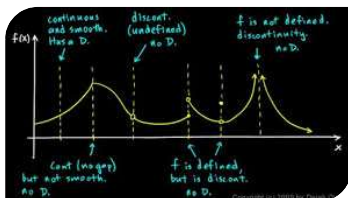




# نوین نگرش عمران

نوین نگرش، نگرش نوین به آموزش



## ریاضا

(مشتق و کاربرد)

FUNCTION	DERIVATIVE
$x^2$	$2x$
$x^3$	$3x^2$
$x^4$	$4x^3$
$x^5$	$5x^4$
$x^1$	$1 \cdot x^0$ <small>i.e. <math>1 \cdot 1 = 1</math> BECAUSE <math>x^0 = 1</math></small>
$x^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}}$ <small>i.e. <math>\frac{1}{2\sqrt{x}}</math></small>

مدرس: ابراهیم شاه ابراهیمی

مدرس: ابراهیم شاه ابراهیمی

ویژه کنکور ارشد رشته های مهندسی، عمران، مکانیک، برق، کامپیوتر، مواد، هوافضا، نقشه برداری، معدن

اطلاعات بیشتر: @ShahinSagharchi

خرید: CafeTadris.com/Omran

آدرس کلان: @nnAcademy

آکادمی نوین نگرش

تقدیم می کند...

فیلم های آموزشی "مشاور" ریاضیات !!

differential equation (derivative)

$$y + \frac{dy}{dx} = 6x^2$$

پوشش ۴۰ الی ۵۰ درصد از ریاضیات کنکور ارشد عمران در ۱۸ ساعت تدریس!

مدت (ساعت)	عناوین فصلها	درس
۱۸	انگزار نامعین	ریاضی ۱
	اعداد مختلط	ریاضی ۱
	انگزار دوگانه	ریاضی ۲
	انگزار روی خم	ریاضی ۲
	معادلات مرتبه اول	معادلات
	معادلات مرتبه دوم	دیفرانسیل

اراده جزوه تمام رنگی به همراه فیلم آموزشی نمونه تدریس: @Omran\_Videos

CafeTadris.com/Omran

EbiMath


EbiMath.com



@EbiMath

@EShahebrahimi

@Ebrahim\_Shahebrahimi

« ارتباط با ما »



[nnAcademy.ir](http://nnAcademy.ir)




[CafeTadris.com/Omran](http://CafeTadris.com/Omran)



[@nnacademy](https://t.me/nnacademy)



[@ArshadeOmranBot](https://t.me/ArshadeOmranBot)


[@Omran\\_Videos](https://t.me/Omran_Videos)


[@Omran\\_Test](https://t.me/Omran_Test)



[@nnacademy](https://t.me/nnacademy)


[CafeTadris.com/Omran](http://CafeTadris.com/Omran)




**YouTube**


**EbiMath**


**قوانین مشتق**

مبحث مشتق  
 مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

قوانین مشتق

- ۱ باکس ← چندجمله ای
- ۲ باکس ← نمایی، لگاریتمی
- ۳ باکس ← مثلثاتی
- ۴ باکس ← هایپربولیک
- ۵ باکس ← معکوس مثلثاتی
- ۶ باکس ← ضرب و تقسیم
- ۷ باکس ← ترکیب تابع

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)



(۱) توانی  $\ln$  ←

(۲) ضمنی

(۳) پارامتری

(۴) زنجیره ای

(۵) تابع معکوس

(۶) معادلات خط

(۷) اکسترمم و عطف

(۱) قواعد مشتق

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

**سوال (۱) مشتق  $x^{-x}$  کدام است؟**

(۱)  $x \cdot x^{x-1}$  (۲)  $x^{-x} \ln x$  (۳)  $x^{-x}$  (۴)  $(1 + \ln x)x^{-x}$  ✓

---

**حل:**

**سوال (۲) مشتق  $2^x$  کدام است؟**

(۱)  $x 2^{x-1}$  (۲)  $\frac{2^x}{\ln 2}$  (۳)  $2^x \ln 2$  ✓ (۴)  $2^x \ln x$

---

**حل:**

**نکته مهم:**

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$(e^u)' = u' e^u$

**نکته مهم:**

$(a^x)' = a^x \ln a$

سوال ۳) اگر  $f(x) = \frac{(x+1)^2(x+2)^3}{\sqrt[3]{x+1}\sqrt{x+4}}$  آنگاه  $f'(0)$  کدام است؟

$\frac{40}{3}$  (۴)       $\frac{5}{3}$  (۳)       $\frac{10}{3}$  (۲)       $\frac{20}{3}$  (۱) ✓

حل:

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)



Ebimath

$$dx = \lim_{x \rightarrow x_0} (x - x_0)$$

$$dy = \lim_{y \rightarrow y_0} (y - y_0)$$

$$y' = \frac{dy}{dx}$$

(۱) توانی  $\ln$

(۲) ضمنی  $f(x, y)$  سرت تو .... خودت باشه

(۳) پارامتری

(۴) زنجیره ای

(۵) تابع معکوس

(۶) معادلات خط

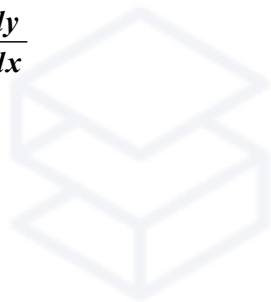
(۷) اکسترمم و عطف

(۱) قواعد مشتق



کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)



Ebimath

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

سوال (۴) اگر  $\frac{dy}{dx} \ln(x^y + y^y) + 2 \tan^{-1} \frac{x}{y} = 0$  آنگاه کدام است؟

سرت تو .... خودت باشه

$x + y$  (۴)       $\frac{2y}{x}$  (۳)       $\frac{x+y}{x-1}$  (۲)       $\frac{x+y}{x-y}$  (۱) ✓

---

حل:

نکته مهم:  
 $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

نکته مهم:  
 $(\tan^{-1} u)' = \frac{u'}{1+u^2}$

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

سوال (۵) اگر  $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{\sin x} + \sqrt{\sin x} + \dots$  آنگاه  $\frac{dy}{dx}$  کدام است؟

$\frac{\cos x}{2y-1}$  (۴) ✓       $\frac{\cos x}{2y+1}$  (۳)       $-\frac{\cos x}{2y-1}$  (۲)       $-\frac{\cos x}{2y+1}$  (۱)

---

حل:

www.nnacadeemy.ir

آکادمی نوین تگرش

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

سوال ۶) اگر  $y^x = x^y$  آنگاه  $\frac{dx}{dy}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{x^y \ln x - yx^{x-1}}{y^x \ln y - xy^{y-1}}$

(۲)  $\frac{x^y \ln x - xy^{x-1}}{y^x \ln y - yx^{y-1}}$  ✓

(۳)  $\frac{x^y \ln y - xy^{x-1}}{y^x \ln x - yx^{y-1}}$

(۴)  $\frac{y^x \ln x - xy^{x-1}}{x^y \ln y - yx^{y-1}}$

نکته مهم:  
 $(a^u)' = a^u \ln a$

حل: سرت تو .... خودت باشه

آکادمی نوین تگرش

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

سوال ۷) اگر  $x^y - y^x = 1$  آنگاه  $\frac{d^2y}{dx^2}$  کدام است؟

(۱)  $x^{-3}$

(۲)  $-x^{-3}$

(۳)  $y^{-3}$

(۴)  $-y^{-3}$  ✓

حل: سرت تو .... خودت باشه

آکادمی نوین تگرش

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

سوال ۸) اگر  $y = \frac{x}{y^2 + 1}$  آنگاه  $\frac{d^2 y}{dx^2}(y=1)$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{3}{36}$  (۲)  $-\frac{3}{32}$  (۳)  $-\frac{1}{8}$  (۴)  $-\frac{3}{8}$

حل: **سرت تو .... خودت باشه**  $\rightarrow y^3 + y = x$

www.NNACADEMY.IR

آکادمی نوین تگرش

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

(۱) تعریف (توانی)  $\ln$

(۲) ضمنی  $f(x, y)$  **سرت تو .... خودت باشه**

(۳) پارامتری  $x = f(t), y = g(t)$

(۴) زنجیره ای  $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dx}{dt}$

(۵) تابع معکوس

(۶) معادلات خط

(۷) اکسترم و عطف

(۱) قواعد مشتق

7

www.NNACADEMY.IR

آکادمی نوین تگرش

سوال ۹) اگر  $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \text{Arctant} \end{cases}$  آنگاه  $\frac{dy}{dx}(t=2)$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱) ✓

حل:

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)



سوال ۱۰) اگر  $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \text{Arctant} \end{cases}$  آنگاه  $\frac{d^2y}{dx^2}(t=2)$  کدام است؟

۵ (۴)

 $\frac{5}{2}$  (۳) $\frac{5}{4}$  (۲) $\frac{5}{8}$  (۱) ✓

حل:

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)





کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

سوال ۱۱) اگر  $\begin{cases} x = t - t^2 \\ y = t - t^3 \end{cases}$  آنگاه  $\frac{d^2y}{dx^2}(t=1)$  کدام است؟

۱) -۱    ۲) ۱    ۳) ۲    ۴) -۲ ✓

حل:

WWW.NNACADEMY.IR

آکادمی نوین تکرش

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

۱) تعریف (توانی)  $\ln$

۲) ضمنی  $f(x, y)$  سرت تو .... خودت باشه

۳) پارامتری  $x = f(t), y = g(t)$

۴) زنجیره ای  $y = f(t), t = g(u)$

۱) قواعد مشتق

۵) تابع معکوس

۶) معادلات خط

۷) اکستریم و عطف

7

WWW.NNACADEMY.IR

آکادمی نوین تکرش

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

سوال ۱۲) اگر  $z = \frac{y}{x}$  و  $x = e^{3t}$  و  $y = 1 - e^{6t}$  آنگاه  $\frac{dz}{dt}$  کدام است؟

(۱)  $6 \cosh 3t$  (۲)  $6 \sinh 3t$  (۳)  $-6 \sinh 3t$  (۴)  $-6 \cosh 3t$  ✓

---

حل:

نکته مهم:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

تکادمی نوین تگرش

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

سوال ۱۳) اگر  $x = y^2 + y$  و  $u = (x^2 + 6x)^{\frac{3}{2}}$  آنگاه  $\frac{dy}{du} (y=1)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{180}$  ✓ (۲)  $\frac{1}{90}$  (۳)  $\frac{1}{45}$  (۴)  $\frac{1}{20}$

---

حل:

$y \rightarrow x \rightarrow u$

سرت تو .... خودت باشه

تکادمی نوین تگرش

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

(۱) تعریف (توانی)  $\ln$  ←

(۲) ضمنی  $f(x, y)$  ← **سرت تو .... خودت باشه**

(۳) پارامتری  $x = f(t), y = g(t)$  ←


(۴) زنجیره ای  $y = f(t), t = g(u)$  ←

(۵) تابع معکوس  $f(a) = b$  ←  $f^{-1}(b) = a$

(۶) معادلات خط

(۷) اکسترمم و عطف

(۱) قواعد مشتق



$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$

$\frac{dy}{du} = \frac{dy}{dt} \frac{dt}{du}$

$(f^{-1})'(b) = \frac{1}{f'(a)}$

تکرش نوین آکادمی

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

سوال ۱۴) اگر  $f(x) = 2x + \sin^3 x$  آنگاه  $(f^{-1})'(\pi + 1)$  کدام است؟

۱ (۲)    ۰ (۱)    ۲ (۳)     $\frac{1}{2}$  (۴) ✓

---

حل:

تکرش نوین آکادمی

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

سوال ۱۵) اگر  $f(x) = \frac{4x^3}{x^2+1}$  آنگاه  $(f^{-1})'(2)$  کدام است؟

۱)  $\frac{1}{4}$  ✓  
۲)  $\frac{1}{2}$   
۳)  $\frac{2}{3}$   
۴)  $\frac{2}{4}$

حل:

www.NNACADEMY.IR

آکادمی نوین تگرش

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

سوال ۱۶) اگر  $f(x) = \sinh x$  آنگاه  $(f^{-1})''(\frac{3}{4})$  کدام است؟

۱)  $-\frac{3}{84}$  ✓  
۲)  $\frac{3}{84}$   
۳)  $\frac{2}{6}$   
۴)  $-\frac{2}{6}$

حل:

نکته مهم:

$$\sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

$(f^{-1})''(b) = -\frac{f''(a)}{(f'(a))^3}$   $f(a) = b$

www.NNACADEMY.IR

آکادمی نوین تگرش

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

$$\frac{d}{dx} (\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx} (\cos^{-1} x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx} (\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\frac{d}{dx} (\cot^{-1} x) = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$\frac{d}{dx} (\sec^{-1} x) = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

$$\frac{d}{dx} (\csc^{-1} x) = -\frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$



کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

←  $\ln$  (۱) تعریف (توانی)

←  $f(x, y)$  (۲) ضمنی **سرت تو .... خودت باشه**

←  $x = f(t), y = g(t)$  (۳) پارامتری  
 $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$

←  $y = f(t), t = g(u)$  (۴) زنجیره ای  
 $\frac{dy}{du} = \frac{dy}{dt} \frac{dt}{du}$

←  $f(a) = b$   
 $f^{-1}(b) = a$  (۵) تابع معکوس  
 $(f^{-1})'(b) = \frac{1}{f'(a)}$

←  $y - y_0 = m(x - x_0)$  (۶) معادلات خط

(۷) اکسترم و عطف

(۱) قواعد مشتق



سوال ۱۷) خط مماس بر منحنی پارامتری  $\begin{cases} x = e^{\sqrt{t}} \\ y = t - \ln t \end{cases}$  در نقطه  $t = 1$  واقع بر منحنی

محور  $x$  را با کدام طول قطع می کند؟

$e$  (۱)       $\frac{e}{2}$  (۲)       $\frac{3e}{2}$  (۳) ✓       $2e$  (۴)

$y - y_0 = m(x - x_0)$

حل:

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)



سوال ۱۸) معادله خط قائم بر منحنی  $y = x^{2x}$  در نقطه  $x = 1$  کدام است؟

$y = x + 3$  (۱)       $y = x + \frac{3}{2}$  (۲) ✓       $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$  (۳)       $y = -x + 3$  (۴)

$y - y_0 = m(x - x_0)$

حل:

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)



کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

سوال ۱۹) در چه نقاطی از نمودار  $x^2 - xy + y^2 = 12$  مماس بر منحنی افقی است؟

(۱) (۲, ۲) (۲) (۲, ۴) (۳) (۲, -۴) (۴) (-۲, ۴)

حل:



کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

(۱) تعریف (توانی)  $\ln$

(۲) ضمنی  $f(x, y)$  **سرت تو .... خودت باشه**

(۳) پارامتری  $x = f(t), y = g(t)$

(۴) زنجیره ای  $y = f(t), t = g(u)$

(۵) تابع معکوس  $f(a) = b$   
 $f^{-1}(b) = a$

(۶) معادلات خط  $y - y_0 = m(x - x_0)$

(۷) اکسترمم و عطف  $y' = 0, y'' = 0$

(۱) قواعد مشتق

7



کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

سوال ۲۰) طول نقطه میانی نسبتی

$$\begin{cases} x = \frac{2t}{t-1} \\ y = \frac{t^2}{t-1} \end{cases}$$

کدام است؟

۴ (۴ ✓)      ۲ (۳)      ۱ (۲)      ۰ (۱)

---

حل:

WWW.NNACADEMY.IR

آکادمی نوین تگرش

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

سوال ۲۱) ماکزیمم تابع  $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^x$  کدام است؟

$\left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{1}{e}}$  (۴)       $e^{\frac{1}{e}}$  (۳ ✓)       $\left(\frac{1}{e}\right)^e$  (۲)       $e^e$  (۱)

---

حل:

WWW.NNACADEMY.IR

آکادمی نوین تگرش



کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

سوال ۲۲) مینیمم تابع  $y = \frac{4 \ln^2 x}{x}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{4}{e}$ 
 (۲)  $-\frac{4}{e}$ 
 (۳)  $-\frac{1}{e}$ 
 (۴)  $\frac{4}{e}$

حل:

نگرش نوین آکادمی

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث حد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

EbiMath

EbiMath.com

@EbiMath

@EShahebrahimi

@Ebrahim\_Shahebrahimi

نگرش نوین آکادمی

آکادمی نوین نگرش  
تقدیم مے کند...

فیلمهای آموزشی "مساوت" ریاضیات !!

differential equation (derivative)

$y + \frac{dy}{dx} = 6x^2$

پوشش ۴۰ الی ۵۰ درصد از  
ریاضیات کنکور ارشد عمران  
در ۱۸ ساعت تدریس!

مدت (ساعت)	عناوین فصلها	درس
۱۸	انگزال نامعین	ریاضی ۱
	اعداد مختلط	ریاضی ۱
	انگزال دوگانه	ریاضی ۲
	انگزال روی خم	ریاضی ۲
	معادلات مرتبه اول	معادلات
	معادلات مرتبه دوم	دیفرانسیل


مشاوره: @ShahinSagharchi  
خرید: CafeTadris.com/Omran  
آدرس کلان: @nnAcademy


اراده جزوه تمام رنگی به همراه فیلم آموزشی  
نمونه تدریس: @Omran\_Videos


« ارتباط با ما »



**nnAcademy.ir**



**CafeTadris.com/Omran**


**@nnacademy**

**@ArshadeOmranBot**


**@Omran\_Videos**

**@Omran\_Test**



**@nnacademy**

**CafeTadris.com/Omran**


**کلاس آنلاین ریاضی ۱**  
**مبحث مشتق و کاربرد**  
**مهندس شاه ابراهیمی**  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

(۱) مقدار میانی (بولتزانو)  $\exists c \in (a,b) \rightarrow f(c) = 0$  در بازه  $(a,b)$  پیوسته  $f(x)$   $f(a)f(b) < 0$




(۲) قضایای مشتق  $\exists c \in (a,b) \rightarrow f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$  در بازه  $(a,b)$  پیوسته  $f(x)$  در بازه  $[a,b]$  مشتق پذیر

(۳) رول  $f(a)=f(b) \rightarrow f'(c) = 0$  حالت خاص قضیه مقدار میانگین

**نکات:**

(۱) حالت کلی تر قضیه بولتزانو قضیه مقدار میانی است.

$\min f(x) \leq C \leq \max f(x) \xrightarrow{\exists c \in (a,b)} f(c) = C$

مثال ۷) ثابت کنید معادله  $x^5 + x^3 + 2x - 3 = 0$  دقیقاً یک ریشه حقیقی در بازه  $(0, 1)$  دارد.  
(خواجانه‌نصیر - میان‌ترم اردیبهشت ۹۷)

$$(0, 1) \rightarrow \begin{cases} f(0) = -3 \\ f(1) = 1 \end{cases} \rightarrow f(0)f(1) < 0 \xrightarrow{\text{بولتزانو}} \exists x_0 \in (0, 1) \rightarrow f(x_0) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} f(x_0) = 0 \\ f(x_1) = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{طبق قضیه رول}} \exists c \in (0, 1) \rightarrow f'(c) = 0$$

بنابراین فرض باطل است و معادله تنها ۱ ریشه دارد.  $f'(x) = 5x^4 + 3x^2 + 2 \rightarrow f'(c) = 5c^4 + 3c^2 + 2 \neq 0$

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)



مثال ۶) اگر  $a < b < c$  نشان دهید معادله  $f(x) = \frac{1}{x-a} + \frac{2}{x-b} + \frac{3}{x-c}$  دارای حداقل ۲ ریشه در بازه  $[a, c]$  است. (میان‌ترم آبان ۹۶ - خواجانه‌نصیر)

$$(a, b) \rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty + \frac{2}{a-b} + \frac{3}{a-c} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = \frac{1}{b-a} - \infty + \frac{3}{b-c} = -\infty \end{cases} \rightarrow f(a)f(b) < 0 \xrightarrow{\text{بولتزانو}} \exists x_1 \in (a, b) \rightarrow f(x_1) = 0$$

$$(b, c) \rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = \frac{1}{b-a} + \infty + \frac{3}{b-c} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \frac{1}{c-a} + \frac{2}{c-b} - \infty = -\infty \end{cases} \rightarrow f(b)f(c) < 0 \xrightarrow{\text{بولتزانو}} \exists x_2 \in (b, c) \rightarrow f(x_2) = 0$$

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)



مثال ۹) تابع  $f(x) = a \sin x - x + b$  را در نظر بگیرید که در آن  $0 < a < 1$  و  $b > 0$ . نشان دهید معادله  $f(x) = 0$  دقیقاً یک ریشه دارد. (خواجه نصیر - آذر ۹۷)

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

$$f(+\infty) = a \sin(+\infty) - \infty + b \xrightarrow{-1 \leq \sin(\infty) \leq 1, 0 < a < 1} f(\infty) = -\infty$$

$b > 0$  اما بالاخره یک عدد محدود است.

$$f(-\infty) = a \sin(-\infty) + \infty + b \xrightarrow{-1 \leq \sin(\infty) \leq 1, 0 < a < 1} f(-\infty) = +\infty$$

$b > 0$  اما بالاخره یک عدد محدود است.

با توجه به اینکه  $f(+\infty)f(-\infty) < 0$  و تابع پیوسته است طبق قضیه بولتزانو نتیجه می‌گیریم که معادله حداقل ۱ ریشه در بازه  $(-\infty, \infty)$  دارد.

حالا فرض کنیم بیش از ۱ ریشه دارد، فرضاً ۲ ریشه  $\leftarrow f(x_1) = f(x_2) = 0$

بنابراین طبق قضیه رول  $\leftarrow \exists c \in \mathbb{R} \rightarrow f'(c) = 0$

$$f'(x) = a \cos x - 1 \xrightarrow{x=c} f'(c) = a \cos c - 1$$

با توجه به اینکه  $-1 \leq \cos c \leq 1$  و  $0 < a < 1$  بنابراین عبارت  $-1 < a \cos c < 1$  یعنی همواره کمتر از ۱ است.

پس عبارت  $f'(c)$  همواره منفی و فاقد ریشه خواهد بود.

بنابراین فرض وجود ۲ ریشه باطل و معادله فقط ۱ ریشه دارد.



مثال ۱۲) اگر  $0 < x \leq 1$  و  $0 < p \leq 1$ ، نامساوی  $(1+x)^p \leq 1+px$  را ثابت کنید: (خواجه نصیر - آبان ۹۶)

کلاس آنلاین ریاضی ۱  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی

[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

$$f(x) = (1+x)^p - 1 - px \quad [0, x]$$

$$f'(x) = P(1+x)^{P-1} - p = P((1+x)^{P-1} - 1) \xrightarrow[0 < p \leq 1]{x > 0} f'(x) \leq 0$$

$$\text{بنا به قضیه مقدار میانگین: } f'(c) = \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \rightarrow f'(c) = \frac{(1+x)^p - 1 - px}{x}$$

$$f'(c) \leq 0 \rightarrow \frac{(1+x)^p - 1 - px}{x} \leq 0 \xrightarrow{x > 0} (1+x)^p - 1 - px \leq 0 \Rightarrow (1+x)^p \leq 1 + px$$



$\frac{x}{1+x^2} < \arctan x < x$  ثابت کنید  $\forall x > 0$  (مثال ۱۶)

**کلاس آنلاین ریاضی ۱**  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

$\tan^{-1} x < x \rightarrow \tan^{-1} x - x < 0 \rightarrow f(x) = \tan^{-1} x - x$

$(\circ, x) \rightarrow \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{\tan^{-1} x - x - 0}{x - 0} \quad (I)$

$f'(x) = \frac{1}{1+x^2} - 1 = \frac{-x^2}{1+x^2} \xrightarrow{x > 0} f'(x) < 0 \rightarrow f'(c) < 0 \quad (II)$

$\tan^{-1} x > \frac{x}{1+x^2} \rightarrow \tan^{-1} x - \frac{x}{1+x^2} > 0 \rightarrow f(x) = \tan^{-1} x - \frac{x}{1+x^2}$

$(\circ, x) \rightarrow \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{\tan^{-1} x - \frac{x}{1+x^2} - 0}{x - 0} \quad (I)$

$f'(x) = \frac{1}{1+x^2} - \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{2x^2}{(1+x^2)^2} \xrightarrow{x > 0} f'(x) > 0 \rightarrow f'(c) > 0 \quad (II)$

$\tan^{-1} x < x$   
 $\tan^{-1} x > \frac{x}{1+x^2}$

تکرش نوین آکادمی

$\frac{\pi}{4} < a < b < \frac{\pi}{2}$  فرض کنید  $0 < a < b < \frac{\pi}{4}$  با استفاده از قضیه مقدار میانگین ثابت کنید:

$(b-a) \tan a < \ln\left(\frac{\cos a}{\cos b}\right) < (b-a) \tan b$

**کلاس آنلاین ریاضی ۱**  
مبحث مشتق و کاربرد  
مهندس شاه ابراهیمی  
[EbiMath.com](http://EbiMath.com)

$f(x) = \ln(\cos x)$  قدم اول: یافتن  $f(x)$  مناسب

قدم دوم: فرمول قضیه مقدار میانگین  $c \in (a, b) \rightarrow \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{\ln(\cos b) - \ln(\cos a)}{b - a} \quad (I)$

$f'(x) = \frac{-\sin x}{\cos x} = -\tan x \rightarrow f'(c) = -\tan c \quad (II)$

$c \in (a, b) \rightarrow a < c < b \xrightarrow{\text{ایجاد } f'(c)} \tan a < \tan c < \tan b \xrightarrow{\text{تغییر علامت}} -\tan b < \boxed{-\tan c} < -\tan a \quad (III)$

$(I), (II), (III) \rightarrow -\tan b < \frac{\ln(\cos b) - \ln(\cos a)}{b - a} < -\tan a \rightarrow \tan a < \frac{\ln\left(\frac{\cos a}{\cos b}\right)}{b - a} < \tan b$

$\times(b-a) \rightarrow (b-a) \tan a < \ln\left(\frac{\cos a}{\cos b}\right) < (b-a) \tan b$

تکرش نوین آکادمی



NOVIN NEGARESH  
WWW.NNACADEMY.IR

# با تشکر از توجه شما

نگرش نوین آکادمی



توجه نگرش نوین  
مجموعه آموزش های معرانه خنجر  
@nnAcademy

[@nnAcademy](https://www.instagram.com/nnAcademy)

مرجع آموزش های عمران کشور  
مجموعه هر آنچه که برای یک مهندس عمران مفید است ...