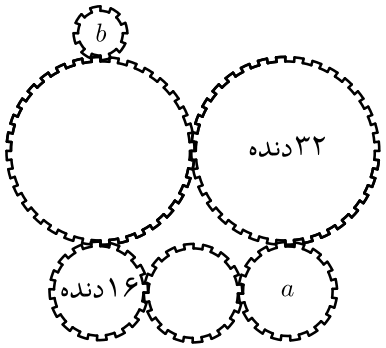
مرحله‌ی اول هجدهمین المپیاد کامپیوتر کشور

۱) جدول ۴ × ۲ زیر را در نظر بگیرید. به تعدادی خانه از این جدول که محیط آن‌ها یک مستطیل تشکیل بدهد، یک زیرمستطیل گفته می‌شود. مثلاً هر خانه از این جدول، خود به تنهایی یک زیرمستطیل است؛ هم‌چنین کل جدول نیز یک زیرمستطیل است. برای هر زیرمستطیل از این جدول، اعداد درون آن زیرمستطیل را جمع کرده و روی یک کاغذ می‌نویسیم، سپس جمع تمام اعداد روی کاغذ را حساب می‌کنیم. حاصل این جمع چه قدر می‌شود؟

۱	۲	۰	۵
−۵	۰	−۲	۰

الف) ۸−　　ب) ۸　　ج) ۱۲　　د) ۴۸　　ه) ۵۶

۲) طبق شکل زیر تعدادی چرخ‌دنده داریم که با هم درگیر هستند. چند دور و در کدام جهت باید چرخ‌دنده‌ی b را بچرخانیم تا چرخ دنده‌ی a دقیقا یک دور ساعت گرد بچرخد؟ تعداد دنده‌های چرخ‌دنده‌ی کوچک ۸، چرخ‌دنده‌های متوسط ۱۶ و چرخ‌دنده‌های بزرگ ۳۲ است.



الف) ۱ دور ساعت‌گرد
ب) ۱ دور پادساعت‌گرد
ج) ۲ دور ساعت‌گرد
د) ۲ دور پادساعت‌گرد
ه) نمی‌توان چرخ‌دنده‌ی a را چرخاند

۳) کشور یک‌طرفه‌ها، پنج شهر به شماره‌های ۱ تا ۵ دارد. تنها در صورتی می‌توان از شهر i به شهر j یک جاده‌ی یک‌طرفه کشید، که $i < j$ باشد؛ در صورت ساخت چنین جاده‌ای، با استفاده از این جاده می‌توان از شهر i به شهر j رفت، ولی نه برعکس. به چند طریق می‌توان تعدادی جاده‌ی یک‌طرفه در این کشور ساخت به طوری که، از هر کدام از شهرهای ۱ تا ۴ دقیقاً یک مسیر(تشکیل شده از یک یا چند جاده‌ی یک‌طرفه‌ی پشت سر هم) به شهر ۵ وجود داشته باشد؟

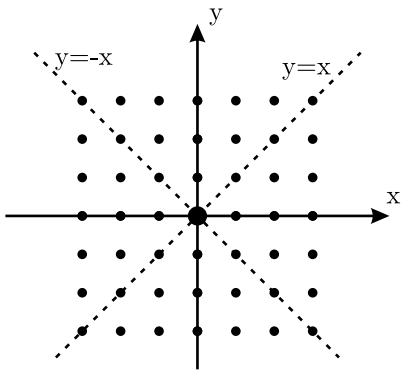
الف) $۲^{۱۰}$　　ب) $۴^{۴}$　　ج) $۵^{۵}$　　د) ۲۴　　ه) ۵

۴) کشور یک‌طرفه‌های مسئله‌ی قبل (که شرط وجود جاده از شهر i به شهر j، عبارت است از $i < j$) را در نظر بگیرید. حال تعداد روش‌های ساخت تعدادی جاده‌ی یک‌طرفه در این کشور را حساب کنید، به‌طوری‌که دو شرط زیر را داشته باشند:

- از هر کدام از شهرهای ۱ تا ۴، دقیقاً یک مسیر (شامل یک یا چند جاده‌ی یک‌طرفه) به شهر ۵ وجود داشته باشد (همان شرط مسئله‌ی قبل).
- به ازای هر شهر، مجموع تعداد جاده‌هایی که از آن شهر شروع می‌شوند، به‌علاوه‌ی تعداد جاده‌هایی که به آن شهر ختم می‌شوند، از سه تا بیشتر نباشد.

الف) $۲^{۹}$　　ب) $۴^{۲}$　　ج) ۲۲　　د) ۱۸　　ه) ۴

۵) می‌خواهیم روباتی سفارش دهیم که قادر باشد از مبدأ مختصاتِ صفحه(مانند شکل) به تمام نقاطی که مختصات صحیح دارند برود. برای این کار روبات باید دارای زیرمجموعه‌ای از قابلیت‌های زیر باشد. قیمت روبات برابر است با مجموع قیمت های قابلیت‌هایی که برای آن سفارش می‌دهیم. قیمت هر قابلیت نیز روبه‌روی آن در فهرست زیر درج شده است.

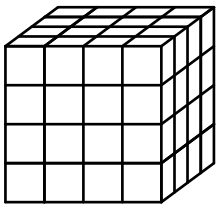


- یک واحد حرکت به راست، ۳۰۰۰۰ تومان
- یک واحد حرکت به بالا، ۳۰۰۰۰ تومان
- یک واحد حرکت به پایین، ۲۰۰۰۰ تومان
- یک واحد حرکت به چپ، ۲۰۰۰۰ تومان
- تقارن نسبت به محور x، ۲۰۰۰۰ تومان $(x, y) \longrightarrow (x, -y)$
- تقارن نسبت به محور y، ۲۰۰۰۰ تومان $(x, y) \longrightarrow (-x, y)$
- تقارن نسبت به خط y=x، ۱۰۰۰۰ تومان $(x, y) \longrightarrow (y, x)$
- تقارن نسبت به خط y=-x، ۱۰۰۰۰ تومان $(x, y) \longrightarrow (-y, -x)$

حداقل قیمت روبات را تعیین کنید.

الف) ۳۰۰۰۰ تومان ب) ۴۰۰۰۰ تومان ج) ۵۰۰۰۰ تومان د) ۶۰۰۰۰ تومان ه) ۷۰۰۰۰ تومان

۶) یک کیک به شکل یک مکعب ۴ × ۴ × ۴ داریم. در هر مرحله می‌توانیم یک صفحه از فضا (موازی با یکی از وجه‌های کیک)، برای برش انتخاب کنیم. اگر صفحه‌ی برش از قطعه کیکی عبور کند، آن قطعه را به دو قسمت تقسیم می‌کند. بین هر دو مرحله، می‌توانیم بخش‌های مختلف کیک که از هم جدا شده‌اند، هر طوری که خواستیم (با انتقال و دوران) در فضا کنار هم قرار دهیم و دوباره عمل برش (مرحله‌ی بعد) را انجام دهیم.



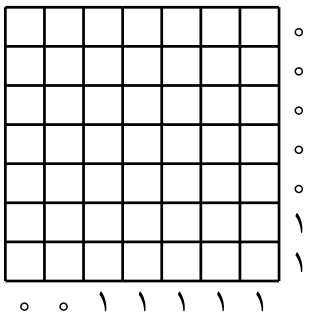
ل‌قادح .دنوش‌میسقت‌تمسق‌ود ه‌بن‌امزم‌ه‌ش‌ربک‌یاب،ل‌بق‌زا ه‌دش‌میسقت‌ی‌ه‌عطق‌دنچ‌ت‌سا‌ن‌کمم‌ه‌ک‌دینک‌ت‌قد ؟دوش‌میسقت ۱ × ۱ × ۱ ب‌عکم ۴۶ ه‌بک‌یک‌ن‌یا‌ات‌م‌یراد‌م‌زلا ه‌لاحرم‌دنچ

۹) ه ۸) د ۷)ج ۶)ب ۵)ف‌لا

۷) در مهمانی که علی‌آقا ترتیب داده است، ۱۲ نفر شرکت کرده‌اند. در موقع ورود مهمان‌ها، هرکدام یک شماره متمایز از اعداد ۱ تا ۱۲ می‌گیرند. مهمان‌ها دور یک میز دایره‌ای می‌نشینند. قرار است علی‌آقا یک ظرف شیرینی برای پذیرایی ببرد؛ اما موقع برداشتن شیرینی، هر کس به شماره خودش و نفر سمت راستش نگاه می‌کند و به تعداد شماره بیشتر، از ظرف شیرینی برمی‌دارد. علی‌آقا حداقل چند عدد شیرینی باید در ظرف قرار دهد به‌طوری‌که در هر نحوه نشستن، هرکس بتواند تعداد گفته‌شده در بالا را از آن بردارد؟

الف) ۷۸ ب) ۱۱۴ ج) ۴۲ د) ۱۵۶ ه) ۷۲

۸) در هر خانه‌ی یک جدول ۷ × ۷ عدد ۰ یا عدد ۱ قرار دارد. برای هر ستون اگر تعداد ۱ها در آن بیشتر بود، زیر آن ستون عدد ۱ و در غیراین‌صورت عدد ۰ را می‌نویسیم. به همین صورت، برای هر سطر نیز اگر تعداد ۱های آن بیشتر بود، در سمت راست آن سطر عدد ۱ و در غیراین‌صورت عدد ۰ را می‌نویسیم. بعد از به‌دست آمدن اعداد سطرها و ستون‌ها، تمام اعداد داخل جدول پاک می‌شوند. اگر اعداد جدول زیر به این صورت به‌دست آمده باشند، حداقل و حداکثر در چند خانه‌ی جدول عدد ۱ قرار داشته است؟

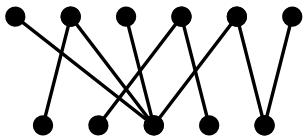


الف) حداقل ۲۰ و حداکثر ۲۷
ب) حداقل ۲۲ و حداکثر ۲۷
ج) حداقل ۲۰ و حداکثر ۲۹
د) حداقل ۲۲ و حداکثر ۲۹
ه) هیچ کدام

۹) یک شمارنده‌ی ۳ رقمی داریم که با هر بار زدن دکمه‌ی آن، عدد آن یک واحد افزایش می‌یابد. عدد روی شمارنده در ابتدا، ۲۳۳ است. دکمه‌ی آن‌را ۶۹۳ بار می‌زنیم تا عدد شمارنده برابر ۹۲۶ شود. این ۳ رقمِ شمارنده در مجموع چند بار تغییر کرده‌اند؟

الف) ۶۹۳ ب) ۷۰۳ ج) ۷۶۹ د) ۷۷۲ ه) ۸۲۷

۱۰) می‌خواهیم نقاط شکل روبه‌رو را آبی یا قرمز کنیم به‌طوری‌که، هیچ دو نقطه‌ای که با یک پاره‌خط به هم وصل هستند، هم‌رنگ نباشند. اختلاف تعداد نقاط آبی و تعداد نقاط قرمز حداکثر چقدر است؟

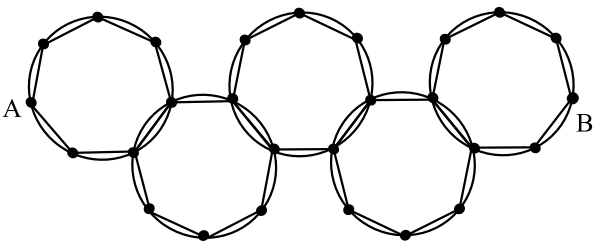


۵) ه ۴) د ۳)ج ۲)ب ۱)فلا

۱۱) دانش آموزان یک کلاس ۳۰ نفره، در یک آزمون شرکت کرده‌اند. در این آزمون بالاترین نمره ۲۰ و پایین‌ترین نمره ۵ بوده‌است. در ضمن می‌دانیم میانگین نمرات ۱۲ و نمره‌ی نفر ۱۰ام کلاس ۱۵ بوده‌است. در این کلاس، حداکثر چند نفر نمره‌ی کمتر از ۱۰ گرفته‌اند؟

الف) ۱۳ ب) ۱۵ ج) ۱۷ د) ۱۹ ه) ۲۰

۱۲) در نقشه‌ی رو به رو، نقاط پررنگ نشان دهنده‌ی شهر و کمان‌ها و پاره‌خط‌های مستقیم بین آن‌ها جاده هستند. برای ما استفاده از جاده‌های مستقیم و کمانی تفاوتی ندارد. به چند طریق می‌توان با کم‌ترین تعداد جاده از شهر A به شهر B رفت؟
(دقت کنید که صرفاً تعداد جاده‌ها مهم است و بین بعضی از شهرها دو یا سه جاده قرار دارد.)

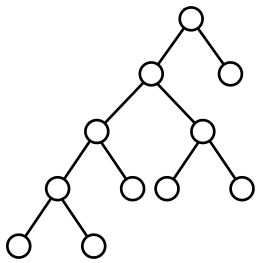


$۲^{۵} \times ۶^{۴}$) ه $۲^{۷} \times ۳^{۱۱}$) د $۳^{۴} \times ۲^{۱۱}$)ج $۳^{۳} \times ۲^{۸}$)ب $۳^{۴} \times ۲^{۷}$)فلا

۱۳) روی یک دستگاه n عدد کلید و یک نمایش‌گر قرار دارد. در ابتدا هر کدام از کلیدها یا روشن است یا خاموش و نمایش‌گر همیشه تعداد کلیدهای روشن را نشان می‌دهد. ما از وضعیت روشن یا خاموش بودن کلیدها اطلاع نداریم و در هر مرحله تنها می‌توانیم یک کلید دل‌خواه را تغییر وضعیت دهیم. حداکثر در طی چند مرحله می‌توانیم تمام کلیدها را روشن کنیم؟

الف) $n-1$ ب) n ج) $2n-1$ د) $2n$ ه) $2n+1$

۱۴) در شکل روبه‌رو، می‌خواهیم دایره‌ها را با ۳ رنگ آبی، قرمز و سبز رنگ‌آمیزی کنیم، به‌طوری که، رنگ هر دایره و دو دایره‌ی زیر آن، که به آن متصل‌اند (اگر وجود داشته باشد)، با هم برابر باشد و یا رنگ هر سه آن‌ها متفاوت باشد. به چند طریق می‌توان این رنگ‌آمیزی را انجام داد؟



الف) ۳۴۲ ب) ۸۲۷ ج) ۹۲۷ د) ۸۵۴۱ ه) ۸۴۰۲

۱۵) عدد طبیعی a را در نظر بگیرید. در هر مرحله می‌توان یکی از ۲ عمل زیر را روی این عدد انجام داد:

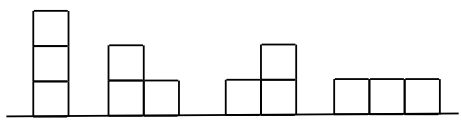
- *دَوَران*: رقم سمت چپ a به سمت راست این عدد منتقل می‌کنیم. برای مثال، این عمل عدد ۱۲۳۴ را به عدد ۲۳۴۱ تبدیل می‌کند. پس از هر بار انجام دادن این عمل، صفرهای سمت چپ عدد (در صورت وجود)، حذف می‌شود. برای مثال، دوران عدد ۱۰۲۳ عدد ۲۳۱ را نتیجه می‌دهد.
- *به‌علاوه ۲*: ۲ واحد به a اضافه کنیم.

در چند تا از جفت‌های زیر می‌توان، با انجام دنباله‌ای از دو عمل فوق، عدد سمت چپ را به عدد سمت راست تبدیل کرد؟

- (۲۱۳۴, ۲۱۴۳)
- (۱۱۱۱, ۱۱۱)
- (۱۲۱۲۱, ۲۱۲۱۲)
- (۱۰۳, ۴۵)

الف) ۰ ب) ۱ ج) ۲ د) ۳ ه) ۴

۱۶) به چند روش می‌توان ۸ جعبه را در تعدادی ستون چسبیده به هم، روی زمین قرار داد؟ حالات مختلف برای ۳ جعبه را در شکل می‌بینید.



الف) ۱۲۸ ب) ۶۴ ج) ۴۰ د) ۹ ه) هیچ کدام

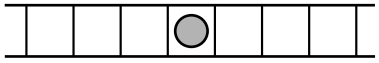
۱۷) پس از امتحانات پایان نیم‌سال، نمرات فیزیک و ریاضیِ هر یک از ۳۰ دانش‌آموزِ کلاس «دوم ب» معلوم شد. آقای هاشمی که معلّم فیزیک بود، رتبه‌های ۱ تا ۳۰ را در درس فیزیک اعلام کرد. آقای کاظمی، معلّم ریاضی آن‌ها نیز رتبه‌های ۱ تا ۳۰ را در درس ریاضی اعلام کرد. هیچ دو دانش‌آموزی، در یک درس نمره‌ی یک‌سان نگرفته بودند.

فردای آن روز قرار شد رتبه‌بندی کل را با استفاده از میانگین(نصف مجموع) دو رتبه‌ای که در دروس ریاضی و فیزیک کسب شده، اعلام کنند. در این رتبه‌بندی، رتبه‌ی کل دانش‌آموز x، که میانگین دو رتبه‌اش در ریاضی و فیزیک S است، برابر است با: تعداد دانش‌آموزانی که میانگین دو رتبه‌شان از S اکیداً کم‌تر است، به‌اضافه یک.

سروش در هر یک از دو درس رتبه‌ی ۹ آورده است (نهمین بالاترین نمره). بهترین و بدترین رتبه کلی که سروش ممکن است به‌دست بیاورد، کدام است؟

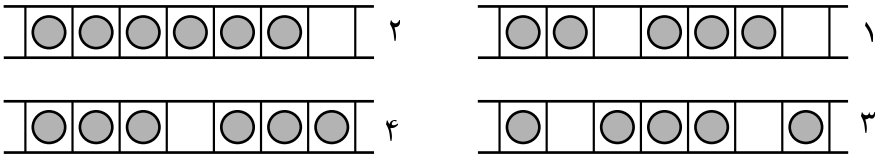
الف) بهترین ۱ و بدترین ۱۶ ب) بهترین ۱ و بدترین ۱۷ ج) بهترین ۱ و بدترین ۱۸
د) بهترین ۹ و بدترین ۱۷ ه) بهترین ۹ و بدترین ۱۸

۱۸) نردبانی به طول بی‌نهایت روی زمین قرار دارد. در شروع بازی یک توپ در یکی از خانه‌های نردبان مطابق شکل قرار دارد. در خارج نردبان نیز به تعداد کافی توپ وجود دارد.



زا پ‌وت ود س‌پس .هم‌ینکی‌م ج‌راخ ارن‌آ پ‌وت و هم‌ینکی‌م ب‌اختنا ار h م‌انذه‌ب پ‌وت‌ی‌واج ی‌ه‌ناخ ک‌یپ‌ت‌کرح رهر رد پ‌وت‌رهر .هم‌ینکی‌م ب‌اترپ‌ت‌سار ف‌رط ه‌بار ی‌رگید و پ‌چ ف‌رط ه‌بار ی‌کی‌ر h ی‌ه‌ناخ زا و ه‌تشادرب‌ن‌ابدرن‌ زا ج‌راخ .دوشی‌م ف‌قوتم اج‌ن‌امهرد و دسرب‌ی‌لاخ ی‌ه‌ناخ‌ن‌یلوا ه‌ب‌اتدوشی‌م در پ‌وت‌ی‌اراد ی‌اهه‌ناخ‌ی‌ور زا ،ه‌دش‌ب‌اترپ

؟م‌یسرب‌م‌ینلوتی‌م‌ریز ی‌اهت‌لاح زا ک‌ی‌م‌الدک‌ه‌ب ،ه‌اوخلد دالدعت‌ه‌بت‌کرح‌ن‌یا م‌اجنا ار

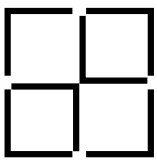


الف) ۱ و ۲ ب) ۱ و ۴ ج) ۲ و ۳ د) ۳ و ۴ ه) ۱ و ۲ و ۳ و ۴

۱۹) یک جدول ۱۲ × ۱۰ داریم. مختصات خانه‌ی بالا سمت چپ $(۰, ۰)$، و مختصات خانه‌ی پایین سمت راست $(۹, ۱۱)$ است. چند زیرجدول (زیرمستطیل از خانه‌ها)، شامل خانه‌ی $(۷, ۵)$ است؟ (بدیهی است که خانه‌ی $(۷, ۵)$ به تنهایی و کل جدول، هر کدام یک زیرجدول محسوب می‌شوند.)

الف) ۷۳۵ ب) ۱۱۲۰ ج) ۱۰۰۸ د) ۱۲۶۰ ه) ۱۲۰۰

۲۰) به چند طریق می‌توان یک جدول ۲ × ۲ را با شش شکلِ ⌊ ساخت؟ یکی از این روش‌ها در شکل روبه‌رو نشان داده شده است.

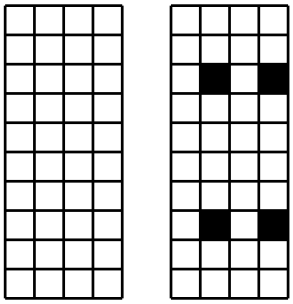


۷) ه ۵) د ۴)ج ۶)ب ۸)ف‌لا

۲۱) ۱۰ لامپ خاموش در یک ردیف، به ترتیب پشت سر هم قرار دارند. در هر مرحله، یکی از لامپ‌های خاموش را روشن می‌کنیم. این کار را آن‌قدر انجام می‌دهیم تا تمام لامپ‌ها روشن شوند. می‌خواهیم به ترتیبی لامپ‌ها را روشن کنیم که هیچ‌گاه بین لامپ‌های روشن لامپ خاموش قرار نداشته باشد. به عنوان مثال، اگر لامپ‌های اول و سوم روشن باشند، لامپ دوم نیز باید حتماً روشن باشد. به چند طریق می‌توان ترتیبی برای روشن کردن لامپ‌ها ارائه داد، به طوری که شرط مذکور حفظ شود؟

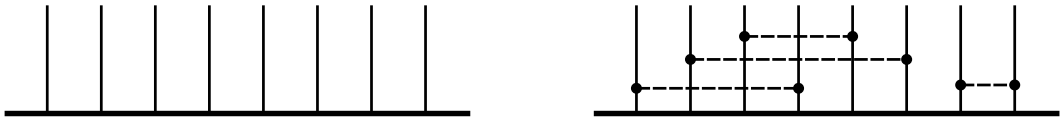
الف) ۱۲۰ ب) ۵۱۲ ج) ۱۰۲۴ د) ۵۰۴۰ ه) ۴۰۳۲۰

۲۲) یک جدول ۴ × ۱۰ خالی مانند شکل سمت چپ داریم. به ۴ خانه‌ی سیاه که ۴ گوشه‌ی یک مستطیل قرار بگیرند، «چهارخونه» می‌گوییم(مانند شکل سمت راست). حداکثر چند خانه از جدول خالی سمت چپ را می‌توانیم سیاه کنیم به‌طوری‌که، در آن هیچ «چهارخونه»‌ای مشاهده نشود؟



الف) ۱۰ ب) ۱۳ ج) ۱۶ د) ۱۸ ه) ۲۰

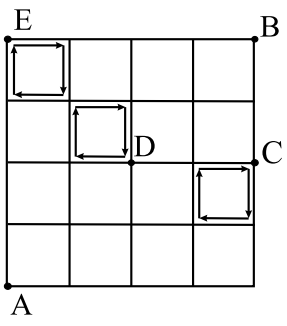
۲۳) ۸ میله‌ی عمودی مطابق شکل سمت چپ به ترتیب روی زمین چیده شده‌اند، به طوری که فاصله‌ی هر میله از میله‌ی بعدی‌اش، برابر ۱ واحد می‌باشد.



یک «جفت‌بندی»، این ۸ میله را با ۴ خط‌چین افقی به ۴ جفت تقسیم می‌کند. در شکل سمت راست یکی از راه‌های جفت‌بندی نمایش داده شده است. «طول» یک جفت‌بندی، برابر مجموع طول ۴ خط‌چین استفاده شده برای آن جفت‌بندی است. برای مثال طول جفت‌بندی شکل سمت راست برابر با ۱۰ می‌باشد. اکنون اگر همه‌ی جفت‌بندی‌های ممکن برای این ۸ نقطه را در نظر بگیریم، میانگین طول این جفت‌بندی‌ها چه‌قدر است؟

الف) ۸ ب) ۱۲ ج) ۷ د) ۱۶ ه) ۱۴

۲۴) پلیس در صدد دستگیر کردن یک مجرم فراری است. این مجرم تحت تعقیب در نقطه‌ی A در شکل روبه‌رو قرار دارد و می‌خواهد در ۸ دقیقه به نقطه‌ی B برود. او می‌تواند در هر دقیقه روی یک ضلع یک خانه‌ی جدول حرکت کند. در لحظه‌ای که مجرم در نقطه‌ی A قرار دارد، سه پلیس در نقاط C و D و E هستند، و هر کدام، در یک مسیر دوری که در شکل با چهار پیکان نشان داده شده حرکت می‌کنند. جهت حرکت نیز مشخص شده است. پلیس‌ها نیز در هر دقیقه یک ضلع یک خانه‌ی جدول را طی می‌کنند. اگر مجرم و یکی از پلیس‌ها دریک نقطه‌ی تقاطع در جدول قرار بگیرند، پلیس مجرم را دستگیر می‌کند، ولی اگر روی یک ضلع یک خانه‌ی جدول از روبه‌روی هم بگذرند پلیس نمی‌تواند او را دستگیر کند. پلیس می‌خواهد بداند چند مسیر مختلف برای مجرم از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B وجود دارد که اگر مجرم آن مسیرها را انتخاب کند، پلیس نمی‌تواند او را دستگیر کند.

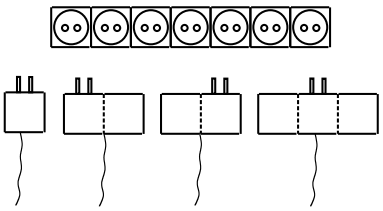


ه) ۳۰ د) ۴۲ ج) ۸۱ ب) ۱۲ الف) ۶۱

۲۵) با بررسی اطلاعات فروش در یک فروشگاه، می‌توان قاعده‌هایی برای پیش‌بینی خریدهای مشتریان پیدا کرد، مثل «{نان}⇒{گردو، پنیر}» یا «{پاک‌کن، تراش}⇒{مداد}». قاعده‌ی «$A \Rightarrow B$» یعنی مشتری با خرید مجموعه‌ی A، حتماً مجموعه‌ی B را نیز خریداری می‌کند. A و B مجموعه‌هایی ناتهی از اجناس فروشگاه هستند که اشتراک ندارند. اگر ۸ نوع جنس در فروشگاه داشته باشیم، در حالت کلی چند قاعده‌ی مختلف می‌توان تولید کرد؟

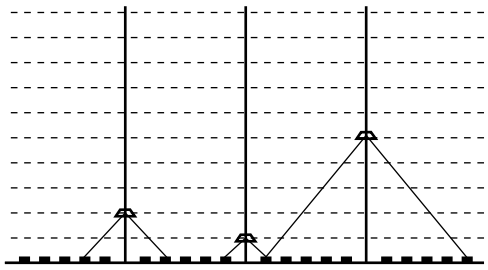
الف) ۶۰۵۰ ب) ۶۰۴۹ ج) ۶۳۰۵ د) ۶۳۰۶ ه) ۶۵۶۱

۲۶) ۷ پریز برق با ابعاد ۱ × ۱ در یک ردیف، مطابق شکل روی دیوار نصب شده‌اند. ۴ وسیله‌ی برقی در اختیار داریم که می‌خواهیم از آن‌ها به صورت هم‌زمان استفاده کنیم. دوشاخه‌های این وسیله‌ها مانند شکل با اندازه‌های ۳ × ۱، ۲ × ۱، ۲ × ۱ و ۱ × ۱ هستند. به چند طریق می‌توان این دو شاخه‌ها را در پریزها قرار داد، به طوری که تمام وسیله‌ها روشن شوند؟ دقت کنید که مجاز به چرخاندن دوشاخه‌ها نیستیم.



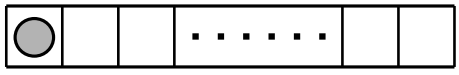
ه) ۲۴ د) ۰۳ ج) ۴۲ ب) ۲۱ ف‌لا

۲۷) به چند طریق می‌توان ارتفاع سه نورافکنی که در شکل مقابل نشان داده شده است را تنظیم کرد، به‌طوری که تمام ۲۰ جعبه‌ی روی زمین، که با مستطیل سیاه نشان داده شده‌اند روشن شوند؟ ارتفاع هر کدام از نورافکن‌ها می‌تواند بین ۱ تا ۱۰ باشد. یک نورافکن در ارتفاع i، تا i جعبه در سمت راست خود و i جعبه در سمت چپ خود را روشن می‌کند.



ه) ۰۶۴ د) ۴۲۴ ج) ۰۵۲ ب) ۵۲۳ ف‌لا ۰۱۱

۲۸) یک نوار به طول n به صورت رو به رو و یک مهره موجود است.



دو نفر این بازی را روی نوار انجام می‌دهند: در ابتدا، مهره در سمت چپ‌ترین خانه‌ی نوار قرار دارد. هر بازی‌کن در نوبت خود باید یکی از دو حرکت زیر را انجام دهد:

(الف) به شرط این که تا آخر نوار (سمت راست‌ترین خانه) حداقل i خانه‌ی خالی وجود داشته باشد، مهره را به i خانه جلوتر انتقال دهد. البته i حتماً باید یکی از اعداد ۱، ۲ یا ۵ باشد.

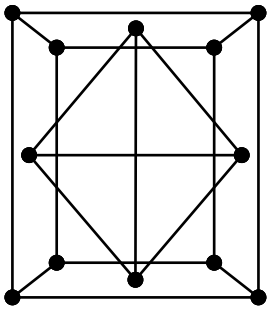
(ب) مهره را دست نزند و نوبت را به نفر بعدی واگذار کند.

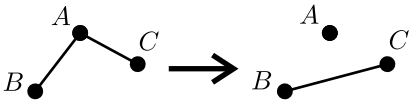
اگر نفر قبلی در نوبت خود حرکت (ب) را انجام داده باشد، بازی‌کن فعلی حق ندارد حرکت (ب) را انجام دهد. به عبارت دیگر، هیچ گاه دو حرکت (ب) متوالی در بازی انجام نخواهد شد. برنده کسی است که در نوبت خود، مهره را به آخرین خانه‌ی نوار انتقال دهد.

برای چه تعداد از مقادیر n از میان اعداد {۸۱, ۶۷, ۵۱, ۳۴, ۱۰} نفر اول برنده است؟

الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴ ه) ۵

۲۹) کامبیز شکل سمت چپ را روی کاغذ رسم کرده و به شاندیز داده است. این شکل از تعدادی «تکه‌خط» تشکیل شده است. تکه‌خط چیزی شبیه پاره‌خط است با این تفاوت که دو سر آن حتما دو دایره‌ی کوچک سیاه قرار دارد. شاندیز در هر مرحله می‌تواند سه دایره‌ی سیاه A، B و C که A به B و A به C با تکه‌خط متصل هستند ولی B به C متصل نیست را انتخاب کند، سپس تکه‌خط‌های AB و AC را حذف کرده و تکه‌خط BC را به جای آن دو رسم کند(مانند شکل پایین). با تکرار این عمل تا جای ممکن، حداقل چه تعداد «تکه‌خط» ممکن است باقی بماند؟ (دقت کنید که در شکل سمت چپ هیچ سه نقطه ای روی یک خط نیستند.)





الف) ۱ ب) ۷ ج) ۸ د) ۱۰ ه) ۴۱

۳۰) ۱۳۸۶ وزنه با وزن‌های متفاوت و یک ترازو در اختیار داریم. در هر مرحله می‌توانیم وزن دو وزنه را با ترازو مقایسه کنیم. با حداقل چند بار مقایسه می‌توانیم با اطمینان اولین و دومین وزنه را از لحاظ سبکی پیدا کنیم؟

الف) ۱۳۸۵ ب) ۲۷۷۲ ج) ۱۳۸۶ د) ۱۳۹۶ ه) ۲۷۶۹

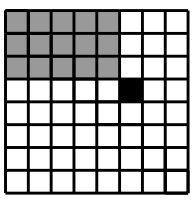
۳۱) یک جدول از اعداد متمایز داده شده است. در هر سطر، دو خانه که حاوی بزرگ‌ترین اعداد آن سطر هستند را علامت می‌زنیم. همین کار را برای ستون‌ها انجام می‌دهیم. می‌خواهیم بدانیم در کلِ جدول، حداقل چند خانه علامت زده می‌شوند. اگر جدول ما ۱۰۰ × ۱۰۰ باشد، این «مقدارِ حداقل» چه قَدر است؟ در مورد جدول ۱۰۱ × ۱۰۱ چه‌طور؟

الف) ۴۰۰ و ۴۰۴ ب) ۲۰۰ و ۲۰۴ ج) ۳۰۰ و ۳۰۳ د) ۲۰۰ و ۲۰۰ ه) ۲۰۰ و ۲۰۲

۳۲) اعداد ۱ تا ۱۰۰ روی محیط یک دایره، با ترتیبی تصادفی چیده شده‌اند. ما از محل هیچ عددی اطلاع نداریم. دستگاهی در اختیار داریم که با تعیین مکان ۵۰ عدد متوالی روی دایره، کوچک‌ترین آن‌ها را به ما اعلام می‌کند. توجه کنید که دستگاه محل کوچک‌ترین عدد را به ما نشان نمی‌دهد، بلکه فقط مقدار کوچک‌ترین عدد را اعلام می‌کند. با حداکثر چند بار استفاده از این دستگاه، می‌توان محل عدد ۱ را پیدا کرد؟

الف) ۷ ب) ۹ ج) ۲۵ د) ۴۹ ه) ۵۰

۳۳) یک جدول ۸ × ۸ را در نظر بگیرید. مهره‌ی «نهنگ»، مهره‌ای است که اگر در یک خانه از این جدول ۸ × ۸ قرار بگیرد، مطابق شکل تمامی خانه‌هایی که اکیداً بالاتر و سمت چپ تر از خانه‌ی خودش هستند، را تهدید می‌کند. به چند طریق می‌توان یک مهره‌ی نهنگ سیاه و یک مهره‌ی نهنگ سفید را در این جدول قرار داد، به طوری‌که هیچ‌یک دیگری را تهدید نکند؟ (دقت کنید که نمی‌توان دو مهره نهنگ را در یک خانه قرار داد)



الف) ۱۲۶۴ ب) ۷۸۴ ج) ۱۵۶۸ د) ۷۶۸ ه) ۵۱۲

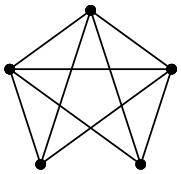
۳۴) می‌خواهیم کیکی درست کنیم که به ژله‌ی توت‌فرنگی، خامه‌ی شکلاتی، و ۲ ماده‌ی آرد، و شکر نیاز دارد. ژله‌ی توت‌فرنگی به ۳ ماده‌ی پودر ژله، توت‌فرنگی، و آب مقطر نیاز دارد. خامه‌ی شکلاتی نیز به ۲ ماده‌ی خامه و شکلات نیاز دارد. یخچالی داریم که مواد درون آن همواره از پایین به بالا، هر کدام روی قبلی، قرار می‌گیرند. در هر ساعت می‌توانیم یکی از مواد فوق را که خود به ماده دیگری نیاز ندارد، خریداری کنیم و در یخچال روی بقیه مواد قرار دهیم، یا تعدادی از مواد را از بالای یخچال(از روی بقیه‌ی مواد) برداریم و با استفاده از همه‌ی آن‌ها ماده‌ی جدیدی بسازیم و آن را در یخچال روی بقیه‌ی مواد قرار دهیم.

برای مثال اگر مواد درون یخچال به ترتیب از پایین به بالا آب مقطر، توت‌فرنگی، پودر ژله، خامه و شکلات باشد، می‌توانیم خامه و شکلات را برداریم و با استفاده از آن‌ها خامه‌ی شکلاتی درست کنیم، در حالی که نمی‌توانیم آب مقطر، توت فرنگی و پودر ژله را برداریم و ژله‌ی میوه‌ای درست کنیم چون این مواد بالای یخچال قرار ندارند.

اگر در ابتدا یخچال خالی باشد، به چند طریق می‌توان با استفاده از این یخچال کیک را درست کرد؟

الف) ۲۸۸ ب) ۳۲۰ ج) ۴۲۰ د) ۵۱۲ ه) ۴۸۰

۳۵) در شکل روبه‌رو، ۵ عدد میخ مشاهده می‌کنید که با تعدادی کِش به هم متصل شده‌اند. به چند طریق می‌توان ۵ تا از کِش‌ها را انتخاب کرد، به طوری که هر میخ، دقیقاً به دو کِشِ انتخاب‌شده وصل باشد؟

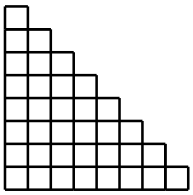


ه) ۸۱ د) ۸ ج) ۴۲ ب) ۶ الف) ۲۱

۳۶) دو عدد a و b را در مبنای ۲ درنظر بگیرید. عدد a را یکی یکی زیاد می‌کنیم. در هر بار زیاد کردن اگر رقم iام عدد a در نمایش مبنای دوی آن تغییر کرد، 2^i تا به عدد b اضافه می‌کنیم (رقم سمت راست، رقم شماره‌ی ۰ محسوب می‌شود). در ابتدا دو عدد a و b صفر هستند. پس از تعدادی بار زیاد کردن عدد a، عدد b برابر ۹۶ شده است. عدد a را چند بار زیاد کرده‌ایم؟

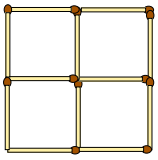
الف) ۱۵ ب) ۱۸ ج) ۲۲ د) ۳۶ ه) ۴۸

۳۷) مهره‌ی «رخ» در شطرنج، مهره‌ای‌ست که تمامی خانه‌هایی که هم‌سطر، یا هم‌ستون با خودش باشند را تهدید می‌کند.
جدول پلکانی روبه‌رو را در نظر بگیرید. به چند طریق می‌توان ۷ مهره‌ی «رخ» را در این جدول گذاشت، به طوری که هیچ دو مهره‌ای هم‌دیگر را تهدید نکنند؟



ه) ۳۵ د) ۲۸۲ ج) ۶۴۰ ب) ۲۵۵ الف) ۹۸۴

۳۸) شکل زیر از ۱۲ چوب‌کبریت تشکیل شده است. به چند طریق می‌توان ۸ تا از این چوب‌کبریت‌ها را برداشت، به‌طوری‌که هیچ دو چوب‌کبریتی از چهارتای باقی‌مانده به هم وصل نباشند (در هیچ نقطه‌ای اشتراک نداشته باشند)؟



ه) ۵ د) ۸۱ ج) ۶ ب) ۷۱ الف) ۴۱

۳۹) یک عدد با تعداد دلخواهی عدد ۱ و ۲ را در نظر بگیرید. می‌توان تعدادی از ارقام این عدد را از سمت چپ به سمت راست منتقل کرد(مثلاً ۱۱۲۲۲ ⟸ ۲۲۱۱۲). با تکرار این عمل تعدادی عدد به دست می‌آیند. اگر عدد اولیه از همه آن‌ها کوچکتر بود آن را عددی خوب می‌نامیم.

چند عدد خوب ۵ رقمی وجود دارند؟

الف) ۳۲ ب) ۱۰ ج) ۸ د) ۶ ه) ۲۰

۴۰) ۴ زوج وارد رستورانی می‌شوند. درون رستوران یک میز مربعی وجود دارد که پشت هر ضلع آن ۲ صندلی وجود دارد. این ۴ زوج به چند طریق می‌توانند دور این میز بنشینند به‌طوری‌که، هر نفر کنار زوج خود باشد (یعنی با او در یک ضلع بنشیند) یا دقیقاً روبه‌روی او باشد؟ (دقت کنید که میز قابل چرخاندن نیست و هر دو نفری با هم متفاوت هستند.)

الف) ۱۴۴ ب) ۵۷۶ ج) ۶۶۸ د) ۱۱۷۲ ه) ۱۵۳۶

«موفق باشید»