**درون یابی خطی interpolation**

**گاهی مقدار مشخص i در جدول وسجود ندارد. بنابراین از طریق درون یابی آن را محاسبه می کنیم.**

**به عنوان مثال: (10 و 3/7 % و )در جدول وجود ندارد. بنابراین ابتدا مقدار 7% و 8% را به دست می آوریم و مراحل زیر را انجام می دهیم.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **7%** |  |  |  |  |  | **14238/** |  | **7%** |  |  |  |  |
| **A/P** |  |  |  | **c** |  |  |  |  |  | **a** |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **X=** |  | **3/7%** |  |  |  |  |
| **14238/ 10** |  | **d** |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **b** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **8%** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **A/P** | **1** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **14903/** | **10** |  |  |  |  | **14903/** |  | **8%** |  |  |  |  |

**مقادیر a و b و c از تفاضل بین اعداد تشکیل دهنده آن مقادیر به دست می آید.**

**همواره داریم:**

**در ضمن**

(0/14903-0/14238)= (0/1490-0/1424)=0/001995

**چون مقدار فاکتور از 7% به 8% افزایشی است یعنی از 14238/0 به 14903/0 افزایش ، مقدار c باید به مقدار فاکتور 7% یعنی 1424/0 اضافه شود تا مقدار فاکتور مجهول x به دست آید:**

**مقدار ()را به دست آورید.**

**فاکتور 48 در جدول نیست پس 45 و 50 را داریم.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | **14238/** |  | **45** |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **c** |  |  |  |  |  | **a** |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **X=** |  | **48** |  |  |  |  |
|  |  | **d** |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **b** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **1407/** |  | **50** |  |  |  |  |

**چون فاکتور از 45 به 50 کاهشی است یعنی از 0/1712 به 0/1407 می رسد پس داریم:**

**مقدار فاکتور (42) را از طریق جدول محاسبه کنید.**

**چون مقادیر i=%13 و n=42 در جدول وجود ندارد. یک درون یابی دوطرفه انجام می دهیم.**

**اولین مرحله محاسبه فاکتور مذکور، تشکیل تناسب زیرو محاسبه در %13 i= برای n=40 و n=45 است.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **N=45** |  |  | **N=40** |  | **i** |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | **2825/8** |  |  |  |  | **2438/8** |  | **12%** |  |  |  |  |
|  | **C** |  |  |  |  |  | **c** |  |  |  |  |  | **a** |  |  |
|  |  |  |  | **X=45** |  |  |  |  | **X=40** |  | **13%** |  |  |  |  |
| **d** |  |  |  |  | **d** |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **b** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **6543/6** |  |  |  |  | **6418/6** |  | **15%** |  |  |  |  |

**سوم حال مقدار فاکتور P/A در n= 42 طبق تناسب زیر به دست می آید.**

**P / A**

d

**حل مسائل ارزش فعلی، ارزش آینده وپرداخت مساوی**

**اولین قدم برای محاسبات وحل اقتصادی یک پروژه، رسم فرآیند مالی پروژه است. فرآیند مالی، خود راهنمای انتخاب فرمول وفاکتور مناسب خواهد بود. به چندین مثال توجه کنید:**

**1 - چه مقدار پول درحساب بانکی شما خواهد بود اگر شما از سال آینده برای 8 سال، هر سال 1000 ریال درحساب بانکی خود پس انداز نمایید. نرخ بهره برای پس انداز دربانک %4 فرض می شود.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **؟=F** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **8** | **7** | **6** | **5** | **4** | **3** | **2** | **1** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | **1000=A** | **1000=A** | **1000=A** |  |  |

**چون اولین پرداخت درپایان سال اول وآخرین پرداخت درپایان سال هشتم قرار دارد.**

**پس داریم:**

**ازجدول بدست آوردیم**

**2 - اگر دریک طرح، بعداز 7 سال یه شما 50000 ریال یه عنوان اصل وفرع بپردازند ، اکنون چه مقدار پول دراین طرح سرمایه گذاری می کنید. حداقل نرخ جذب کننده %5 درسال فرض می شود.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **000 50=F** |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | **7** | **6** | **5** | **4** | **3** | **2** | **1** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  | **P=?** |  |  |

**3 - اگر بانکی متعهد شود از سال آینده درچنین روزی تامدت 9 سال، هما ساله مبلغ 6000 ریال به شما پرداخت نماید ونرخ بانک %7 درسال چه مقدار پول در این طرح سرمایه گذاری می کنید.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | **A=4000** |  |  |  |  |  |
| **9** | **8** | **7** | **6** | **5** | **4** | **3** | **2** | **1** | **0** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | **P=?** |  |

**4 - چه مقدار پول باید هرسال دربانک پس انداز کنید تاپس از 7 سال بانرخ بهره با %5 مبلغ 100000 ریال درحساب شما باشد.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **000 100=F** |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | **7** | **6** | **5** | **4** | **3** | **2** | **1** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **A=?** |  |  |  |  |  |

**5 - اگر شخصی امروز 6000 ریال، دوسال بعد درهمین روز 3000 ریال وپنج سال بعد چنین روزی 4000 ریال دربانک، بانرخ بهره %5 پس انداز کند. پس از 10 سال امروز، چه مقدار پول درحساب بانکی او خواهد بود؟**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **F=?** |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | | |
| **10** | **9** | **8** | **7** | **6** | **5** | **4** | **3** | **2** | **1** | | **0** |  |
| **F=?** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | |
| **F=?** |  |  |  |  | **4000p=** |  |  | **3000p=** |  | **6000p=** | | |
| **F=?** |  |  |  | **N=5** |  |  | **N=8** |  | **N=10** |  | | |

**P**

**روش اول (راحت تراست)**

**روش دوم**

* **شرکت الف قصد دارد دریک پروژه تولیدی سرمایه گذاری نماید.نحوه سرمایه گذاری بدین ترتیب است که شرکت درحال حاضر 300000 ریال می پردازد. بعداز 5 سال مبلغ 500000 ریال دریافت می کند اولاً نرخ بازگشت سرمایه شرکت چقدر خواهد بود ثانیا اگر بانکی حاضر شود نرخ بهره %7 رابه عنوان نرخ بازگشت سرمایه به شرکت بپردازد به شرطی که شرکت به همان نحو سرمایه گذاری دربانک انجام دهد، آیا بهتر نیست شرکت دربانک سرمایه گذاری نماید؟**

1

2

3

4

5

P=300000

F=500000

**سال پنجم**

بااستفاده از جدول فاکتور ها عدد0.6 درجدول نیست پس از درون یابی خطی

**سال پنجم**

**ستونp/f**

**نرخ بهره ص14**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | **10%** |  | **6209/0** |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **c** |  |  |  |  |  | **a** |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **i=?** |  | **6/0** |  |  |  |  |
| نرخ مربوط به کدام نرخ برده است. |  | **d** |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **b** |
|  |  |  |  |  |  | **افزایشی** |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **نرخ بهره ص15** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **12%** |  | **5674/** |  |  |  |  |

پس

پاسخ سوال دوم:

**برای شرکت الف، سرمایه گذاری در واحد تولیدی، اقتصادی تر است تا پس انداز نمودن در بانک**

**7- حداقل نرخ جذب کننده شرکت ب%5 در سال است پیشنهادی بدین قرار، به شرکت شده است:**

**از یک سال بعد، همه یاله تا 15 سال مبلغ 50000 ریال درطرحی سرمایه گذاری شودو پایان 15 سال مبلغ 1000000 ریال دریافت شود تقسیم شرکت چیست؟**

**ابتدا نرخ بازگشت سرمایه رامحاسبه می کنیم .**

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

A=50000

I=?

F=1000000

**بااستفاده از جدول ودرون یابی خطی داریم.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | **3%** |  | **53377/0** |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **c** |  |  |  |  |  | **a** |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **X** |  | **5%** |  |  |  |  |
| **سال پنجم**  **ستونA/f** |  | **d** |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **b** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **4%** |  | **04994/** |  |  |  |  |

**پس نرخ طرح98/3 % و پایین تر از نرخ جذب کننده (%5) است پس این طرح اقتصادی نیست.**

**8- چه مدت طول می کشد تا 10000 ریال به 20000ریال تبدیل شود اگر نرخ بانک 5% در سال باشد.**

0

1

2

3

n-2

n-1

n

P=1000

F=20000

I=%5

**پس نتیجه می گیریم**

1) در جدول فاکتورها(2) در صفحه نرخ 5%

3)در ستون مشاهده می شود که 5% بین 14 و 15 است یا دقیق تر

درس9

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | **14** |  | **5051/0** |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **c** |  |  |  |  |  | **a** |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **n** | **برای چه سالی است؟** | **5%** |  |  |  |  |
|  |  | **d** |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **b** |
|  |  |  |  |  |  | **افزایشی** |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **15** |  | **4810/** |  |  |  |  |

**9- یک سرمایه گذار ، مبلغ 20000 ریال امروز، 5000 ریال سه سال بعد ، 10000 ریال 5 سال بعد، در یک طرح سرمایه گذاری می کند.**

**از حالا تا چند سال طول می کشد تا اصل و فرع سرمایه گذاری های انجام شده توسط او به 100000 ریال برسد. نرخ بازگشت سرمایه 6% است.**

0

1

2

3

4

5

6

n-2

n-1

n

F=100000

5000

10000

P=2000

F=? i=%6 F=?

**P=20000+5000(0.8396)+10000(0.7473)**

این عدد در صفحه نرخ6% در ستون بین 19 و 20 است. پس با درون یابی خطی داریم:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  | **3305/** |  | **19** |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **a** |  |  |  |  |  | **c** |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **31671/** |  | **x** |  |  |  |  |
|  |  | **b** |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **d** |
|  |  |  |  |  |  |  |  | **افزایشی** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | **3118/** |  | **20** |  |  |  |  |

**10**- شرکت گلدار یک ماشین کشاورزی را خریداری می کند. 50000 ریال نقد پرداخت می کند و سه سال بعد به مدت 6 سال همه ساله 5000 ریال می پردازد . اگر حداقل نرخ جذب کننده 8% در سال باشد ارزش فعلی ماشین کشاورزی چه قدر است؟

**PT=?**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  | **F=?** |  | | | |
|  |  | **6** | **5** | **4** | **3** | **2** | **3** | **2** | **1** | | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **50000p1=** | | |
|  |  |  |  | **N=5000** |  |  |  |  |  |  | | |

**ارزش فعلی کل است که عبارت است از :**

**که ارزش فعلی پرداخت های مساوی از سال سوم تا هشتم است.**

**اما برای محاسبه ، مبدا در سال دوم فرض می شود و سپس ارزش فعلی از سال دوم به سال مبداء واقعی یعنی سال صفر انتقال می یابد.**

11- شرکت گلریز ماشینی را خریداری نموده است و قرار است از سال سوم تا سال هشتم ( بر طبق فرآیند مالی زیر ) پرداخت های مساوی معادل 8000 ریال . شرکت علاقمند است بداند که اگر نرخ بهره 6% در سال فرض شود ، پرداخت های و یکنواخت از سال اول تا هشتم چه قدر است؟

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | **8** | **7** | **6** | **5** | **4** | **3** | **2** | **1** | **0** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | **A=8000** |  |  |  | **P=?** |  |

**روش اول = ارزش فعلی شش پرداخت، طبق شکل فوق در سال مبداء یعنی سال صفربدست می آوریم.**

**پسAاز Pمحاسبه گردد.**

**روش دوم ساده تراست: ابتدا ارزش آینده 6 بار پرداخت مساوی ، یعنی F محاسبه و سپس A از Pبه دست می آید.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | **8** | **7** | **6** | **5** | **4** | **3** | **2** | **1** | **0** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | **گام اول** |  |  |  |  |  | گام دوم |  |

**12- ارزش فعلی فرآیند مالی زیر را محاسبه کنید نرخ بهره سالیانه 6% است.**

15000

10000

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

A=20000

A=20000

**مقدار A=20000 از سال سوم تا سال بیستم تکرار شده است.**

**در سال های ششم و شانزدهم نیز درآمد 10000 و 15000 وجود دارد.**

**تمامی درآمدهای مساوی از سال سوم تا بیست و دوم ابتدا از طریق P/A به سال مبداء خودوسپس به مبداء واقعی یعنی سال صفرانتقال می یابد.**

**ارزش فعلی کل() عبارت خواهد بود از :**

**در مساله 12 مقدار درآمد مساوی یکنواخت را در فرآیند مالی بالا محاسبه کنید. از 2 طریق محاسبه می کنیم:**

**الف-از طریق ارزش فعلی**

**A=21718 (/83.5)=A=18032**

**ب- از طریق ارزش آینده**

**باید ابتدا مقدار ارزش آینده کل () محاسبه و سپس با استفاده از فاکتور ، A تعیین گردد.**

**=782381**

**A=**

**A=782381(%23/5)**

**A=18034**

***13- ارزش فعلی را در فرآیند مالی زیر محاسبه کنید. اگر نرخ 15% در سال فرض شود .***

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

**به دو طریق حل می کنیم.**

**الف- از طریق ارزش فعلی**

**=3370**

**ب- از طریق ارزش آینده**

**14- فرآیند مالی شرکت گلنار به صورت زیر است . ارزش فعلی شکل را اگر حداقل نرخ بهره جذب کننده سالانه 8% فرض شود محاسبه کنید.**

0

1

2

3

4

5

6

7

N=460

F=5000

**=-331**

**توضیح اینکه ارزش فعلی 460 در سال صفر، برابر با خودش بوده و از آنجاییکه فرآیند مالی سال هفتم هزینه است . با علامت منفی نشان دادیم.**

**مسائل فصل سوم**

1. **اگر شما مبلغ 5000 ریال را در بانکی با نرخ 18% در سال ، به مدت 12 سال پس انداز نمایید . اصل و فرع پس از مدت مذکور چقدر خواهد بود؟**
2. ***شخصی مبلغ 45000 ریال را با نرخ 20% در سال قرض می کند و یک سال پس از قرض که شروع به پرداخت اقساط سالانه خواهد نمود اگر شخص بخواهد مبلغ را در 5 قسط مساوی سالیانه بپردازد قسط سالیانه را تعیین کنید.***
3. ***اگر شخصی 8000 ریال امروز و 16000 ریال سه سال دیگر در بانک پس انداز کند، چند سال طول می کشد تا اصل و فرعی برابر با 35000 ریال از بانک دریافت نماید. نرخ بهره 10% در سال است.***

F=35000

0

1

2

3

N-1

N

16000

P=8000

1. **شرکت گلجو طرحی برای بازنشستگی کارمندان خود دارد . کارمندان به مدت 25 سال، هر سال 7200 ریال حق بازنشستگی می پردازند و این پرداخت از پایان سال اول آغاز می شود . شرکت تضمین می نماید که در پایان دوره 25 ساله مبلغ 25000 ریال به کارمندان به طور یکجا بپردازد . نرخ بازگشت سرمایه روی این طرح چه قدر است؟**

**A=7200 F=250000**

3122/ 2

288/ **کاهشی**  i

2743/ 3

**A=F = (**

1. **مقدار ارزش فعلی را در فرآیند مالی زیر محاسبه کنید. نرخ بهره 15% در سال است.**

A=1000

0

4

8

12

16

92

96

100

**P=1000 +1000**

**6-مقدار ارزش فعلی را در فرآیندهای مالی زیر با نرخ بهره سالیانه 15% در دوره محاسبه کنید.**

A

0

1

2

3

4

5

100

100

100

100

0

1

2

3

4

5

150

150

150

150

B

0

1

2

3

4

5

75

100

125

150

50

C

0

1

2

3

4

5

6

7

8

1000

1000

1000

900

900

900

15000

15000

15000

D

E

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

100

200

**7- مقدار دریافت یکنواخت سالیانه را در مسئله 5 تعیین کنید.**

**8- مقدار دریافت سالیانه را در مساله 6، قسمت های a وb و c تعیین کنید.**

**9- در مساله 6 ، قسمت e، هزینه هیکنواخت سالیانه ( هزینه سالیانه از سال 1 تا 12 ) را بدون در نظر گرفتن درآمدهای سال پنجم و ششم محاسبه نمایید.**

**10- پروژه ای با فرآیند مالی زیر به شرکت گلپر پیشنهاد شده است. حداقل نرخ جذب کننده شرکت برابر 8% است. آیا اجرای این پروژه را به شرکت توصیه می کنید؟**

0

1

2

3

4

5

6

6000

1000

1000

1000

1500

1500

1500

**11- در فرآیند مالی زیرمقدار x را تعیین کنید. نرخ بهره 12% در سال است.**

0

1

2

3

4

5

6

7

100 000

X x x x

2x 2x 2x x

**12- در فرآیند مالی زیر مقدار x را محاسبه نمایید. نرخ بهره سالیانه 15% است.**

0

1

2

3

4

5

6

A=1000

3x

2x