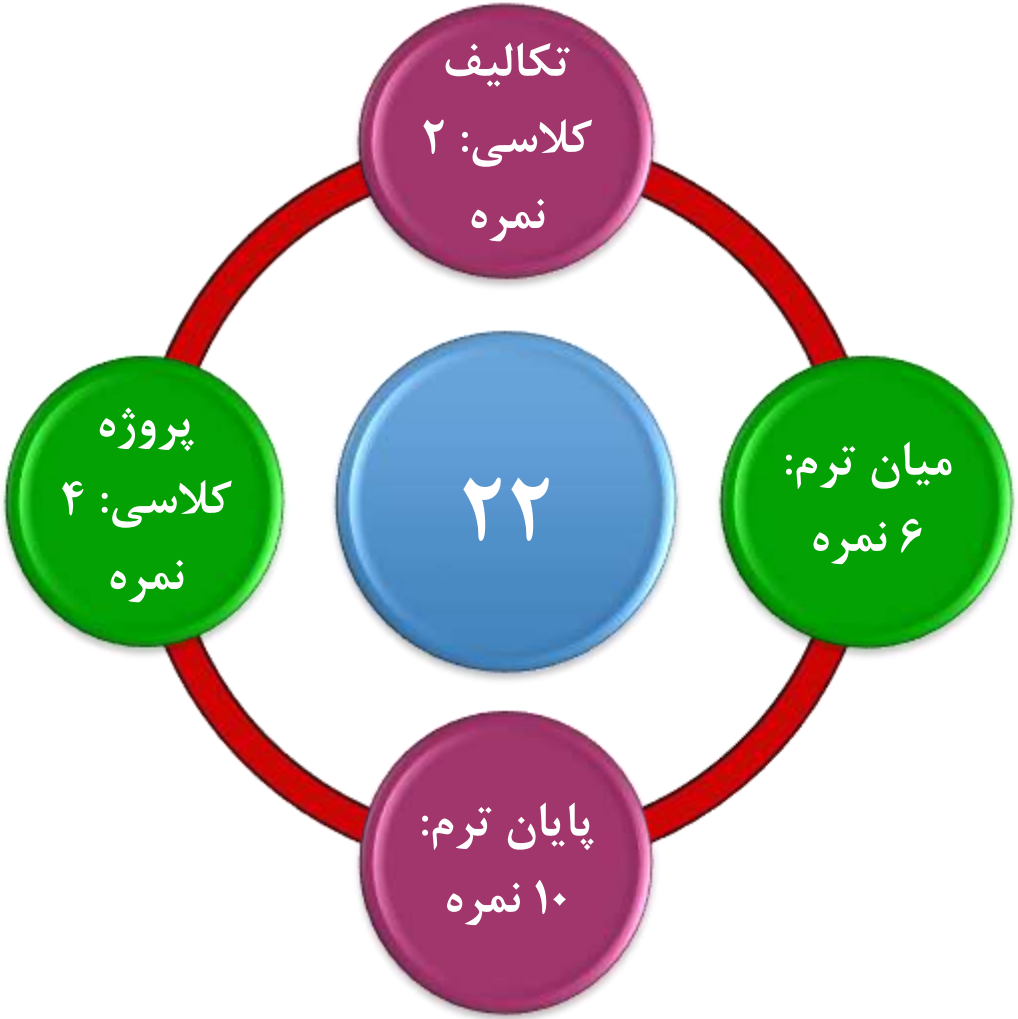
اصول مهندسی زلزله و باد

مدرس:
مهندس حامد ابراهیمی

ارزشیابی


تکالیف
کلاسی: ۲
نمره
پروژه
کلاسی: ۴
نمره
۲۲
میان ترم:
۶ نمره
پایان ترم:
۱۰ نمره

سرفصل مطالب

- **مبانی لرزه شناسی**
  - منشا زلزله
  - کانون زلزله
  - انواع گسل
  - انواع امواج زلزله
  - مقیاس های زلزله
  - دستگاه های لرزه نگار و شتاب نگار
  - لرزه خیزی ایران
  - پیشگویی زلزله

- **دینامیک سازه ها**
  - مفهوم درجه آزادی دینامیکی
  - ارتعاش آزاد سیستم یک درجه آزاد
  - ارتعاش آزاد سیستم یک درجه آزاد با میرایی
  - پاسخ سیستم های خطی در برابر زلزله
  - طیف پاسخ زلزله
  - طیف طرح الاستیک
  - پاسخ سیستم های چند درجه آزاد
  - مفهوم مودهای ارتعاشی

سرفصل مطالب

- **دیدگاه های آیین نامه ای برای طرح لرزه ای ساختمان ها**
  - محاسبه ساختمان ها در برابر نیروی زلزله
  - تحلیل معادل استاتیکی
  - تحلیل دینامیکی طیفی
  - تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی
  - ضریب رفتار R
  - کنترل تغییرمکان جانبی طبقات
  - طراحی بر اساس عملکرد

- **سیستم های باربر جانبی**

- **نیروی باد**
  - دسته بندی انواع باد
  - اثر کلی و موضعی باد بر ساختمان
  - محاسبه بارهای ناشی از باد
  - توصیه های عمومی طراحی سازه در مقابل نیروی باد

۱– مبانی لرزه شناسی

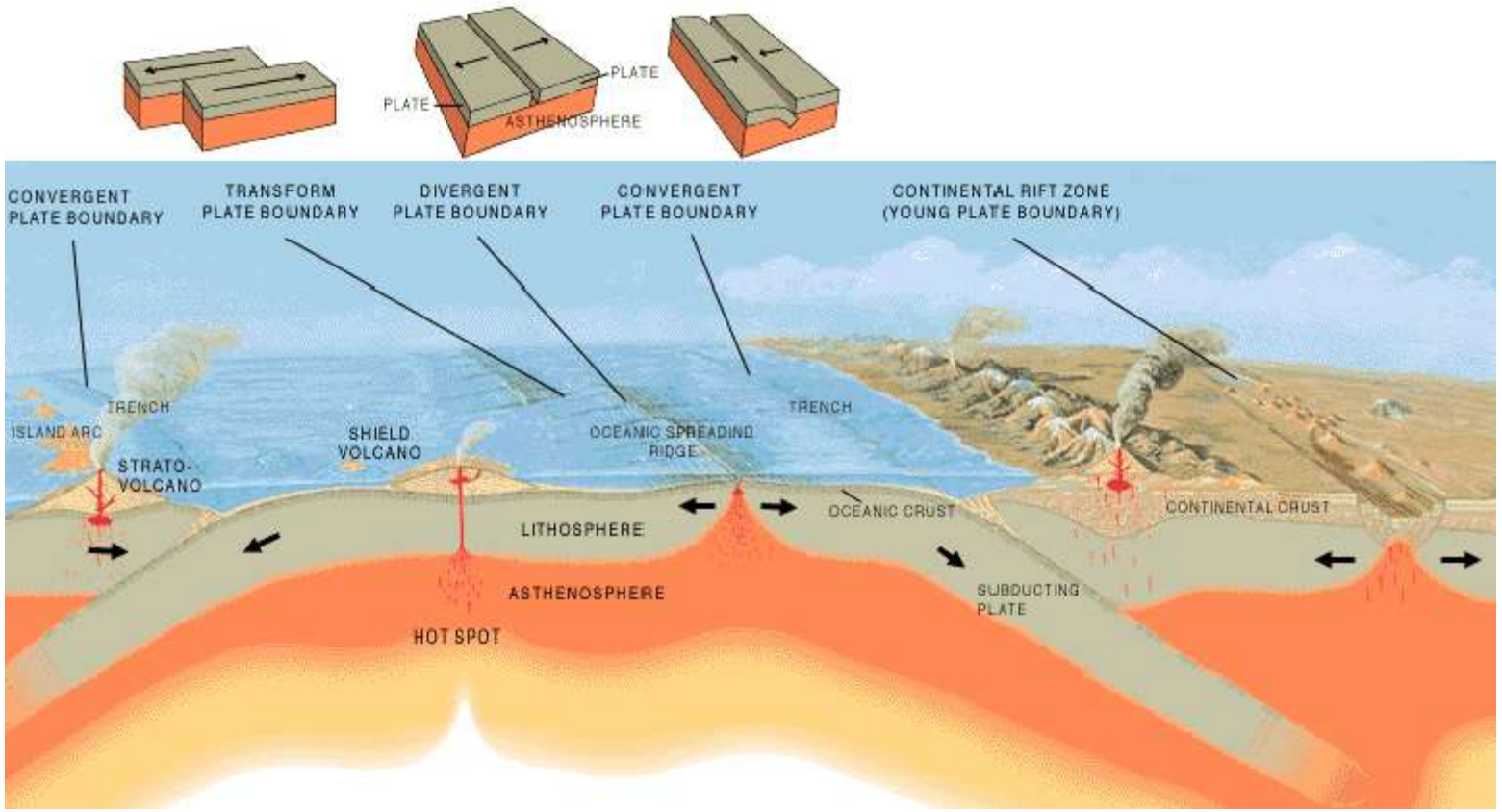
چرا زمین در یک لحظه مرتعش می شود و یا به عبارت دیگر منشاء زمین لرزه چیست؟

اگر سنگی را از ارتفاع روی سطح آب ساکن رها کنیم از محل برخورد، امواجی به اطراف منتشر می گردند. این امواج ناشی از انتقال انرژی جنبشی سنگ به آب می باشد.

به طور مشابه ***حرکت امواج*** ناشی از ***انرژی*** آزاد شده، به علت ***شکست*** قسمتی از ***پوسته*** زمین را زلزله می گویند.

۱– مبانی لرزه شناسی

برای تبیین علت شکست زمین و آزاد شدن انرژی در پوسته آن، نظریه های مختلفی ارائه شده است که محکم ترین آن ها، فرضیه جابجایی قاره ها می باشد.



۱– مبانی لرزه شناسی

نظریه جابه جایی قاره ها (واگنر)

پوسته زمین متشکل از قطعات بزرگی می باشد که بر روی گوشته آن به آرامی در حرکتند، لیکن به دلیل اصطکاک موجود در سطوح تماس آن ها، حرکتشان یکنواخت نیست و به صورت پله ای رخ می دهد. فصل مشترک این سطوح، گسل (Fault) نامیده می شود.

قوه محرکه حرکت زمین، انرژی های نهفته ای است که در گوشته زمین وجود داشته و باعث جابجایی قاره ها می شود. این جابجایی یکنواخت نیست زیرا پوسته زمین در محل شکستگی ها با اصطکاک بسیار زیادی به یکدیگر چسبیده است که باعث جلوگیری از لغزش و حرکت پوسته ها نسبت به یکدیگر می شود. اما با افزایش قوه محرکه گوشته، زمانی این اصطکاک به طور ناگهانی در هم می شکند و باعث حرکت دوبخش مجاور پوسته (صفحات) در مرز جدایی می گردد. در دو سمت مرز جدایی، پوسته ها با سرعت های متفاوت و در جهت های متفاوت حرکت می کنند. به این ترتیب، آزاد شدن انرژی الاستیک قابل توجهی که در پوسته زمین انباشته شده است، موجب ارتعاش پوسته و در نتیجه زمین لرزه می شود.

۱– مبانی لرزه شناسی

گسل: گسل عبارتست از سطح ناپیوسته ای که دو مجموعه سنگی را از هم جدا می کند و معرف صفحه ای است که در طول آن حرکات زمین رخ می دهد و مبدا حرکت زمین در یک زلزله از آن ناشی می شود.

صفحه همه گسلها در سطح پوسته زمین بریده نشده است تا با چشم قابل رویت باشد لذا بعضی از گسلها در سطح زمین اثری از خود ندارند.

انواع گسل:

گسل نرمال(کششی)

گسل معکوس(فشاری)

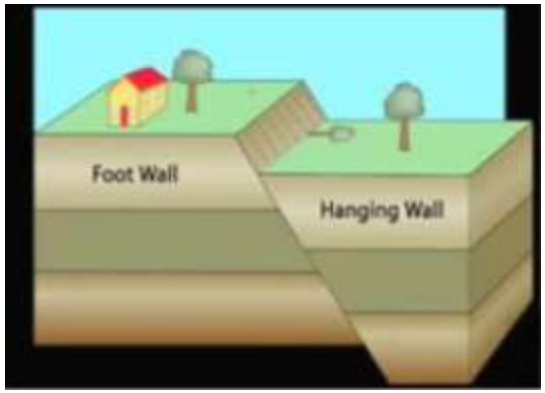
گسل لغزشی جانبی

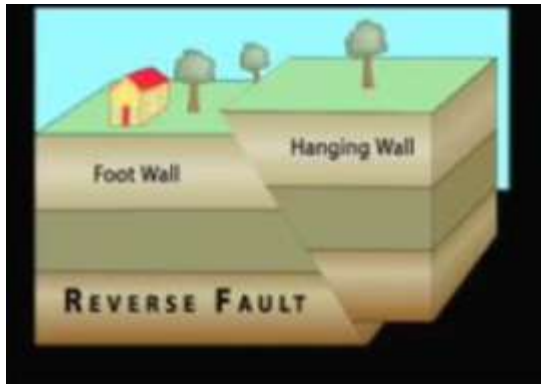
۱– مبانی لرزه شناسی

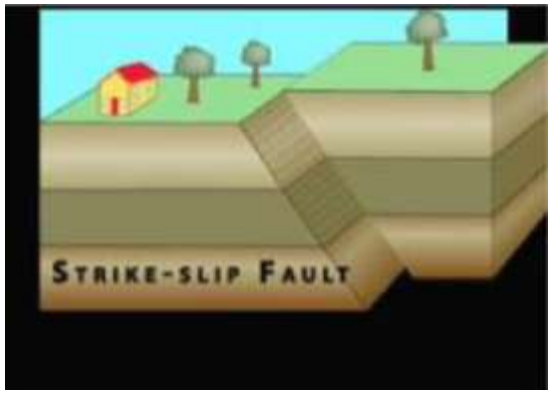
گسل نرمال(کششی): صخره های دو طرف گسل تمایل به جدا شدن از یکدیگر داشته و ایجاد کشش در گسل می کنند. در صورتی که کشش برای ایجاد گسیختگی کافی باشد، یک قطعه نسبت به قطعه دیگر به طرف پائین حرکت می کند.

گسل معکوس(فشاری): صخره های دو طرف گسل تمایل به فشردن یکدیگر داشته و در گسل فشار ایجاد میکنند. موقعی که فشار برای گسیختگی کافی باشد یک قطعه نسبت به قطعه دیگر در امتداد صفحه گسل به طرف بالاحرکت می کند.

گسل لغزشی جانبی: حرکت در طول یک صفحه گسل تقریبا قائم به صورت لغزش جانبی صورت می گیرد، این حرکت می تواند به سمت راست یا چپ باشد.





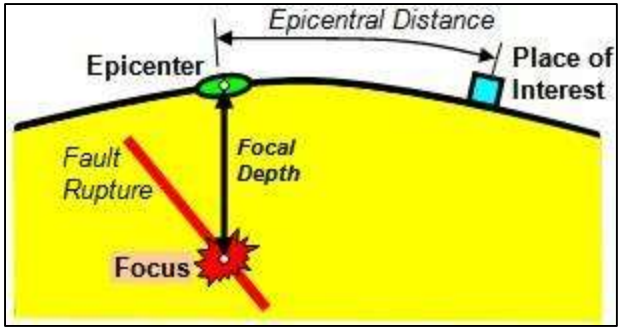


۱– مبانی لرزه شناسی

کانون سطحی؛ کانون عمقی، عمق کانونی

کانون عمقی زلزله جایی است که شکستگی از آنجا شروع می شود. به نقطه ای در سطح زمین که درست در مقابل کانون عمقی زلزله قرار دارد، کانون سطحی گویند. فاصیه بین کانون سطحی و عمقی، عمق کانونی نامیده می شود. و به فاصله منطقه مورد نظر تا کانون سطحی، فاصله کانونی گفته می شود.

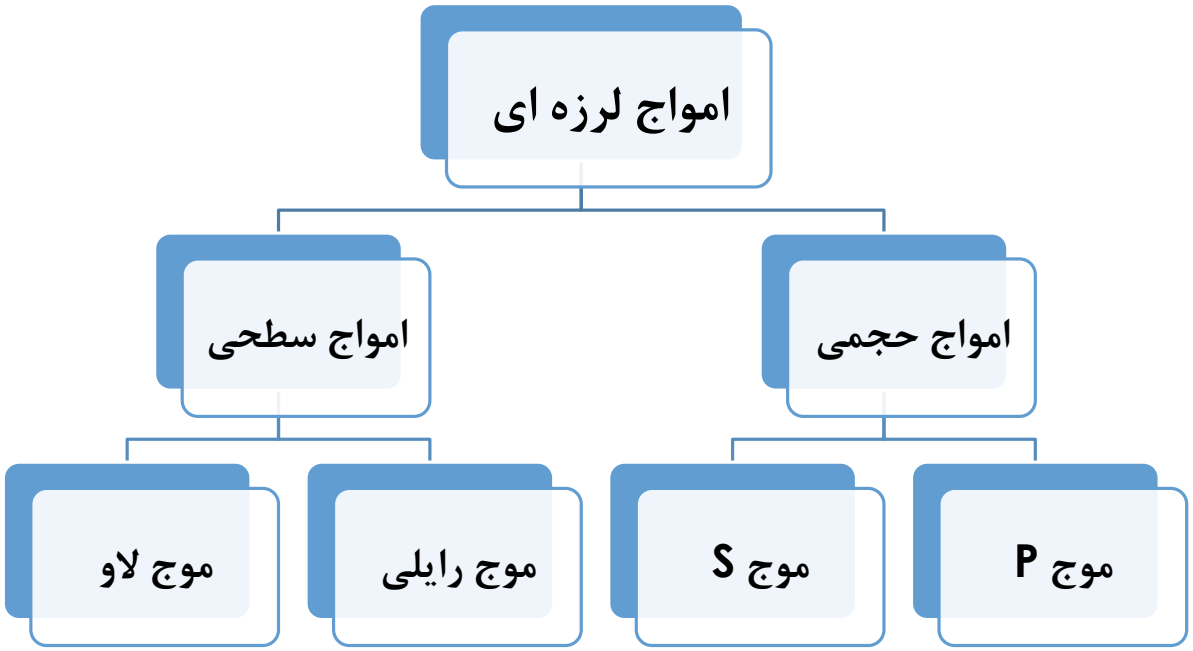
هرچقدر، عمق کانونی کوچکتر باشد، زلزله مخرب تر است. بسیاری از زلزله های مخرب دنیا دارای عمق کانونی حدود 70KM می باشند. میانگین عمق زلزله های ایران حدود 15km است.



۱– مبانی لرزه شناسی

امواج لرزه ای

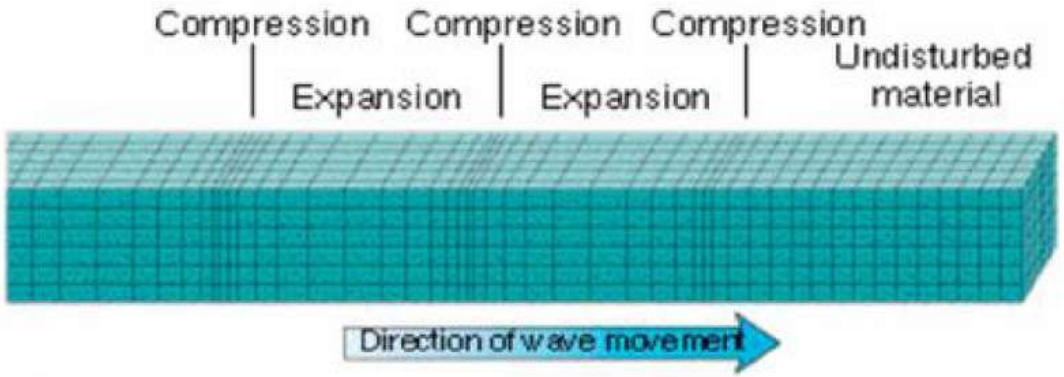
هنگامی که صخره ای می شکند، انرژی ذخیره شده در آن ناشی از حرکات صفحات زمین ساختی، بصورت ناگهانی آزاد می شود و به صورت امواج در درون و سطح زمین منتشر می شوند و پس از طی مسافتی به محل سازه می رسد و انرژی موج باعث ایجاد تغییرشکلهای قابل ملاحظه و تخریب سازه ها می شود.



۱– مبانی لرزه شناسی

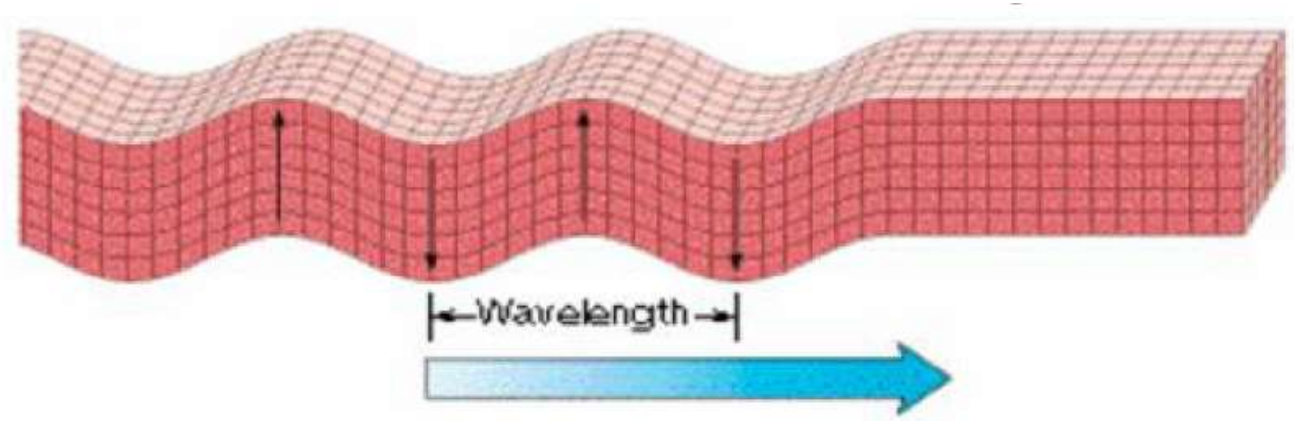
- امواج حجمی در داخل زمین حرکت می کنند.
- امواج سطحی نزدیک سطح زمین حرکت می کنند.

- موج Pیا موج فشرده، موجی است که زمین را به صورت جلو و عقب در جهت و خلاف حرکت موج می لرزاند مانند فشردن فنر و رها کردن آن.
- سرعت موج P از دیگر امواج لرزه ای بیشتر است و سرعت آن بین ۴ تا ۸ کیلومتر بر ثانیه می باشد.
- در جامدات و مایعات منتشر مي شوند.
- به این امواج، امواج اولیه هم می گویند زیرا اولین امواجی هستند که به دستگاه لرزه نگار می رسند.



۱– مبانی لرزه شناسی

- موج S یا موج برشی، موجی است که زمین را به صورت جلو و عقب در راستای عمود برجهت حرکت موج می لرزاند و از نوع امواج عرضی محسوب می شوند.



- سرعت موج S حدود نصف سرعت موج P است و سرعت آن بین ۲ تا ۵ کیلومتر بر ثانیه می باشد.
- موج S فقط در جامدات منتشر می شوند.
- قدرت تخریب امواج S بیشتر از امواج P می باشد.

۱– مبانی لرزه شناسی

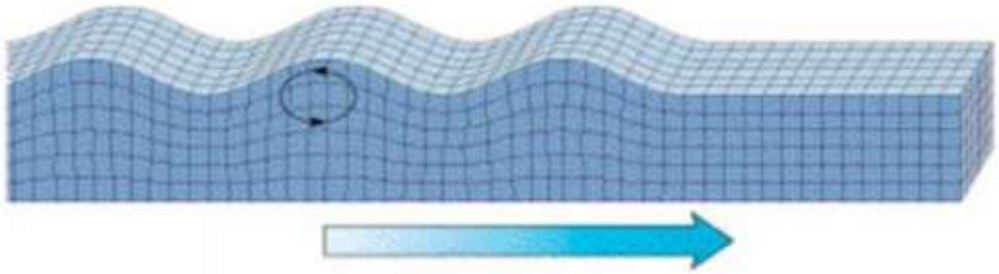
امواج سطحی

- سرعت امواج سطحی در مقایسه با امواج دیگر کمتر است و در حدود ۱.۸ تا ۴.۵ کیلومتر بر ثانیه می باشد.
- حرکت امواج سطحی در سطح زمین دارای بیشترین مقداراست و با افزایش عمق از شدت آن کاسته می شود.
- قدرت تخریب امواج سطحی به علت ایجاد تغییرشکلهای قابل ملاحظه در زمین بیشتر از امواج حجمی است.

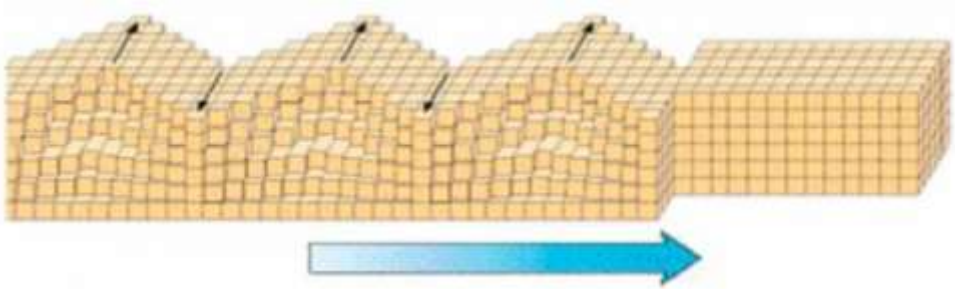
- در فواصل دور از چشمه، امواج غالب روی لرزه نگاشت از نوع امواج سطحی است.

۱– مبانی لرزه شناسی

موج رایلی: موجی که باعث لرزش سطح زمین بصورت حرکتی بیضی گون شده و حرکات عرضی ندارد. امواج رایلی بعلت مولفه قائم حرکتشان می توانند در روی حجم های زیادی از آب دریاها تاثیر بگذارند.



موج لاو: موجی که حرکت افقی در جهت عرضی(یا عمود بر) جهت حرکت موج دارد یا به عبارت دیگر این موج زمین را از پهلو به پهلو در یک صفحه افقی و موازی با سطح زمین به ارتعاش در می آورد. اثر ناشی از امواج لاو تکان افقی به پی ساختمان می باشد و از این رو خسارت ایجاد می کند.



مقیاس های زلزله

مقیاس های اندازه گیری زلزله به طور معمول براساس دو عامل بزرگی و شدت زلزله می باشد.

مقیاس بزرگا: این مقیاس نشان دهنده میزان انرژی آزادشده در هنگام وقوع زلزله است. بزرگی یک زلزله نشان دهنده مقدار تخریب آن نیست. یک واحد افزایش در مقدار بزرگی یک زلزله، میزان انرژی رها شده را ۳۱ برابر می کند. به عنوان مثال انرژی آزاد شده در زلزله به بزرگای ۷.۷ ریشتر ۳۱ برابر زلزله به بزرگای ۶.۷ ریشتر می باشد.

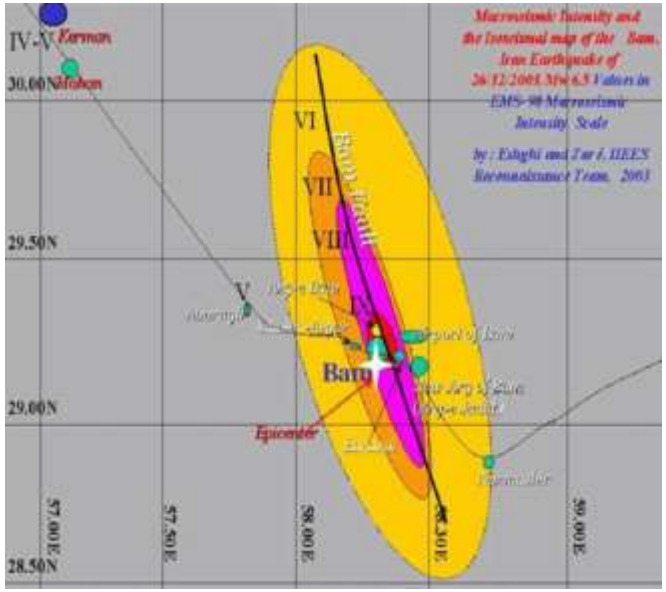
مقدار انرژی آزاد شده در یک زلزله به بزرگای ۶.۷ ریشتر، معادل انرژی آزاد شده در بمباران هسته ای هیروشیماست.

۱– مبانی لرزه شناسی

مقیاس شدت (مرکالی)

شدت زمین لرزه، مقیاس کیفی از لرزش طبیعی زمین در یک نقطه مشخص در هنگام زلزله است که بر اساس ۱۲ حروف یونانی بیان مـی گـردد. حـروف I و XII بـه ترتیـب بیانگر کمترین و بیش ترین میزان درک زمین لرزه است.

یک زلزله با بزرگی معین، در نقاط مختلف با شدت های مختلف احساس می شود.



۱– مبانی لرزه شناسی

جدول ۶-۱ جدول مقیاس اصلاحی مرکالی (۱۹۵۶) و مقایسهٔ آن با مقیاس روسی ـ فورل (۱۸۸۰)

درجه MM	درجه R . F	شرح	شتاب حرکت زمین (g)
I	I	زمین‌لرزه احساس نمی‌شود. مگر در شرایط بسیار ویژه تنها توسط دستگاههای لرزه‌نگار قابل حس و ثبت است.	–
II	I-II	زمین‌لرزه توسط افراد در حال استراحت و در طبقات بالای ساختمانها حس می‌شود. ممکن است برخی اشیاء آویزان نوسان کنند.	–
III	III	زمین‌لرزه در فضای باز احساس می‌شود اما مردم ممکن است آن را به صورت زمین‌لرزه شناسایی نکنند. ارتعاش مانند عبور یک کامیون است. اتومبیلهای متوقف ممکن است کمی تکان بخورند. مدت زمان لرزش قابل تخمین است. ارتعاش در طبقات بالای ساختمانها نیز به خوبی قابل احساس است.	–
IV	IV-V	در طی روز در فضای بسته توسط عدهٔ زیادی حس و در فضای باز نیز کاملاً قابل احساس است. در شب ممکن است عده‌ای از خواب بیدار شوند. بشقابها، پنجره‌ها و درها سر و صدا می‌کنند و دیوارها صدای ترک خوردن می‌دهند. زمین‌لرزه همانند برخورد یک کامیون سنگین با ساختمان است. در اتومبیلهای متوقف ارتعاش قابل درک است.	(۰/۰۹ ـ ۰/۰۱۵)
V	V-VI	زمین‌لرزه توسط هر فردی قابل احساس است. بسیاری از خواب بیدار می‌شوند. برخی از پنجره‌ها، بشقابها و غیره شکسته می‌شوند. گچ‌کاری ساختمانها ترک می‌خورند. اشیای ناپایدار واژگون می‌شوند. سر و صدای درختان و سایر اشیای مرتفع شنیده می‌شود و آونگ ساعتها متوقف می‌شود. درها باز و بسته می‌شوند و امتداد حرکت زمین‌لرزه قابل درک است.	(۰/۰۴ ـ ۰/۰۳)
VI	VI-VII	زمین‌لرزه توسط بسیاری از افراد حس می‌شود و بسیاری از مردم وحشت‌زده به فضای باز پناه می‌آورند. اشیای سنگین جابه‌جا می‌شوند و قطعاتی از گچ‌کاری کنده می‌شود. دودکشها فرو می‌ریزند و خسارات جزئی به بار می‌آید افراد به حالت نامتعادل قدم می‌زنند و یا می‌ایستند. پنجره‌ها، درها و بشقابها شکسته می‌شوند. ساختمانهای خشتی و ضعیف ترک برمی‌دارند. زنگهای کوچک به صدا در می‌آیند.	(۰/۰۷) ۰/۰۶ –

۱– مبانی لرزه شناسی

درجه MM	درجه R . F	شرح	شتاب حرکت زمین (g)
VII	VIII	مردم وحشت‌زده به فضای باز فرار می‌کنند. خسارت بسیار کمی در ساختمانهایی که خوب طراحی و ساخته شده‌اند وارد می‌شود. به ساختمانهای متوسط و معمولی خسارات جزئی و متوسط وارد می‌شود. خسارات قابل ملاحظه‌ای به ساختمانهای ضعیف و بد طراحی شده، وارد می‌شود. خسارت به ساختمانهای نوع D* شامل ترک و فروافتادن گچ‌کاریها است و آجرهای سست لق می‌شوند. ترکهایی در ساختمانهای نوع (C) به‌وجود می‌آید. ایستادن مشکل می‌شود و اشیاء شکسته می‌شوند. زنگهای بزرگ به صدا در می‌آیند. زهکشهای سیمانی آبرسانی خسارت می‌بینند. لغزشهای کوچک اتفاق می‌افتد.	(۰/۱ - ۰/۱۵)
VIII	VIII+IX	خسارت در ساختمانهایی که طراحی ویژه شده‌اند بسیار جزئی است و در ساختمانهای معمولی (نوع C) با فروریزشهای جزئی همراه است و در ساختمانهای ضعیف نوع (D) بسیار شدید است. دیوارهای جداکننده به خارج از قاب ساختمان پرتاب می‌شوند. دودکشها، ستونها، دیوارها و دودکشهای کارخانه‌ها و سنگهای یادبود سقوط می‌کنند. اشیای سنگین واژگون می‌شوند. تغییراتی در سطح آب چاهها ایجاد می‌شود. ماسه و گل به مقدار کم بیرون‌زده می‌شوند. رانندگی مشکل می‌شود. ترکهایی در زمینهای مرطوب و شیبهای ملایم ایجاد می‌شود. تغییراتی در آب و درجهٔ حرارت چشمه‌ها و چاهها ایجاد می‌شود. خانه‌های اسکلت‌دار بر روی سطح پی حرکت می‌کنند. شاخه‌های درختان شکسته می‌شوند.	(۰/۲۵ - ۰/۳)
IX	IX+	خسارت قابل ملاحظه‌ای در ساختمانهایی که طراحی ویژه شده‌اند، ایجاد می‌شود. ساختمانهای اسکلتی خوب طراحی شده کج می‌شوند. ساختمان روی پی تغییر مکان می‌دهد. ترکهایی آشکار در زمین ایجاد می‌شود. خطوط لولهٔ زیرزمینی شکسته می‌شوند. وحشت عمومی بر مردم غالب می‌شود. ساختمانهای نوع (D) ویران می‌شوند و به ساختمانهای نوع (C) خسارت سنگین وارد می‌شود و گاهی کاملاً فرو می‌ریزند. ساختمانهای نوع (B) خسارت جدی می‌بینند و خسارت اساسی به پی وارد می‌شود. در مناطق آبرفتی ماسه و گل بیرون می‌آید.	(۰/۵ - ۰/۵۵)

۱– مبانی لرزه شناسی

درجه MM	درجه R . F	شرح	شتاب حرکت زمین (g)
X	X	سازه‌های چوبی خوب ساخته شده ویران می‌شوند. بسیاری از سازه‌های اسکلت‌دار بنایی به همراه پی ویران می‌شوند. در زمین ترکهای بزرگی ایجاد می‌شود. خطوط راه‌آهن کج می‌شوند. زمین لغزشهای قابل ملاحظه‌ای در کنار رودخانه‌ها و شیبهای ملایم اتفاق می‌افتد. آب سر و صداهای زیادی (چلپ و چلوپ) می‌کند. خسارات جدی به سدها و مخازن وارد می‌شود. زمین‌لغزشهای بزرگ اتفاق می‌افتد و آب از مخازن و کانالها و رودخانه‌ها و دریاچه‌ها و غیره بیرون ریخته می‌شود.	> ۰/۶
XI	X	ساختمانهای کمی استوار باقی می‌مانند. پلها ویران می‌شوند. خطوط لوله زیرزمینی کاملاً غیرقابل استفاده می‌شوند. خطوط راه‌آهن به شدت کج می‌شوند. زمین باتلاقی می‌شود. لغزشهایی در زمینهای نرم ایجاد می‌شود.	
XII	X	خسارت کلی، امواج روی سطح زمین مشاهده می‌شوند. اشیا به هوا پرتاب و سنگهای بزرگ جابه‌جا می‌شوند.	

- **ساختمان نوع A**: طراحی، ساخت و ملاط خوب، ساختمان تقویت‌شده و در جزئیات به گونه‌ای طراحی شده که در مقابل نیروهای جانبی مقاوم است و اجزاء ساختمان با استفاده از فولاد و بتون و غیره به یکدیگر متصل شده‌اند.

ساختمان نوع B: طراحی، ساخت و ملاط خوب، ساختمان تقویت شده اما در جزئیات به گونه‌ای طراحی شده که در مقابل نیروهای جانبی مقاوم نیست.

ساختمان نوع C: طراحی، ساخت و ملاط معمولی و ساختمان در مقابل نیروهای جانبی مقاوم نیست.

ساختمان نوع D: مصالح ضعیف، از قبیل خشت، ملاط نامرغوب و ضعیف، استانداردهای ساخت رعایت نشده و از نظر جانبی در مقابل نیروهای افقی پایدار نیست.

۱– مبانی لرزه شناسی

لرزه نگار:

وظیفه لرزه نگار ثبت جابجایی زمین است و اصول کار آن براساس حرکت آزاد آونگ می باشد. لرزه نگار ابزار کار زمین لرزه شناسان است و به کمک آن مرکز زلزله، بزرگی زلزله ، فیزیک امواج زلزله (بازتاب ها و انکسارهایی که این امواج در حین عبور از لایه های مختلف متحمل می شوند) ، جنس لایه ها و مشخصات هندسی خاک تعیین می شود. اطلاعاتی که از لرزه نگار استخراج می شود برای مهندسی سازه قابل استفاده نیست بلکه عامل اساسی مورد استفاده مهندسی سازه، شتابی است که به پی سازه وارد می شود.

۱– مبانی لرزه شناسی

شتاب نگار

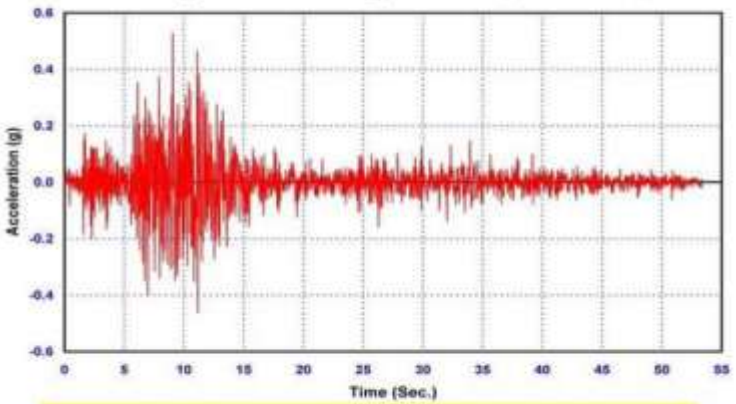
شتاب نگار دستگاهی است که شتاب زلزله را ثبت می کند. شتاب نگار ساختمان ساده تری نسبت به لرزه نگار دارد و فقط وقتی شتاب از حد تعیین شده ای (مثلاً یکصدم شتاب ثقل) زیادتر شد به کار می افتد و ارتعاش را ثبت می کند.

در مناطق مختلف شبکه ای از شتابنگارها نصب می شود که در هر ایستگاه سه دسته شتابنگار نصب می شود تا دو مولفه افقی و یک مولفه قائم شتاب زمین را ثبت کند که به آن شتابنگاشت یا تاریخچه زمانی شتاب گویند. دو مولفه افقی شتاب زمین برای اکثر زلزله های ثبت شده تقریبا شدت یکسان دارد.

با مقایسه شتابنگشتهای بدست آمده از ایستگاههای مختلف در می یابیم که شتاب زلزله با دور شدن از مرکز زلزله کاهش می یابد.

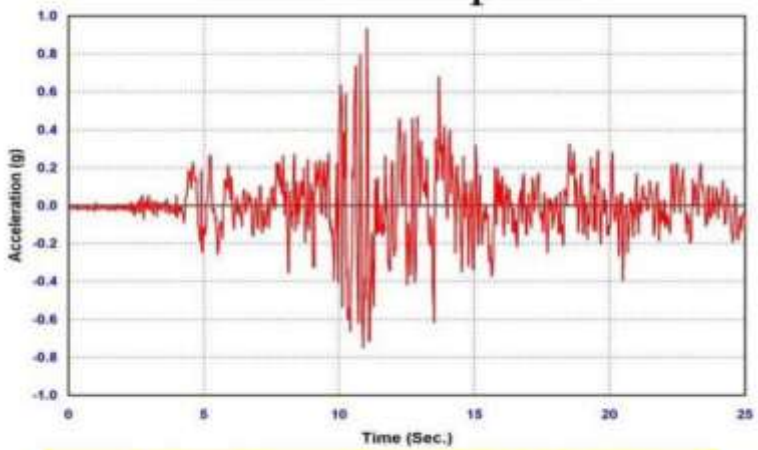
عنصر اساسی برای حل معادله حرکت یک سازه شتابی است که به پی آن وارد می شود. بنابراین مهندسی سازه با شتابنگاشت کار دارد و در تحلیلهای دینامیکی سازه های پیچیده، بار زلزله بصورت شتاب زمین در نظر گرفته می شود.

Manjil Earthquake (Abbar)



Ms=7.3 Year: 1369 (1990)

Tabas Earthquake



Ms=7.7 Year: 1357 (1978)

۱– مبانی لرزه شناسی

با نگاهی به نقشه زلزله های رخ داده در جهان به این نتیجه می رسیم که اکثر نقـاط لرزهخیـز روی نوارهای ممتد و پیوسته ای از سطح زمین قرار گرفته اند. به این نوارهـا کمربنـد لـرزه ای گویند. نواحی لرزه خیز جهان در چند کمربند لرزه ای به شرح زیر قرار دارند:

۱– مبانی لرزه شناسی

نوار محیط اقیانوس آرام: که از شمال به جنوب گسترده شده است. شامل سواحل غربی آمریکای شمالی، آمریکای مرکزی، آمریکای جنوبی، ژاپن، اندونزی و نیوزلند.

نوار آلپاید: که از سلسله کوههای هیمالیا در شرق آسیا شروع شده و پس از عبور از هند و پاکستان، ایران و ترکیه به دریای مدیترانه ختم می شود. ایران بر روی نوار آلپاید واقع است.

۱– مبانی لرزه شناسی

لرزه خیزی نقاط مخلف دنیا

آمریکای شمالی: مهم ترین گسل این منطقه، گسل San Andreas است. که در غرب آمریکا و در ساحل اقیانوس آرام گسترده شده است. این گسل از کرانه های ساحل کالیفرنیا عبور کرده و منشا زلزله های بسیاری بوده است. زلزله های سانفرانسیسکو ۱۹۰۶، ال سنترو ۱۹۴۰، پارک فیلد ۱۹۱۶۶، در امتداد گسل سان اندریاس بوده اند.

آمریکای مرکزی و جنوبی: نواحی مرزی این منطقه با اقیانوس آرام دارای لرزه خیزی بالایی است. در پرو و شیلی، زلزله های با بزرگای بیش از ۸ ریشتر اتفاق افتاده است که گاهاً در نواحی دوردست نظیر هاوایی و ژاپن نیز احساس شده است.

آسیا: کشور ژاپن دارای لرزه خیزی بالایی است. در تمام این کشور، به ویژه در سواحل شرقی این کشور در مجاورت اقیانوس آرام، زلزله های طیاد و شدیدی رخ می دهد. در چین گسل های بزرگی وجود دارد که باعث ایجاد زلزله های با بزرگای حدود ۸ ریشتر در این کشور شده است. شرق هند بویژه منطقه «آسام» بسیار لرزه خیز است. ایران و کشورهای همسایه شمالی نظیر ترکمنستان، قرقیزستان، ارمنستان و تاجیکستان لرزه خیزند.

۱– مبانی لرزه شناسی

اروپا: فقط بخش های جنوبی و جنوب شرقی این قاره شامل کشورهای ایتالیا، یوگوسلاوی سابق، رومانی، یونان و ترکیه در معرض زلزله قرار دارند. در سایر کشورهای اروپایی، به خصو کشورهای شمال و شمال غرب اروپا نظیر انگلستان، سوئد، فرانسه اسپانیا و پرتغال یا زلزله ای رخ نداده است و یا حداکثر بزرگی آن از ۵ ریشتر تجاوز نکرده است.

آفریقا: به جز کشورهای حاشیه دریای مدیترانه نظیر مراکش، تونس و الجزایز سایر نقاط آفریقا سابقه لرزه خیزی ندارند.

۱– مبانی لرزه شناسی

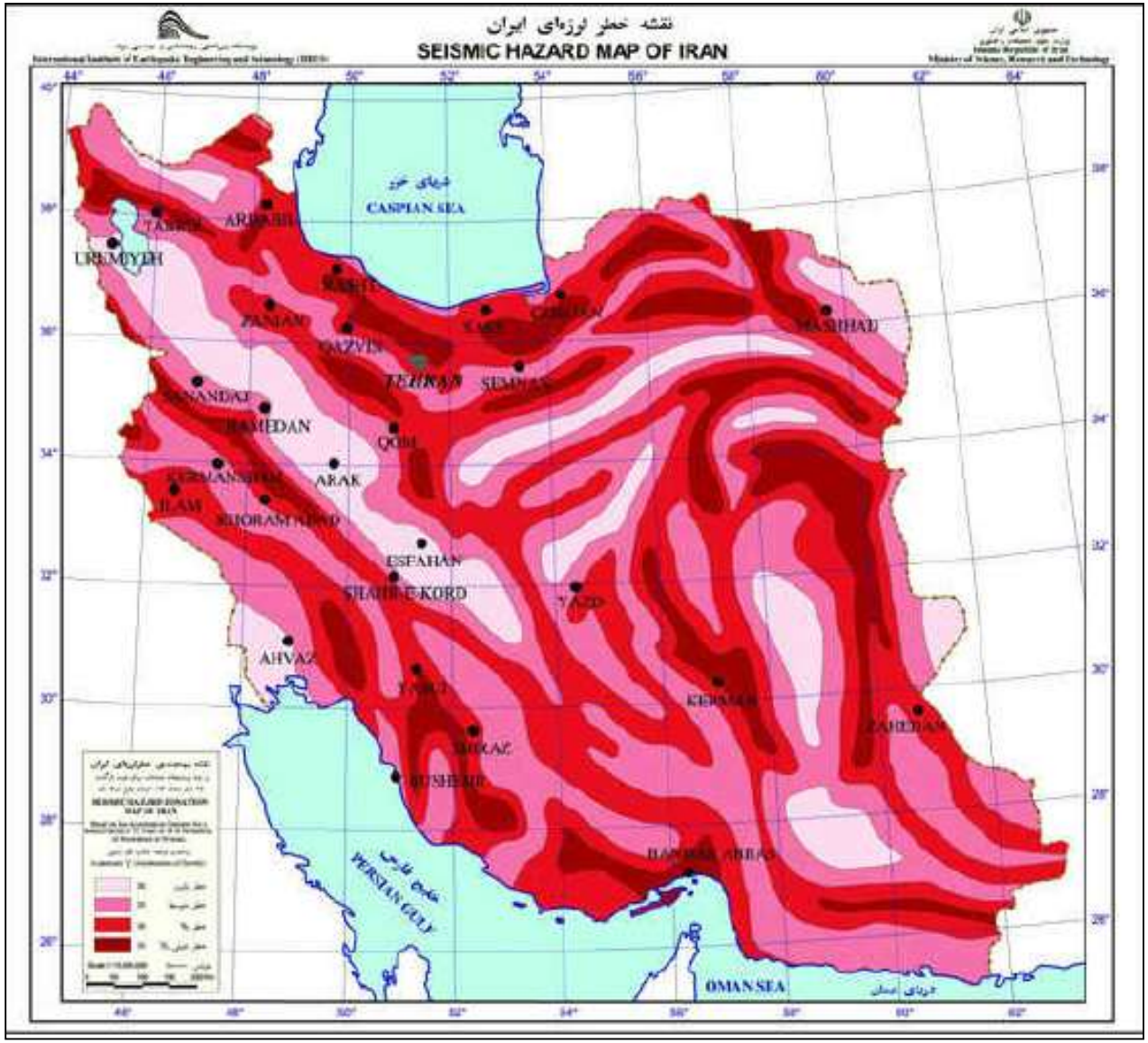
امبرسز با انجام بررسیهای تاریخی بر روی شش هزار زلزله ای که از دو هزارسال پیش در سرزمین ایران روی داده است نواحی لرزه خیز ایران را به دو ناحیه اصلی تقسیم نمود:

۱) خطی که از آذربایجان شروع شده، در امتداد رشته کوه البرز به شمال خراسان می رسد و انگاه به سمت جنوب رفته و ازشرق کویر تا شمال سیستان ادامه می یابد که امبرسز این نوار را « هلال ایران » نام نهاد.

۲) امتداد کوههای زاگرس تا لارستان. این نواحی لرزه خیزی خیلی شدیدی ندارند.

در ناحیه زاگرس زمین لرزه ها با تعداد زیاد و بزرگی معمولاً کمتر از ۷ روی می دهد ولی در ناحیه البرز زمین لرزه ها با تعداد کمتر و با بزرگیهای بالا که امکان دارد از ۷ تجاوز کند، متداول است.

۱– مبانی لرزه شناسی



۱– مبانی لرزه شناسی

پیشگویی زلزله

منظور از پیش گویی زلزله تعیین زمان نسبتاً دقیق زلزله و حدود و بزرگی آن است.

پارامترهای مفید در پیشبینی زلزله

- بررسی تاریخچه زلزله های محل مورد نظر و کشف تاخیر احتمالی لرزه ای

انرژی کرنشی در پوسته زمین دائماً در حال انباشته شدن است، اگر برای مدتی زلزله رخ ندهد، یک تاخیر تلقی شده و نشانه ای برای وقوع یک زلزله قوی می تواند باشد. به همین دلیل در نقاطی که یک تاخیر تاریخی در وقوع زلزله داریم می توان انتظار داشت که یک زلزله شدید رخ دهد.

- وقوع زلزله های خفیف که ممکن است پیش لرزه باشند.
- برآمدگی پوسته زمین از قبل از زلزله(سرعت برآمدگی زمین قبل از زلزله بیشتر می شود)
- وجود گاز رادون در آبهای زیرزمینی
- وجود گاز هلیوم در گازهای خروجی از گسل
- تغییرات در خواص مغناطیسی و الکتریکی زمین
- تغییر تنش داخلی زمین
- بالا آمدن سطح آب چاهها

۱– مبانی لرزه شناسی

- از آنجایی که ثبت دائمی تغییرات، در سطحی گسترده از مناطق مختلف یک کشور بسیار مشکل است و از طرفی دیگر هنوز رابطه مشخصی بین این تغییرات و وقوع زلزله بدست نیامده است، هنوز امکان پیش بینی وقوع زلزله میسر نشده است.

- تنها یک مورد موفق در تاریخ پیشگویی زلزله وجود دارد که چینی ها در سال ۱۹۷۵ توانستند زلزله هاشینگ را پیش بینی کرده و قبل از آن مردم را به خارج از شهر هدایت کنند.

- توجه شود که پیشگویی زلزله سود چندانی هم ندارد مثلا اگر بگویند قرار است زلزله به بزرگی ۷ ریشتر در تهران رخ بدهد، چون همه نمی توانند منازل خود را ترک کنند، سود چندانی نخواهد داشت. راهبرد سودمند آن است که سازه ها به گونه ای طراحی و ساخته شوند که توانایی مقاومت لازم در برابر نیروهای ناشی از زلزله را داشته باشند.

دینامیک سازه ها

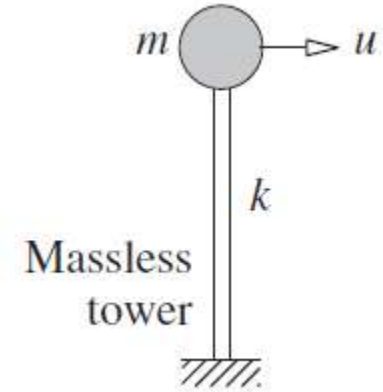
در اثر زمین لرزه، سازه به ارتعاش واداشته می شود. مطالعه ارتعاش سازه ها علم دینامیک سازه نام دارد.

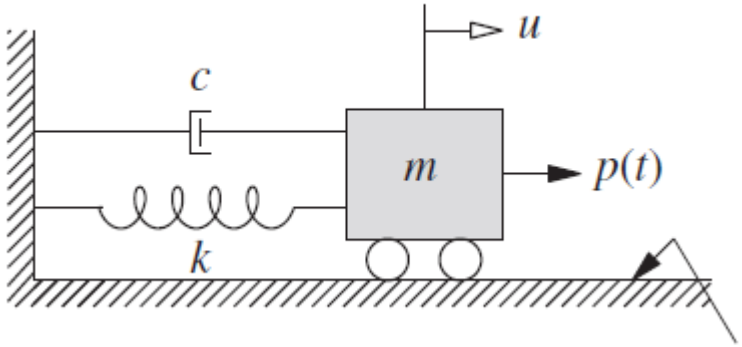
۲– دینامیک سازه ها

مفهوم مدلسازی دینامیکی

برای مطالعات دینامیکی باید از سازه واقعی، مدلی ساخت که بیانگر رفتار واقعی سازه باشد. به این مدل مدل دینامیکی گویند. دونوع مدل دینامیکی داریم که بیشتر مورد استفاده قرار می گیرد:

- **مدل جرم متمرکز:** در این مدل جرم هر طبقه به صورت یک جرم متمرکز در ارتفاع در نظر گرفته می شود.





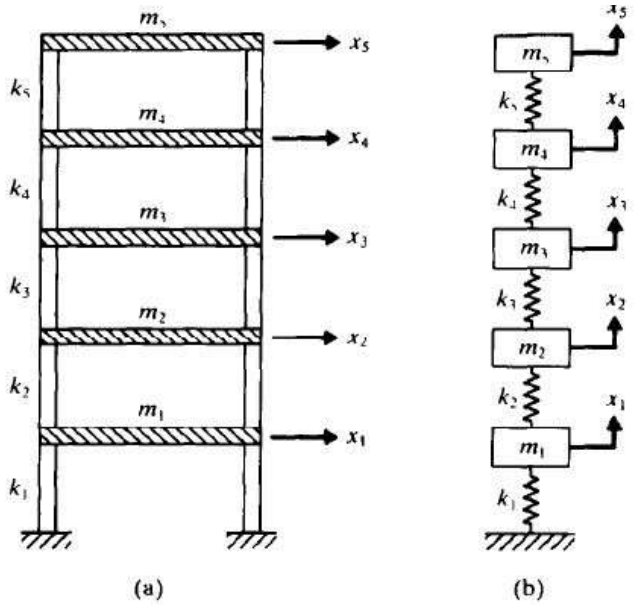
۲– دینامیک سازه ها

- **مدل جرم پیوسته:** به عنوان مثال در هنگام مطالعه یک دودکش، هیچ جرم متمرکزی نمی توان تشخیص داد. در این گونه موارد مدلی با جرم پیوسته در نظر گرفته می شود. البته می توان با تقسیم کردن کل جرم به چند جرم معادل، از مدل جرم متمرکز معادل نیز استفاده کرد. در این حالت با توجه به نوع سازه اگر تعداد جرم های متمرکز درست انتخاب شود، مدل از دقت قابل قبولی برخوردار خواهد بود.

۲– دینامیک سازه ها

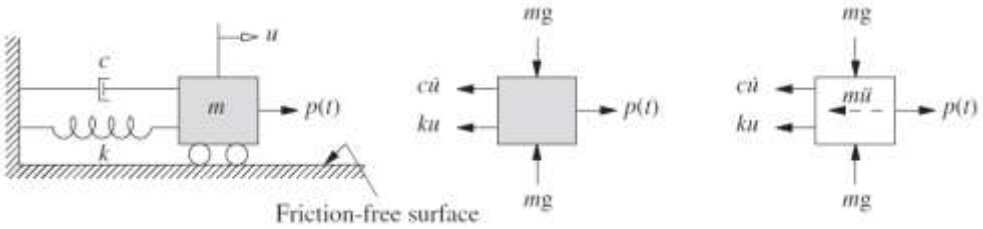
مفهوم درجه آزادی دینامیکی: به تعداد مولفه های تغییرمکانی مستقل برای بیان وضعیت مکانی جرم های در حال ارتعاش یک سیستم، درجه آزادی دینامیکی گفته می شود. در مدل های جرم متمرکز هنگام ارتعاش افقی، به تعداد جرم های متمرکز درجه آزادی داریم.

در صورتی که سیستم فقط دارای یک جرم متمرکز باشد، آن سازه یک درجه آزادی است و مطالعه دینامیکی آن از لحاظ مفهومی، بسیار باارزش است.



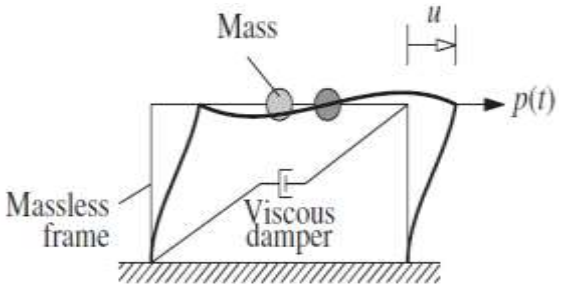
معادلات تعادل دینامیکی سیستم یک درجه آزادی

شکل زیر ساختمان یک طبقه ای را نشان می دهد که جرم m در سقف و سختی های جانبی آن K در دو ستون متمرکز شده اند. میرایی سیستم در مقابل ارتعاشات جانبی نیز به کمک میراگر ویسکوز با ضریب C مدل شده است. با اعمال معادلات تعادل دینامیکی در امتداد x خواهیم داشت:



$$p - f_S - f_D = m\ddot{u}$$

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t)$$



معادلات تعادل دینامیکی سیستم یک درجه آزادی

در صورتی که بار خارجی به سیستم اعمال نشود پاسخ معادله حرکت رابه نام پاسخ ارتعاش آزاد می نامند و معادله حرکت بصورت زیر در خواهد آمد:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{k/m} \qquad \zeta = \frac{c}{2m\omega_n}$$

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega_n\dot{u} + \omega_n^2 u = 0$$

ارتعاش آزاد از برهم زدن وضعیت تغییرشکل تعادلی سیستم با اعمال تغییر شکل اولیه و سرعت اولیه ناشی می شود که در زمان صفر جرم شروع به نوسان و ارتعاش می کند.

اگر درحالت ایدهآل فرض کنیم که میرایی وجود نداشته باشد، معادلات حاصل عبارت است از:

$$m\ddot{u} + ku = 0$$

$$u(t) = u(0)\cos\omega_n t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n}\sin\omega_n t$$

حل معادله دینامیکی ارتعاش آزاد سیستم یک درجه آزاد بدون میرایی:

$$m\ddot{u} + ku = 0$$

$$u = e^{\lambda t}$$

$$(m\lambda^2 + k)e^{\lambda t} = 0 \longrightarrow (m\lambda^2 + k) = 0 \longrightarrow \lambda_{1,2} = \pm i\omega_n$$

$$u(t) = a_1 e^{\lambda_1 t} + a_2 e^{\lambda_2 t} \longrightarrow u(t) = a_1 e^{i\omega_n t} + a_2 e^{-i\omega_n t}$$

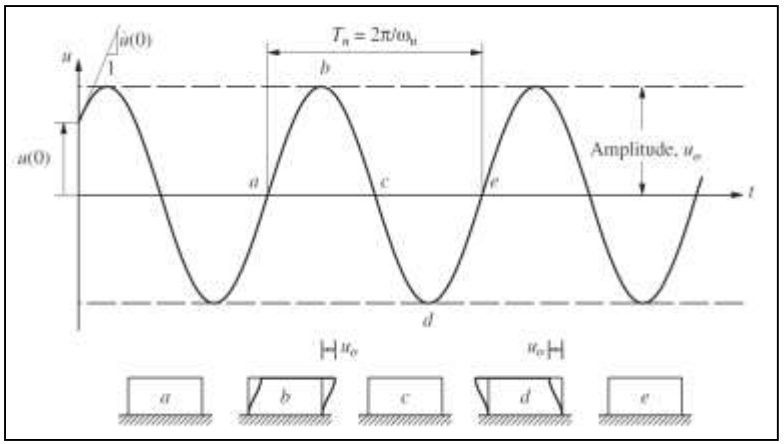
$$e^{ix} = \cos x + i \sin x \text{ and } e^{-ix} = \cos x - i \sin x$$

$$u(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t$$

$$\dot{u}(t) = -\omega_n A \sin \omega_n t + \omega_n B \cos \omega_n t$$

$$u(0) = A \qquad \dot{u}(0) = \omega_n B$$

$$u(t) = u(0) \cos \omega_n t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \sin \omega_n t$$



زمان تناوب طبیعی: مدت زمان لازم برای انجام یک دور نوسان کامل توسط یک سیستم در حال ارتعاش آزاد.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} \qquad T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}$$

مشخصه های ارتعاش طبیعی یعنی ω_n و T_n فقط به جرم و صلبیت(سختی) سازه بستگی دارند.

صفت طبیعی بدین لحاظ به کار می رود که تاکیدی بر طبیعی بودن و ذاتی بودن این مشخصه ها در ارتعاش آزاد بدون میرایی است. مشخصه های ارتعاش طبیعی یعنی ω_n و T_n، مستقل از تغییرمکان و سرعت اولیه است.

در حین ارتعاش، سیستم نامیرا بین دو تغییرمکان حداکثر به سمت جلو و عقب حرکت می نماید و مقدار تغییرمکان حداکثر به صورت زیر می باشد.

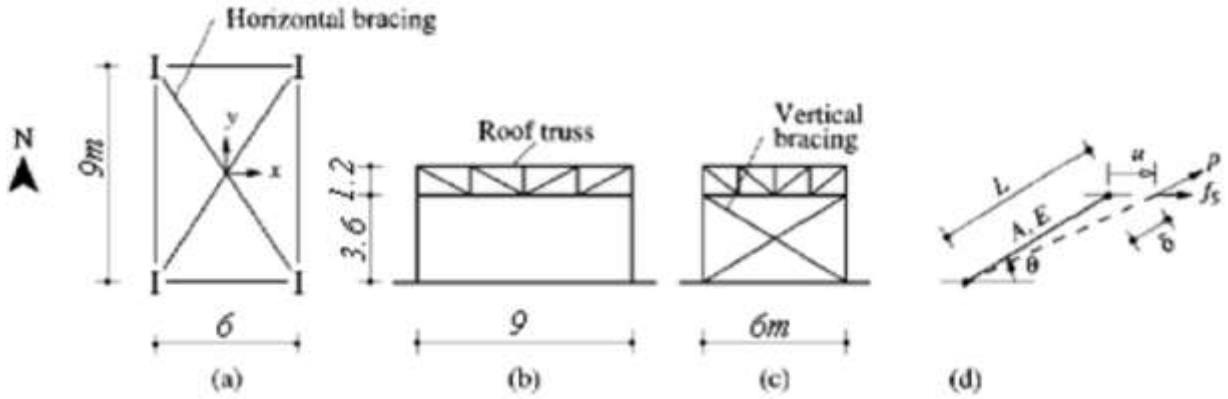
$$u_0 = \sqrt{[u(0)]^2 + \left[\frac{\dot{u}(0)}{\omega_n}\right]^2}$$

مثال: مطابق شکل، یک ساختمان صنعتی یک طبقه به ابعاد $6*9$ متر در پلان مفروض است. سیستم ساختمان در امتداد شمال - جنوب به صورت خمشی و در امتداد شرقی- غربی مهاربندی است وزن سقف ۱۵۰ کیلوگرم بر متر مربع می باشد و سقف در صفحه خود کاملاً مهاربندی شده است مشخصات نیمرخ ستون به شرح زیر است :

$$I_x = 3445cm^4 \ , I_y = 760cm^4 \ , \ E = 2 \times 10^6 \frac{kg}{cm^2}$$

بادبند امتداد شرقی- غربی از میلگرد به قطر ۲۵ میلیمتر ساخته شده است. معادله حرکت حاکم بر ارتعاش آزاد را در امتداد شمالی- جنوبی و همچنین امتداد شرقی- غربی تعیین کنید.

فرکانس طبیعی زاویه ای و زمان تناوب طبیعی را نیز در هر دو امتداد بدست آورید.



حل: جرم متمرکز سقف برابر است با:

$$m = \frac{w}{g} = \frac{9 \times 6 \times 150}{981} = 8.257 kg \frac{\sec^2}{cm}$$

به علت وجود بادبند افقی در سقف می توان آن را صلب فرض نمود، برای محاسبه سختی در امتداد شمالی- جنوبی، با توجه به وجود دو قاب خمشی در این راستا خواهیم داشت:

$$k_{N-S} = 4\left(\frac{12EI_x}{h^3}\right) = 4\left(\frac{12 \times 2 \times 10^6 \times 3445}{360^3}\right) = 7088.5 \, {kg}/{cm}$$

$$(\omega_n)_{N-S} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{7088.5}{8.257}} = 29.3 \, {rad}/{\sec}$$

$$(T_n)_{N-S} = \frac{2\pi}{(\omega_n)_{N-S}} = \frac{2\pi}{29.3} = 0.214 \sec$$

معادله حرکت در راستای شمالی جنوبی:

$$m\ddot{u} + (k_{N-S})u = 0$$

محاسبه سختی در امتداد شرقی- غربی: از دو بادبند موجود در هر دهانه یکی کششی و دیگری فشاری خواهد بود که با توجه به لاغری زیاد بادبندهای این ساختمان، عضو فشاری سریعاً کمانش می کند و در تحمل بار جانبی مشارکت نمی کنند بنابر این در محاسبه سختی فقط بادبند کششی لحاظ می گردد.

زاویه امتداد بادبندها با افق:

$$\cos\theta = \frac{6}{\sqrt{3.6^2 + 6^2}} = 0.857$$

$$A = \pi \times \frac{2.5^2}{4} = 4.91 cm^2$$

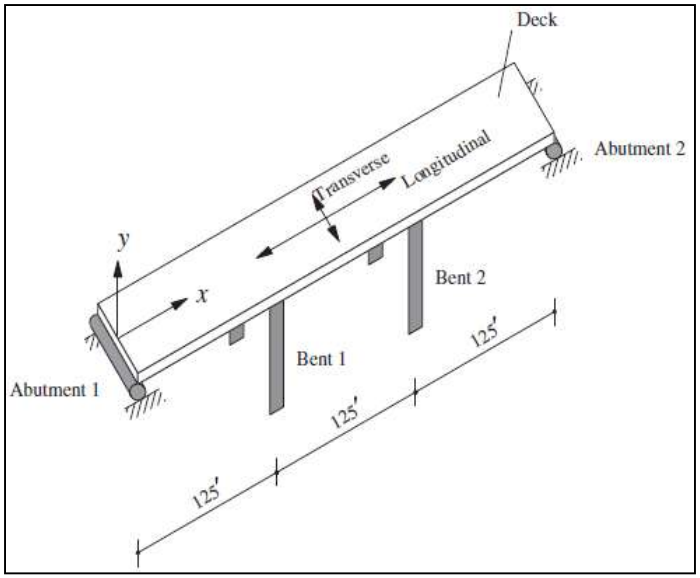
$$L = \sqrt{6^2 + 3.6^2} = 7m = 700cm$$

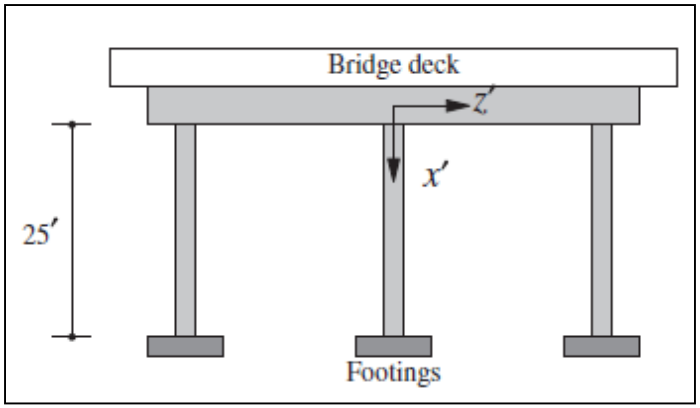
$$\frac{EA}{L}\cos^2\theta = \frac{2\times10^6 \times 4.91}{700} \times (0.857)^2 = 10315.3 \, {kg}/{cm}$$

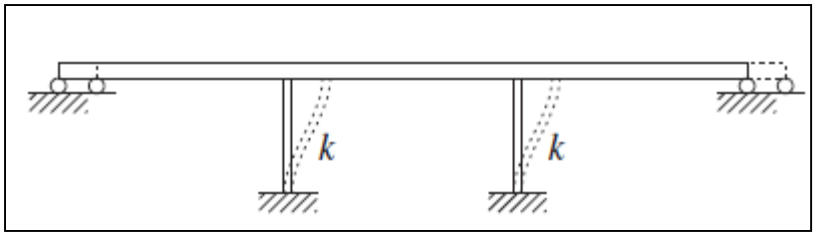
$$k_{E-W} = 2 \times 10315.3 = 20630.6 \, {kg}/{cm}$$

$$(\omega_n)_{E-W} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20630.6}{8.257}} = 50 \, {rad}/{\sec}$$

$$(T_n)_{E-W} = \frac{2\pi}{(\omega_n)_{E-W}} = \frac{2\pi}{50} = 0.126 \sec$$







تمرین: پل بتنی مقابل مفروض است. با فرض مقادیر داده شده در زیر، مشخصات ارتعاش طبیعی را محاسبه نموده و معادله ارتعاش آزاد بدون میرایی را بنویسید.

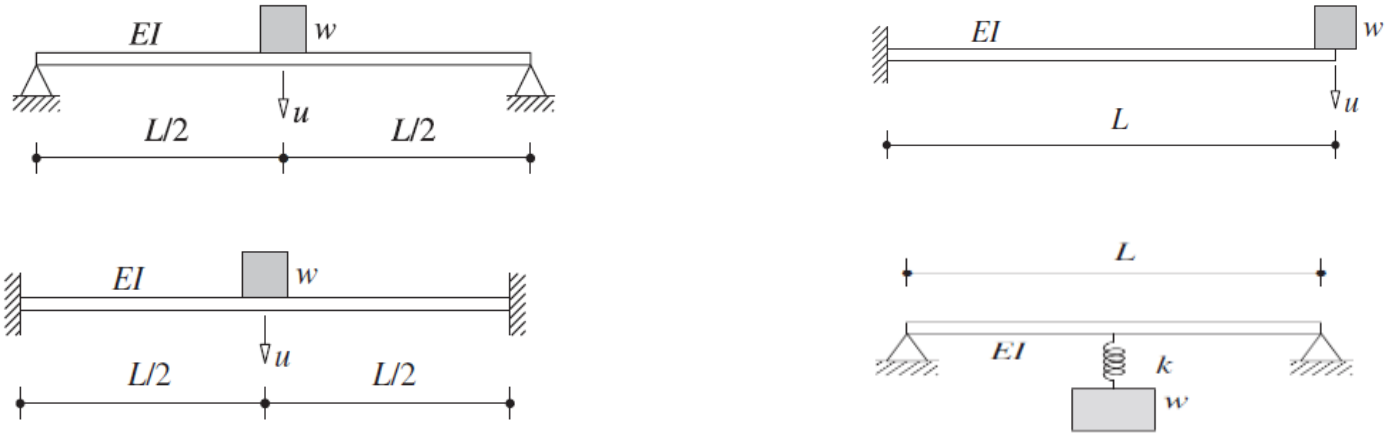
مساحت مقطع عرضی عرشه: $123ft^2$

وزن مخصوص بتن: $150\ lb/ft^3$

$I_x = I_y = 13ft^4\ ,\ E = 3000ksi$

از وزن پایه ها صرف نظر شود.

تمرین: با صرف نظر کردن از وزن تیر، در سازه هـای زیـر، معادلـه ارتعـاش آزاد بـدون میرایی را تشکیل داده و مشخصه های ارتعاشی سازه را محاسبه کنید.



تمرین: ارتعاش آزاد یک تیر فلزی ساده به طوب ۴ متر که در وسط دهانه خود وزنه ۲۰ کیلونیوتنی را تحمل می کند، مفروض است. تیر تحت اثر وزنه دارای خیـزی بـه سـمت پایین بوده و ناگهان با سرعت ۳ سانتی متر بر ثانیه به طرف بالا رها مـی شـود. مطلـوب است محاسبه مشخصات ارتعاشی طبیعی سیستم و حداکثر تغییرمکان وسط دهانه تیر.

$$I_x = 4250cm^4 \ , E = 2.1 \times 10^6 kgf/cm^2$$

حل معادله دینامیکی ارتعاش آزاد سیستم یک درجه آزاد با میرایی:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0$$

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega_n\dot{u} + \omega_n^2 u = 0$$

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{c_{\text{cr}}}$$

$$c_{\text{cr}} = 2m\omega_n = 2\sqrt{km} = \frac{2k}{\omega_n}$$

$$\left(\lambda^2 + 2\zeta\omega_n\lambda + \omega_n^2\right)e^{\lambda t} = 0$$

$$\lambda^2 + 2\zeta\omega_n\lambda + \omega_n^2 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \omega_n\left(-\zeta \pm i\sqrt{1-\zeta^2}\right)$$

$$u(t) = a_1 e^{\lambda_1 t} + a_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$\omega_D = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$u(t) = e^{-\zeta\omega_n t}\left(a_1 e^{i\omega_D t} + a_2 e^{-i\omega_D t}\right)$$

$$u(t) = e^{-\zeta\omega_n t}\left(A\cos\omega_D t + B\sin\omega_D t\right)$$

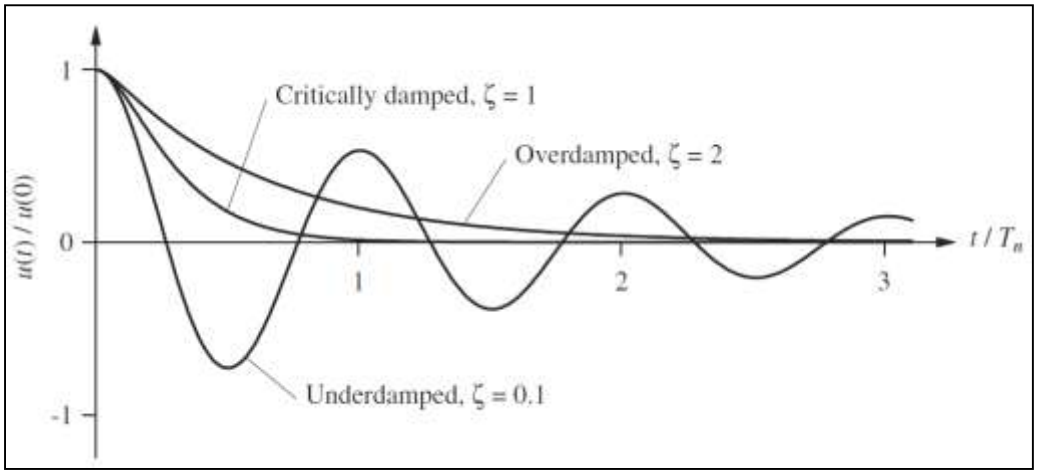
$$A = u(0) \qquad B = \frac{\dot{u}(0) + \zeta\omega_n u(0)}{\omega_D}$$

$$u(t) = e^{-\zeta\omega_n t}\left[u(0)\cos\omega_D t + \frac{\dot{u}(0) + \zeta\omega_n u(0)}{\omega_D}\sin\omega_D t\right]$$

انواع حرکت:

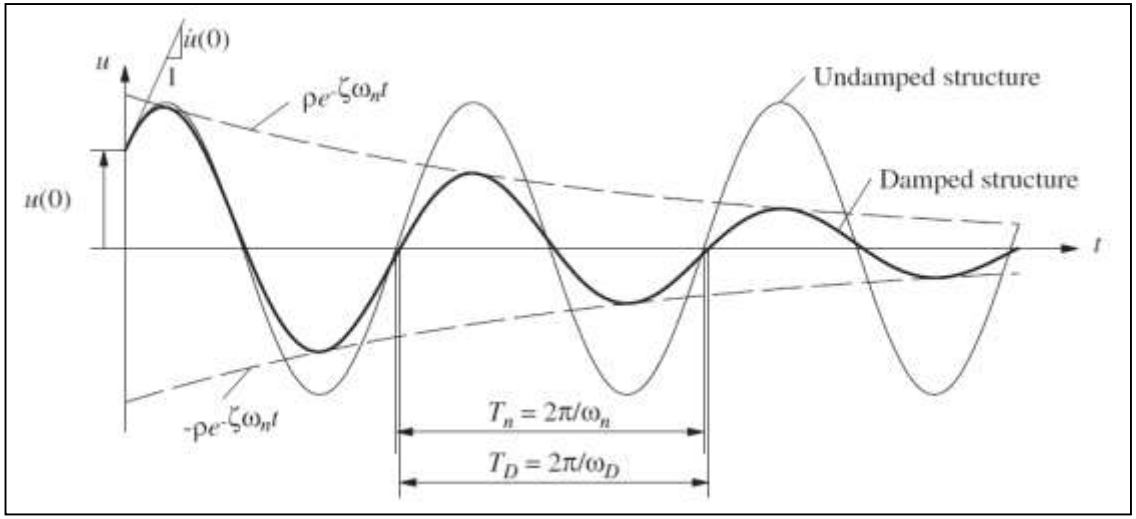
اگر $\xi=1$ باشد (سیستم بحرانی)، سیستم بدون هرگونه ارتعاش به وضعیت تعادل استاتیکی باز می گردد و هیچ گونه ارتعاشی انجام نمی دهد.
اگر $\xi>1$ باشد (سیستم فوق بحرانی)، سیستم هیچ گونه ارتعاشی نکرده و همانند حالت قبل ولی آرامتر به وضعیت تعادل استاتیکی باز می گردد. اگر $\xi<1$ باشد (سیستم زیربحرانی)، سیستم در حول وضعیت تعادل با دامنه نزولی مرتعش می شود.

اکثر سازه های مورد توجه، نظیر ساختمان، پل، سد، نیروگاه و غیره جزو سیستم های زیربحرانی محسوب می شوند و نسبت میرایی آن ها کمتر از 0.1 است. سازه های بحرانی و فوق بحرانی اصلا وجود نداشته و فقط تعریف تئوریک دارند.



در ارتعاش نامیرا، دامنه تغییرمکان در تمام دوره های ارتعاش یکسان است ولی در ارتعاش میرا، دامنه ارتعاش در هر دور، کوچکتر از دوره قبل است. تابع پاسخ سیستم میرا نشان می دهد که استهلاک دامنه با زمان به صورت نمایی است.

میرایی باعث کاهش فرکانس زاویه ای طبیعی از ω_n به ω_D و افزایش زمان تناوب طبیعی از T_n به T_D می شود.



$$\rho = \sqrt{[u(0)]^2 + \left[\frac{\dot{u}(0) + \zeta\omega_n u(0)}{\omega_D}\right]^2}$$

Alcoa Building, San Francisco, California. The fundamental natural vibration periods of this 26-story steel building are 1.67 sec for north–south (longitudinal) vibration, **2.21** sec for east–west (transverse) vibration, and 1.12 sec for torsional vibration about a vertical Axis.

Transamerica Building, San Francisco, California. The fundamental natural vibration periods of this 49-story steel building, tapered in elevation, are 2.90 sec for north–south vibration and also for east–west vibration.

Golden Gate Bridge, San Francisco, California. The fundamental natural vibration periods of this suspension bridge with the main span of 4200 ft are 18.2 sec for transverse vibration, 10.9 sec for vertical vibration, 3.81 sec for longitudinal vibration, and 4.43 sec for torsional vibration.

Pine Flat Dam on the Kings River, near Fresno, California. The fundamental natural vibration period of this 400-ft-high concrete gravity dam was measured by forced vibration tests to be 0.288 sec and 0.306 sec with the reservoir depth at 310 ft and 345 ft, respectively.

استهلاک ارتعاش: در این قسمت رابطه بین دو دامنه متوالی از ارتعاش آزاد میرا برحسب نسبت میرایی حاصل می شود. نسبت تغییرمکان در زمان t به تغییرمکان در زمان $t + T_D$ (یعنی به فاصله زمانی یک دوره ارتعاش کامل) مستقل از زمان t بوده و از رابطه زیر تعیین می شود.

$$\frac{u(t)}{u(t+T_D)} = \exp(\zeta \omega_n T_D) = \exp\left(\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$

رابطه فوق را می توان برحسب دامنه های حداکثر نوشت:

$$\frac{u_i}{u_{i+1}} = \exp\left(\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$

لگاریتم طبیعی نسبت فوق، کاهش لگاریتمی نامیده می شود:

$$\delta = \ln\frac{u_i}{u_{i+1}} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \qquad \delta \simeq 2\pi\zeta$$

به جای تعیین نسبت دامنه دو ارتعاش متوالی، بهتر است نسبت دامنه دو ارتعاش با فاصله چند دوره تناوب به دست آید. بعد از j دوره تناوب، دامنه ارتعاش از u_1 به u_{j+1} کاهش می یابد.

$$\frac{u_1}{u_{j+1}} = \frac{u_1}{u_2}\frac{u_2}{u_3}\frac{u_3}{u_4}\cdots\frac{u_j}{u_{j+1}} = e^{j\delta} \qquad \delta = (1/j)\,\ln(u_1/u_{j+1}) \simeq 2\pi\zeta$$

آزمایش های ارتعاش آزاد:

از آنجایی که تعیین تحلیلی نسبت میرایی ζ برای سازه های واقعی امکان پذیر نیست، این مشخصه موهومی ارتعاشی سازه باید با استفاده از روش های تجربی به دست آید. یکی از روش ها استفاده از آزمایش های ارتعاش آزاد است. با استفاده از نتایج چنین آزمایشی می توان برای سیستم های با میرایی کم، نسبت میرایی را از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$\zeta = \frac{1}{2\pi j} \ln \frac{u_i}{u_{i+j}}$$

از آنجایی که در آزمایش های دینامیکی، اندازه گیری شتاب، ساده تر از تغییرمکان است، رابطه زیر بر حسب شتاب حرکت سازه ارائه شده است:

$$\zeta = \frac{1}{2\pi j} \ln \frac{\ddot{u}_i}{\ddot{u}_{i+j}}$$

مثال: در یک منبع آب مرتفع خالی،آزمایش ارتعاش آزاد انجام گردید. بدین منظور کابلی که به مخزن متصل بود، نیروی افقی معادل 7.5ton و تغییرمکانی به مقدار 5cm به آن اعمال نمود. این کابل به یکباره قطع و ارتعاش آزاد آن ثبت گردید. در انتهای دور چهارم ارتعاش، زمان 2sec و مقدار دامنه 2.5cm بود. با استفاده از این اطلاعات مطلوب است محاسبه:

a) نسبت میرایی
b) زمان تناوب طبیعی سیستم نامیرا
c) سختی موثر سیستم
d) وزن موثر سیستم
e) ضریب میرایی
f) تعداد دور تناوب لازم برای کاهش دامنه به 0.5cm

a) $\zeta = \frac{1}{2\pi j}\ln\frac{u_i}{u_{i+j}} \rightarrow \zeta = \frac{1}{2\times4\times\pi}\ln\frac{5}{2.5} \rightarrow \zeta = 0.0275 = 2.75\%$

b) $T_D = \frac{2}{4} = 0.5sec$

c) $K = \frac{7.5}{5}1.5\frac{ton}{cm}$

d) $\omega_n = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5}12.75\ rad/sec \rightarrow m = \frac{K}{\omega^2} = \frac{1.5}{12.75^2} = 0.00949ton.\frac{sec^2}{cm}$
$\rightarrow W = 981m = 9.3ton$

e) $c = \zeta\left(2\sqrt{Km}\right) = 0.0275\left(2\sqrt{1.5\times0.00949}\right) = 0.00656ton.\frac{sec}{cm}$

f) $\zeta = \frac{1}{2\pi j}\ln\frac{u_1}{u_{1+j}} \rightarrow j = \frac{1}{2\pi(0.0275)}ln\frac{5}{0.5} = 13.32 \cong 13cycles$

تمرین: اگر وزن آب لازم برای پر کردن منبع هوایی مثال قبل 36.5ton باشد، مطلوب است: زمان تناوب ارتعاش طبیعی و نسبت میرایی سازه در حالت پرآب.

تمرین: در ارتعاش آزاد میرا در صورتی که مقادیر نسبت میرایی، به ترتیب، ۱ درصد، ۵ درصد و ۲۵ درصد باشد، نسبت دامنه دو نوسان متوالی را حساب کنید.

تمرین: می خواهیم با یک آزمایش ارتعاش آزاد، سختی و میرایی یک سیستم یک درجه آزاد را تعیین کنیم. جرم سیستم 17.5kg می باشد. در این آزمایش جرم به میزان 2.5cm جابجا شده و به صورت ناگهانی رها می شود. در انتهای ۲۰ دور نوسان کامل، زمان سپری شده 3sec و دامنه تغییرمکان، 0.5cm است. مطلوب است تعیین سختی و میرایی.

پاسخ سازه یک درجه آزاد به تحریک هارمونیک و تناوبی

ارتعاش هارمونیک سیستم های نامیرا: نیرویی را هارمونیک گویند که با تابع $P_0 sin\omega t$ تعریف شود که در آن P_0 دامنه یا حداکثر مقدار نیرو و ω، فرکانس تحریک یا فرکانس نیرو می باشد.

معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاش اجباری سیستم نامیرا تحت نیروی هارمونیک:

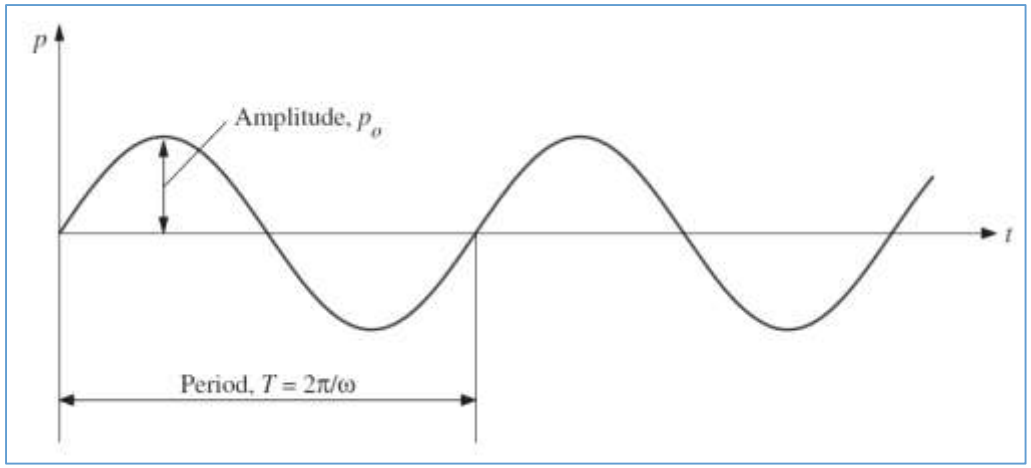
$$m\ddot{u} + ku = p_o \sin \omega t$$

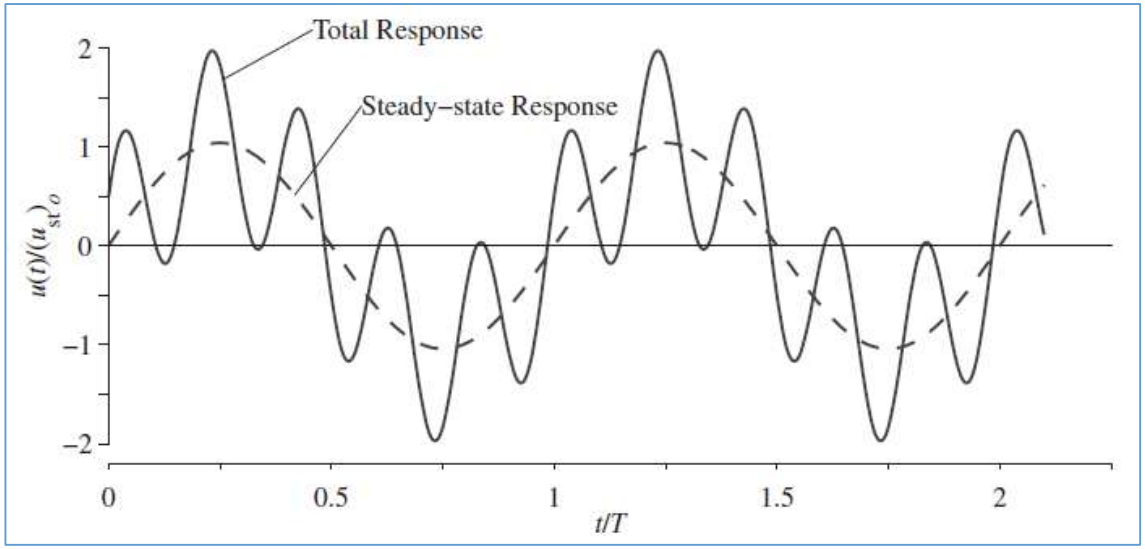
$$u(t) = u(0)cos\omega_n t + \left[\frac{u(0)}{\omega_n} - \frac{P_0}{K}\frac{\omega/\omega_n}{1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2}\right] sin\omega_n t + \frac{P_0}{K}\frac{1}{1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2} sin\omega t$$

$u(t)$ شامل دو مولفه ارتعاشی مجزا می باشد:

1) جمله حاوی $sin\omega_n t$ و $cos\omega_n t$ که ارتعاشی با فرکانس طبیعی است و ارتعاش گذرا نامیده می شود که بستگی به تغییرمکان و سرعت اولیه دارد.

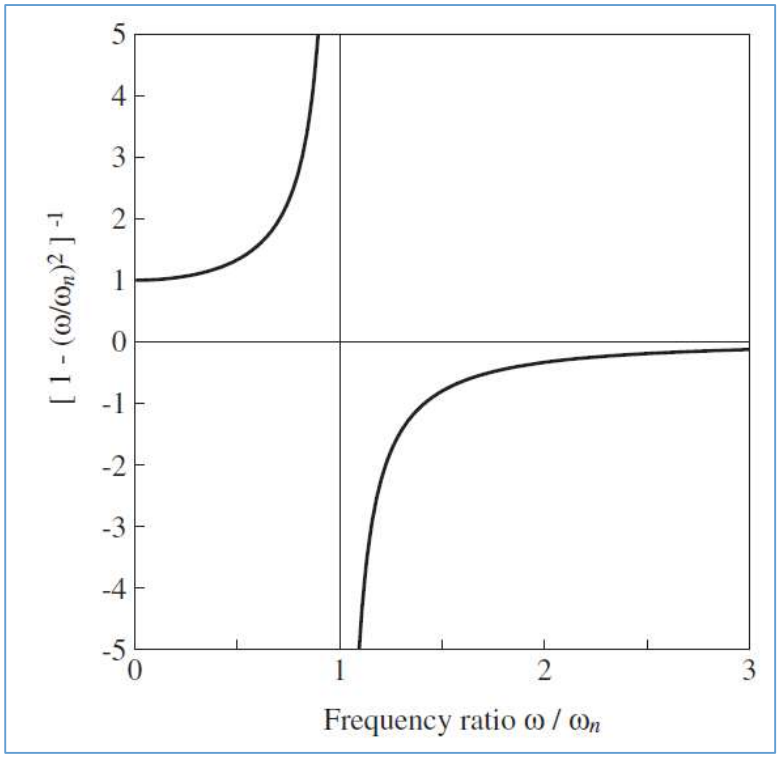
2) جمله حاوی $sin\omega t$ که ارتعاش اجباری با فرکانس تحریک می باشد و ارتعاش اجباری یا ارتعاش ماندگار نامیده می شود. این نامگذاری از آن جهت است که ارتعاش به علت نیروی وارده و بدون توجه به شرایط اولیه می باشد.


p
Amplitude, p_o
t
Period, $T = 2\pi/\omega$


Total Response
Steady–state Response
2
1
0
−1
−2
$u(t)/(u_{st})_o$
0
0.5
1
1.5
2
t/T

اگر شرایط اولیه صفر فرض شود، پاسخ به صورت زیر خلاصه می شود:

$$u(t) = \frac{P_0}{K} \frac{1}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \left(sin\omega t - \frac{\omega}{\omega_n} sin\omega_n t\right)$$



$\frac{\omega}{\omega_n} < 1$: u و P دارای علامت جبری یکسان هستند. در این حالت گفته می شود نیرو و تغییرمکان همفاز هستند.

$\frac{\omega}{\omega_n} > 1$: u و P دارای علامت جبری مخالف هستند. در این حالت گفته می شود نیرو و تغییرمکان غیرهمفاز هستند.

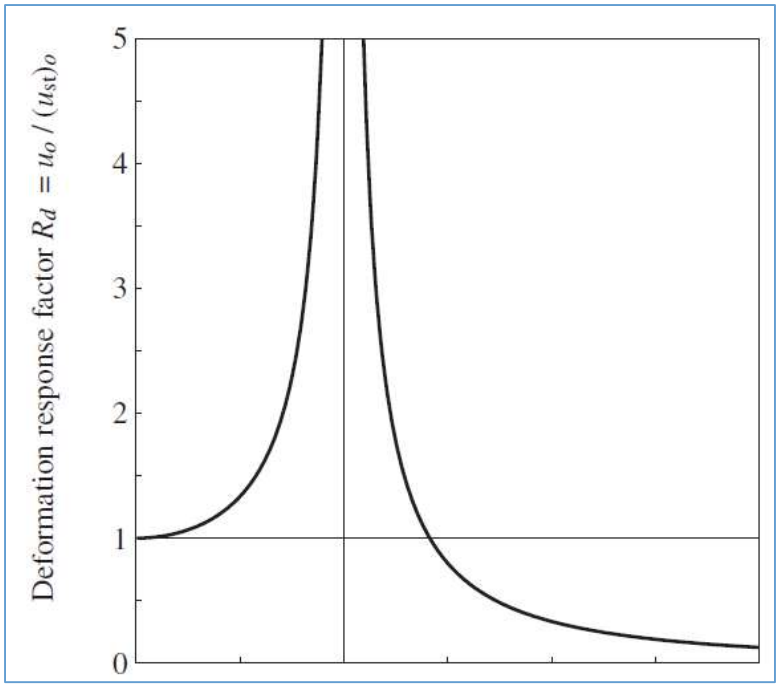
$$u(t) = \frac{P_0}{K}\frac{1}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\left(sin\omega t - \frac{\omega}{\omega_n}\, sin\omega_n t\right)$$

$$u(t) = u_{st} R_d \left(sin\omega t - \frac{\omega}{\omega_n}\, sin\omega_n t\right)$$

اگر $\frac{\omega}{\omega_n}$ کوچک باشد به عبارت دیگر تغییرات نیرو آرام باشد، R_d (ضریب پاسخ تغییرشکل) به مقدار ناچیزی بزرگتر از یک بوده و دامنه تغییرشکل ارتعاشی مساوی تغییرشکل استاتیکی است.

اگر $\frac{\omega}{\omega_n} > \sqrt{2}$ باشد، آنگاه $R_d < 1$ بوده و دامنه تغییرشکل، کوچکتر از تغییرشکل استاتیکی است.

تغییرشکل ارتعاشی برای نیروهای با سرعت نوسان زیاد بسیار کوچک است.

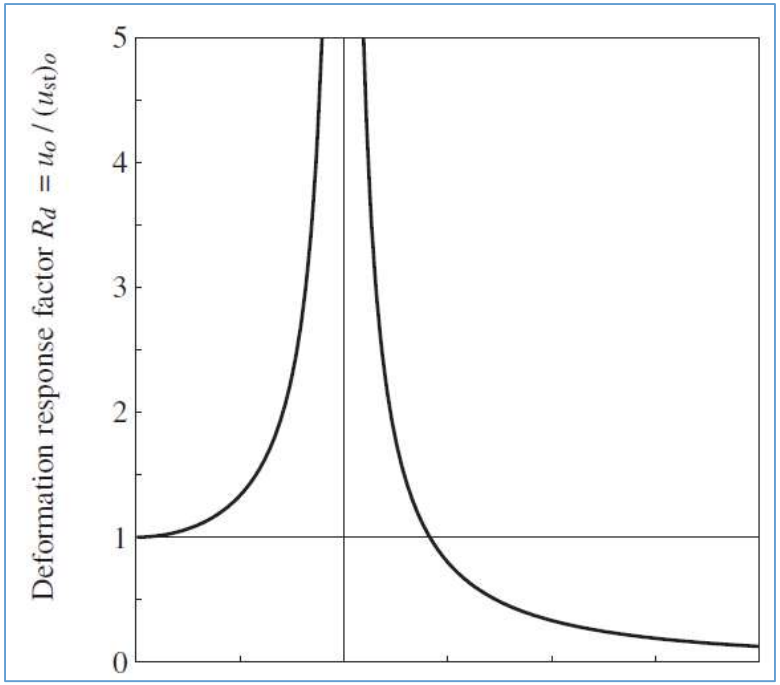


$$u(t) = \frac{P_0}{K}\frac{1}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\left(sin\omega t - \frac{\omega}{\omega_n}\, sin\omega_n t\right)$$

$$u(t) = u_{st} R_d \left(sin\omega t - \frac{\omega}{\omega_n}\, sin\omega_n t\right)$$

اگر نسبت $\frac{\omega}{\omega_n}$ نزدیک ۱ باشد، ضریب R_d در اغلب اوقات بزرگتر از ۱ می باشد مبین آن است که دامنه تغییرشکل ارتعاشی خیلی بزرگتر از تغییرشکل استاتیکی است.

فرکانس تشدید،آن فرکانس نیروی وارده است که به ازای آن R_d حداکثر است.برای سیستم نامیرا، فرکانس تشدید مساوی بوده و ضریب در این مقدار بی نهایت است.



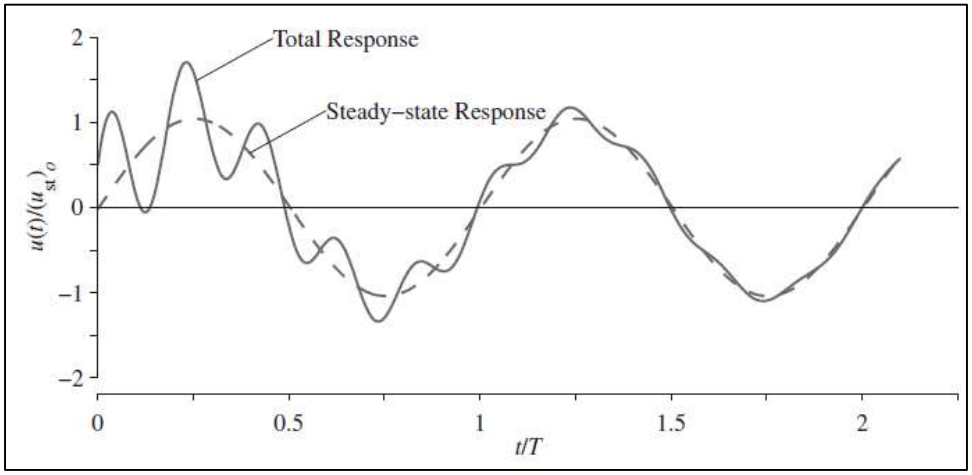
ارتعاش هارمونیک سیستم های میرا:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p_o \sin \omega t$$

$$u(t) = \underbrace{e^{-\zeta \omega_n t}(A \cos \omega_D t + B \sin \omega_D t)}_{\text{transient}} + \underbrace{C \sin \omega t + D \cos \omega t}_{\text{steady state}}$$

$$C = \frac{p_o}{k} \frac{1 - (\omega/\omega_n)^2}{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + [2\zeta(\omega/\omega_n)]^2} \qquad D = \frac{p_o}{k} \frac{-2\zeta \omega/\omega_n}{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + [2\zeta(\omega/\omega_n)]^2}$$

ضرایب A و B با جایگذاری شرایط اولیه (تغییرمکان و سرعت اولیه) بدست می آیند.



تغییرشکل حالت ماندگار سیستم به علت نیروی هارمونیک می تواند به صورت زیر بازنویسی شود:

$$u_p(t) = C \sin \omega t + D \cos \omega t$$

$$u(t) = u_o \sin(\omega t - \phi) = (u_{st})_o R_d \sin(\omega t - \phi)$$

$$u_o = \sqrt{C^2 + D^2} \text{ and } \phi = \tan^{-1}(-D/C)$$

$$R_d = \frac{u_o}{(u_{st})_o} = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + [2\zeta(\omega/\omega_n)]^2}} \qquad \phi = \tan^{-1} \frac{2\zeta(\omega/\omega_n)}{1 - (\omega/\omega_n)^2}$$

میرایی باعث کاهش R_d و در نتیجه دامنه تغییرشکل در تمام فرکانس های تحریک می شود.
مقدار کاهش بستگی شدیدی به فرکانس تحریک دارد.

برای نسبت فرکانسی $\frac{\omega}{\omega_n} \ll 1$ (حالتی که تغییرات نیرو آرام است)، R_d به مقدار کمی بزرگتر از ۱ است و اساسا مستقل از نسبت میرایی است.

$$u_o \simeq (u_{st})_o = \frac{p_o}{k}$$

این نتیجه مبین آن است که پاسخ دینامیکی اساسا مساوی تغییرشکل های استاتیکی می باشد و توسط سختی سیستم کنترل می شود.

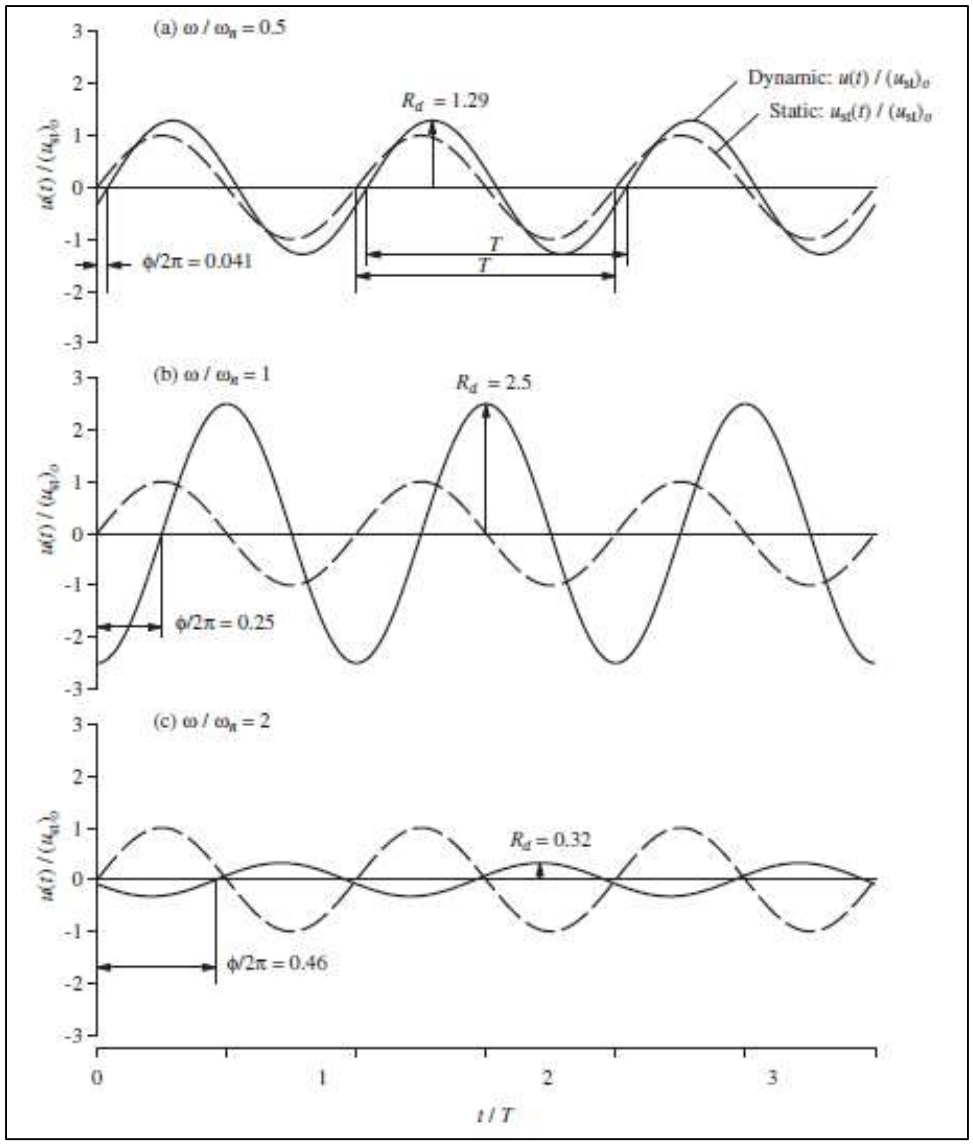
برای $\frac{\omega}{\omega_n} < 1$ (حالتی که تغییرات نیرو سریع است) با فزایش $\frac{\omega}{\omega_n}$ ، R_d به سمت صفر میل می کند و اساسا مستقل از نسبت میرایی است.

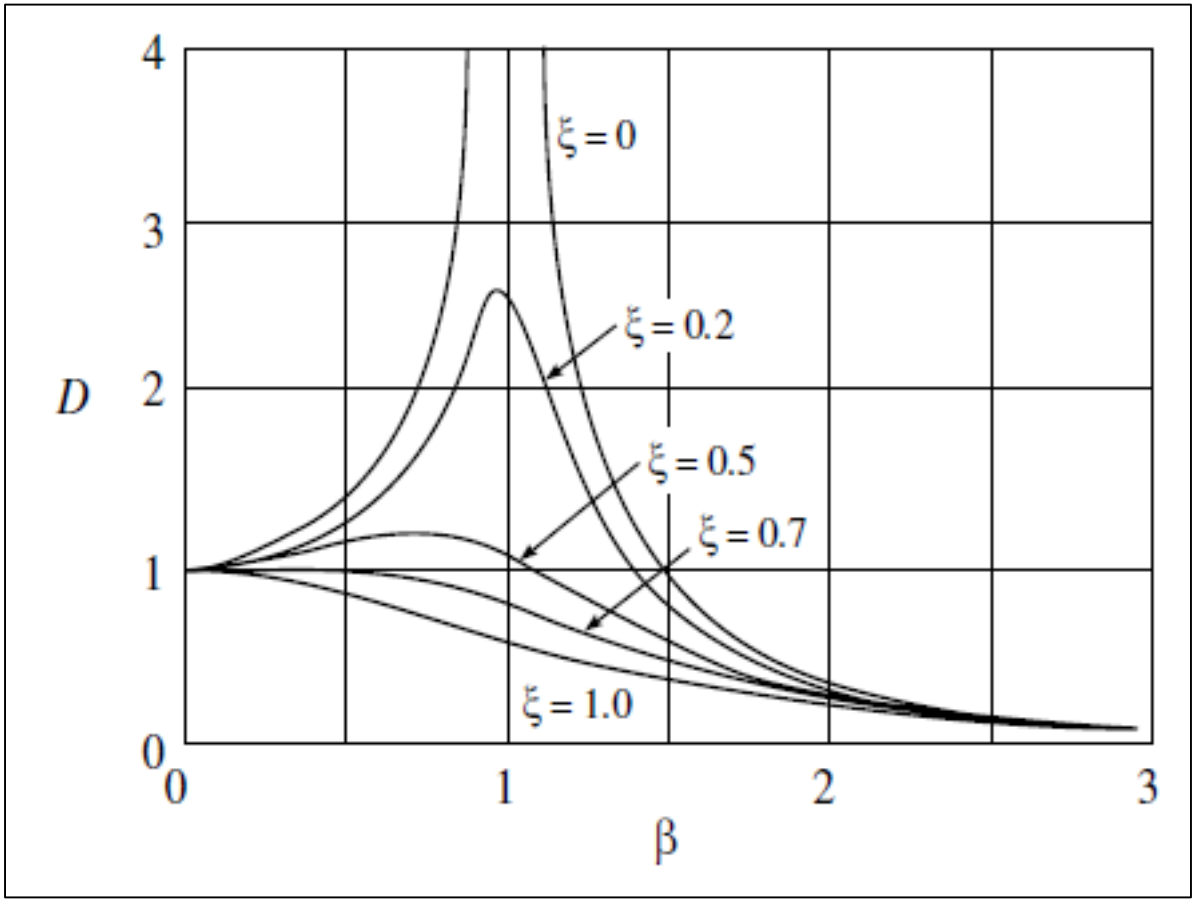
$$u_o \simeq (u_{st})_o \frac{\omega_n^2}{\omega^2} = \frac{p_o}{m\omega^2}$$

رابطه فوق مبین این است که پاسخ، توسط جرم کنترل می شود.

برای $\frac{\omega}{\omega_n} \cong 1$ (حالتی که فرکانس نیروی وارده مساوی فرکانس طبیعی سیستم است)، R_d در مقابل میرایی حساس است و برای میرایی های کوچک، چندین برابر واحد می باشد. این موضوع مبین آن است که تغییرشکل دینامیکی می تواند چندین برابر تغییرشکل استاتیکی باشد.

$$u_o = \frac{(u_{st})_o}{2\zeta} = \frac{p_o}{c\omega_n}$$


(a) ω / ω_n = 0.5
Dynamic: u(t) / (u_st)_o
Static: u_st(t) / (u_st)_o
R_d = 1.29
φ/2π = 0.041
T
T
(b) ω / ω_n = 1
R_d = 2.5
φ/2π = 0.25
(c) ω / ω_n = 2
R_d = 0.32
φ/2π = 0.46
u(t) / (u_st)_o
t / T


4
3
2
1
0
D
0
1
2
3
β
ξ = 0
ξ = 0.2
ξ = 0.5
ξ = 0.7
ξ = 1.0

مثال: دامنه تغییرمکان یک سیستم یک درجه ازاد به علت نیرویی با دو فذکانس تحریک به شرح زیر در دست است، نسبت میرایی سیستم را تعیین کنید.

$$\omega = \omega_n \rightarrow u_0 = 12.5cm$$
$$\omega = 5\omega_n \rightarrow u_0 = 0.05cm$$

$$\omega = \omega_n \rightarrow u_0 = (u_{st})\frac{1}{2\zeta} = 12.5cm$$
$$\omega = 5\omega_n \rightarrow u_0 = (u_{st})\frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} = \frac{2\zeta \times 12.5}{25} = 0.05cm$$
$$\zeta = 0.05 \rightarrow \zeta = 5\%$$

اصول مهندسی زلزله و باد

مدرس:
مهندس حامد ابراهیمی

پاسخ به نیروهای ضربه ای

انتگرال دوهامل

یکی از روشهای حل معادله حاکم بر ارتعاش سیستم یک درجه آزاد، روش انتگرال دوهامل است که بر پایه در نظر گرفتن نیروی وارده به صورت ضربه های کوتاه مدت متوالی قرار دارد.

انتگرال دوهامل برای سیستم یک درجه آزاد بدون میرایی:

$$u(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t p(\tau)\, \sin[\omega_n(t-\tau)]\, d\tau$$

انتگرال دوهامل برای سیستم یک درجه آزاد با میرایی:

$$u(t) = \frac{1}{m\omega_D} \int_0^t p(\tau) e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin\left[\omega_D(t-\tau)\right]\, d\tau$$

پاسخ به نیروی پله ای: نیروی پله ای، نیرویی است که دفعتا به مقدار P افزایش یافته و سپس مقدار آن ثابت می ماند.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \qquad p(t) = p_o$$

پاسخ سیستم میرا:

$$u(t) = (u_{st})_o(1 - \cos\omega_n t) = (u_{st})_o\left(1 - \cos\frac{2\pi t}{T_n}\right)$$

حداکثر تغییرشکل را می توان با مشتق گیری از رابطه فوق و مساوی صفر قرار دادن آن بدست آورد، حاصل کار معادله $\omega_n \sin\omega_n t = 0$ می باشد که از آن، زمان مربوط به تغییرمکان حداکثر به صورت زیر بدست می آید:

$$\omega_n t_o = j\pi \quad \text{or} \quad t_o = \frac{j}{2}T_n$$

که در آن، j عدد صحیح فرد میباشد. Jهای زوج، مقادیر حداقل پاسخ تغییرمکان را بدست می دهد. اگر مقدار $t = t_o$ را در معادله پاسخ جاگذاری کنیم حداکثر تغییرمکان بدست می آید:

$$u_o = 2(u_{st})_o$$

تغییرشکل ناشی از اعمال ناگهانی نیرو، دو برابر تغییرشکل ناشی از اعمال آرام (استاتیکی) آن است.

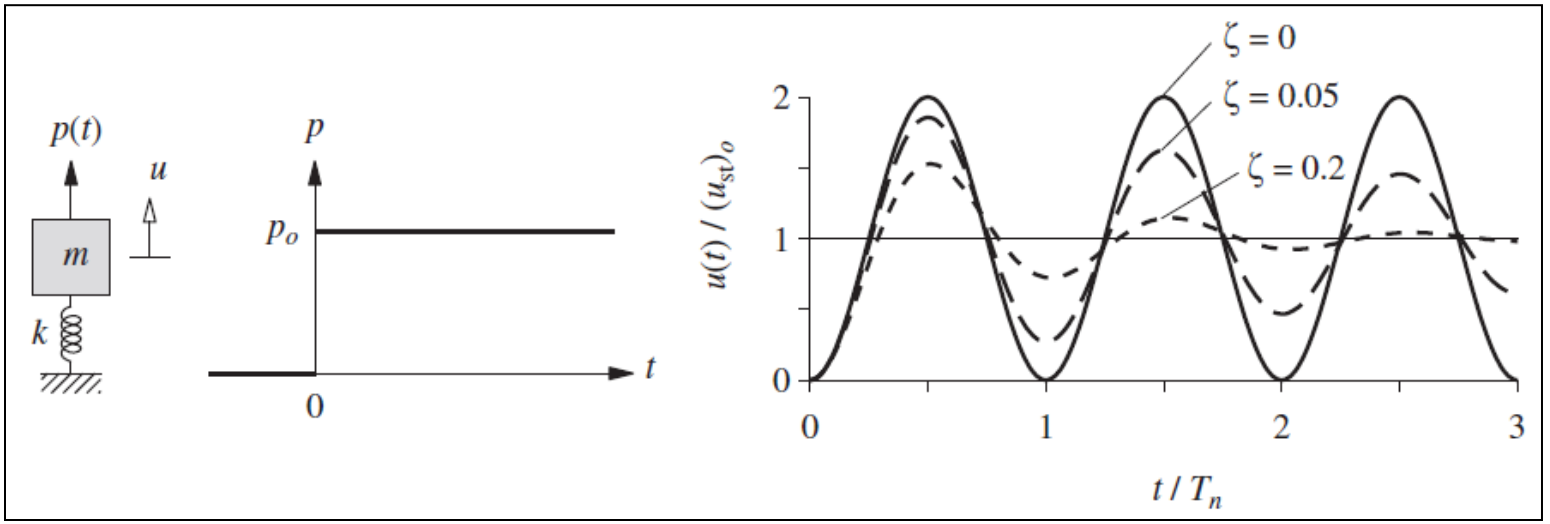
پاسخ به نیروی پله ای:

پاسخ سیستم میرا:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t)$$

$$u(t) = (u_{st})_o \left[1 - e^{-\zeta \omega_n t} \left(\cos \omega_D t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_D t \right) \right]$$

میرایی باعث کاهش تغییرمکان نسبت به وضعیت تعادل شده و دامنه با افـزایش زمـان کـاهش مـی یابد. با افزایش میرایی، دامنه کاهش بیشـتری یافتـه و ارتعـاش سـریع تـر مسـتهلک مـی شـود. بـا استهلاک کامل نوسان سیستم در تغییرشکل استاتیکی به تعادل می رسد.

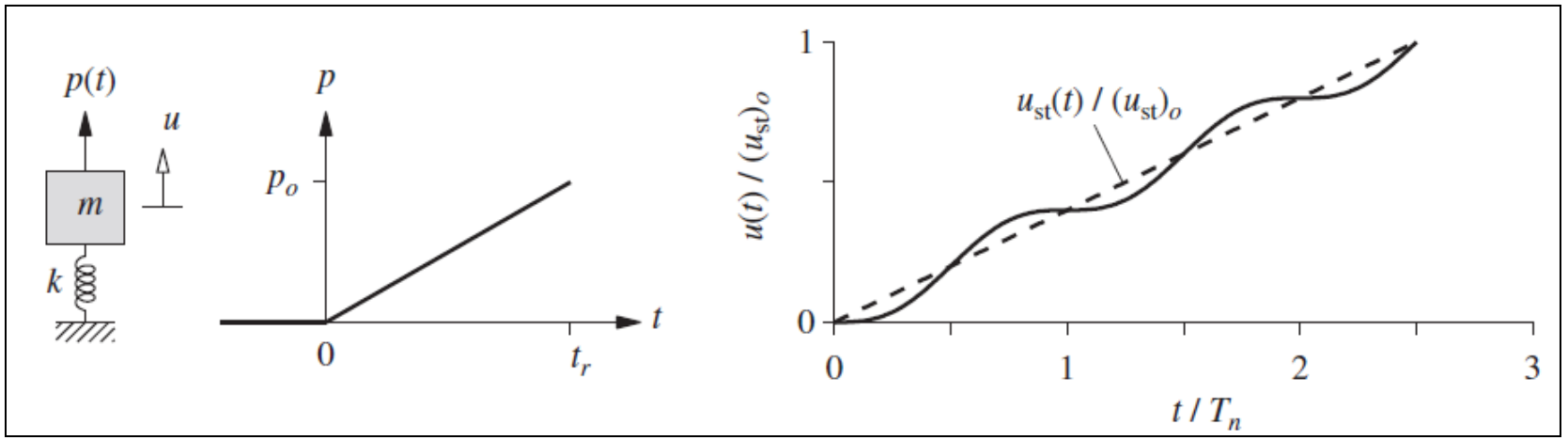


نیروی شیبدار (نیروی خطی): نیرویی است که مقدار آن با زمان به صورت خطی افزایش می یابد. نیروی وارده برابر است با:

$$p(t) = p_o \frac{t}{t_r}$$

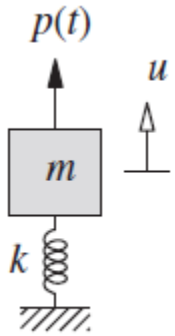
$$u(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t \frac{p_o}{t_r} \tau \sin \omega_n (t - \tau)\, d\tau$$

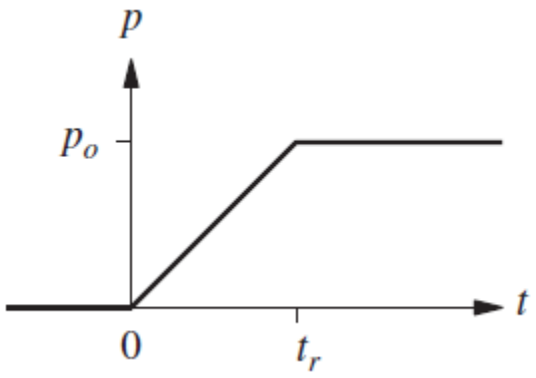
$$u(t) = (u_{st})_o \left(\frac{t}{t_r} - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n t_r} \right) = (u_{st})_o \left(\frac{t}{T_n} \frac{T_n}{t_r} - \frac{\sin 2\pi t/T_n}{2\pi t_r/T_n} \right)$$



نیروی شیبدار پله ای: از آنجایی که امکان اعمال ناگهانی یک نیرو وجود ندارد، به جـای نیـروی پله ای لازم است نیرویی تعریف شود که افزایش آن از مقدار صفر به مقدار حداکثر در یک محدوده زمانی مشخص انجام شود. این نیرو به نیروی شیبدار پله ای موسوم اسـت و بـا رابطـه ریاضـی زیـر تعریف می شود:

$$p(t) = \begin{cases} p_o(t/t_r) & t \le t_r \\ p_o & t \ge t_r \end{cases}$$





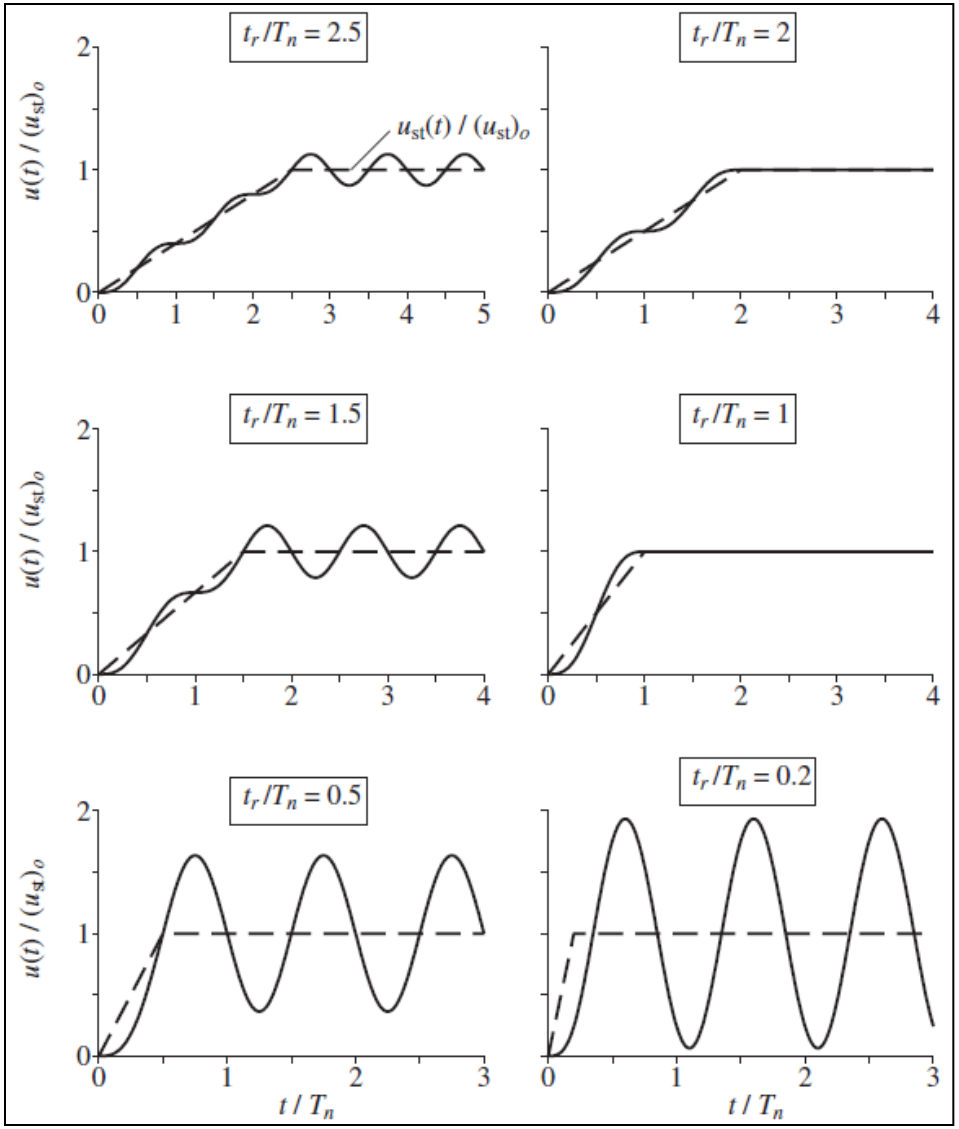
پاسخ سیستم نامیرا برای قسمت شیبدار:

$$u(t) = (u_{st})_o \left(\frac{t}{t_r} - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n t_r} \right) \qquad t \le t_r$$

پاسخ کل:

$$u(t) = u(t_r) \cos \omega_n (t - t_r) + \frac{\dot{u}(t_r)}{\omega_n} \sin \omega_n (t - t_r) + (u_{st})_o [1 - \cos \omega_n (t - t_r)]$$

$$u(t) = (u_{st})_o \left\{ 1 - \frac{1}{\omega_n t_r} \left[\sin \omega_n t - \sin \omega_n (t - t_r) \right] \right\} \qquad t \ge t_r$$



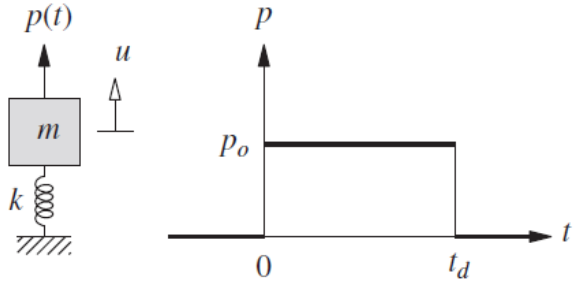
اگر $t_r < T_n/4$ باشد (یعنی زمان صعود نسبتا کوتاه)، حداکثر تغییرشکل دینامیکی، دوبرابر تغییرشکل استاتیکی است. بدین معنی که اثر تحریک نزدیک به نیروی پله ای می باشد.

اگر $t_r > 3T_n$ باشد،(یعنی زمان صعود نسبتا بلند) تغییرشکل دینامیکی با تغییرشکل استاتیکی برابر است. بدین معنی که اثر تحریک نزدیک به نیروی استاتیکی است.

اگر نسبت $\frac{t_r}{T_n}$ مساوی اعداد صحیح باشد، در انتهای مرحله صعود نیرو، سرعت صفر شده و سیستم در مرحله نیروی ثابت دارای نوسان نخواهد بود.

پاسخ به تحریک ضربه ای: مثال عملی خوبی از نیروهای ضربه ای، موج ناشی از یک انفجار سطحی می باشد. میرایی اثر ناچیزی بر پاسخ سیستم به نیروهای ضربه ای دارد.

نیروی ضربه ای مستطیلی:



$$m\ddot{u} + ku = p(t) = \begin{cases} p_o & t \le t_d \\ 0 & t \ge t_d \end{cases}$$

با فرض شرایط سکون اولیه،تحلیل در دو مرحله برنامه ریزی می شود:

۱- مرحله ارتعاش اجباری: در این مرحله سیستم تحت تاثیر نیروی پله ای است.

$$\frac{u(t)}{(u_{st})_o} = 1 - \cos\omega_n t = 1 - \cos\frac{2\pi t}{T_n} \qquad t \le t_d$$

۲- مرحله ارتعاش آزاد: بعد از پایان ضربه در لحظه t_d سیستم تحت ارتعاش آزاد قرار می گیرد.

$$u(t) = u(t_d)\cos\omega_n(t - t_d) + \frac{\dot{u}(t_d)}{\omega_n}\sin\omega_n(t - t_d)$$

$$\frac{u(t)}{(u_{st})_o} = \cos\omega_n(t - t_d) - \cos\omega_n t \qquad t \ge t_d$$

با استفاده از روابط مثلثاتی خواهیم داشت:

$$\frac{u(t)}{(u_{st})_o} = \left(2\sin\frac{\pi t_d}{T_n}\right)\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T_n} - \frac{1}{2}\frac{t_d}{T_n}\right)\right] \qquad t \geq t_d$$

محاسبه پاسخ حداکثر: به طور خلاصه، ضریب پاسخ تغییرشکل که تغییرشکل حداکثر مطلق را تعریف می کند، به صورت زیر است:

$$R_d = \frac{u_o}{(u_{st})_o} = \begin{cases} 2\sin\pi t_d/T_n & t_d/T_n \leq \frac{1}{2} \\ 2 & t_d/T_n \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

مثال: ساختمان یک طبقه به صورت قابی تک دهانه و یک طبقه با دو ستون پای مفصل و یک تیر صلب مدل شده است. ارتفاع قاب ۳.۶ متر و زمان تناوب آن ۰.۵ ثانیه می باشد. ستون ها از نیمرخ IPB با مشخصات خمشی زیر می باشد:

$$I_x = 2576cm^2 \quad , \qquad s_x = 249cm^3 \quad , \qquad E = 2.1 \times 10^3 \frac{T}{cm^2}$$

با صرف نظر کردن از میرایی، حداکثر پاسخ این قاب را به علت نیروی ضربه ای مستطیلی با مقدار 1.82T و زمان تداوم 0.2sec تعیین نمایید. هم چنین مطلوب است تنش خمشی حداکثر در ستون.

حل:

$$\frac{t_d}{T_n} = \frac{0.2}{0.5} = 0.4$$

$$R_d = \frac{u_o}{u_{st}} = 2sin\frac{\pi t_d}{T_n} = 2\sin(0.4\pi) = 1.902$$

$$K = \frac{3EI}{L^3} = \frac{3 \times 2.1 \times 10^6 \times 2576}{360^3} = 348\ Kg/cm \rightarrow K_{frame} = 2 \times 348$$

$$= 696\frac{kg}{cm}$$

$$u_{st} = \frac{P_o}{K} = \frac{1820}{696} = 2.61cm$$

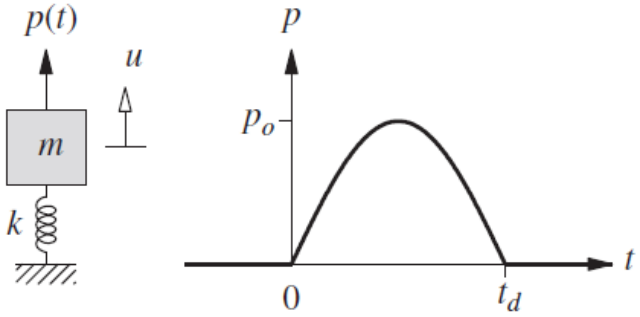
$$u_0 = 2.61 \times 1.902 = 4.96cm$$

$$f = Ku = 696 \times 4.96 = 3452kg = 3.46\ Ton$$

$$M = \frac{fh}{2} = \frac{3.46}{2} \times 3.6 = 6.22\ T.m$$

$$\sigma = \frac{M}{S} = \frac{6.22 \times 10^5}{249} = 2498\ kg/cm^2$$

نیروی ضربه ای نیم موج سینوسی:



$$m\ddot{u} + ku = p(t) = \begin{cases} p_o \sin(\pi t/t_d) & t \le t_d \\ 0 & t \ge t_d \end{cases}$$

پاسخ سیستم به ضربه نیم موج سینوسی برای دو حالت $\omega = \omega_n$ و $\omega \neq \omega_n$ ارائه می شود.

1) $\omega \neq \omega_n$ یا $\frac{t_d}{T_n} \neq \frac{1}{2}$

$$\frac{u(t)}{(u_{st})_o} = \frac{1}{1-(T_n/2t_d)^2}\left[\sin\left(\pi\frac{t}{t_d}\right) - \frac{T_n}{2t_d}\sin\left(2\pi\frac{t}{T_n}\right)\right] \qquad t \le t_d$$

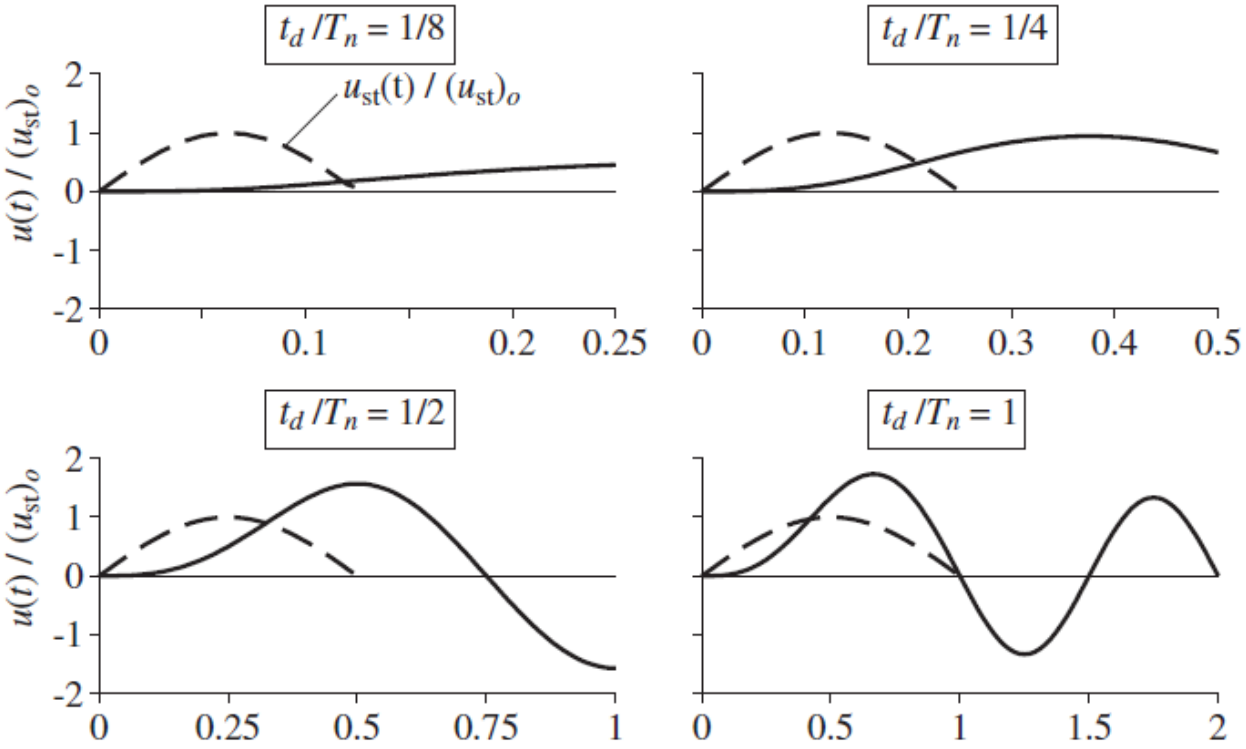
$$\frac{u(t)}{(u_{st})_o} = \frac{(T_n/t_d)\cos(\pi t_d/T_n)}{(T_n/2t_d)^2 - 1}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T_n} - \frac{1}{2}\frac{t_d}{T_n}\right)\right] \qquad t \ge t_d$$

نیروی ضربه ای نیم موج سینوسی:

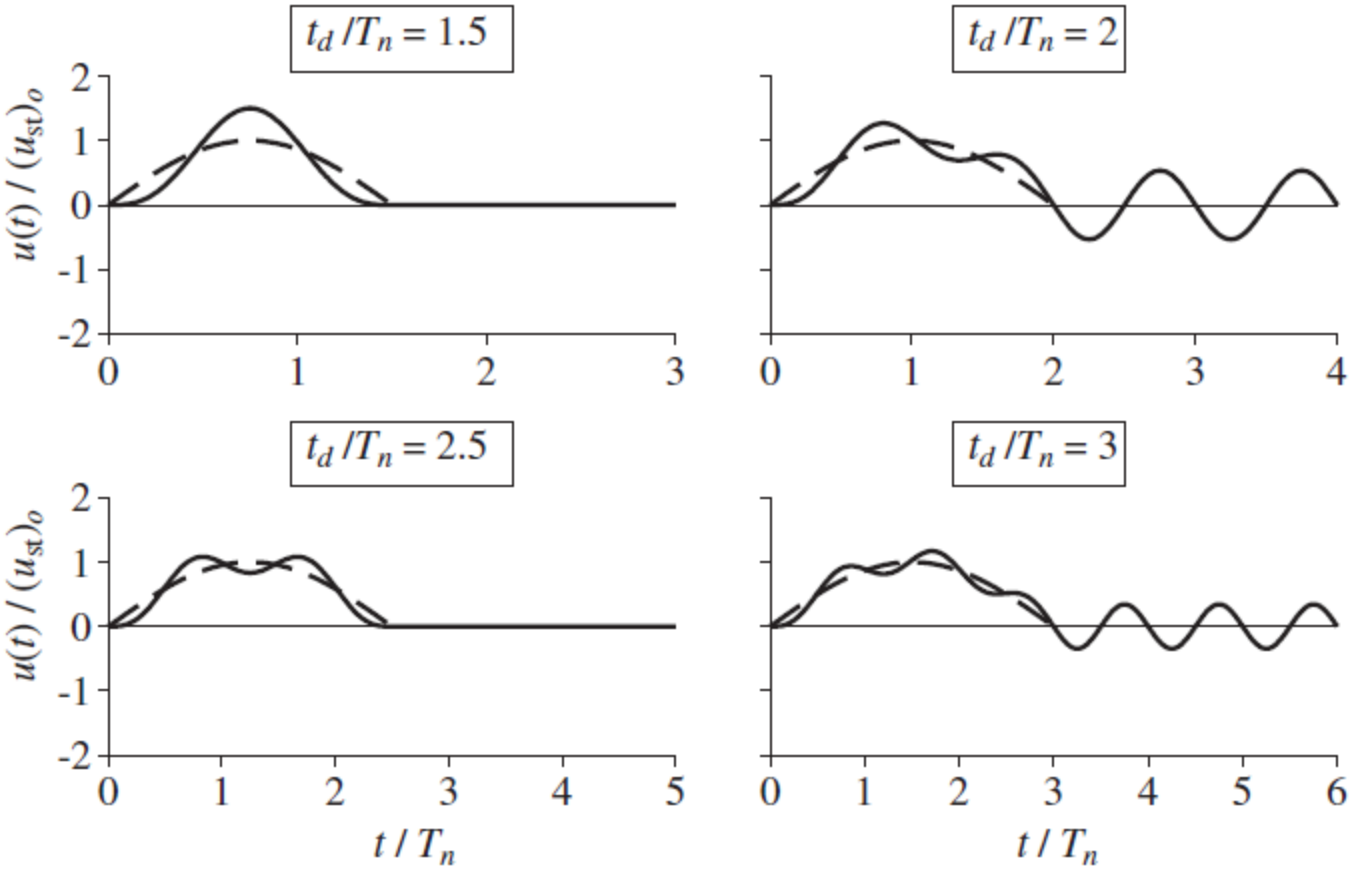
۲) $\omega = \omega_n$ یا $\frac{t_d}{T_n} = \frac{1}{2}$

$$\frac{u(t)}{(u_{st})_o} = \frac{1}{2}\left(\sin\frac{2\pi t}{T_n} - \frac{2\pi t}{T_n}\cos\frac{2\pi t}{T_n}\right) \qquad t \le t_d$$

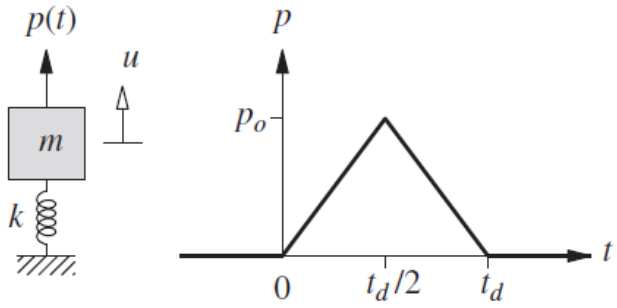
$$\frac{u(t)}{(u_{st})_o} = \frac{\pi}{2}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T_n} - \frac{1}{2}\right) \qquad t \ge t_d$$



نیروی ضربه ای نیم موج سینوسی:

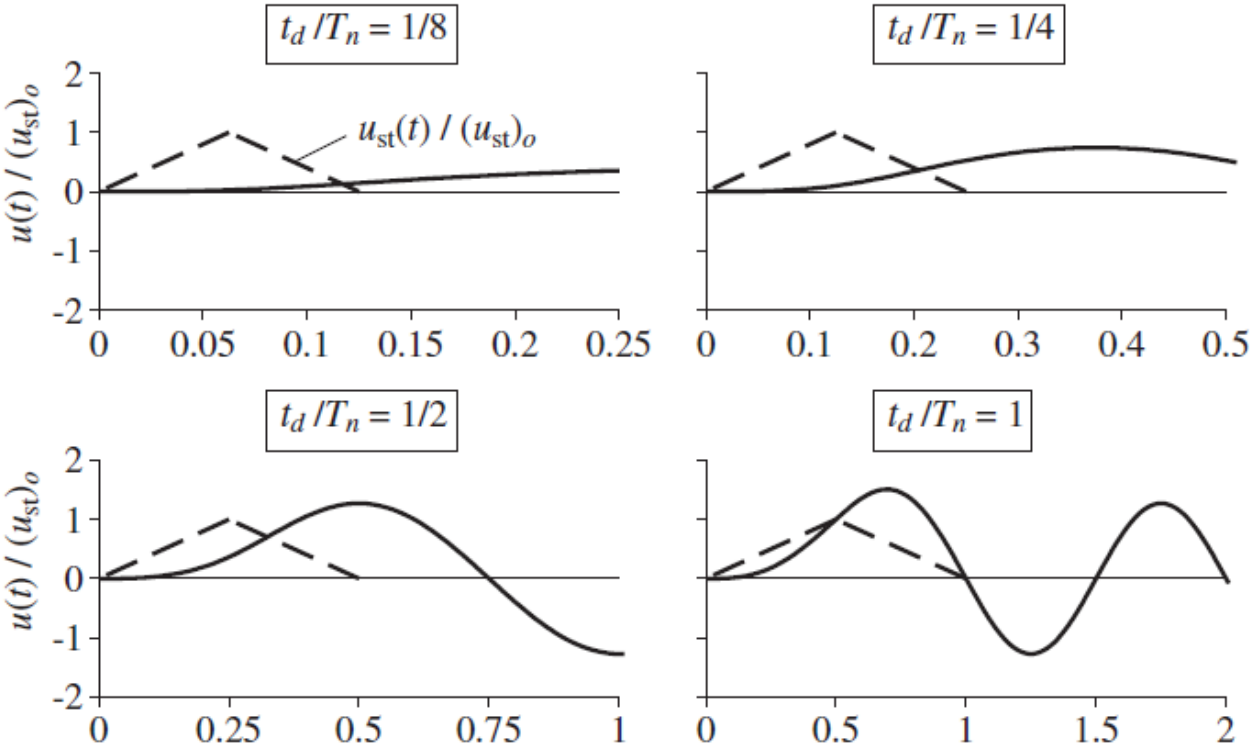


پاسخ به ضربه مثلثی:

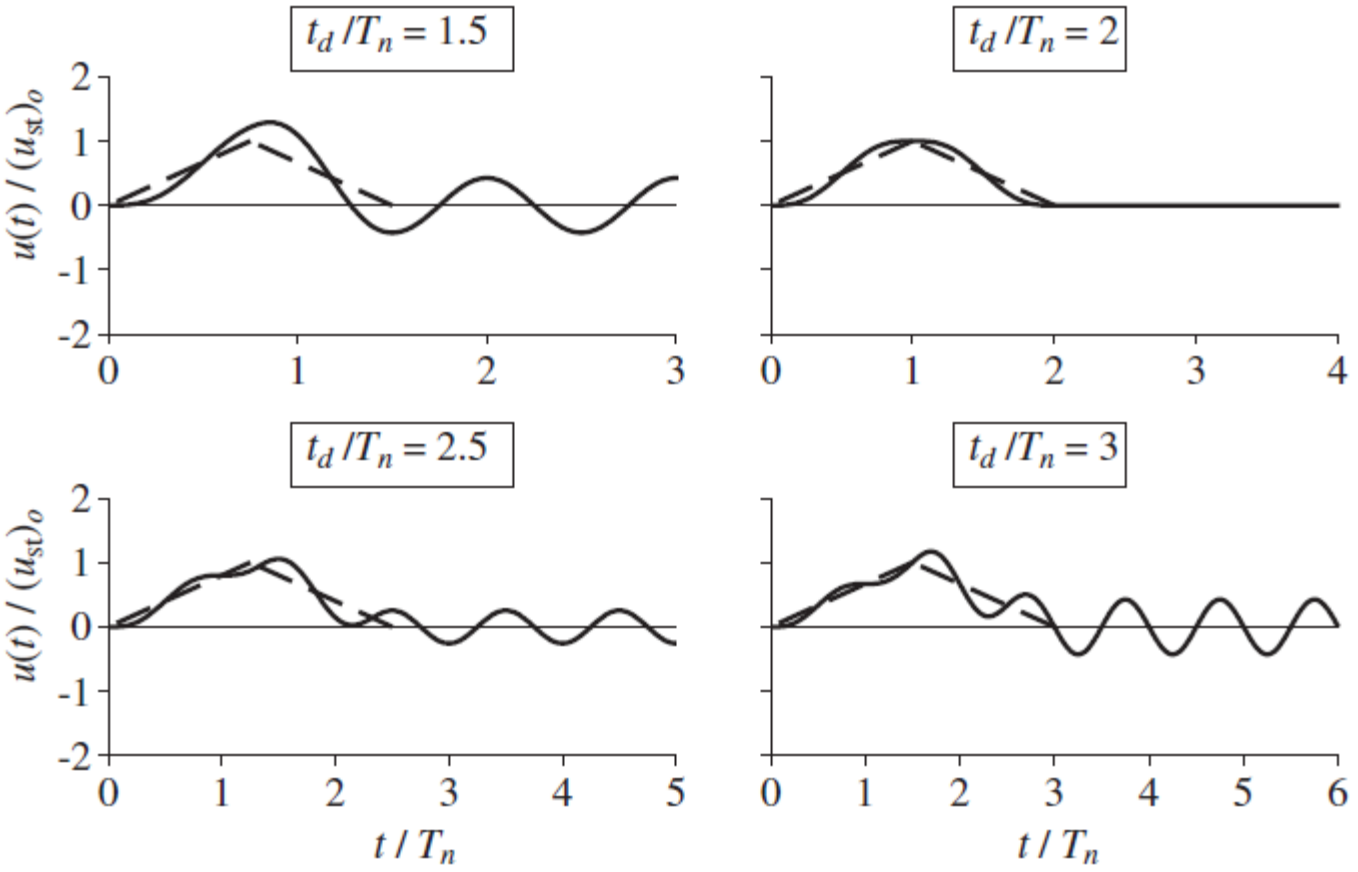


$$\frac{u(t)}{(u_{st})_o} = \begin{cases} 2\left(\dfrac{t}{t_d} - \dfrac{T_n}{2\pi t_d}\sin 2\pi\dfrac{t}{T_n}\right) & 0 \le t \le \dfrac{t_d}{2} \\ 2\left\{1 - \dfrac{t}{t_d} + \dfrac{T_n}{2\pi t_d}\left[2\sin\dfrac{2\pi}{T_n}\left(t - \dfrac{1}{2}t_d\right) - \sin 2\pi\dfrac{t}{T_n}\right]\right\} & \dfrac{t_d}{2} \le t \le t_d \\ 2\left\{\dfrac{T_n}{2\pi t_d}\left[2\sin\dfrac{2\pi}{T_n}\left(t - \dfrac{1}{2}t_d\right) - \sin\dfrac{2\pi}{T_n}(t - t_d) - \sin 2\pi\dfrac{t}{T_n}\right]\right\} & t \ge t_d \end{cases}$$

پاسخ به ضربه مثلثی:



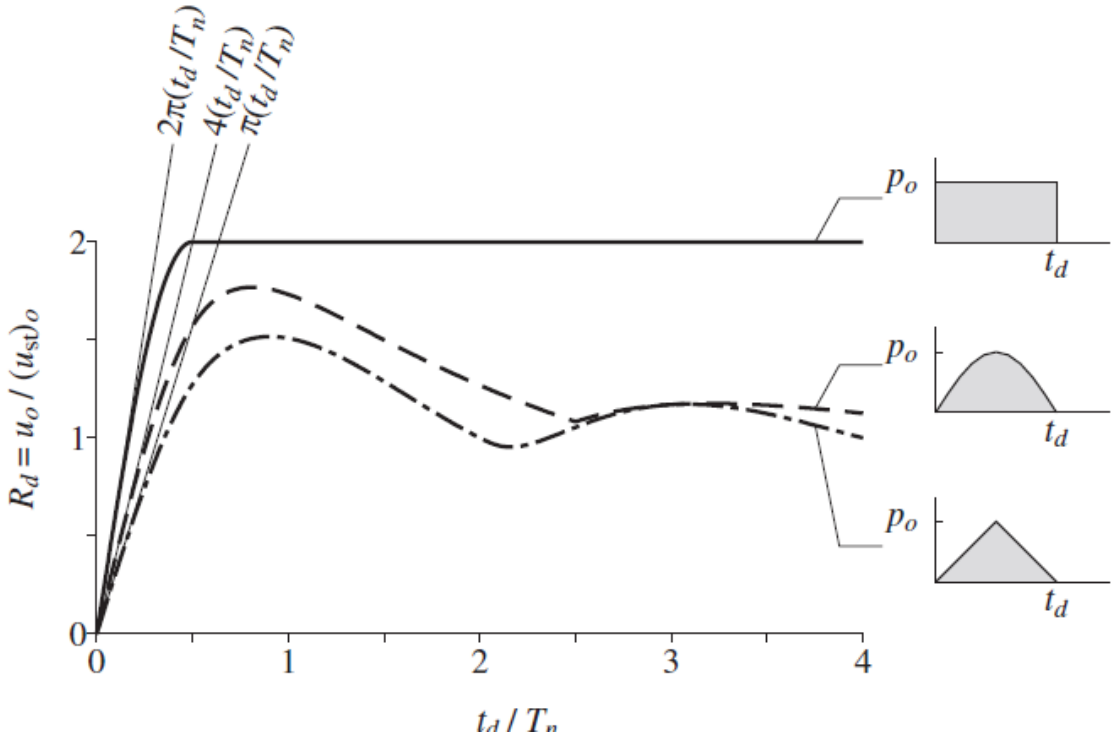
پاسخ به ضربه مثلثی:



تاثیر شکل ضربه و تحلیل تقریبی برای ضربه های کوتاه:

اگر زمان تداوم ضربه بزرگتر از $T_n/2$ باشد، حداکثر مطلق تغییرشکل در حین ضربه رخ می دهد و شکل ضربه دارای تاثیر عمده خواهد بود.

اگر زمان تداوم ضربه کوچکتر از $T_n/2$ باشد، حداکثر مطلق تغییرشکل در حین ارتعاش آزاد رخ می دهد و مقدار ضربه (مساحت زیر نمودار ضربه) دارای تاثیر عمده خواهد بود.



تاثیر شکل ضربه و تحلیل تقریبی برای ضربه های کوتاه:

اگر زمان تداوم ضربه در مقایسه با زمان تناوب سیستم خیلی کوچک گردد، تبدیل به یک ضربه خالص با مقدار زیر می شود:

$$\mathcal{I} = \int_0^{t_d} p(t)\,dt$$

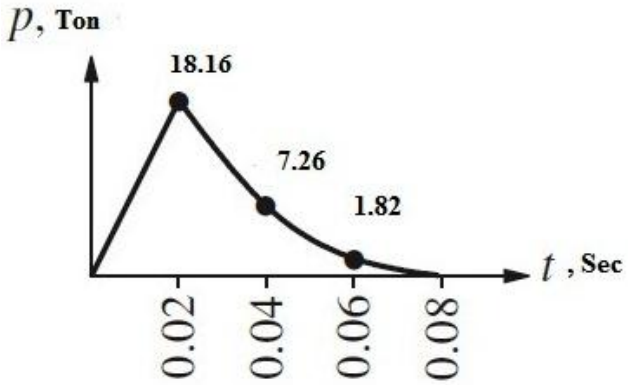
$$u(t) = \mathcal{I}\left(\frac{1}{m\omega_n}\sin\omega_n t\right)$$

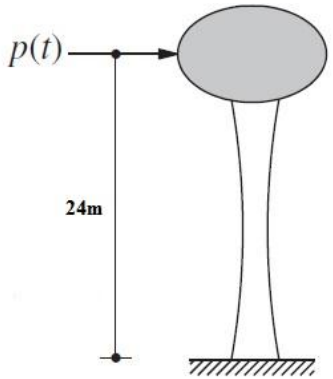
$$u_o = \frac{\mathcal{I}}{m\omega_n} = \frac{\mathcal{I}}{k}\frac{2\pi}{T_n}$$

در محدوده $t_d < T_n/4$ حل مربوط به ضربه خالص، نزدیک به پاسخ واقعی است.

تمرین: با استفاده از روابط فوق، مقادیر حداکثر تغییرشکل را برای ضربه های مستطیلی، مثلثی و نیم موج سینوسی بدست آورید.

تمرین: مخزن هوایی زیر به علت یک انفجار سطحی تحت تاثیر ضربه P(t) قـرار گرفتـه است. مطلوب است تعیین حداکثر برش پایه و لنگر خمشی پایه به علت ضربه فوق.





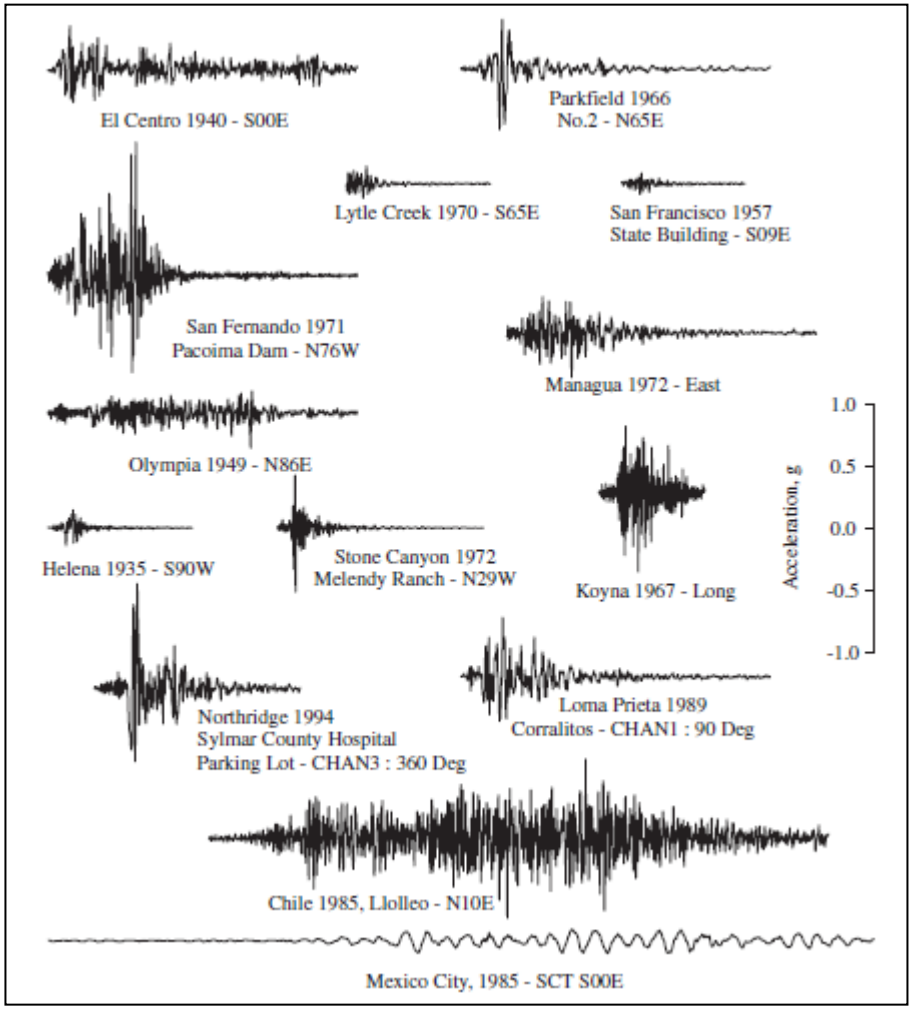
مشخصات دینامیکی مخزن:

W=45.4 ton, K=1.47 ton/cm T=1.12 sec

اصول مهندسی زلزله و باد

مدرس:
مهندس حامد ابراهیمی

طیف پاسخ و طیف طرح



برای مقاصد مهندسی مفید ترین شیوه برای تعریف تکانهای زمین در هنگام زلزله، شتابنگاشت است که در واقع نمودار تغییرات شتاب زمین بر حسب زمان است.

شتابنگاشت های مختلف از نظر دامنه، زمان تداوم و شکل ظاهری با همدیگر فرق دارند.

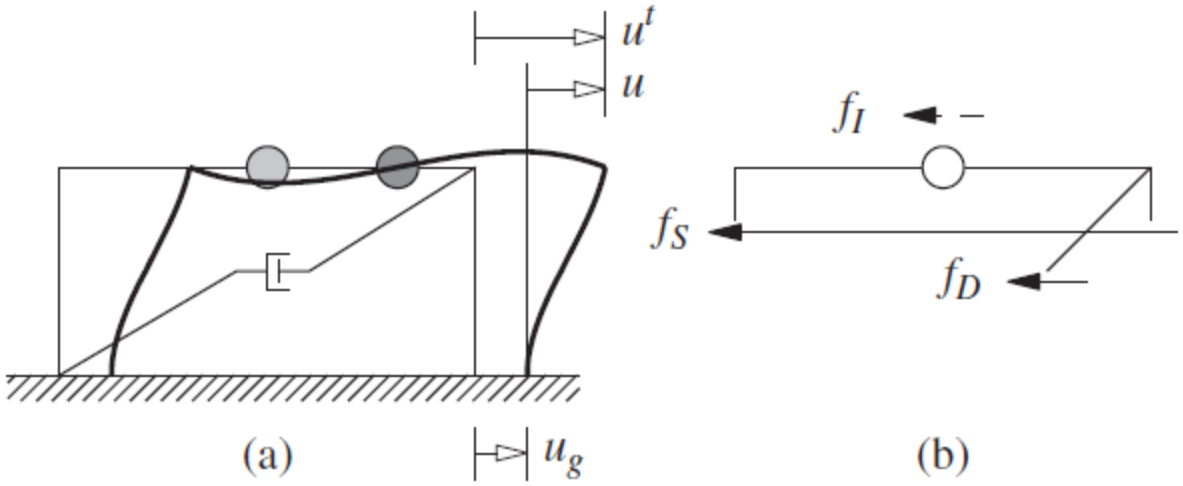
برای تعیین پاسخ سازه در برابر هر زلزله ای می بایست شتابنگاشت حرکت زمین مربوط به آن زلزله را به عنوان اطلاعات ورودی در اختیار داشته باشیم.

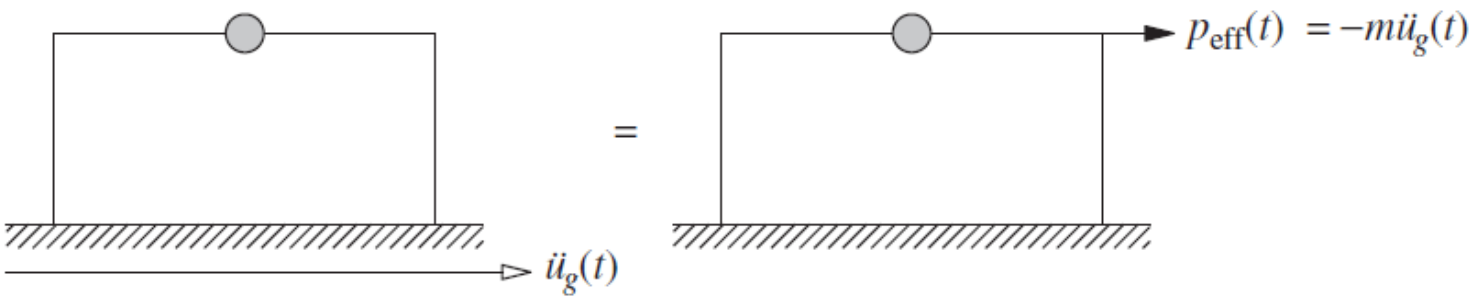
معادله حاکم بر ارتعاش یکسیستم یکدرجه آزادی الاستیک کـه تحـت اثرتحریـک زلزلـه ای مـی باشد بصورت زیر بیان می شود:

$$f_I + f_D + f_s = 0 \rightarrow m\ddot{u}^t + c\dot{u} + ku = 0$$

$$m\left(\ddot{u}(t) + \ddot{u}_g(t)\right) + c\dot{u} + ku = 0$$

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g(t)$$





Stationary base

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \qquad m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g(t)$$

معادله حاکم بر ارتعاش یک سیستم یکدرجه آزادی الاستیک که تحت اثرتحریک زلزله ای می باشد بصورت زیر بیان می شود:

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega_n\dot{u} + \omega_n^2 u = -\ddot{u}_g(t)$$

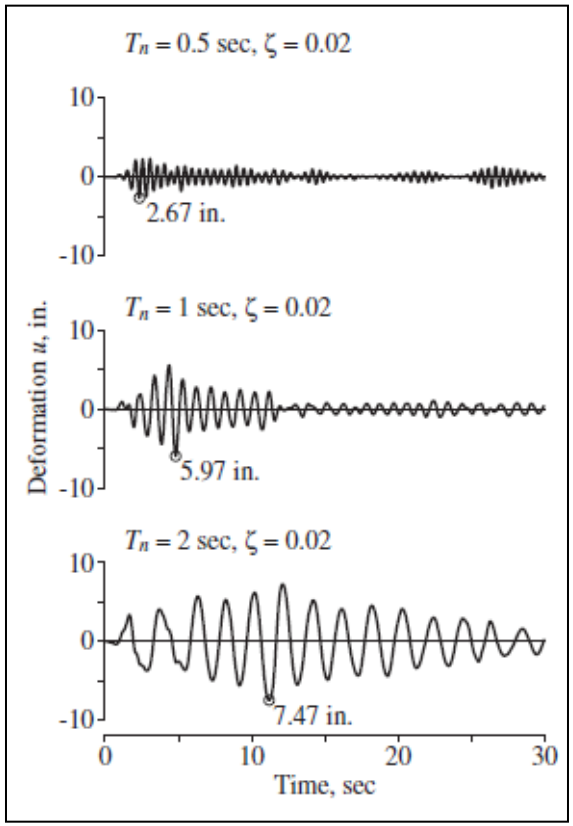
پاسخ تغییرشکلی $u(t)$ سیستم فقط به فرکانس طبیعی یا زمان تناوب طبیعی و نسبت میرایی بستگی دارد.

$$u \equiv u\left(t, T_n, \zeta\right)$$

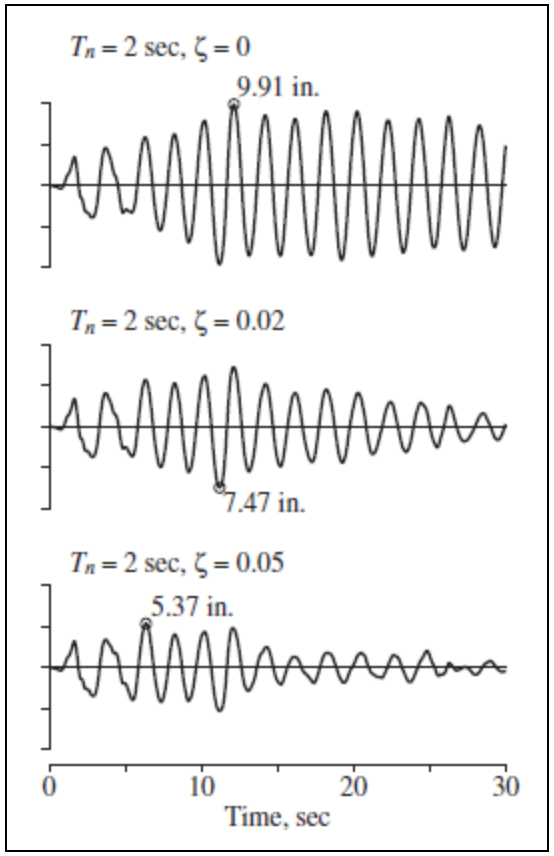
نتیجه: هر دو سیستمی که زمان تناوب طبیعی و نسبت میرایی یکسانی داشته باشند، دارای پاسخ تغییرشکلی یکسانی خواهند بود حتی اگر جرم و سختی جانبی آنها با هم برابر نباشد.

تاریخچه پاسخ: برای یک شتاب معلوم $\ddot{u}_g(t)$ پاسخ تغییرشکلی $u(t)$ یکدرجه آزادی فقط به زمان تناوب طبیعی و نسبت میرایی بستگی دارد.

در شکلهای زیر پاسخ تغییرشکلی سه سیستم مختلفتحت شتابنگاشت زلزله السنترو نشان داده شـده است که علت اختلاف در پاسخ تغییر شکلی آنها، تفاوت در مقدار زمان تناوب طبیعی آنهاست.

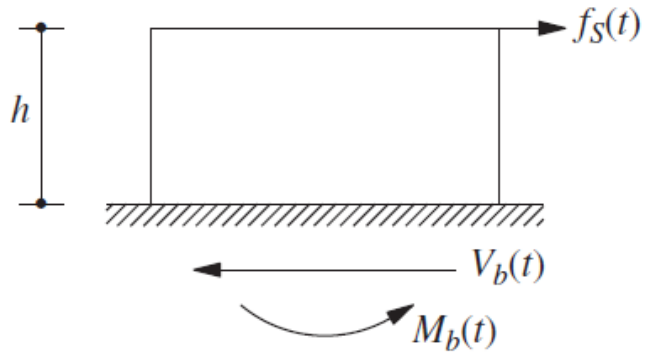


در شکلهای زیر پاسخ تغییرشکلی سه سیستم مختلفتحت شتابنگاشت زلزله السنترو نشان داده شـده است که علت اختلاف در پاسخ تغییر شکلی آنها، تفاوت در مقدار میرایی آنهاست.



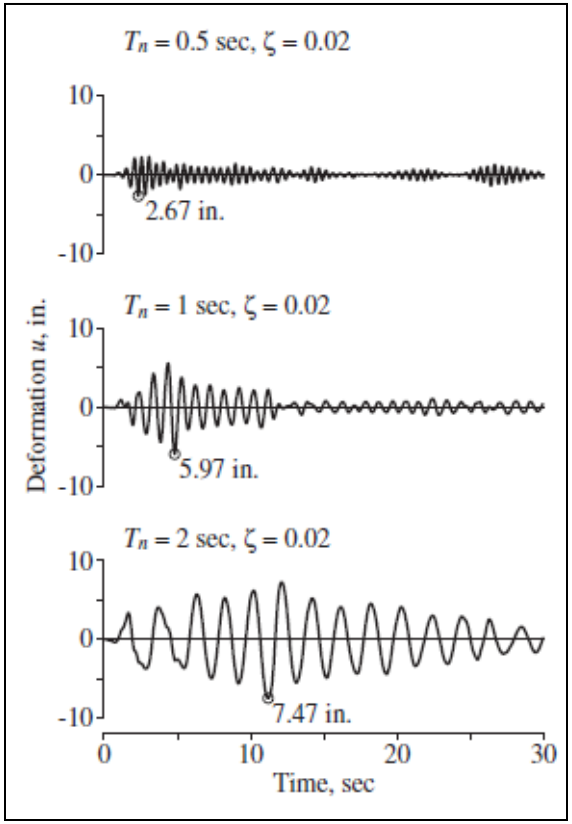
نتیجه: سیستمی که دارای نسـبت میرایـی بزرگتری است ، تغییرشکل کوچکتری دارد.

پس از محاسبه پاسخ تغییرشکلی u(t) توسط تحلیل دینـامیکی سـازه، مـی تـوان در هـر لحظـه بـا استفاده از تحلیل استاتیکی نیروهای داخلی را محاسبه نمود.

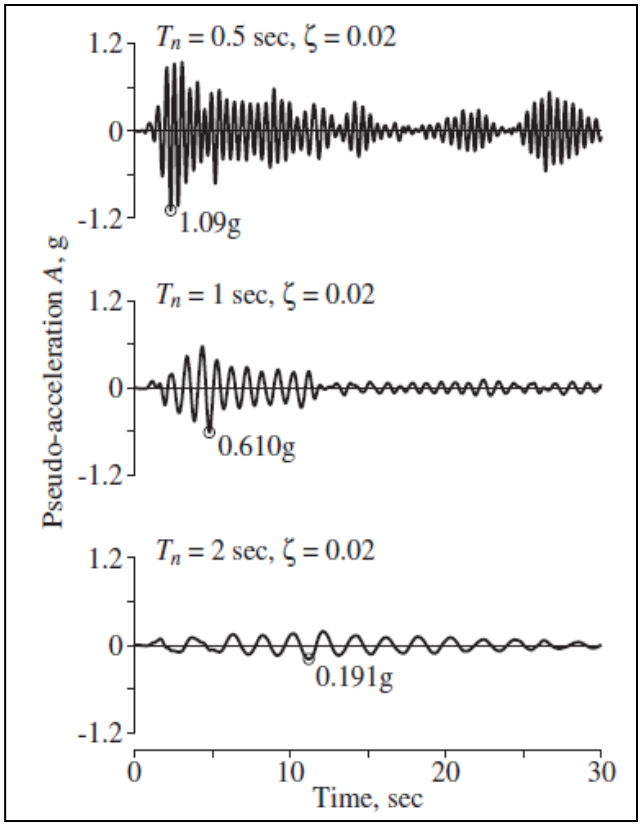


$$f_s(t) = ku(t) \xrightarrow{k=m\omega_n^2} f_s(t) = m\omega_n^2 u(t) \xrightarrow{\omega_n^2 u(t)=A(t)} f_s(t) = mA(t)$$

نیروی استاتیکی معادل از ضرب m در A(t) و نه از ضرب m در $\ddot{u}^t(t)$ بدست می آید. بنـابر ایـن به A(t) شبه شتاب گویند. پاسخ شبه شتاب هر سیستم را می توان با داشتن پاسخ تغییر شـکلی آن سیستم تعیین نمود.



$\times \omega_n^2$



طیف پاسخ (Response Spectrum):

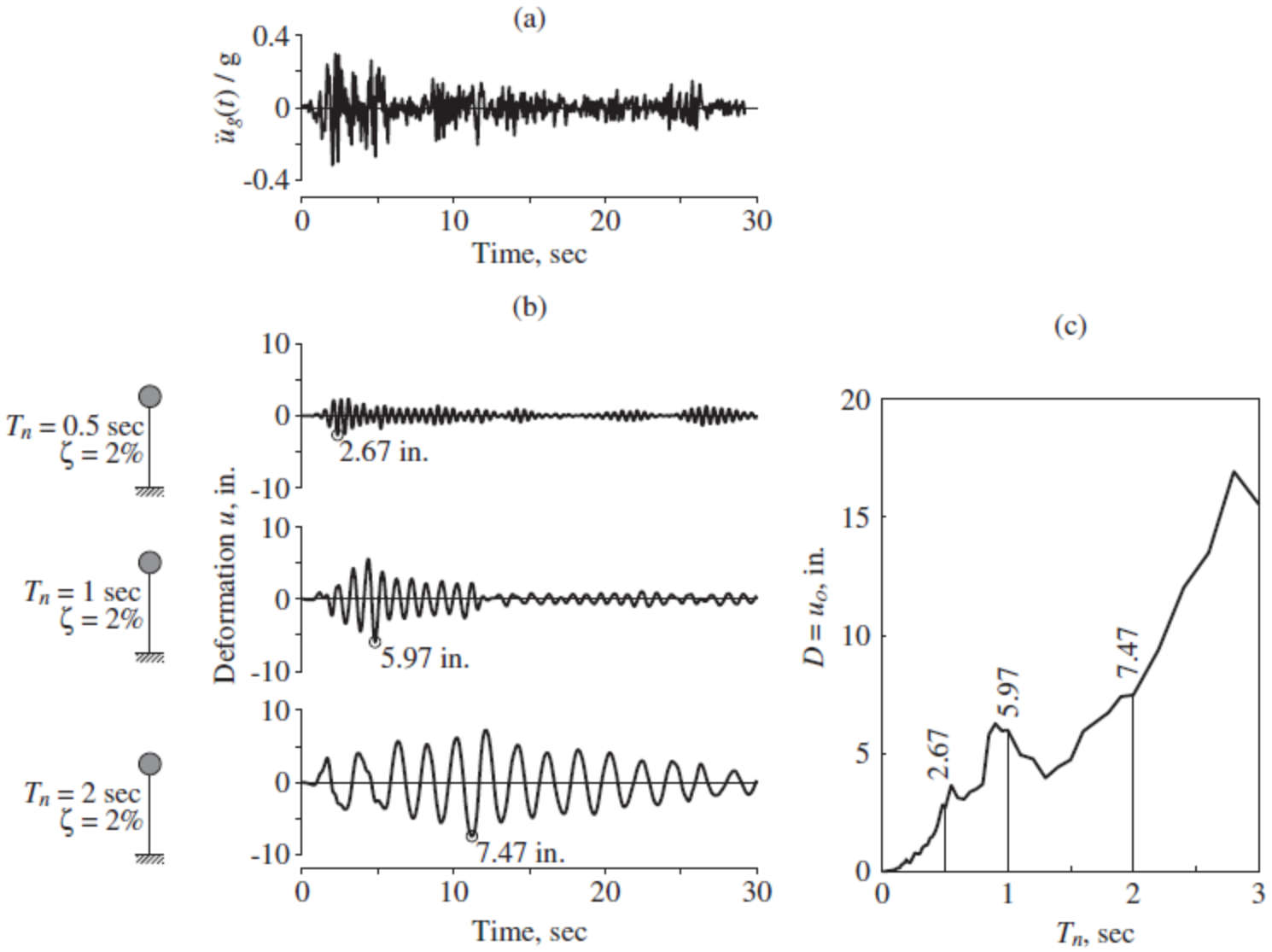
طیف پاسخ عبارت است از نمودار حداکثر یک پاسخ انتخابی (نظیر تغییرشکل، سرعت و یا شتاب) در مقابل زمان تناوب طبیعی ارتعاش سیستم .طیف پاسخ برای سیستم یکدرجه آزادی با میرایی مشخص رسم می شود.

نحوه رسم طیف پاسخ تغییرشکل:

طیف پاسخ برای زلزله ای خاص رسم می شود لذا می بایست شتابنگاشت مربوط به آن زلزله را در اختیار داشته باشیم.

تعدادی سیستم یکدرجه آزادی با زمان تناوب طبیعی مختلف را تحت اثر شتابنگاشت مذکور، تحلیل دینامیکی نموده و مقدار حداکثر پاسخ تغییر شکل برای هرکدام بدست می آید.

مقدار حداکثر پاسخ بدست آمده برای هرسیستم به همراه زمان تناوب طبیعی مربوطه در یک نمودار رسم می شود.


(a)
0.4
0
-0.4
$\ddot{u}_g(t)$ / g
0
10
20
30
Time, sec
(b)
T_n = 0.5 sec
ζ = 2%
T_n = 1 sec
ζ = 2%
T_n = 2 sec
ζ = 2%
10
0
-10
Deformation u, in.
2.67 in.
5.97 in.
7.47 in.
Time, sec
(c)
20
15
10
5
0
$D = u_o$, in.
2.67
5.97
7.47
0
1
2
3
T_n, sec

طیف پاسخ شبه سرعت:

کمیت V دارای جنس سرعت است و به شبه سرعت موسوم است. طیف پاسخ شبه سرعت به صورت تابعی از زمان تناوب طبیعی سیستم می باشد.

برای زلزله ای خاصمی توان با استفاده از رابطه زیر برای هر سیستم با زمان تناوب طبیعی T حداکثر شبه سرعت V را بدست آورد.

$$T_n = 0.5 \rightarrow V = \left(\frac{2\pi}{T_n}\right) D = \left(\frac{2\pi}{0.5}\right) 2.67 = 33.7 \, {in}/{\text{sec}}$$

$$T_n = 1 \rightarrow V = \left(\frac{2\pi}{T_n}\right) D = \left(\frac{2\pi}{1}\right) 5.97 = 37.5 \, {in}/{\text{sec}}$$

$$T_n = 2 \rightarrow V = \left(\frac{2\pi}{T_n}\right) D = \left(\frac{2\pi}{2}\right) 7.47 = 23.5 \, {in}/{\text{sec}}$$

طیف پاسخ شبه شتاب:

کمیت A دارای بعد شتاب است و به شبه شتاب موسوم می باشد.

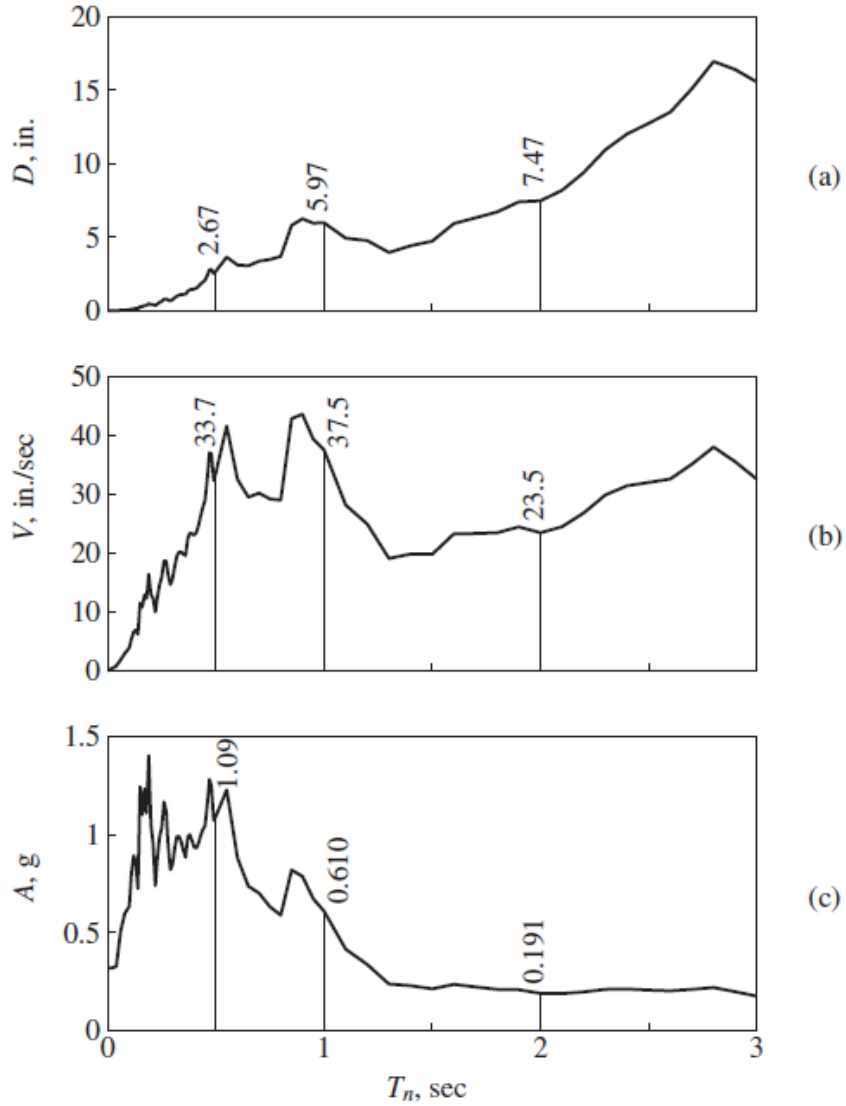
$$A = \omega_n^2 D = \left(\frac{2\pi}{T_n}\right)^2 D$$

با در دست داشتن مقادیر حداکثر جابجایی سیستمهای یکدرجه آزادی (طیف پاسخ جابجایی) می توان طیف پاسخ شبه شتاب را رسم نمود.

$$T_n = 0.5 \rightarrow V = \left(\frac{2\pi}{T_n}\right)^2 D = \left(\frac{2\pi}{0.5}\right)^2 2.67 = 421.6\, in/\sec^2 = 1.09g$$

$$T_n = 1 \rightarrow V = \left(\frac{2\pi}{T_n}\right)^2 D = \left(\frac{2\pi}{1}\right)^2 5.97 = 235.7\, in/\sec^2 = 0.61g$$

$$T_n = 2 \rightarrow V = \left(\frac{2\pi}{T_n}\right)^2 D = \left(\frac{2\pi}{2}\right)^2 7.47 = 73.72\, in/\sec^2 = 0.191g$$


D, in.
20
15
10
5
0
2.67
5.97
7.47
(a)
V, in./sec
50
40
30
20
10
0
33.7
37.5
23.5
(b)
A, g
1.5
1
0.5
0
1.09
0.610
0.191
(c)
0
1
2
3
T_n, sec

طبق رابطه زیر شبه شتاب به مقدار حداکثر برش پایه مربوط می شود:

$$V_{b0} = f_{s0} = mA$$

$$V_{b0} = \frac{W}{g} A = \frac{A}{g} W$$

A/g: ضریب برش پایه یا ضریب نیروی جانبی؛ این ضریب در آئین نامه های زلزله مورد استفاده قرار می گیرد و معرف ضریبی است که اگر در وزن ساختمان ضرب گردد ، برش پایه بدست می آید.

مشخصه های طیف پاسخ:

- طیف تغییرشکل، حداکثر تغییر شکل سیستم را به دست می دهد.
- طیف شبه سرعت، برای تعیین حداکثر انرژی کرنشی ذخیره شده در سیستم در حین زلزله قابل کاربرد است.
- طیف شبه شتاب ، به حداکثر نیروی معادل استاتیکی و برش پایه مربوط می شود.
- در سیستم های با زمان تناوب خیلی کوتاه شبه شتاب برای تمامی مقادیر میرایی به سمت شتاب زمین میل می کند و مقدار D خیلی کوچک است.
- در سیستم های با زمان تناوب خیلی بزرگ تغییرشکل حداکثر برای تمامی مقادیر میرایی به سمت جابجایی زمین میل می کند و مقدار A خیلی کوچک است.

تاثیر میرایی بر طیف پاسخ

- میرایی از مقدار پاسخ سازه می کاهد که البته میزان کاهش در پریودهای مختلف متفاوت است.
- در زمان های تناوب کوچک از آن جا که سازه بطور صلب به همراه زمین نوسان می کند، میرایی تاثیری بر پاسخ سازه ندارد.
- در زمان های تناوب خیلی بزرگ میرایی تاثیری بر پاسخ سازه ندارد چون جرم در هنگام نوسان زمین ثابت است.
- با افزایش نسبت میرایی، تغییرمکان و به تبع آن نیروهای موثر بر سازه کاهش می یابد بنابر این با اضافه کردن میراگرها بدون اینکه تغییر مهمی در زمان تناوب سازه به وجود آید می توان به این مزیت دست یافت.

طیف ترکیبی D-V-A

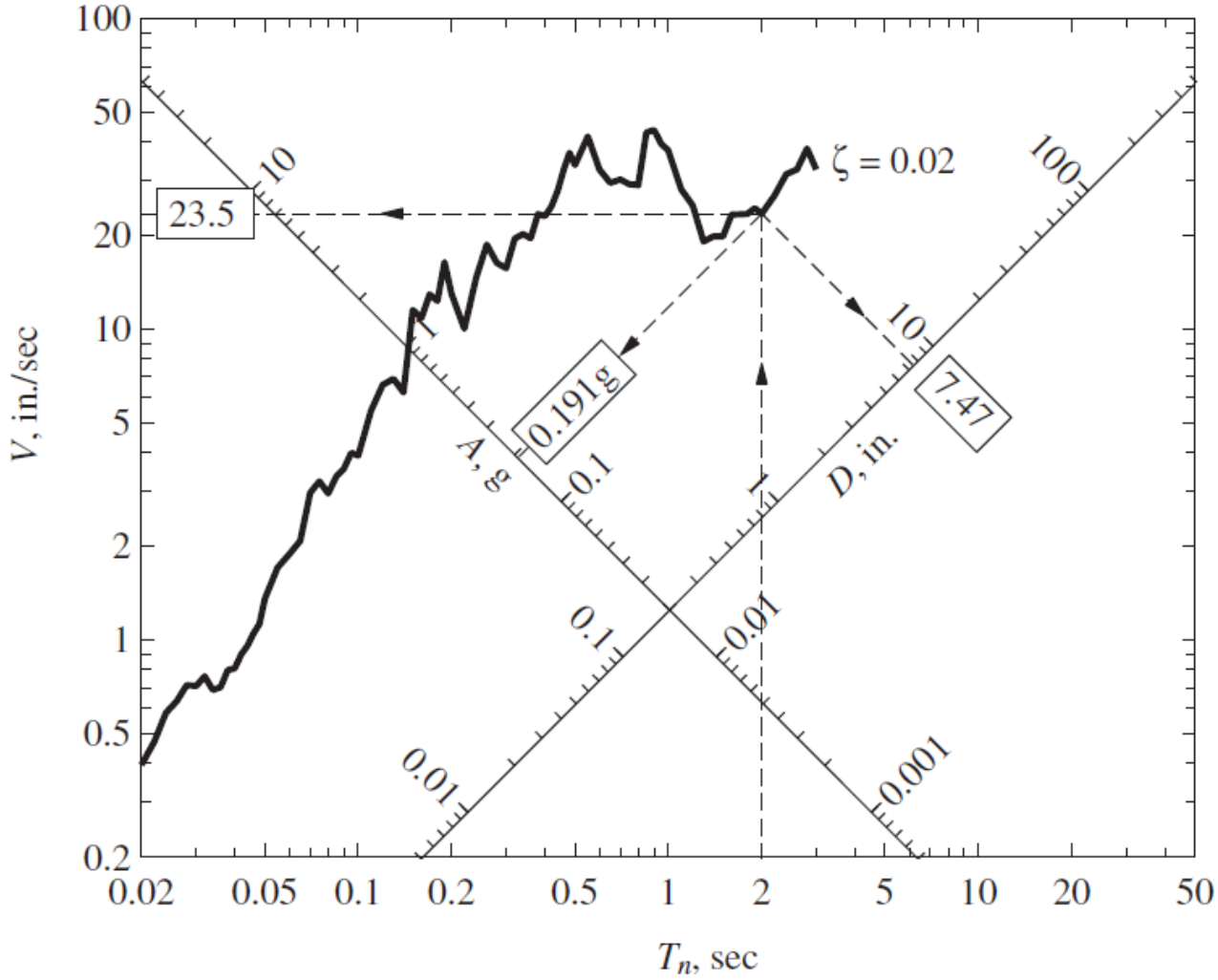
با وجودی که هر سه طیف اطلاعات یکسانی دارند، چه نیازی به سه طیف پاسخ داریم؟

۱- هرکدام از طیف ها، مستقیما بیانگر کمیت یک مفهوم فیزیکی است. طیف تغییرشکل، حداکثر تغییر شکل سیستم را به دست می دهد. طیف شبه سرعت، برای تعیین حداکثر انرژی کرنشی ذخیره شده در سیستم در حین زلزله قابل کاربرد است. طیف شبه شتاب ، به حداکثر نیروی معادل استاتیکی و برش پایه مربوط می شود.

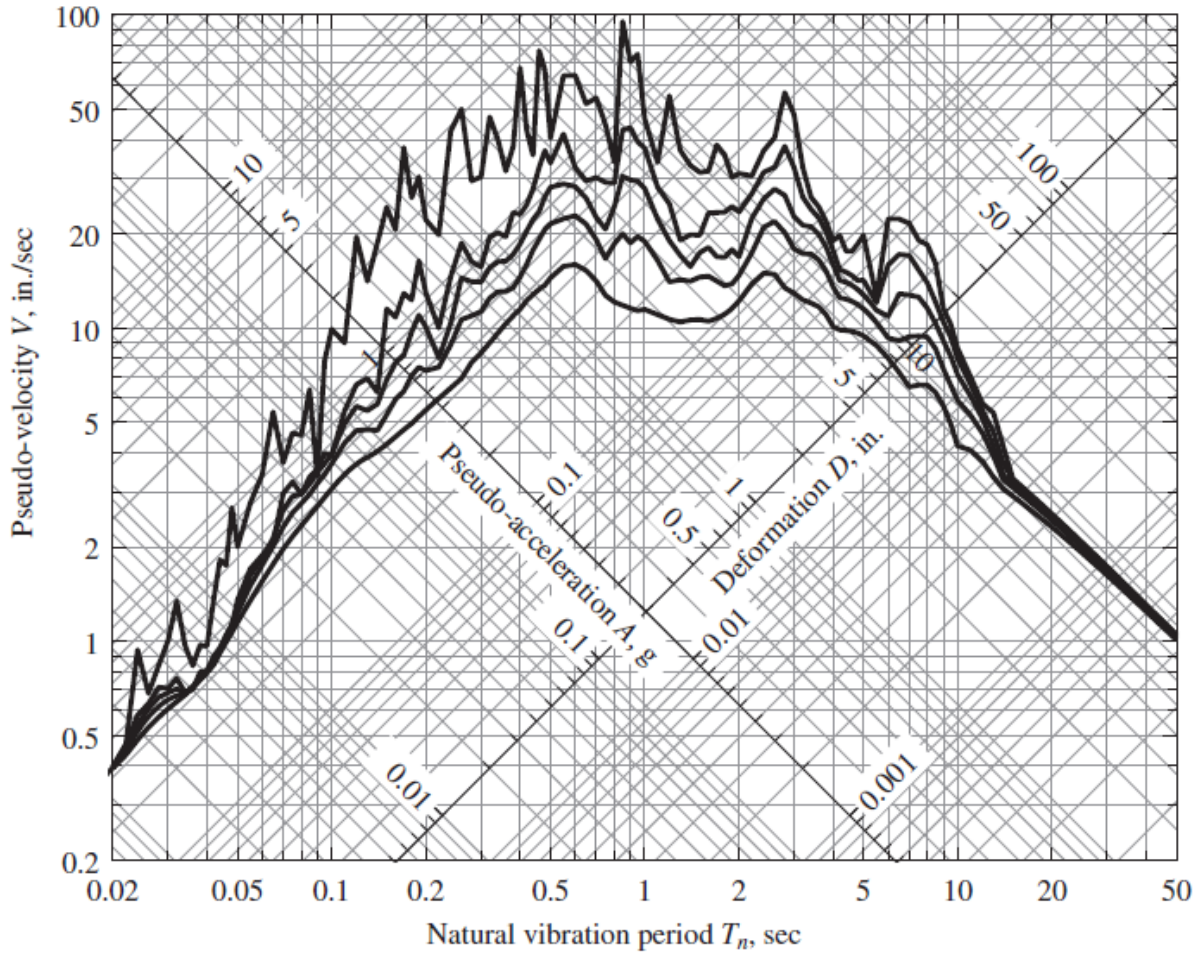
۲- تقریب زدن شکل طیف برای مقاصد طراحی به کمک کمیات مربوط به سه طیف، راحت تر از اطلاعات مربوز به یکی از آن به تنهایی است.

باتوجه به این که سه کمیت تغییرشکل، شبه سرعت و شبه شتاب توسط روابط زیر به هم مربوط میشوند، امکان نمایش طیف ترکیبی آن ها وجود دارد.

$$\frac{A}{\omega_n} = V = \omega_n D \quad \text{or} \quad \frac{T_n}{2\pi} A = V = \frac{2\pi}{T_n} D$$



طیف پاسخ ترکیبی D-V-A برای زمین لرزه ال-سنترو با نسبت میرایی ۲٪



طیف پاسخ ترکیبی D-V-A برای زمین لرزه ال-سنترو با نسبت میرایی های ۰، ۲، ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد.

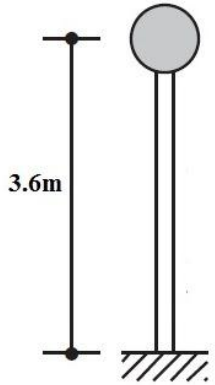
مثال: مطابق شکل، یک طره قائم به ارتفاع ۳.۶ متر، وزنی به مقدار 2.36Ton را در بالای خـود تحمل می کند. مشخصات لوله به صورت زیر است:

قطر خارجی: 114 mm

قطر داخلی : 102 mm

$I = 301mm^4$

$E = 2 \times 10^6 \frac{kg}{cm^2}$



حل:

$$K = \frac{3EI}{L^3} = \frac{3 \times 2 \times 10^6 \times 301}{360^3} = 38.7 \frac{kg}{cm}$$

$$m = \frac{w}{g} = \frac{2360}{981} = 2.41\ kgf.\frac{sec^2}{cm}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{38.7}{2.41}} = 4 \frac{rad}{sec} \rightarrow T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} = 1.58\ sec$$

با استفاده از طیف پاسخ زلزله ال-سنترو با میرایی ۲٪، خواهیم داشت:

$$T_n = 1.58\ sec \rightarrow D = 12.5cm, \qquad A = 0.2g$$

مقدار حداکثر نیروی استاتیکی معادل برابر است با:

$$F = \frac{A}{g} w = 0.2 \times 2.36 = 0.47\ ton$$

$$M = 0.47 \times 3.6 = 1.69\ ton.m$$

$$\sigma_{Max} = \frac{MC}{I} = \frac{1.69 \times 10^5 \times 5.7}{301} = 3200 \frac{kg}{cm^2}$$

مثال: تنش محاسبه شدهدر مثال قبل بزرگ است و مهندس طراح تصمیم میگیرد، با افزایش قطر لولـه به 200mm، مقدار تنش را کاهش دهد. مشخصات هندسی مقطع انتخابی وی به شرح زیر است:

$$d_o = 219mm, \qquad d_i = 202.7mm, \qquad t = 8.15mm, \qquad I = 3018cm^4$$

تنش را در وضعیت جدید محاسبه نموده و در مورد فواید و یا عدم فایده انتخاب جدید بحث کنید.

حل:

$$\mathrm{K} = \frac{3\mathrm{EI}}{\mathrm{L}^3} = \frac{3 \times 2 \times 10^6 \times 3018}{360^3} = 388\,\frac{kg}{cm}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{388}{2.41}} = 12.69\,\frac{rad}{sec} \rightarrow T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} = 0.5sec$$

با استفاده از طیف پاسخ زلزله ال-سنترو با میرایی ۲٪، خواهیم داشت:

$$T_n = 1.58\,sec \rightarrow D = 6.58cm, \qquad A = 1.1g$$

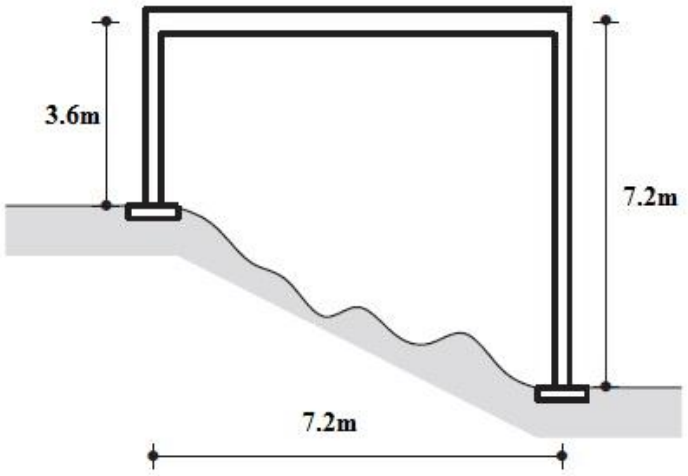
$$F = \frac{A}{g} w = 1.1 \times 2.36 = 2.6\ ton$$

$$M = 2.6 \times 3.6 = 9.36\ ton.m$$

$$\sigma_{Max} = \frac{MC}{I} = \frac{9.36 \times 10^5 \times 10.95}{3018} = 3396 \frac{kg}{cm^2}$$

استفاده از لوله ۲۰۰میلی متر به جای لوله ۱۰۰میلی متر، هرچند که تغییرشکل جانبی را از 12.5cm به 6.85cm کاهش میدهد ولی برخلاف تصور اولیه میزان تنش را حدود ۶٪ افزایش میدهد. این مثال نشان میدهد اختلاف مهمی بین پاسخ سازه در مقابل تحریک لرزه ای و نیروی استاتیکی با مقدار ثابت وجود دارد. در نیروهای استاتیکی با افزایش قطر پایه، انتظار میرود که مقادیر تنش تقلیل یابد. اما در مورد تحریک لرزه ای، افزایش قطر پایه باعثکاهش زمان تناوب طبیعی از 1.59sec به 0.5sec میشود. این کاهش زمان تناوب، باعث میشود که نیروی استاتیکی معادل، از 0.47ton به 2.6ton افزایش یابد. این افزایش نیروی استاتیکی معادل ، افزایش اساس مقطع پایه (I/C) را جبران مینماید و در نهایت باعث افزایش تنش به جای کاهش آن میشود.

مثال: قاب شکل زیر را در نظر بگیرید. ستونها با مقطع مربع به ابعاد 25*25cm و تیر با مقطع مربع مستطیل به ابعاد 25*100cm میباشد. با فرض نسبت میرایی ۵٪، تغییرمکان جانبی حداکثر و نیروی استاتیکی معادل این سازه و نیروی برشی ستونهای این سازه را به علت طیف پاسخ زلزله ال-سنترو تعیین نمایید. $E = 2 \times 10^5 \frac{kg}{cm^2}$



حل:

$$k = \sum k_c = \frac{12 \times 2 \times 10^5 \times (\frac{25^4}{12})}{360^3} + \frac{12 \times 2 \times 10^5 \times (\frac{25^4}{12})}{720^3} = 1884 \frac{kg}{cm}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{w}{gk}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.25 \times 1 \times 7.2 \times 2500}{981 \times 1884}} = 0.3sec$$

$$T_n = 0.3sec \rightarrow D = 1.8cm, \qquad A = 0.76g$$

$$V_{short} = K_{short} \times D = 1675 \times 1.8 = 3020kg = 3.2ton$$

$$V_{long} = K_{long} \times D = 209 \times 1.8 = 380kg = 0.38ton$$

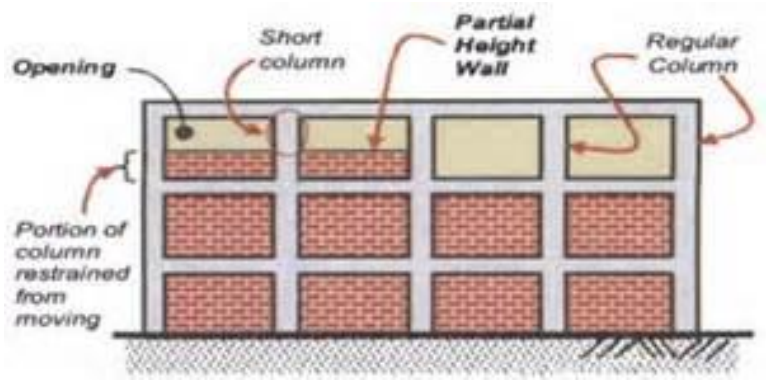
روش دوم:

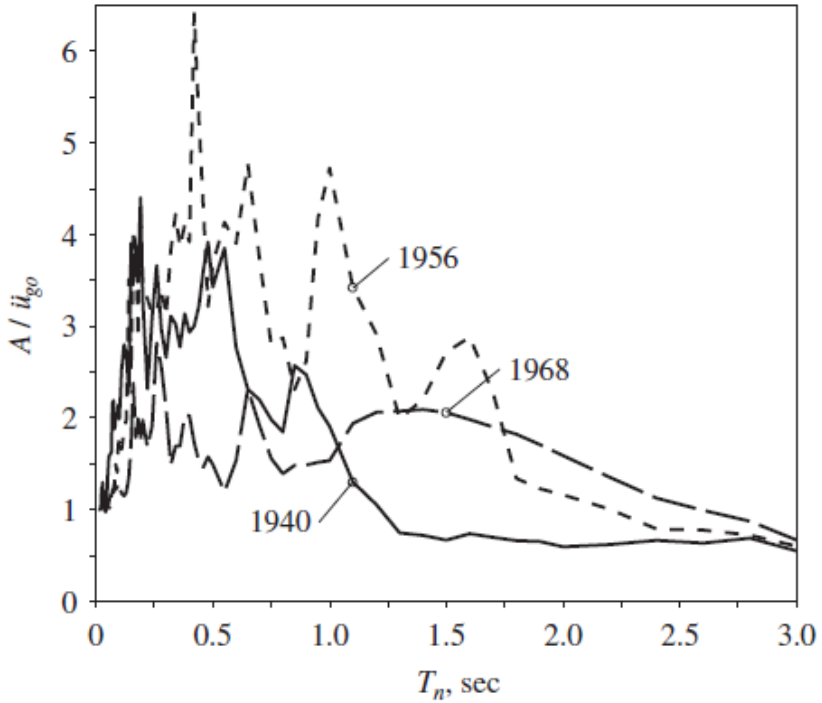
$$F = \frac{A}{g} w = 0.76 \times 4.54 = 3.45\ ton$$

$$V_{short} = \frac{1675}{1884} \times 3.45 = 3.07ton$$

$$V_{long} = \frac{209}{1884} \times 3.45 = 0.38ton$$

ستون کوتاه به علت داشتن سختی جانبی بزرگتر، تحت نیروی بزرگتری قرار میگیرد.


Opening
Short column
Partial Height Wall
Regular Column
Portion of column restrained from moving



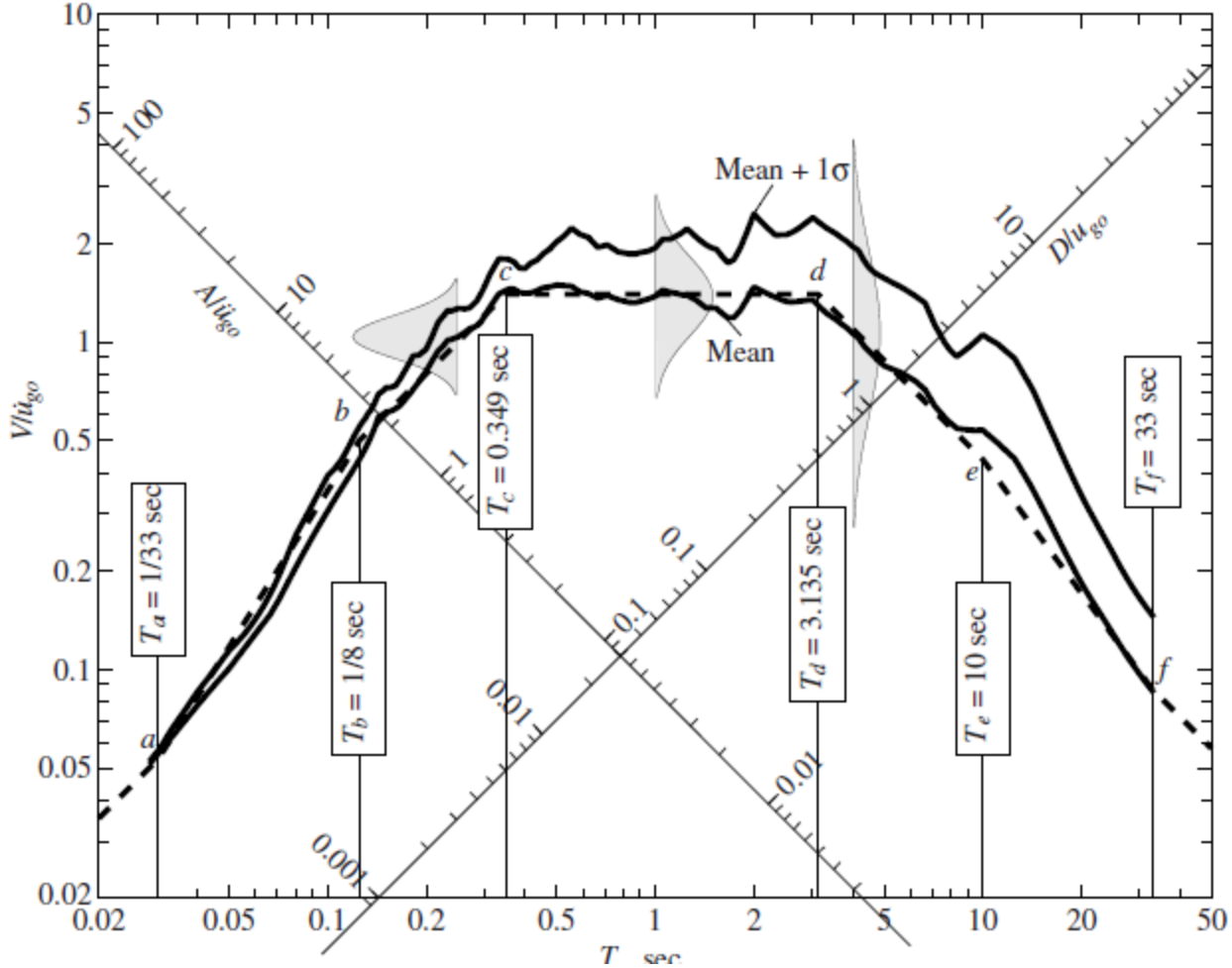
طیف طرح الاستیک:

طیف پاسخ، دندانـه دار اسـت و نمـودار پاسـخ حداکثر یک سازه یکدرجه آزادی در مقابل یک زلزله خاص و در نتیجه نوعی بیان از آن زلزلـه می باشد، درحالی که طیف طرح، هموار شـده است و مشخصه ای از تراز نیرو یـا تغییرمکـان طرح زمین لرزه بصورت تابعی از زمـان تنـاوب طبیعی و نسبت میرایی می باشد.

- از طیف طرح برای طراحی سازه های جدید و یا ارزیابی سازه های موجود استفاده می شـود. طیف طرح باید نماینده حرکت زمین ثبت شده در منطقه طی زلزله های گذشته باشد.
- اگر رکوردی در منطقه ثبت نشده نباشد، طیف طـرح بایـد برمبنـای رکوردهـای موجـود در مناطق مشابه باشد. عواملی که در این انتخاب باید مدنظر قرار گیرند عباتند از:

  - فاصله منطقه از گسل فعال
  - بزرگی زمین لرزه
  - مکانیسم گسل
  - مقطع زمین شناسی مسیر حرکت امواج زلزله از منبع زلزله تا محل
  - شرایط محلی خاک

- طیف طرح بر پایه تحلیل آماری طیف پاسخ مجموعه ای از حرکات زمین ساخته می شود:


Mean + 1σ
Mean
T_a = 1/33 sec
T_b = 1/8 sec
T_c = 0.349 sec
T_d = 3.135 sec
T_e = 10 sec
T_f = 33 sec
$V/\dot{u}_{go}$
$A/\ddot{u}_{go}$
D/u_{go}
T, sec
a
b
c
d
e
f

طیف طرح نیومارک:

۱- سه خط چین مربوز به مقادیر حداکثر شتاب زمین، سرعت زمین و تغییرمکان زمین را رسم میکنیم.

۲- برای نسبت میرایی مورد نظر ضرایب بزرگنمایی را تعیین میکنیم

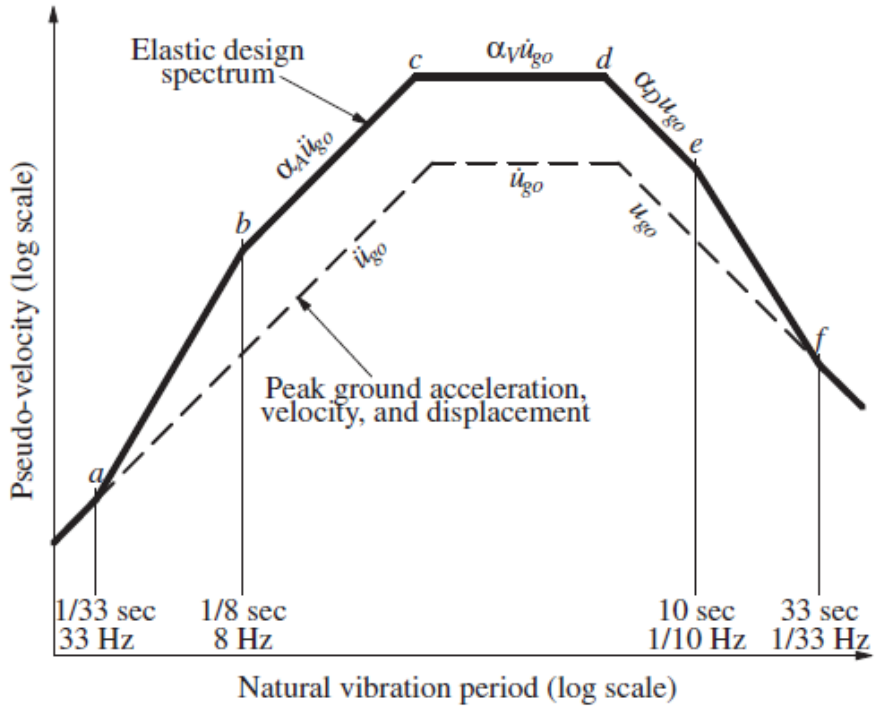
۳- شتاب زمین را در ضریب بزرگنمایی α_Aضرب میکنیم تا خط مستقیم bcکه نشان دهنده مقدار ثابت شیه شتاب A میباشد، بدست آید.

۴- سرعت زمین را در ضریب بزرگنمایی نشان دهنده که dc ضرب میکنیم تا خط مستقیم α_V مقدار ثابت شیه سرعتVمیباشد، بدست آید.

۵- جابجایی زمین را در ضریب بزرگنمایی α_Dضرب میکنیم تا خط مستقیم deکه نشان دهنده مقدار ثابت تغییرمکان D میباشد، بدست آید.

۶- خط $A = \ddot{u}_{go}$ را برای زمان تناوب کوچکتر از 0.33sec وخط $D = u_{go}$ را برای زمان تناوب های بزرگتر از 33sec رسم میکنیم.

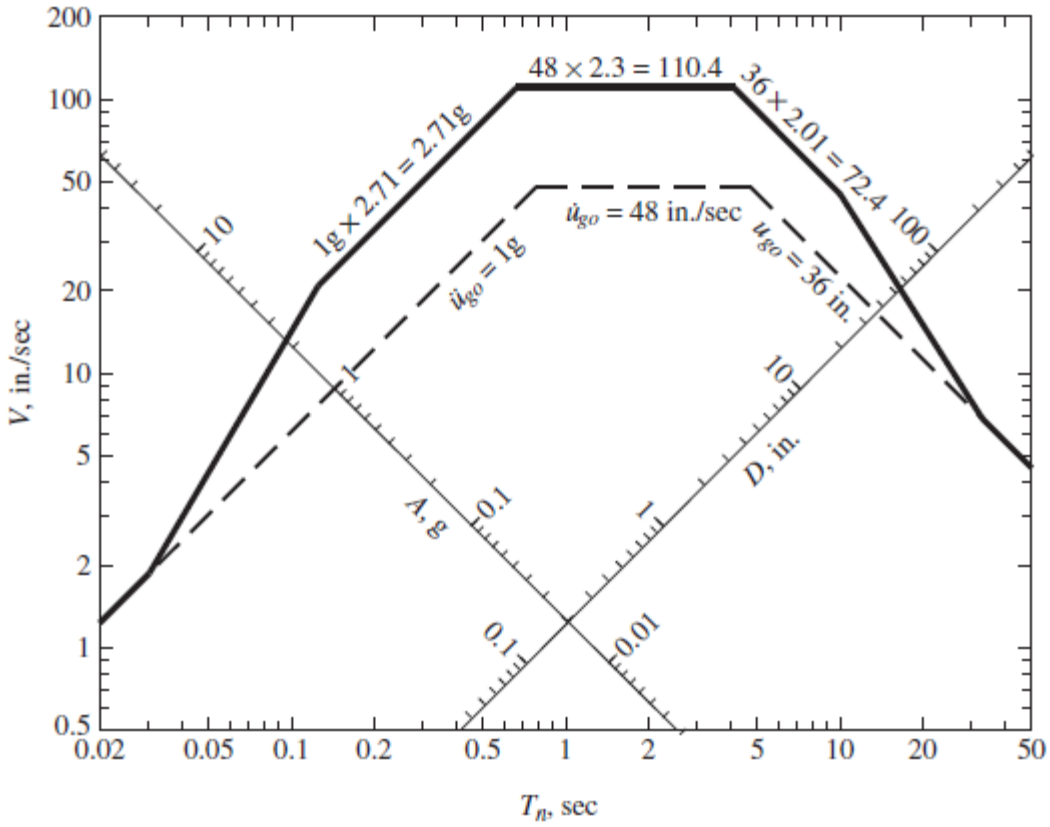
۷- خطوط انتقال ab , ef طیف را کامل میکند.



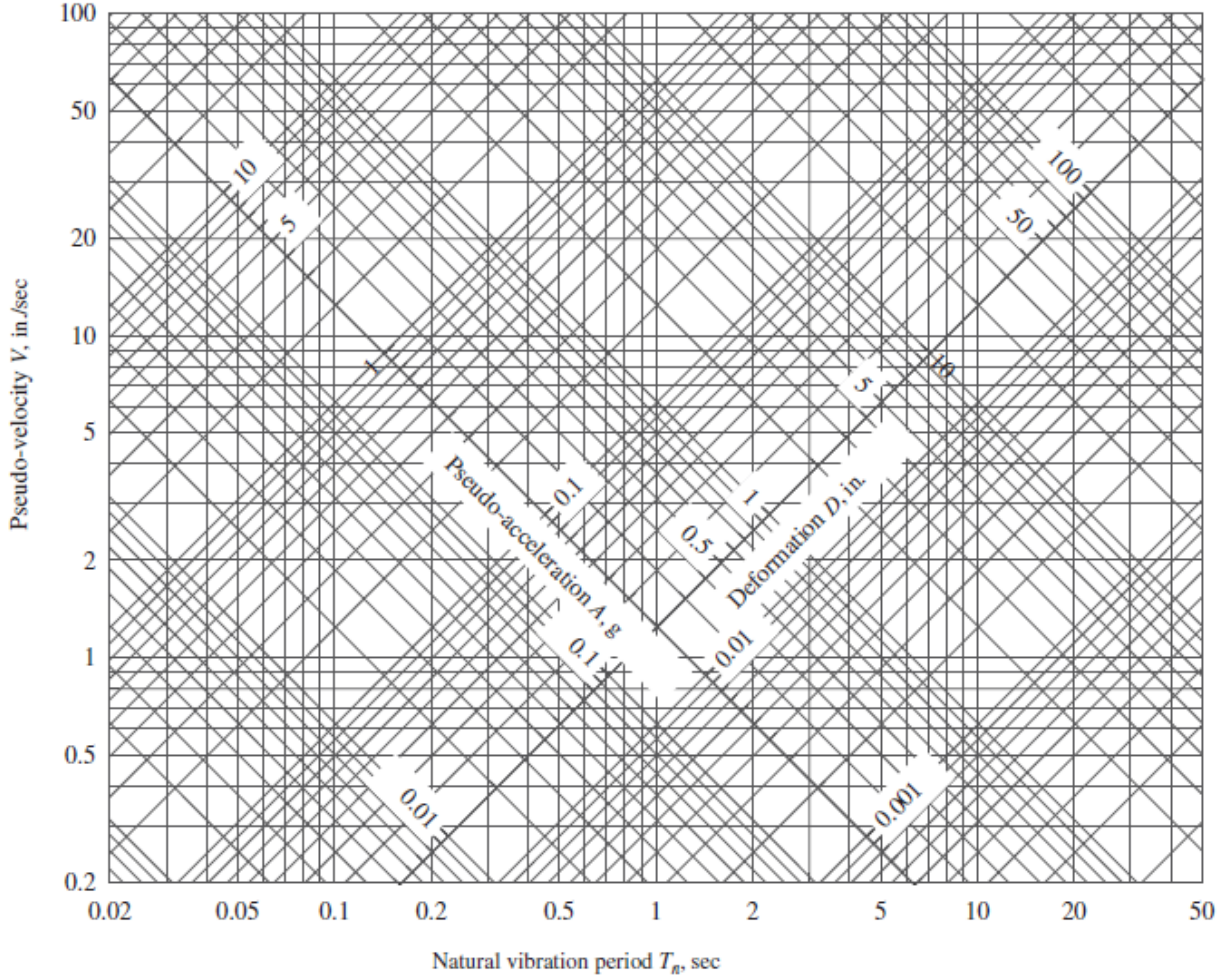
Damping, ζ (%)	Median (50th percentile)			One Sigma (84.1th percentile)		
	α_A	α_V	α_D	α_A	α_V	α_D
1	3.21	2.31	1.82	4.38	3.38	2.73
2	2.74	2.03	1.63	3.66	2.92	2.42
5	2.12	1.65	1.39	2.71	2.30	2.01
10	1.64	1.37	1.20	1.99	1.84	1.69
20	1.17	1.08	1.01	1.26	1.37	1.38

مثال: طیف طرح نیومارک، برای میرایی ۵درصد را برای ساختگاه با مشخصات زیر رسم کنید.

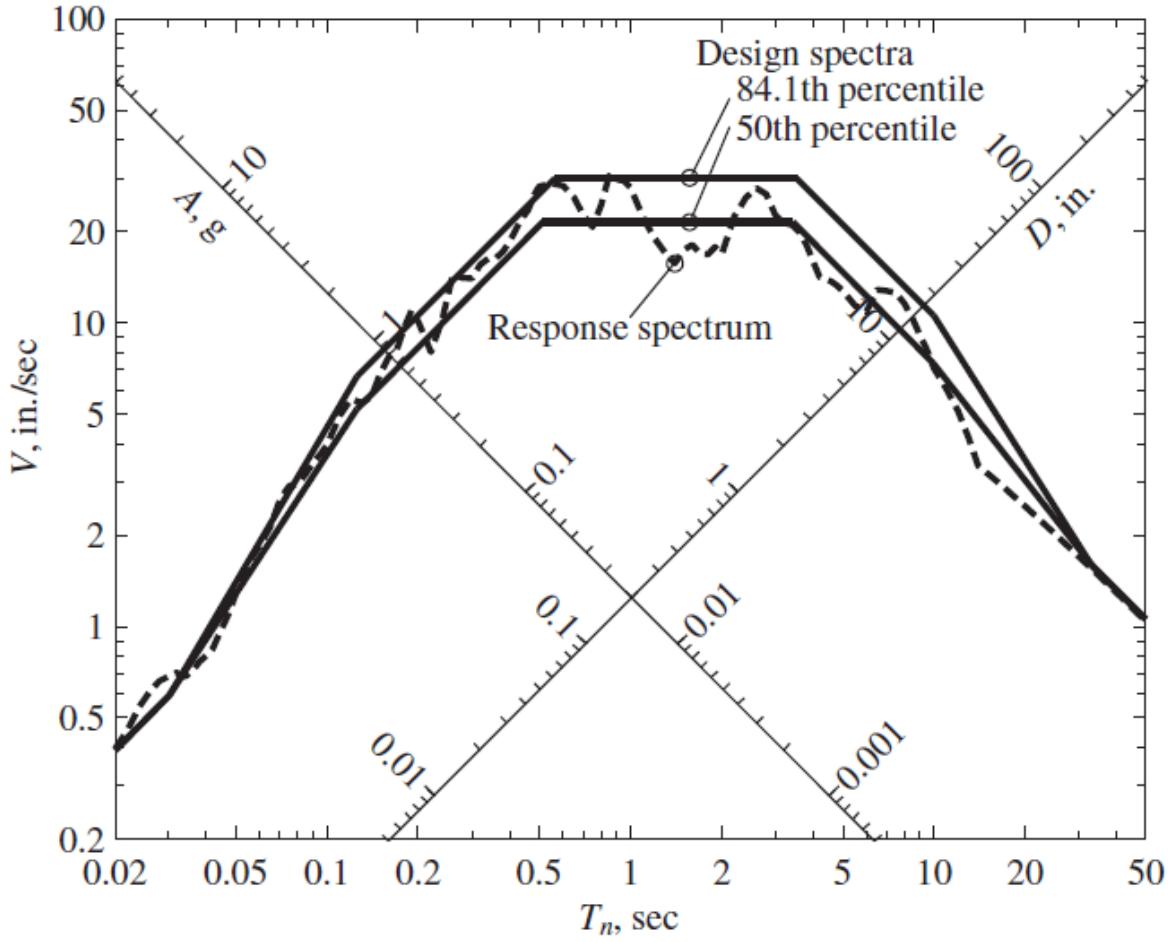
$$\ddot{u}_{go} = 1g, \qquad \dot{u}_g = 122\frac{cm}{sec}, u_{go} = 91.5cm$$



تمرین: طیف طرح میانگین و فوق میانگین را برای میرایی های ۵، ۱۰، ۲۰درصد رسم نموده و مثال مربوط به قاب دارای ستون کوتاه را برای تمام حالات فوق حل کنید.



مقایسه طیف پاسخ و طیف طرح



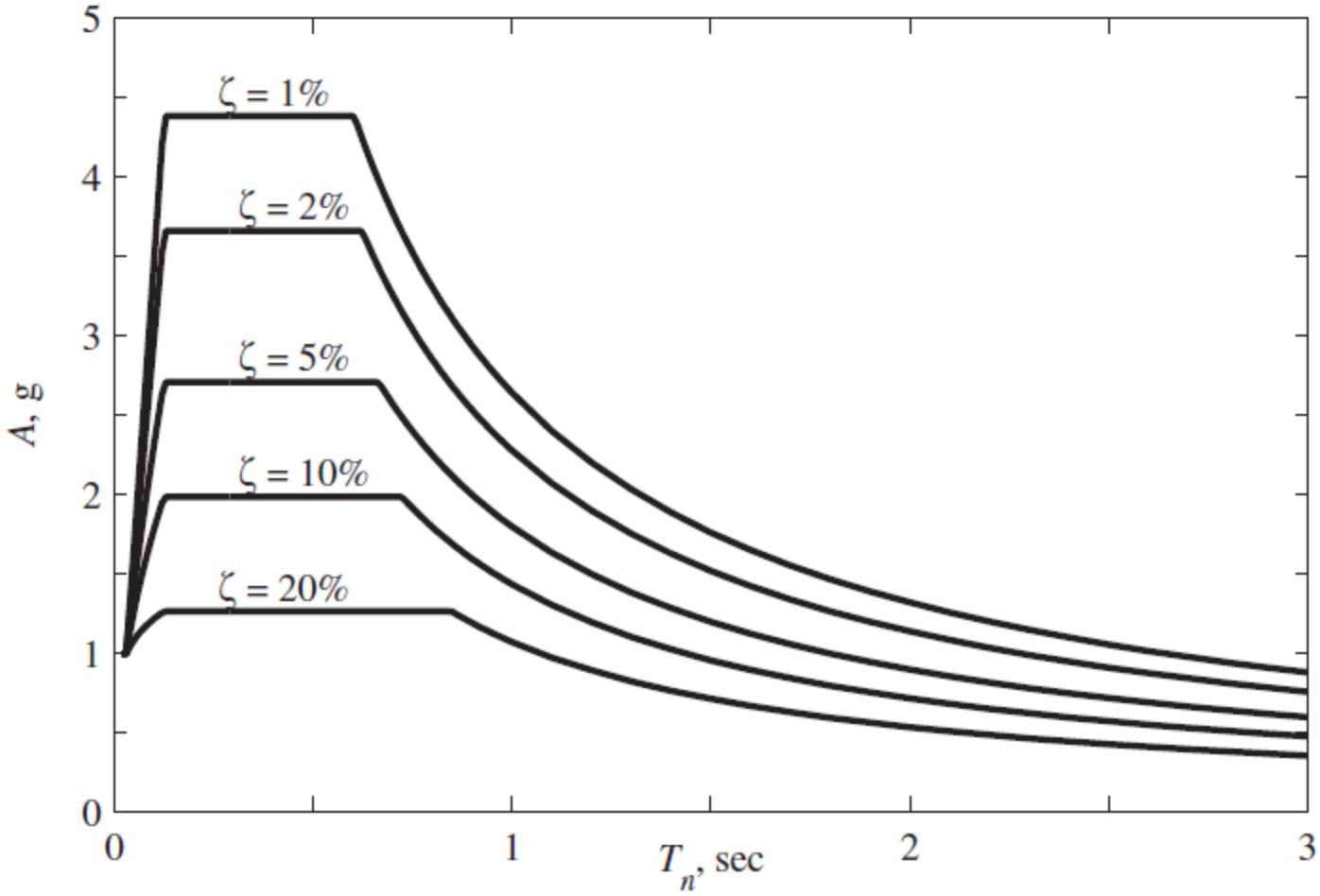


Figure 6.9.9 Pseudo-acceleration design spectrum (84.1th percentile) for ground motions with $\ddot{u}_{go} = 1$g, $\dot{u}_{go} = 48$ in./sec, and $u_{go} = 36$ in.; $\zeta = 1$, 2, 5, 10, and 20%.

اصول مهندسی زلزله و باد

مدرس:

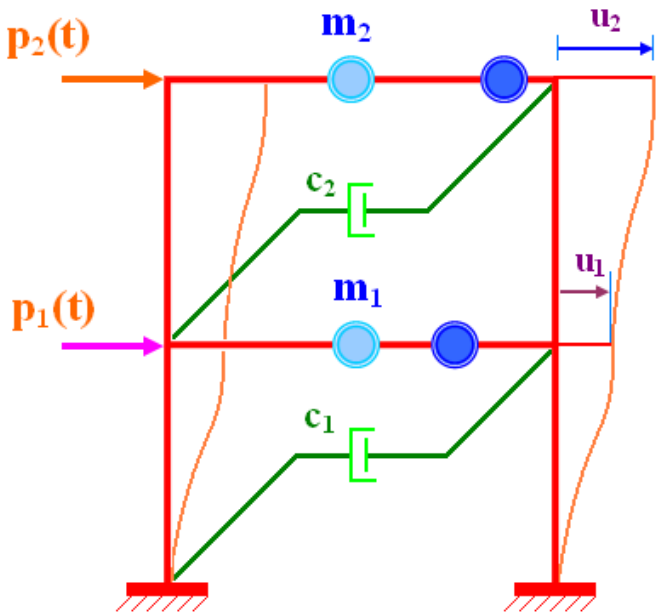
مهندس حامد ابراهیمی

سیستمهای چند درجه آزادی

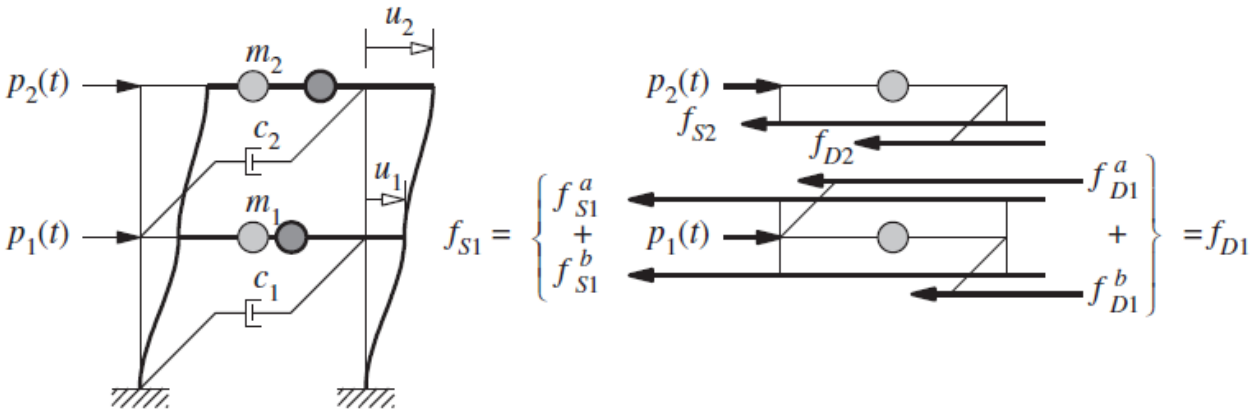
سیستم های چند درجه آزادی

Multi Degree of Freedom Systems (MDF)

سیستم ساده (قاب دو طبقه)



- برای سادگی فرض می شود تیرها و کف صلب هستند .
- از تغییر شکل محوری تیرها و ستون ها و از اثر نیروی محوری در سختی ستون ها صرفنظر می شود.
- رفتار خطی است .
- جرم در تمام ساختمان توزیع شده است ولی آن را به صورت متمرکز در تراز سقف ایده آل مینماییم.



در دیاگرام آزاد فوق نیروهای موثر بر هر طبقه از قاب نشان داده شده است، این نیروها شامل نیروی خارجی، نیروی مقاومت الاستیک (ناشی از سختی)، و نیروی میرایی است.

قانون دوم نیوتن را برای هریک از جرم ها مینویسیم:

$$p_1 - f_{s1} - f_{D1} = m_1\ddot{u}_1 \quad or \quad m_1\ddot{u}_1 + f_{D1} + f_{s1} = p_1(t)$$

$$p_2 - f_{s2} - f_{D2} = m_2\ddot{u}_2 \quad or \quad m_2\ddot{u}_2 + f_{D2} + f_{s2} = p_2(t)$$

$$p_j - f_{Sj} - f_{Dj} = m_j\ddot{u}_j \quad \text{or} \quad m_j\ddot{u}_j + f_{Dj} + f_{Sj} = p_j(t)$$

برای حل معادلات تعادل دینامیکی سیستم دو درجه آزاد، با یک دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم دو معادله دو مجهول مواجهیم. اگر این دستگاه را در شکل ماتریسی نمایش بدهیم خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_{D1} \\ f_{D2} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_{S1} \\ f_{S2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \end{Bmatrix}$$

نیروهای اینرسی را به طور ماتریسی به صورت زیر می توان نوشت:

$$\begin{Bmatrix} f_{I1} \\ f_{I2} \\ . \\ . \\ f_{In} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & m_2 & & & . \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ 0 & 0 & . & . & m_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ . \\ . \\ \ddot{u}_n \end{Bmatrix}$$

یا به طور خلاصه تر $\{f_I\} = [m]\{\ddot{u}\}$

بردار نیروهای سختی وارد به درجات آزادی nام را به صورت زیر نمایش می دهیم:

$$
\begin{aligned}
f_{s1} &= K_{11}u_1 + K_{12}u_2 + \ldots + K_{1n}u_n \\
f_{s1} &= K_{21}u_1 + K_{22}u_2 + \ldots + K_{2n}u_n \\
&\vdots \\
f_{sn} &= K_{n1}u_1 + K_{n2}u_2 + \ldots + K_{nn}u_n
\end{aligned}
\quad \Rightarrow \quad
\begin{Bmatrix} f_{s1} \\ f_{s2} \\ \vdots \\ f_{sn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2n} \\ \vdots & & & \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix}
$$

یا به طور خلاصه تر می توان نوشت:

$$\{f_s\} = [K]\{u\}$$

ضریب سختی K_{ij}: نیروی الاستیک ایجاد شده در درجه آزادی i در اثر تغییر مکان واحد در درجه آزادی j در حالی که تمامی درجات آزادی دیگر ثابت و بدون تغییرمکان هستند.

بردار نیروهای میرایی وارد به درجات آزادی nام را به صورت زیر نمایش می دهیم:

$$f_{D1} = C_{11}\dot{u}_1 + C_{12}\dot{u}_2 + \ldots\ldots + C_{1n}\dot{u}_n$$
$$f_{D1} = C_{21}\dot{u}_1 + C_{22}\dot{u}_2 + \ldots\ldots + C_{2n}\dot{u}_n$$
$$\vdots$$
$$f_{Dn} = C_{n1}\dot{u}_1 + C_{n2}\dot{u}_2 + \ldots\ldots + C_{nn}\dot{u}_n$$

$$\begin{Bmatrix} f_{D1} \\ f_{D2} \\ \vdots \\ f_{Dn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & & & \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \vdots \\ \dot{u}_n \end{Bmatrix}$$

یا به طور خلاصه تر می توان نوشت:

$$\{f_s\} = [K]\{u\}$$

ضریب میرایی C_{ij}: نیروی میرایی ایجاد شده در درجه آزادی i در اثر تغییر مکان واحد در درجه آزادی j در حالی که تمامی درجات آزادی دیگر ثابت و بدون تغییرمکان هستند.

بنابراین معادلات تعادل دینامیکی سیستم چند درجه آزاد به صورت زیر می باشد:

$$[m]\{ii\}+[c]\{i\dot{u}\}+[k]\{u\}=\{p(t)\}$$

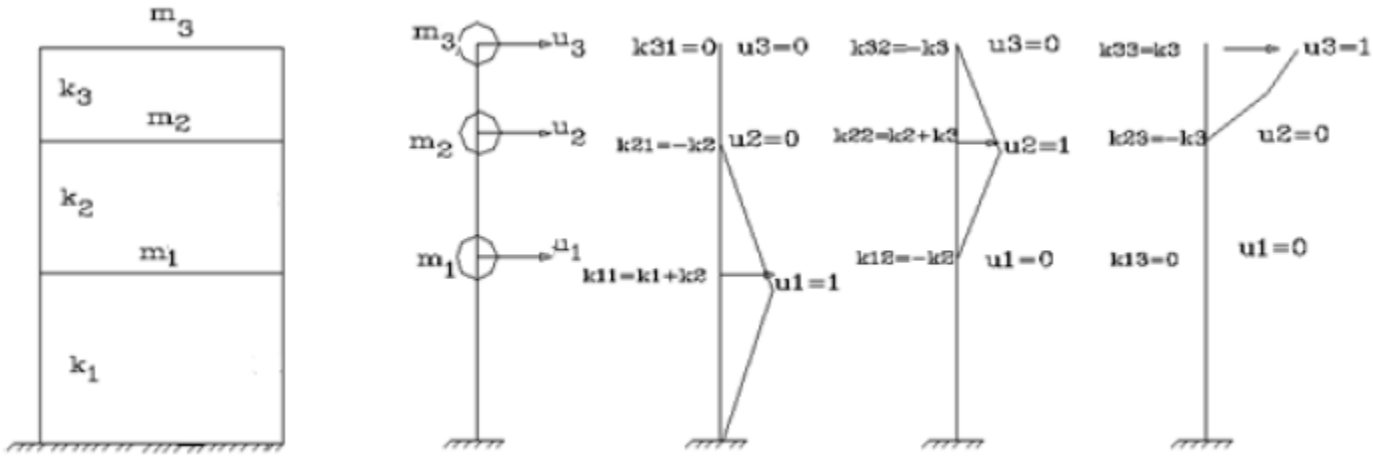
معادله فوق مشابه معادله تعادل سیستم یک درجه آزادی است با این تفاوت که هر کدام از اجزای معادله فوق با یک ماتریس مشخص می شوند. که درجه این ماتریس ها به درجات آزادی فرض شده در مدلسازی دینامیکی سازه مورد مطالعه، بستگی دارد.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & m_2 & & & . \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ 0 & 0 & . & . & m_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ . \\ . \\ \ddot{u}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & . & . & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & . & . & K_{2n} \\ . & & & & \\ . & & & & \\ K_{n1} & K_{n2} & . & . & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ . \\ . \\ u_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & . & . & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & . & . & C_{2n} \\ . & & & & \\ . & & & & \\ C_{n1} & C_{n2} & . & . & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ . \\ . \\ \dot{u}_n \end{Bmatrix} = \{p(t)\}$$

بدست آوردن ماتریس سختی

روش اول:

مثال: برای سازه سه طبقه زیر ماتریس سختی را محاسبه کنید.

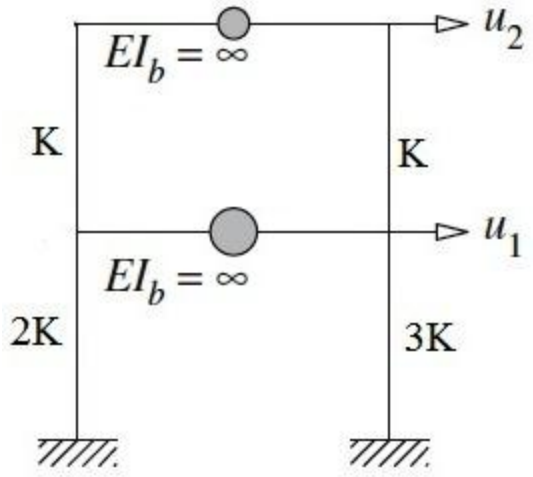


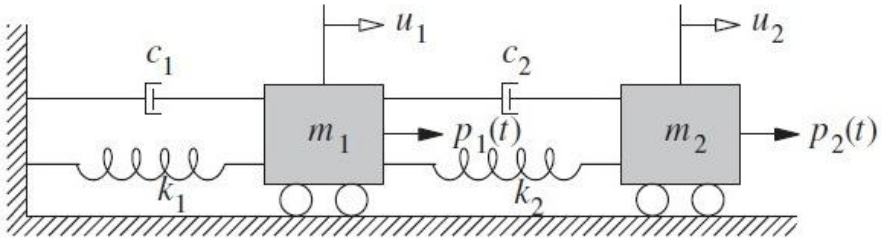
$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 \\ -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 \\ 0 & -K_3 & K_3 \end{bmatrix}$$

بدست آوردن ماتریس سختی

روش دوم (سیستم جرم – فنر- میراگر):

مثال: برای سازه سه طبقه روبرو ماتریس سختی را محاسبه کنید.



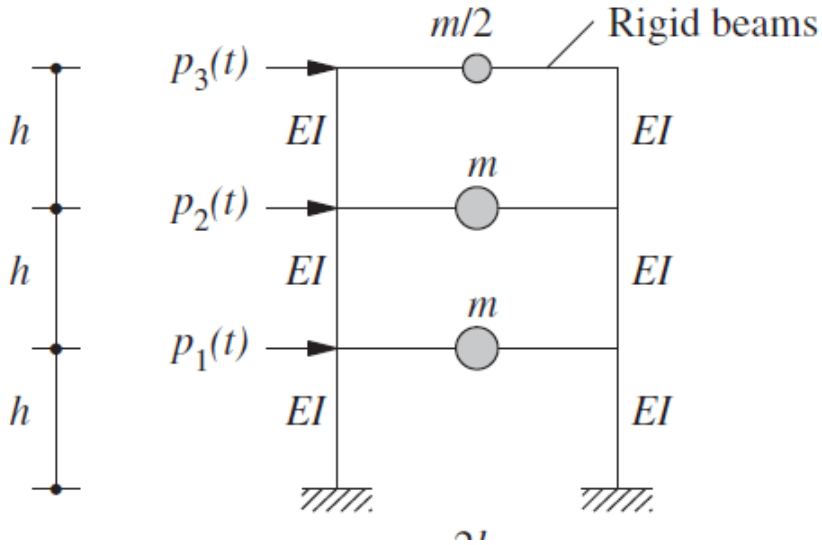


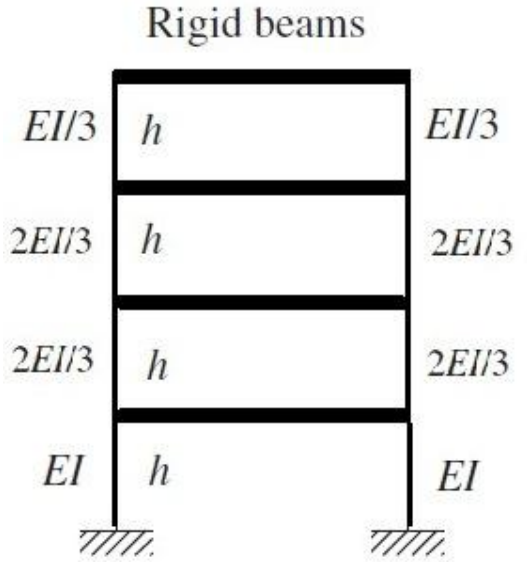
$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7K & -2K \\ -2K & 2K \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

خصوصیات ماتریس سختی:

- اگر سازه پایدار باشد دترمینان ماتریس سختی غیرصفر است.
- درایه های قطری همگی مثبت هستند.
- ماتریس سختی متقارن است.

تمرین: ماتریس سختی سازه های زیر را بدست آورید.





حل معادله دیفرانسیل سیستم چند درجه آزاد

$$[m]\{\ddot{u}\}+[C]\{\dot{u}\}+[K]\{u\}=\{p(t)\}$$

برای حل معادله دیفرانسیل ماتریسی فوق ابتدا آنرا بدون طرف دوم (ارتعاش آزاد سیستم) حل می کنیم:

$$[m]\{\ddot{u}\}+[C]\{\dot{u}\}+[K]\{u\}=\{0\}$$

معمولاً معادله فوق هم بدون در نظر گرفتن میرایی حل می شود:

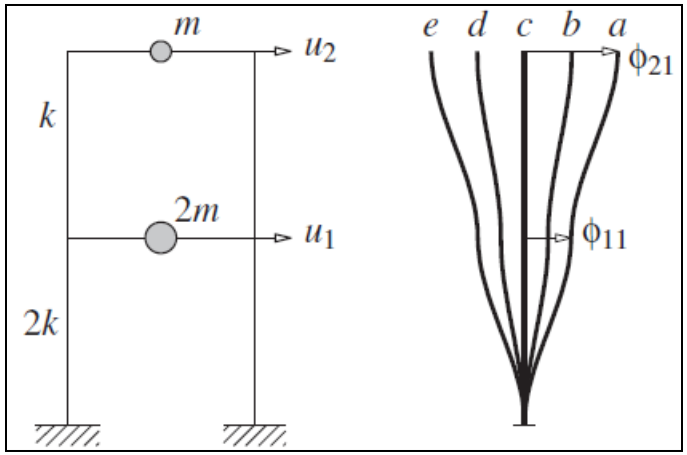
$$[m]\{\ddot{u}\}+[K]\{u\}=\{0\}$$

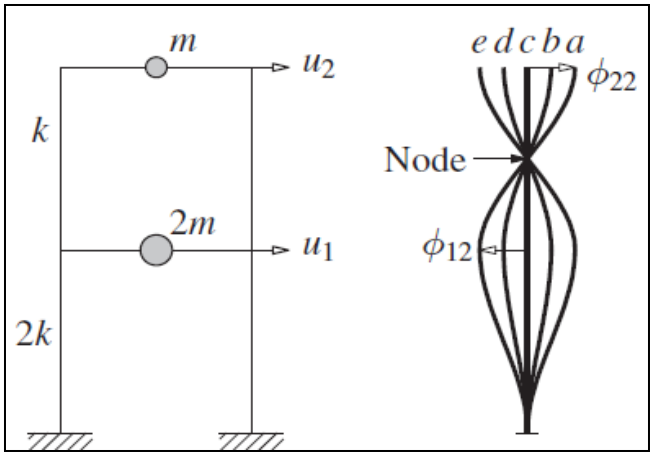
در قیاس با سیستم های یک درجه آزادی می توان فرض نمود که حرکت ارتعاش آزاد سیستم به صورت هارمونیک ساده می باشد در این صورت جواب معادله دیفرانسیل فوق به صورت زیر می باشد:

$$\mathbf{u}(t) = q_n(t)\phi_n$$

در این رابطه $\emptyset_n$ بیانگر شکل ارتعاش سیستم است.

که شکل آن با زمان تغییر نمی کند ولی دامنه آن با زمان متغیر است.





$$q_n(t) = A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t$$

$$\mathbf{u}(t) = \phi_n \left(A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t\right)$$

$$\mathbf{u}(t) = q_n(t)\phi_n \longrightarrow [m]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \longrightarrow \left[-\omega_n^2 \mathbf{m}\phi_n + \mathbf{k}\phi_n\right] q_n(t) = \mathbf{0}$$

$$\left[\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}\right] \phi_n = \mathbf{0}$$

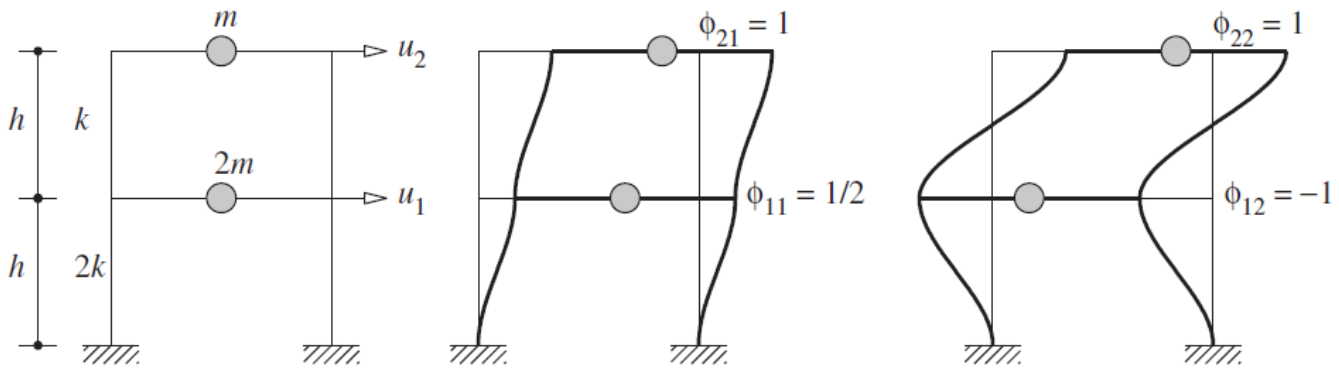
این معادله، معادله فرکانس سیستم نامیده می شود و وقتی دارای جواب غیرصفر است که دترمینان ماتریس ضرایب برابر صفر باشد.

$$\det\left[\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}\right] = 0$$

- اگر این دترمینان در یک سیستمی که دارای n درجه آزادی است بسط یابد، یک معادله جبری از مرتبه n با پارامتر مجهول ω^2 بدست خواهد آمد.
- nریشه این معادله، نشان دهنده فرکانس های n مُد ارتعاشی (شکل ارتعاش) سیستم است.
- مُد ارتعاشی که دارای کوچکترین فرکانس باشد. **مُد** اول خوانده می شود. فرکانس بعدی بزرگتر از آن را **مُد** دوم گویند و الی آخر.

$$\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \ldots < \omega_n$$

مثال: مطلوب است تعیین فرکانس ها و مُدهای طبیعی قاب دو طبقه زیر.



حل:

۱- ماتریس های جرم و سختی را تعیین می کنیم:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 2m & \\ & m \end{bmatrix} \qquad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} 3k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

۲- دترمینان ماتریس ضرایب معادله فرکانس را مساوی صفر قرار می دهیم:

$$\det\left[\mathbf{k} - \omega_n^2 \mathbf{m}\right] = 0$$

$$\begin{vmatrix} 3\mathrm{K} - 2\mathrm{m}\omega^2 & -\mathrm{k} \\ -\mathrm{K} & \mathrm{K} - \mathrm{m}\omega^2 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow (3\mathrm{K} - 2\mathrm{m}\omega^2)(\mathrm{K} - \mathrm{m}\omega^2) - (-\mathrm{K})(-\mathrm{K}) = 0$$

۳- معادله جبری فوق را حل می کنیم تا فرکانس های مودی بدست آید:

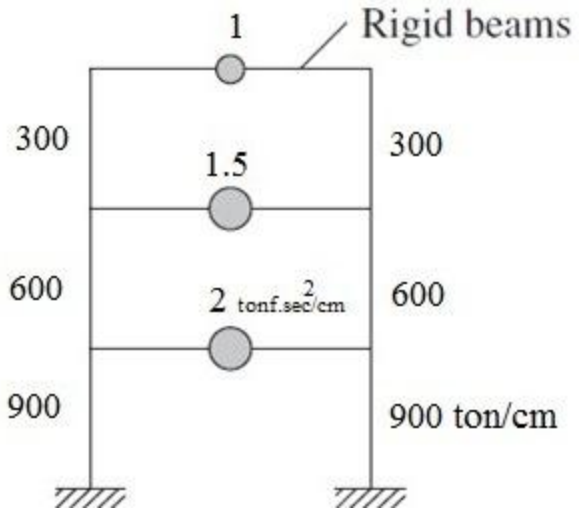
$$(2m^2)\omega^4 + (-5km)\omega^2 + 2k^2 = 0 \longrightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{2m}} \qquad \omega_2 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$\begin{bmatrix} 3\mathrm{K} - 2\mathrm{m}\omega^2 & -\mathrm{K} \\ -\mathrm{K} & \mathrm{K} - \mathrm{m}\omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

۴- تعیین شکل مودهای ارتعاش: با فرض یک مقدار دلخواه (معمولا ۱) برای یکی از مجهولات، مجهولات بعدی را محاسبه می کنیم:

$$\phi_1 = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{Bmatrix} \qquad \phi_2 = \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

مثال: فرکانس ها و شکل مدهای ارتعاشی سازه برشی سه طبقه زیر را بیابید.



۱- ماتریس های جرم و سختی را تعیین می کنیم:

$$[m]=\begin{bmatrix}2.0 & 0 & 0\\ 0 & 1.5 & 0\\ 0 & 0 & 1.0\end{bmatrix} tonf.\sec^2/cm$$

$$[k]=\begin{bmatrix}k_1+k_2 & -k_2 & 0\\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3\\ 0 & -k_3 & k_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3000 & -1200 & 0\\ -1200 & 1800 & -600\\ 0 & -600 & 600\end{bmatrix} tonf/cm$$

۲- دترمینان ماتریس ضرایب معادله فرکانس را مساوی صفر قرار می دهیم:

$$\left|[k]-\omega^2[m]\right|=0 \rightarrow \begin{vmatrix}3000-2\omega^2 & -1200 & 0\\ -1200 & 1800-1.5\omega^2 & -600\\ 0 & -600 & 600-\omega^2\end{vmatrix}=0$$

$$\left|[k]-\omega^2[m]\right|=0 \rightarrow \begin{vmatrix} 3000-2\omega^2 & -1200 & 0 \\ -1200 & 1800-1.5\omega^2 & -600 \\ 0 & -600 & 600-\omega^2 \end{vmatrix}=0$$

$$B=\omega^2/600 \rightarrow \begin{vmatrix} 5-2B & -2 & 0 \\ -2 & 3-1.5B & -1 \\ 0 & -1 & 1-B \end{vmatrix}=0 \rightarrow B^3-5.5B+7.5B-2=0$$

۳- معادله جبری فوق را حل می کنیم تا فرکانس های مودی بدست آید:

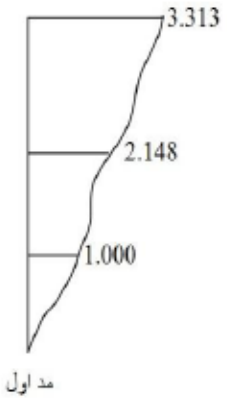
$$\begin{Bmatrix} B_1=0.351 \\ B_2=1.61 \\ B_3=3.54 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} \omega_1^2=211 \\ \omega_2^2=960 \\ \omega_3^2=2125 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 14.5 \\ 31.0 \\ 46.1 \end{Bmatrix} rad/s$$

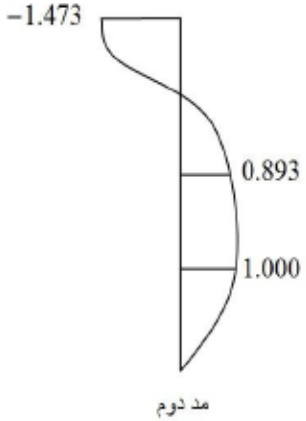
۴- تعیین شکل مودهای ارتعاش: با فرض یک مقدار دلخواه (معمولا ۱) برای یکی از مجهـولات، مجهولات بعدی را محاسبه می کنیم:

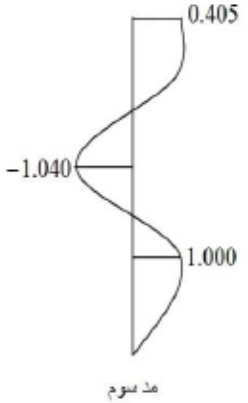
$$\left([k]-\omega_i^{\,2}[m]\right)\{\phi_i\}=\{0\} \rightarrow \begin{bmatrix} 3000-2\omega_i^2 & -1200 & 0 \\ -1200 & 1800-1.5\omega_i^2 & -600 \\ 0 & -600 & 600-\omega_i^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{1i}=1 \\ \phi_{2i} \\ \phi_{3i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{\phi_1\}=\begin{Bmatrix} \phi_{1i} \\ \phi_{2i} \\ \phi_{3i} \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 1.000 \\ 2.148 \\ 3.313 \end{Bmatrix} \qquad \{\phi_2\}=\begin{Bmatrix} 1.000 \\ 0.893 \\ -1.473 \end{Bmatrix} \qquad \{\phi_3\}=\begin{Bmatrix} 1.000 \\ -1.040 \\ 0.405 \end{Bmatrix}$$

۵- نمایش شکل بردارهای مودی:

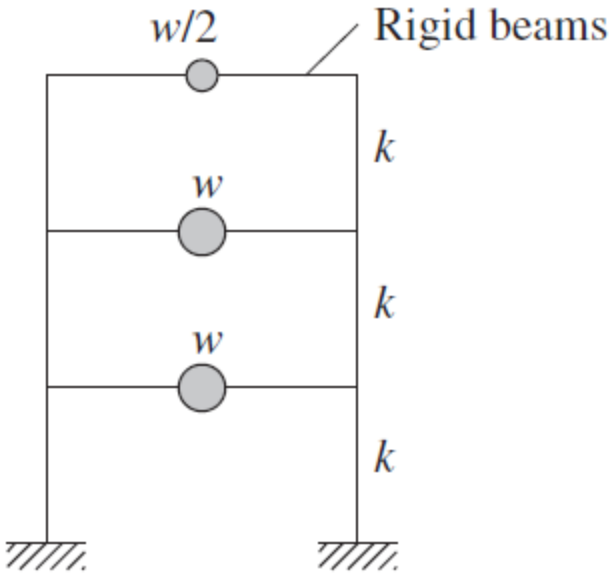


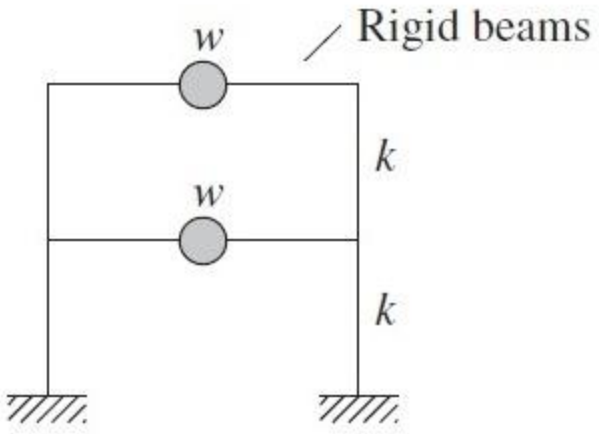




تمرین: فرکانس ها و شکل مدهای ارتعاشی سازه برشی دوطبقه و سه طبقه زیر را بیابیـد. اشکال مودی را با رسم شکل نشان دهید. مقادیر سختی طبقه و وزن طبقات به شرح زیـر می باشد:

W=100 ton
K= 325 ton/cm





رابطه تعامد مودها در سیستم های چند درجه آزاد

مودهای ارتعاشی سیستم های چند درجه آزادی از نظر ریاضی دارای خاصیت تعامد نسبت به ماتریس جرم و ماتریس سختی هستند.

رابطه تعامد مودها نسبت به ماتریس جرم:

$$\{\phi_s\}^T [m]\{\phi_r\} = 0$$

رابطه تعامد مودها نسبت به ماتریس سختی:

$$\{\phi_s\}^T [k]\{\phi_r\} = 0$$

از روابط تعامد، در تحلیل سازه های چند درجه آزاد به روش ترکیب مودها (تبدیل یک سازه چند درجه آزاد به چند سازه یک درجه آزاد) استفاده خواهد شد.

تعریف علائم جدید:

جرم تعمیم یافته مد i ام	$M_i = \{\phi_i\}^T [m]\ \{\phi_i\}$
میرایی تعمیم یافته مد i ام	$C_i = \{\phi_i\}^T [c]\ \{\phi_i\}$
سختی تعمیم یافته مد i ام	$K_i = \{\phi_i\}^T [k]\ \{\phi_i\}$
بار تعمیم یافته مد i ام	$P_i(t) = \{\phi_i\}^T \{p(t)\}$

آنالیز مودال سیستم های چند درجه آزاد

اگر در یک سیستم n درجه آزاد کلیه مودهـای ارتعاشـی در یـک مـاتریس مرتـب شـوند ماتریس مودال بصورت زیر خواهد بود:

$$[\phi] = [\{\phi_1\}, \{\phi_2\}, \ldots, \{\phi_n\}]$$

مجهول اصلی معادله ماتریسی تعادل دینامیکی سیستم، یعنـی تغییرمکـان کلیـه درجـات آزادی، بصورت زیر در نظرگرفته می شود:

$$\{u\} = [\phi]\{y\} = \sum_{i=1}^{n} \{\phi_i\} y_i(t)$$

معادله فوق را بصورت زیر نیز می توان نوشت:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \cdots & \phi_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{Bmatrix}$$

با تبدیل مختصات فیزیکی u به مختصات مودال y با استفاده از رابطه قبل، مجهول مورد نظر، بردار مختصات مودال $\{y\}$ خواهد بود. زیرا ماتریس مودال $[\emptyset]$ از قبل معلوم می باشد.

تغییر مکان درجات آزادی i برابر است با:

$$u_i = \sum_{k=1}^{n} \phi_{ik} y_k$$

برای مثال:

$$u_1 = \phi_{11} y_1 + \phi_{12} y_2 + \cdots + \phi_{1n} y_n$$

تعیین مشتقات u:

$$\{u\} = [\phi]\{y\} \ldots\ldots\ldots \rightarrow \{\dot{u}\} = [\phi]\{\dot{y}\} \ldots\ldots\ldots \rightarrow \{\ddot{u}\} = [\phi]\{\ddot{y}\}$$

جاگذاری در معادله تعادل دینامیکی سیستم:

$$[m][\phi]\{\ddot{y}\} + [c][\phi]\{\dot{y}\} + [k][\phi]\{y\} = \{p(t)\}$$

پیشضرب در ترانسپوز مود iام:

$$\{\phi_i\}^T [m][\phi]\{\ddot{y}\} + \{\phi_i\}^T [c][\phi]\{\dot{y}\} + \{\phi_i\}^T [k][\phi]\{y\} = \{\phi_i\}^T \{p(t)\}$$

شرایط تعامد مودها باعث می گردد که کلیه جمات به غیر از جمله مربوط به مود iام، در معادله فوق صفر شود.

$$\{\phi_j\}^T [m] \{\phi_i\} = 0 \qquad \{\phi_j\}^T [k] \{\phi_i\} = 0 \qquad \{\phi_j\}^T [c] \{\phi_i\} = 0$$

در اینجا معادله قبل به صورت زیر نوشته می شود:

$$\{\phi_i\}^T[m][\phi_i]\ddot{Y}_i + \{\phi_i\}^T[c]\{\phi_i\}\dot{Y}_i + \{\phi_i\}^T[k]\{\phi_i\}Y_i = \{\phi_i\}^T\{p(t)\}$$

این رابطه به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$M_i\ddot{y}_i + C_i\dot{y}_i + K_i y_i = \{\phi_i\}^T\{p(t)\}$$

طرفین رابطه فوق را بر M_i تقسیم می کنیم:

$$\ddot{y}_i + \frac{C_i}{M_i}\dot{y}_i + \frac{K_i}{M_i}y_i = \frac{\{\phi_i\}^T\{p(t)\}}{M_i}$$

$$\ddot{y}_i + 2\zeta_i\omega_i\dot{y}_i + \omega_i^2 y_i = \frac{\{\phi_i\}^T\{p(t)\}}{M_i}$$

معادله فوق از پیش ضرب نمودن ترانسپوز بردار مود iام در معادله ماتریسی تعادل دینامیکی سیستم حاصل شد. حال اگر ترانسپوز بردار مودهای اول تا آخر هم ضرب شوند معادلات صفحه بعد بدست می آیند.

$$\ddot{y}_1 + 2\zeta_1\omega_1\dot{y}_1 + \omega_1^2 y_1 = \frac{\{\phi_1\}^T\{p(t)\}}{M_1}$$

$$\ddot{y}_2 + 2\zeta_2\omega_2\dot{y}_2 + \omega_2^2 y_2 = \frac{\{\phi_2\}^T\{p(t)\}}{M_2}$$

$$\vdots$$

$$\ddot{y}_i + 2\zeta_i\omega_i\dot{y}_i + \omega_i^2 y_i = \frac{\{\phi_i\}^T\{p(t)\}}{M_i}$$

$$\vdots$$

$$\ddot{y}_n + 2\zeta_n\omega_n\dot{y}_n + \omega_n^2 y_n = \frac{\{\phi_n\}^T\{p(t)\}}{M_n}$$

کافی است n معادله بالا حل شود تا بردار مختصات مودال بدست آمده و سپس با استفاده از رابطه زیر تغییرمکان ها را محاسبه نمود.

$$\{u\} = [\phi]\{y\} = \sum_{i=1}^{n} \{\phi_i\} y_i(t)$$

- در سازه های با چند درجه آزادی معمولاً بیشتر انرژی در مودهای پائین جذب می شـود و لذا کافیست که فقط چند مود اول سیستم در نظر گرفته شود که دیگر لازم نیست همه n معادله حل شود که منجر به کاهش حجم محاسبات می شود.
- انتخاب مناسب تعداد مودهای اولیه به تجربه کاربر و صلبیت سازه و در حقیقت فرکانس یـا پریـود طبیعی آن و زمان تناوب نیروی دینامیکی وارده بستگی دارد.

مراحل گام به گام روش ترکیب اثر مودها

گام اول- تعیین معادلات حرکت

معادله حرکت این نوع سازه ها عبارت است از:

$$[m]\{ii\}+[c]\{ii\}+[k]\{u\}=\{p(t)\}$$

گام دوم- تعیین فرکانس و شکل مدها :

فرکانس‌ها و بردارهای شکل مد مربوط به n مد ارتعاش سازه از حل معادله مقدار ویژه زیر به دست می‌آیند :

$$\left([k]-\omega^2[m]\right)\{\hat{u}\}=\{0\}$$

که ماتریس شکل مد ارتعاش [ϕ] و بردار فرکانس {ω} از آن بدست می آیند.

گام سوم- تعیین جرم و بار تعمیم‌یافته

متناظر با هر بردار شکل مد $\{\phi_i\}$، جرم تعمیم‌یافته و بار تعمیم‌یافته مربوط به هر مد را می‌توان محاسبه کرد:

$$M_i=\{\phi_i\}^T[m]\{\phi_i\} \quad , \quad P_i(t)=\{\phi_i\}^T\{p(t)\}$$

گام چهارم- معادلات غیر درگیر حرکت

معادلات حرکت برای هر مد، با استفاده از جرم و بار تعمیم‌یافته برای هر مد و فرکانس مد ω_i و مقدار مشخص شده‌ای برای نسبت میرایی مد ξ_i، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\ddot{Y}_i + 2\xi_i\omega_i \dot{Y}_i + \omega_i^2 Y_i = \frac{P_i(t)}{M_i} \qquad i = 1,2,\ldots,n$$

گام پنجم- واکنش نسبت به بارگذاری

نتیجه گام چهارم مجموعه‌ای از n معادله مستقل حرکت (برای هر مد ارتعاش یک معادله) می‌باشد. این معادلات یک درجه آزادی را می‌توان با توجه به نوع بارگذاری توسط روش مناسبی حل کرد. رابطه واکنش کلی برای هر مد مطابق روش انتگرال دیوهامل عبارت است از:

$$Y_i(t) = \frac{1}{M_i\omega_{Di}} \int_0^t P_i(\tau) e^{[-\xi_i\omega_i(t-\tau)]} \sin\omega_{Di}(t-\tau)\, d\tau \qquad (15)$$

گام ششم- واکنش ارتعاشات آزاد

جواب فوق برای سیستمی که در زمان t=0 در حالت سکون باشد، صادق است. هرگاه سرعت و تغییرمکان اولیه صفر نباشد بایستی به عبارت انتگرال دیوهامل، واکنش ارتعاش آزاد برای هر مد اضافه گردد، رابطه کلی برای واکنش ارتعاش آزاد میرا شونده برای هر مد عبارت است از:

$$Y_i(t) = e^{-\xi_i \omega_i t}\left[\frac{\dot{Y}_i(0) + Y_i(0)\xi_i\omega_i}{\omega_{Di}}\sin\omega_{Di}t + Y_i(0)\cos\omega_{Di}t\right] \qquad (16)$$

$Y_i(0)$و $\dot{Y}_i(0)$ بیانگر تغییرمکان و سرعت اولیه مد iام می‌باشند. این مقادیر را می توان از تغییرمکان $\{u(0)\}$ و سرعت $\{\dot{u}(0)\}$ داده شده در مختصات هندسی اصلی برای هر مد بدست آورد (با استفاده از معادله (5)) :

$$Y_i(0) = \frac{\{\phi_i\}^T[m]\{u(0)\}}{M_i} \qquad (17)$$

$$\dot{Y}_i(0) = \frac{\{\phi_i\}^T[m]\{\dot{u}(0)\}}{M_i} \qquad (18)$$

واکنش ناشی از ارتعاش آزاد به واکنش نسبت به بارگذاری اضافه می‌شود.

گام هفتم- واکنش تغییر مکان در مختصات هندسی اصلی

پس از اینکه واکنش هر مد $Y_i(t)$ از معادله (15) یا (16) تعیین گردید ($Y_i(t)$مجموع این دو مقدار است)، تغییرمکان‌ها در مختصات هندسی از تبدیل مختصات نرمال(معادله (2)) بدست می‌آیند:

$$\{u(t)\} = [\phi]\{Y(t)\}$$

معادله فوق را به صورت زیر نیز می‌توان نوشت:

$$\{u(t)\} = \{\phi_1\}Y_1(t) + \{\phi_2\}Y_2(t) + \ldots + \{\phi_n\}Y_n(t)$$

که صرفا نشان‌دهنده عمل ترکیب نسبت به آثار مدهای مختلف است و به همین جهت روش ترکیب مدها خوانده می‌شود. بایستی توجه کرد که در بسیاری از انواع بارگذاری‌ها، میزان اثر مدهای مختلف معمولا در فرکانس‌های پایین‌تر، شدیدتر می‌باشد و برای فرکانس‌های بالا کاهش می‌یابد. در نتیجه، معمولا لازم نیست که در روش ترکیب مدها، کلیه مدهای بالاتر ارتعاش را در نظر گرفت، لذا این سری را می‌توان به جملاتی محدود کرد که دقت مورد نظر در واکنش را بدست دهند. همچنین بایستی بخاطر داشت که مدل‌های ریاضی از هر سازه پیچیده‌ای برای تعیین مدهای بالاتر ارتعاش قابلیت اطمینان کمتری دارند، به این دلیل نیز بهتر است که در تحلیل واکنش دینامیکی تعداد مدهای در نظر گرفته شده محدود باشند.

گام هشتم- واکنش نیروی الاستیکی

نمودار تغییرمکان سازه را می‌توان به عنوان عامل اساسی در تعیین واکنش آن نسبت به بارگذاری دینامیکی در نظر گرفت. بطور کلی، دیگر پارامترهای واکنش از قبیل تنش یا نیروهای ایجاد شده در قطعات مختلف سازه را می‌توان مستقیما از تغییرمکان‌ها محاسبه کرد. برای مثال نیروی الاستیک $\{f_s\}$ که در مقابل تغییرشکل سازه مقاومت می‌کند، بطور مستقیم از معادله زیر به دست می‌آید:

$$\{f_s(t)\} = [k]\{u(t)\} = [k][\phi]\{Y(t)\} \qquad (19)$$

نیروهای الاستیک را می‌توان از رابطه دیگری نیز به دست آورد. با نوشتن معادله فوق بر حسب ترکیب مدها:

$$\{f_s(t)\} = [k]\{\phi_1\}Y_1(t) + [k]\{\phi_2\}Y_2(t) + [k]\{\phi_3\}Y_3(t) + \ldots$$

و جایگزینی معادله $[k]\{\phi_i\}=\omega^2_i[m]\{\phi_i\}$ خواهیم داشت:

$$\{f_s(t)\} = \omega_1^2[m]\{\phi_1\}Y_1(t) + \omega_2^2[m]\{\phi_2\}Y_2(t) + \omega_3^2[m]\{\phi_3\}Y_3(t) + \ldots$$

و با نوشتن عبارات سری به صورت ماتریسی:

$$\{f_s(t)\} = [m][\phi]\{\omega_i^2 Y_i(t)\} \qquad (20)$$

که $\{\omega^2_i Y_i(t)\}$بیانگر برداری ستونی از دامنه‌های مد است که هر کدام آنها در مربع فرکانس مد خود ضرب شده‌اند.

در معادله (20) نیروی الاستیک هر کدام از مدها با یک نیروی اینرسی مد معادل آن جایگزین شده است. معادلات این دو از معادلات تعادل ارتعاش آزاد حاصل شده است. به هر حال بایستی توجه کرد که این جایگزینی در هر زمانی حتی در تحلیل استاتیکی نیز صادق است.

از آنجا که در معادله (20) هر کدام از آثار مدها در مربع فرکانس آن ضرب شده است، مشخص می‌گردد که تأثیر مشارکت مدهای بالاتر در محاسبه نیروهای سازه از تأثیر آن در تعیین تغییرمکان‌ها بیشتر است. در نتیجه لازم می‌گردد که برای تعیین نیروها با هر تقریب موردنظر از تعداد بیشتری از مدها، نسبت به تعداد موردنیاز برای تعیین تغییرمکان‌ها استفاده کرد.

اصول مهندسی زلزله و باد

مدرس:

مهندس حامد ابراهیمی

مروری بر آئین نامه
طراحی ساختمانها در برابر زلزله
استاندارد ۲۸۰۰

اهداف استاندارد ۲۸۰۰

هدف استاندارد ۲۸۰۰ تعیین حداقل ضوابط و مقررات برای طرح و اجـرای سـاختمانها در برابر اثرهای ناشی از زلزله است به طوری که با رعایت آنها:

الف) با حفظ ایستایی ساختمان در زلزله های شدید، تلفات جانی به حـداقل برسـد و نیـز ساختمان در برابر زلزله های خفیف و متوسط بدون وارد شدن آسیب عمده سازه ای قـادر به مقاومت باشد.

ب) ساختمانهای با اهمیت زیاد در زمان وقوع زلزله های خفیـف و متوسـط، قابلیـت بهـره برداری خود را حفظ کنند و در ساختمانهای با اهمیت متوسـط خسـارت سـازه ای و غیـر سازه ای به حداقل برسد.

پ) ساختمانهای با اهمیت خیلی زیاد در زمان وقوع زلزله های شدید، بدون آسـیب عمـده سازه ای قابلیت بهره برداری بدون وقفه خود را حفظ کند .

زلزله شدید : زلزله ای که احتمال وقوع آن و یا زلزله های بزرگتر از آن در ۵۰ سال عمر مفید ساختمان کمتر از ۱۰ درصد باشد. (زلزله با دور بازگشت ۴۷۵ ساله)

$$T_r = \frac{t}{-\ln(1-P)} = \frac{50}{-\ln(1-0.1)} = 474.6 \cong 475$$

زلزله خفیف و متوسط: زلزله ای که احتمال وقوع آن و یا زلزله های بزرگتر از آن در ۵۰ سال عمر مفید ساختمان کمتر از ۹۹/۵درصد باشد (زلزله با دور بازگشت ۱۰ساله)، به این زلزله، زلزله سطح بهره برداری هم می گویند.

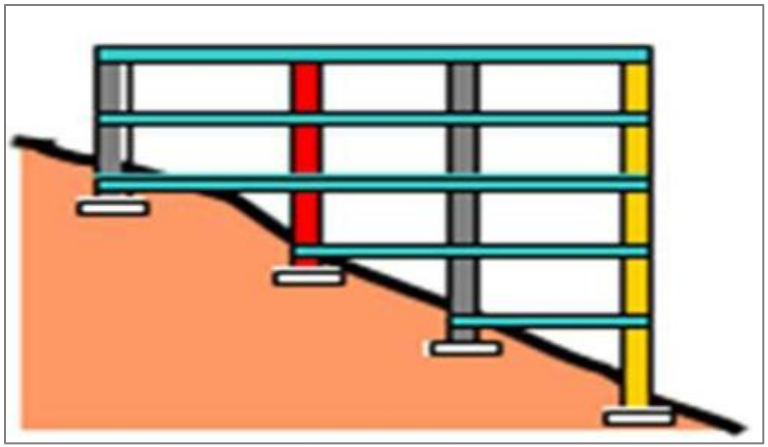
$$T_r = \frac{t}{-\ln(1-P)} = \frac{50}{-\ln(1-0.995)} = 9.43 \cong 10$$

ملاحظات ژئوتکنیکی

- بطور کلی باید از احداث ساختمان بـر روی و یا مجاور گسلهای فعالی که احتمـال بوجـود آمدن شکستگی در سـطح زمـین در هنگـام وقوع زلزله وجود دارد اجتناب شود.

- در زمینهایی که ممکـن اسـت بـر اثـر زلزلـه دچـار ناپایـداری هـای ژئـوتکنیکی نظیـر روانگرایی ، نشست زیاد، زمـین لغـزش و یـا سنگریزش شود و یـا زمـین متشـکل از رس حساس باشد، بررسـی امکـان سـاخت بنـا و شرایط لازم برای آن با اسـتفاده از مطالعـات ویژه توصیه می گردد.

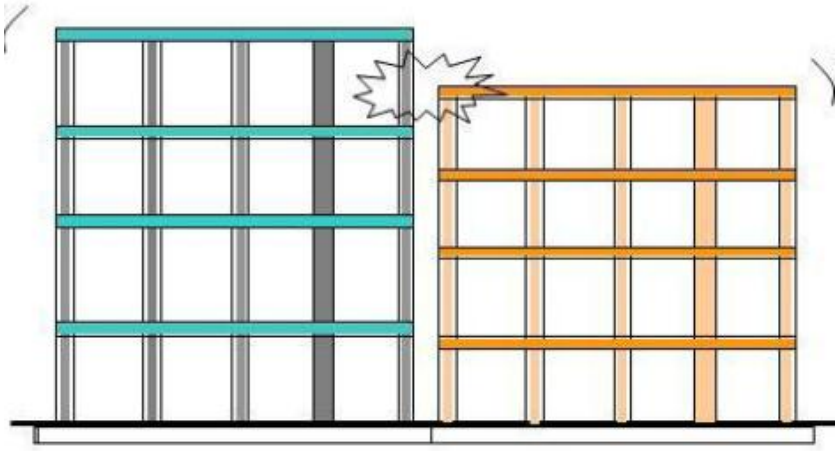
- در زمینهایی که مستعد روانگرایی می باشند باید احتمال ناپایداری، حرکت نسبی ژئوتکنیکی، گسترش جانبی و یا کاهش ظرفیت باربری شالوده و یا وقوع نشستهای زیاد از حد بررسی شود و در صورت نیاز با استفاده از روشهای مناسب بهسازی خاک، نسبت به ایمنی شالوده ساختمان ، اطمینان حاصل گردد.
- شالوده های ساختمان باید حتی المقدور بر روی یک سطح افقی ساخته شود و در مواردی که به علت شیب زمین و یا علل دیگر احداث همه آنها در یکتراز میسر نباشد باید هر قسمت از آنها بر روی یکسطح افقی قرار داده شود.



ملاحظات معماری

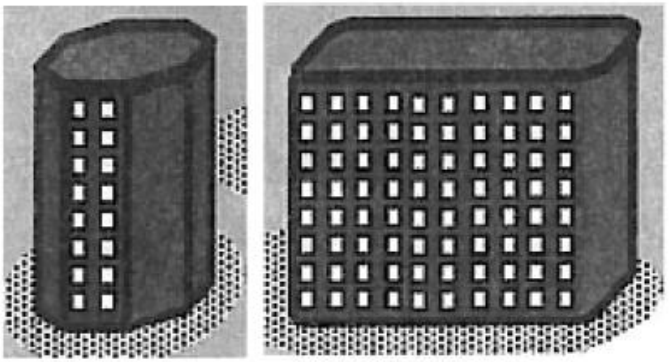
برای حذف و یا کاهش خسارت و خرابی ناشی از ضربه ساختمانهای مجاور به یکدیگر، ساختمانها باید با پیش بینی درز انقطاع از همدیگر جدا شده و یا با پیش بینی درز انقطاع از یکدیگر جدا شده و یا با فاصله ای حداقل از مرز مشترک با زمین های مجاور ساخته شود.

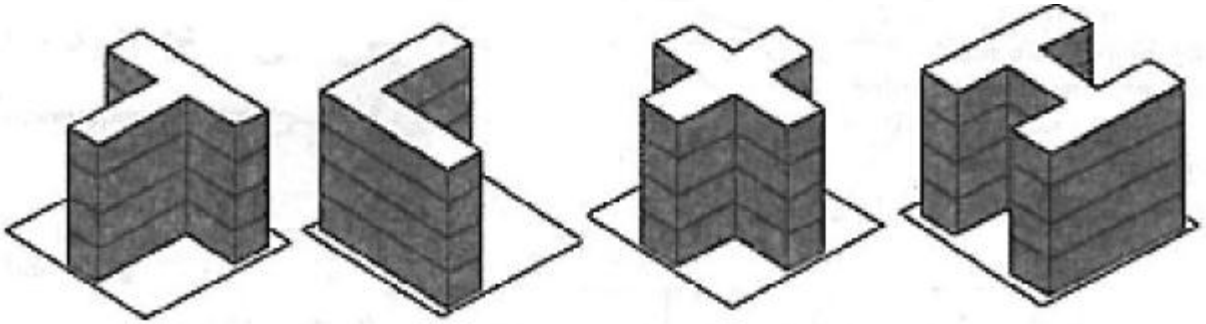
در صورتی که تراز طبقات در دو ساختمان مجاور یکسان نباشد، ضربه ناشی از حرکت طبقه به قسمت میانی ستون سازه مجاور برخورد کرده و باعث تخریب بیشتری می شود.



ملاحظات معماری

پلان ساختمان باید تا حد امکان به شکل ساده و متقارن در دو امتداد عمود برهم و بـدون پیش آمدگی و پس رفتگی زیاد باشد و از ایجاد تغییرات نامتقارن پلان در ارتفاع ساختمان نیز حتی المقدور احتراز شود.





یک راه حل برای ساختمانهای نامتقارن در پلان آن است که ساختمان را با ایجـاد درزهایی به قطعات ساده و متقارن تبدیل کنیم.

ملاحظات معماری

از احداث طره های بزرگتر از ۱/۵ متر حتی المقدور اجتناب شود.

از ایجاد بازشوهای بزرگ و مجاور یکدیگر در دیافراگمهای کفها خودداری شود.

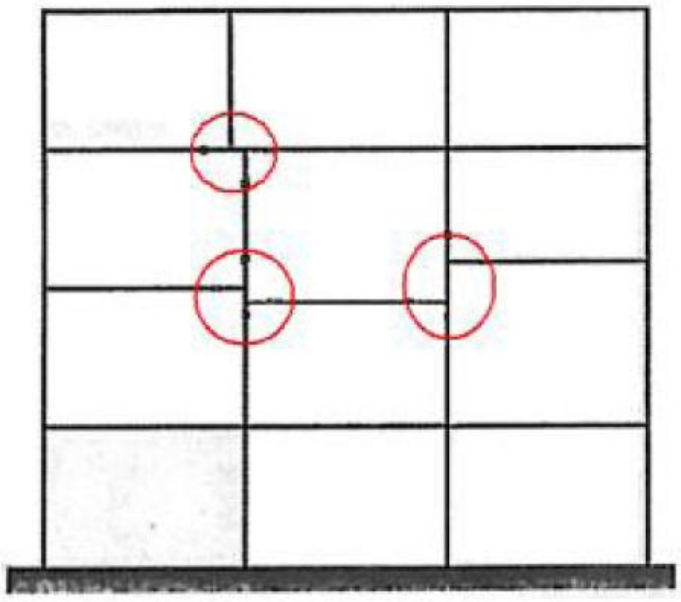
وجود طره ها باعث تمرکز تنش تحت اثر بارهای قائم می شود و همچنین تحت پیچش ممکن است تنشهای بزرگی در قسمت اتصال به سازه ایجاد کند.

وجود بازشوهای بزرگ، مسیر بار در سقف را به صورت نامطلوبی در آورده و علاوه بر توزیع نامناسب بار زلزله، باعث کاهش انسجام و یکپارچگی سازه می گردد.

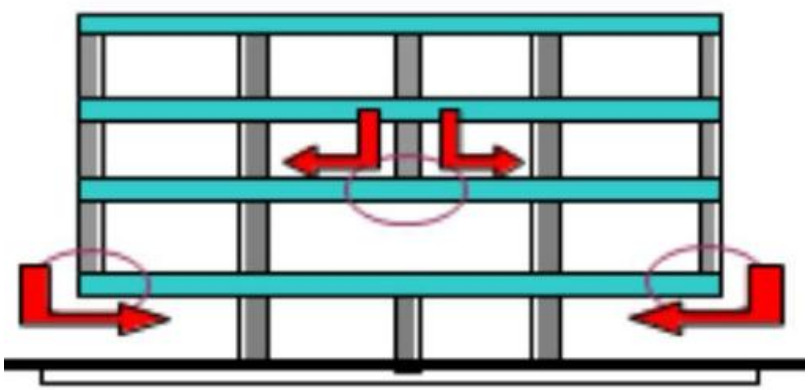
ملاحظات معماری

از ایجاد اختلاف سطح در کفها تا حد امکان خودداری شود.

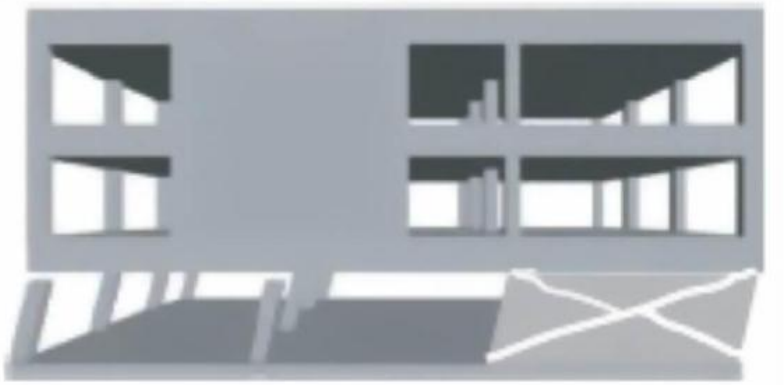
ایجاد اختلاف سطح در کفها باعث ایجاد ستونهای با ارتفاع کوتاه شده و به علت سختی زیاد این ستونها، توزیع نیروی جانبی در قسمتهای مختلف سازه دچار تغییرات اساسی میگردد، در سازه های بتنی وجود این ستونهای کوتاه باعث شکست برشی شده و ترد و خطرناکاست.



ملاحظات پیکربندی سازه ای



عناصری که بارهای قائم را تحمل می کنند در طبقات مختلف تا حد امکان بر روی هم قرار داده شوند تا انتقال بار این عناصر به یکدیگر به واسطه عناصر افقی صورت نگیرد.



عناصری که نیروهای افقی ناشی از زلزله را تحمل می کنند به صورتی در نظر گرفته شوند که انتقال نیروها به سمت شالوده به طور مستقیم انجام شود و عناصری که باهم کار می کنند در یکصفحه قائم قرار داشته باشند.

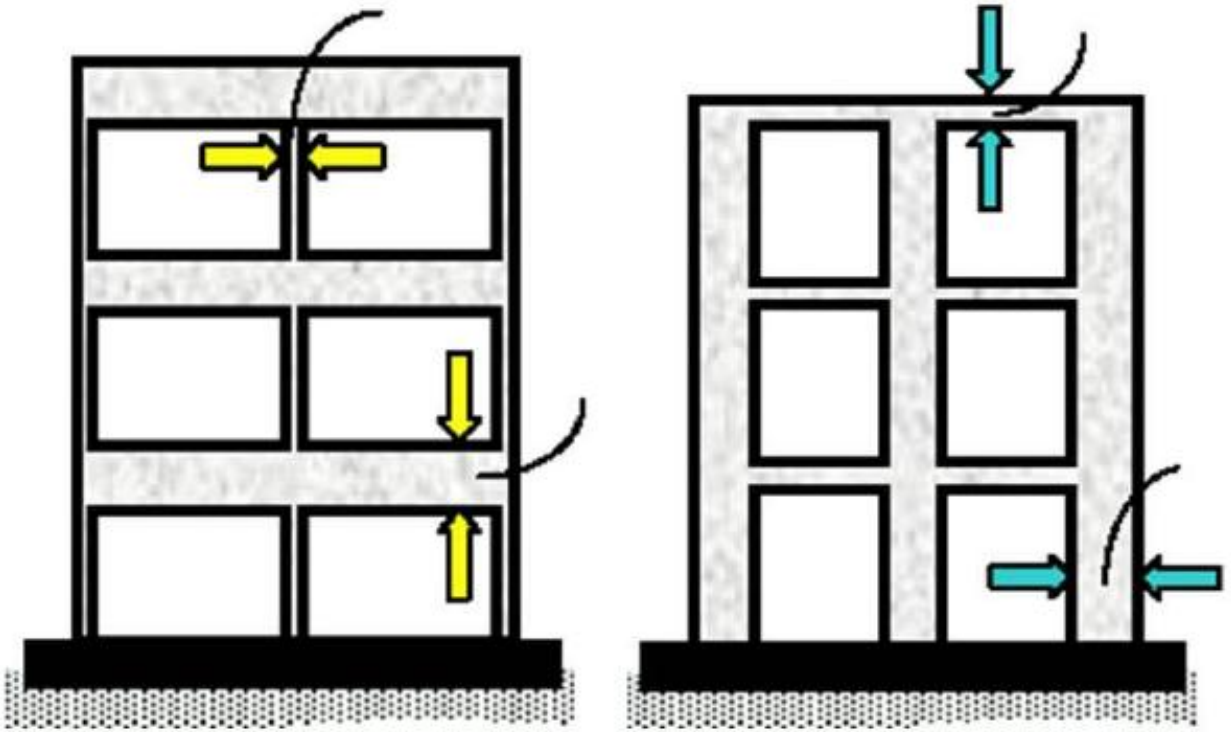
ملاحظات پیکربندی سازه ای

عناصر مقاوم در برابر نیروهای افقی ناشی از زلزله به صورتی در نظر گرفته شوند که پیچش ناشی از این نیروها در طبقات به حداقل برسد. برای این منظور مناسب است فاصله مرکز جرم و مرکز سختی در طبقه در هر امتداد، کمتر از ۵ درصد بعد ساختمان در آن امتداد گردد.

ملاحظات پیکربندی سازه ای

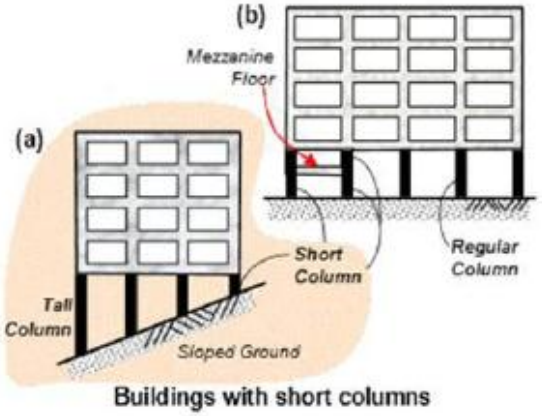
در ساختمانهایی که در آنها از سیستم قاب خمشی برای بار جانبی استفاده می شود ، طراحی به نحوی صورت گیرد که تا حد امکان ستونها دیرتر از تیرها دچار خرابی شوند.

از ایجاد ستونهای کوتاه، به خصوص در نورگیرهای زیرزمینها، حتیالامکان خودداری شود.

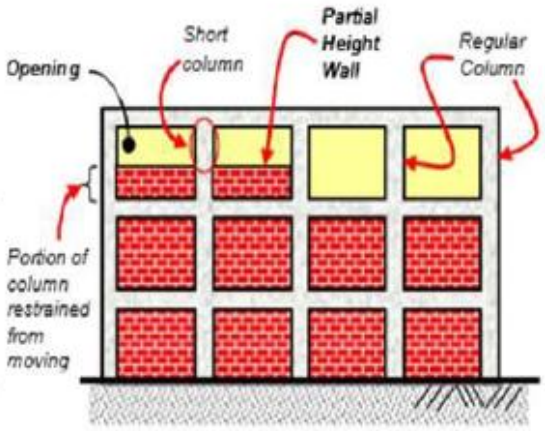


ملاحظات پیکربندی سازه ای

از ایجاد ستونهای کوتاه، به خصوص در نورگیرهای زیرزمینها، حتیالامکان خودداری شود.

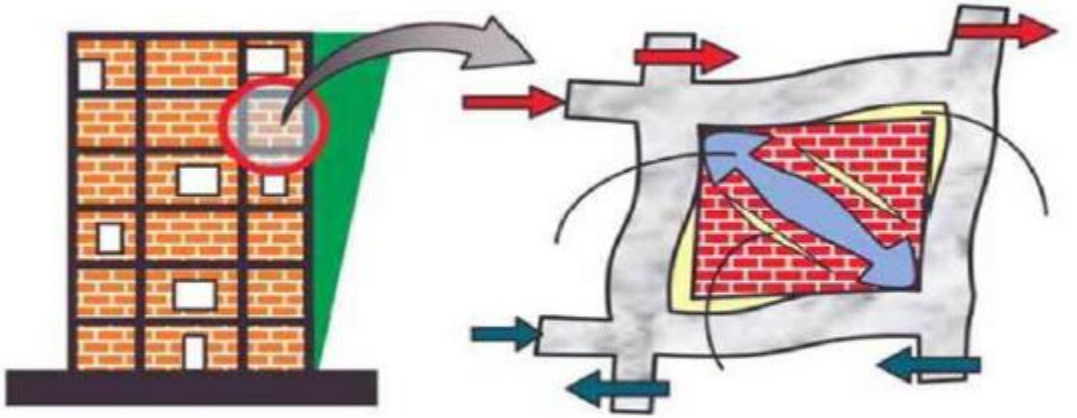


Buildings with short columns



ملاحظات پیکربندی سازه ای

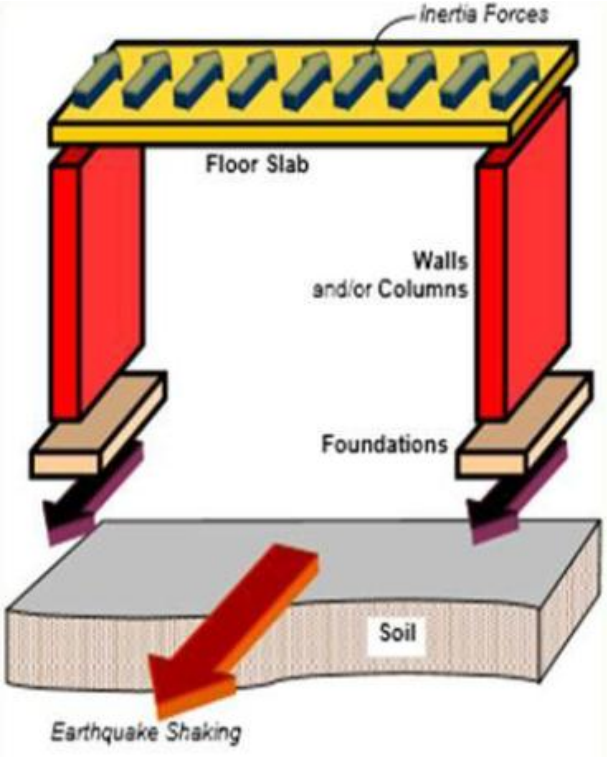
اعضای غیر سازه ای، مانند دیوارهای داخلی و نماها طوری اجرا شوند که تا حد امکان مزاحمتی برای حرکت اعضای سازه ای در زمان وقوع زلزله ایجاد نکنن د. در غیر این صورت، اثر اندرکنش این اعضاء با سیستم سازه باید در تحلیل سازه در نظر گرفته شود.



رفتار ترکیبی دیوار و قاب

ضوابط کلی

کلیه عناصر باربر ساختمان باید به نحو مناسبی به هم پیوسته باشند تا در زمان وقوع زلزله عناصر مختلف از یکدیگر جدا نشده و ساختمان به طور یکپارچه عمل کن د. در این مورد،کفها باید به عناصر قائم باربر، قابها و یا دیوارها، به نحو مناسبی متصل باشند به طوری که بتوانند به صورت یک دیافراگم نیروهای ناشی از زلزله را به عناصر باربر جانبی منتقل کنند.



ضوابط کلی

ساختمان باید در هر دو امتداد افقی عمود بر هم قادر به تحمل نیروهای افقی ناشی از زلزله باشد و در هر یک از این امتدادها نیز باید انتقال نیروهای افقی به شالوده به گونه ای مناسب صورت گیرد.

برای حذف و یا کاهش خسارت و خرابی ناشی از ضربه ساختمانهای مجاور به یکدیگر، ساختمانهای با ارتفاع بیشتر از هشت متر و یا بلندتر از دو طبقه از تراز پایه باید با پیش بینی درز انقطاع از یکدیگر جدا شده و یا با فاصله ای حداقل از مرز مشترک با زمینهای مجاور ساخته شوند.

عرض درز انقطاع در هر طبقه باید حداقل برابر با یک صدم ارتفاع آن طبقه از روی تراز پایه در نظر گرفته شو د. برای ت أمین این منظور ، می توان فاصله هر طبقه ساختمان از مرز زمین مجاور را حداقل برابر با پنج هزارم ارتفاع آن طبقه از روی تراز پایه در نظر گرفت.

فاصله درز انقطاع را می توان با مصالح کم مقاومت که در هنگام وقوع زلزله، بر اثر برخورد دو ساختمان به آ سانی خرد می شود،به نحو مناسبی پر نمود به طوری که پس از زلزله به سادگی قابل جایگزین کردن و بهسازی باشد.

گروه بندی ساختمان ها برحسب اهمیت

ساختمان ها از نظر اهمیت به چهار گروه تقسیم می شوند:

۱- ساختمانهای با اهمیت خیلی زیاد:

در این گروه، ساختمان هایی قرار دارند که قابل استفاده بودن آنها پس از وقوع زلزله اهمیت خاص دارد و وقفه در بهره برداری از آنها به طور غیر مستقیم موجب افزایش تلفات و خسارات می شود، مانند: بیمارستانها و درمانگاه ها، مر اکز آتش نشانی، مراکز و تاسیسات آبرسانی، نیروگاه ها و تاسیسات برق رسانی، برجهای مراقبت فرودگاه ها، مراکز مخابرات، رادیو و تلویزیون، تاسیسات انتظامی، مراکز کمک رسانی و بطور کلی تمام ساختمان هایی که استفاده از آنها در نجات و امداد مؤثر می باشد.

ساختمان ها و تاسیساتی که خرابی آنها موجب انتشار گسترده مواد سمی و مضر در کوتاه مدت و دراز مدت برای محیط زیست می شوند جزو این گروه ساختمان ها منظور می گردند.

گروه بندی ساختمان ها برحسب اهمیت

۲- ساختمانها با اهمیت زیاد

این گروه شامل سه دسته زیر است:

الف- ساختمانهایی که خرابی آنها موجب تلفات ز یاد می شود، مانند مدارس، مساجد، استادیومها، سینما و تئاترها، سالن اجتماعات، فروشگاه های بزرگ، ترمینالهای مسافری، یا هر فضای سرپوشیده که محل تجمع بیش از ۳۰۰ نفر در زیر یک سقف باشد.

ب- ساختمانهایی که خرابی آنها سبب از دست رفتن ثروت ملی میگردد، مانند: موزه ها، کتابخانه ها، و به طور کلی مراکزی که در آنها اسناد و مدارک ملی و یا آثار پرارزش نگهداری میشود.

پ- ساختمانها و تاسیسات صنعتی که خرابی آنها موجب آلودگی محیط زیست و یا آتش سوزی وسیع می شود، مانند: پالایشگاه ها، انبارهای سوخت و مراکز گاز رسانی.

گروه بندی ساختمان ها برحسب اهمیت

۳- ساختمانهای با اهمیت متوسط

این گروه ساختمان ها شامل کلیه ساختمان های مشمول این بخش، بجز ساختمان ه ای عنوان شده در سه گروه دیگر می باش د، مانند: ساختمان های مسکونی و اداری و تجاری، هتلها، پارکینگ های چند طبقه، انبارها، کارگاه ها، ساختمان های صنعتی و غیره.

۴- ساختمانهای با اهمیت کم

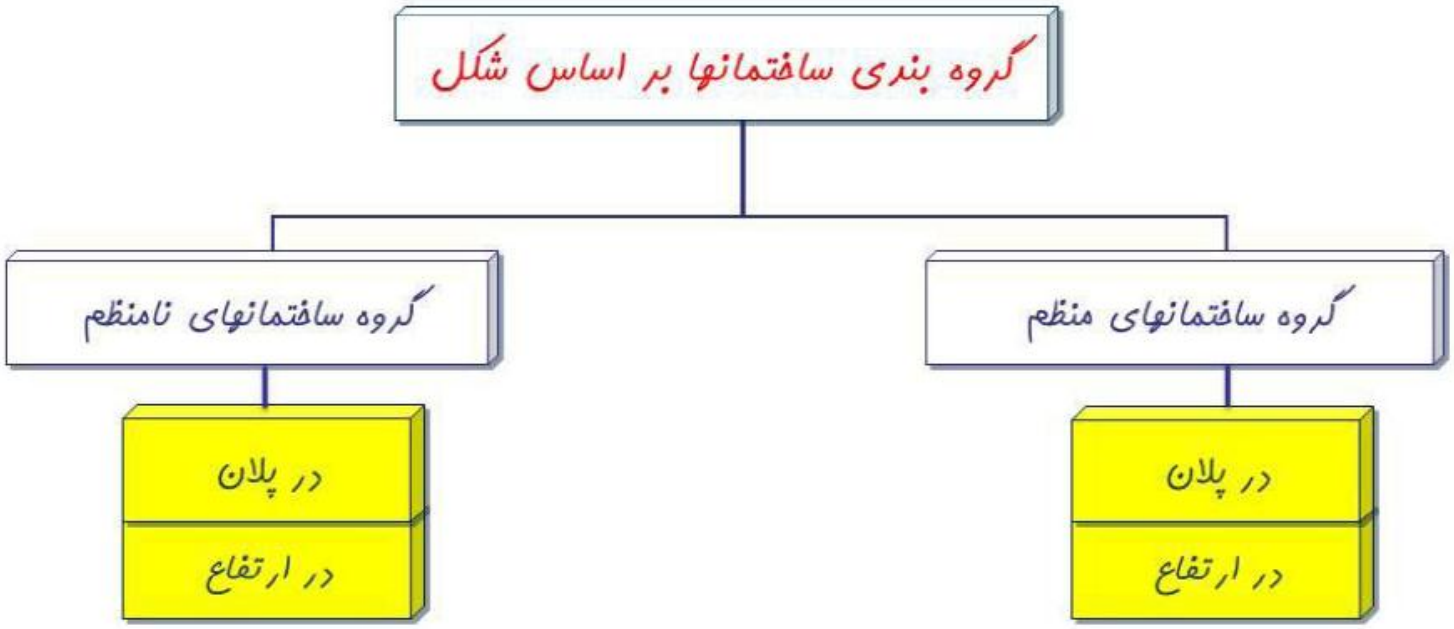
این گروه شامل دو دسته زیر است:

الف- ساختمان هایی که خسارت نسبتاً کمی از خرابی آنها حادث می شود و احتمال بروز تلفات در آنها بسیار کم است، مانند انبارهای کشاورزی و سالنهای مرغداری.

ب- ساختمان های موقت که مدت بهره برداری از آنها کمتر از ۲ سال است.

گروه بندی ساختمان ها برحسب شکل

ساختمان ها برحسب شکل به دو گروه منظم و نامنظم به شرح زیر تقسیم می شوند:



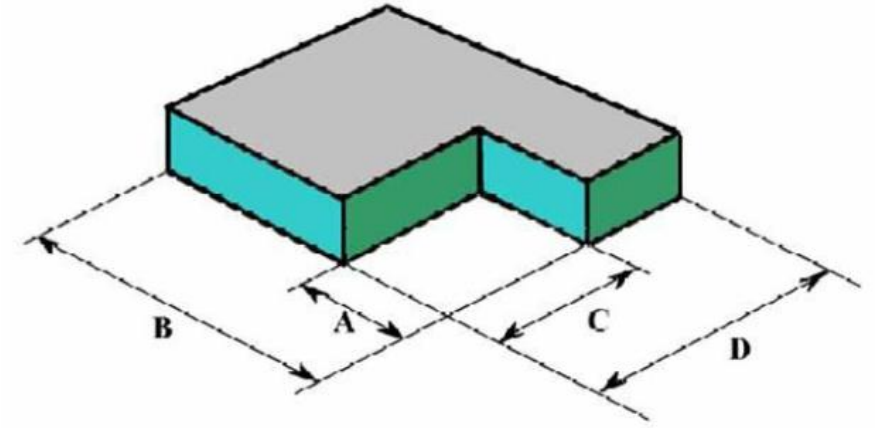
گروه بندی ساختمان ها برحسب شکل

ساختمان های منظم

ساختمان های منظم، به گروهی از ساختمانها اطلاق می شود که دارای کلیه ویژگی های زیر باشند:

منظمی در پلان:

الف- پلان ساختمان دارای شکل متقارن و یا تقریباً متقارن نسبت به محورهای اصلی ساختمان، که معمولاً عناصر مقاوم در برابر زلزله در امتداد آن قرار دارند، باشد. همچنین در صورت وجود فرورفتگی یا پیش آمدگی در پلان، اندازه آن در هر امتداد از ۲۵ درصد بعد خارجی ساختمان در آن امتداد تجاوز ننماید.



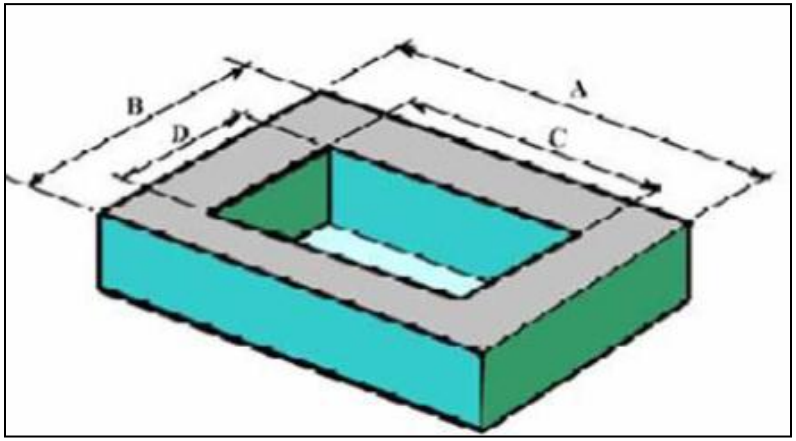
C<0.25D **A<0.25B**

گروه بندی ساختمان ها برحسب شکل

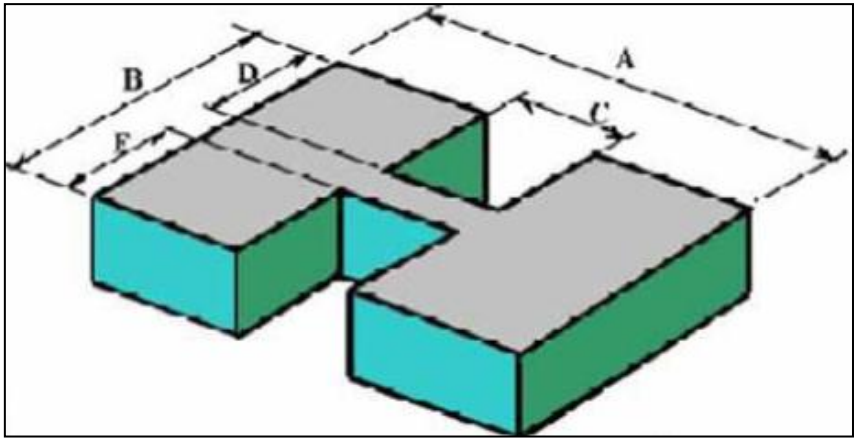
ب- در هر طبقه، فاصله بین مرکز جرم و مرکز سختی در هر یک از دو امتداد متعامد ساختمان از ۲۰ درصد بعد ساختمان در آن امتداد بیشتر نباشد.

پ- تغییرات ناگهانی در سختی دیافراگم هر طبقه نسبت به طبقات مجاور از ۵۰ درصد بیشتر نبوده و مجموع سطوح بازشو در آن از ۵۰ درصد سطح کل دیافراگم تجاوز ننماید.

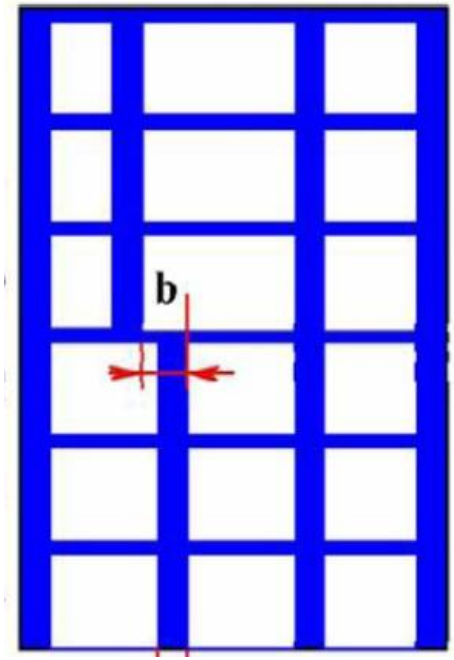
CD<0.5AB



CD+CE<0.5AB

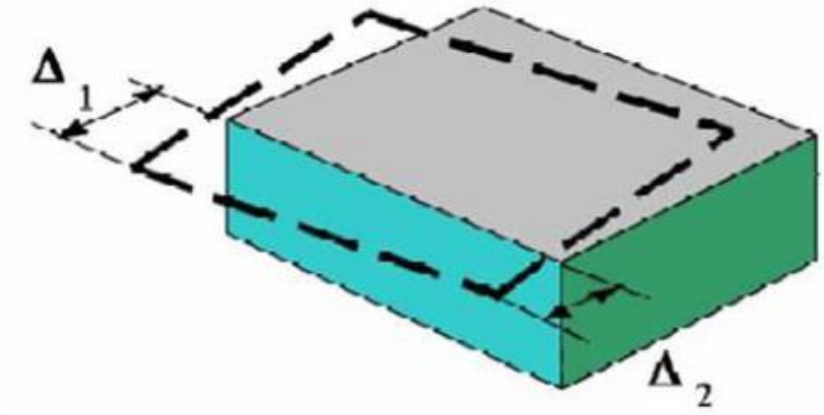


گروه بندی ساختمان ها برحسب شکل



ت- در مسیر انتقال نیروی جانبی به زمین، انقطاعی مانند تغییر صفحه اجزای باربر جانبی در طبقات وجود نداشته باشد.

ث- در هر طبقه حداکثر تغییر مکان نسبی در انتهای ساختمان، با ا حتساب پیچش تصادفی، بیشتر از ۲۰ درصد با متوسط تغییر مکان نسبی دو انتهای ساختمان در آن طبقه اختلاف نداشته باشد.

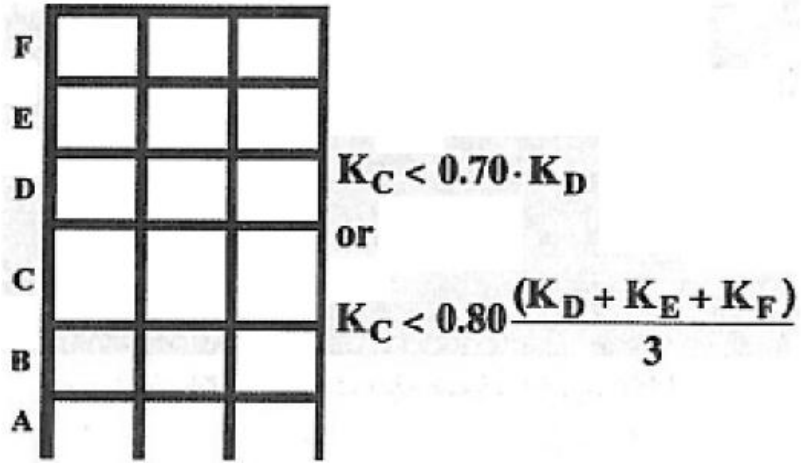


$$\Delta_1 < 1.2 \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2}$$

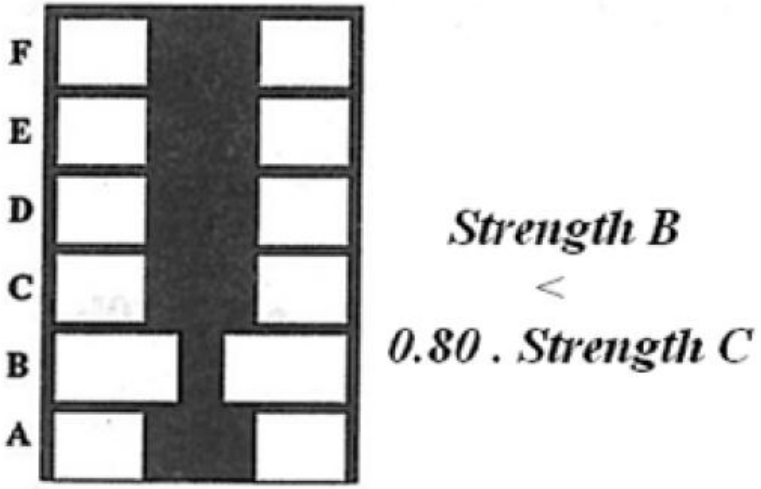
گروه بندی ساختمان ها برحسب شکل

منظم بودن در ارتفاع

الف- توزیع جرم در ارتفاع ساختمان، تقریباً یکنواخت باشد به طوری که جرم هیچ طبقه ای، به استثنای بام و خرپشته بام نسبت به جرم طبقه زیر خود بیشتر از ۵۰ درصد تغییر نداشته باشد.



ب- سختی جانبی در هیچ طبقه ای کمتر از ۷۰ درصد سختی جانبی طبقه روی خود و یا کمتر از ۸۰درصد متوسط سختی سه طبقه روی خود نباشد.

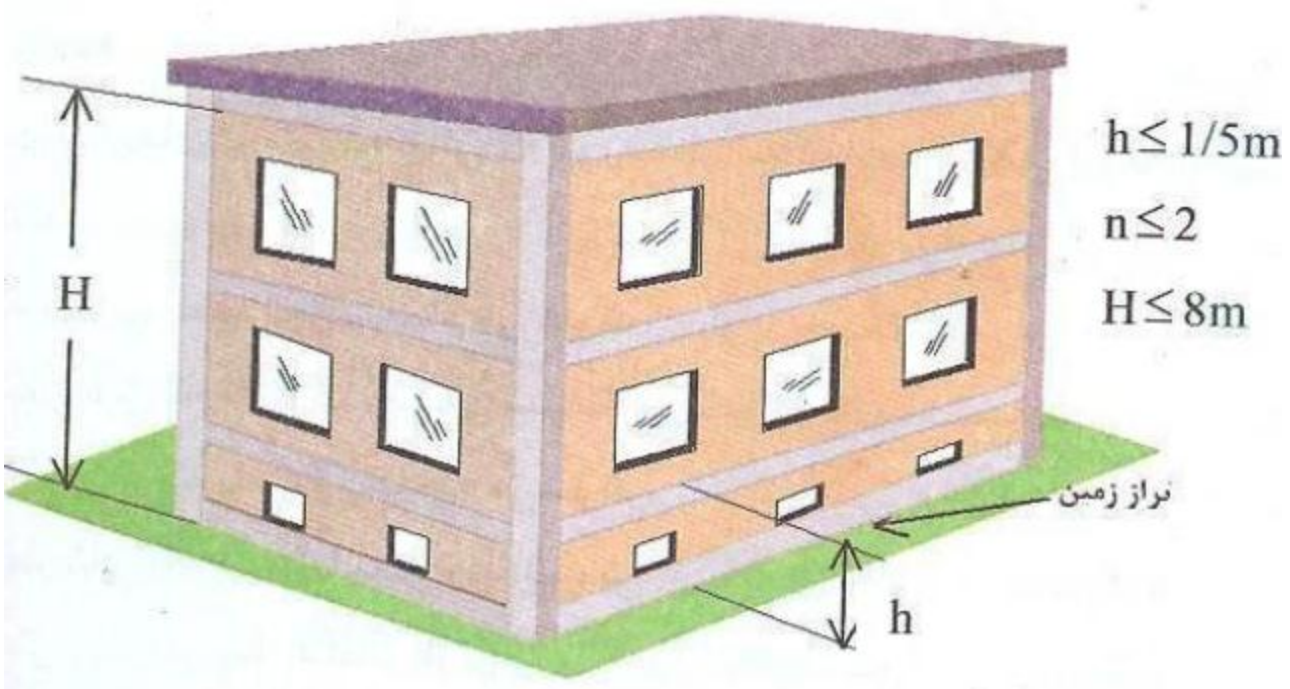


پ- مقاومت جانبی هیچ طبقه ای کمتر از ۸۰ درصد مقاومت جانبی طبقه روی خود نباشد. مقاومت هر طبقه برابر با مجموع مقاومت جانبی کلیه اجزای مقاومی است که برش طبقه را در جهت مورد نظر تحمل مینمایند.

گروه بندی ساختمان ها برحسب سیستم سازه ای

۱- سیستم دیوارهای باربر

نوعی سیستم سازه ای است که فاقد قاب های ساختمانی برای باربری قائم می باش د. در این سیستم، دیوارهای باربر و یا قابهای مهاربندی شده عمدتا با رهای قائم را تحمل نموده و مقاومت در برابر نیروهای جانبی نیز به وسیله دیوارهای باربر که به صورت دیوارهای برشی عمل می کنند و یا قابهای مهاربندی شده تأمین می شود.



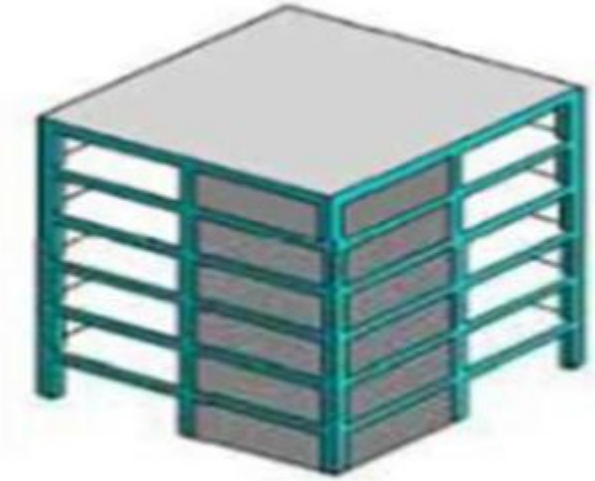
گروه بندی ساختمان ها برحسب سیستم سازه ای

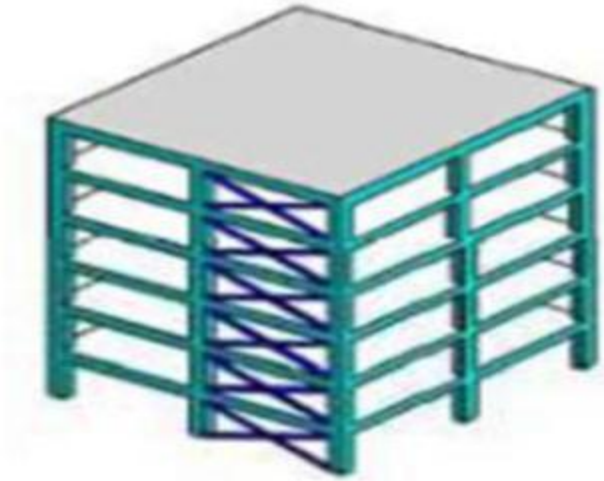
سیستم قاب ساختمانی ساده

نوعی سیستم سازه ای است که در آن بارهای قائم عمدتاً توسط قابهای ساختمانی با اتصالات ساده تحمل شده و مقاومت در برابر نیروهای جانبی توسط دیوارهای برشی یا قابهای مهاربندی شده تأمین می شود.

سیستم قابهای با اتصالات خرجینی (یا رکابی) همراه با مهاربندی های قائم نیز ازاین گروه اند.

در این سیستم، قابهای مهاربندی شده را میتوان به صورت هم محور یا برون محور به کار برد.

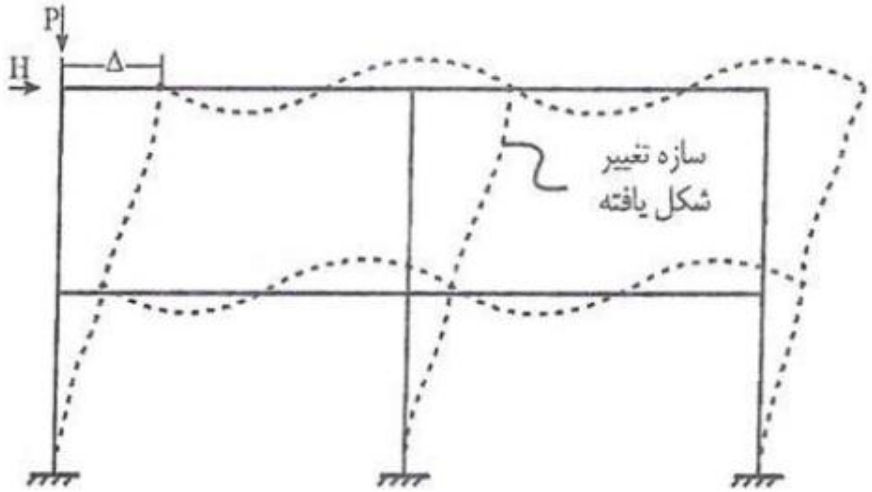




گروه بندی ساختمان ها برحسب سیستم سازه ای

سیستم قاب خمشی

نوعی سیستم سازه ای است که در آن بارهای قائم توسط قابهای ساختمانی تحمل شده و مقاومت در برابر نیروهای جانبی توسط قابهای خمشی تامین می گ ردد. سازه های با قابهای خمشی کامل، و سازه های با قابهای خمشی در پیرامون و یا در قسمتی از پلان و قابهای با اتصالات ساده در سایر قسمتهای پلان، از این گروه اند.



شکل ۱ـ۱: تغییر شکل قاب صلب خمشی

گروه بندی ساختمان ها برحسب سیستم سازه ای

مزایای سیستم قاب خمشی:

عدم تداخل در ملاحضات معماری مثل تعبیه بازشو

شکل پذیری مناسب

معایب سیستم قاب خمشی

افزایش وزن اسکلت و غیراقتصادی شدن طرح

اتصالات سنگین و پیچیده از نظر طرح و اجرا

تغییرمکانهای زیاد سازه در اثر سختی نسبتا کم این سیستم و نیاز به افزایش ابعاد تیرها و ستونها

گروه بندی ساختمان ها برحسب سیستم سازه ای

سیستم دوگانه یا ترکیبی

نوعی سیستم سازه ای است که در آن:

الف- بارهای قائم عمدتاً توسط قابهای ساختمانی تحمل می شوند.

ب- مقاومت در برابر بارهای جانبی توسط مجموعه ای از دیوارهای برشی یا قابهای مهاربندی شده همراه با مجموعه ای از قابهای خمشی صورت میگیرد. سهم برشگیری هر یک از دو مجموعه با توجه به سختی جانبی و اندرکنش آن دو، در تمام طبقات تعیین می شود.

پ- قابهای خمشی مستقلاً قادرند حداقل ۲۵ درصد نیروی جانبی وارد به ساختمان را تحمل کنند.

اصول مهندسی زلزله و باد

مدرس:
مهندس حامد ابراهیمی

محاسبه ساختمانها در برابر نیروی زلزله

ملاحظات کلی

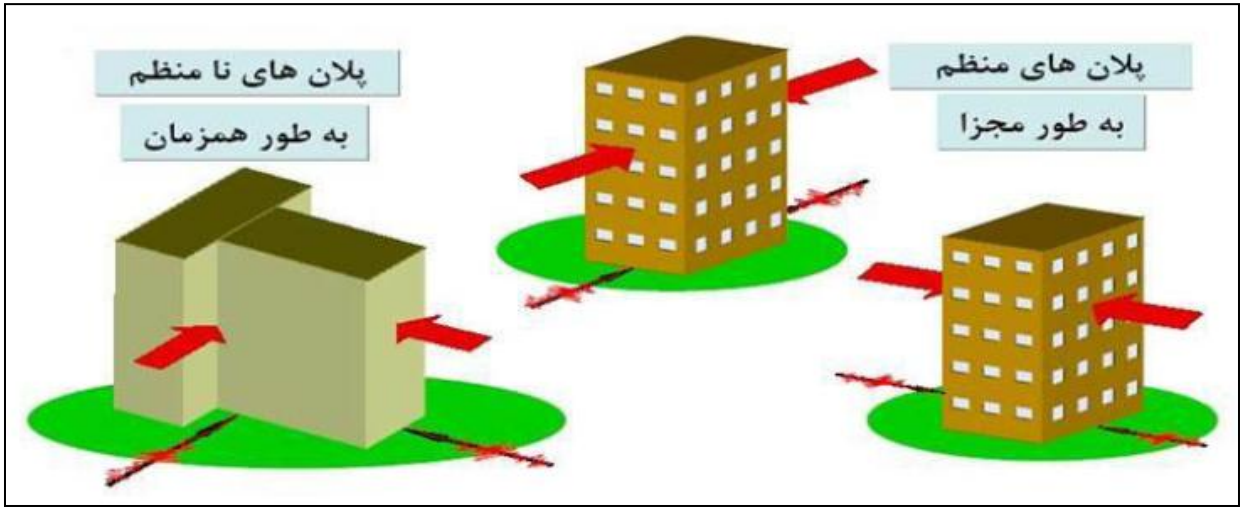
ساختمان باید در دو امتداد عمود بر هم در برابر نیروهای جانبی محاسبه شود. به طور کلی محاسبه در هر یک از این دو امتداد جز در موارد زیر به طور مجزا و بدون در نظر گرفتن نیروی زلزله در امتداد دیگر انجام می شود.

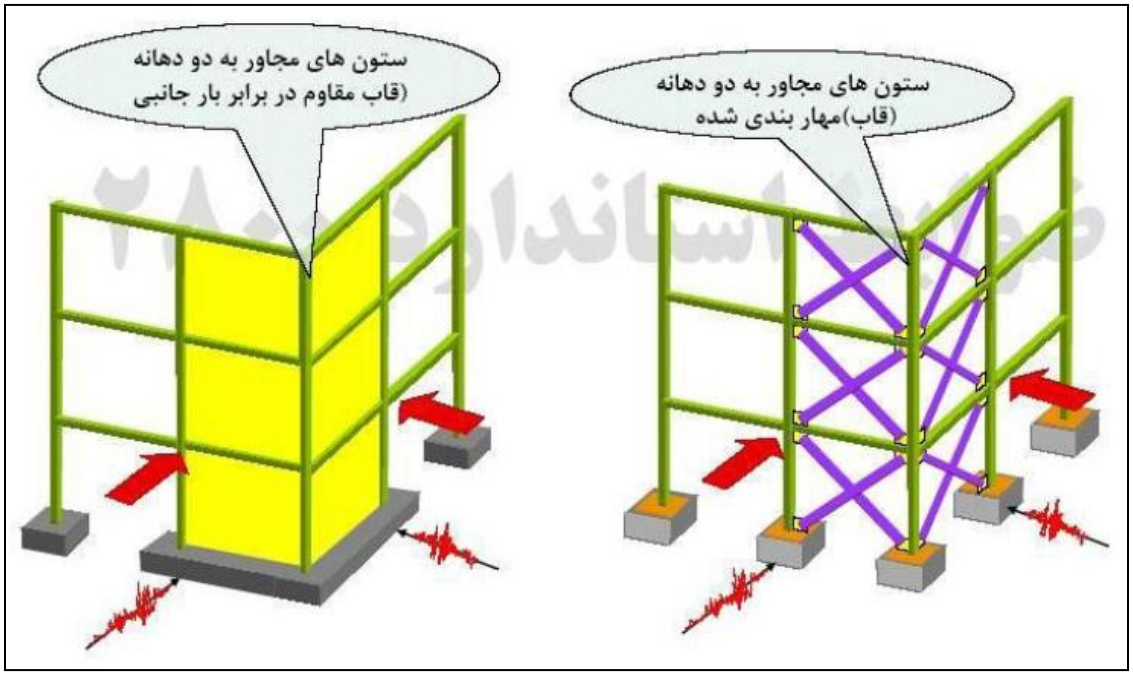
الف- ساختمانهای نامنظم در پلان

ب- کلیه ستونهایی که در محل تقاطع دو و یا چند سیستم مقاوم باربر جانبی قرار دارند.

در موارد الف و ب امتداد اعمال نیروی زلزله باید با زاویه مناسبی که حتی المقدور بیشترین اثر را ایجاد میکند، اعمال شود. برای منظور نمودن بیشترین اثر زلزله، میتوان صددرصد نیروی زلزله هر امتداد را با ۳۰ درصد نیروی زلزله در امتداد عمود بر آن ترکیب کرد. در طراحی اجزا، بحرانی ترین حالت ممکن از نظر علائم نیروهای داخلی حاصل از زلزله باید ملحوظ گردند.

ملاحظات کلی


پلان های نا منظم
به طور همزمان
پلان های منظم
به طور مجزا


ستون های مجاور به دو دهانه
(قاب مقاوم در برابر بار جانبی
ستون های مجاور به دو دهانه
(قاب)مهار بندی شده

نیروی جانبی ناشی از زلزله

روشهای مورد نظر آئین نامه برای محاسبه نیروی جانبی زلزله موثر بر سازه ساختمان:

- تحلیل استاتیکی معادل
- تحلیل دینامیکی
  - تحلیل طیفی
  - تحلیل تاریخچه زمانی

روش تحلیل استاتیکی معادل را تنها در موارد زیر میتوان به کار برد:

الف- ساختمانهای منظم با ارتفاع کمتر از ۵۰ متر از تراز پایه

ب- ساختمانهای نامنظم تا ۵ طبقه و یا با ارتفاع کمتر از ۱۸ متر از تراز پایه

تحلیل استاتیکی معادل

در این روش نیروی جانبی زلزله بر طبق ضوابط زیر تعیین شده و به صورت استاتیکی رفـت و برگشتی به سازه اعمال می شود.

نیروی برش پایه V:

حداقل نیروی برشی پایه یا مجموع نیروهای جانبی زلزله در هر یک از امتدادهای ساختمان با استفاده از رابطه زیر محاسبه می گردد:

$$V = CW$$

$$C = \frac{ABI}{R}$$

$$V_{min} = 0.1AIW$$

V: نیروی برشی در تراز پایه

C: ضریب زلزله

W: وزن ساختمان شامل کل بارمرده به اضافه درصدی از بار زنده

A: نسبت شتاب مبنای طرح (شتاب زلزله به شتاب ثقل g)

B: ضریب بازتاب ساختمان

I: ضریب رفتار ساختمان

تحلیل استاتیکی معادل

درصد میزان مشارکت بار زنده و بار برف در محاسبه نیروی جانبی زلزله

محل بار زنده	درصد میزان بار زنده
بامهای شیبدار با شیب ۲۰٪ و بیشتر	۰
بامهای مسطح یا با شیب کمتر از ۲۰٪	۲۰
ساختمانهای مسکونی، اداری، هتلها و پارکینگها	۲۰
بیمارستانها، مدارس، فروشگاهها و ساختمانهای محل اجتماع یا ازدحام	۴۰
انبارها و کتابخانهها	۶۰
مخازن آب و یا سایر مایعات و سیلوها	۱۰۰

نسبت شتاب مبنای طرح (A)

این کمیت به محل احداث ساختمان یا لرزه خیزی آن مربوط می شود و بیانگر حداکثر شتابی است که در هر منطقه برای بالاترین سطح زلزله احتمالی به وجود می آید و به صورت نسبتی از شتاب ثقل در نظر گرفته می شود. نسبت شتاب مبنای طرح در مناطق مختلف کشور، بر اساس میزان خطر لرزه خیزی آن ها، به شرح جدول زیر تعیین می شود:

منطقه	توصیف	نسبت شتاب مبنای طرح
۱	پهنه با خطر نسبی خیلی زیاد	۰/۳۵
۲	پهنه با خطر نسبی زیاد	۰/۳
۳	پهنه با خطر نسبی متوسط	۰/۲۵
۴	پهنه با خطر نسبی کم	۰/۲

ضریب بازتاب ساختمان (B)

ضریب بازتاب ساختمان بیانگر نحوه پاسخ ساختمان به حرکت زمین است. این ضریب دربرگیرنده اثر عواملی مانند زمان تناوب طبیعی ساختمان و خواص دینـامیکی زمـین (خاک) محل احداث ساختمان می باشد. از روی روابط زیر تعیین می شود.

محدوده زمان تناوب طبیعی ساختمان	مقدار ضریب بازتاب ساختمان
$0 \leq T \leq T_0$	$B = 1 + s\left(\frac{T_0}{T}\right)$
$T_0 \leq T \leq T_s$	$B = 1 + S$
$T \geq T_s$	$B = 1 + S\left(\frac{T_s}{T}\right)^{2/3}$

ضریب بازتاب ساختمان (B)

- **محاسبه زمان تناوب طبیعی ساختمان**

در قابهای فولادی: $T = 0.08H^{3/4}$

در قابهای بتنی: $T = 0.07H^{3/4}$

** چنانچه جداگرهای میانقابی مانعی برای حرکت قاب ها ایجاد نمایند، مقدار T برابر با ۸۰ درصد مقادیر عنوان شده در بالا در نظر گرفته می شود.

برای ساختمانهای با سایر سیستم ها، در تمام موارد وجود یا عدم وجود جداگرهای میانقابی:

$T = 0.05H^{3/4}$

** در روابط فوق H ارتفاع ساختمان بر حسب متر، از تراز پایه است و در محاسبه آن، ارتفاع خرپشته، در صورتی که وزن آن بی شتر از ۲۵ درصد وزن بام باشد، نیز باید منظور گردد.

** به جای استفاده از روابط تجر بی یاد شده می توان زمان تناوب اصلی نوسان ساختمان T را با استفاده از روش های تحلیلی محاسبه نمود ولی مقدار آن نباید از 1.25 برابر زمان تناوب به دست آمده از رابطه تجربی بیش تر اختیار شود.

ضریب بازتاب ساختمان (B)

- محاسبه پارامترهای T_0 و T_s

نوع زمین	T_0	T_s	خطر نسبی کم و متوسط	خطر نسبی زیاد و خیلی زیاد
			S	S
1	0.1	0.4	1.5	1.5
2	0.1	0.5	1.5	1.5
3	0.15	0.7	1.75	1.75
4	0.15	1	1.75	1.75

ضریب اهمیت ساختمان (I)

ضریب اهمیت ساختمان برای افزایش سطح عملکرد سازه می باشد، تا شرایط محافظه کارانه تری در نظر گرفته شود. این ضریب با توجه به طبقه بندی ساختمانها، به صورت زیر تعیین می گردد:

طبقه بندی ساختمان		ضریب اهمیت
گروه ۱	ساختمان با اهمیت خیلی زیاد	1.4
گروه ۲	ساختمان با اهمیت زیاد	1.2
گروه ۳	ساختمان با اهمیت متوسط	1
گروه ۴	ساختمان با اهمیت کم	0.8

تحلیل استاتیکی معادل

ضریب رفتار R

ضریب رفتار تخفیفی است که در نیروی زلزله داده می شود. این ضریب دربرگیرنده آثار عواملی از قبیل شکل پذیری، درجه نامعینی و اضافه مقاومت موجود در سازه است.

مقاومت واقعی یک ساختمان بزرگتر از مقاومت طرح آن است، به خصوص برای سیستم های با زمان تناوب کوچک. اضافه مقاومت ساختمان، می تواند به دلایل زیر باشد:

- اختلاف بین تنش مجاز و تنش تسلیم مصالح
- تاثیر بارهای ثقلی بر مقاومت اعضا
- اضافه ابعاد مقطع اعضا
- نامعینی سازه
- تاثیر اجزای غیر سازه ای در باربری سازه

** این ضریب با توجه به نوع سیستم باربر ساختمان، طبق جدول ۶ استاندارد ۲۸۰۰ ایران تعیین می شود.

*** در ساختمانهایی که از دو سیستم سازه ای مختلف برای تحمل بار جانبی، در دو امتداد در پلان استفاده شده باشد، برای هر سیستم باید ضریب رفتار مربوط به آن سیستم درنظر گرفته شود.

توزیع نیروی جانبی زلزله در ارتفاع ساختمان

نیروی برش پایه V مطابق رابطه زیر در ارتفاع ساختمان توزیع می شود:

$$F_i = (V - F_t)\frac{W_i h_i}{\sum_{j=1}^{n} W_j h_j}$$

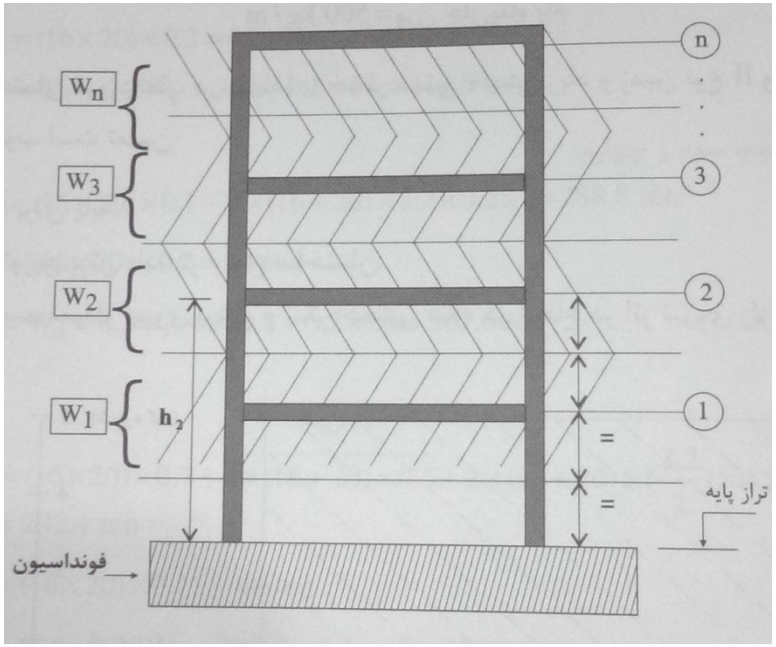
W_i: وزن طبقه i و نصف وزن دیوارها و ستونهایی که ، شامل وزن سقف و قسمتی از سربار آن در بالا و پایین سقف قرار دارند.

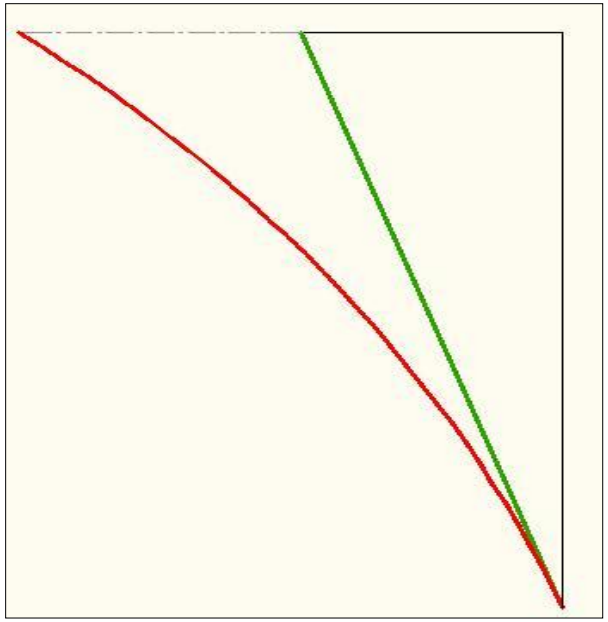
F_t : نیروی جانبی اضافی در تراز سقف طبقه آخر که برابر است با:

$$F_t = 0.07TV$$

- نیروی شلاقی نباید بیشتر از $0.25V$ در نظر گرفته شود.
- چنانچه $T \leq 0.7\ sec$، می توان نیروی شلاقی را برابر صفر اختیار نمود.

تحلیل استاتیکی معادل

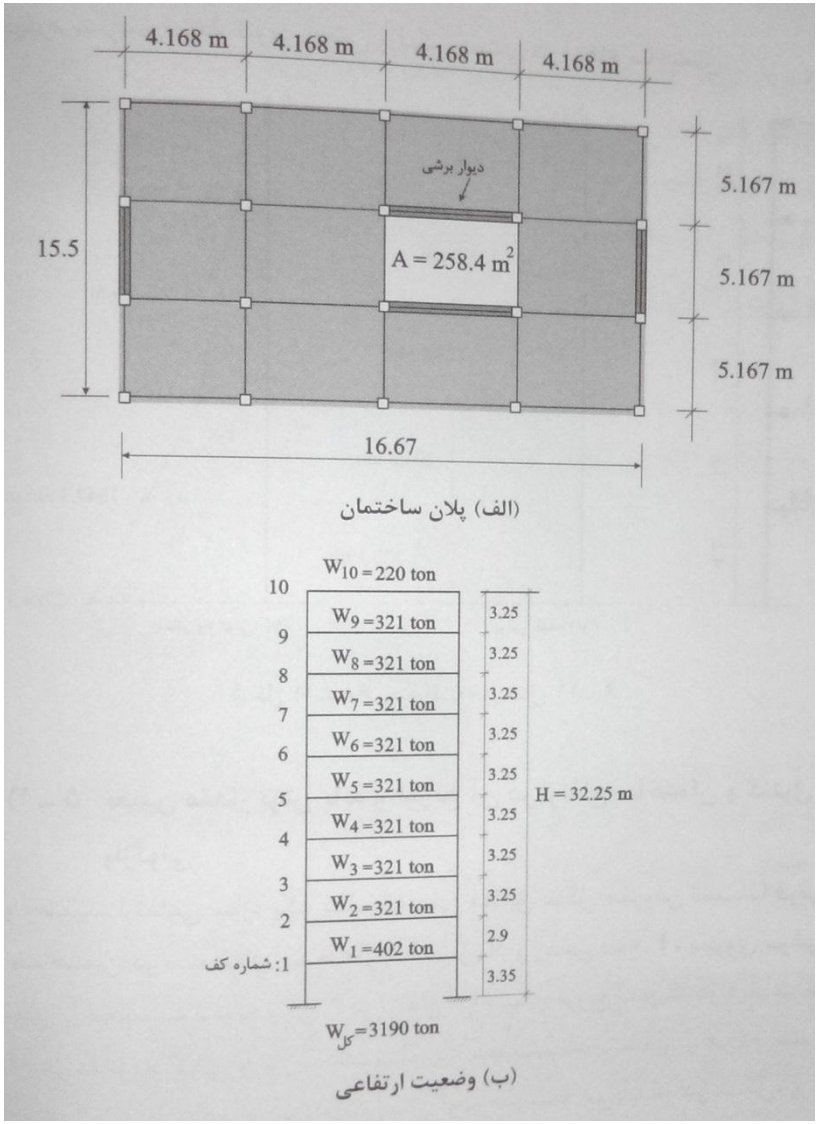




محاسبه ساختمان در برابر واژگونی

کل ساختمان باید از نظر واژگونی پایدار باشد. لنگر واژگونی ناشی از نیروهای جانبی زلزله در تراز شالوده برابر با مجموع حاصلضرب نیروی جانبی هر تراز در ارتفاع آن نسبت به تراز زیر شالوده ساختمان است. ضریب اطمینان در مقابل واژگونی (نسبت لنگر مقاوم به لنگر واژگونی)، باید حداقل برابر 1.75 اختیار شود. در محاسبه لنگر مقاوم، بار تعادل برابر بار قائمی است که برای تعیین نیروهای جانبی به کار رفته است. بر این بارها، وزن شالوده و خاک روی آن افزوده میگردد. در تراز زیر شالوده این لنگر نسبت به لبه بیرونی شالوده محاسبه میشود.

تحلیل استاتیکی معادل



مثال: پلان و وضعیت ارتفاعی ساختمانی یک کتابخانه ملی مفروض است. اگر ساختمان در رشت و زمین نوع ۱، واقع شده باشد، نیروی برش پایه را محاسبه نموده، در ارتفاع توزیع نموده و در نهایت ضریب اطمینان در برابر واژگونی را محاسبه کنید. سیستم ساختمان در هر دو امتداد، قاب خمشی بتنی متوسط به همراه دیوار برشی بتن آرمه متوسط می باشد.

تحلیل استاتیکی معادل

حل: گام اول: تعیین وزن کل ساختمان

$$W = 8 \times 321 + 220 + 402 = 3190\ ton$$

گام دوم: تعیین برش پایه:

$$\mathrm{V} = \mathrm{CW}, \qquad \mathrm{C} = \frac{\mathrm{ABI}}{\mathrm{R}}$$

رشت← منطقه با خطر نسبی زیاد ← A=0.3

کتابخانه ملی ← اهمیت زیاد ← I=1.2

سیستم دوگانه قاب خمشی متوسط و دیوار برشی بتنی متوسط ← R=8

محاسبه ضریب بازتاب B

زمین نوع یک ← $T_0 = 0.1, \quad T_s = 0.4, \quad S = 1.5$

$$\mathrm{T} = 0.05H^{3/4} = 0.05 \times 32.25^{3/4} = 0.667\ sec$$

$$T > T_s \rightarrow B = (S+1)\left(\frac{T_s}{T}\right)^{\frac{2}{3}} = (1+1.5)\left(\frac{0.4}{0.667}\right)^{\frac{2}{3}} = 1.76$$

$$\mathrm{C} = \frac{\mathrm{ABI}}{\mathrm{R}} = \frac{0.3 \times 1.76 \times 1.2}{8} = 0.079 \rightarrow V = CW = 0.079 \times 3190 = 252\ ton$$

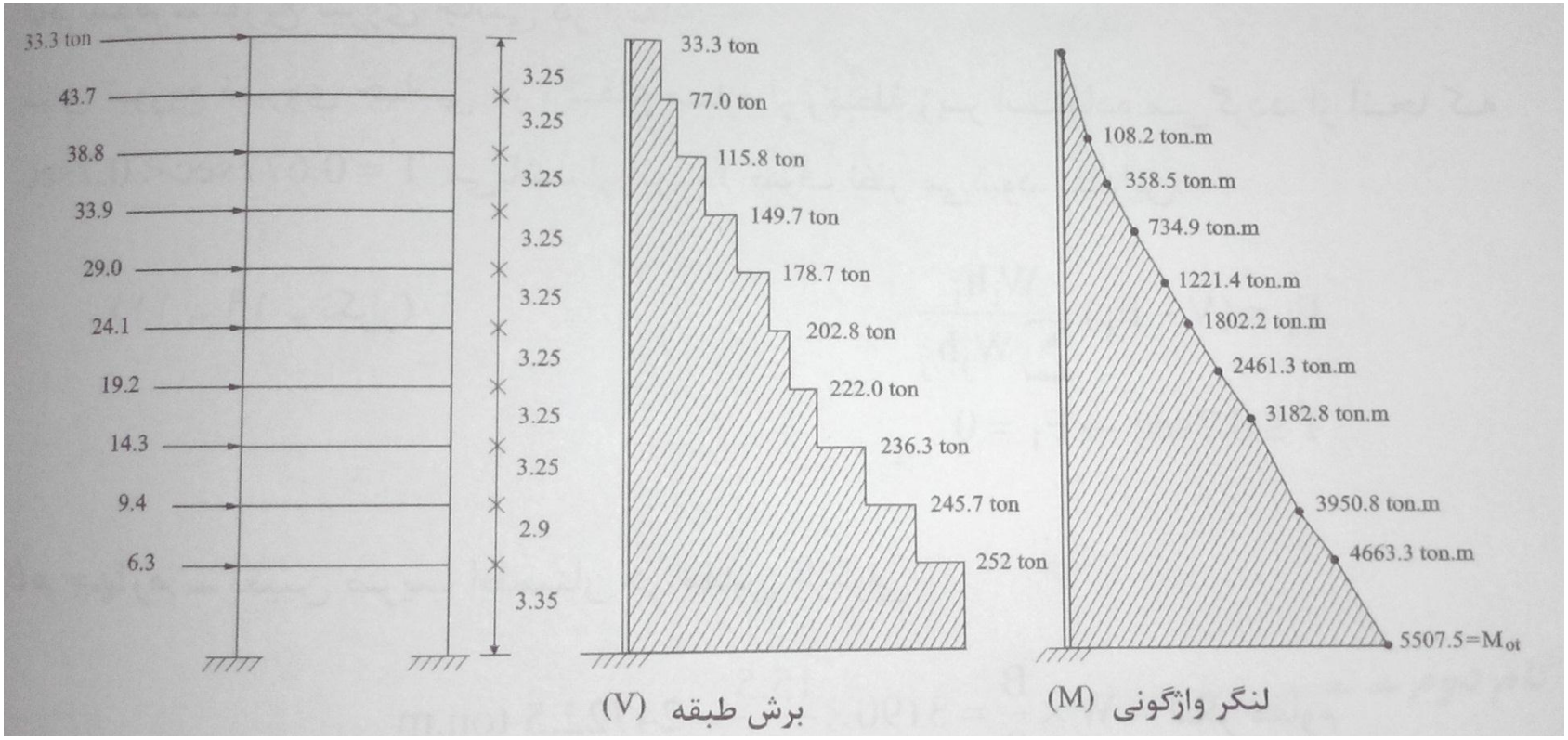
تحلیل استاتیکی معادل

گام سوم: توزیع نیروی جانبی در ارتفاع

$$T = 0.667 < 0.7 \rightarrow F_t = 0 \rightarrow F_i = (V - F_t)\frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i}$$

شماره کف	h(m)	W_i	$W_i h_i$	$\frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i}$	F_i	شماره طبقه	V_i	h	$V_i h_i$	M_i
10	32.25	220	7095	0.1321	33.29	10	33.29	3.25	108.20	108.20
9	29	321	9309	0.1733	43.68	9	76.98	3.25	250.17	358.37
8	25.75	321	8266	0.1539	38.79	8	115.76	3.25	376.23	734.60
7	22.5	321	7223	0.1345	33.89	7	149.65	3.25	486.38	1220.98
6	19.25	321	6179	0.1151	29.00	6	178.65	3.25	580.61	1801.60
5	16	321	5136	0.0956	24.10	5	202.75	3.25	658.94	2460.54
4	12.75	321	4093	0.0762	19.21	4	221.96	3.25	721.36	3181.90
3	9.5	321	3050	0.0568	14.31	3	236.27	3.25	767.87	3949.76
2	6.25	321	2006	0.0374	9.41	2	245.68	2.9	712.47	4662.23
1	3.35	402	1347	0.0251	6.32	1	252.00	3.35	844.20	5506.43
		$\sum$	53703	1	252					

تحلیل استاتیکی معادل



گام چهارم: تعیین ضریب اطمینان در مقابل واژگونی

$$\text{لنگر مقاوم} = W \times \frac{B}{2} = 3190 \times \frac{15.5}{2} = 24722.5 \text{ ton. m}$$

$$F.S = \frac{M_R}{M_{OT}} = \frac{24722.5}{5506.43} = 4.5 > 1.75$$

تحلیل استاتیکی معادل

مزایای روش استاتیکی معادل:

درک ساده این روش توسط مهندسین سازه

سرعت و سهولت در محاسبات و تحلیل و طراحی سازه

ایرادات روش استاتیکی معادل:

این روش فقط بر مبنای مود اول سازه را در نظر می گیرد.

شکل مود اول سازه را به صورت خطی فرض می کند.

تحلیل دینامیکی طیفی

روش گام به گام برای تحلیل دینامیکی طیفی به شرح زیر است:

1) ساخت مدل ریاضی مناسب سازه با توزیع مناسب جرم و سختی.

2) تعیین اشکال مودی و زمان تناوب های نظیر هر مود با استفاده از تحلیل مقادیر ویژه

3) محاسبه کمیت های زیر برای هر مود

ضریب مشارکت مودی	$\mathrm{L_m} = \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} m_i \varphi_i$
جرم مودی	$\mathrm{M_m} = \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} m_i (\varphi_i)^2$
جرم موثر مودی	$M_{e\mathrm{m}} = \frac{(\mathrm{L_m})^2}{\mathrm{M_m}}$

تحلیل دینامیکی طیفی

۴) **تعیین تعداد مودهای نوسان:** طبق دستورالعمل استاندارد ۲۸۰۰، در هریک از دو امتداد متعامد ساختمان لازم است، حداقل سه مود اول نوسان، یا تمام مودهای نوسان با زمان تناوب بیش از 0.4sec و یا کلیه مودهای نوسان که مجموع جرمهای موثر آنها بیش از 90 درصد جرم کل سازه باشد، هرکدام که تعدادشان بیشتر است، در نظر گرفته شود. جرم موثر مودی در جدول قبل معرفی شده است.

۵) تعیین شتاب طیفی و ضریب طرح زلزله برای هرمود

$$C_m = \frac{AB_m I}{R}$$

۶) تعیین برش پایه هر مود و ترکیب اثر مودها با استفاده از روش جذر مجموع مربعات

$$V_m = C_m W_{em} = C_m M_{em} g \rightarrow V_T = \sqrt{(V_1)^2 + k(V_2)^2 + \cdots + (V_m)^2}$$

۷) توزیع برش هر مود در ارتفاع سازه

$$F_{im} = \frac{W_i \emptyset_{im}}{\sum W_i \emptyset_{im}} V_m$$

تحلیل دینامیکی طیفی

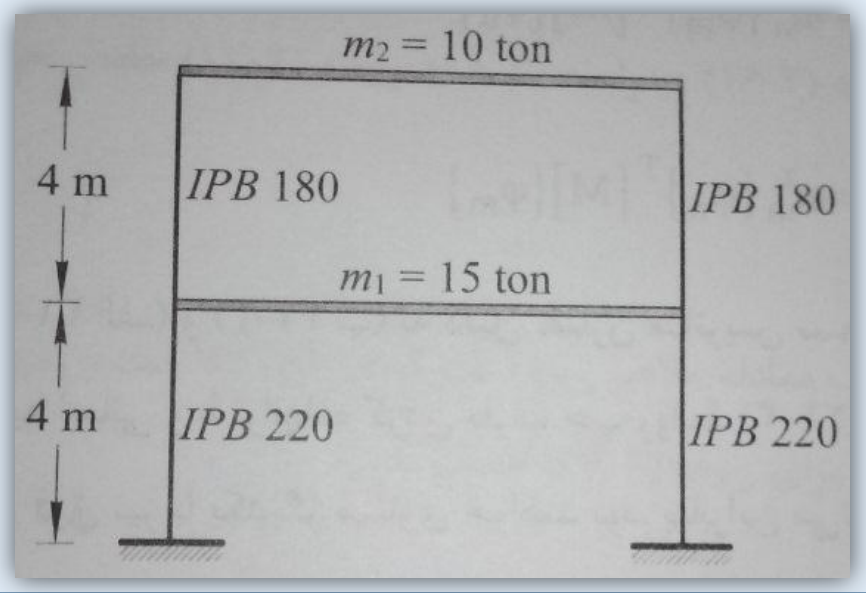
۸) محاسبه تغییرمکان طبقات (درجات آزادی) به ازای هر مود:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \qquad u = \frac{\ddot{u}}{\omega^2} \rightarrow \{u_m\} = \{\varphi_n\}\frac{L_m}{M_m}.\frac{(T_n)^2}{4\pi^2}gC_m$$

مثال: قاب ساختمانی زیر را در نظر بگیرید. فرض کنید جان ستونها در صفحه قاب قرار دارد، در صورتی که قاب از نوع خمشی متوسط و زمین از نوع Iو در منطقه با لرزه خیزی متوسط و ساختمان با اهمیت متوسط باشد، مطلوب است:

۱- حداکثر تغییرمکان طبقات در اثر زلزله طرح استاندارد ۲۸۰۰

۲- نیروی جانبی هر طبقه در اثر زلزله طرح استاندارد ۲۸۰۰



تحلیل دینامیکی طیفی

حل: سختی نسبی طبقات اول و دوم به شرح زیر است:

$$K_1 = 2 \times \frac{12EI}{h^3} = \frac{2 \times 12 \times 2.1 \times 10^6 \times 8090}{400^3} = 6370 \frac{kg}{cm}$$

$$K_2 = 2 \times \frac{12EI}{h^3} = \frac{2 \times 12 \times 2.1 \times 10^6 \times 3830}{400^3} = 3016 \frac{kg}{cm}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_1 \\ -K_1 & K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9386 & -3016 \\ -3016 & 3016 \end{bmatrix}$$

$$|K - \omega^2 m| = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} 9386 - 15\omega^2 & -3016 \\ -3016 & 3016 - 10\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(9386 - 15\omega^2)(3016 - 10\omega^2) - 3016^2 = 0 \rightarrow \omega_1 = 13, \qquad \omega_2 = 27.54$$

$$\mathrm{T} = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow T_1 = 0.483sec, \qquad T_2 = 0.228sec$$

تحلیل دینامیکی طیفی

برای تعیین مودهای ارتعاشی میتوان نوشت: مود اول

$$\begin{bmatrix} 9386 - 15 \times 13^2 & -3016 \\ -3016 & 3016 - 10 \times 13^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{21} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

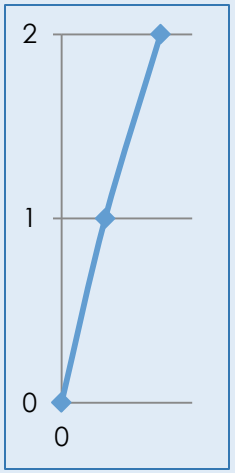
$$6851\varphi_{11} - 3016\varphi_{21} = 0 \rightarrow \varphi_{11} = 1 \rightarrow \varphi_{21} = 2.272$$

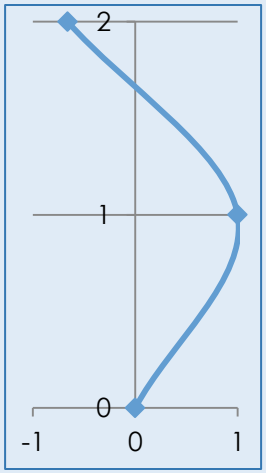
مود دوم:

$$\begin{bmatrix} 9386 - 15 \times 27.54^2 & -3016 \\ -3016 & 3016 - 10 \times 27.54^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_{12} \\ \varphi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$-1990.77\varphi_{21} - 3016\varphi_{22} = 0 \rightarrow \varphi_{12} = 1 \rightarrow \varphi_{22} = -0.66$$

$$\varphi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2.272 & -0.66 \end{bmatrix}$$





تحلیل دینامیکی طیفی

جرم مودی :

$$M_1 = \sum_{i=1}^{n} m_i(\varphi_{i1})^2 = 15 \times 1^2 + 10 \times 2.272^2 = 66.6\ ton$$

$$M_2 = \sum_{i=1}^{n} m_i(\varphi_{i2})^2 = 15 \times 1^2 + 10 \times (-0.66)^2 = 19.4\ ton$$

ضرایب مشارکت مودی:

$$L_1 = \sum_{i=1}^{n} m_i\varphi_{i1} = 15 \times 1 + 10 \times 2.272 = 37.72\ ton$$

$$L_2 = \sum_{i=1}^{n} m_i\varphi_{i2} = 15 \times 1 + 10 \times (-0.66) = 8.4\ ton$$

$$\frac{L_1}{M_1} + \frac{L_2}{M_2} = \frac{37.72}{66.6} + \frac{8.4}{19.4} = 0.57 + 0.43 = 1 \rightarrow OK$$

جرم موثر مودی:

$$M_{e1} = \frac{(L_1)^2}{M_2} = \frac{37.72^2}{66.6} = 21.36\ ton$$

$$M_{e2} = \frac{(L_2)^2}{M_2} = \frac{8.4^2}{19.4} = 3.64\ ton$$

تحلیل دینامیکی طیفی

محاسبه ضریب برش پایه برای هر مود:

$$T_1 = 0.483\ \text{sec} \rightarrow B_1 = 2.125 \rightarrow C_1 = \frac{0.25 \times 2.125 \times 1}{7} = 0.076$$

$$T_2 = 0.228\ \text{sec} \rightarrow B_2 = 2.5 \rightarrow C_2 = \frac{0.25 \times 2.5 \times 1}{7} = 0.089$$

محاسبه برش پایه مود اول:

$$V_1 = C_1 W_{e1} = C_1 g M_{e1} = 0.076 \times 10 \times 21.36 = 16.23\text{KN}$$

محاسبه برش پایه مود دوم:

$$V_2 = C_2 W_{e2} = C_2 g M_{e2} = 0.089 \times 10 \times 3.64 = 3.24\text{KN}$$

محاسبه برش پایه کل:

$$V = \sqrt{16.23^2 + 3.24^2} = 16.55\text{KN}$$

تحلیل دینامیکی طیفی

توزیع برش پایه در طبقات:

$$F_{im} = \frac{W_i \emptyset_{im}}{\sum W_i \emptyset_{im}} V_m$$

توزیع برش پایه مود اول در طبقات:

$$F_1 = \frac{15 \times 1}{15 \times 1 + 10 \times 2.272} \times 16.23 = 6.45 \text{ KN}$$

$$F_2 = \frac{10 \times 2.272}{15 \times 1 + 10 \times 2.272} \times 16.23 = 9.78 \text{ KN}$$

توزیع برش پایه مود دوم در طبقات:

$$F_1 = \frac{15 \times 1}{15 \times 1 + 10 \times (-0.66)} \times 3.24 = 5.78 \text{ KN}$$

$$F_2 = \frac{10 \times (-0.66)}{15 \times 1 + 10 \times (-0.66)} \times 3.24 = -2.54 \text{ KN}$$

نیروی وارد بر طبقه اول:

$$F_1 = \sqrt{6.45^2 + 5.78^2} = 8.66\ KN$$

نیروی وارد بر طبقه دوم:

$$F_2 = \sqrt{9.78^2 + 2.54^2} = 10.10\ KN$$

تحلیل دینامیکی طیفی

با فرض $g = 1000 \frac{cm}{sec^2}$، بردار تغییرمکان سازه برای مودهای اول و دوم برابر است با:

$$\{u_1\} = \{\varphi_1\} \frac{L_1}{M_1} . \frac{(T_1)^2}{4\pi^2} g C_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2.272 \end{Bmatrix} \frac{37.72}{66.6} \times \frac{0.483^2}{4\pi^2} \times 0.076 \times 1000$$

$$= \begin{Bmatrix} 0.254 \\ 0.578 \end{Bmatrix} cm$$

$$\{u_2\} = \{\varphi_2\} \frac{L_2}{M_2} . \frac{(T_2)^2}{4\pi^2} g C_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.66 \end{Bmatrix} \frac{8.4}{19.4} \times \frac{0.228^2}{4\pi^2} \times 0.089 \times 1000$$

$$= \begin{Bmatrix} 0.051 \\ -0.033 \end{Bmatrix} cm$$

تغییر مکان حداکثر طبقه اول $= \sqrt{0.254^2 + 0.051^2} = 0.259 cm$

تغییر مکان حداکثر طبقه اول $= \sqrt{0.051 + 0.033^2} = 0.579 cm$