21}$  (۳)  $\frac{1}{28}$  (۴)  $\frac{1}{56}$

### ۴.۲.۹ سؤالات رشته تجربی (خارج از کشور)

۲۰) حاصل عبارت  $(2 - \sqrt{3})^{-1} + \frac{\sqrt{27} - 1}{4 + \sqrt{3}}$ ، کدام است؟

- (۱)  $1 + 2\sqrt{3}$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳)  $1 + \sqrt{3}$  (۴) ۱

۲۱) جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنباله‌ی حسابی، جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی، هستند. قدر نسبت دنباله‌ی هندسی، کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{9}{4}$

۲۲) مجموعه جواب نامعادله‌ی  $3 < \frac{2x-1}{x+1} < -1$ ، کدام است؟

- (۱)  $(0, +\infty)$  (۲)  $(4, +\infty)$  (۳)  $\mathbb{R} - [-4, 0]$  (۴)  $\mathbb{R} - [-4, -1]$

۲۳) فرض کنید  $A(-1, 9)$  رأس سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  گذرا بر نقطه‌ی  $(3, 1)$  باشد. این سهمی از کدام یک از نقاط زیر، می‌گذرد؟

- (۱)  $(5, -7)$  (۲)  $(5, -9)$  (۳)  $(2, 5)$  (۴)  $(1, 5)$

۲۴) در بازه‌ی  $(a, b)$ ، نمودار تابع  $y = (x-1)^2$  بالاتر از نمودار تابع  $y = 4x^4$  است. بیشترین مقدار  $b - a$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{5}{2}$

۲۵) به چند طریق می‌توان ۵ کتاب متمایز را بین ۳ نفر توزیع کرد، به شرط آنکه هر نفر حداقل یک کتاب، دریافت کند؟

- (۱) ۱۰۵ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۳۵ (۴) ۱۵۰

۲۶) ۱۰ نفر در یک صف ایستاده‌اند. با کدام احتمال دو فرد مورد نظر از آن‌ها، در کنار هم نیستند؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{4}{5}$  (۴)  $\frac{9}{10}$

۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۴	۲	۲	۳	۴	۱	۳	۳	۱	۱	۴	۳	۲	۳	۲	۳	۳	۴	۲	۴	۱	۳	۴	۴	۴

۱.۳.۹ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) فرض کنید مجموعه جواب نامعادله‌ی  $\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} > 0$ ، به ازای  $x > \frac{3}{4}$ ، بازه‌ی  $[2, 4]$  باشد. مقدار  $m$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

(۲) فرض کنید جمله‌ی صدم دنباله‌ی بازگشتی  $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$  با شرط  $a_1 = 1$ ، برابر  $\frac{k}{m}$  باشد. جمله‌ی نود و هشتم دنباله، کدام است؟

- (۱)  $\frac{k-m}{2m-k}$  (۲)  $\frac{k-2m}{k-m}$  (۳)  $\frac{k-m}{k-2m}$  (۴)  $\frac{2m-k}{k-m}$

۲.۳.۹ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

(۳) فرض کنید مجموعه جواب نامعادله‌ی  $\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(2x - 3)}{x - 3\sqrt{x} + 2} \geq 0$  فقط یک بازه باشد. مقدار  $m$ ، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{7}{3}$

(۴) دنباله‌ی بازگشتی  $a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}$  با شرط  $a_1 = -1$  را در نظر بگیرید. حاصل ضرب صد جمله‌ی اول دنباله، کدام است؟

- (۱) -۲۰۱ (۲) -۱۹۹ (۳) -۱۹۷ (۴) ۱۹۷

(۵) حاصل عبارت  $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$ ، کدام است؟

- (۱)  $n2^{n-1}$  (۲)  $n2^n$  (۳)  $(n-1)2^{n-1}$  (۴)  $(n-1)2^n$

۳.۳.۹ سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)

(۶) فرض کنید  $a = \sqrt[3]{\sqrt{6}-2}$  و  $b = \sqrt[3]{\sqrt{6}+2}$ ، مقدار  $(a^2 + b^2 - 2ab)^2 (a^2 + b^2 + 2ab)^2$ ، کدام است؟

- (۱)  $4(2 + \sqrt{3})$  (۲)  $4(2 - \sqrt{3})$  (۳)  $16(2 + \sqrt{3})$  (۴)  $16(2 - \sqrt{3})$

(۷) فرض کنید  $x_1$  و  $x_2$  جواب‌های معادله‌ی  $2\sqrt{x}(\sqrt{x^2} - 1) = (\sqrt{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x^2}} + 1)(\sqrt{x^2} - 1)$ ، باشند. مقدار  $x_1 + x_2$ ، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

(۸) در یک جلسه‌ی آموزشی میزگردی شامل ۴ دانش‌آموز کلاس پایه‌ی یازدهم و ۴ دانش‌آموز کلاس پایه‌ی دوازدهم تشکیل شده است. به چند حالت دانش‌آموزان در صندلی‌ها بنشینند، به طوری که در کنار هر دانش‌آموزی، دانش‌آموز هم‌پایه قرار نگیرد؟

- (۱) ۱۴۴ (۲) ۲۸۸ (۳) ۲۷۶ (۴) ۱۱۵۲

۴.۳.۹ سوالات رشته تجربی (خارج از کشور)

۹) فرض کنید  $a = \sqrt[3]{7 - 4\sqrt{3}}$ . مقدار  $(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2})^2 (a + \frac{1}{a} - \sqrt{2})^2$ ، کدام است؟

۴۹ (۴)

۲۵ (۳)

۱۶ (۲)

۹ (۱)

۱۰) مجموع پول علی و اکرم ۱۰۰ تومان است. اگر علی ۱۰ تومان از پولش را به اکرم بدهد، آنگاه حاصل ضرب پول‌های باقیمانده آن‌ها ۴۷۵ تومان خواهد شد. پول اولیه‌ی اکرم، کدام است؟

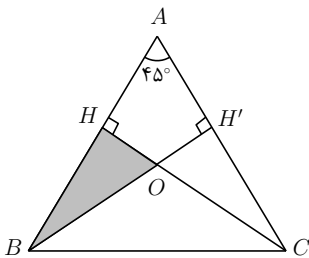
۹۱ (۴)

۸۵ (۳)

۱۵ (۲)

۹ (۱)

۱۱) در شکل زیر مثلث  $ABC$  متساوی‌الساقین و طول ساق  $AB$  برابر ۸ واحد است. مساحت مثلث  $OHB$ ، کدام است؟



$\frac{8}{2 + \sqrt{3}}$  (۲)

$\frac{6}{2 + \sqrt{3}}$  (۱)

$\frac{16}{3 + 2\sqrt{2}}$  (۴)

$\frac{12}{3 + 2\sqrt{2}}$  (۳)

۱۲) به چند طریق ۳ بازیکن فوتبال، ۲ بازیکن والیبال و ۳ شناگر دور یک میز بنشینند، به طوری که افراد هم‌تیمی کنار هم باشند؟

۴۳۲ (۴)

۲۱۶ (۳)

۱۴۴ (۲)

۷۲ (۱)

۱۳) با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی می‌سازیم، که در هر عضو آن، رقم تکراری به کار نرفته باشد. یک عضو از مجموعه‌ی فوق انتخاب می‌کنیم. احتمال این که عضو انتخاب شده بر ۳ بخش پذیر باشد، کدام است؟

$\frac{177}{325}$  (۴)

$\frac{168}{325}$  (۳)

$\frac{67}{205}$  (۲)

$\frac{66}{205}$  (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
							۵	۲	۴	۳	۲	۱	۴	۴	۱	۲	۲	۱	۲



## ۴.۹ سؤالات کنکور ۱۴۰۱

### ۱.۴.۹ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) کمترین مقدار تابع  $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$  برابر ۲ است. محور تقارن سهمی، کدام است؟

- $x = 2$  (۱)       $x = 2/5$  (۲)       $x = 3$  (۳)       $x = 3/5$  (۴)

(۲) اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (بجز دسته اول و دوم)، برابر بزرگ‌ترین عضو دسته قبل است، یعنی  $\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}, \dots$ . میانگین عضوهای دسته سیزدهم، کدام است؟

- $2304/5$  (۱)       $3072/5$  (۲)       $4608/5$  (۳)       $6144/5$  (۴)

(۳) چند عدد طبیعی پنج رقمی با ارقام غیر تکراری می‌توان نوشت که ارقام آن یک در میان زوج و فرد باشند؟

- $1840$  (۱)       $1920$  (۲)       $2160$  (۳)       $2400$  (۴)

### ۲.۴.۹ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

(۴) یک دانش‌آموز مربع‌هایی رسم می‌کند که مساحت هر مربع، ۹ برابر مساحت مربع رسم شده قبلی است. محیط این مربع‌ها، تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهند. قدر نسبت این دنباله، کدام است؟

- $3$  (۱)       $6$  (۲)       $9$  (۳)       $12$  (۴)

(۵) نمودار تابع  $y = 3x^2 + (2m - 1)x + m + \frac{4}{3}$  در ناحیه دوم بر نیمساز آن ناحیه مماس است. طول رأس سهمی، کدام است؟

- $-\frac{1}{18}$  (۱)       $-\frac{5}{18}$  (۲)       $-\frac{7}{6}$  (۳)       $-\frac{1}{3}$  (۴)

(۶) در یک مطب ۵ صندلی در یک ردیف قرار دارد. ۷ بیمار هم‌زمان وارد مطب می‌شوند. به چند طریق بیماران می‌توانند روی ۵ صندلی بنشینند، به طوری که دو نفر از آنها نخواهند کنار هم بنشینند؟

- $1560$  (۱)       $1800$  (۲)       $2040$  (۳)       $2280$  (۴)

(۷) دو تاس همگن را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال، حداقل یک عدد مضرب ۳ و مجموع دو عدد رول شده برابر ۷ است؟

- $\frac{1}{18}$  (۱)       $\frac{1}{9}$  (۲)       $\frac{1}{6}$  (۳)       $\frac{1}{3}$  (۴)

### ۳.۴.۹ سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)

(۸) حاصل عبارت  $\sqrt[3]{(4 + \sqrt{7})^{-1}} \sqrt{1 + \sqrt{7}}$  کدام است؟

- $1$  (۱)       $\sqrt{3}$  (۲)       $2$  (۳)       $2\sqrt{3}$  (۴)

۹) اگر ۸ و ۵ به ترتیب جملات پنجم و دهم یک الگوی خطی باشند، جمله شانزدهم کدام است؟

- ۱) ۱۱/۶ (۱)      ۲) ۹/۶ (۲)      ۳) ۲/۴ (۳)      ۴) ۱/۴ (۴)

۱۰) به ازای چند مقدار  $a$ ، سهمی  $y = ax^2 + (3 + 2a)x$  از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- ۱) هیچ مقدار  $a$  (۱)      ۲) تمام مقادیر  $a$  (۲)      ۳) ۱ (۳)      ۴) ۲ (۴)

۱۱) ۷ کتاب در موضوعات مختلف که ریاضی، فیزیک و زیست هم جزو آنهاست، در اختیار داریم. به چند طریق می‌توان ۴ کتاب را طوری انتخاب کرد که اگر ریاضی انتخاب شود، زیست نیز انتخاب شود و اگر فیزیک انتخاب شود، زیست انتخاب نشود؟

- ۱) ۱۰ (۱)      ۲) ۱۱ (۲)      ۳) ۱۵ (۳)      ۴) ۱۶ (۴)

### ۴.۴.۹ سوالات رشته تجربی (خارج از کشور)

۱۲) حاصل عبارت  $(\sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{3 + \sqrt{5}}) \left( \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + 2} \right)$  کدام است؟

- ۱) -۱ (۱)      ۲)  $-\sqrt{2}$  (۲)      ۳) ۱ (۳)      ۴)  $\sqrt{2}$  (۴)

۱۳) اعداد ۱۴ و  $17/2$  به ترتیب جملات پنجم و هفتم یک دنباله درجه دوم هستند. اگر ضریب بزرگترین درجه جمله عمومی، برابر  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  قرینه جمله پنجم باشد، جمله پانزدهم چند برابر جمله اول است؟

- ۱) ۲ (۱)      ۲) ۲/۴ (۲)      ۳) ۴/۶ (۳)      ۴) ۵ (۴)

۱۴) رأس سهمی  $y = -ax^2 + ax + 2$  روی سهمی  $y = 2bx^2 - bx - 1$  قرار دارد و برعکس. مقدار  $b - a$  چقدر است؟

- ۱) -۶ (۱)      ۲) ۶ (۲)      ۳) -۱۸ (۳)      ۴) ۱۸ (۴)

۱۵) ۴ کتاب متمایز با موضوع ریاضی و ۲ کتاب متمایز با موضوع آمار را به چند طریق می‌توان در یک قفسه کنار هم قرار داد، به طوری که موضوع دو کتاب مجاور هر کتاب (بجز کتاب اول و آخر)، متفاوت باشد؟

- ۱) ۹۶ (۱)      ۲) ۷۲ (۲)      ۳) ۴۸ (۳)      ۴) ۲۴ (۴)

۱۶) دو سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو سکه «رو» یا هر دو «پشت» ظاهر شوند، یک سکه دیگر می‌اندازیم، در غیر این صورت دو سکه دیگر پرتاب می‌کنیم. در مجموع با کدام احتمال، دقیقاً دو سکه به «پشت» ظاهر می‌شود؟

- ۱)  $\frac{1}{4}$  (۱)      ۲)  $\frac{1}{2}$  (۲)      ۳)  $\frac{3}{4}$  (۳)      ۴)  $\frac{3}{8}$  (۴)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
			۴	۳	۲	۴	۱	۳	۱	۴	۲	۲	۳	۳	۱	۳	۳	۳	۱

فصل ۱۰

پاسخنامه

F-401	1-371	1-321	F-281	2-241	2-201	2-171	2-121	F-81	2-41	1-1
F-402	2-372	F-322	1-282	F-242	F-202	2-172	2-122	2-82	2-42	1-2
2-403	2-373	2-323	2-283	2-243	F-203	F-173	2-123	1-83	2-43	1-3
F-404	1-374	1-324	2-284	1-244	1-204	1-174	2-124	2-84	2-44	2-4
2-405	2-375	2-325	2-285	2-245	2-205	2-175	F-125	2-85	2-45	2-5
F-406	2-376	2-326	2-286	2-246	2-206	2-176	2-126	2-86	2-46	F-6
F-407	F-377	2-327	F-287	1-247	1-207	F-177	2-127	F-87	1-47	2-7
2-408	1-378	1-328	F-288	2-248	2-208	2-178	2-128	2-88	F-48	F-8
F-409	2-379	2-329	2-289	2-249	1-209	2-179	1-129	F-89	2-49	1-9
F-410	1-370	2-330	1-290	1-250	2-210	F-170	2-130	2-90	2-50	2-10
2-411	2-371	F-331	2-291	2-251	1-211	F-171	2-131	2-91	2-51	2-11
2-412	2-372	2-332	2-292	1-252	2-212	2-172	1-132	F-92	2-52	2-12
1-413	1-373	1-333	2-293	2-253	2-213	2-173	1-133	2-93	F-53	2-13
2-414	2-374	F-334	1-294	2-254	1-214	1-174	F-134	2-94	2-54	2-14
2-415	F-375	1-335	2-295	2-255	F-215	2-175	2-135	F-95	F-55	F-15
2-416	2-376	1-336	F-296	F-256	1-216	1-176	2-136	1-96	2-56	2-16
1-417	1-377	2-337	2-297	2-257	2-217	2-177	F-137	2-97	F-57	2-17
2-418	F-378	2-338	2-298	2-258	F-218	F-178	1-138	2-98	2-58	2-18
2-419	1-379	2-339	1-299	2-259	2-219	2-179	2-139	2-99	2-59	2-19
F-420	2-380	2-340	2-300	F-260	2-220	2-180	2-140	2-100	2-60	1-20
F-421	2-381	2-341	2-301	1-271	1-221	2-181	2-141	2-101	2-71	2-21
-422	2-382	1-342	1-302	2-272	2-222	F-182	2-142	F-102	1-72	2-22
-423	F-383	1-343	2-303	2-273	1-223	1-183	F-143	1-103	1-73	2-23
-424	1-384	1-344	1-304	2-274	1-224	1-184	2-144	1-104	F-74	2-24
-425	2-385	2-345	1-305	2-275	F-225	2-185	2-145	F-105	2-75	F-25
-426	2-386	F-346	1-306	F-276	F-226	1-186	2-146	2-106	F-76	2-26
-427	2-387	2-347	F-307	1-277	2-227	F-187	2-147	2-107	2-77	2-27
-428	1-388	2-348	F-308	1-278	F-228	2-188	F-148	2-108	2-78	F-28
-429	2-389	F-349	F-309	1-279	2-229	2-189	F-149	F-109	2-79	1-29
-430	2-390	2-350	2-310	2-280	1-230	2-190	2-150	2-110	1-80	2-30
-431	1-391	2-351	F-311	1-281	F-231	2-191	F-151	2-111	2-81	1-31
-432	F-392	F-352	2-312	F-282	1-232	F-192	2-152	1-112	2-82	2-32
-433	2-393	2-353	2-313	2-283	F-233	1-193	F-153	2-113	F-83	F-33
-434	1-394	2-354	1-314	F-284	2-234	2-194	1-154	1-114	1-84	F-34
-435	2-395	1-355	F-315	2-285	2-235	1-195	F-155	2-115	1-85	2-35
-436	1-396	F-356	2-316	2-286	1-236	2-196	2-156	1-116	1-86	2-36
-437	2-397	2-357	2-317	F-287	1-237	2-197	F-157	F-117	2-87	2-37
-438	1-398	F-358	1-318	2-288	2-238	1-198	2-158	2-118	2-88	2-38
-439	2-399	2-359	2-319	1-289	2-239	1-199	F-159	2-119	2-89	2-39
-440	2-400	F-360	2-320	1-290	F-240	2-200	F-160	2-120	2-90	2-40