



## پاسخنامه تشریحی مرحله اول نهمین دوره المپیاد نجوم و اختر فیزیک سال ۱۳۹۱

کد دفترچه : ۱

| تعداد سوالات | مدت آزمون (دقیقه) |
|--------------|-------------------|
| ۳۵           | ۱۸۰               |

### توضیحات مهم

۱- این پاسخ ها به هیچ وجه جواب های قطعی نمی باشد و فقط پاسخ های پیشنهادی نویسندگان است .

۲- نویسندگان :

\* محمد جواد شریعت زاده (دارنده مدال طلای المپیاد کشوری و مدال نقره المپیاد جهانی)

\* عرفان بیات (دارنده مدال طلای المپیاد کشوری و مدال برنز المپیاد جهانی)

\* فرزاد فتحی (دارنده مدال طلای المپیاد کشوری و مدال نقره المپیاد جهانی)

۳- این پاسخنامه برای استفاده دانش پژوهان سراسر کشور و به منظور آموزش نکات و روش های حل مسئله تدوین شده است و استفاده و تکثیر آن بلامانع می باشد .

۴- نظرات ، انتقادات و پیشنهادات و یا سوالات خود را می توانید در بخش پرسش و پاسخ تالار المپیاد نجوم با ما در ارتباط بگذارید .

\*سوال ۱: گزینه ی ۳

در نوردهی از آسمان برای گرفتن تصویر برخی از ستاره های درخشان که باعث پر شدن پیکسل ها(که به این پیکسل ها hot pixel گویند) در عکس ها و در نتیجه پر شدن پیکسل های کناری می شوند و باعث می شود این ستاره ها درشت تر دیده شوند. به همین دلیل در عکس هایی که در خارج جو هم گرفته می شوند ستاره ها نقطه ای دیده نمیشوند.

\*سوال ۲: گزینه ی ۲

با استفاده از رابطه ی اثر دوپلر میتوان  $\Delta\lambda$  یا همان میزان پهن شدگی طیف را بدست آورد

$$\lambda_0 = 600\text{nm}$$

$$v = 200 \text{ km/s}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$$

$$\Delta\lambda = \frac{600 * 10^{-9} * 200}{3 * 10^5}$$

$$\Delta\lambda = 4 * 10^{-10} \text{m} = 4 \text{ انگستروم}$$

توجه داشته باشید که سوال میزان پهن شدگی ناشی از خروج جرم را می خواهد که به صورت شعاعی است . اگر منظور سوال پهن شدگی ناشی از چرخش ستاره بود ، جواب دو برابر مقدار بدست آمده می شد.

\*سوال ۳: گزینه ۱

میدان دید تلسکوپ در حین تعقیب جسم مورد نظر تغییری نمی کند.

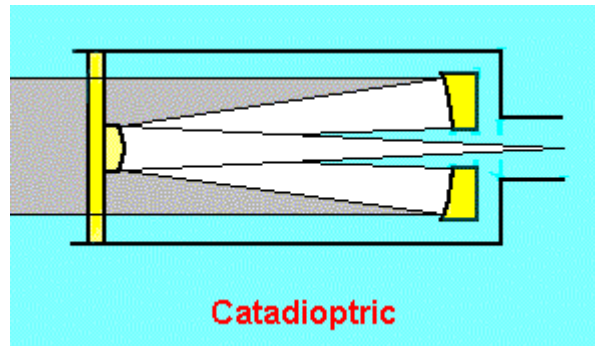
\*سوال ۴: گزینه ی ۴

در تلسکوپ از آینه استفاده شده پس گزینه ۲ اشتباه است و شکستی نمیتواند باشد.

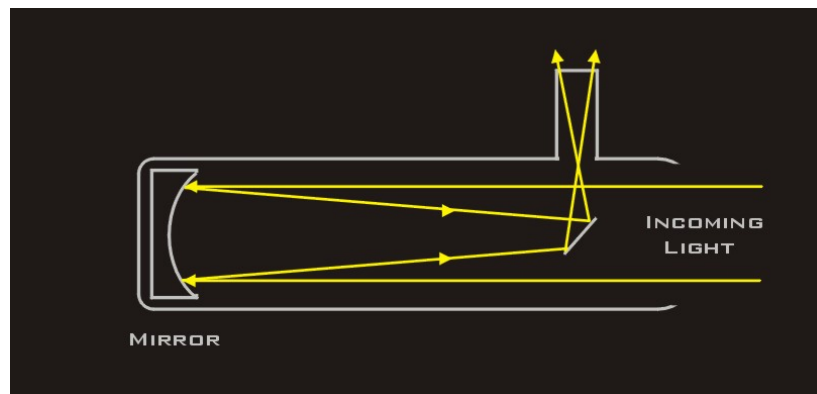
تصویر تلسکوپ های اشمیت کاسگرین و نیوتونی نیز در تصاویر زیر آمده و متفاوت از شکل سوال است پس

جواب تلسکوپ کاسگرین است

تلسکوپ اشمیت-کاسگرین



تلسکوپ نیوتونی



\*سوال ۵ : گزینه ی ۲

فعالیت های خورشیدی یعنی گزینه ی ۱-۲ باعث یونیدگی ذرات این ناحیه شده که توسط آنتن قابل تشخیص است. همچنین برخورد شهاب سنگ ها و آتش گرفتن آن ها در جو نیز باعث تغییر درصد یونیدگی میشوند و مهمترین نکته این است که در سوال اشاره شده امواج با فرکانس های پایین توسط این ناحیه بازتاب میشوند پس آنتن , چشمه های رادیویی آسمان در فرکانس های پایین را نمیتواند دریافت کند.

\*سوال ۶ : گزینه ی ۲

با استفاده از نمودار درخشندگی این ستاره بدست میاید و با داشتن فاصله ی آن و مقایسه با خورشید میتوان قدر ظاهری آن را بدست آورد.

$$m - m_{\text{sun}} = -2.5 \log \left( \frac{L}{4\pi d^2 b_{\text{sun}}} \right)$$

$$m_{\text{sun}} = -26.7$$

$$L = 5 * 10^4 L_{\text{sun}} \text{ نمودار}$$

$$d = 770 * 1000 * 206265 * 1.5 * 10^{11} \text{m}$$

$$m = 17.46$$

\*سوال ۷: گزینه ۴

فاصله ی دو ستاره ی دبه و مراق تقریبا ۵ درجه است پس با یک نسبت تناسب ساده متوجه میشویم که قطر تصویر حدود ۳۳ درجه است

پس از رابطه ی عرق چین داریم

$$2\pi(1 - \cos\theta)$$

این قدر برابر زاویه فضایی تصویر بر حسب استرادیان است

$$2\pi(1 - \cos (33/2)) = 0.082\pi$$

که گزینه ی ۴ نزدیک ترین گزینه به جواب است.

\*سوال ۸: گزینه ی ۳

فقط لازم داریم تا داده ها را در رابطه بگذاریم

$$r = \frac{E}{qBc}$$

$$q = 56e = 56 * 1.6 * 10^{-19}$$

$$B = 10^{-10} \text{T}$$

$$r = 150 * 206265 * 1.5 * 10^{11} \text{m}$$

$$E = 7.8 * 10^{18} \text{ev}$$

\*سوال ۹: گزینه ۱

ابتدا باید ببینیم این ۳۰ ثانیه معادل چند درجه برای چشم است

$$\frac{30}{86164} = \frac{\theta}{360}$$

$$\theta = 0.125342^\circ$$

اگر تتا بیشتر از این شود چشم رد را تشخیص میدهد

$$\theta = \theta_1 \cos \delta_1$$

$$\delta_1 = 30 \quad \delta_2 = 45 \quad \delta_3 = 60$$

$$\theta_1 = 0.14473 \quad \theta_2 = 0.17726 \quad \theta_3 = 0.250684$$

$$t_1 = 35s \quad t_2 = 42s \quad t_3 = 60s$$

\*سوال ۱۰: گزینه ی ۳

از رابطه ی بزرگنمایی میدانیم بزرگنمایی برابر فاصله کانونی شیئی تقسیم بر فاصله کانونی چشمی که جواب ۴۰ سانتی متر خواهد بود

$$m = \frac{f_{sheyE}}{f_{cheshmi}}$$

\*سوال ۱۱: گزینه ۴

با نوشتن رابطه ی کسینوس ها در مثلث کروی که در سوال کشیده شده خواهیم داشت:

$$\sin \delta = \cos(90 - \varphi) \cos(90 - a) + \sin(90 - \varphi) \sin(90 - a) \cos(360 - A)$$

$$\Rightarrow \delta = -4.3^\circ$$

\*سوال ۱۲: گزینه ی ۳

$$K=2.73 \text{ k}$$

دمای تابش زمینه

طبق قانون وین داریم:

$$\lambda_{MAX} * T = 0.0029$$

$$\lambda = 1.06 * 10^{-3}m$$

که گزینه ی ۳ نزدیکترین جواب است.

\*سوال ۱۳: گزینه ۲

\*سوال ۱۴: گزینه ۴

جزر و مد به موقعیت ماه و خورشید نسبت به زمین بستگی دارد. برای مثال هنگامی که ماه نو باشد مقدار جزر و مد بیشینه است. همچنین به عرض جغرافیایی ناظر نیز وابسته است، مثلاً اگر ماه و خورشید را هم صفحه با استوای زمین در نظر بگیریم، مقدار کشیده شده آبها در استوا بیشینه و در قطب ها کمینه است. همچنین باید توجه داشت که آب دریاچه ها به دلیل محدودیت در اثر جزر و مد نسبت به آبهای آزاد تغییرات بسیار کمتری دارد.

\*سوال ۱۵: گزینه ۴

می‌دانیم زمانی که تابع پتانسیل فقط شامل  $\Gamma$  است رابطه بین نیرو و پتانسیل را می‌توان با معادله ساده زیر بیان کرد:

$$F = -m \frac{d\phi}{dr}$$

که در این رابطه  $m$  جرم جسم متحرک است که به دور جسم جاذب حرکت می‌کند و به سمت آن جذب می‌شود. با استفاده از رابطه بالا نیرو را می‌توان محاسبه کرد:

$$F = -m \frac{d}{dr} (\sqrt{GM_s A_s}) \ln r = -\frac{m \sqrt{GM_s A_s}}{r}$$

حال با محاسبه‌ی نیرو با استفاده از معادله دوم نیوتون می‌توانیم نیرو را به سرعت مداری مرتبط کنیم و سرعت را محاسبه کنیم:

$$\begin{aligned} F &= -m \frac{v^2}{r} \\ -m \frac{\sqrt{GM_s A_s}}{r} &= -m \frac{v^2}{r} \\ v^2 &= \sqrt{GM_s A_s} \end{aligned}$$

از معادله بدست آمده می‌توان نتیجه گرفت که سرعت هیچ رابطه‌ای با جرم سیاره و فاصله‌ی آن تا مرکز نیرو ندارد (چنین پتانسیلی در مدل‌های مطرح شده برای کهکشان‌ها دیده می‌شود).

$$v = (6.67 \times 10^{-11} \times 1.99 \times 10^{30} \times 10^{-5})^{\frac{1}{4}} = 6.036 \times 10^3 \frac{m}{s}$$

$$v = 6 \frac{km}{s}$$

\*سوال ۱۶: گزینه ۲

برای تعیین سرعت فرار باید به معادله انرژی مدار مراجعه کنیم. برای فرار کافی است ستاره بتواند تا بینهایت به حرکت خود ادامه دهد در این صورت سرعتی که ستاره برای انجام این عمل نیاز دارد را سرعت فرار می‌گوییم.

$$E = -\frac{GMm}{r} + \frac{mv^2}{2}$$

چون در این مسئله دو جرم جاذب داریم قسمت پتانسیل شامل دو جمله است که به ترتیب برای کهکشان ۱ و ۲ هستند:

$$E = -\frac{GM_1m}{r} - \frac{GM_2m}{d-r} + \frac{mv^2}{2}$$

در این معادله  $d$  فاصله دو کهکشان از یکدیگر  $r$  فاصله ستاره از کهکشان ۱ است.

برای فرار ستاره کفایت این انرژی را مساوی صفر قرار دهیم و معادله را بر حسب سرعت حل کنیم، برای مینیمم کردن سرعت فرار از سرعت نسبت به  $r$  مشتق بگیریم و مساوی صفر قرار دهیم. توجه کنید که جرم کهکشان ۲، ۲ برابر کهکشان ۱ است، برای سادگی معادلات جرم کهکشان ۲ را با ۲ برابر جرم کهکشان ۱ جایگزین می‌کنیم:

$$v_{es}^2 = 2G \left( \frac{M_1}{r} + \frac{M_2}{d-r} \right) = 2GM_1 \left( \frac{1}{r} + \frac{2}{d-r} \right)$$

$$\frac{d}{dr}(v_{es}^2) = 2GM_1 \left( -\frac{1}{r^2} + \frac{2}{(d-r)^2} \right) = 0$$

$$2r^2 - (d-r)^2 = r^2 + 2rd - d^2 = 0$$

حل معادله درجه بالا فاصله‌ای از جرم اول را میدهد که در آن فاصله سرعت فرار کمینه خود را دارد با توجه به این مطلب که تنها یکی از جواب‌ها مثبت است و فاصله هیچگاه منفی نمی‌تواند باشد می‌توان نتیجه گرفت که  $r$  بدست آمده سرعت فرار را مینیمم میکند و مقدار ماکزیمم سرعت را نمی‌دهد:

$$r = d(-1 + \sqrt{2})$$

کافی است این مقدار را در معادله سرعت فرار قرار دهیم:

$$v_{es} = \left[ 2GM_1 \left( \frac{1}{d(-1 + \sqrt{2})} + \frac{2}{d(2 - \sqrt{2})} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$v_{es} = 22.38 \frac{km}{s}$$

نور ستارگان نزدیک خورشید برای رسیدن و آشکار شدن توسط تلسکوپ‌ها می‌بایست از ابرهای گازی عبور کند که این ابرها مقداری از نور را جذب می‌کنند، از طرفی نور قرمز توسط ستارگانی با دما کم تولید می‌شود که اکثراً کوچک هستند و درخشندگی کمی دارند. ستارگانی که نور قرمز ساطع می‌کنند و اغلب قابل رویت هستند غول‌های سرخ هستند که به واسطه شعاع زیاد خود درخشندگی قابل ملاحظه‌ای دارند که موجب آشکار شدن این دسته می‌شود.

\*سوال ۱۸ : گزینه ۲

کمترین اختلاف بین قدر بولومتریک و قدر مرئی برای ستارگانی بدست می‌آید که ماکزیمم انرژی خود را در طول موج مرئی ساطع می‌کنند. در این صورت کسری از انرژی که در طول موج‌های دیگر تابش می‌شود کاهش می‌یابد و اختلاف قدر بولومتریک و مرئی به مینیمم خود نزدیک می‌شود. از قانون جابه‌جایی وین می‌توان دمایی را محاسبه کرد که ستاره در این دما بیشترین تابش خود را در طول موج مرئی ساطع می‌کند (طول موج مرئی را ۵۵۰ نانومتر در نظر می‌گیریم).

$$T = \frac{0.0029}{\lambda} = \frac{0.0029}{550 \times 10^{-9}} = 5272.7K$$

این دما در بین دمای ستارگان دمایی متوسط به حساب می‌آید.

\*سوال ۱۹ : گزینه ۲

در کهکشان‌های بیضوی تقریباً گاز خنثی وجود ندارد، در حالی که در کهکشان‌های مارپیچ و نامنظم کسری از جرم را گاز تشکیل می‌دهد و در کهکشان‌های نامنظم گاز خنثی بیشتری مشاهده می‌کنیم.

کهکشان‌های نامنظم و مارپیچ شامل تعداد زیادی ستارگان جوان و پر جرم هستند که به دلیل دمای زیاد خود نور آبی زیادی را تابش می‌کنند به همین دلیل است که هرچه از چپ به راست نمودار هابل حرکت می‌کنیم شاخص رنگ کاهش می‌یابد (یعنی نور کهکشان به آبی می‌گراید)

کهکشان‌های مارپیچ و نامنظم کهکشان‌هایی فعال شامل مقدار زیادی گاز هستند که شرایط را برای تشکیل ستاره‌های جدید فراهم می‌کنند در حالی که در کهکشان‌های بیضوی گاز بسیار کمی برای تشکیل ستاره جدید موجود است و اکثر ستاره‌ها پیر هستند (در اصطلاح گفته می‌شود ستاره زایی در این نوع کهکشان‌ها کند است) در حالی که در گزینه ۲ خلاف این مطلب آمده است.

جرم کهکشان‌های بیضوی بسیار متغیر است و تابعی از نوع آن است. بطور مثال جرم یک کهکشان بیضوی بزرگ (غول) از جرم و اندازه یک کهکشان مارپیچ بیشتر است در حالی که برای یک کهکشان بیضوی کوتوله جرم حتی از جرم یک کهکشان نامنظم هم کمتر است. اما همواره می‌توان رابطه‌ای بین اندازه و جرم یک کهکشان یافت اما در این سوال به نظر می‌رسد گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح باشد.



\*سوال ۲۰ : گزینه ۳

طبق متن سوال برخورد قوی زمانی رخ می‌دهد که انرژی پتانسیل دو ستاره برابر با انرژی جنبشی آنها شود:

$$\frac{GM^2}{r} = \frac{Mv^2}{2} + \frac{Mv^2}{2}$$

$$r = \frac{GM}{v^2}$$

فاصله بدست آمده از معادله بالا، فاصله‌ی برخورد قوی را نشان می‌دهد یعنی اگر ستاره از فاصله‌ای کمتر از این مقدار از کنار یکدیگر عبور کنند برخورد قوی روی می‌دهد. حال باید مدت زمانی را محاسبه کنیم که ستاره باید در بین ستاره‌ها حرکت کند تا از نزدیکی ستاره‌ای دیگر عبور کند فاصله‌ی مورد نظر برای برخورد را از معادله بالا جایگزین می‌کنیم: طول پویش آزاد میانگین را طولی تعریف می‌کنیم که ستاره باید آن را طی کند تا به ستاره‌ای برخورد کند. این طول از رابطه زیر

سطح مقطع برخورد است که شعاع متناظر با سطح مقطع را در قسمت قبل بدست  $\sigma$  بدست می‌آید. در این رابطه  $n$  چگالی عددی و

آوردیم:

$$l = \frac{1}{n\sigma}$$

$$\sigma = \pi r^2$$

برای بدست آوردن زمان کفایت این طول را بر سرعت ستاره تقسیم کنیم:

$$t = \frac{l}{v} = \frac{v^3}{G^2 M^2 n \pi}$$

$$t = \frac{(10000)^3 \times (3.09 \times 10^{16})^3}{(6.67 \times 10^{-11} \times 1.99 \times 10^{30})^2 \pi \times 1000}$$

$$t = 4 \text{Gyear}$$

\*سوال ۲۱ : گزینه ۳

از قانون جهانی گرانش کمک می‌گیریم، نیروی گرانش خورشید بر ماه برابر است با:

$$F_S = \frac{GM_S m_m}{r_E^2}$$

$r_E$  در این معادله فاصله ماه تا زمین است. فاصله زمین تا خورشید است. نیروی زمین به ماه:

$$F_E = \frac{GM_E m_m}{r_m^2}$$

حال نسبت این دو را محاسبه می کنیم:  $r_m$  در این رابطه

$$\frac{F_S}{F_E} = \left( \frac{M_S}{M_E} \right) \left( \frac{r_m}{r_E} \right)^2 = \left( \frac{1.99 \times 10^{30}}{5.97 \times 10^{24}} \right) \left( \frac{3.83 \times 10^8}{1.5 \times 10^{11}} \right)^2 = 2.1$$

\*سوال ۲۲ : گزینه ۳

اگر شیب نمودار جرم درخشندگی را  $a$  و شیب نمودار جرم شعاع را  $b$  در نظر بگیریم می توانیم روابط زیر را برای هر یک از نمودارها بیان کنیم:

$$\log \frac{L}{L_{\text{sun}}} = a \log \frac{M}{M_{\text{sun}}}$$

$$\log \frac{R}{R_{\text{sun}}} = b \log \frac{M}{M_{\text{sun}}}$$

حال این دو رابطه را بر هم تقسیم می کنیم و از قوانین لگاریتم برای تبدیل شیب ها به توان بهره می گیریم:

$$\log \frac{L}{L_{\text{sun}}} = \frac{a}{b} \log \frac{R}{R_{\text{sun}}}$$

$$L \propto R^{\frac{a}{b}}$$

اگر  $a = 3.5$  و  $b = 0.68$  باشد  $x$  برابر است با 5.15

\*سوال ۲۳ : گزینه ۳

خوشه های کروی شامل ستاره هایی پیر هستن که به دلیل جرم های مختلف در مراحل مختلف تحول هستند و می توانند نوع های متنوعی داشته باشند. این خوشه ها در هاله کهکشان هستند و چون در قید گرانش کهکشان ها هستند نمی توان برای یافتن فاصله ی آنها از قانون هابل استفاده کرد. معمولا چون از جمعیت II بشمار می آیند عناصر سنگین کمتری دارند.

\*سوال ۲۴ : گزینه ۳

از رابطه‌ی شار برای محاسبه فاصله‌ی هر یک از کهکشان‌ها استفاده می‌کنیم:

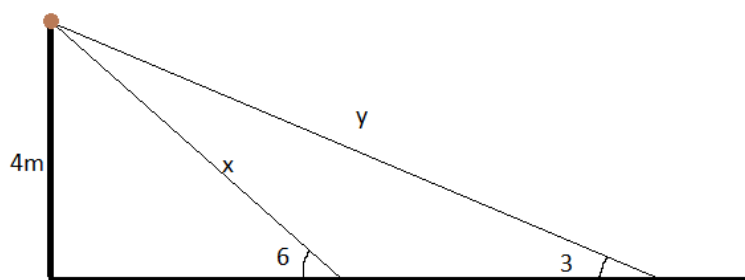
$$F = \frac{L}{4\pi r^2}$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{5.39 \times 10^{36}}{4\pi \times 5 \times 10^{-13}}} = 9.26 \times 10^{23} m = 30 Mpc$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{2.73 \times 10^{37}}{4\pi \times 2.54 \times 10^{-12}}} = 9.248 \times 10^{23} m = 30 Mpc$$

\*سوال ۲۵- گزینه ۱.

به آنتن نصب شده روی دکل دو موج ، از دو منبع مختلف می رسد . یکی از ماهواره و دیگری از تصویر ماه در آب . اگر بخواهیم شدت این دو موج بیشینه شود ، باید روی آنتن با یکدیگر تداخل سازنده داشته باشند . برای اینکه دو موج تداخل سازنده داشته باشند ، اختلاف مسیر طی شده توسط آنها باید ضربی از طول موج آنها باشد .



هنگامی که ارتفاع ماهواره ۳ درجه است ، اختلاف مسیر بین پرتو رسیده از خود ماهواره و پرتو رسیده از تصویر آن برابر است با

$$y = \frac{4}{\sin 3}$$

همچنین هنگامی که ارتفاع ماهواره ۶ درجه است ، اختلاف مسیر بین پرتو رسیده از خود ماهواره و پرتو رسیده از تصویر آن برابر است با

$$x = \frac{4}{\sin 6}$$

برای اینکه پرتو ها با هم تداخل داشته باشند ، مقادارهای  $x$  و  $y$  باید ضریبی از طول موج باشند . همچنین تداخل در هر دو حالتی که ارتفاع ماهواره ۳ و ۶ درجه است ، اتفاق افتاده ، چون  $x$  ضریبی از طول موج است و  $y$  نیز ضریبی از طول موج است ، برای اینکه اولین تداخل سازنده در ارتفاع ۳ درجه اتفاق بیافتد ، باید اختلاف بین  $2x$  و  $y$  برابر طول موج باشد .

$$\lambda = 2 \times \frac{4}{\sin 6} - \frac{4}{\sin 3} = 0.1 \text{ m}$$

\*سوال ۲۶- گزینه ۳.

فرض می کنیم ترکیبات جو زمین و مریخ یکسان باشد ، در نتیجه چگالی جو زمین و مریخ یکسان است . فشار هوا در سطح سیاره برابر است با  $P = \rho gh$  که در آن  $g$  شتاب گرانش در سطح سیاره و  $h$  ارتفاع جو سیاره است . از نسبت فشار جو سیاره مریخ به فشار جو سیاره زمین می توانیم نسبت ارتفاع جو دو سیاره را حساب کنیم .

$$\frac{P_m}{P_e} = \frac{g_m h_m}{g_e h_e} = \frac{\frac{M_m}{r_m}}{\frac{M_e}{r_e}} \times \frac{h_m}{h_e} = \frac{\frac{\rho_m r_m^3}{r_m}}{\frac{\rho_e r_e^3}{r_e}} \times \frac{h_m}{h_e} = \frac{\rho_m}{\rho_e} \frac{r_m}{r_e} \frac{h_m}{h_e} \Rightarrow \frac{h_m}{h_e} = 0.014$$

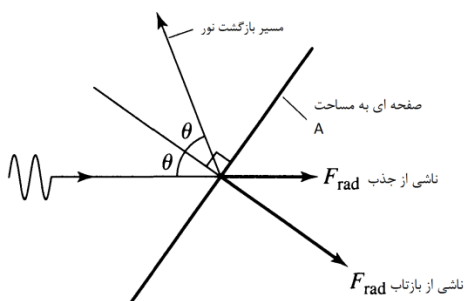
که در آن  $M$  جرم سیاره و  $r$  شعاع آن است

برای محاسبه جرم جو ، باید حجم آن را در چگالی ضرب کنیم . حجم جو را تقریباً برابر با ارتفاع جو در مساحت سطح سیاره فرض می کنیم . در نتیجه

$$\frac{m_m}{m_e} = \frac{h_m}{h_e} \times \left(\frac{r_m}{r_e}\right)^2 = 0.014 \times 0.5^2 = 0.0035$$

\*سوال ۲۷- گزینه ۳.

اگر سطح مخروط را با ماده ای که ضریب بازتاب زیادی دارد بپوشانیم ، نیروی فشار تابشی علاوه بر مولفه شعاعی یک مولفه مماسی نیز پیدا می کند . به شکل زیر توجه کنید :



همچنین نیروی فشار، اگر زاویه بین پرتوهای تابیده و خط عمود بر سطح  $\theta$  باشد، برای دو حالت جذب و بازتاب برابر است با:

برای حال جذب :

$$F_{rad} = \frac{bA}{c} \cos \theta$$

برای حالت بازتاب :

$$F_{rad} = \frac{2bA}{c} \cos^2 \theta$$

در اینجا زاویه بین پرتوهای تابیده به سطح و خط عمود با متمم نصف زاویه راس مخروط ( $90^\circ - \theta/2$ ) برابر است. همچنین در حالت بازتاب، باید نیروی فشار تابشی را فقط در راستای افقی در نظر بگیریم. طبق گفته سوال اگر سطح مخروط را بازتاب کننده در نظر بگیریم، نیروی فشار تابشی  $0.7$  زمانی است که سطح آن را کدر فرض کنیم، یعنی :

$$\begin{aligned} 0.7 \times \frac{bA}{c} \sin \frac{\theta}{2} &= \frac{2bA}{c} \sin^2 \frac{\theta}{2} \times \sin \frac{\theta}{2} \\ \Rightarrow 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} &= 0.7 \\ \Rightarrow 1 - \cos \theta &= 0.7 \quad \Rightarrow \quad \theta = \cos^{-1} 0.3 \end{aligned}$$

\*سوال ۲۸- گزینه ۲.

رابطه بین اختلاف منظر ستاره ها بر حسب ثانیه قوس و فاصله آنها را بر حسب پارسک به صورت زیر است :

$$p'' = \frac{1}{d(pc)}$$

همچنین تعداد ستاره ها برابر است با حاصلضرب حجم در چگالی عددی که در اینجا چون نسبت ستاره ها را می خواهیم چگالی عددی حذف شده و فقط حجم می ماند. پس داریم:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{n V_2}{n V_1} = \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^3 = \left(\frac{0.01}{10 \times 10^{-6}}\right)^3 = 10^9$$

\*سوال ۲۹- گزینه ۴.

عمر عالم با توجه به اینکه عالم از چه چیزی تشکیل شده است برابر با ضریبی از معکوس ثابت هابل است.

$$H_0 = \frac{550 \text{ km}}{(1 \text{ Mpc})s} = \frac{550000 \text{ m}}{(10^6 \times 3.09 \times 10^{16} \text{ m})s} = 1.8 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1}$$

$$t = \frac{1}{H_0} = \frac{1}{1.8 \times 10^{-17}} \text{ s} = 5.6 \times 10^{16} \text{ s} = 1.8 \times 10^9 \text{ years}$$

که چون سوال مقدار سن عالم را بر حسب میلیارد سال می خواهد جواب برابر ۱/۸ است .

\*سوال ۳۰- گزینه ۲.

در جدول ثوابت فاصله کهکشان آندرومدا ۷۷۰ کیلو پارسک داده شده است . حال باید ببینیم مسافتی از این کهکشان که توسط تداخل سنج تلسکوپ VLBI با زاویه ۰/۰۰۱ دیده می شود چقدر است.

می دانیم طول کمانی از دایره به شعاع R و زاویه  $\theta$  ، اگر  $\theta$  بر حسب رادیان باشد برابر است با  $s = R\theta$  .

ابتدا زاویه مورد نظر را به رادیان تبدیل می کنیم.

$$\theta = 0.001'' = \left(\frac{0.001}{3600}\right)^\circ = \left(\frac{0.001}{3600} \times \frac{\pi}{180}\right)^{rad} = 4.85 \times 10^{-9} rad$$

در نتیجه مسافت مورد نظر برابر است با حاصلضرب فاصله کهکشان آندرومدا در زاویه بالا

$$s = 770000 pc \times 4.85 \times 10^{-9} rad = 0.004 pc$$

\*سوال ۳۱- گزینه ۱.

طبق قانون کولن دوبار همانم به یکدیگر نیروی دافعه وارد می کنند . برای اینکه فاصله دو پروتون از d کمتر شود ، باید انرژی جنبشی این دو پروتون از انرژی پتانسیل کولنی بین دو پروتون بیشتر باشد و یا در حالت حدی با هم برابر باشند . همچنین انرژی جنبشی یک ذره با دمای T برابر  $3/2 K_b T$  است که در آن  $K_b$  ثابت بولتزمن است .

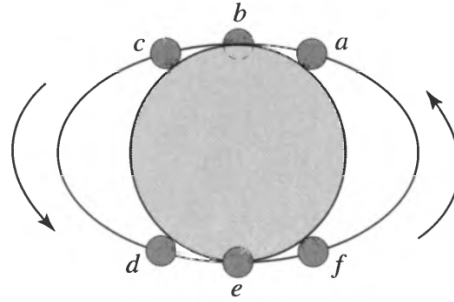
$$U = K \implies \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{d} = \frac{3}{2} K_b T$$

$$T = \frac{1}{6\pi\epsilon_0 K_b} \frac{e^2}{d} = \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{6\pi \times 8.85 \times 10^{-12} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 10^{-15}} \approx 10^{-10} K$$

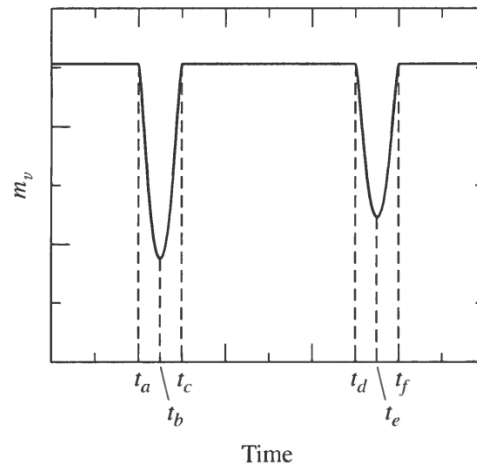
در رابطه بالا e بار پروتون و  $\epsilon_0$  ثابت گذردهی خلا است .

\*سوال ۳۲- گزینه ۱.

اگر فرض کنیم که مسیر دو ستاره در طول گرفت مانند شکل زیر باشد



و منحنی نوری این سیستم را به ترتیب زیر نام گذاری کنیم



آنگاه طبق دو شکل بالا شعاع ستاره کوچک ( $r_s$ ) و شعاع ستاره بزرگ ( $r_l$ ) از رابطه زیر بدست می آید ، که در آن  $v$  سرعت دو ستاره نسبت به هم است .

$$r_s = \frac{v}{2}(t_b - t_a)$$

$$r_l = \frac{v}{2}(t_c - t_a)$$

از روی نمودار ( $t_b - t_a$ ) ، ۴ ساعت و ( $t_c - t_a$ ) که مدت زمانی است که مولفه دوم پشت مولفه اول است، ۸ ساعت و ۴۵ دقیقه است . همچنین با توجه به نمودار داده شده در شکل گرفت اول پس از ۱۱ روز تکرار شده است، پس دوره تناوب مدار ۱۱ روز است.

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 1.0 \times 10^{11}}{11 \times 86400} = 6.61 \times 10^5 \frac{m}{s}$$

$$r_l = \frac{v}{2}(t_c - t_a) = \frac{6.61 \times 10^5}{2} \times (8 \times 3600 + 45 \times 60) \approx 10^{10} m$$

\*سوال ۳۳- گزینه ۱.

هر دو ستاره در حال سوزاندن هیدروژن هستند ، پس در رشته اصلی قرار دارند . چون منبع انرژی هر دو ستاره همجوشی هسته ای است یعنی میزان انرژی که تولید می کنند متناسب با جرم آنها است، پس هرچه جرم ستاره بیشتر باشد ، عمر آن نیز بیشتر است ( $t \propto M$ ). همچنین آهنگ از دست دادن انرژی متناسب با درخشندگی است ، پس هرچه درخشندگی بیشتر باشد ، عمر ستاره کمتر است ( $t \propto 1/L$ ). در نتیجه  $t \propto M/L$ .

$$\frac{t_b}{t_r} = \left( \frac{M_b}{M_r} \right) \left( \frac{L_r}{L_b} \right) = 10 \times 10^{-4} = 10^{-3}$$

$$t_b = 15 \times 10^9 \times 10^{-3} = 15 \times 10^6 \text{ years}$$

\*سوال ۳۴- گزینه ۳.

برای اینکه امتداد سایه چوبی در هر نقطه روی زمین ، جهت قبله را نشان دهد ، خورشید باید در سمت الراس ناظر مکه قرار داشته باشد ، و اگر یک ستاره از سمت الراس شهری با عرض جغرافیایی  $\phi$  بگذرد ، میل آن باید برابر  $\phi$  باشد . در نتیجه در روز ۷ خرداد ماه و ۲۳ تیر ماه ، میل خورشید با عرض جغرافیایی مکه برابر است . با توجه به نمودار داده شده میل خورشید در این دو روز تقریباً ۲۰/۵ است .

\*سوال ۳۵- گزینه ۴.

هر چه تعداد ستارگانی از یک خوشه که از مرحله رشته اصلی خارج شده باشند بیشتر باشد ، عمر خوشه بیشتر است . در نتیجه خوشه C پیرترین خوشه است ، چون تعداد ستاره هایی از خوشه که از مرحله هیدروژن سوزی یا رشته اصلی خارج شده اند بیشتر است . همچنین هر چه تعداد ستارگانی کمتر از خوشه از رشته اصلی خارج شده باشند ، خوشه جوان تر است .

اگر به نمودار های توجه کنید ، متوجه می شوید ، ستاره از قسمت بالایی رشته اصلی خارج می شوند ، در نتیجه ابتدا ستارگانی که درخشندگی بیشتری دارند رشته اصلی را ترک می کنند که این به معنای عمر کوتاه ستارگان پرجرم است .