

به نام خدا

امتحان جبر پایه دوم:

زمان امتحان ۳ ساعت

۱. برای اعداد حقیقی و مثبت  $a, b, c$  ثابت کنید

$$\frac{a^{11}}{bc} + \frac{b^{11}}{ac} + \frac{c^{11}}{ab} + \frac{3}{a^2b^2c^2} \geq \frac{a^6 + b^6 + c^6 + 9}{2}$$

۲. آیا اعداد حقیقی  $a, b$  وجود دارند بطوری که تمام ریشه‌های دو چندجمله‌ای  $(x - a)^3 + (x - b)^2 + x$  و  $(x - b)^3 + (x - a)^2 + x$  حقیقی باشد؟

۳. تمام توابع  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  را بیابید بطوری که برای تمام اعداد حقیقی  $x, y$  داشته باشیم

$$f(x + y) + xy = f(x)f(y)$$

موفق باشید