الگوریتم تقسیم در اعداد

در سالهای گذشته آموختیم که در تقسیم a بر b، اگر خارج قسمت را q و باقیمانده را r فرض کنیم می توانیم رابطه مقابل را بنویسیم:

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ -b.q & \overline{q} \\ \hline r & \end{array} \rightarrow a=b.q+r$$

محاسبهٔ باقیمانده تقسیم

در تقسیم چند جمله ای $P(x)$ بر $x-a$ نیز، اگر خارج قسمت را $Q(x)$ و باقیمانده را R فرض کنیم رابطه مقابل را داریم:

$$\begin{array}{c|l} P(x) & x-a \\ & \overline{Q(x)} \\ \hline R & \end{array} \longrightarrow P(x)=(x-a)Q(x)+R$$

> نکته 1: **باقیمانده تقسیم چند جمله ای $P(x)$ بر $x-a$ برابر است با $P(a)$**

زیرا: $x-a=0 \rightarrow x=a : P(a)=(a-a)Q(a)+R \rightarrow P(a)=R$

مثال 1) باقیمانده تقسیم $P(x)=x^3+ax^2+x+2$ بر $x-2$ برابر 5 است. مقدار a را بیابید.

مثال 2) مقدار k را طوری پیدا کنید که باقیمانده تقسیم $P(x)=x^3-2kx-3$ بر $x-2$ مساوی یک باشد.

09144101130

تذکر: **باقیمانده تقسیم** $P(x)$ **بر** $ax+b$ **برابر** $P(-\frac{b}{a})$ **است.**

زیرا:
$$ax+b=0 \to x=-\frac{b}{a} \to P(-\frac{b}{a})=R$$

نکته2: چند جمله ای $P(x)$ بر $x-a$ بخش پذیر است اگر و تنها اگر $R=P(a)=۰$

مثال 3) مقدار k را طوری تعیین کنید که عبارت $۸x^۳+۴x^۲-kx-۸$ بر $2x-1$ بخش پذیر باشد.

مثال 4) چند جمله ای $P(x)=x^۴+ax^۳+bx+۲$ بر $x+۲$ بخش پذیر بوده و باقیمانده تقسیم آن بر x-1 برابر 6 می باشد، مقادیر a و b را بیابید.

نکته3: شرط لازم و کافی برای اینکه عبارت $P(x)$ بر $(x-a)(x-b)$ بخش پذیر باشد آن است که $P(a)=0, p(b)=0$

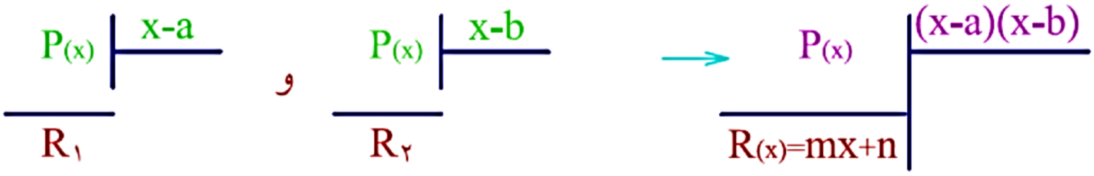
مثال 5) به ازای چه مقادیری از a و b چند جمله ای $P(x)=x^۳+ax+b$ بر $(x-۱)(x+۲)$ بخشپذیر است؟

مثال 6) مقدار m و n را چنان بیابید که چند جمله ای $x^۳-۲mx^۲+nx-۱$ بر $x^۲+۳x+۲$ بخش پذیر باشد.

مثال 7) اگر $۲x^۳-۳x^۲+ax-b$ بر $x-۲$ بخش پذیر باشد نشان دهید $۲a+۴=b$ است

09144101130

نکته4: اگر باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر $(x-a)$ مساوی R_1 و باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر $(x-b)$ مساوی R_2 باشد در این صورت باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر $(x-a)(x-b)$ بصورت زیر محاسبه می شود.



چون مقسوم علیه از درجه دوم است پس باقیمانده حداکثر از درجه اول خواهد بود.

و با حل دستگاه مقابل مقادیر m و n بدست می آید.

$$\begin{cases} m(a)+n=R_1 \\ m(b)+n=R_2 \end{cases}$$

مثال 8) اگر باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر $x+1, x-1$ به ترتیب برابر 4 و 2 باشد. باقیمانده تقسیم $P(x)$ را بر x^2-1 تعیین کنید.

مثال 9) اگر باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر $x-2, x+1$ به ترتیب $5, -1$ باشد باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر x^2-x-2 را بدست آورید.

نکته5: (کاربرد بخش پذیری در تجزیه): اگر عبارت P(x) بر x-a بخش پذیر باشد در این صورت (x-a) یکی از عامل های P(x) بوده و با تقسیم P(x) بر (x-a) می توان عامل دیگری از P(x) را بدست آورد. $P(x)=(x-a)(...)$

مثال 10) نشان دهید که $(x-2)$ یک فاکتور x^3+2x^2-5x-6 است، سپس فاکتورهای دیگر (ریشه های دیگر) آنرا حساب کنید.

09144101130