

## سری دوم سوالات\*

حسین نادری

دوشنبه ۱۴ دی ۱۳۹۴

سوال یکم حکم زیر را ثابت کنید. ( $r > 0$ )

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^r}{\ln x} = +\infty \quad (1)$$

به عبارتی رشد توابع لگاریتمی کندتر از توابع چند جمله ای است.

سوال دوم عبارت زیر را ثابت کنید.

$$1/n < \sum_{i=1}^n 1/i - \ln n < 1 \quad (2)$$

این یعنی همان قدر که رشد تابع لگاریتم کند است، سری مجموع اجزاء  $1/n$  به سمت بی نهایت واگرا است. این تفاضل به عدد  $\gamma$  میل می کند، که در حساب دیفرانسیل و انتگرال پس از  $e$  و  $\pi$  مهم ترین عدد است. مساله ی گنگ یا گویا بودن  $\gamma$  هنوز حل نشده مانده است.

سوال سوم در کیسه ای تعدادی توپ قرمز و تعدادی توپ آبی رنگ وجود دارد. اگر پنج توپ به صورت یکجا از کیسه بیرون بیاوریم، احتمال آن که همه توپ ها به رنگ آبی باشند  $1/2$  است. حداقل تعداد توپ ها چقدر است؟

سوال چهارم شرط لازم و کافی برای آن که یک گراف دو بخشی با دو بخش به اندازه های برابر یک تطابق کامل داشته باشد؛ این است که تعداد راس های مجموعه ی همسایه های هر گردایه ای از راس های یک بخش از تعداد راس های آن گردایه کمتر نباشد. درستی این گزاره را بررسی کنید.

---

\* سوالات این سری کمی متنوع تر انتخاب شده و از مباحث حساب دیفرانسیل و انتگرال، احتمال و گراف اند.