به نام خدا

بسمه تعالی

فرمول نامه

گردآورنده : فرزاد راد...

فهرست مطالب

حتماً بخوانید

مقدمه

کتابی که در دست دارید حاصل سعی و تلاش ۶ ماهه ی اینجانب است. بیان این کتاب از جنس مشکلات دانش آموزان است. سال ها بود که دانش آموزان به دنبال یک منبع کامل و جامع فرمول های تستی ریاضی و فیزیک برای بهبود سرعت العمل خود در کنکور، خود را به آب و آتش می زدند. از این رو اینجانب که خود این دوران را گذرانده ام و با خواسته ی دانش آموزان و معلمین و همچنین فعالان این عرصه درحد توانم آشنایی یافتم .سعی کردم کتابی را گردآوری کنم، که شامل تمامی نکات تستی کنکور مخصوصاً فرمول های تستی سرعتی باشد. اغلب دانش آموزان به خاطر پراکنده بودن وهمچنین کامل نبودن فرمول های محاسباتی که بخش اعظمی از کنکور را تشکیل میدهند ، علاقه ای به یادگیری این مطالب و زدن تست های آن ندارند. در نتیجه فرصت های تحصیلی خود را از دست می دهند. از این رو کتابی که در دست دارید میتواند کمک شایانی به تمامی داوطلبان بکند، و علاقه ی آنان را به این درس افزایش دهد.

توصیه می شود پس از خواندن هر بخش از این کتاب و ترجیحاً چند بار رو نویسی از روی مطالب، ذهن خود را متمرکز زدن تست های مربوطه در کتب تستی دیگر کنید. در این کتاب از بیان مطالب تکراری پیش پا افتاده که به نظر اکثر دانش آموزان ساده است، خودداری شده است. امیدوارم این کتاب باعث ارتقاء سطح علمی دانش آموزان بشود.

خصوصیات این کتاب عبارتند از :

۱. در بیاد ماندن فرمول ها در ذهن دانش آموزان کمک به سزایی می کند.
۲. باعث منظم شدن اطلّاعات داوطلبان کنکور می شود، در نتیجه سرعت تست زنی بالا می رود.
۳. منجر به افزایش سرعت در مرور مطالب شده و تعداد دفعات مرور را افزایش می دهد.

به علت گسترده بودن مطالب و انجام کار به صورت فردی اگر اشتباهی در این رساله دیدید به بزرگواری خودتان بنده را عفو فرمایید.

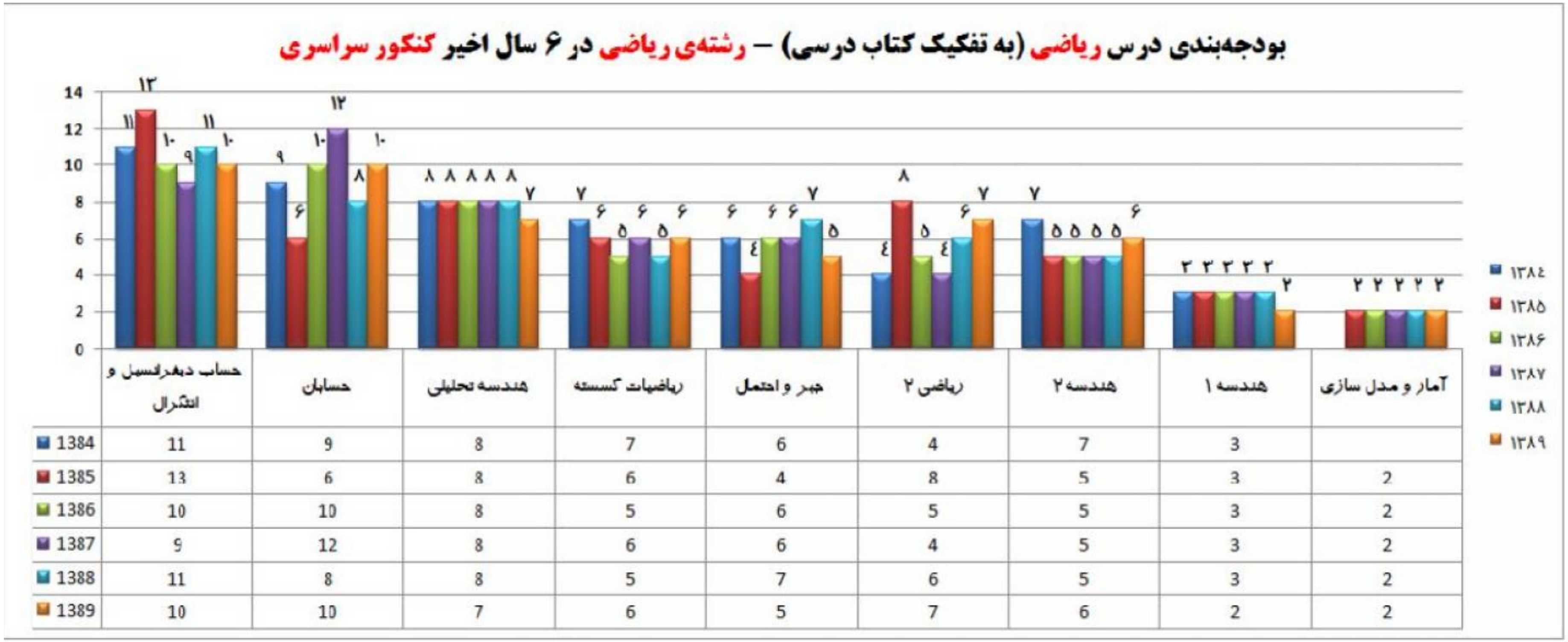
پیامبر اکرم (ص) :

هر که علم جوید
پروردگار عهده دار
روزی او شود.

عملگرها

خواننده ی گرامی به علت مربوط بودن بعضی از مطالب به هم در چندین کتب درسی و همچنین پر کاربرد بودنشان در محاسبات، این مطالب به صورت موضوعی بیان شده اند. تا فراگیریشان آسان تر به عمل بیاید.

بودجه‌بندی درس ریاضی (به تفکیک کتاب درسی) – رشته‌ی ریاضی در ۶ سال اخیر کنکور سراسری



	حساب دیفرانسیل و انتگرال	حسابان	هندسه تحلیلی	ریاضیات گسسته	جبر و احتمال	ریاضی ۲	هندسه ۲	هندسه ۱	آمار و مدل سازی
1384	11	9	8	7	6	4	7	3	
1385	13	6	8	6	4	8	5	3	2
1386	10	10	8	5	6	5	5	3	2
1387	9	12	8	6	6	4	5	3	2
1388	11	8	8	5	7	6	5	3	2
1389	10	10	7	6	5	7	6	2	2

٤ عمل اصلی ریاضی:

$1)\ x+y\in\Re$ $\quad 2)\ x+0=x$ $\quad 3)\ x+y=y+x$

$4)\ x+(y+z)=(x+y)+z$ $\quad 5)\ x+(-x)=0$ $\quad 6)\ x-y=x+(-y)$

$7)\ -(a+b)=-a-b$ $\quad 8)\ -(ab)=(-a)b=a(-b)$

$9)\ -(-a)=a$ $\quad 10)\ a(b-c)=ab-ac$

$11)\ x\times y=xy\in\Re$ $\quad 12)\ x\times y=y\times x$ $\quad 13)\ x\times 1=x$

$14)\ x\times\frac{1}{x}=1$ $\quad 15)\ x\times 0=0$ $\quad 16)\ xy=0\Rightarrow x=0\vee y=0$

$17)\ x\times(y\times z)=(x\times y)\times z$ $\quad 18)\ xy=(-x)(-y)$ $\quad 19)\ x\times(y+z)=(x\times y)+(x+z)$

$20)\ xy=xz\underset{x\neq 0}{\Rightarrow}y=z$

هر عدد گویا دارای بی شمار نماد است: $\frac{2}{3}=\frac{6}{9}=\frac{8}{12}$

$1)\ \frac{a}{b}\leq\frac{a+c}{b+d}\leq\frac{c}{d}$ $\quad 2)\ \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{ad}{bc}$

$3)\ \frac{a}{b}\pm\frac{c}{b}=\frac{a\pm c}{b}$ $\quad 4)\ \frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}$

$5)\ \frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow ad=bc$ $\quad 6)\ \frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$

برای کسرهای $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ داریم:

$1)\ \frac{a}{b}=\frac{1}{\frac{b}{a}}$ $\quad 2)\ \frac{b}{a}=\frac{d}{c}$ $\quad 3)\ \frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

ترکیب نسبت در صورت:

$$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$$

تفضیل نسبت در صورت: $\dfrac{a-b}{b}=\dfrac{c-d}{d}$

ترکیب نسبت در مخرج: $\dfrac{a}{b+a}=\dfrac{c}{d+c}$

تفضیل نسبت در مخرج: $\dfrac{a}{b-a}=\dfrac{c}{d-c}$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a\pm c}{b\pm d}=\frac{ax\pm cy}{bx\pm dy}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\ldots=\frac{a+c+e+\ldots}{b+d+f+\ldots}$$

نامساوی ها:

نکته: طرفین وسطین کردن در نامعادله درست نیست.

$\forall a,b,c\in\Re \xrightarrow{\text{یکی و فقط یکی از روابط روبه رو برقرار است}}$ $a>b$ یا $a=b$ یا $b>a$

نکته: اگر $a<b$ یا $a=b$ آنگاه $a\le b$

1) $ab>0\Rightarrow$ هم علامت اند a,b

2) $ab<0\Rightarrow$ مختلف العلامت اند a,b

3) $a<b\Rightarrow -a>-b$

4) $a<0\Rightarrow -a>0$

5) $0<a<b\Rightarrow \dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$

6) $a<b<0\Rightarrow \dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$

7) $a<0<b\Rightarrow \dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$

8) $a<b\Rightarrow a+c<b+c$

9) $if:\begin{cases}a<b\\ b<c\end{cases}\Rightarrow a<c$

10) $if:\begin{cases}0<a\\ 0<b\end{cases}\Rightarrow 0<a\times b$

11) $if:\begin{cases}a<b\\ c>0\end{cases}\Rightarrow ac<bc$

12) $if:\begin{cases}a<b\\ c<0\end{cases}\Rightarrow ac>bc$

$$13)if:\begin{cases}a<b\\c<d\end{cases}\Rightarrow a+c<b+d$$

$$14)if:\begin{cases}a<b\\c<d\end{cases}\Rightarrow a-d<b-c$$

$$15)if:\begin{cases}0<a<b\\0<c<d\end{cases}\Rightarrow ac<bd$$

$$16)if:\begin{cases}0>b>a\\0>d>c\end{cases}\Rightarrow ac>bd$$

$$if:a\neq 0\Rightarrow a^2=a\times a>0$$

$$\forall_n\in N\begin{cases}a<b\Rightarrow a^{2n+1}<b^{2n+1}\\0<a<b\Rightarrow a^{2n}<b^{2n}\\a<b<0\Rightarrow a^{2n}>b^{2n}\end{cases}$$

توان وجذر:

1) $0^0 =$ تعریف نشده

$$2)X^0=1\Leftrightarrow x^0=x^{n-n}=\frac{x^n}{x^n}=1$$

$$3)x^1=x$$

$$4)x^{-n}=\frac{1}{x^n}$$

$$5)\left(x^{-1}\right)^{-1}=x(x\neq 0)$$

$$6)\left(\frac{x}{y}\right)^{-n}=\left(\frac{y}{x}\right)^{n}$$

$$7)\frac{x}{y}=x\times y^{-1}$$

$$8)(xy)^{-1}=x^{-1}y^{-1}(x,y\neq 0)$$

$$9)\left(x^n\right)^m=x^{(n\times m)}$$

$$10)x^n\mathbin{\substack{\times\\ \div}}x^m=x^{(n\pm m)}$$

$$11)\left(x\mathbin{\substack{\times\\ \div}}y\right)^n=x^n\mathbin{\substack{\times\\ \div}}y^n$$

$$12)x^{2n}=y^{2n}\Leftrightarrow x=\pm y$$

$$13)x^{2n-1}=y^{2n-1}\Leftrightarrow x=y$$

$$14)\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}=\left(\sqrt[n]{a}\right)^m=\frac{1}{\left(\sqrt[n]{a}\right)^{-m}}$$

15) $\sqrt[n]{a^n}$
- فرد n→a
- زوج n→|a|

$$16)\left(\sqrt[n]{a}\right)^n=a$$

$$17)\sqrt[n]{a}\mathbin{\substack{\times\\ \div}}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\mathbin{\substack{\times\\ \div}}b}$$

$$18)a\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a^nb}$$

$$19)\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[(mn)]{a}$$

$$20)a^{2n-1}\leq b\Rightarrow a\leq\sqrt[2n-1]{b}$$

$$21)a^{2n-1}\geq b\Rightarrow a\geq\sqrt[2n-1]{b}$$

$$22)a^{2n}\leq b\Rightarrow -\sqrt[2n]{b}\leq a\leq\sqrt[2n]{b}$$

مثال آموزشی:

$$\sqrt[3]{2}\Big/5=\sqrt[6]{2^2}\Big/\sqrt[6]{5^3}=\sqrt[6]{\frac{4}{125}}$$

$$\sqrt[3]{2}\times\sqrt{3}=\sqrt[6]{2^2}\times\sqrt[6]{3^3}=\sqrt[6]{108}$$

دانش آموزان گرامی از آنجایی که شما باید جذر گیری از تمامی اعداد را در جلسه ی کنکور بدانید، هر چند مطلب کم اهمیتی باشد و در سال های قبل مطالعه کرده اید. اما اکثر داوطلبان چنین مطلبی را به یاد نمی آورند، بنابراین ارزش یک بار بیان آن به صورت مثال آموزشی را دارد.

مثال آموزشی: می خواهیم جذر ۱۴۳۸ را با تقریب نقصانی کمتر از ۱ بدست آوریم، از سمت راست عدد، دو رقم دو رقم جدا می کنیم.

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{14'38} & \\ \hline & \\ \end{array}$$

سپس از سمت چپ شروع به انجام محاسبات زیر می کنیم:

جذر تقریبی ۱۴ (یعنی ۳) را می نویسیم، و مجذور آن را از ۱۴ کم می کنیم.

$$\begin{array}{c|l} \sqrt{14'38} & 3 \\ \cline{2-2} 9 & \\ \cline{1-1} 5 & \end{array}$$

دو رقم بعدی را پایین می آوریم، عدد ۳ را دو برابر می کنیم حالا از رقم یکان عدد ۵۳۸ صرف نظر می کنیم و عدد ۵۳ را بر ۶ تقسیم می کنیم خارج قسمت (یعنی۸) را در سمت راست ۶ می نویسیم و حاصل ضرب ۸ ×۶۸ را با ۵۳۸ مقایسه می کنیم.

$$\begin{array}{c|l} \sqrt{14'38} & 3 \\ \cline{2-2} 9 & 3\times2=6 \\ \cline{1-1} 5\ 3'8 & 68\times8=544 \end{array}$$

در این جا چون حاصل ۸×۶۸ از ۵۳۸ بیشتر است به جای ۸ عدد ۷ را قرار می دهیم. و حاصل ضرب ۷×۶۷ را از ۵۳۸ کم می کنیم؛ باقی مانده ۶۹ است. اکنون ۷ را در سمت راست ۳ می نویسیم، و محاسبه تمام می شود.

$$\begin{array}{c|l} \sqrt{14'38} & 3\ 7 \\ \cline{2-2} 9 & 3\times2=6 \\ \cline{1-1} 53'\ \ 8 & 68\times8=544 \\ 4\,6\,9 & 67\times7=469 \\ \cline{1-1} ۰\,6\,9 & \end{array}$$

جذر a همیشه مثبت a است به عبارت دیگر رادیکال عدد نامنفی بیرون می دهد.

فاکتوریل:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times n$$

$$\prod_{i=m}^{n} a_i = a_m \times a_{m+1} \times .. \times a_n \qquad \prod_{i=1}^{n} a_i = a_1 \times a_2 \times .. \times a_n$$

بخش پذیری بر

۴ ← (۲ رقم سمت راست) ÷ ۴ = ۰ ✓

۸ ← (۳ رقم سمت راست) ÷ ۸ = ۰ ✓

۱۱ ← = ۰ ✓
۶۲۷۹۳۱۸۵ ....
+-+ - +-+ - ....

قدر مطلق:

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$1)\ |x| = |-x| \qquad 2)\ |x| = y \Leftrightarrow x = \pm y \qquad 3)\ |x| = |y| \Leftrightarrow x = \pm y$$

$$4)\ |x-y| = |y-x| \qquad 5)\ |x^2| = |x|^2 = x^2 \qquad 6)\ \sqrt{x^2} = |x|$$

$$7)\ |x| \leq y \Rightarrow -y \leq x < y \qquad 8)\ |x| \geq y \Rightarrow x \geq y \cup x \leq -y$$

$$9)\ |x| = |y| \sim \sqrt{x^2} = \sqrt{y^2} \sim x^2 = y^2$$

نکته: در رسم قدر مطلق گوشه های نمودار، ریشه هایش می باشند.

نامساوی کشی _ شوارتس (CBS) :

$$|xy| \leq |x||y|$$

نامساوی مثلث:

$$2)\ |x| - |y| \leq |x-y| \leq |x| + |y| \qquad 1)\ |x| - |y| \leq |x+y| \leq |x| + |y|$$

جزء صحیح:

$$1)[\alpha]\in Z, a\in R$$

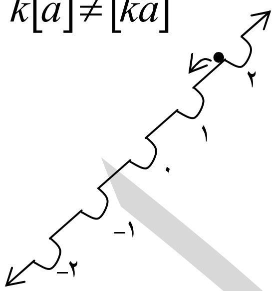
$$2)[a]=n\Rightarrow n\le a<n+1 \qquad (n\in Z)$$

نکته: جزء صحیح عدد صحیح را می تواند به بیرون بیاندازد.

$$\begin{cases}[a+k] \\ k\in Z\end{cases}\Rightarrow [a+k]=[a]+k$$

$$[[a]+a]=[a]+[a]$$

$$k[a]\neq[ka]$$



$$1)[a]+[b]\le[a+b]$$

$$2)[a][b]\le[ab]$$

$$3)[a,\bar{9}]=a+1$$

مثال آموزشی: اثبات کنید که $[6,\bar{9}]=7$

$$\begin{array}{r} 10a=69/999... \\ -\,a=6/999... \\ \hline 9a=63\rightarrow a=7 \end{array}$$

زیگما:

$$1)\sum_{i=1}^{n}x_i=x_1+x_2+,...,+x_n$$

$$2)\sum_{i=1}^{n}kx_i=k\sum_{i=1}^{n}x_i$$

$$3)\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})=0$$

میانگین داده ها در آمار

$$4)\sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=n+1}^{m} x_i = \sum_{i=1}^{m} x_i \qquad 5)\sum_{i=1}^{n} x = nx$$

$$6)\sum_{i=m}^{n} x = (n-m+1)x \qquad 7)\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=0}^{n-1} x_{i+1}$$

$$8)\sum_{i=1}^{n} x_i = x_n + \sum_{i=1}^{n-1} x_i \qquad 9)\sum_{i=1}^{n} (x_i \pm y_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i \pm \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$10)\sum_{i=1}^{n} \left(x_i \overset{\times}{\underset{\div}{}} y_i\right) \neq \sum_{i=1}^{n} x_i \overset{\times}{\underset{\div}{}} \sum_{i=1}^{n} y_i$$

معکوس توابع نمایی:

$y=a^x \longleftrightarrow \log_a^y = x$ لگاریتم y در مبنای a

$$y = \log_v^u \qquad D_y = \left\{ \begin{array}{l} u > 0 \\ \quad \& \\ v > 0 \\ \quad \& \\ v \neq 1 \end{array} \right.$$

$$1)\log_a^a = 1 \qquad 2)\log_a^1 = 0 \qquad 3)\log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_b^a$$

$$4)\log_c^{a \overset{\times}{\underset{\div}{}} b} = \log_c^a \pm \log_c^b \qquad 5)\log_{\frac{1}{b}}^a = \log_b^{\frac{1}{a}} \qquad 6)\log_c^a = \log_c^b \Rightarrow a = b$$

$$7)\log_b^a \log_a^b = 1 \qquad 8)\log_b^a = \frac{\log_{10}^a}{\log_{10}^b} \qquad 9)a^{\log_a^x} = x$$

$$10)\ a^{\log_x^b} = b^{\log_x^a}$$

$$11)\ \left.\begin{array}{c} 0<c<1 \\ \wedge \\ \log_c^a > \log_c^b \end{array}\right\} \Rightarrow a<b$$

$$12)\ \left.\begin{array}{c} 0<c<1 \\ \wedge \\ \log_c^a < \log_c^b \end{array}\right\} \Rightarrow a>b$$

$$13)\ \left.\begin{array}{c} c>1 \\ \wedge \\ \log_c^a < \log_c^b \end{array}\right\} \Rightarrow a<b$$

$\log 2 \cong 0/3$ و $\log 3 \cong 0/47$ و $\log 5 \cong 0/7$ و $\log 7 \cong 0/84$ و $\log 11 \cong 1$

اِلئِن $\longleftarrow Lnx = \log_e^x \longrightarrow$ عدد نپر = 2.71828

$Ln2 \cong 0/7 \quad Ln3 \cong 1/09 \quad Ln5 \cong 1/6 \quad Ln7 \cong 2 \quad Ln11 \cong 2/4$

ترکیب و ترتیب:

ترکیب $\longleftarrow$ $C_r^n = C\binom{n}{r} = \binom{n}{r} = C(n,v) = nCr = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$

ترتیب $\longleftarrow$ $P_r^n = P\binom{n}{r} = (n)_r = P(n,r) = n\mathrm{Pr} = \dfrac{n!}{(n-r)!}$

$1)\ C\binom{n}{n} = C\binom{n}{0} = 1 \qquad 2)\ C\binom{n}{1} = n \qquad 3)\ C\binom{n}{r} = C\binom{n}{n-r} \qquad 4)\ C\binom{n}{r} + C\binom{n}{r-1} = C\binom{n+1}{r}$

$5)\ \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \ldots + \binom{n}{n} = 2^n \qquad 6)\ \binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \ldots + \binom{n}{2} = \binom{n+1}{3}$

عاد کردن:

تعریف : $a|b \Leftrightarrow \exists c \in Z \ni b = ac$

$b|a$:
- a,b را می شمارد.
- a,b را عاد می کند.
- b یک مقسوم علیه a است.
- a بر b بخش پذیر است.

قضیه اساسی بخش پذیری:

$$\left.\begin{array}{l} a|c \\ b|c \\ (a,b)=1 \end{array}\right\} \Longrightarrow ab|c$$

$$\begin{array}{c|c} a & kb \\ \hline kr & q \end{array} \Rightarrow k|a$$

خاصیت تعدی $\left.\begin{array}{l} a|b \\ b|c \end{array}\right\} \Rightarrow a|c \Rightarrow$

$$\left.\begin{array}{l} a|b \\ b|a \end{array}\right\} \Rightarrow a = |b|$$

خاصیت بازتابی $\Rightarrow a|a$

$1)a|b \Rightarrow a|b^n$ $2)a|b \Leftrightarrow a^n|b^n$ $3)a|b \Leftrightarrow ma|mb(m \in Z)$

$4)a|b \rightarrow a^m|b^n(m \leq n)$

فرمول نامه

$$5)\ ab|c \Rightarrow \begin{cases} a|c \\ b|c \end{cases}$$

$$6)\ \left.\begin{matrix} a|b \\ a|c \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} a|b \overset{\pm}{\underset{\times}{}} c \\ a|mb+nc \end{cases}$$

$$7)\ \left.\begin{matrix} a|b \\ c|d \end{matrix}\right\} \Rightarrow ac|bd$$

$$8)\ a-b|a^n-b^n$$

اعداد فرد

$$9)\ a+b|a^n+b^n\left(n\in O\right)$$

اعداد زوج

$$10)\ a+b|a^n-b^n\left(n\in E\right)$$

$$11)\ a^r+b^r|a^n+b^m\left(\frac{n}{r},\frac{m}{s}\in O\right)$$

$$12)\ ab|\left(a\pm b\right)^2-\left(a^2+b^2\right)$$

$$13)\ ab|\left(a\pm b\right)^3-\left(a^3\pm b^3\right)$$

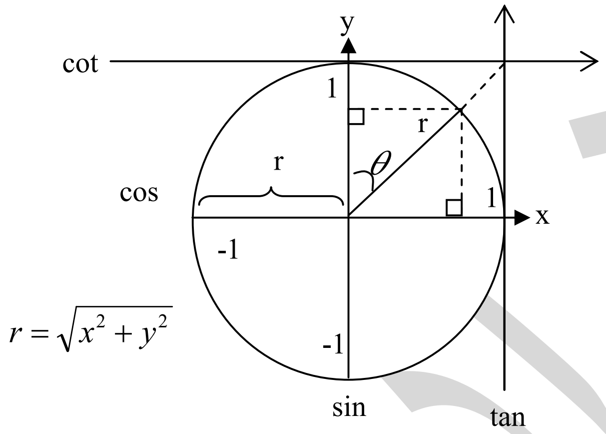
n بزرگترین توانی است که در عبارت $a^n|b$ صدق می کند. $a^n\|b$

مثلثات

نسبت های مثلثاتی و معکوس مثلثاتی:

عدد پی: $\pi = 3/14159265$

↓ مقدار cot ⇄ ↑ مقدار tan



کُسکانت	$\csc\theta = \frac{r}{y}$	$\sin\theta = \frac{y}{r}$	سینوس
سکانت	$\sec\theta = \frac{r}{x}$	$\cos\theta = \frac{x}{r}$	کسینوس
کُتانژانت	$\cot\theta = \frac{x}{y}$	$\tan\theta = \frac{y}{x}$	تانژانت

$-1 \le \sin,\cos \le 1$ $\qquad$ $-\infty < \tan,\cot < \infty$ $\qquad$ $1 \le |\sec,\csc|$

$$1rad \cong 57^\circ$$

فرمول نامه

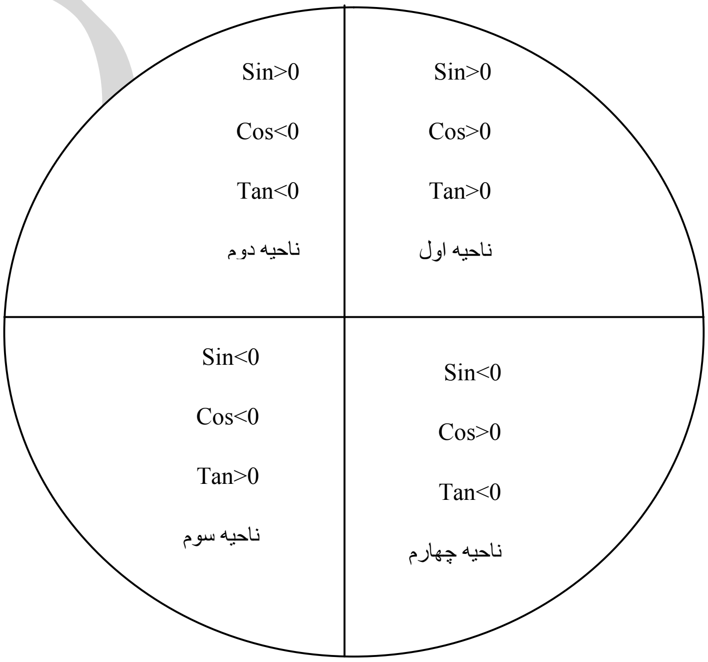
θ	0	$(\frac{\pi}{2})90$	$(\pi)180$	$(\frac{3\pi}{2})270$	$(2\pi)360$	$(\frac{\pi}{6})30$	$(\frac{\pi}{4})45$	$(\frac{\pi}{3})60$	37	53
sin	0	1	0	-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$
cos	1	0	-1	0	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$
tan	0	تعریف نشده	0	تعریف نشده	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$
cot	تعریف نشده	0	تعریف نشده	0	تعریف نشده	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$
sec	1	تعریف نشده	-1	تعریف نشده	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{3}$
csc	تعریف نشده	1	تعریف نشده	-1	تعریف نشده	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$

درجه

رادیان

گرادیان

$$\frac{D}{180}=\frac{R}{\pi}=\frac{G}{200}$$



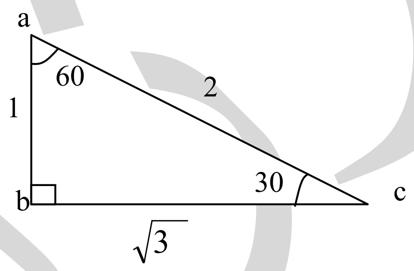
فرمول نامه

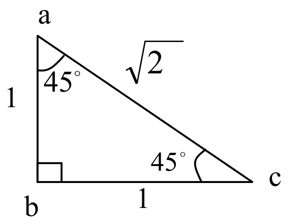
در مثلثات قائم الزاویه:

$$\text{Sin}\,\theta=\frac{\text{طول ضلع مقابل به زاویه ی }\theta}{\text{طول وتر}}$$

$$\text{Cos}\,\theta=\frac{\text{طول ضلع مجاور به زاویه ی }\theta}{\text{طول وتر}}$$

$$\text{Tan}\,\theta=\frac{\text{طول ضلع مقابل به زاویه ی }\theta}{\text{طول ضلع مجاور به زاویه ی }\theta}$$





$1)\ \sin\theta^2=\sin(\theta\times\theta)$

$2)\ \sin^2\theta=(\sin\theta)^2$

$3)\ \sin(-\theta)=-\sin\theta$

$4)\ \cos(-\theta)=\cos\theta$

$5)\ \tan(-\theta)=-\tan\theta$

$6)\ \sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$

$7)\ \cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$

$8)\ \tan(\pi+\theta)=\tan\theta$

$9)\ \sin(\pi-\theta)=\sin\theta$

$10)\ \cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$

$11)\ \tan(\pi-\theta)=-\tan\theta$

$12)\ \sin(2\pi+\theta)=\sin\theta$

$13)\ \cos(2\pi+\theta)=\cos\theta$

$14)\ \tan(2\pi+\theta)=\tan\theta$

$15)\ \sin(2\pi-\theta)=-\sin\theta$

$16)\ \cos(2\pi-\theta)=\cos\theta$

$17)\ \tan(2\pi-\theta)=-\tan\theta$

$18)\ \sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta$

$19)\ \cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$

$20)\ \tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\cot\theta$

$$21)\cot\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\tan\theta \qquad 22)\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$$

$$23)\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta \qquad 24)\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cot\theta$$

$$25)\cot\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\tan\theta \qquad 26)\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$27)\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

مثال آموزشی: سینوس وکسینوس را از روی تانژانت بیابید.

$$\tan \quad x = \frac{1}{5}$$

$\longrightarrow$ صورت sin

$\longrightarrow$ صورت cos

$$\begin{cases}\sin x=\dfrac{-1}{\sqrt{26}}\\[2ex] \cos x=\dfrac{-5}{\sqrt{26}}\end{cases}$$

مخرج و صورت تانژانت به توان ۲ برسند، سپس هر دو را جمع کنیدو از حاصل جذر بگیرید.(علامت باید رعایت شود.)

$$1)\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

$$2)\sec^2\alpha-\tan^2\alpha=1$$

$$3)\csc^2\alpha-\cot^2\alpha=1$$

$$4)\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$5)\sin\alpha-\cos\alpha=\sqrt{2}\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$6)\sin^2 m\alpha-\sin^2 n\alpha=\sin(m-n)\alpha\sin(m+n)\alpha$$

$$7)\ \cos\alpha < \frac{\sin\alpha}{\alpha} < 1 \qquad 0 < |\alpha| < \frac{\pi}{2}$$

$$8)\ \frac{1}{2^{n-1}} < \sin^{2n}\alpha + \cos^{2n}\alpha \le 1$$

$$9)\ -\sqrt{a^2+b^2} < a\cos\alpha + b\sin\alpha < \sqrt{a^2+b^2}$$

$$10)\ 1+\tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} = \sec^2\alpha$$

$$11)\ 1+\cot^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha} = \csc^2\alpha$$

$$12)\ \tan^2\alpha.\sin^2\alpha = \tan^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$13)\ \tan\alpha \pm \tan\beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

$$14)\ \cot\alpha \pm \cot\beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin\alpha\sin\beta}$$

$$15)\ \tan\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$$

$$16)\ \tan^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$$

$$17)\ \tan\alpha + \cot\alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

$$18)\ \tan\alpha - \cot\alpha = -2\cot 2\alpha$$

$$19)\ \sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

$$20)\ \cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

$$21)\ \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1+\tan\alpha}$$

$$22)\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha=\frac{1-\tan^2}{1+\tan^2\alpha}$$

$$23)\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$$

$$24)\sin 3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$$

$$25)\cos 3\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$$

$$26)\tan 3\alpha=\frac{3\tan\alpha-\tan^3\alpha}{1-3\tan^3\alpha}$$

$$27)\sin\alpha\pm\sin\beta=2\sin\left(\frac{\alpha\pm\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha\mp\beta}{2}\right)$$

$$28)\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$29)\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$30)\sin\alpha\sin\beta=-\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)\right]$$

$$31)\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\right]$$

$$32)\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right]$$

$$33)\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)\right]$$

مثال آموزشی: جواب رابیابید. x=?

$$\sin x=\frac{1}{2}\Rightarrow \underset{(k\in Z)}{x=\frac{\pi}{6}}\Rightarrow\begin{cases}x=2k\pi+\dfrac{\pi}{6} & \longrightarrow \text{اصلی}\\[2ex] x=2k\pi+\left(\pi-\dfrac{\pi}{6}\right) & \longrightarrow \text{فرعی}\end{cases}$$

$$\cos x=b\Rightarrow \underset{(k\in Z)}{x=\alpha}\Rightarrow\begin{cases}x=2k\pi+\alpha\longrightarrow \text{اصلی}\\ x=2k\pi-\alpha\longrightarrow \text{فرعی}\end{cases}$$

$$\tan x=c\Rightarrow \underset{(k\in Z)}{x=\alpha}\Rightarrow x=k\pi+\alpha$$

$$\cot x=d\Rightarrow \underset{(k\in Z)}{x=\alpha}\Rightarrow x=k\pi+\alpha$$

توابع معکوس مثلثاتی:

$$\sin^{-1}\alpha=f^{-1}(\alpha)=Arc\sin\alpha\longrightarrow \text{آرک سینوس}$$

$1)Arc\sin(-\alpha)=-Arc\sin\alpha$

$2)Arc\cos(-\alpha)=\pi-Arc\cos\alpha$

$3)Arc\tan(-\alpha)=-Arc\tan\alpha$

$4)Arc\cot(-\alpha)=\pi-Arc\cot\alpha$

$$Arc\sin\alpha\underset{|a|\le 1}{+}Arc\cos\alpha=\frac{\pi}{2}=Arc\tan\alpha\underset{\alpha\in R}{+}Arc\cot\alpha$$

$$Arc\tan\frac{\alpha-\beta}{1+\alpha\beta}=Arc\tan\alpha-Arc\tan\beta$$

$$Arc\tan\frac{\alpha-1}{\alpha+1}+Arc\tan\frac{\alpha+1}{\alpha-1}=\frac{-\pi}{2}$$

هم ارزی

دانستن این مطلب کمک شایانی در حل تست ها به شما می کند.

فرمول نامه

علامت هم ارزی ⟵ $\cong$

تعریف هم ارزی:

$$a=(R\vee\pm\infty)$$

$$if:\lim_{x\to a}f(x)=\lim_{x\to a}g(m)=(0\vee\pm\infty)\wedge\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=1\Rightarrow f\sim g$$

نکته: اگر در استفاده از هم ارزی تمام عامل ها با هم ساده شدند و حاصل صفر شد. استفاده از آن هم ارزی جایز نیست و باید از روش های دیگر برای حل مسأله استفاده کرد.

$$1)\ \lim_{x\to\pm\infty}\frac{ax^n+bx^{n-1}+\dots}{a'x^m+b'x^{m-1}+\dots}=\begin{cases}n>m\rightarrow \text{مجانب افقی ندارد}\\ n=m\rightarrow\dfrac{a}{a'}\\ n<m\rightarrow 0\end{cases}$$

$$2)a_nx_n^n+a_{n-1}x^{n-1}+\dots+a_mx^m\ \underset{x\to\pm\infty}{\overset{x\to0}{\sim}}\ \left|\begin{array}{l}\nearrow a_mx^m\\ \\ \searrow a_nx^n\end{array}\right.$$

$$3)(1-u)^n\underset{u\to0}{\sim}n\ u+1$$

$$4)a^u\underset{u\to0}{\sim}1+uLna$$

$$5)a>b>1:a^x+b^x\underset{x\to\infty}{\sim}a^x$$

$$6)[u]\underset{u\to\pm\infty}{\sim}u$$

$$7)\left[\frac{1}{u}\right]\underset{u\to0}{\sim}\cot u\underset{u\to0}{\sim}\frac{1}{u}$$

$$8)\sin u\underset{u\to0}{\sim}\tan u\underset{u\to0}{\sim}Arc\sin u\underset{u\to0}{\sim}Arc\tan u\underset{u\to0}{\sim}u$$

$$9)\cos u\underset{u\to0}{\sim}1-\frac{u^2}{2}$$

$$10)1-\cos^m u\underset{u\to0}{\sim}m\times\frac{u^2}{2}$$

$$11)u-\sin u\underset{u\to0}{\sim}Arc\sin u-u\underset{u\to0}{\sim}\frac{u^3}{6}$$

$$12)\tan u-u\underset{u\to0}{\sim}u-Arc\tan u\underset{u\to0}{\sim}\frac{u^3}{3}$$

$$13)\ \tan u-\sin u \underset{u\to 0}{\sim} Arc\sin u - Arc\tan u \underset{u\to 0}{\sim} \frac{u^3}{2}$$

هم ارزی نیوتن در ∞: اگر n زوج و a مثبت باشد،قدر مطلق لازم است؛ و اگر n فرد و $0 \neq a \in R$ آنگاه قدر مطلق لازم نیست.

$$mx+h\pm\sqrt[n]{ax^{n}+bx^{n-1}+\dots} \underset{x\to\pm\infty}{\sim} mx+h\pm\sqrt[n]{a}\left|x+\frac{b}{na}\right|$$

نتیجه:

$$\sqrt[n]{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1}+\dots+a_m x^m} \underset{x\to\pm\infty}{\sim} \sqrt[n]{a_n}\,|x|$$

$$\sqrt{x+\sqrt{x}} \underset{x\to\infty}{\sim} \sqrt{\sqrt{x}}$$

مشتق

فرمول نامه

$$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = y'_x \qquad y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$$

$1) y = a \rightarrow y' = 0$

$2) y = ax + b \rightarrow y' = a$

$3) y = u^n \rightarrow y' = nu'u^{n-1}$

$4) y = a^u \rightarrow y' = u' Lna .a^u$

$5) y = \sqrt[n]{u^m} \rightarrow y' = \dfrac{m \ u'}{n \ \sqrt[n]{u^{n-m}}}$

$6) y = \sqrt{u} \rightarrow y' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$

$7) y = |u| \rightarrow y' = \dfrac{u'u}{|x|}$

$8) y = [u] \rightarrow y' = \begin{cases} \text{وجود ندارد} & \text{اگر تابع پیوسته نباشد} \\ 0 & \text{اگر تابع پیوسته باشد} \end{cases}$

$9) \lim\limits_{u \to 0} u \left[\dfrac{1}{u} \right] = 1$

$10) y = \log_a^u \rightarrow y' = \log_a^e \times \dfrac{u'}{u}$

$11) y = Lnu \rightarrow y' = \dfrac{u'}{u}$

$12) y = ku \rightarrow y' = ku'$

$13) y = u \pm v \rightarrow y' = u' \pm v'$

$14) y = uvw \rightarrow y' = u'vw + v'uw + w'uv$

$15) y = \dfrac{u}{v} \rightarrow y' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$

$16) y = (\text{ مثلثاتی })^n (u)$

$17) y' = nu'(\text{ مثلثاتی })\overset{\overset{\text{پریم}}{\uparrow}}{'}(\text{ مثلثاتی })^{n-1}$

$18) y = \sin u \rightarrow y' = u' \cos u$

$19) y = \cos u \rightarrow y' = -u' \sin u$

$20) y = \tan u \rightarrow y' = u'(1 + \tan^2 u) = u' \sec^2 u$

$21) y = \cot u \rightarrow y' = -u'(1 + \cot^2 u) = -u' \csc^2 u$

$22) y = \sec u \rightarrow y' = u'.\sec u.\tan u$

$$23)\ y=\csc u \to y'=-u'.\csc u.\cot u$$

$$24)\ y=Arc\sin u \to y'=\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$25)\ y=Arc\cos u \to y'=\frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$26)\ y=Arc\tan u \to y'=\frac{u'}{1+u^2}$$

$$27)\ y=Arc\cot u \to y'=\frac{-u'}{1+u^2}$$

$$28)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin x^n}{x^n}=\lim_{x\to 0}\frac{\tan x^n}{x^n}=1$$

$$29)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin mx}{nx}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin mx}{\sin nx}=\lim_{x\to 0}\frac{mx}{\sin nx}=\frac{m}{n}$$

$$30)\ y=\sin ax \xrightarrow[\text{مشتق n ام}]{} y^{(n)}=a^n\sin\left(\frac{n\pi}{2}+ax\right)$$

$$31)\ y=\cos ax \xrightarrow[\text{مشتق n ام}]{} y^{(n)}=a^n\cos\left(\frac{n\pi}{2}+ax\right)$$

32) توابع پارامتری $\begin{cases}x=f(t)\\ y=f(t)\end{cases}$ $\qquad \dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\dfrac{y'_t}{x'_t}$

$$33)\ \left(f^{-1}\right)'(b)=\frac{1}{f'(a)} \qquad 34)\ \left(f^{-1}\right)''(b)=-\frac{f''(a)}{\left(f'(a)\right)^3}$$

35) مشتق توابع زنجیره ای :

$$\begin{cases} y = f(u) \\ u = g(x) \end{cases} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} \quad or \quad y'_x = y'_u \times u'_x$$

تعمیم:

$$y = f(g(h(u))) \rightarrow y' = u'h'(u)g'(h(u))f'(g(h(u)))$$

مشتق تابع ضمنی:

$$f(x, y) = y \leftrightarrow y'_x = \frac{-f'_x}{f'_y}$$

y را همانند یک عدد ثابت در نظر می گیریم.

x را همانند یک عدد ثابت در نظر می گیریم.

مشتق f(x) نسبت به g(x):

$$\frac{df}{dg} = \frac{\frac{df}{dx}}{\frac{dg}{dx}} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

انتگرال

فرمول نامه

$1)\int m\,dx = mx + k$ $\qquad 2)\int \frac{1}{x}dx = Ln|x| + k$ $\qquad 3)\int \frac{dx}{1+x^2} = Arc\tan x + k$

$4)\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = Arc\sin x + k$ $\qquad 5)\int \frac{u'}{\sqrt{u}}dx = 2\sqrt{u} + k$ $\qquad 6)\int \frac{u'}{u}dx = Ln|u|$

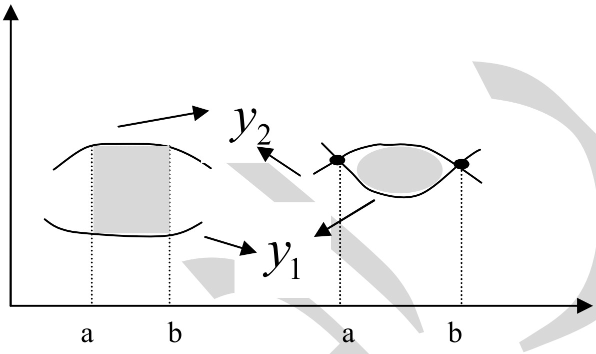
$7)\int \frac{u'}{u^2}dx = \frac{-1}{u} + k$ $\qquad 8)\int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} + k$ $\qquad 9)\int e^x dx = e^x + k$

$10)\int \sin mx\,dx = \frac{-1}{m}\cos mx + k$ $\qquad 11)\int \cos mx\,dx = \frac{1}{m}\sin mx + k$

$12)\int \sec mx\,dx = \frac{1}{m}\tan mx + k$ $\qquad 13)\int \csc mx\,dx = \frac{-1}{m}\cot mx + k$

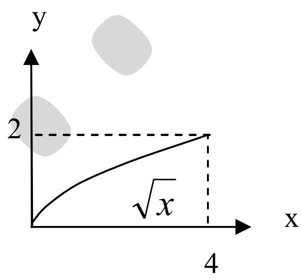
$14)\int \sin^2 x\,dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$ $\qquad 15)\int \cos^2 x\,dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4}$

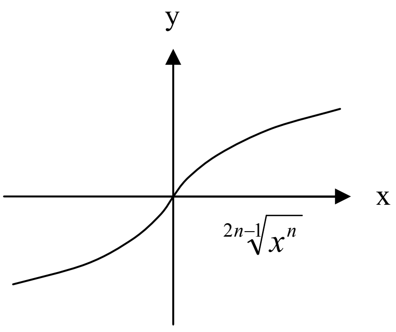
$$\frac{d}{dx}\int_{v(x)}^{u(x)} = u'(x).f(u(x)) - v'(x).f(v(x))$$

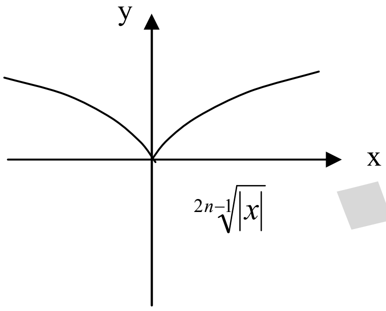


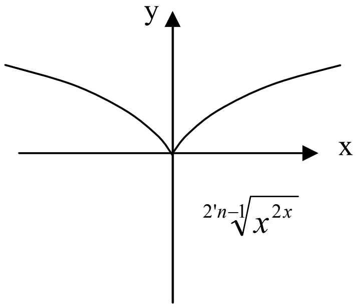
$$\Longrightarrow \qquad S = \left|\int_a^b (y_2 - y_1)dx\right|$$

رسم کیفی نمودارهای معروف :



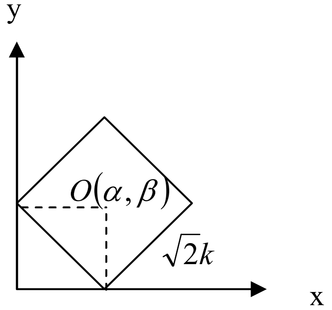


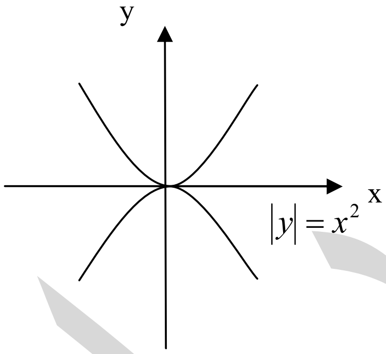


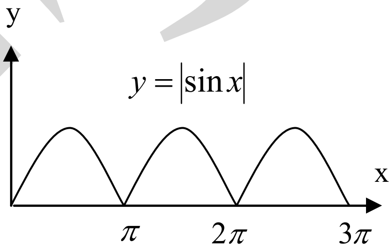


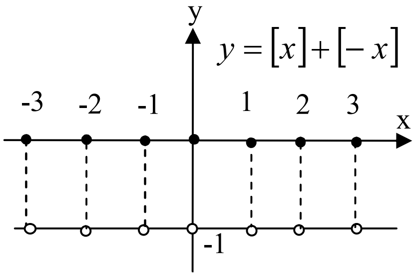
معادله ی مربع به مرکز O و به ضلع $\sqrt{2}k$ (قطر 2k)

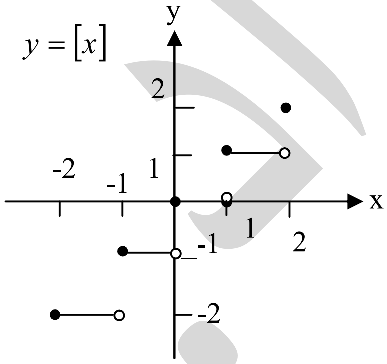
$$|x-\alpha|+|y-\beta|=k$$

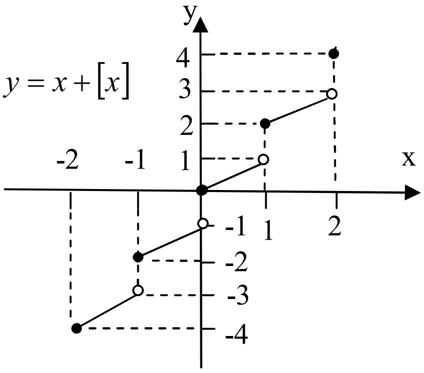


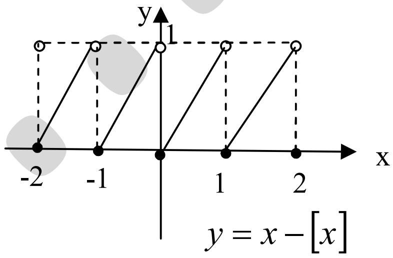


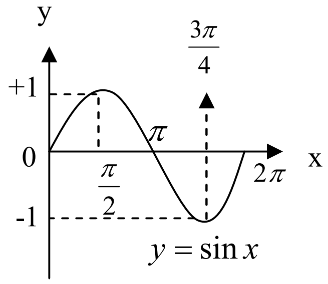


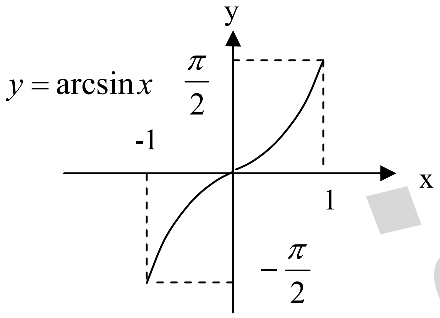


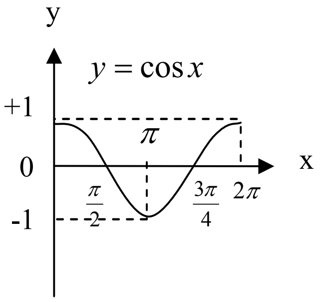


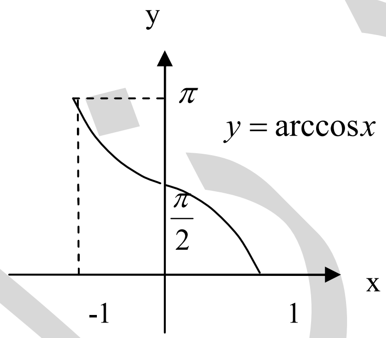


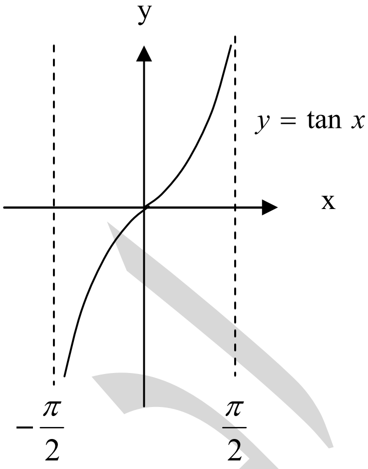


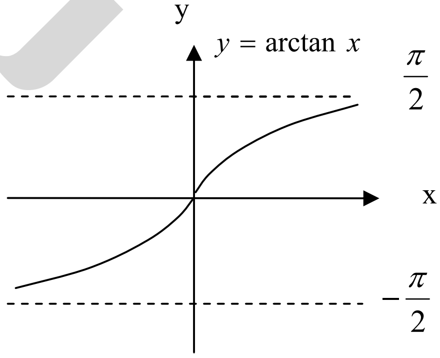

y
+1
0
-1
$\frac{3\pi}{4}$
π
$\frac{\pi}{2}$
2π
x
$y=\sin x$

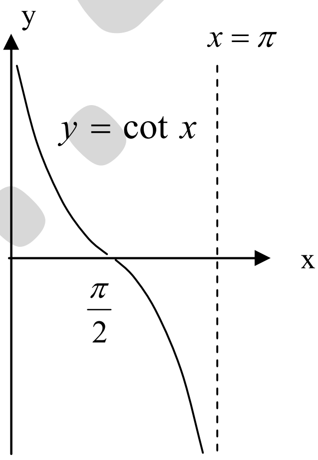

y
$y=\arcsin x$
$\frac{\pi}{2}$
-1
1
x
$-\frac{\pi}{2}$

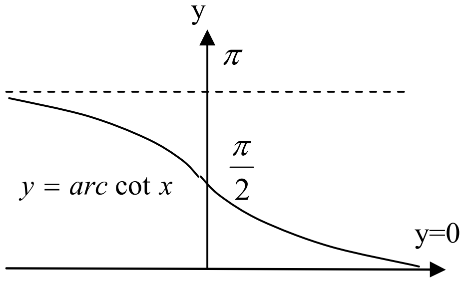

y
$y=\cos x$
+1
0
-1
π
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{3\pi}{4}$
2π
x

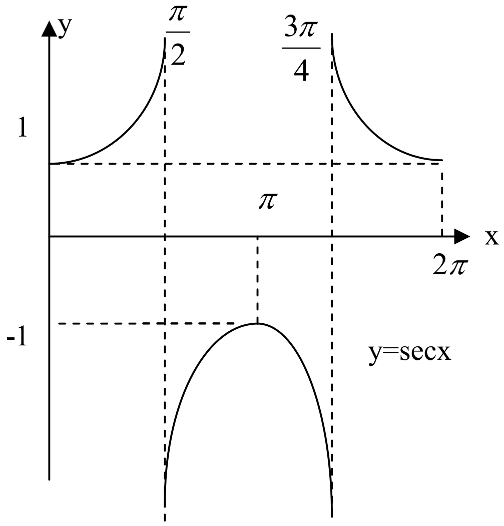

y
π
$y=\arccos x$
$\frac{\pi}{2}$
-1
1
x

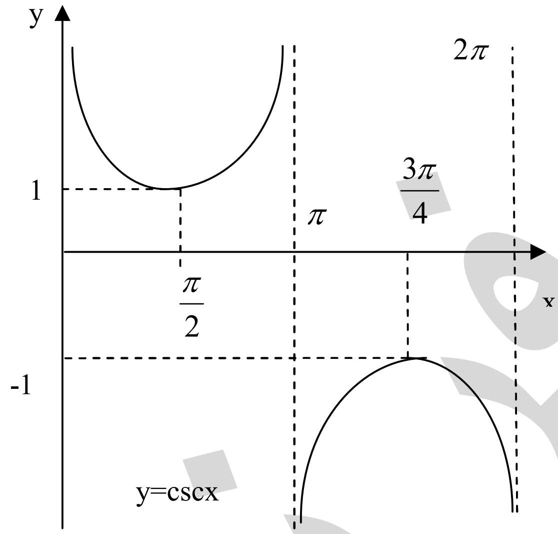

y
$y = \tan x$
x
$-\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$


y
$y = \arctan x$
$\frac{\pi}{2}$
x
$-\frac{\pi}{2}$

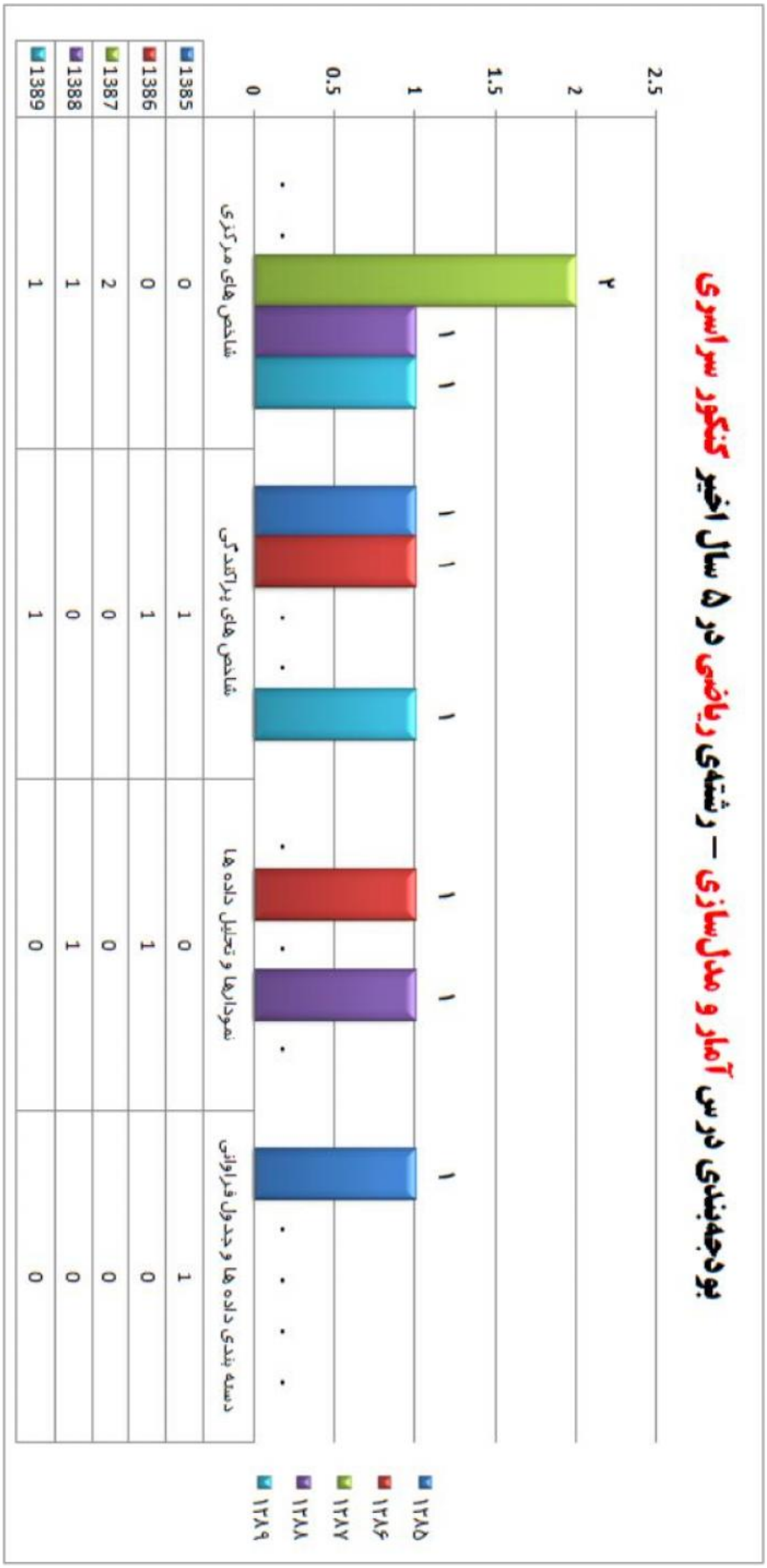

y
$x=\pi$
$y = \cot x$
x
$\frac{\pi}{2}$


y
π
$\frac{\pi}{2}$
$y = arc \cot x$
y=0


y
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{3\pi}{4}$
1
π
x
2π
-1
y=secx


y
2π
1
$\frac{3\pi}{4}$
π
$\frac{\pi}{2}$
x
-1
y=cscx

آمار و مدل سازی



بودجه‌بندی درس آمار و مدل‌سازی – رشته‌ی ریاضی در ۵ سال اخیر کنکور سراسری

	شاخص های مرکزی	شاخص های پراکندگی	نمودارها و تحلیل داده ها	دسته بندی داده ها و جدول فراوانی
1385	0	1	0	1
1386	0	1	1	0
1387	2	0	0	0
1388	1	0	1	0
1389	1	1	0	0

فصل ششم

میانگین

$$\bar{x}=\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{n}$$

میانگین داده های $ax_1+b, ax_2+b, \dots, ax_n+b$

$$\overline{ax+b}=a\bar{x}+b$$

میانگین وزنی (کاربرد: محاسبه ی معدل درسی، نرخ آجیل و ...)

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

وزن x_i ها

x_i	f_i	a_i-b_i
x_1	f_1	a_1-b_1
x_2	f_2	a_2-b_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_n	f_n	a_n-b_n

$$\bar{x}=\frac{f_1x_1+f_2x_2+\dots+f_nx_n}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

فصل هفتم

متوسط اختلاف داده ها از میانگین:

$$\frac{1}{n}\sum\left|x_i-\bar{x}\right|$$

واریانس

$$\sigma^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2=\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2\right)-\bar{x}^2$$

انحراف معیار داده های یک تصاعد حسابی با قدر نسبت d:

$$\sigma=d\sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$$

تعداد جملات

برای داده های $ax_1+b, ax_2+b, .. ax_n+b$ داریم:

واریانس $a^2\sigma^2 \leftarrow$

انحراف معیار $|a|\sigma \leftarrow$

واریانس عدد ثابت برابر صفر است

$$\sigma^2_{(x+b)} = \sigma^2_x$$

نکته: اگر واحد متغیر متر باشد واحد واریانس آن متغیر متر مربع است.

x_i	f_i	$a_i - b_i$
x_1	f_1	$a_1 - b_1$
x_2	f_2	$a_2 - b_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_n	f_n	$a_n - b_n$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f_i\left(x_i - \overline{x}\right)^2$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f_i\left(x_i - \overline{x}\right)^2}$$

$$CV = \frac{\sigma}{x} \longrightarrow$$ ضریب تغییرات

فصل هشتم

$$r = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n^2 \sigma_x \sigma_y} \longrightarrow$$ ضریب همبستگی

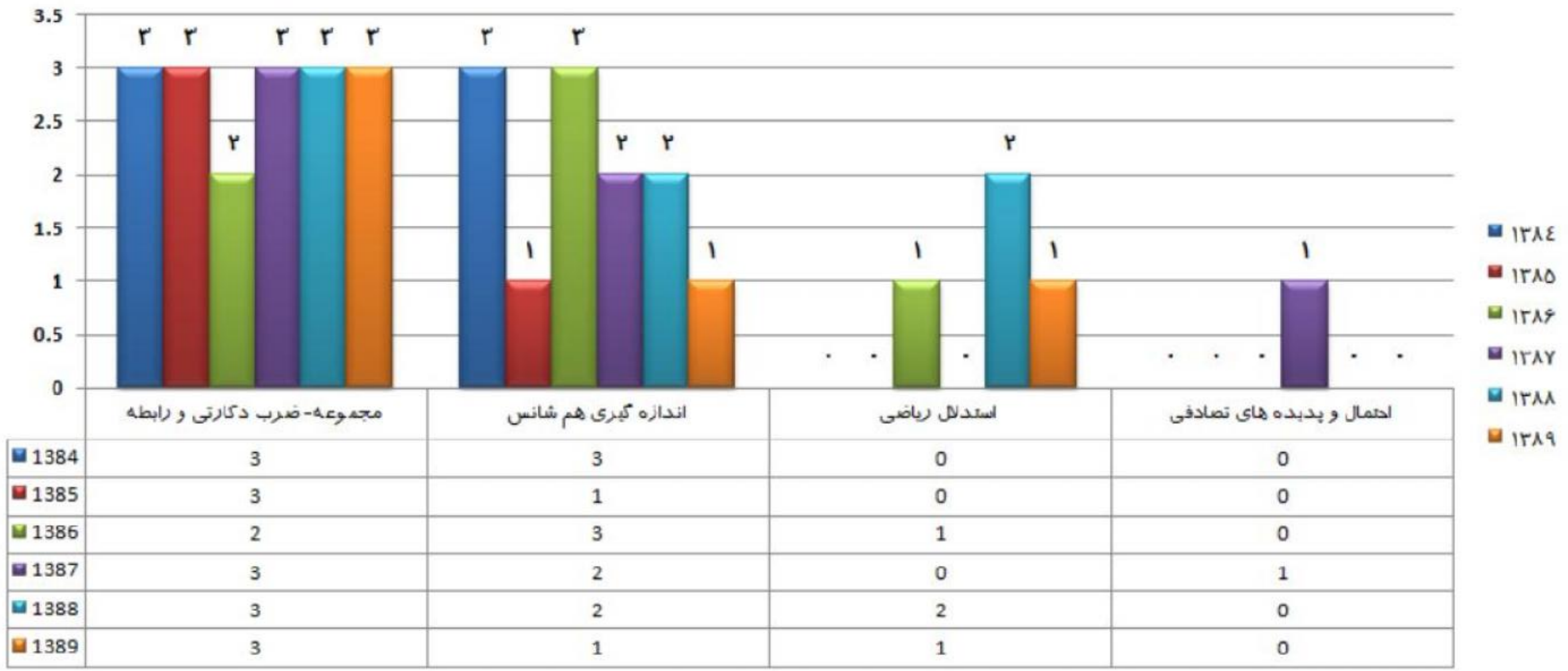
در معادله ی خط رگرسیون: $y = ax + b$

$$b = \overline{y} - a\overline{x}$$

$$a = r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

جبر و احتمال

بودجه‌بندی درس جبر و احتمال – رشته‌ی ریاضی در ۶ سال اخیر کنکور سراسری



	مجموعه-ضرب دکارتی و رابطه	اندازه گیری هم شانس	استدلال ریاضی	احتمال و پدیده های تصادفی
🟦 1384	3	3	0	0
🟥 1385	3	1	0	0
🟩 1386	2	3	1	0
🟪 1387	3	2	0	1
🟦 1388	3	2	2	0
🟧 1389	3	1	1	0

بهتر است بدانیم :

دانش آموز گرامی، از آنجایی فهم درس جبر نیاز فراوانی به تفکر منطقی دارد.مطلبی را راجع به بحث منطق بیان می کنیم. یادگیری این مطلب خالی از لطف نیست.

$$\sim p \;\cong\; \overline{p(x)}$$

یا p یا q (بدون با هم بودنشان)

اشتراک

$$p\veebar q=(p\cup q)-(p\cap q)$$

اجتماع

مفهوم	سور (نماد)
هر، همه	$\forall$
بطوریکه	$\ni$
وجود دارد	$\exists$
فقط یکی وجود دارد	$\exists!$
هم ارز است	$\equiv$
متناقص است	$\times$
و	$\wedge$
یا	$\vee$
ناارز، نقیض، نفی	$\sim$
	$\neg$

فرمول نامه

نتیجه می دهد	$\Rightarrow$
	$\supset$
اگر و فقط اگر	$\Leftrightarrow$
تبدیل می کند	$\longrightarrow$
اتمام اثبات	■
	▲

$p \Rightarrow q$:
- P شرط کافی برای وقوع q می باشد
- q شرط لازم برای وقوع p می باشد

قوانین معروف:

همانی : $p \Leftrightarrow q$

نفی در نفی (نفی مضاعف) : $\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$

فقدان حالت سوم : $p \vee \sim p$

عدم اجتماع نقیضین (ناسازگاری) : $\sim(p \wedge \sim p)$

حذف عاطف : $p \wedge q \Rightarrow p$

ادخال فاصل : $p \Rightarrow p \vee q$

اثبات به انتفاء مقدم : $\sim p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

عکس نقیض : $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$

انتزاع : $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$

نقیض انتزاع : $[\sim q \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow \sim p$

قیاس : $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

قوانین حذف (رفع مؤلفه) :

$$\begin{cases} [(p \vee q) \wedge \sim q] \Rightarrow p \\ [(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)] \Rightarrow p \\ [(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee \sim q)] \Rightarrow p \end{cases}$$

برهان خلف : $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)] \Leftrightarrow \sim p$

صورت دیگری در برهان خلف : $[p\Rightarrow(q\wedge\sim q)]\Rightarrow\sim p$

قیاس ذوالوجیهن : $\begin{cases}[(p\Rightarrow q)\wedge(\sim p\Rightarrow q)]\Leftrightarrow q\\ [(p\Rightarrow r)\wedge(q\Rightarrow r)\wedge(p\vee q)]\Rightarrow r\end{cases}$

هیلبرت : $(p\Rightarrow q)\Rightarrow[(p\vee r)\Rightarrow(q\vee r)]$

لایب نیتز : $[(p\Rightarrow q)\wedge(r\Rightarrow s)]\Rightarrow[(p\wedge r)\Rightarrow(q\wedge s)]$

بول : $[p\Rightarrow(q\wedge r)]\Rightarrow[(p\vee s)\Rightarrow(q\vee s)]$

فصل اول

$$\sum_{i=1}^{n}(2i-1)=1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} i=1+2+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2=1^2+2^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)\,(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^3=1^3+2^3+\ldots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^4=1^4+2^4+\ldots+n^4=\frac{n(n+1)\,(6n^3+9n^2+n-1)}{30}$$

$$\sum_{i=0}^{n} r^i=1+r+r^2+\ldots+r^n=\frac{1+r^{n+1}}{1-r}$$

نکته: مجموع ۳ عدد زوج متوالی، مضرب ۶ است.

نکته: ضرب ۳ عدد زوج متوالی، مضرب ۲۴ است.

نکته: هر گاه مربع یک عدد بر ۳ بخش پذیر باشد خود عدد بر ۳ بخش پذیر است.

$$\text{تعداد کبوتر}\longleftarrow n=m\times(p-1)+1$$

تعداد لانه

تعداد حداقل کبوتر در یک لانه

فصل دوم

A= { جنس اعضا | خاصیت اعضا }

گاهی اوقات جای جنس و خاصیت اعضا با هم عوض می شود.

علامت عضویت $\longleftarrow \in$

$\subseteq$ زیر مجموعه

$\subset$ زیر مجموعه ی سره

$$1)\left.\begin{matrix}A\subseteq B\\ B\subseteq A\end{matrix}\right\}\Leftrightarrow A=B$$

$$2)\left.\begin{matrix}A\subseteq B\\ B\subseteq C\end{matrix}\right\}\Leftrightarrow A\subseteq C$$

$$\text{تعداد اعضای مجموعه A}\longleftarrow |A|=Card(A)=n\longrightarrow\text{عدد اصلی مجموعه ی A}$$

کاردینالی

نکته: تعداد زیر مجموعه های r عضوی A که فاقد p عضو مشخص و شامل q عضو مشخص دیگر باشند.

برابر است با : $\binom{n-p-q}{r-q}$

$$\left|P\underbrace{(A)}\right|=2^n$$

مجموعه ی توانی A ⟵ مجموعه ی کلیه ی زیر مجموعه های A

فرمول نامه

1) $\phi' = U$ → مرجع

2) $U' = \phi$ → تهی

3) $(A')' = A$ → پریم (متمم)

4) $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$

5) $A \cup A = A$

6) $A \cup A' = U$

7) $A \cup \phi = A$

8) $\underbrace{A \cup B = B \cup A}_{\text{جابه جایی}}$

9) $\underbrace{A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C}_{\text{شرکت پذیری}}$

10) $B \subseteq A \Leftrightarrow A \cup B = A$

11) $A \subseteq (A \cup B)$

12) $B \subseteq (A \cup B)$

13) $\left.\begin{matrix} A \subseteq C \\ B \subseteq C \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow (A \cup B) \subseteq C$

14) $A \cap A = A$

15) $A \cap A' = \phi$

16) $A \cap U = A$

17) $A \cap \phi = \phi$

18) $\underbrace{A \cap B = B \cap A}_{\text{جابه جایی}}$

19) $\underbrace{A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C}_{\text{شرکت پذیری}}$

20) $(A \cap B) \subseteq A$

21) $A \cap B \subseteq B$

خاصیت پخش پذیری
$$\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases}$$

خاصیت جذب
$$\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A \\ A \cap (A \cup B) = A \end{cases}$$

شبه جذب
$$\begin{cases} A \cup (A' \cap B) = A \cup B \\ A \cap (A' \cup B) = A \cap B \end{cases}$$

خاصیت دمورگان
$$\begin{cases} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{cases}$$

22) $A - B = A \cap B'$

23) $A - B = B' - A'$

24) $A \subseteq B \Leftrightarrow A - B = \phi$

25) $A - B = B - A \Leftrightarrow A = B$

$$26)\,A\Delta B=\begin{cases}(A-B)\cup(B-A)\\ \xrightarrow{\hspace{3cm}} \text{تفاضل متقارن}\\ (A\cup B)-(A\cap B)\end{cases}$$

$$27)\,A\Delta B=B\Delta A$$

جابه جایی

$$28)\,A\Delta(B\Delta C)=(A\Delta B)\Delta C$$

(شرکت پذیری)

$$29)\,A'\Delta B'=A\Delta B$$

$$30)\,A\Delta A=\phi$$

$$31)\,A\Delta\phi=A$$

$$32)\,A\Delta U=A'$$

$$33)\,A\Delta A'=U$$

$$34)\,A\cap(B\Delta C)=(A\cap B)\Delta(A\cap C)$$

$$35)\,\bigcup_{i=1}^{n}A_i=A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_n$$

$$36)\,\bigcap_{i=1}^{n}A_i=A_1\cap A_2\cap\ldots\cap A_n$$

ضرب دکارتی: $A\times B=\{(a,b)|a\in A,b\in B\}$

توزیع پذیری

$$\begin{cases}A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)\\ A\times(B\cup C)=(A\times B)\cup(A\times C)\\ A\times(B\Delta C)=(A\times B)\Delta(A\times C)\\ A\times(B-C)=(A\times B)-(A\times C)\\ (B\cap C)\times A=(B\times A)\cap(C\times A)\\ (B\cup C)\times A=(B\times A)\cup(C\times A)\\ (B\Delta C)\times A=(B\times A)\Delta(C\times A)\\ (B-C)\times A=(B\times A)-(C\times A)\end{cases}$$

$$(A\times B)\cap(C\times D)=(A\cap C)\times(B\cap D)$$

رابطه ها: $2R5$ یا $(2,5)\in R$

A با 'A یک افراز برای $\cup$ هستند.

$[a]=\{x|xRa\}$ دسته ی هم ارزی

رابطه ی بازتابی (انعکاسی)

$$\forall x\in A\Rightarrow xRx$$

~ در اینجا یعنی هم ارزی

فرمول نامه

رابطه ی تقارنی

$$xRy \Rightarrow yRx$$

رابطه ی پاد متقارن

$$xRy \wedge yRx \Rightarrow x=y$$

رابطه ی تعدی (تراگذاری – ترایایی)

$$xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz$$

تعداد حالاتی که می توان A را به K زیر مجموعه ی ناتهی با تعداد اعضای $n_1, n_2, \dots, n_k$ افراز کرد.

$$\frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!\ \ p!q!\dots r!}$$

مقادیر مساوی

$$(n_1+n_2+\dots+n_k=n)$$

فصل چهارم

$$P(A)=\frac{n(A)\rightarrow}{n(S)\rightarrow}$$

تعداد اعضای پیشامد A

تعداد اعضای فضای نمونه ای

احتمال رخ دادن پیشامد A

$$0 \le P(A) \le 1$$

$$P(S)=1$$

$1) P(A')=1-P(A)$

$2) A'=A^c=A$ متمم

$3) P(A'\cup B')=P(A\cup B)'=1-P(A\cup B)$

$4) P(A'\cap B')=P(A\cap B)'=1-P(A\cap B)$

$5) P(A\Delta B)=P(A)+P(B)-2P(A\cap B)=2P(A\cup B)-P(A)-P(B)$

نکته: اگر پدیده ی ۲ حالتی (پیروزی، شکست) n بار صورت گیرد. احتمال اینکه k بار پیروز شود.

$$P(A)=\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$

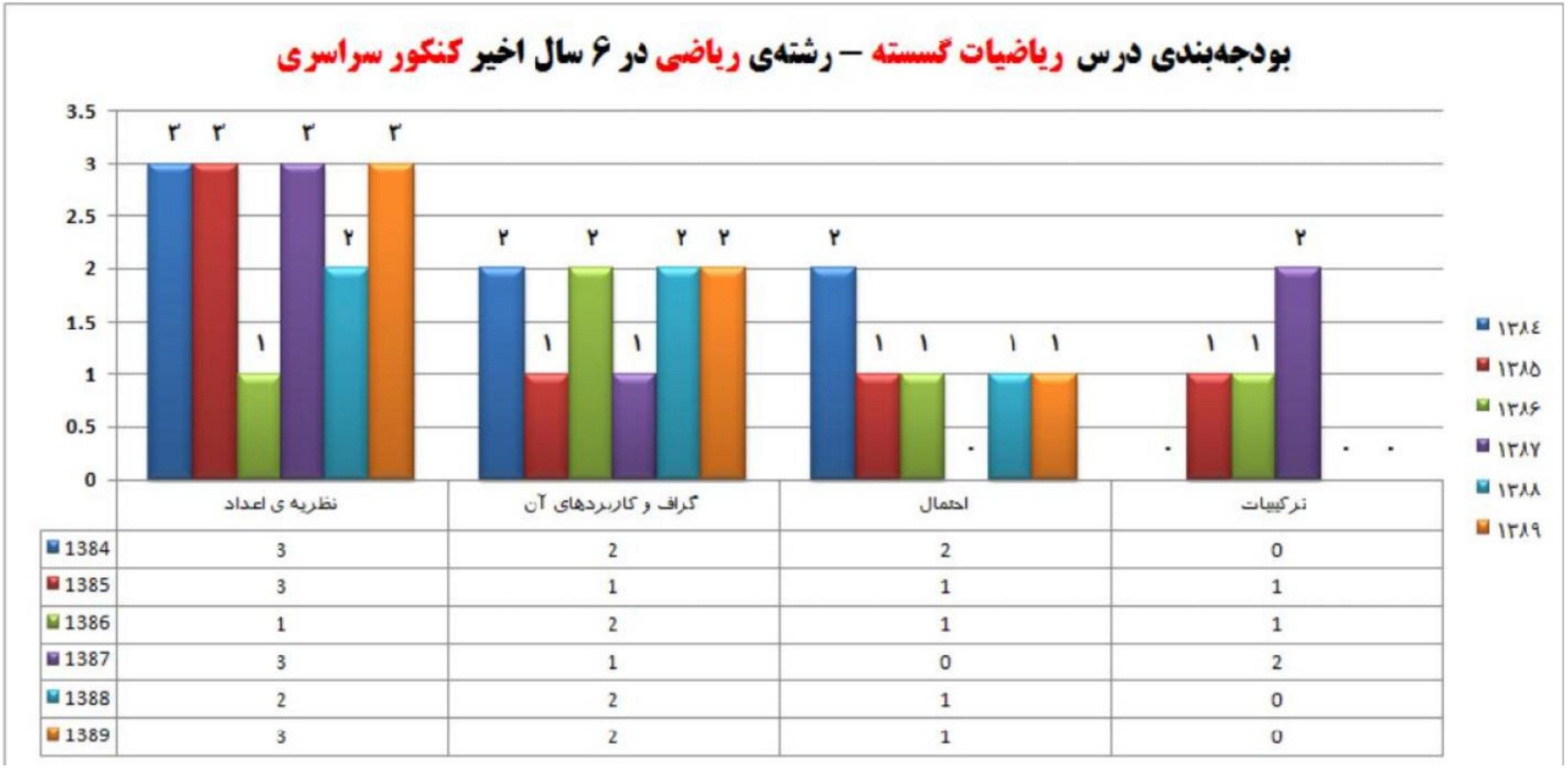
نکته: سکه ای را آن قدر پرتاب می کنیم، تا K بار رو بیاید. احتمال آن که x بار سکه را پرتاب کرده باشیم:

$$P(x=k)=\frac{\binom{n-1}{k-1}}{2^n}$$

$$if:\quad S\begin{cases} \overset{\text{۱ بعدی}}{\cdots\cdots}\ P(A)=\dfrac{A\ \text{طول}}{S\ \text{طول}} \\[2ex] \overset{\text{۲ بعدی}}{\cdots\cdots}\ P(A)=\dfrac{A\ \text{مساحت}}{S\ \text{مساحت}} \\[2ex] \overset{\text{۳ بعدی}}{\cdots\cdots}\ P(A)=\dfrac{A\ \text{حجم}}{S\ \text{حجم}} \end{cases}$$

نکته: تعداد اعدادی که در مجموعه ی $S=\{1,2,\dots,N\}$ بر K بخش پذیرند: $n=\left[\frac{N}{K}\right]$

ریاضیات گسسته



بودجه‌بندی درس ریاضیات گسسته – رشته‌ی ریاضی در ۶ سال اخیر کنکور سراسری

	نظریه ی اعداد	گراف و کاربردهای آن	احتمال	ترکیبات
1384	3	2	2	0
1385	3	1	1	1
1386	1	2	1	1
1387	3	1	0	2
1388	2	2	1	0
1389	3	2	1	0

فصل اول

مرتبه ی گراف

حداکثر تعداد یال های گراف

$$C\binom{P}{2}=\frac{P(P-1)}{2}$$

(V) مرتبه = تعداد رئوس (P)

(E) اندازه = تعداد یال (q)

حداکثر تعداد گراف های ساخته شده روی P رأس:

$$2^{\binom{P}{2}}=2^{\frac{P(P-1)}{2}}$$

حداکثر تعداد گراف های ساخته شده (جهت دار بدون طوقه) :

$$2^{2\binom{P}{2}}=4^{\binom{P}{2}}$$

حداکثر تعداد یال های ساخته شده (جهت دار با طوقه) :

$$P(P-1)+P=P^2$$

حداکثر تعداد یال های ساخته شده (جهت دار بدون طوقه) :

$$2\binom{P}{2}=P(P-1)$$

نکته: تعداد رأس های فرد هر گراف و مجموع درجه های همه ی رأس ها و مجموع درجه های همه ی رئوس فرد و مجموع درجه های رئوس زوج ،همگی زوج هستند.

تعداد گراف های ساده ی شامل k یال:

$$\binom{\frac{P(P-1)}{2}}{k}$$

در فرمول بالا گراف شامل یالی نباشد:

$$\binom{\frac{P(P-1)}{2}-1}{k}$$

در فرمول بالا گراف شامل یالی باشد:

$$\binom{\frac{P(P-1)}{2}-1}{k-1}$$

فرمول نامه

$$1)\ 0 \le q \le \frac{p(p-1)}{2} \qquad 2)\ p\overset{\text{min deg}}{\delta} \le 2q \le p\overset{\text{MAX deg}}{\Delta} \to (p-1)$$

$$3)\ p \ge \frac{\sqrt{1+8q}+1}{2} \qquad 4)\sum \deg V_i = 2q \Rightarrow$$ در هر گراف

رابطه ی گراف (r – منتظم) :

$$\Pr = 2q = \sum_{i}^{p} \deg V_i$$

نکته: در گراف (r – منتظم)، pوr هر دو نمی توانند همزمان فرد باشند.

گراف ((p-1)– منتظم) یا (k_p) یا گراف کامل

$$q_{K_P} = \frac{(p-r)p}{2}$$

تعداد گراف های کامل زیر مجموعه ی K_p: $2^p - 1$

در گراف $\bar{k}_p$: $\delta = \Delta = r$

تعداد مسیر به طول M در K_p (بین دو رأس v,u): $\dfrac{(p-2)\ !}{(p-M-1)\ !}$

وقتی در فرمول بالا دو سر مسیر ذکر نشده باشد؛ $\binom{p}{2}$ را ضرب در فرمول بالا می کنیم.

تعداد تمام مسیرها به طول m در K_p بین کلیه ی رئوس : $\binom{p}{m+1}\dfrac{(m+1)!}{2}$

تعداد تمام مسیرهای بین دو رأس متمایز uوv در گراف کامل $(p \ge 3)k_p$ برابر است با :

$$\left[(p-2)\ !e\right] \qquad e = 2/718281828$$

تعداد اعشار را تا p-2 ادامه دهید:

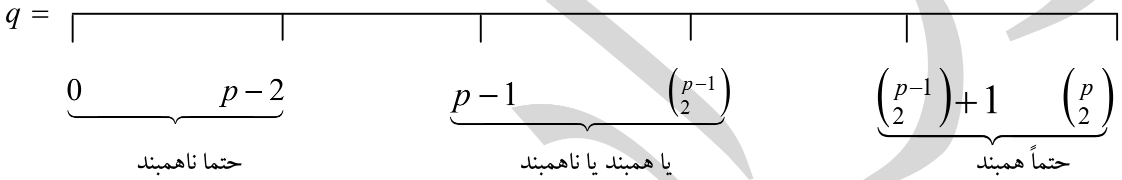
مثال:

$$\left.\begin{array}{l}(p-2)=6\rightarrow e=2/7\\ (p-2)=27\rightarrow e=2/71\end{array}\right\}$$

تعداد تمام مسیرها به طول غیر صفر در K_p:
$$\binom{p}{2}\left[(p-2)\,!e\right]$$

تعداد ادوار به طول M دو گراف K_p:
$$\binom{p}{M}\times\frac{(M-1)\,!}{2}$$

بیشترین تعداد یالی که گرافی ناهمبند باشد:
$$P_{MAX}=\binom{p-1}{2}$$



گراف همیلتنی: دوری از مرتبه ی p داشته باشد، در گراف های $p\geq 3, k_p$ گراف همیلتنی است. در یک گراف همواره داریم:

$$if:\delta\geq\frac{p}{2}\Rightarrow$$ همیلتنی

نکته: گراف همیلتنی همبند است، و با حذف یک یال همبند می ماند. گراف همیلتنی دوری دارد ،که از همه ی رئوس بدون تکرار رأس و یال می گذرد.

تعداد دورهای همیلتنی در گراف K_p:
$$\frac{(p-1)\,!}{2}$$

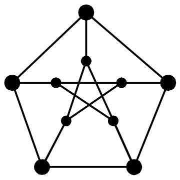
تعداد گراف های همیلتنی که با p رأس می توان ساخت:
$$\frac{p(p-3)}{2}+1$$

گراف اویلری: بدون برداشتن مداد طوری رسم شود، که دارای دور باشد، دوری که از همه ی یال ها بگذرد؛ تکرار رأس مجاز و تکرار یال غیر مجاز می باشد.

نکته: اگر گرافی همبند بود و درجه ی تمام رئوس زوج بود اویلری است.

نکته: گراف های k_p $(p\geq 4)$ در صورتی اویلری اند که p فرد باشد.

گراف پترسن
- این گراف (۳–منتظم) است p+q=۲۵
- MAX دورش به طول ۹ است
- با افزودن یک یال، همیلتنی می شود. دور به طول ۳ و ۴ و ۷ و ۱۰ ندارد

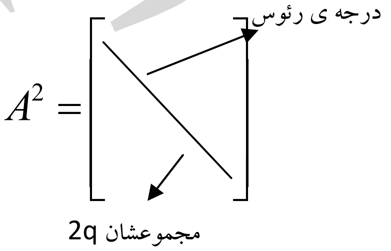


درخت: گراف همبندی که فاقد دور است. کمترین تعداد یال ها در بین گراف های ساده ی همبند هم مرتبه با خودش را دارد.

تعداد مسیرهای موجود در هر درخت: مسیر به طول صفر $\binom{p}{2}+\underbrace{p}_{\text{مسیر به طول صفر}}$

رابطه ی هر درخت $\Leftarrow q=p-1$

در درخت اگر $\Delta=k$ باشد، آنگاه حداقل k رأس درجه ی یک داریم:



در ماتریس مجاورت
- تعداد صفرها $\longrightarrow n=2q$
- تعداد یک ها $\longrightarrow m=p^2-2q$

نکته: اگر گراف کامل باشد، اعضای روی قطر اصلی $A^2 = p-1$ است.

نکته:ماتریس مجاورت خاصیت تقارنی دارد.

k_p برای M^2
- مجموع درایه های بالا و پایین قطر اصلی $\Rightarrow p(p-1)(p-2)$
- مجموع درایه های قطر اصلی$\Rightarrow p(p-1)$
- مجموع کل درایه ها$\Rightarrow p(p-1)^2$

فصل دوم

اصل استقراری ضعیف ریاضی:

$$if:[S\subseteq N\wedge S\neq\phi\wedge 1\in S\wedge n\in S\Rightarrow n+1\in S]\quad\Rightarrow\quad S=N$$

اصل استقراری قوی ریاضی:

$$if:[S\subseteq N\wedge S\neq\phi\wedge 1\in S\wedge\forall x<n:x\in S\Rightarrow n\in S]\quad\Rightarrow\quad S=N$$

$$n=(a_ka_{k-1}\dots a_1a_0)_b=\overline{a_ka_{k-1}\dots a_1a_0}$$

نمایش متعارف عدد n (p_i ها اعداد اول اند و $\alpha\in N$)

$$n=p_1^{\alpha_1}p_2^{\alpha_2}\dots p_r^{\alpha_r}=\prod_{i=1}^{r}p_i^{\alpha_i}$$

قضیه لاگرانژ:

$$\overbrace{\alpha_P(n!)}^{\text{تعداد عوامل p (عدد اول) موجود}}=\left[\frac{n}{p}\right]+\left[\frac{n}{p^2}\right]+\left[\frac{n}{p^3}\right]+\dots$$

الف) $\alpha_{p_1p_2}(n!)=\alpha_{MAX\{P_1,P_2\}}(n!)$

ب) $n=p_1^{\alpha_1}\dots p_k^{\alpha_K}\xRightarrow[n>1]{n\in Z}\tau(n)=(\alpha_1+1)(\alpha_2+1)\dots(\alpha_k+1)$

تعداد مقسوم علیه های مثبت وطبیعی n

نکته: تعداد صفرهای سمت راست عدد $x!$ برابر $\alpha_5(x!)$ است.

نکته: تعداد صفرهای سمت راست هر عدد غیر فاکتوریلی برابر است با:

تعداد عوامل ۲ و ۵ را یافته هر کدام کمتر بود به همان تعداد ۰ داریم.

نکته: a,b نسبت به هم متباین اند (اولند) $\Leftrightarrow$ $if : (a,b)=1$

همچنین $(a,b\in N)ax+b$ نیز عدد اول می باشد.

نکات: هر عدد اول بزرگتر از ۳ را می توان به صورت $6k\pm1$ نوشت.

بی نهایت عدد اول به صورت $4k\pm3$ داریم.

اگر عددی به ۲ یا ۳ یا ۷ یا ۸ یا تعداد فردی صفر ختم شود حتماً مربع کامل نیست و نه بلعکس.

$$(2k-1)^2=8k'+1 \qquad k\in N$$

برای هر عدد اول (p) داریم:

مجموع مقسوم علیه های مثبت p^n : $\Rightarrow \dfrac{p^{n+1}-1}{p-1}$

حاصل ضرب مقسوم علیه های مثبت p^n : $\Rightarrow P^{\frac{(n+1)n}{2}}$

مجموع مقسوم علیه های مثبت n: $\Rightarrow \dfrac{P_k^{\alpha_k+1}-1}{P_k-1}$

اگر p اول باشد آنگاه: $\phi(p)=p-1$

تعداد اعداد کوچکتر از یا مساوی با p که نسبت به p اولند (تابع حسابی اویلر)

$$\phi(mn)=\phi(m)\phi(n)\frac{d}{\phi(d)}$$

d ⟶ ب.م.م m و n

$$n=p_1p_2p_3\cdots \Longrightarrow \phi(n)=n\left(1-\frac{1}{p_1}\right)\left(1-\frac{1}{p_2}\right)\cdots$$

$$\prod \qquad\qquad \coprod$$

$$(a,b) \qquad\qquad [a,b]$$

ب.م.م   ک.م.م

$$d=(a,b)\Rightarrow \{ax+by \mid x,y\in Z\}=\{kd \mid k\in z\}$$

قضیه بزو:

$$if:(a,b)=d\Rightarrow d=pa+qb \qquad a,b,p,q\in Z$$

$(a,b)=(-a,b)=(a,-b)=(-a,-b)$= عدد طبیعی

$$\left(a^n,b^n\right)=(a,b)^n$$

$$(ka,kb)=|k|\times(a,b)$$

$$(a,b)=d\Leftrightarrow\left(\frac{a}{d},\frac{b}{d}\right)=1 \qquad a\vee b\neq 0$$

$$a=bq+r\rightarrow(a,b)=(b,r) \qquad r\neq 0$$

$(0,0)=$ وجود ندارد   زیرا N ، عضو انتها ندارد.

لم اقلیدس (پیش قضیه یا قضیه ی کمکی (lemme)«کلمه ی فرانسوی») :

$$a|bc,(a,b)=1\Rightarrow a|c$$

$1)\; c|a,c|b\Rightarrow c|(a,b)$ $2)\; (a,b)=(a,b\pm ka) \qquad k\in N$

$3)\; (a,b)=d\Leftrightarrow(a+b,a-b)=(d\vee 2d)$ $4)\; (a,b)=1=\left(ab,a^n\pm b^n\right)=\left(a^n,b^m\right)$

$5)\;\left.\begin{matrix} c|a+b \\ (a,b)=1\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{matrix}(a,c)=1\\(b,c)=1\end{matrix}\right.$ $\left.\begin{matrix}(a,b)=m\\ 6)(a,c)=n\\(b,c)=1\end{matrix}\right\}\Rightarrow(a,bc)=mn$

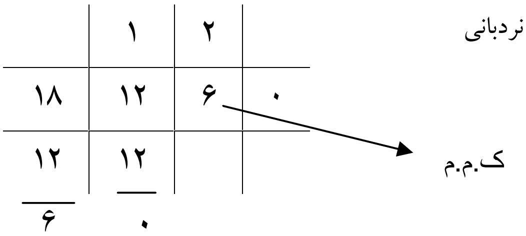
فرمول نامه

قرارداد : $\left.\begin{array}{l}(a,b)=d\\ [a,b]=L\end{array}\right\}$

$$7)(n,n+1)=1$$

مثال آموزشی:

ک.م.م به روش نردبانی



$$2)\begin{cases}a'=\dfrac{a}{d}\\ b'=\dfrac{b}{d}\end{cases}\Rightarrow [a,b]=a'b'd$$

b',a' نسبت به هم اول اند.

$$1)|ab|=(a,b)\ [a,b]$$

$$4)[ka,kb]=|k|\times[a,b]$$

$$3)[a,b]=[-a,-b]=[a,-b]=[-a,b]$$

$$6)(a,b)=1\Leftrightarrow[a,b]=ab$$

$$5)\left[a^n,b^n\right]=[a,b]^n$$

شرکت پذیری $\begin{cases}[a,[b,c]]=[[a,b],c]\\ (a,(b,c))=((a,b),c)\end{cases}$

$$7)a|b\Leftrightarrow[a,b]=|b|,(a,b)=|a|$$

جذب $\begin{cases}[a,(a,b)]=|a|\\ (a,[a,b])=|a|\end{cases}$

توزیع پذیری $\begin{cases}[a,(b,c)]=([a,b],[a,c])\\ (a,[b,c])=[(a,b),(a,c)]\end{cases}$

نکته: همنهشتی یک رابطه ی بازتابی، تقارنی، تعدی می باشد (هم ارزی است).

$[a]_m=[b]_m$ معادل است با : $a\in[b]$ وهمچنین معادل است با: $a\overset{m}{\equiv}b$

کلاس هم ارزی: $[a]_b=\{n\in Z:n=bq+a,q\in Z\}$

فرمول نامه

$$a = bq + r \rightarrow a \overset{b}{\equiv} r$$

$$\begin{array}{r|l} a & m \\ \vdots & q \\ \hline r & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} b & m \\ \vdots & q' \\ \hline r' & \end{array}$$

$$r = r' \Updownarrow a \overset{m}{\equiv} b$$

$$1)\ a \overset{M}{\equiv} b \Rightarrow M \mid a-b$$

$$2)\ a \overset{m}{\equiv} a \longrightarrow$$ خاصیت بازتابی

$$3)\ a \overset{m}{\equiv} b,\ b \overset{m}{\equiv} c \Rightarrow a \overset{m}{\equiv} c \longrightarrow$$ خاصیت تعدی

$$4)\ a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow (a,m)=(b,m)$$

$$5)\ a \overset{m}{\equiv} b \underset{c\in N}{\Rightarrow} ac \overset{mc}{\equiv} bc$$

$$6)\ a \overset{m}{\equiv} b \underset{c\in N}{\Rightarrow} a \overset{\pm}{\underset{\times}{}} c \overset{m}{\equiv} b \overset{\pm}{\underset{\times}{}} c$$

$$7)\ \left.\begin{array}{l} a \overset{m}{\equiv} b \\ c \overset{m}{\equiv} d \end{array}\right\} \Rightarrow a \overset{\pm}{\underset{\times}{}} c \overset{m}{\equiv} b \overset{\pm}{\underset{\times}{}} d$$

$$8)\ \left.\begin{array}{l} a \overset{m}{\equiv} b \\ a \overset{n}{\equiv} b \end{array}\right\} \Rightarrow a \overset{[m,n]}{\equiv} b$$

$$9)\ ab \overset{m}{\equiv} bc \Rightarrow a \overset{\frac{m}{(b,m)}}{\equiv} c$$

$$10)\ a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow a^m \overset{m^2}{\equiv} b^m$$

$$11)\ a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow a^n \overset{m}{\equiv} b^n$$

$$12)\ (a+b)^n \overset{ab}{\equiv} a^n + b^n \qquad a,b\in Z$$

$$13)\ (a-b)^n \overset{ab}{\equiv} \begin{cases} a^n + b^n & n=2k \\ a^n - b^n & n=2k-1 \end{cases}$$

$$14)\ (a+b)^p \overset{p}{\equiv} a^p + b^p \quad a,b\in Z$$ P عدد اول است و

حالات خاص :

$$a^2 + b^2 \overset{2}{\equiv} (a\pm b)^2 \qquad a^3 \pm b^3 \overset{3}{\equiv} (a\pm b)^3$$

قضیه ی فرما: $(a,p)=1 \Rightarrow a^{p-1} \overset{p}{\equiv} 1$ $\Rightarrow$ p اول است.

نتیجه : $(a,p)=1 \Rightarrow a^{p} \overset{p}{\equiv} a$ $\Rightarrow$ p اول است.

فرمول نامه

قضیه ی اویلر:
$$(a,m)=1 \Rightarrow a^{\phi(m)} \overset{m}{\equiv} 1$$
تابع حسابی اویلر

قضیه ی ویلسون:
$$(p-1)! \overset{p}{\equiv} -1 \quad \Rightarrow$$
p اول است.

$$a^n \text{ رقم یکان } = \frac{n}{4} \begin{cases} \xrightarrow{0} a^4 \\ \text{باقی مانده} \\ \xrightarrow{r} a^r \end{cases}$$

در معادله ی سیاله ی خطی $ax+by=c$ شرط وجود جواب رابطه ی مقابل است: $(a,b) \mid c$

جواب
$$\begin{cases} x=x_0 \mp \frac{b}{(a,b)}k \\ y=y_0 \pm \frac{a}{(a,b)}k \end{cases}$$

فصل سوم

رابطه ی همانی:
$$I_A = \{(x,x) \mid x \in A\}$$

متمم مجموعه ی A:
$$A' = A^c = \overline{A} = \{(x,y) \mid (x,y) \notin A\}$$

$$1) R^{-1} = \{(y,x) \mid (x,y) \in R\} \qquad 2) I_A^{-1} = I_A$$

$$3) (R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1} \qquad 4) (R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cap R_2^{-1}$$

$$5) (R_1 - R_2)^{-1} = R_1^{-1} - R_2^{-1}$$

ترکیب رابطه ها :
$$a(R_2 O R_1)c \Leftrightarrow \exists b \in B \ni aR_1 b \wedge bR_2 c$$

فرمول نامه

$1)(R_3OR_2)OR_1 = R_3O(R_2OR_1)$ $2)ROI=IOR=R$

$3)R^nOR = R^{n+1}$ $4)ROR^{-1} = I_{D_{R^{-1}}}$

$5)R^{-1}OR = I_{D_R}$ $6)R^mOR^n = R^{m+n}$

$7)I^n = I$

روابط مربوط به تعداد اعضاء :

$$n[(A\times B)\cap(B\times A)]=[n(A\cap B)]^2$$

$$n[(A\times B)\cup(B\times A)]=2n(A).n(B)-[n(A\cap B)]^2$$

$$n[(A\times B)-(B-A)]=n(A).n(B)-[n(A\cap B)]^2$$

نکته:اگر مجموعه ی A دارای n عضو، و مجموعه ی B دارای m عضو باشند. تعداد روابطی که از A به B می توان نوشت برابر $2^{(mn)}$ است.

روابط و ماتریس:

بازتابی → درایه های روی قطر اصلی همگی یک باشند.

تقارن → درایه ها نسبت به قطر اصلی متقارن باشند.

پاد تقارنی → در دو طرف قطر اصلی جفت ۱ (یعنی (۱,۱)) موجود نباشد.

تعدی → اگر درایه ی ij , jk برابر یک بودند درایه ی ik نیز یک باشد.

$R-R',R\cup R',R\cap R'$ متقارن اند → R,R' تقارنی باشند.

$R\cup R',R\cap R'$ بازتابی اند → R,R' بازتابی باشند.

$R\cap R'$ متعدی است → R,R' متعدی باشند.

$R-R',R\cap R'$ پاد تقارنی اند → R,R' پاد تقارنی باشند.

روابط و گراف ها:

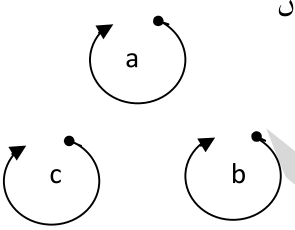
بازتابی ← همه ی رئوس طوقه دار باشند.

تقارنی ← بین دو رأس یالی موجود نباشد یا اگر هست، دو طرفه باشد.

پاد تقارنی ← بین دو رأس یالی موجود نباشد یا اگر هست، یک طرفه باشد.

تعدی ← اگر یالی بین b,a و یالی بین c,b هست باید یالی نیز بین c,a باشد.

تنها حالتی که گراف هم پاد متقارن است و هم متقارن



تعداد توابع از A به B: $$\underset{\text{برد}}{n}^{\overset{\text{دامنه}}{m}} = R^{D}$$

۱_ تعداد توابع ۱-۱ از A به B: $n \geq m$ $P\binom{n}{m}$

۲_ تعداد توابع پوشا از A به B:

$$\sum_{i=1}^{n}(-1)^{i}\binom{n}{i}(n-i)^{m} = n^{m} - \binom{n}{1}(n-1)^{m} + \binom{n}{2}(n-2)^{m} - \ldots + \binom{n}{n-1}1$$

تعداد توابع پوشا و ۱-۱ از A به B: رابطه ی ۲ =رابطه ی ۱

تعداد افرازهای r عضوی یک مجموعه ی n عضوی (عدد استرلینگ نوع دوم) :

$$\frac{1}{r!}\sum_{i=0}^{r}(-1)^{k}\binom{r}{k}(r-k)^{n}$$

تراگذاری ← تقارنی و پاد تقارنی

R پاد تقارنی است → $R \cap R' = \phi$

تعداد رابطه های بازتابی و تقارنی = ۲

تعداد رابطه های بازتابی و تقارنی و پاد تقارنی = ۱

تعداد روابط روی مجموعه ی n عضوی A: 2^{n^2}

تعداد روابط بازتابی روی مجموعه ی n عضوی A: 2^{n^2-n}

تعداد روابط تقارنی روی مجموعه ی n عضوی A: $2^{\frac{n^2+n}{2}}$

تعداد روابط بازتابی و تقارنی روی مجموعه ی n عضوی A: $2^{\frac{n^2-2}{2}}$

تعداد روابط پاد تقارنی روی مجموعه ی n عضوی A: $2^n \times 3^{\frac{n^2-n}{2}}$

تعداد روابط بازتابی و پادتقارنی روی مجموعه ی n عضوی A: $3^{\frac{n^2-n}{2}}$

تعداد روابط تقارنی و پادتقارنی روی مجموعه ی n عضوی A: 2^n

نکته: $A<<B$ هر گاه هر داریه ی ماتریس A کوچکتر از یا مساوی با درایه ی نظیرش در B باشد.

ضرب ماتریسی: ضرب هر درایه ی A در درایه ی نظیرش در ماتریس B به صورت بولی

I_n: ماتریس همانی ← قطر اصلی = ۱

۱	۰	⓪
۰	۰	۰
۱	۰	۱

جدول ضرب بولی

۱	۰	۰ +
۱	۰	۰
۱	۱	۱

جدول جمع بولی

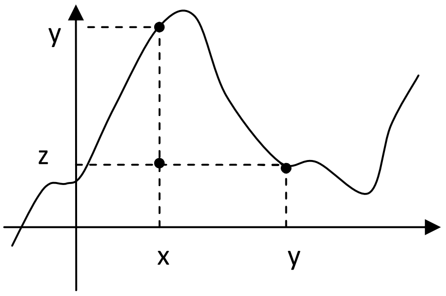
تشخیص خواص رابطه از روی نمودار آن:

اگر نمودار رابطه ی مورد نظرنسبت به $y=x$ متقارن باشد. ← رابطه متقارن است.

اگر نمودار R^{-1}, R اشتراک نداشته باشند مگر روی $y=x$ ← رابطه پاد متقارن است.

اگر روی نمودار بتوان (x,y) , (y,z) ای یافت که (x,z) آن روی منحنی نباشد، آنگاه رابطه تراگذاری نیست.

مثال آموزشی:

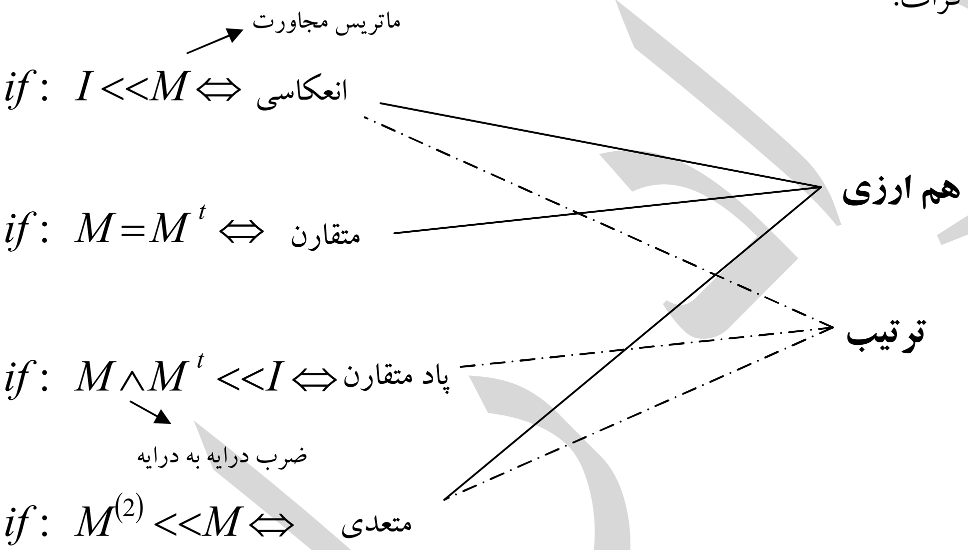


اصل شمول و عدم شمول:

$$|A|+|B|=|A\cup B|+|A\cap B|$$

$$|A\cup B\cup C|=|A|+|B|+|C|-|A\cap B|-|A\cap C|-|B\cap C|+|A\cap B\cap C|$$

در رابطه ی حاصل از گراف:



ماتریس مجاورت

if: $I<<M \Leftrightarrow$ انعکاسی

if: $M=M^t \Leftrightarrow$ متقارن

if: $M\wedge M^t<<I \Leftrightarrow$ پاد متقارن

ضرب درایه به درایه

if: $M^{(2)}<<M \Leftrightarrow$ متعدی

تعداد جای گشت ها برای تخصیص n شی به k جعبه (زمانی که اشیا تکراری هستند) : $\frac{n!}{n_1!\times n_2!\times\ldots n_m!}$

تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله ی $x_1+x_2+\ldots+x_k=n$:

پخش n شی در k مکان بدون شرط ← $\binom{n+k-1}{k-1}=\binom{n+k-1}{n}$

حل معادله ی سیاله ی خطی:

$$\frac{(n-1)!}{(n-k)!(k-1)!}=\binom{n-1}{k-1}$$

نکته : تعداد حالت های توزیع n شی یکسان در r جعبه متمایز، که در هر جعبه حداقل k شی وجود داشته باشد $(kr\le n)$: $\binom{n+(1-k)r+1}{r-1}$

فصل چهارم

اصول موضوع کولموگروف:

مجموعه ی مرجع

$$1)\forall A\in S:P(A)\ge 0$$

$$2)p(s)=1$$

۳) اگر $A_1,A_2,\ldots,A_n$ دنباله ای متناهی از پیشامدهای دو به دو ناسازگار s باشد آنگاه:

$$P(A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n)$$

نکته: تعداد حالات نشستن n فرد دور میز گرد. ← $(n-1)!$

نکته:با n مهره ی متمایز دقیقاً $\frac{(n-1)!}{2}$ تعداد گردنبند متمایز می توان ساخت.

نکته: اگر n شی بخواهند در کنار هم قرار گیرند، به طوری که n_1 شی از نوع اول و ... n_k شی از نوع k ام باشند به طوری که $n_1+\ldots+n_k=n$ آنگاه داریم : $\frac{n!}{n_1!+n_2!+\ldots+n_k!}$

اگر کیسه ای پر از مهره داشته باشیم:

اگر k مهره را به تصادف و یک جا خارج کنیم، آنگاه : $C\binom{n}{k}$ → تعداد کل مهره های درون کیسه

اگر k مهره را یکی پس از دیگری و بدون جایگذاری خارج کنیم، آنگاه: $P\binom{n}{k}$

اگر k مهره را یکی پس از دیگری و با جایگذاری مجدد خارج کنیم، آنگاه: n^k

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ ⇒ A,B دو پیشامد ناسازگار ⇔ $P(A\cap B)=0$

دو پیشامد مستقل ⇐ $P(A\cap B)=P(A)P(B)$

B,A مستقل ⇐ $P(A|B)=P(A)$

B,A ناسازگار ⇐ $P(A|B)=0$

A به شرط B

در حالت کلی
(قاعده ی ضرب احتمال)

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)} \qquad (P(B)\neq 0)$$

$1)P(A|A')=0 \qquad 2)P(A|S)=P(A)$

$3)P(A'|B)+P(A|B)=1$

$4)P(A|C)+P(B|C)=P((A\cup B)|C)+P((A\cap B)|C)$

$5)P((A-B)|C)=P(A|C)-P((A\cap B)|C)$

$6)P((A\Delta B)|C)=P((A\cup B)|C)-P((A\cap B)|C)=P(A|C)+P(B|C)-2P((A\cap B)|C)$

تعمیم قاعده ی ضرب احتمال:

$$P(A\cap B\cap C\cap ...)=P(A)P(B|A)P(C|(A\cap B))P(D|(A\cap B\cap C))..$$

برای سه پیشامد مستقل همواره داریم:

$$P(A\cap B\cap C)=P(A)P(B)P(C)$$

فرمول احتمال کل:

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(B_i)P(A|B_i)$$

قاعده ی بیز:

$$P(A)P(B|A)=P(B)P(A|B)$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=P(A\cap B')$$

تابع توزیع برنولی:

$$P(X=x)=\underset{\text{احتمال پیروزی}}{p^x}\,\underset{\text{احتمال شکست}}{q^{1-x}}$$

اگر آزمایش برنولی را n بار تکرار کنیم احتمال این که K بار پیروزی رخ دهد

$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$$

تعداد کل

تعداد شکست

احتمال شکست

تعداد موفقیت

احتمال موفقیت

تعداد k مطلوب از n آزمایش انجام شده

ریاضیات ۱

فصل اول

	تهی	$\phi=\{\ \}$
... و ۳ و ۲ و ۱	اعداد طبیعی	N
...و۳و۲و۱و۰	اعداد حسابی	$I(W)$
...و۲و۱و۰و۱-و۲-و...	اعداد صحیح	Z
۲n ➔ ...و۶و۴و۲	اعداد زوج	E
۲n -۱➔ ...و۵و۳و۱	اعداد فرد	O
$\frac{a}{b} \quad (a,b\in Z, b\neq 0)$	اعداد گویا	Q
$x\notin Q \Rightarrow \sqrt{2},\sqrt{5},...$	اعداد گنگ (اصم)	$Q'(Q^c)$
تمامی اعداد	اعداد حقیقی	$R=Q\cup Q'$
$i=\sqrt{-1} \quad \sqrt{-25}=5i$ $i^2=-1\rightarrow 6i\times 6i=-36$	اعداد مختلط	$\mathbb{C}$

فرمول تبدیل عدد اعشاری متناوب به عددی گویا:

عدد اعشاری متناوب = (ارقام عدد بجز ممیز و ارقام گردش – ارقام عدد بدون ممیز و خط گردش) / (۹۹۹ ... ۹ ۰۰۰ ... ۰)

۹۹۹ ... ۹ : به تعداد ارقام گردشی

۰۰۰ ... ۰ : به تعداد ارقام غیر گردشی

مثال آموزشی:

$$1/32\overline{5}=\frac{1325-132}{900}=\frac{1193}{900}$$

فصل دوم

اتحاد مزدوج :

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

مکعب مجموع (تفاضل) دو جمله:

$$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$$

مجموع (تفاضل) مکعبات دو جمله:

$$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^3\mp ab+b^2)$$

تعمیم اتحاد چاق و لاغر:

$$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-1}b+a^{n-2}b^2+...+b^{n-1})$$

$$a^n+b^n=(a+b)(a^{n-1}-a^{n-1}b+a^{n-2}b^2-...+b^{n-1})$$

اتحاد لاگرانژ:

$$(a^2+b^2)(x^2+y^2)=(ax+by)^2+(ay-bx)^2$$

مربع دو جمله (دو جمله ای نیوتن):

$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$$

تعمیم:

$$(a+b)^n=a^n+\binom{n}{1}a^{n-1}b+\binom{n}{2}a^{n-2}b^2+...+\binom{n}{n}b^n$$

$$(a-b)^n=a^n-\binom{n}{1}a^{n-1}b+\binom{n}{2}a^{n-2}b^2-...+(-1)^n b^n$$

مربع سه جمله ای:

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$$

تعمیم مربع چند جمله:

$$(a_1+a_2+a_3+...+a_n)^2=a_1^2+a_2^2+a_3^2+...+a_n^2+$$
$$(2a_1a_2+2a_1a_3+...+2a_1a_n)+(2a_2a_3+2a_2a_4+...+2a_2a_n)+...+2a_{n-1}a_n$$

اتحاد جمله مشترک:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

تعمیم جمله مشترک: روال زیر به همین ترتیب برای حالات دیگر هم برقرار است

$$(x+a)(x+b)(x+c)=x^3+(a+b+c)x^2+(ab+ac+bc)x+abc$$

$$(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)=x^4+(a+b+c+d)x^3+$$
$$(ab+ac+ad+bc+bd+cd)x^2+(abc+bcd+acd+abd)x+abcd$$

فصل سوم

صورت کلی معادله ی خط $ax+by+c=0$

عرض از مبدا خط $\longleftarrow d=\frac{-c}{b}$

شیب خط (ضریب زاویه ی خط) $\longleftarrow m=-\frac{a}{b}$

$$y=mx+d$$

فرمول نوشتن معادله ی خط با داشتن شیب و مختصات یک نقطه: $y-y_0=m(x-x_0)$

فرمول نوشتن معادله ی خط با داشتن مختصات دو نقطه: $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$

دو خط موازی اند $\Leftrightarrow$ $m_1=m_2$

دو خط برهم منطبق اند $\Leftrightarrow$ $m_1=m_2\ ,\ d_1=d_2$

دو خط برهم عمودند $\Leftrightarrow$ $m_1\times m_2=-1$

فاصله ی نقطه (x_0,y_0) از خط $: ax+by+c=0$ $\Leftarrow$ $d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

فاصله ی مبدأ از خط $ax+by+c=0$ $\Leftarrow$ $d=\frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

فصل چهارم

فرمول کلی سهمی: شکل اول $\longleftarrow (y-y_0)=a(x-x_0)^2$

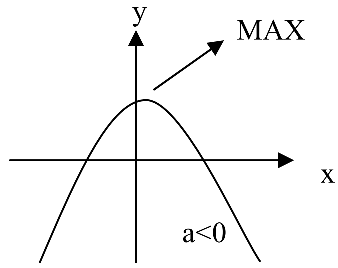
فرمول نامه

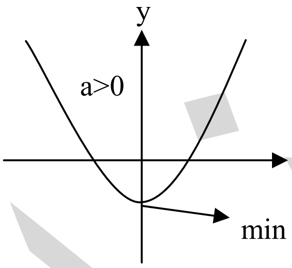
$y=ax^2+bx+c$ → شکل دوم

(مبین معادله) b^2-4ac

مختصات رأس سهمی: $\left(\frac{-b}{2a},\frac{-\Delta}{4a}\right)$

نکته :هر چه مقدار a بیشتر، دهانه بسته تر می شود .





$$y = ax^2bx + c = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$\Delta>0$ ⟵ معادله ی درجه دوم دو ریشه ی متمایز دارد.

$\Delta=0$ ⟵ معادله ی درجه دوم دو ریشه ی تکراری (یک ریشه مضاعف) دارد.

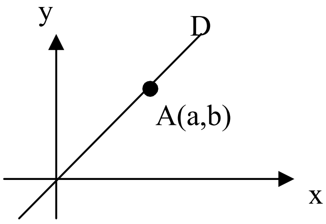
$\Delta<0$ ⟵ معادله ی درجه دوم ریشه ی حقیقی ندارد.

$a'\rightarrow$ خوانده شود آپریم

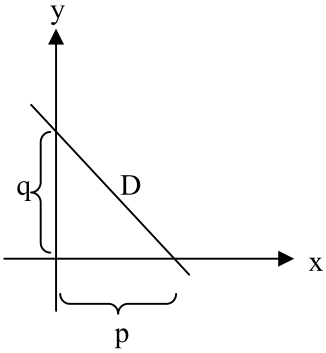
$a''\rightarrow$ خوانده شود آزِگوند

در معادله ی $ax^2+bx+c=0$ داریم:

$$if:\begin{cases} a+c=b \rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=\frac{-c}{a} \end{cases} \\ a+c=-b \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{c}{a} \end{cases} \end{cases}$$



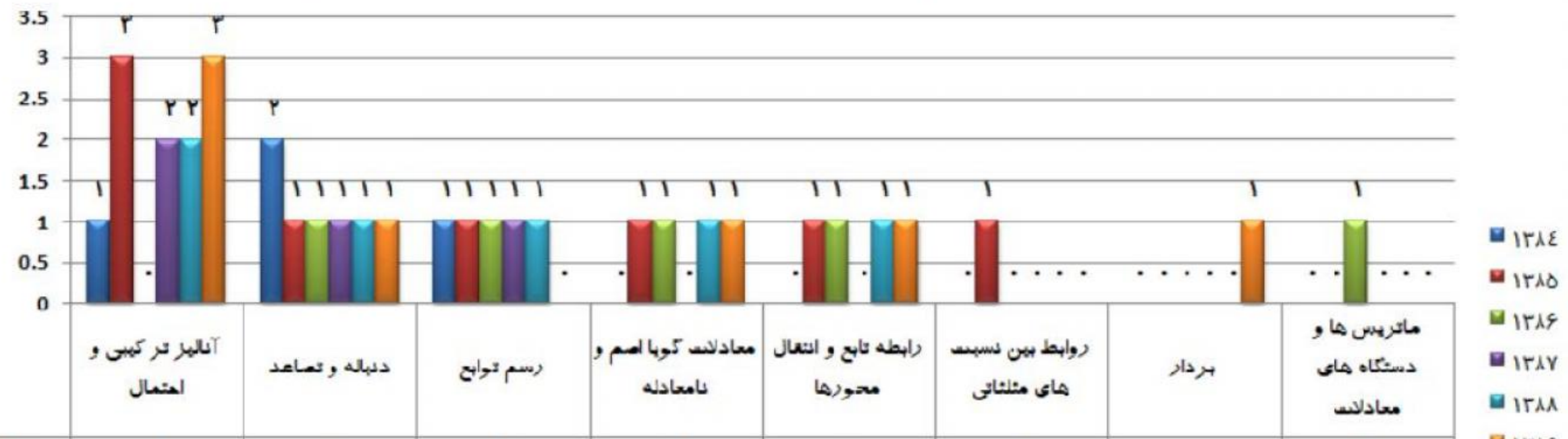
$$D : y = \frac{b}{a}x$$



$$D : \frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$

ریاضیات ۲

بودجه‌بندی درس ریاضی ۲ – رشته‌ی ریاضی در ۶ سال اخیر کنکور سراسری



	آنالیز ترکیبی و احتمال	دنباله و تصاعد	رسم توابع	معادلات گویا اصم و نامعادله	رابطه تابع و انتقال محورها	روابط بین نسبت های مثلثاتی	بردار	ماتریس ها و دستگاه های معادلات
🟦 1384	1	2	1	0	0	0	0	0
🟥 1385	3	1	1	1	1	1	0	0
🟩 1386	0	1	1	1	1	0	0	1
🟪 1387	2	1	1	0	0	0	0	0
🟦 1388	2	1	1	1	1	0	0	0
🟧 1389	3	1	0	1	1	0	1	0

فصل اول

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		∞
p		مخالف علامت a	●	موافق علامت a	

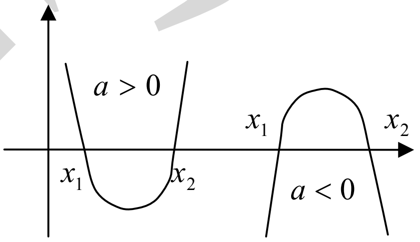
$$p=ax+b \qquad a\neq 0$$

فرجه ی زوج $\sqrt{\text{عبارت}} \rightarrow \text{عبارت} \geq 0 \rightarrow \text{نامعادله} \rightarrow \text{جواب}$

$$P=ax^2+bx+c \qquad a\neq 0$$

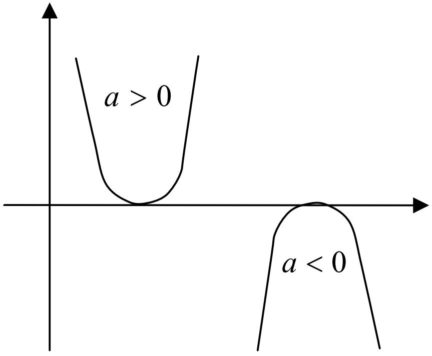
الف) معادله دو جواب دارد.

X	$-\infty$		x_1		x_2		∞
P		موافق علامت a	o	مخالف علامت a	o ●	موافق علامت a	



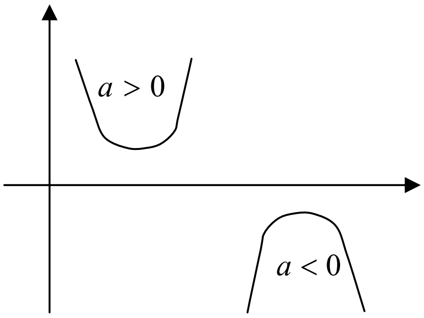
ب)معادله یک جواب دارد

X	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		∞
P		موافق علامت a	o ●	موافق علامت a	



ج) معادله جواب (ریشه) ندارد.

X	$-\infty$		∞
P		موافق علامت a	



$$\Delta < 0 \wedge \begin{cases} a < 0 \Rightarrow p < 0 \\ a > 0 \Rightarrow p > 0 \end{cases}$$

فصل دوم

$$\underbrace{\frac{a+b+c}{3}}_{\text{واسطه ی عددی}} \geq \underbrace{\sqrt[3]{abc}}_{\text{(میانگین) واسطه ی هندسی}}$$

$$\underbrace{\frac{a+b}{2}}_{\text{میانگین عددی}} \geq \underbrace{\sqrt{ab}}_{\text{(واسطه)میانگین}}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} < 0 \rightarrow$$ تابع اکیداً نزولی

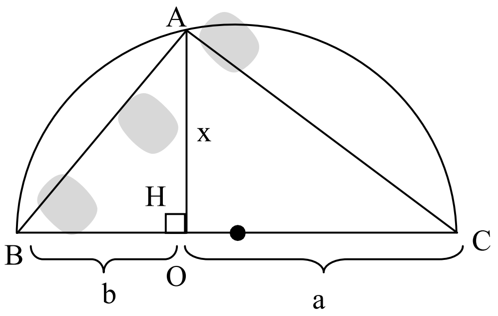
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} > 0 \rightarrow$$ تابع اکیداً صعودی

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 0 \rightarrow$$ (هم صعودی هم نزولی) تابع ثابت است.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

نام دیگر محور x ها خط y=0 است وهمچنین نام دیگر محور y ها خط x=0 است.

رسم میانگین هندسی دو عدد b,a



$$x^2 = a.b \Rightarrow x = \sqrt{ab}$$

قرینه ی (x,y) نسبت به
- مبدأ ← (-x,y)
- محور x ها ← (x,-y)
- محور y ها ← (-x,y)

انتقال محورهای مختصات به نقطه ی (α,β) :

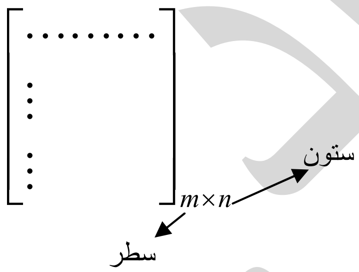
$$\overset{\text{جدید}}{X} = \overset{\text{قدیم}}{x} - \alpha$$

$$\underset{\text{جدید}}{Y} = \underset{\text{قدیم}}{y} - \beta$$

فصل سوم

نکته: همواره ماتریس یک در یک $[a]$ را با a یکی می گیریم.

نکته: درایه ی واقع در سطر i و ستون j را با a_{ij} نشان می دهیم.



نکته: ماتریس را سطری می خوانیم.

نکته: جمع ماتریس خاصیت جابه جایی دارد اما ضرب آن این خاصیت را ندارد.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

فرمول نامه

ماتریس تقارن نسبت به محور x ها:

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$$

ماتریس تقارن نسبت به محور yها:

$$A=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

ماتریس تقارن نسبت به مبدأ:

$$C=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$$

ماتریس تقارن نسبت به خط y=x:

$$D=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$\underset{\substack{\downarrow\\ \text{دترمینان}}}{\det}\, A=|A|=\underset{\substack{\swarrow\\ \text{قطر اصلی}}}{\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}}=ad-bc=\text{عدد}$$

ماتریس صفر یا عضو بی اثر در عمل جمع

$$\overline{O}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$$

ماتریس واحد(همانی) یا عضو بی اثر در عمل ضرب

$$I=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

قرینه ی ماتریس A برابر است با A –؛مثال آموزشی:

$$\begin{bmatrix}2 & 5\\ 1 & -3\end{bmatrix}\xrightarrow{\times -1}\begin{bmatrix}2 & -5\\ -1 & 3\end{bmatrix}$$

$$\begin{cases}A+\overline{O}=\overline{O}+A=A\\ A+(-A)=-A+A=\overline{O}\end{cases}$$

در ماتریس خاصیت اشتراک پذیری (در عمل ضرب) برقرار است:

$$(A\times B)\times C=A\times(B\times C)$$

روش det برای حل دستگاه دو معادله ی دو مجهولی:

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ d' & b' \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix}$$

$$A\times X=B\rightarrow X=A^{-1}B \qquad A\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{\det A}\underbrace{\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}}_{\left(A^{*}\right)\ \text{ماتریس الحاقی A}}$$

$$A\times A^{-1}=A^{-1}\times A=I^{2}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \left(A^{-1}\right)^{-1}=A$$

دستور کرامر:

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

$$x=\frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}} \qquad y=\frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}$$

$$\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

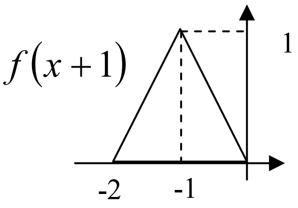
دستگاه جواب دارد (منحصر به فرد) «دو خط متقاطع». $\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$

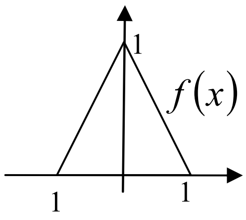
دستگاه جواب ندارد «دو خط موازی». $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$

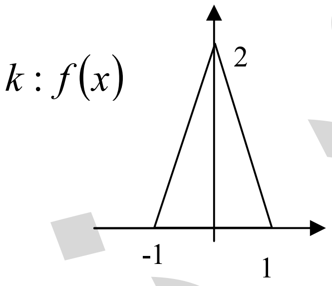
بی شمار جواب برای دستگاه موجود است «دو خط منطبق». $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$

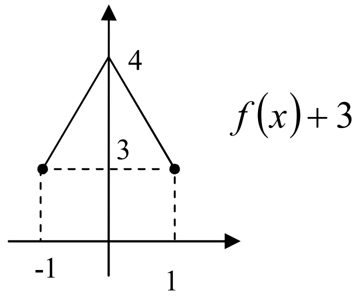
فصل چهارم

مثال آموزشی:









فصل پنجم

	تصاعد هندسی	تصاعد حسابی	
قانون جمله ی عمومی	$t_n = aq^{n-1}$	جمله ی اول قدر نسبت $t_n = a+(n-1)d$	جمله ی nام
قدر نسبت	$n = \log_q^{\frac{l}{a}} + 1$	$n = \frac{l-a}{d} + 1$	جمله ی آخر
شرط تشکیل تصاعد برای جمله های متوالی a,b,c	$b = \sqrt{ac}$	$b = \frac{a+c}{2}$	
	$q = \sqrt[n-m]{\frac{t_n}{t_m}}$	$d = \frac{t_n - t_m}{n-m}$	
	$q = \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$	$d = \frac{b-a}{n+1}$	تعداد واسطه
	$S_n = \frac{lq-a}{q-1}$	$S_n = \frac{n}{2}(a+l)$	مجموع جملات
	$S_n = \frac{a(q^n-1)}{q-1}$	$S_n = \frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$	

$$S_1 = a$$

$S_n \Rightarrow S_\infty = \frac{a}{1-q}$ هندسی وقتی که $|q| < 1, n \to \infty$

فصل هفتم

$A\Big|^{x_1}_{y_1}$ $\qquad B\Big|^{x_2}_{y_2}$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

بردارهای واحد (پایه) ← $\vec{j} = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ $\quad \vec{i} = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$

$\vec{V} = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ اندازه بردار

$\vec{V} = \sqrt{a^2 + b^2}$

بردار صفر $\vec{O} = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$ ابتدا و انتهایش یکی است .

$$2)\vec{O} = \vec{V} \times 0 \qquad 1)\vec{V}_1 + \vec{O} = \vec{V}_1 = \vec{O} + \vec{V}_1$$

عدد

$$4)\underset{\text{عدد}}{r} \times \vec{O} = \vec{O} \qquad 3)\vec{V} + \left(-\vec{V}\right) = \left(-\vec{V}\right) + \vec{V} = \vec{O}$$

$$\underset{\text{ضرب داخلی}}{\underset{\downarrow}{\vec{V}_1 . \vec{V}_2}} = \left|\vec{V}_1\right| \times \left|\vec{V}_2\right| \times COS\theta \longrightarrow \text{زاویه ی بین دو بردار}$$

فصل هشتم

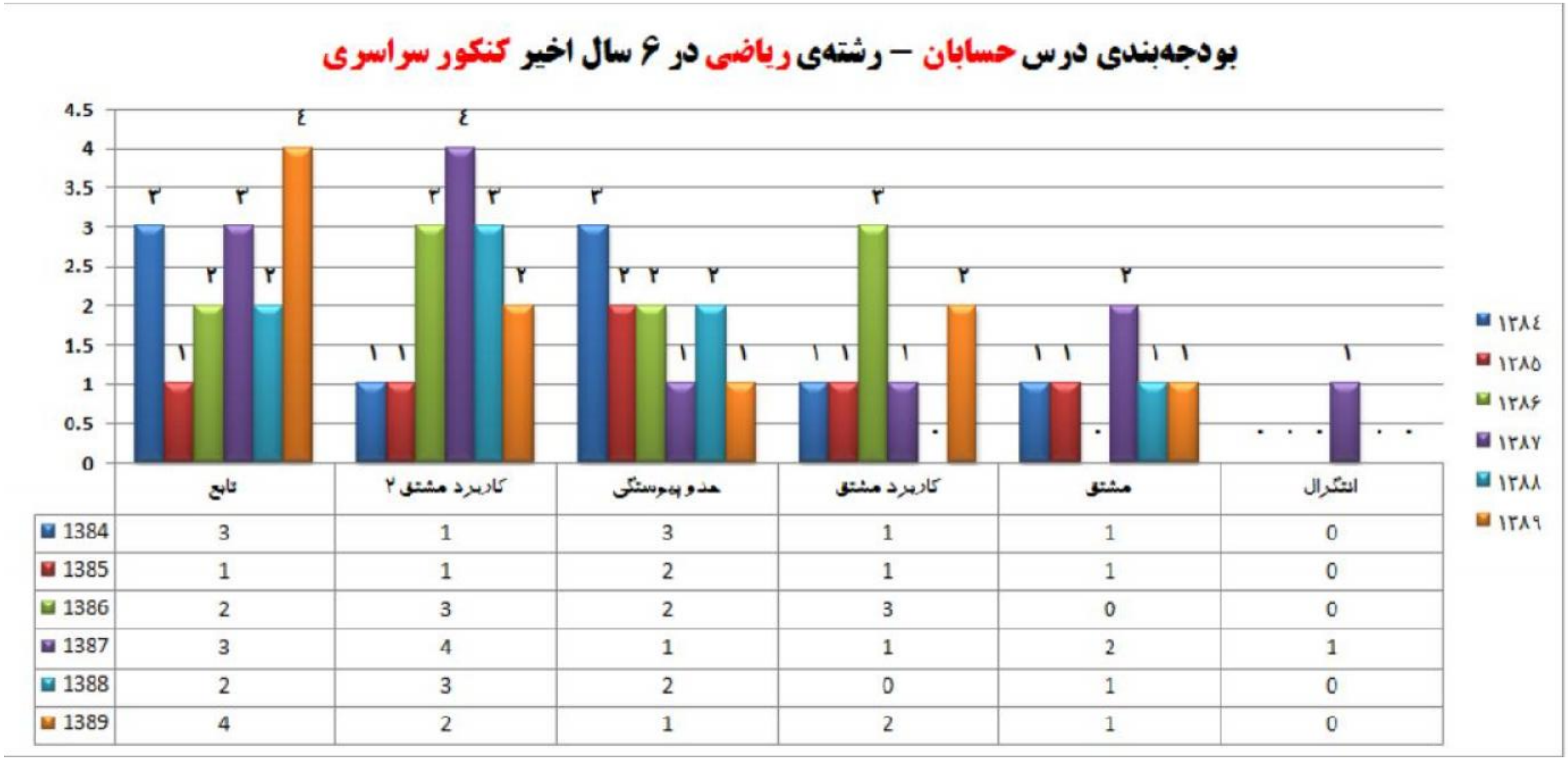
اجتماع = یا = ∪ = + = ∨

اشتراک = و = ∩ = × = ∧

(لطفاً به صفحه ی ۱۳ مراجعه فرمایید.)

حسابان

بودجه‌بندی درس حسابان – رشته‌ی ریاضی در ۶ سال اخیر کنکور سراسری



	تابع	کاربرد مشتق ۲	حد و پیوستگی	کاربرد مشتق	مشتق	انتگرال
1384	3	1	3	1	1	0
1385	1	1	2	1	1	0
1386	2	3	2	3	0	0
1387	3	4	1	1	2	1
1388	2	3	2	0	1	0
1389	4	2	1	2	1	0

فصل اول

بزرگترین توان

در چند جمله ای ها ← ax^n ← ضریب پیشرو

دامنه تابع

$D \xrightarrow{f} R$ برد

$$Sgn(x)=\begin{cases}1 & x>0\\ 0 & x=0\\ -1 & x<0\end{cases}$$

← تابع ساین (علامت)

$(I)(y=x)$ تابع همانی

$$\left.\begin{matrix}D_f=D_g\\ f(x)=g(x)\end{matrix}\right\}\Leftrightarrow f=g$$

$$(f \overset{\pm}{\times} g)(x)=f(x)\overset{\pm}{\times} g(x) \qquad D_{f\overset{\pm}{\times}g}=D_f\cap D_g$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)} \qquad D_{\frac{f}{g}}=\left(D_f\cap D_g\right)-\{x|g(x)=0\}$$

$$fog(x)=f(g(x)) \qquad D_{fog}=\{x|x\in D_g : g(x)\in D_f\}$$

نکته: ترکیب تابع خاصیت جابه جایی ندارد ولی خاصیت شرکت پذیری دارد.

شروط زوج بودن تابع
$$\begin{cases}\forall x\in D_f \Rightarrow -x\in D_f\\ f(-x)=f(x)\end{cases}$$

شروط فرد بودن تابع
$$\begin{cases}\forall x\in D_f \Rightarrow -x\in D_f\\ f(-x)=-f(x)\end{cases}$$

مثال برای توابع زوج: (توابع گلدانی) $y=|ax+b|+|ax-b|$

مثال برای توابع فرد:

$$y=\log\left(ax+\sqrt{a^2x^2+1}\right) \qquad y=\log\frac{a-x}{a+x} \qquad y=\log\frac{ax+b}{ax-b}$$

فرمول نامه

$$y=|ax+b|-|ax-b|$$

توابع آبشاری (سرسره ای)«جزو توابع فرد می باشد»

$$f(x)=\frac{1}{2}[\underbrace{(f(x)+f(-x))}_{\text{h(x)}\ \text{زوج}}+\underbrace{(f(x)-f(-x))}_{\text{g(x)}\ \text{فرد}}]$$

ریشه های معادله ی درجه دوم:

$$(ax^2+bx+c=0)$$

$$\alpha,\beta$$

$1)S=\alpha+\beta=\dfrac{-b}{a}$

$2)P=\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$

$3)M=|\alpha-\beta|=\dfrac{\sqrt{\Delta}}{|\alpha|}$

$4)\alpha^2+\beta^2=S^2-2p$

$5)\alpha^3+\beta^3=S^3-3ps$

$6)\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=\sqrt{s+2\sqrt{p}}$

$7)|\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}|=\sqrt{S-2\sqrt{p}}$

هم ارز است

$8)x^2-Sx+p=0\sim(x-\alpha)(x-\beta)=0$

$9)if:\beta=k\alpha\Rightarrow\dfrac{b^2}{ac}=\dfrac{(k+1)^2}{k}$

$10)if:\begin{cases}a=c\\ \Delta>0\end{cases}\Rightarrow\beta=\dfrac{1}{\alpha}$

$11)if:a=-c\Rightarrow\beta=-\dfrac{1}{\alpha}$

$12)if:\begin{cases}b=0\\ \Delta>0\end{cases}\Rightarrow\beta=-\alpha$

$$\begin{array}{c|c}\text{P(x)} & \text{x-a}\\ \cline{2-2} & \text{q(x)}\\ \hline \text{R(x)} & \end{array}$$

$$if:P(a)=0\Rightarrow R(x)=0$$

$[f(x_1)=f(x_2)\Rightarrow x_1=x_2]$ $\Leftrightarrow$ تابع یک به یک است

$$(a,b)\in f\Leftrightarrow(b,a)\in f^{-1}$$

$$D_f=R_{f^{-1}}\ \&\ R_f=D_{f^{-1}}$$

$g,f\Leftarrow\begin{cases}R_f=D_g,D_f=R_g\\ gof=I=fog\end{cases}$ را معکوس هم می گویند.

فرمول نامه

1) $fof^{-1} = I = f^{-1}of$ 2) $(gof)^{-1} = f^{-1}og^{-1}$

یکنواختی:

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \le f(x_2)$ صعودی

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ اکیداً صعودی

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \ge f(x_2)$ نزولی

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ اکیداً نزولی

فصل دوم

$\lim[f(x) \underset{\times}{\pm} g(m)] = L \underset{\times}{\pm} M$

↙ Lim f(x) ↘ Lim g(x)

$\lim[f(x) \div g(x)] = L \div M$

$M \neq 0$

قضیه ی فشردگی (ساندویچ) :

$$if:\begin{cases} g(x) \le f(x) \le L(x) \\ \lim\limits_{x\to a} g(x) = \lim\limits_{x\to a} h(x) = L \end{cases} \Rightarrow \lim_{x\to a} f(x) = L$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x} = \lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{x}{\tan x} = 1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin mx}{nx} = \lim_{x\to 0}\frac{\sin mx}{\sin nx} = \lim_{x\to 0}\frac{\tan mx}{nx} = \lim_{x\to 0}\frac{\tan mx}{\tan nx} = \frac{m}{n}$$

$\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$

در همسایگی محذوف a

$\left.\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x)g(x) = 0$

تابع g کران دار است.

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{x} = 0^{+} \\ \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{x} = 0^{-} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^{+}} \dfrac{1}{x} = \infty \\ \lim\limits_{x\to 0^{-}} \dfrac{1}{x} = -\infty \end{cases}$$

اگر $L>0$ آنگاه:(Lعدد حقیقی است)

$1)\infty \pm L = \infty$　　$2)\infty \times L = \infty$　　$3)\infty \div L = \infty$

$4)-\infty \pm L = -\infty$　　$5)-\infty \times L = -\infty$　　$6)-\infty \div L = -\infty$

اگر $0>L$ آنگاه: (Lعدد حقیقی است)

$7)\infty \pm L = \infty$　　$8)\infty \times L = -\infty$　　$9)\infty \div L = -\infty$

$10)-\infty \pm L = -\infty$　　$11)-\infty \times L = \infty$　　$12)-\infty \div L = \infty$

$13)\infty + \infty = \infty$　　$14)\infty \times \infty = \infty$　　$15)-\infty - \infty = -\infty$

$16)-\infty \times \infty = -\infty$　　$17)\infty^{n} = \infty$　　$18)\sqrt[n]{\infty} = \infty$

$19)\dfrac{\infty}{n} = \infty$　　$20)\dfrac{n}{\infty} = 0$

$if:\ \lim\limits_{x\to a^{+}} f(x) = \lim\limits_{x\to a^{-}} f(x) = f(a)$ $\Rightarrow$ f در a پیوسته است

نکته: اگر f و g در a پیوسته باشند، آنگاه $f \substack{\pm \\ \times} g$ در a پیوسته می باشد؛ همچنین $f \div g$ به شرط $(g(a) \neq 0)$ در a پیوسته است.

فصل سوم

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

(لطفاً به صفحه ی ۲۷ «فصل مشتق» مراجعه فرمایید.)

فصل چهارم

برای f ای که در بازه ی I پیوسته و مشتق پذیر است داریم:

شرط داشتن مجانب افقی بسته نبودن D «دامنه» تابع می باشد.

$$if\ :\begin{cases} f'(x)\geq 0 & \text{صعودی} \\ f'(x)>0 & \text{اکیداً صعودی} \\ f'(x)\leq 0 & \text{نزولی} \\ f'(x)<0 & \text{اکیداً نزولی} \end{cases}$$

در توابع هموگرافیک $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$

$O'=\left(-\dfrac{d}{c},\dfrac{a}{c}\right)$ محل تلاقی مجانب ها

$R_f=R-\left\{\dfrac{a}{c}\right\}$

$\left(\dfrac{b}{d}\neq\dfrac{a}{c}\right)$

X	$-\infty$	مجانب قائم	∞
y'			
Y	مجانب افقی		مجانب افقی

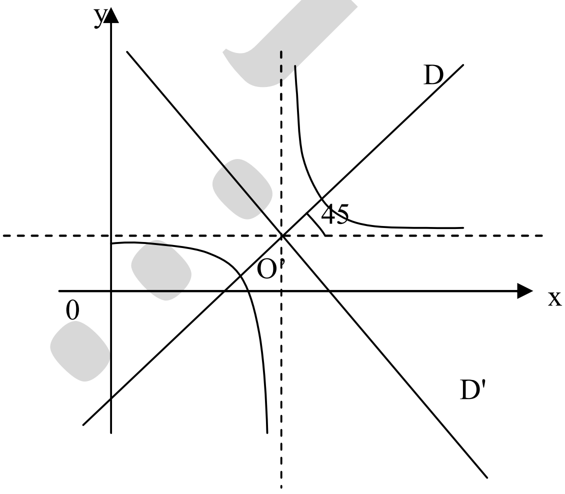
مجانب قائم $\longleftarrow x=-\dfrac{d}{c}$

مجانب افقی $\longleftarrow y=\dfrac{a}{c}$

$$D=x+\frac{a+d}{c}$$

$$D'=-x+\frac{a-d}{c}$$

$$y'=\frac{ad-bc}{(cx-d)^2}$$



آهنگ تغییرات

$\frac{\Delta S}{\Delta t}$ آهنگ تغییرات متوسط S از t_1 تا t_2

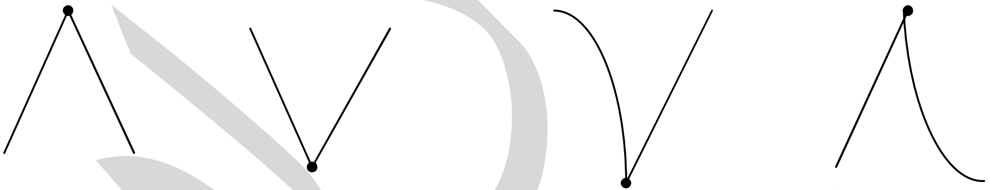
$\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t}=S'(t)=S'_t=\frac{ds}{dt}$ آهنگ آنی S نسبت به t

نکته: مشتق حجم، مساحت است و مشتق مساحت، طول است.

فصل پنجم

$$f'_{\pm}(a)=\lim_{h\to 0^{\pm}}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

نقاط زاویه دار: اگر مشتق راست و چپ موجود اما برابر نشوند یا یکی عدد و دیگری ∞ شود.

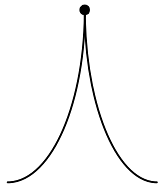


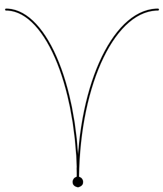
نقاط عطف با مماس قائم: اگر مشتق راست چپ ∞ های متحد العلامت باشند.

بهتر است بدانیم: $y=\sqrt[n]{(x-a)^m}$ $m<n$ $m,n\in O$

$x=a$ طول نقطه ی عطف با مماس قائم است.

نقاط بازگشتی: اگر مشتق راست و چپ ∞ مختلف العلامت باشند.





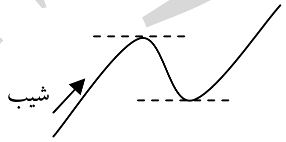
بهتر است بدانیم: $m \in E \wedge n \in O$ $\quad m < n \quad$ $y = \sqrt[n]{(x-a)^m}$

x=a طول نقطه ی بازگشتی ادست.

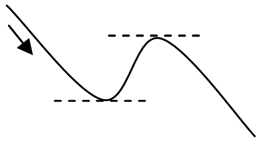
نکته: مشتق اول نشان دهنده ی شیب است؛ و مشتق دوم نشان دهنده ی تعقر است.

در تابع درجه ۳: $x_{\text{عطف}} = \frac{-b}{3a}$ $\quad y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

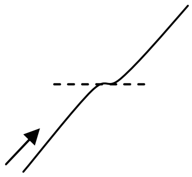
Δ مشتق > ۰ → شیب باید دو جا صفر شده است
$a > ۰$ → تابع اکیداً صعودی است



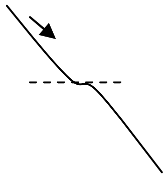
Δ مشتق > ۰ → شیب باید دو جا صفر شده است
$a < ۰$ → تابع اکیداً نزولی است



Δ مشتق $= ۰$ → شیب باید یک جا صفر شده است
$a > ۰$ → تابع اکیداً صعودی است

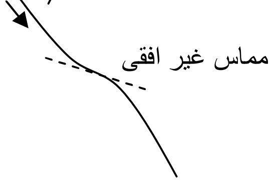


Δ مشتق $= ۰$ → شیب باید یک جا صفر شده است
$a < ۰$ → تابع اکیداً نزولی است



Δ مشتق < ۰ → شیب هرگز صفر نمی شود
$a > ۰$ → تابع اکیداً صعودی است

Δ مشتق < ۰ شیب هرگز صفر نمی شود
$a < ۰$ → تابع اکیداً نزولی است



در آزمون مشتق دوم:

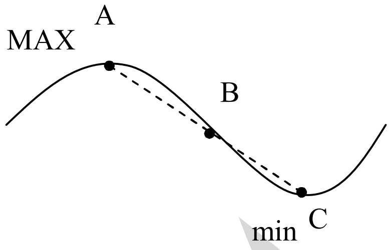
$y''>0\to\cup$

$y''<0\to\cap$

$y''=0\to$ بی نتیجه است.

نکته : ریشه ی مضاعف مشتق اول، نقطه ی عطف تابع است.

$$\begin{cases} x_B=\dfrac{x_A-x_c}{2} \\ y_B=\dfrac{y_A-y_B}{2} \end{cases}$$



توابع متناوب

$$\begin{matrix} x+C\in D_f \\ f(x+c)=f(x) \end{matrix} \Rightarrow$$

دوره تناوب

$$\left.\begin{matrix} y=\sin^{2n-1}(ax\pm b) \\ y=\cos^{2n-1}(ax\pm b) \end{matrix}\right\}\Rightarrow T=\frac{2\pi}{|a|}$$

$$\left.\begin{matrix} y=\sin^{2n}(ax\pm b) \\ y=\cos^{2n}(ax\pm b) \\ y=\tan^{2n}(ax\pm b) \\ y=\cot^{2n}(ax\pm b) \\ y=\tan^{2n-1}(ax\pm b) \\ y=\cot^{2n-1}(ax\pm b) \end{matrix}\right\}\Rightarrow T=\frac{\pi}{|a|}$$

$$\left.\begin{matrix} y=\left|\sin^{2n-1}(ax\pm b)\right| \\ y=\left|\cos^{2n-1}(ax\pm b)\right| \\ y=\left|\tan^{2n-1}(ax\pm b)\right| \\ y=\left|\cot^{2n-1}(ax\pm b)\right| \end{matrix}\right\}\Rightarrow T=\frac{\pi}{|a|}$$

$$\left.\begin{matrix} y=|\sin ax|+|\cos ax| \\ y=|\tan ax|+|\cot ax| \end{matrix}\right\}\Rightarrow T=\frac{\pi}{2|a|}$$

$$y=-1^{[ax]}\Rightarrow T=\frac{2}{|a|}$$

$$y=[ax]+[-ax]\Rightarrow T=\frac{1}{|a|}$$

$$\left.\begin{array}{l} y=mx-[mx] \\ y=[mx]-mx \end{array}\right\}\Rightarrow T=\frac{1}{|m|}$$

بهتر است بدانیم: (n عدد طبیعی است.) $\Rightarrow \cos n\pi=-1^n$ هم ارز هستند.

نکته: اگر $f'(x_0)=0$ یا موجود نباشد، آنگاه $(x_0,f(x_0))$ نقطه ی بحرانی تابع است.

فصل ششم

نکته: انتگرال تابع فرد صفر است.

اگر تابع زوج باشد $\longleftarrow$ $\int_{-a}^{a}f(x)dx=2\int_{0}^{a}f(x)dx$

$$\int_a^b kf(x)d(x)=k\int_a^b f(x)dx$$

انتگرال خطی عمل می کند:

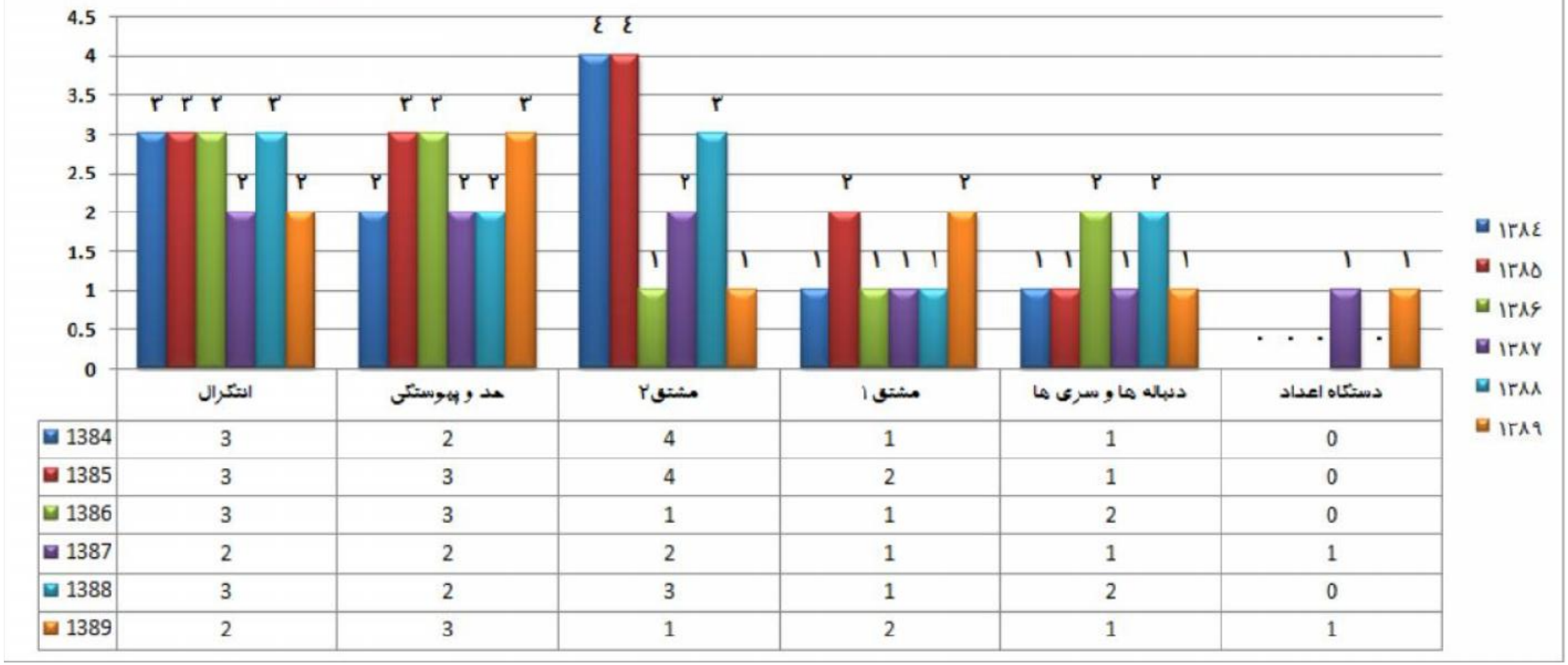
$$\int_a^b (f_1(x)\pm f_2(x)\pm\ldots\pm f_n(x))dx=\int_a^b f_1(x)dx\pm\int_a^b f_2(x)dx\pm\ldots\pm\int_a^b f_n(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)d=-\int_b^a f(x)dx$$

$$\int_a^b \left(f(x)\mathbin{\substack{\times\\ \div}}g(x)\right)dx\neq\int_a^b f(x)dx\mathbin{\substack{\times\\ \div}}\int_a^b g(x)dx$$

حساب دیفرانسیل وانتگرال

بودجه‌بندی درس حساب دیفرانسیل و انتگرال – رشته‌ی ریاضی در ۶ سال اخیر کنکور سراسری



	انتگرال	حد و پیوستگی	مشتق۲	مشتق۱	دنباله ها و سری ها	دستگاه اعداد
🟦 1384	3	2	4	1	1	0
🟥 1385	3	3	4	2	1	0
🟩 1386	3	3	1	1	2	0
🟪 1387	2	2	2	1	1	1
🟦 1388	3	2	3	1	2	0
🟧 1389	2	3	1	2	1	1

فصل اول

خاصیت ارشمیدسی: $if\ : a,b\in N : \exists n\in N \ni na\geq b$

بازه ی باز ← $(a,b)=\ ]a,b[$

تعریف حد: $\lim\limits_{x\to a} f(x)=L \Leftrightarrow (\forall\varepsilon>0\exists\delta>o\ni 0<|x-a|<\delta\Rightarrow|f(x)-L|<\varepsilon)$

اگر (c,d) یک همسایگی متقارن فرض شود : $\left|x-\frac{c+d}{2}\right|<\frac{d-c}{2}$

فصل دوم

$\lim\limits_{x\to\infty} a_n =$

- مثال: $\left\{\frac{n+1}{2n+1}\right\},\left\{\frac{(-1)^n}{n}\right\}$ → کران از بالا و پایین → کران دار → همگرا → L
- بی کران → واگرا → ∞
  - $\{-\sqrt{n}\}$ → از بالا کران دار → $-\infty$
  - $\{\sqrt{n}\}$ → از پایین کران دار → $+\infty$
  - $\{(-1)^n n\}$ → از دو طرف کران دار → $+\infty$
- $\left\{\sin\frac{n\pi}{2}\right\}$ → کران دار → واگرا → دو یا چند عدد
- $\{\sin n\}$ → کران دار → واگرا → عددی سرگردان

$a_n = \underbrace{S_n}_{} - S_{n-1}$ → مجموع جزئی سری

$$a_n\geq 0, \lim_{x\to\infty} a_n = L\Rightarrow L\geq 0$$

$$a_n\leq 0, \lim_{x\to\infty} a_n = L\Rightarrow L\leq 0$$

$$\lim_{x\to\infty} C = C \qquad C\in R$$

قضیه ی فشار (فشردگی) یا ساندویچ:

$$\left.\begin{array}{l}\forall_n \in N : b_n \le a_n \le C_n \\ \lim\limits_{x\to\infty} b_n = \lim\limits_{x\to\infty} C_n = L\end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x\to\infty} a_n = L$$

$if : \{a_n\}, \{b_n\}$ همگرا باشند $\Rightarrow \{ka_n\}, \left\{ a_n \overset{\pm}{\underset{\div}{\times}} b_n \right\}$ همگرا است

$$\left.\begin{array}{ll} if : \{a_n\} & \text{همگرا} \\ \quad\ \{b_n\} & \text{واگرا}\end{array}\right\} \Rightarrow \{a_n \pm b_n\} \Rightarrow \text{حتما واگرا است}$$

$$\left.\begin{array}{ll} if : \{a_n\} & \text{همگرا} \\ \quad\ \{b_n\} & \text{واگرا}\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{ a_n \overset{\times}{\div} b_n \right\} \Rightarrow \text{ممکن است همگرا شود}$$

توان و رادیکال از زیر lim در می آیند.

$$\log n << k << \underset{a>1}{a^n} << n! << n^n$$

نکته:اگر $\{b_n\}$ و $\{a_n\}$ کران دار باشند، آنگاه $\left\{a_n \overset{\pm}{\times} b_n\right\}$ حتماً کران دار است. ولی $\left\{{}^{a_n}\!/_{b_n}\right\}$ ممکن است بی کران باشد.

نکته:اگر $\{b_n\}$ و $\{a_n\}$ بی کران باشند، آنگاه $\left\{ a_n \overset{\pm}{\underset{\div}{\times}} b_n \right\}$ ممکن است کران دار باشد

$$\left.\begin{array}{ll} \{a_n\} & \text{کراندار} \\ \\ \{b_n\} & \text{بی کران}\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{ll} \{a_n \pm b_n\} & \text{بی کران است.} \\ \left\{a_n \overset{\times}{\div} b_n\right\} & \text{ممکن است کراندار باشد.} \\ \left\{\dfrac{b_n}{a_n}\right\} & \text{حتماً بی کران است.}\end{array}\right.$$

نکته: هر دنباله ی همگرا، کراندار است.

نکته: هر دنباله ی کراندار ویکنوا، همگرا است.

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}=e=2/718281828$$

عدد نپر

چند جمله اول $:2,\frac{9}{4},\frac{64}{27},\frac{625}{256}$

از مطلب فوق برای رفع ابهام 1^{∞} استفاده می شود.

$$\underset{n\to\infty}{Lim}\left(1+\frac{k}{n\pm L}\right)^{Pn\pm L}=e^{KP}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}=e$$

دنباله ی بازگشتی:

مثال آموزشی :

دنباله ی فیبوناتچی: $a_1=a_2=1 \qquad a_n=a_{n-1}+a_{n-2} \qquad n\geq 3$

چند جمله اول $1,1,2,3,5,8,13,\ldots$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{a_n+1}{a_n}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}\cong 1/6\rightarrow \qquad G.N$$

(عدد طلایی)

دنباله ی لوکا : $a_1=1,a_2=3 \qquad a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$

چند جمله اول $1,3,4,7,11,18,\ldots$

جمله عمومی

باند بالایی

$$\sum_{k=1}^{n}a_k=a_1+a_2+\ldots+a_n$$

باند پایین

فرمول نامه

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k \qquad \lim_{x\to\infty}S_n=\lim_{x\to\infty}\left(a_1+a\ \ +\dots+a_n\right)$$

در سری ها: همگرا = همگرا ± همگرا   همگرا یا واگرا = واگرا ± واگرا

همگرا = همگرا ×r   واگرا = واگرا ×r   واگرا = واگرا ± همگرا

$$if:\sum_{k=1}^{\infty}a_k \ \text{همگرا}\Rightarrow \lim_{k\to\infty}a_k=0$$

$$if:\lim_{k\to\infty}a_k\neq 0 \ \Longrightarrow \ \text{سری واگراست}$$

سری هندسی:

$$\sum_{k=1}^{\infty}ar^{k-1}=a+ar+ar^2+\dots$$

$$if:\begin{cases}|r|<1\Rightarrow \ \text{سری همگرا به}\ \dfrac{a}{1-r}\ \text{می باشد}\\[2ex] |r|\geq 1\Rightarrow \ \text{سری واگراست}\end{cases}$$

سری P ریمان

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^p}\qquad \begin{cases}p>1\Rightarrow \ \text{سری همگراست}\\ p\leq 1\Rightarrow \ \text{سری واگراست}\end{cases}$$

سری همساز (هارمونیک)

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}=1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n}+\dots.$$

گر چه شرط لازم همگرایی را داراست ولی واگراست.

نکته: سری عدد ثابت، واگراست.

آزمون مقایسه:

$$\begin{array}{c}\text{واگرا}\ \longrightarrow\ \text{واگرا}\\ 0\leq\sum_{k=1}^{\infty}a_k\leq\sum_{k=1}^{\infty}b_k\\ \text{همگرا}\ \longleftarrow\ \text{همگرا}\end{array}$$

ویژگی تلسکوپی (ادغام) :

$$1)\sum_{k=1}^{n}\left(a_k-a_{k+1}\right)=a_1-a_{n+1}$$

$$2)\sum_{k=1}^{n}\left(a_{k+1}-a_k\right)=a_{n+1}-a_1$$

$$3)\sum_{k=m}^{n}\left(a_k-a_{k+1}\right)=a_m-a_{n+1}$$

$$4)\sum_{k=m}^{n}\left(a_{k+1}-a_k\right)=a_{n+1}-a_m$$

$$5)\sum_{k=1}^{n}\left(a_{k+2}-a_k\right)=a_{n+2}+a_{n+1}-a_2-a_1$$

$$6)\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+m}\right)=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{m}$$

$$7)\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{k(k+m)}\right)=\frac{1}{m}\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{m}\right)$$

$$8)\sum_{k=1}^{\infty}\ \frac{1}{k(k+1)\ldots(k+m)}=\frac{1}{m}.\frac{1}{m!}$$

نکته: سری های براکتی با باز کردن و جمع جملات محاسبه می شوند.

فصل سوم

حالت های مبهم

حدی $0\times\infty,\infty-\infty,\frac{\infty}{\infty},\frac{0\rightarrow}{0\nearrow}$

$\left(\infty^0,0^{\ e},1^\infty\right)$

تابع دیریکله $\longleftarrow f(x)=\begin{cases}1 & x\in Q\\ 0 & x\in Q'\end{cases}$

قضیه:

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to a} f(x)=L\\ \lim\limits_{x\to\infty} a_n\\ \forall n\in N: a_n\neq a\end{array}\right\}\Rightarrow \lim_{n\to\infty} f(a_n)=L$$

عکس قضیه برقرار است :

$$\left(\forall a_n \xrightarrow[(a_n\neq a)]{\text{میل کند}} a \quad\Rightarrow\quad f(a_n)\xrightarrow[\text{میل کند}]{} L\right)\Rightarrow \lim_{x\to a} f(x)=L$$

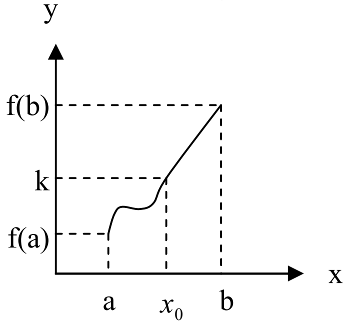
تعاریف دیگر پیوستگی در نقطه ی a :

$$1)\forall\varepsilon>0\exists\delta>0\ni|x-a|<S\Rightarrow|f(x)-f(a)|<\varepsilon$$

$$2)\lim_{t\to 0} f(a\pm t)=f(a)$$

۳) برای هر $\{a_n\}$ همگرا به a ، $\{f(a_n)\}$ به $f(a)$ همگرا شود.

قضیه مقدار میانی:



$$\left.\begin{array}{r} f \text{ در } [a,b] \text{ پیوسته است}\\ f(a)\leq k\leq f(b)\end{array}\right\}\Rightarrow\exists x_0\in(a,b)\ni f(x_0)=k$$

قضیه ی بولتزانو:

$$\left.\begin{array}{l} if: f(b)\times f(a)\leq 0\\ f \text{ در } (a,b) \text{ پیوسته ست}\end{array}\right\} f \text{ در } (a,b) \text{ حداقل یک ریشه دارد}$$

$$1)\lim_{x\to\pm\infty}\left(f(x)\overset{\pm}{\times}g(x)\right)=L_1\overset{\pm}{\times}L_2 \qquad 2)\lim_{x\to\pm\infty} {f(x)}/{g(x)}={L_1}/{L_2} \qquad g(x),L_2\neq 0$$

حد ∞:

$$1)\lim_{x\to a} f(x)=\infty \Leftrightarrow \forall N>0\exists\delta>0 \ni 0<|x-a|<\delta \Rightarrow f(x)>N$$

$$2)\lim_{x\to a} f(x)=-\infty \Leftrightarrow \forall N>0\exists\delta>0 \ni 0<|x-a|<\delta \Rightarrow f(x)<-N$$

$$3)\lim_{x\to a^+} f(x)=\infty \Leftrightarrow \forall N>0\exists\delta>0 \ni 0<x-a<\delta \Rightarrow f(x)>N$$

$$4)\lim_{x\to a^+} f(x)=-\infty \Leftrightarrow \forall N>0\exists\delta>0 \ni 0<x-a<\delta \Rightarrow f(x)<-N$$

$$5)\lim_{x\to a^-} f(x)=\infty \Leftrightarrow \forall N>0\exists\delta>0 \ni 0<x-a<\delta \Rightarrow f(x)>N$$

$$6)\lim_{x\to a^-} f(x)=-\infty \Leftrightarrow \forall N>0\exists\delta>0 \ni 0<a-x<\delta \Rightarrow f(x)<-N$$

حد در ∞:

$$7)\lim_{x\to\infty} f(x)=L \Leftrightarrow \forall\varepsilon>0\exists M>0 \ni x>M \Rightarrow |f(x)-L|<\varepsilon$$

$$8)\lim_{x\to-\infty} f(x)=L \Leftrightarrow \forall\varepsilon>0\exists M>0 \ni x<-M \Rightarrow |f(x)-L|<\varepsilon$$

حد ∞ در ∞:

$$9)\lim_{x\to\infty} f(x)=-\infty \Leftrightarrow \forall N>0\exists M>0 \ni x>M \Rightarrow f(x)>N$$

$$10)\lim_{x\to\infty} f(x)=-\infty \Leftrightarrow \forall N>0\exists M>0 \ni x>M \Rightarrow f(x)<-N$$

$$11)\lim_{x\to-\infty} f(x)=\infty \Leftrightarrow \forall N>0\exists M>0 \ni x<-M \Rightarrow f(x)>N$$

$$12)\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty \Leftrightarrow \forall N>0\exists M>0 \ni x<-M \Rightarrow f(x)<-N$$

مجانب افقی: $\lim_{x\to\infty} f(x)=k \quad \vee \quad \lim_{x\to-\infty} f(x)=k$

خط y=k مجانب افقی است.

مجانب قائم : $\lim_{x\to a^+} f(x)=\pm\infty \ \vee \ \lim_{x\to a^-} f(x)=\pm\infty \Rightarrow$ خط x=a مجانب قائم

مجانب مایل:

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to\infty}\left|f(x)-(ax+b)\right|=0\\ \vee\\ \lim\limits_{x\to-\infty}\left|f(x)-(ax+b)\right|=0\end{array}\right\} \rightarrow \text{مجانب مایل } y=ax+b$$

$$a=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x} \qquad b=\lim_{x\to\infty}\left(f(x)-ax\right)$$

در توابع کسری: هر گاه $\dfrac{ax^{n+1}+\dots}{a'x^{n}+\dots}$ آنگاه می توانند مجانب مایل داشته باشند؛ که برابر است با:(به مثال زیر توجه فرمایید.)

مثال آموزشی: مجانب مایل تابع روبرو را بیابید.

$$f(x)=\frac{x^3+1}{x^2-3x-4}$$

جواب: اگر (باقی مانده) صفر بیاید مجانب مایل ندارد.

$$\begin{array}{c|l} x^3+1 & x^2-3x-4 \\ \cline{2-2} \vdots & x+3 \rightarrow \text{مجانب مایل} \\ \cline{1-1} 13x+13 & \end{array}$$

فصل چهارم

تعریف مشتق در یک نقطه :

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

اگر $f'(a)$ موجود باشد.

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+mh)-f(a)}{h}=mf'(a)$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+mh)-f(a+nh)}{h}=(m-n)f'(a)$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+mh)-f(a-nh)}{kh}=\frac{m+n}{k}f'(a)$$

مثال آموزشی: مشتق گیری از داخل به خارج برای تابع روبرو: $y = \sqrt[3]{\cos\left(\sqrt{x}\right)}$

$$y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}\times\left(-\sin\sqrt{x}\right)\times\frac{1}{3\sqrt[3]{\cos\sqrt[2]{x}}}$$

$f \Leftrightarrow \exists C \in R \ni f(x\pm c)=f(x) \rightarrow f'(x\pm c)=f'(x) \qquad (C\neq 0)$ متناوب است

$$\ldots \subseteq D_{f'''} \subseteq D_{f''} \subseteq D_{f'} \subseteq D_f$$

f) زوج ← f' فرد) و بلعکس

f) فرد ← f' زوج)

تابع درآمد

هزینه ی نهایی

تابع هزینه

$R(x) \rightarrow R'(x) \longrightarrow$ درآمد نهایی

$C(x) \rightarrow C'(x)$

سود نهایی $P'(x)=R'(x)-C'(x)=$

تابع سود $P(x)=R(x)-C(x)=$

هزینه ی متوسط برای تولید هر واحد از x واحد کالای: $C(x)/x$

درآمد متوسط از فروش هر واحد از x واحد کالای اولیه: $R(x)/x$

سود متوسط از فروش هر واحد از x واحد کالای اولیه: $P(x)/x$

در تابع روبه رو ریشه های ساده ی u ، نقاط زاویه دارند. $y=|u|$

توابع به فرم $y=\sqrt[2k-1]{(ax+b)^{2n-1}}$ در $x=-\frac{b}{a}$ عطف با مماس قائم دارند.

توابع به فرم $y=\sqrt[2k-1]{\underset{(k\geq n)}{(ax+b)^{2n}}}, y=\sqrt[2k]{\underset{(k>n)}{(ax+b)^{2n}}}$ در $x=\frac{-b}{a}$ نقطه ی بازگشتی دارند.

فصل پنجم

نکته: اگر α ریشه تکراری مرتبه ی m معادله ی $f(x)=0$ باشد. α ریشه ی ساده ی معادله ی $f(x)^{(m-1)}=0$ است. ($f^{(m-1)}$ عبارت است از مشتق مرتبه ی $(m-1)$ام تابع f)

نقطه ی $MAX\left(x_0, f(x)\right)$ مطلق تابع است $\forall x\in D_f : f(x)\le f(x_0)$

نقطه ی $\min\left(x_0, f(x_0)\right)$ مطلق تابع است $\forall x\in D_f : f(x_0)\le f(x)$

نقطه ی $MAX\left(x_0, f(x_0)\right)$ نسبی تابع است $\forall x\in I : f(x)\le f(x_0)$

I بازه ی اطراف x_0 می باشد.

نقطه ی $\min\left(x_0, f(x_0)\right)$ نسبی تابع است $\forall x\in I : f(x_0)\le f(x)$

مجموعه ی نقاط بحرانی تابع f $\subseteq$ نقاط اکسترمم مطلق و نسبی

در نقاط اکسترمم نسبی $f'(x_0)=0$

قضیه ی مقدار میانگین:

$$\left.\begin{matrix} f \text{ در } [a,b] \text{ پیوسته است.}\\ f \text{ در } (a,b) \text{ مشتق پذیر است.}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \exists c\in(a,b) \ni f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

نکته: مجانب قائم در یک بازه نشان دهنده ی غیر یکنوا بودن آن تابع است.

نکته: اگر f و g هر دو صعودی (نزولی) باشند، آنگاه fog صعودی (نزولی) است. ولی اگر یکی صعودی و دیگری نزولی باشد fog نزولی است. (این مطلب برای حالت اکیداً صعودی (اکیداً نزولی) برقرار می باشد.)

f اکیداً صعودی (اکیداً نزولی) ← f^{-1} اکیداً صعودی (اکیداً نزولی)

طول نقطه عطف $(x=\alpha)$ $f(x)=(x-\alpha)^{2n-1}$

$$\underbrace{f'(a)\Delta x}_{df=dy}=\underbrace{f(a+\Delta x)-f(a)}_{\Delta f}$$

فرمول نامه

قضایای دیفرانسیل: (f و g مشتق پذیرند.)

$$1)d(x)=1\times\Delta x\Rightarrow dx=\Delta x \qquad 2)dk=0 \qquad 3)d(kf)=kdf$$

$$4)d(f\pm g)=df\pm dg \qquad 5)d(f\times g)=gdf+fdg \qquad 6)d\left(\frac{f}{g}\right)=\frac{gdf-fdg}{g^2}$$

$$7)d(fog)=df(g)=f'(g)\times dg=f'(g(x))\times g'(x)\times dx$$

کاربرد دیفرانسیل در محاسبه ی حاصل عبارت ها به طور تقریبی:

$$f(a+\Delta x)\cong f(a)+f'(a)\Delta x$$

قاعده ی هوپیتال: اگر توابع g,f بر روی بازه ی باز شامل a مانند I مشتق پذیر باشند و در هر نقطه بازه ی I داشته باشیم $g'\neq 0$ آنگاه:

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}=L\\ \lim\limits_{x\to a}g(x)=\lim\limits_{x\to a}f(x)=0\end{array}\right\}\Rightarrow\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=L$$

در معادله ی درجه سوم : $ax^3+bx^2+cx+d=0$

$$x_1+x_2+x_3=\frac{-b}{a} \qquad x_1x_2x_3=\frac{-d}{a} \qquad x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=\frac{c}{a}$$

در توابع هموگرافیک: با انتقال مبدأ مختصات به مرکز تقارن ،منحنی معادله ی جدید تابع هموگرافیک در دستگاه جدید: XY=K بدست می آید که $k=\dfrac{bc-ad}{c^2}$ است.

نکته: در تابع $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{b'x+c'}$ یک مجانب قائم وجود دارد، که برابر است با $x=\dfrac{-c'}{b'}$ و یک مجانب افقی وجود دارد، که از تقسیم صورت بر مخرج بدست می آید.

فصل ششم

$$\int f(x)dx = \underbrace{F(x)}_{} + k \xrightarrow{} \text{تابع اولیه ی } f(x)$$

قضیه ی تغییر متغیر:

$$\int g'(x)f(g(x))dx = F(g(x)) + k$$

انتگرال معین:

تقریب نقصانی از مساحت:

$$\sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)\Delta x$$

تقریب اضافی از مساحت :

$$\sum_{i=0}^{n} f(x_i)\Delta x$$

$$S = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x \qquad \vee \qquad S = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)\Delta x$$

$$\underbrace{L_n(f)}_{\text{مجموع ریمان پایین}} = \sum_{i=1}^{n} f(\underbrace{L_i}_{})\Delta x = \Delta x\sum_{i=1}^{n} f(L_i)$$

مجموع ریمان پایین

min مطلق در $[x_{i-1}, x_i]$ (با شرط $1 \le i \le n$)

$$\underbrace{u_n(f)}_{\text{مجموع ریمان بالا}} = \sum_{i=1}^{n} f(\underbrace{u_i}_{})\Delta x = \Delta x\sum_{i=1}^{n} f(u_i)$$

مجموع ریمان بالا

MAX مطلق در $[x_{i-1}, x_i]$ (با شرط $1 \le i \le n$)

$$L_n(f) \le R_n(f) \le u_n(f)$$

$$R_n(f) = \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x = \Delta x\sum_{i=1}^{n} f(c_i)$$

مجموع ریمان

اگر f در $[a,b]$ اکیداً یکنوا باشد آنگاه :

$$u_n(f) - L_n(f) = |f(b) - f(a)| \times \frac{b-a}{n}$$

f در (a,b) انتگرال پذیر است هر گاه:

باند بالا

$$\lim_{n\to\infty} L_n(f)=\lim_{n\to\infty} u_n(f)=k \Rightarrow \int_a^b f(x)dx=k$$

باند پایین

$$\int_a^b f(x)dx=\int_a^{c_1} f(x)dx+\int_{c_1}^{c_2} f(x)dx+\ldots+\int_{c_n}^{b} f(x)dx$$

$$\forall x\in[a,b]: f(x)\le g(x)\Rightarrow \int_a^b f(x)dx\le\int_a^b g(x)dx$$

اگر f در (a,b) پیوسته است آنگاه:

$$\min\le \underbrace{\frac{1}{b-a}}\int_a^b f(x)dx\le MAX$$

مقدار متوسط (میانگین) تابع f و (a,b)

قضیه ی مقدار میانگین انتگرال ها:

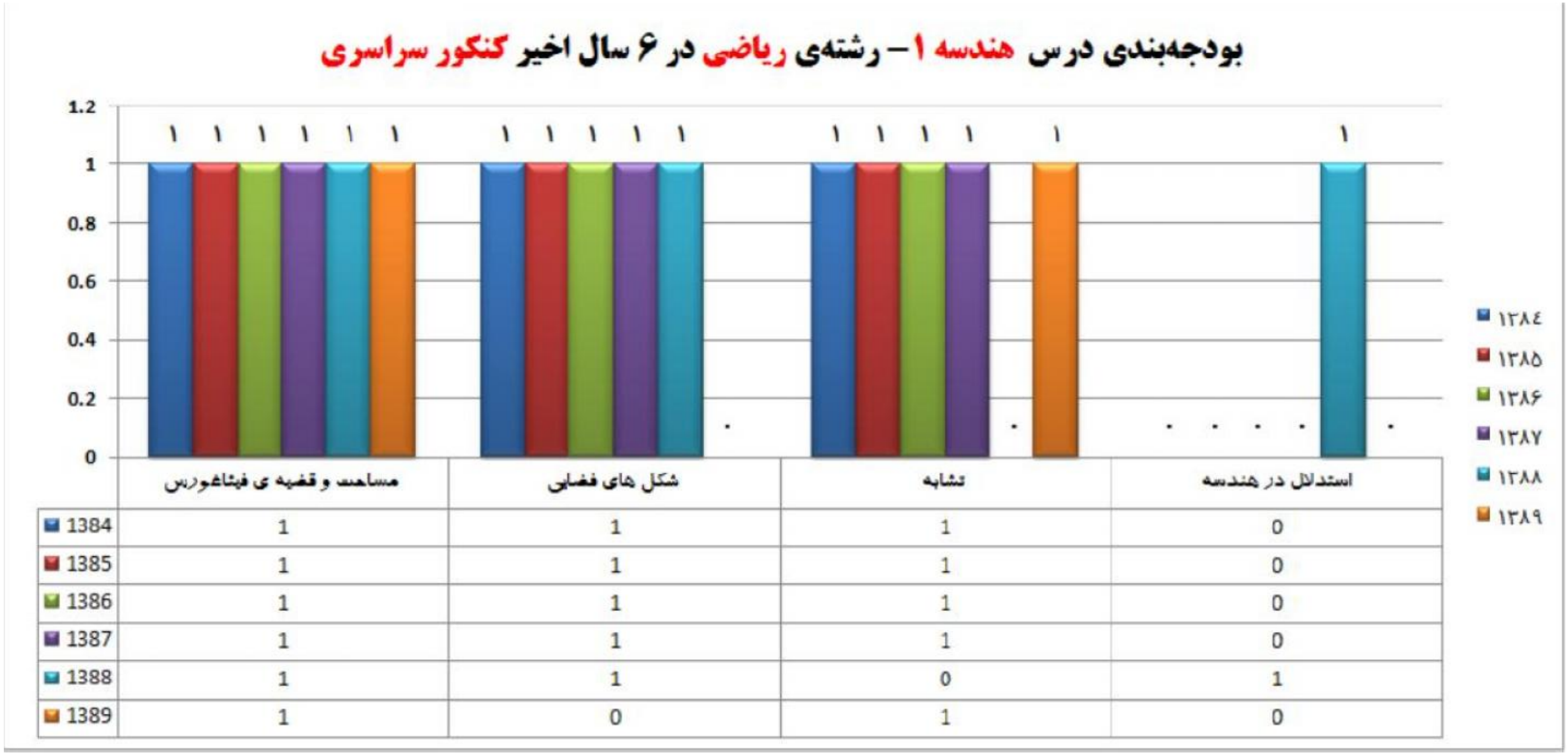
$$if: a\le c\le b\Rightarrow \int_a^b f(x)dx=f(c)(b-a)$$

$$F(x)=\int_{g(x)}^{h(x)} f(t)dt\Rightarrow F'(x)=h'(x)f(h(x))-g'(x)f(g(x))$$

قضیه ی بنیادی (اساسی) دوم:

$$\int_a^b f(x)dx=F(x)\Big]_a^b=F(b)-F(a)$$

هندسه ۱

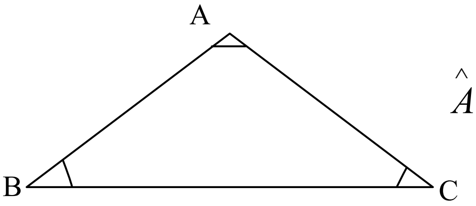


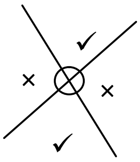
بودجه‌بندی درس هندسه ۱ – رشته‌ی ریاضی در ۶ سال اخیر کنکور سراسری

	مساحت و قضیه ی فیثاغورس	شکل های فضایی	تشابه	استدلال در هندسه
🟦 1384	1	1	1	0
🟥 1385	1	1	1	0
🟩 1386	1	1	1	0
🟪 1387	1	1	1	0
🟦 1388	1	1	0	1
🟧 1389	1	0	1	0

فصل اول

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180$$





نکته: تعداد قطرهای یک n ضلعی عبارت است از:

$$D_n=\frac{n(n-3)}{2}$$

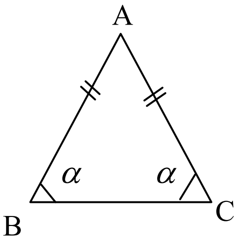
نکته: مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی محدب ۱۸۰ (n-2) است.

نکته: مجموع زوایای خارجی هر n ضلعی محدب ۳۶۰ درجه است.

اصل اقلیدس: دو چیز مساوی با یک چیز سوم باهم برابرند.

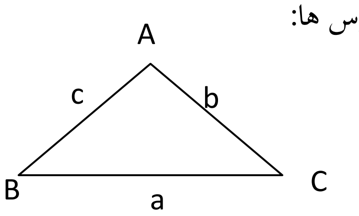
همنهشت بودن دو مثلث
ض ز ض
ز ض ز
ض ض ض

مثلث متساوی الساقین



نکته: میانه ی وارد بر وتر مثلث قائم الزاویه نصف وتر است.

قضیه ی سینوس ها:



$$\frac{a}{\sin A}=\frac{B}{\sin B}=\frac{C}{\sin C}$$

رابطه ی هرون به شرط گویا بودن اعداد مربوط به اضلاع

$$S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

مساحت مثلث دلخواه

نصف محیط $\frac{a+b+c}{2}$

نکته: میانه های هر مثلث در یک نقطه هم رأس اند؛ و مثلث را به ۶ قسمت مساوی تقسیم می کنند.

نکته: از هر نقطه روی قاعده ی یک مثلث متساوی الساقین به دو ساق عمود کنیم مجموع طول دو عمود برابر با ارتفاع وارد بر ساق است.

نکته: هر خاصیت مثلث متساوی الساقین برای مثلث متساوی الاضلاع هم صدق می کند.

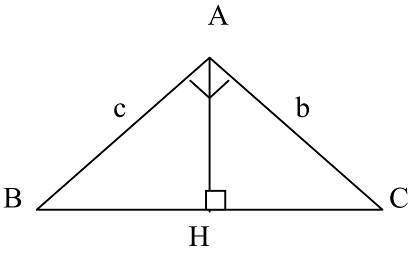
در مثلث متساوی الاضلاع داریم:

$$\text{مساحت} \leftarrow S=\frac{\sqrt{3}}{4}\underset{\searrow\ \text{ضلع}}{a^{2}}$$

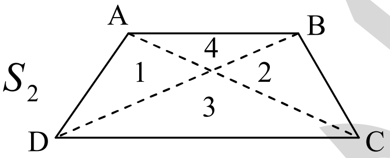
ارتفاع ها و میانه ها و نیمسازها و عمود المنصف ها $=\frac{\sqrt{3}}{2}\underset{\nearrow\ \text{ضلع}}{a}$

نکته: ارتفاع وارد بر وتر، واسطه ی هندسی بین قطعات ایجاد شده بر وتر است.

$$c^{2}=a.BH \qquad b^{2}=a.CH$$

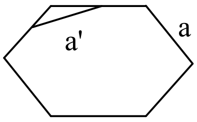


در همه ی ذوزنقه ها داریم:



$$S_{1}=\sqrt{S_{3}S_{4}}\,,S_{1}=S_{2}$$

نکته: در ۶ ضلعی منتظم به ضلع a ،قطر بزرگ برابر a ۲ و قطر کوچک برابر $\sqrt{3}a$ است.



تمام اجزا مانند a

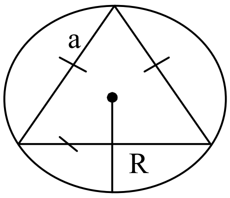
$$a'=a\cos\frac{\pi}{\underset{\rightarrow\ \text{تعداد اضلاع}}{n}}$$

$$S'=S\cos^{2}\frac{\pi}{n}$$

مساحت n ضلعی منتظم:

$$\underset{\downarrow\ \text{تعداد اضلاع}}{S_{n}}=\frac{\overset{\text{نصف طول قطر}\ \nwarrow}{nd^{2}}}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)=\frac{\overset{\text{اندازه ی ضلع}\ \uparrow}{na^{2}}}{4}\cot\frac{\pi}{n}$$

نکته: اگر n ضلعی منتظم به ضلع a در دایره ای به شعاع R محاط شود. $\longleftarrow$ $a=2R\sin\frac{\pi}{n}$



$$a=\sqrt{3}R$$

فرمول نامه

فصل دوم

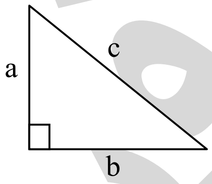
ضلع

$$S_{\square}=a^2=\frac{1}{2}d^2$$

قطر

قاعده ارتفاع

$$S_{\Delta}=\frac{1}{2}bh=\frac{1}{2}bc\sin A$$

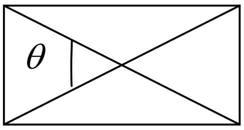


(فیثاغورس) $a^2+b^2=c^2$

طول عرض

$$S_{\text{▭}}=ab=\frac{1}{2}d^2\sin\theta$$

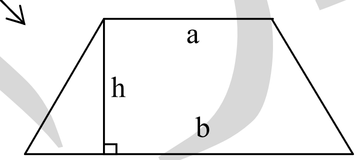
قطر



$$S=\frac{1}{2}(a+b)h$$

ارتفاع

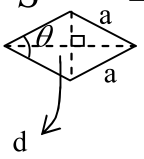
قاعده ها



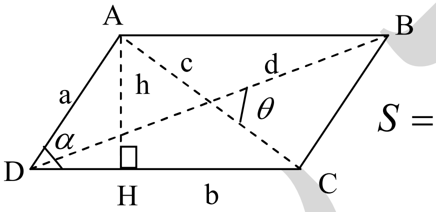
قطرها زاویه ی حاده

$$S_{\diamond}=\frac{1}{2}cd=a^2\sin\theta$$

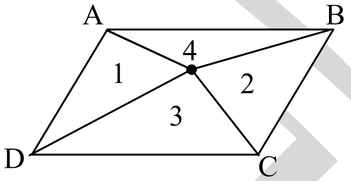
ضلع



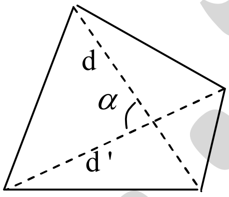
$$S_{\text{⬡}\,a}=\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$$



$$S=bh=ab\sin\alpha=\frac{1}{2}cd\sin\theta$$



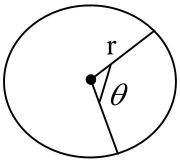
$$S_1+S_2=S_3+S_4=\frac{S}{2}$$



مساحت هر ۴ ضلعی دلخواه برابر است با:

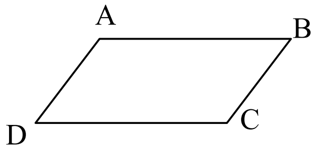
$$S=\frac{1}{2}dd'\sin\alpha$$

$$S=\frac{\theta}{2}r^2$$



فرمول نامه

شرط متوازی الاضلاع بودن شکلی، از روی مختصات رئوس: $A+C=B+D$

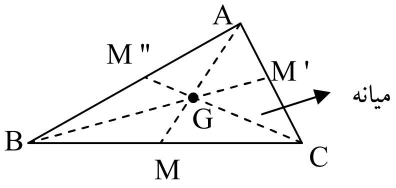


مختصات مرکز ثقل متوازی الاضلاع = برخورد قطرهایش $\frac{A+B+C+D}{4}=\frac{A+C}{2}=\frac{B+D}{2}$

نکته: از برخورد نیمسازهای داخلی هر متوازی الاضلاع یک مستطیل ایجاد می شود.

نکته: در حل تست ها، هرگاه سه ضلع یک مثلث معلوم باشد. اول رابطه ی فیثاغورس را برای آنها بررسی کن! شاید مثلث قائم الزاویه باشد.

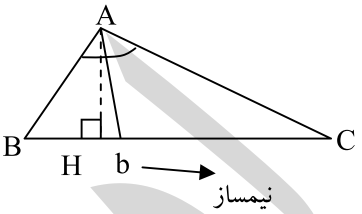
نکته: هر رابطه ی هم درجه ای که بین اضلاع یک مثلث برقرار باشد، همان رابطه بین معکوس ارتفاعات برقرار است. مثلاً: اگر $a^2=b^2+c^2$ باشد آنگاه: $\frac{1}{h_a^2}=\frac{1}{h_b^2}+\frac{1}{h_c^2}$



$$G=\frac{A+B+C}{3}$$

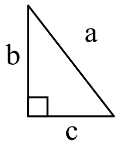
مختصات مرکز ثقل

$$\frac{AG}{GM}=\frac{BG}{GM'}=\frac{CG}{GM''}=2$$



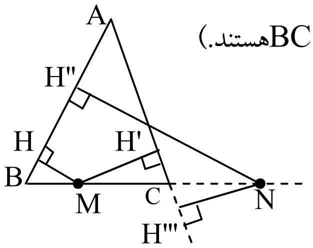
$$H\hat{A}b=\frac{\left|\hat{B}-\hat{C}\right|}{2}$$

در مثلث قائم الزاویه:



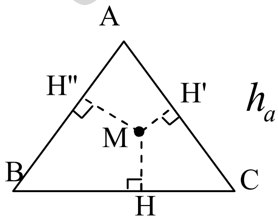
$$m_b^2+m_c^2=5m_a^2=\frac{5}{4}a^2$$

در مثلث متساوی الساقین: (M وN نقاط دلخواه روی BCهستند.)



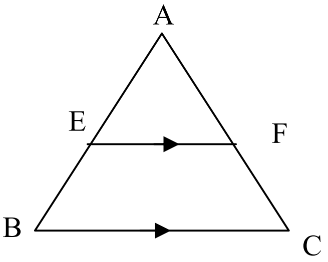
$$h_b=MH+MH'=\left|NH''-NH'''\right|$$

در مثلث متساوی الاضلاع:(M نقطه ی دلخواه است.) $h_a=MH+MH'+MH''$



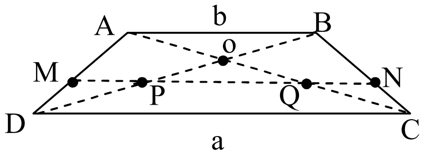
فصل سوم

قضیه ی تالس:



$$\frac{AE}{EB}=\frac{AF}{FC}$$

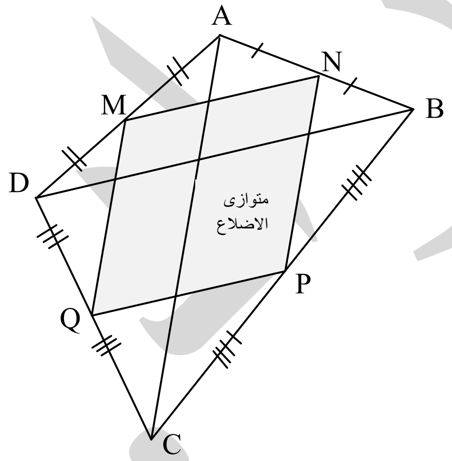
$$\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}=\frac{EF}{BC}$$



$$\begin{matrix} oP=PD \\ oQ=QC \end{matrix} \Rightarrow PQ=\frac{a-b}{2}$$

تشابه در مثلثهای قائم الزاویه:
- یک زاویه ی جاده ی برابر
- وتر و یک ضلع
- وتر و ارتفاع های نظیر

در یک ۴ ضلعی محدب دلخواه با رئوس ABCD:



$$P_{MNPQ}=AC+BD$$

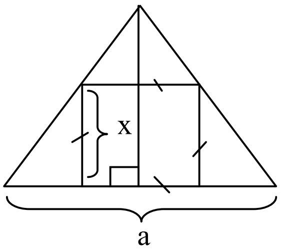
$$S_{MNPQ}=\frac{1}{2}S_{ABCD}$$

نکته: اگر اوساط اضلاع مثلث دلخواهی را به هم وصل کنیم؛ ۴ مثلث همهشت، هم مساحت، هم محیط ایجاد می شود. که اضلاع آنها نصف اضلاع مثلث اصلی است. و محیط آن ها هم همینطور.

نکته: دایره ها و n ضلعی های منتظم همیشه متشابه اند.

نکته: در دو مثلث متشابه نسبت ارتفاع ها، نیمسازها، میانه ها، اضلاع، محیط با نسبت اضلاع برابرند. و نسبت مساحت ها با مربع نسبت اضلاع برابر است. نسبت زوایا در نکته ی فوق استثنا می باشد.

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{a}+\frac{1}{h_a}$$



فصل چهارم

قطر اصلی مکعب $=\sqrt{3}a$ ← ضلع مکعب

قطر جانبی مکعب $=\sqrt{2}a$

مکعب $V=a^3$

مکعب $S=6a^2$

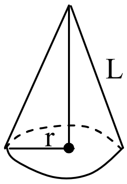
$$V_{\text{مخروط}}=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$

شعاع دایره ی قاعده ← r

$$V_{\text{هرم}}=\frac{1}{3}S_{\text{قاعده}}\times h$$

ارتفاع ← h

$$S_{\text{جانبی}}=\pi rL$$



$$V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

ضلع ← a

۴ وجهی منتظم

$$\frac{S_1}{S_2}=\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2$$

در هرم یا مخروط: $\frac{V_1}{V_2}=\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3$

$$V_{\text{استوانه}}=2\pi rh$$

کره $V=\frac{4}{3}\pi R^3$

کره $S=4\pi R^2$

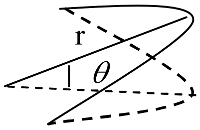
$\pi \cong\frac{22}{7}=3/14$

در دایره ی کامل داریم: 2π رادیان (rad)

در کره ی کامل داریم: 4π استرادیان (sr)

قاچ کروی $V=\frac{2}{3}r^{3}\theta$

یک قاچ هندوانه



$\mathrm{Arccos}\frac{1}{3}$ ↓ زاویه ی بین دو قطر اصلی مکعب

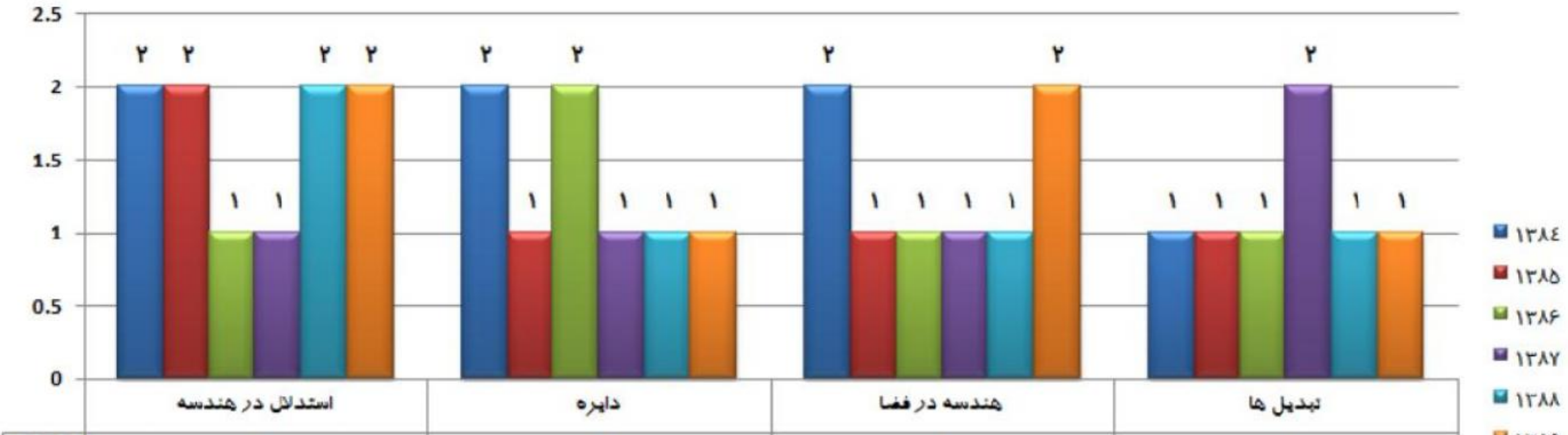
$\beta=\mathrm{Arctan}\sqrt{2}$ → زاویه ی بین یک قطر اصلی مکعب و یک یال

$\alpha=\mathrm{Arccot}\sqrt{2}$ → زاویه ی بین یک قطر اصلی مکعب و یک قطر وجه جانبی مکعب

مساحت صفحه ی شامل دو قطر اصلی مکعب: $a^{2}\sqrt{2}$ ← ضلع مکعب

هندسه ۲

بودجه‌بندی درس هندسه ۲ – رشته‌ی ریاضی در ۶ سال اخیر کنکور سراسری



تبدیل ها	هندسه در فضا	دایره	استدلال در هندسه	
1	2	2	2	🟦 1384
1	1	1	2	🟥 1385
1	1	2	1	🟩 1386
2	1	1	1	🟪 1387
1	1	1	2	🟦 1388
1	2	1	2	🟧 1389

فصل اول

نکته: اگر وسط ۴ ضلعی دلخواه را به طور متوالی به هم وصل کنیم آنگاه:

اگر ۴ ضلعی مستطیل باشد، آنگاه شکل ایجاد شده لوزی است؛ و بلعکس. اگر مربع ۴ ضلعی باشد، آنگاه شکل ایجاد شده مربع است؛ و اگر ۴ ضلعی متوازی الاضلاع باشد، آنگاه شکل ایجاد شده متوازی الاضلاع می باشد.

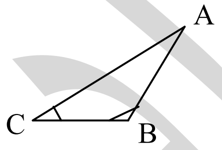
مساحت مربع حاصل از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی یا خارجی یک مستطیل عبارت است از :

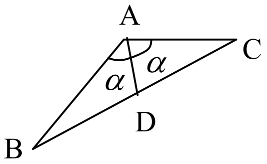
اضلاع مستطیل

$$S=\frac{(a\pm b)^2}{2}$$

اگر نیمسازها داخلی باشند.

$$AB>AC\Leftrightarrow \hat{B}>\hat{C}$$

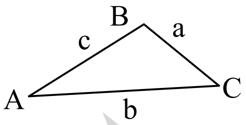




$$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}$$

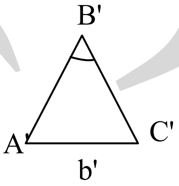
قضیه ی نامساوی مثلث ها

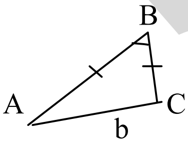
$$\begin{cases}a+b>c\\a+c>b\\b+c>a\end{cases}\Rightarrow$$



به همین ترتیب در ۴ ضلعی های محدب برقرار است.

قضیه ی لولا (قیچی) : $B>B'\Leftrightarrow b>b'$





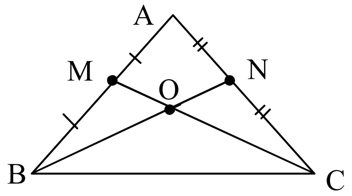
سه نیمساز هر مثلث همرس هستند.

سه عمود منصف هر مثلث همرس هستند.

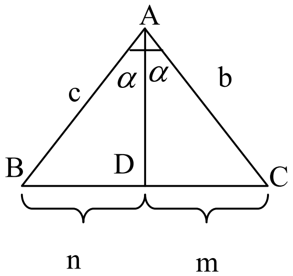
سه میانه هر مثلث همرس هستند.(محل تلاقی مرکز ثقل مثلث است.)

سه ارتفاع هر مثلث همرس هستند.

فرمول نامه

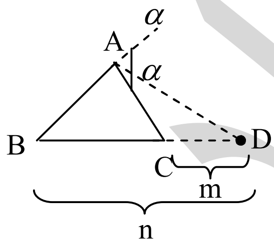


$$\frac{BO}{ON}=\frac{CO}{OM}=2$$



$$\frac{BD}{DC}=\frac{c}{b}$$

$$AD^2=bc-mn$$



$$\frac{AB}{AC}=\frac{DB}{DC}$$

$$AD^2=mn-bc$$

در هر مثلث $\underset{\underset{\text{میانه}}{\downarrow}}{m_a}\ge \underset{\underset{\text{نیمساز}}{\downarrow}}{d_a}\ge \underset{\underset{\text{ارتفاع}}{\downarrow}}{h_a}$

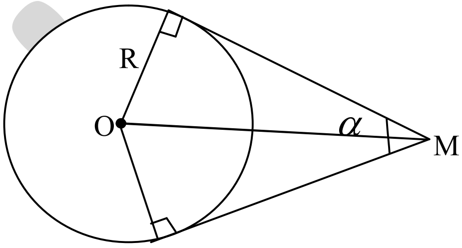
نکته: اندازه اضلاع مستطیل حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی یا خارجی یک متوازی الاضلاع برابر است با :

$$x=|a\pm b|\sin\frac{\theta}{2}$$

$$y=|a\pm b|\cos\frac{\theta}{2}$$

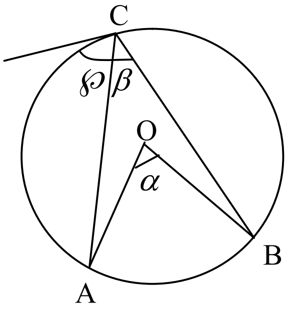
یکی از زوایای دلخواه متوازی الاضلاع

فصل دوم



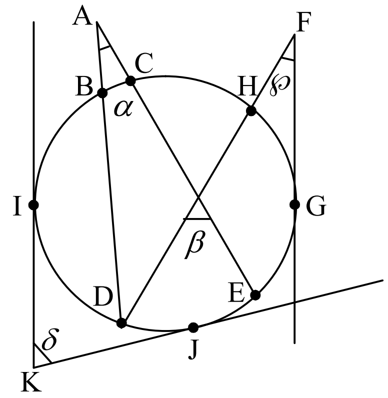
$$OM=\frac{R}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

فرمول نامه



زاویه ی مرکزی ← $\alpha=\overset{\frown}{BA}=2\beta$ → زاویه ی محاطی

زاویه ی ظلی ← $\wp=\frac{\overset{\frown}{ACB}}{2}$



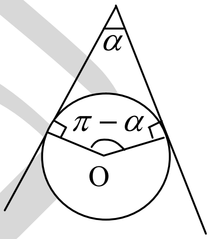
$$\alpha=\frac{\overset{\frown}{DE}-\overset{\frown}{BC}}{2}$$

$$\beta=\frac{\overset{\frown}{DE}+\overset{\frown}{HC}}{2}$$

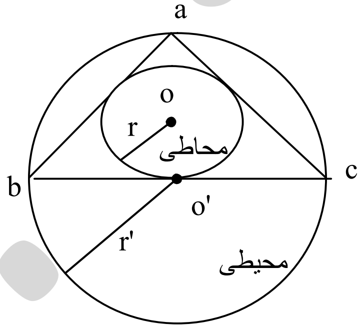
$$\wp=\frac{\overset{\frown}{DG}-\overset{\frown}{GH}}{2}$$

$$\delta=\frac{\overset{\frown}{IBJ}-\overset{\frown}{IDJ}}{2}$$

نکته: رویت یک دایره با زاویه ی مورد نظر در خارج از دایره: $C\left(O,\frac{R}{\sin\frac{\alpha}{2}}\right)$



$k=\frac{\pi-\alpha}{2\pi}$ → مقدار کسری از محیط دایره، که از نقطه ی خارج از آن رویت می شود.



$r=\frac{S}{P}$

S → مساحت مثلث

P → نصف محیط مثلث

$O=$ محل برخورد نیمسازها

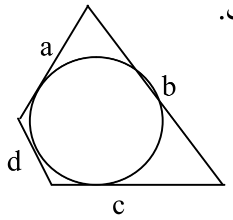
$r'=\frac{abc}{4S}$

abc → اندازه ی اضلاع مثلث

$4S$ → مساحت مثلث

$O'=$ محل برخورد عمود المنصف ها

نکته: اگر در یک ۴ ضلعی زوایای روبه رو مکمل یکدیگر باشند،آن ۴ ضلعی محاطی است.

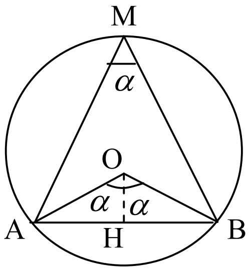


برای ۴ ضلعی محاطی داریم (هرون):

$$a+c=b+d$$

$$S=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$$

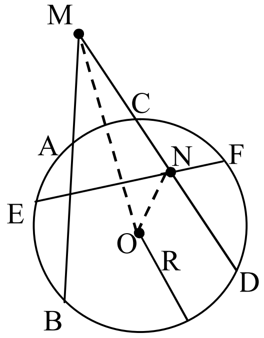
نصف محیط



روابط کمان درخور:

AB

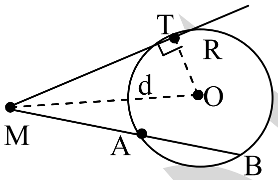
$$OA=\frac{a}{2\sin\alpha} \qquad OH=\frac{a}{2|\tan\alpha|}=OA|\cos\alpha|$$



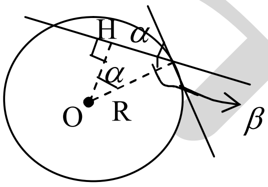
روابط طولی در دایره:

$$MO^2-R^2=MA.MB=MC.MD$$

$$R^2-NO^2=NF.NE=NC.ND$$

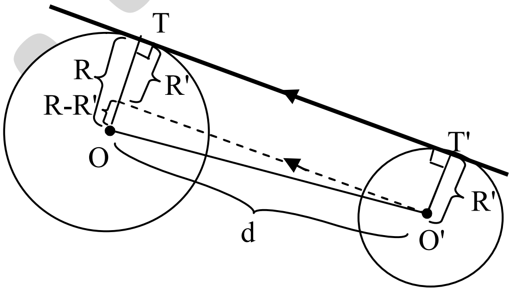


$$MT^2=MA.MB=d^2-R^2$$



$$\alpha=Arc\cos\frac{OH}{R}$$

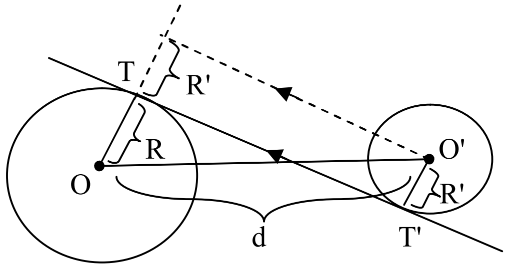
مماس مشترک خارجی و داخلی:



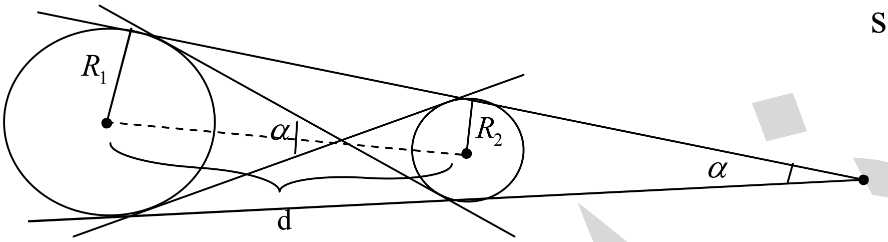
$$TT'=\sqrt{d^2-(R-R')^2}$$

مماس مشترک خارجی

$$TT'=\sqrt{d^2-(R-R')^2}$$



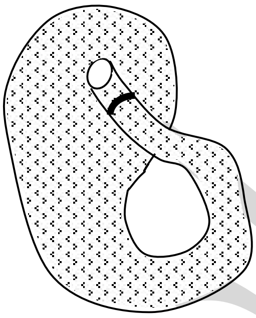
$$\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{R_1\pm R_2}{d}$$



زاویه ی بزرگتر مربوط به زاویه ی داخلی می باشد.

بهتر است بدانیم:

بطری کلاین: رویه ی یک طرفه ی جهت ناپذیری که درون و برون ندارد.



فصل سوم

شرط نگاشت بودن ضابطه: $(x_1,y_1)=(x_2,y_2)\Rightarrow f(x_1,y_1)=f(x_2,y_2)$

شرط یک به یک بودن نگاشت: $f(x_1,y_1)=f(x_2,y_2)\Rightarrow(x_1,y_1)=(x_2,y_2)$

شرط تبدیل بودن نگاشت: نگاشت یک به یک باشد.

شرط ایزومتری بودن نگاشت: ضابطه اندازه ی پاره خط ها را حفظ کند.

فرمول نامه

انواع نگاشت

- ۱)انتقال
- ۲)بازتاب
  - محوری
  - مرکزی
- ۳)دوران
- ۴)تجانس

انتقال :

$$T(x,y)=(x+h,y+k) \qquad h,k\in R$$

بازتاب مرکزی نسبت به نقطه ی (α,β) :

$$T(x,y)=(2\alpha-x,2\beta-y)$$

فاصله ی بین دو خط موازی : l,l'

$l = ax+by+c$

$l' = ax+by+c'$

$$d=\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

زاویه ی بین دو خط با استفاده از شیب دو خط :

$$\tan\alpha=\left|\frac{m_2-m_1}{1+m_1m_2}\right|$$

تجانس:

$$\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x'\\ y'\end{bmatrix}$$

نگاشت تجانس با نسبت k و به مرکز $S(\alpha,\beta)$:

$$T(x,y)=(kx+(1-k)\alpha\ ,\ ky+(1-k)\beta)$$

تجانس ساده :

$$D(x,y)=(kx,ky)$$

فرمول نامه

$k>1 \longrightarrow$ انبساط مستقیم

$k=1 \longrightarrow$ بدون تغییر

$0<k<1 \longrightarrow$ انقباض مستقیم

$k=0 \longrightarrow$ به مبدأ مختصات تصویر خواهد شد

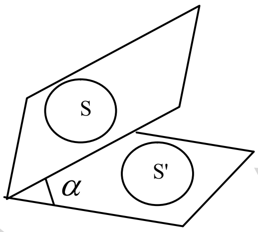
$-1<k<0 \longrightarrow$ انقباض معکوس

$k=-1 \longrightarrow$ معکوس

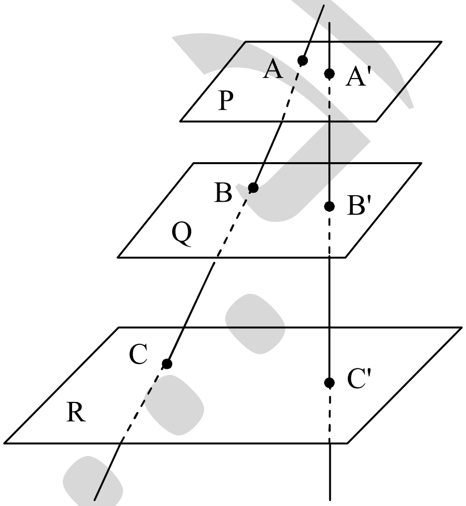
$k<-1 \longrightarrow$ انبساط معکوس

نکته: تمامی نگاشت ها زاویه ی بین دو خط را حفظ می کنند.

فصل چهارم



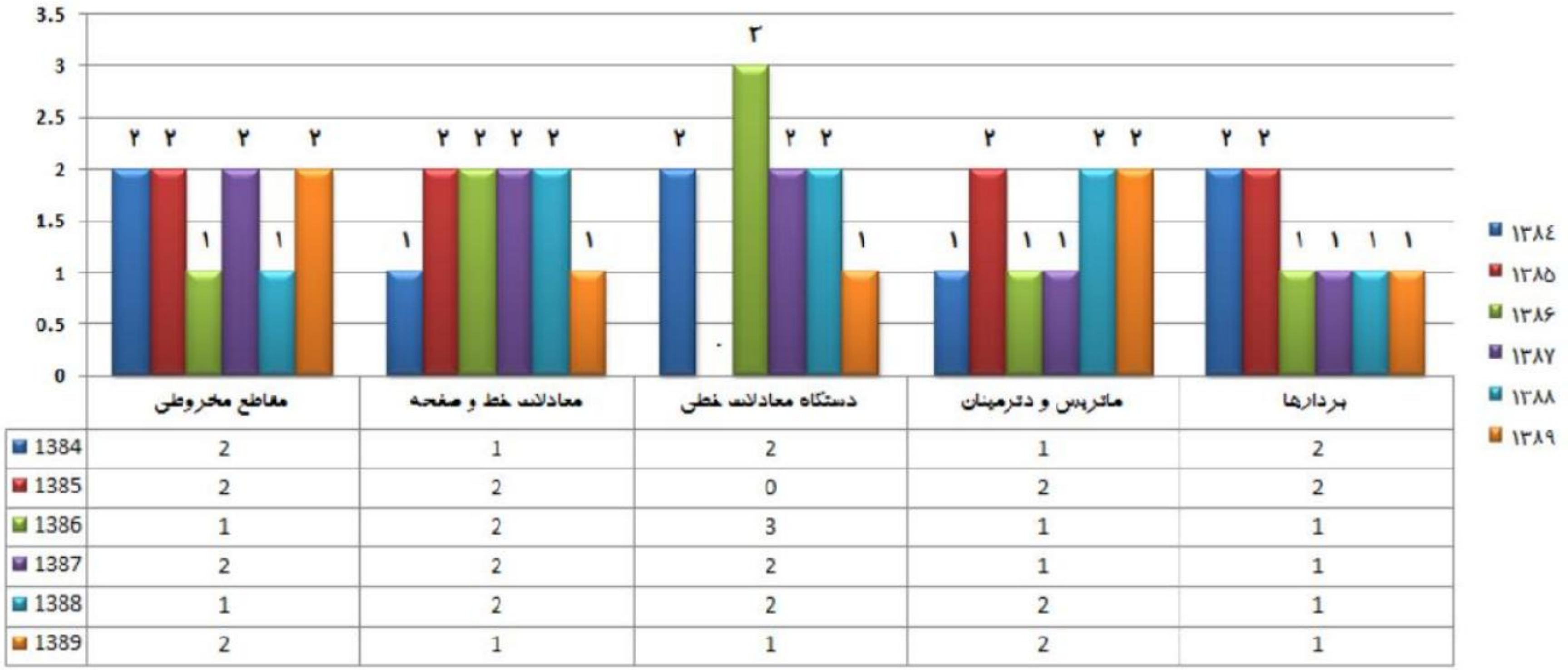
$$\underset{\text{مساحت صفحه}}{S'} = S\cos\underset{}{\alpha} \longrightarrow \text{زاویه ی بین دو صفحه}$$



تالس در فضا: $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{A'B'}{B'C'}$

هندسه ی تحلیلی و جبر خطی

بودجه‌بندی درس هندسه تحلیلی – رشته‌ی ریاضی در ۶ سال اخیر کنکور سراسری



	مقاطع مخروطی	معادلات خط و صفحه	دستگاه معادلات خطی	ماتریس و دترمینان	بردارها
1384	2	1	2	1	2
1385	2	2	0	2	2
1386	1	2	3	1	1
1387	2	2	2	1	1
1388	1	2	2	2	1
1389	2	1	1	2	1

فصل اول

$$\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)\rightarrow|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$$

ضرب عدد در بردار :

$$m\vec{v}=(ma,mb,mc)$$

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

(فاصله ی بین دو نقطه ی دلخواه B,A)

قرینه ی نقطه ی (a,b,c) نسبت به نقطه ی دلخواه ($(\alpha,\beta,\wp)$):

$$A'=(2\alpha-a,2\beta-b,2\wp-c)$$

تصویر نقطه ی (a,b,c) روی صفحه

$$\left.\begin{array}{l}\left(\frac{a+b}{2},\frac{a+b}{2},c\right)\Leftarrow y=x\\ \left(\frac{a-b}{2},\frac{b-a}{2},c\right)\Leftarrow y=-x\\ \left(\frac{a+c}{2},b,\frac{a+c}{2}\right)\Leftarrow x=z\\ \left(\frac{a-c}{2},b,\frac{c-a}{2}\right)\Leftarrow x=-z\\ \left(a,\frac{b+c}{2},\frac{b+c}{2}\right)\Leftarrow y=z\\ \left(a,\frac{b-c}{2},\frac{c-b}{2}\right)\Leftarrow y=-z\end{array}\right\}$$

قرینه ی نقطه ی (a,b,c) نسبت به صفحه ی

$$\left.\begin{array}{l}(\pm b,\pm a,c)\Leftarrow y=\pm x\\ (\pm c,b,\pm a)\Leftarrow x=\pm z\\ (a,\pm c,\pm b)\Leftarrow y=\pm z\end{array}\right\}$$

فاصله ی A از محور

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{b^2+c^2} \Leftarrow x\\ \sqrt{a^2+c^2} \Leftarrow y\\ \sqrt{a^2+b^2} \Leftarrow z\end{array}\right\}$$

فاصله ی A از تصویرش یا فاصله ی A از صفحه ی

$$\left.\begin{array}{l}|c| \Leftarrow xy\\ |a| \Leftarrow yz\\ |b| \Leftarrow xz\end{array}\right\}$$

شرط قرار گیری ۳ نقطه بر روی یک خط:

$$AB \| BC \| AC$$

شرط توازی دو بردار $\vec{B},\vec{A}$:

$$\frac{b_1}{a_1}=\frac{b_2}{a_2}=\frac{b_3}{a_3}=r$$

$$0\le\theta<90^\circ \Rightarrow |\vec{a}+\vec{b}|>|\vec{a}-\vec{b}|$$

$$\theta=90\Rightarrow|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$$

$$90<\theta\le180\Rightarrow|\vec{a}+\vec{b}|<|\vec{a}-\vec{b}|$$

جمع و تفریق دو بردار

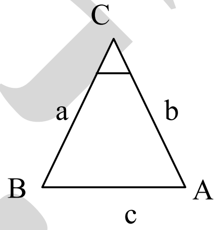
$$\theta = 90\begin{cases} \left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right| \Rightarrow \left|\vec{a}+\vec{b}\right| = \left|\vec{a}-\vec{b}\right| = \sqrt{2}\left|\vec{a}\right| \\ \left|\vec{a}\right| \neq \left|\vec{b}\right| \Rightarrow \left|\vec{a}+\vec{b}\right| = \left|\vec{a}-\vec{b}\right| = \sqrt{\left|\vec{a}\right|^2 + \left|\vec{b}\right|^2} \end{cases} \left(\vec{a}+\vec{b}\right).\left(\vec{a}-\vec{b}\right) = 0$$

$$\theta \neq 90, \left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right| \Rightarrow \begin{cases} \left|\vec{a}+\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|^2 + \left|\vec{b}\right|^2 - 2\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos(\pi-\theta) \\ \left(\vec{a}+\vec{b}\right).\left(\vec{a}-\vec{b}\right) = 0 \\ \left|\vec{a}+\vec{b}\right| = 2\left|\vec{b}\right|\cos\frac{\theta}{2} \\ \left|\vec{a}-\vec{b}\right| = 2\left|\vec{b}\right|\sin\frac{\theta}{2} \end{cases}$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|}$$

نرمال سازی : $e_a = \dfrac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|}$

شرط توازی: $e_a = \pm e_b$



قضیه ی کسینوس ها: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\hat{C}$

$$1)\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2 = \left|\vec{a}\right|^2 + \left|\vec{b}\right|^2 - 2\vec{a}.\vec{b}$$

$$2)\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2 = \left|\vec{a}\right|^2 + \left|\vec{b}\right|^2 + 2\vec{a}.\vec{b}$$

فرمول نامه

$3)\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2+\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2=2\left|\vec{a}\right|^2+2\left|\vec{b}\right|^2$

$4)\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2-\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2=4\vec{a}.\vec{b}$

$5)\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2-\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2=-4\vec{a}.\vec{b}$

$6)\left|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right|=\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2+\left|\vec{c}\right|^2+2\vec{a}.\vec{b}+2\vec{b}.\vec{c}+2\vec{a}.\vec{c}$

$7)\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos\theta=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$

ضرب داخلی یا نقطه ای یا اسکالر

$8)\vec{a}.\vec{a}=\left|\vec{a}\right|^2$　　$9)\vec{a}.\vec{b}=\vec{b}.\vec{a}$　　$10)\left(r\vec{a}\right).\vec{b}=r\left(\vec{a}.\vec{b}\right)=\vec{a}.\left(r\vec{b}\right)$

$11)\vec{a}.\left(\vec{b}\pm\vec{c}\right)=\vec{a}.\vec{b}\pm\vec{a}.\vec{c}$　　$12)\left(\vec{a}\pm\vec{b}\right).\vec{c}=\vec{a}.\vec{c}\pm\vec{b}.\vec{c}$

$a.b=0\Leftrightarrow$ عمود　　$a\times b=0\Leftrightarrow$ موازی

ضرب خارجی

$$1)\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix} i & j & k\\ a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\end{vmatrix}=\left(a_2b_3-a_3b_2,a_3b_1-a_1b_3,a_1b_2-a_2b_1\right)$$

$2)\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\sin\theta$　　$3)\vec{a}\times\vec{a}=O$

$4)\vec{a}\times\vec{b}=-\left(\vec{b}\times\vec{a}\right)$　　$5)\left(r\vec{a}\right)\times\vec{b}=r\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)=\vec{a}\times\left(r\vec{b}\right)$

$6)\vec{a}\times\left(\vec{b}\pm\vec{c}\right)=\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\pm\left(\vec{a}\times\vec{c}\right)$　　$7)\left(\vec{a}\pm\vec{b}\right)\times\vec{c}=\left(\vec{a}\times\vec{c}\right)\pm\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)$

$8)\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\times\vec{c}\neq\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)$　　$9)\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)=\left(\vec{a}.\vec{c}\right)\vec{b}-\left(\vec{a}.\vec{b}\right)\vec{c}$

اتحاد لاگرانژ :

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|^2-\left(\vec{a}.\vec{b}\right)^2=\left|\vec{a}\right|^2\left|\vec{b}\right|^2$$

تصویر بردار a بر روی بردار b :

$$proj_{\,b}^{\,a} = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|^2}\vec{b} = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\vec{b}.\vec{b}}\vec{b}$$

اندازه ی قرینه ی a :

$$\left|\vec{a}'\right| = \left|\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|}\right| = \left|\vec{a}\right|\cos\theta$$

قرینه ی $\vec{a}$ نسبت به $\vec{b}$

$$\vec{a}'' = 2\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\vec{b}.\vec{b}}\vec{b} - \vec{a}$$

کسینوس های هادی:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\wp = 1$$

سینوس های هادی:

$$\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\wp = 2$$

$$\cos\alpha = \frac{a_1}{\left|\vec{a}\right|}, \cos\beta = \frac{a_2}{\left|\vec{a}\right|}, \cos\wp = \frac{a_2}{\left|\vec{a}\right|}$$

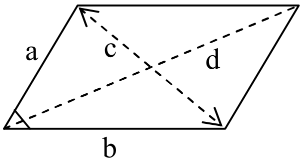
$$e_a = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\wp)$$

زاویه ی بردار با صفحات مختصات:

$$\theta = \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

زاویه ی بردار با محوری که بر صفحه ی مورد نظر عمود است.

$$S_{\square} = \left|\vec{a}\times\vec{b}\right| \equiv \frac{1}{2}\left|c\times d\right|$$



$$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{\left|\vec{a}-\vec{b}\right|}{\left|\vec{a}+\vec{b}\right|}$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|$$

$$\underbrace{\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2}_{\text{قطر}} + \underbrace{\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2}_{\text{قطر}} = 2\left(\left|\vec{a}\right|^2 + \left|\vec{b}\right|^2\right)$$

ضلع ها

فرمول نامه

متوازی السطوح $V=\left|\vec{a}.\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)\right|$ هرم ۴ وجهی $V=\frac{1}{6}\left|\vec{a}.\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)\right|$

$$a.(b\times c)=b.(c\times a)=c(a\times b)$$

c,b,a هم صفحه اند $\Leftrightarrow \vec{a}.\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)=0$

d,c,b,a هم صفحه اند $\Leftrightarrow \overrightarrow{ab}.\left(\overrightarrow{ac}\times\overrightarrow{bd}\right)=0$

فصل دوم

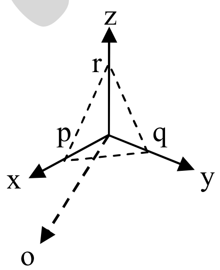
معادله ی خط: متقارن : $\frac{x-x_0}{p}=\frac{y-y_0}{q}=\frac{z-z_0}{r}$ پارامتری : $\begin{cases}x-x_0=rp\\ y-y_0=tq\\ z-z_0=tr\end{cases}$

معادله ی بردار هنگامی که زاویه ی بردار با محورهای مختصات داده شده باشد:

$$\vec{L}=\left|\vec{L}\right|(\cos\alpha,\cos\beta,\cos\wp)$$

معادله ی خط گذرنده از نقطه ی (x_0,y_0,z_0) که با محورها زوایای $\wp,\beta,\alpha$ می سازد:

$$\frac{x-x_0}{\cos\alpha}=\frac{y-y_0}{\cos\beta}=\frac{z-z_0}{\cos\wp}$$



$$\underbrace{\frac{1}{OH^2}}_{\text{فاصله ی مبدأ تا صفحه}}=\frac{1}{p^2}+\frac{1}{q^2}+\frac{1}{r^2}$$

$$V_{opqr}=\frac{1}{6}|pqr|$$

$$S^2_{\underset{pqr}{\Delta}}=S^2_{\underset{opq}{\Delta}}+S^2_{\underset{opr}{\Delta}}+S^2_{\underset{oqr}{\Delta}}$$

فرمول نامه

$$|AH| = \frac{|\vec{u} \times \overrightarrow{AB}|}{|\vec{u}|}$$

B نقطه ای دلخواه بر روی خط است

بردار هادی خط

فاصله ی نقطه از خط

وضعیت نسبی دو خط در فضا:

۱) موازی جدا از هم: اگر $u\times u'=0$ یا $\frac{p_0}{p_1}=\frac{q_0}{q_1}=\frac{r_0}{r_1}$

۲) منطبق: (شرط توازی برقرار باشد) و نقطه ای از L در L′ صدق کند.

۳) عمود متنافر: اگر $u.u'=0$

۴) عمود هم صفحه: اگر (عمود باشند) و اشتراک داشته باشند.

۵) متقاطع: اگر دستگاه حاصل از برخورد دو خط جواب منحصر به فرد داشته باشد.

۶) متنافر: اگر دستگاه حاصل از برخورد دو خط جواب منحصر به فرد نداشته باشد.

معادله ی صفحه: $ax+by+cz+d=0$

$x=\frac{-d}{a}$ طول از مبدأ یک صفحه

$y=\frac{-d}{b}$ عرض از مبدأ یک صفحه

$z=\frac{-d}{c}$ ارتفاع از مبدأ یک صفحه

مختصات نقطه ی تصویر روی صفحه:

۱) از A بر صفحه، عمود رسم کرده؛ $\overrightarrow{HA}=(1-\alpha,-\beta,2-1+2\alpha)$ باید موازی

$\vec{n}: -=-=- \Leftarrow$ دستگاه دو مجهولی حل شود.

به عنوان مثال

۲) معادله ی خط گذرنده از A موازی $\vec{n}$ باشد. و بر حسب t در فرمول صفحه جایگذاری شود.

$$x_H=\frac{x_A+x_{A'}}{2}\rightarrow x_{A'}=2x_H-x_A$$

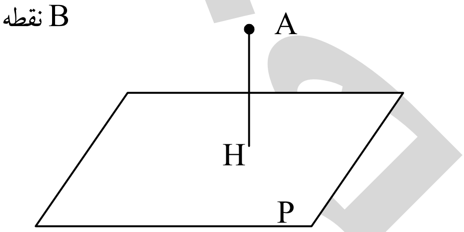
طول نقطه ی قرینه

$$|AH|=\frac{|\vec{n}.\overrightarrow{AB}|}{|\vec{n}|}=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\left|\frac{P(A)}{|N_p|}\right|$$

فاصله ی نقطه از خط

بردار نرمال صفحه

B نقطه ی دلخواه روی صفحه است.



وضعیت نسبی دو صفحه در فضا:

۱)موازی جدا از هم: اگر $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ یا $\vec{n_1}\times\vec{n_2}=0$

۲)منطبق: $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}=\frac{d_1}{d_2}$

۳)عمود: اگر $\vec{n_1}.\vec{n_2}=0$

۴)متقاطع: اگر ۱و۲و۳ اتفاق نیافتند.

فصل مشترک با نقطه دهی به (مثلاً x) و تشکیل معادله دو مجهولی از دو صفحه و یافتن دو نقطه از خط، بدست می آید.

وضعیت نسبی یک خط و یک صفحه در فضا:

۱) موازی جدا از هم: اگر $n_p.u_L=0$

۲) منطبق: (شرط توازی برقرار باشد.) و نقطه ای از خط، در صفحه ی مورد نظر صدق کند. یا دو نقطه از خط در صفحه صدق کند.

۳) عمود: اگر $n_p\times u_L=0$

۴) متقاطع: اگر مختصات نقطه ی برخورد را بتوان به طریقه ی ذکر شده یافت : معادله ی پارامتر خط، بر حسب t را یافته؛ و در صفحه جایگذاری کرده و از آن جا t را می یابیم.

فاصله ی دو صفحه موازی :

$$D=\frac{|d-d'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

بردار نرمال دو صفحه

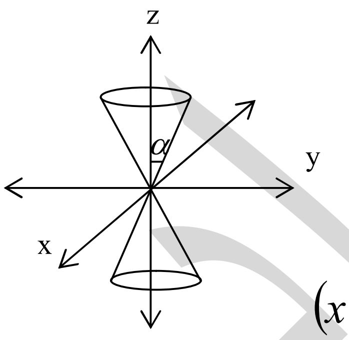
زاویه ی دو صفحه متقاطع :

$$\cos\theta=\frac{\vec{N}.\vec{N}'}{|\vec{N}||\vec{N}|}$$

صفحات نیمساز دو صفحه ی P', P

$$=\frac{P_{\text{معادله ی}}}{|N_P|}=\pm\frac{P'_{\text{معادله ی}}}{|N_{P'}|}$$

فصل سوم



$$x^2+y^2=z^2\tan^2\alpha$$

معادله ی استاندارد (کانونیک) دایره:

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r$$

مرکز دایره (α,β)

شعاع دایره $\sqrt{r^2}$

معادله ی پارامتری دایره:

$$\begin{cases}x=\alpha+R\cos\theta\\ y=\beta+R\sin\theta\end{cases}$$

معادله ی (فرم) گسترده ی دایره:

$$x^2+y^2-Dx+Ey+F=0$$

$$\begin{cases}\alpha = \dfrac{-D}{2}\\ \beta = \dfrac{-E}{2}\end{cases} \qquad r=\frac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2}$$

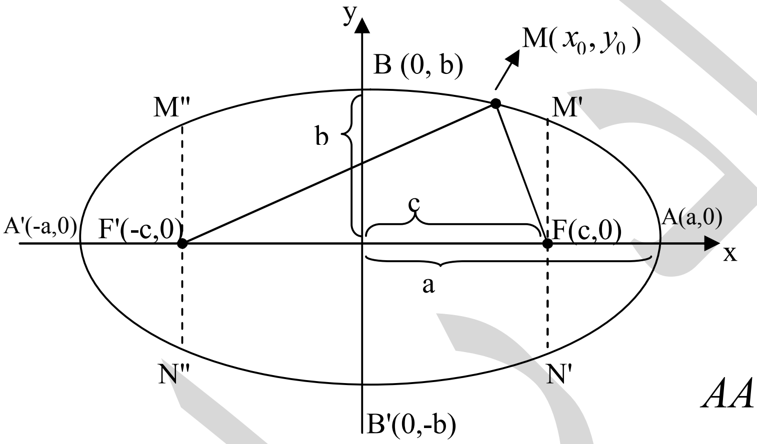
یافتن شعاع دایره توسط مختصات مرکزش و معادله ی خط مماس بر دایره:

معادله ی خط : $ax+by+c=0$ $\qquad r=\dfrac{|a\alpha+b\beta+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

شیب خط

نکته: خطوط به معادله ی $y=mx\pm R\sqrt{1+m^2}$ بر دایره ی $x^2+y^2=r^2$ مماس اند.

معادله ی استاندارد بیضی:



رئوس اصلی (کانونی) : A,A'

رئوس فرعی (ناکانونی) : B,B'

فاصله ی کانونی : $FF'=2c$

قطر بزرگ (محور کانونی) : $AA'=2a$

قطر کوچک(محور ناکانونی) : $BB'=2b$

$$a^2=b^2+c^2$$

$$\underbrace{\overset{a-ex_0}{MF}+\overset{a+ex_0}{MF'}=2a}_{\text{تعریف بیضی}}$$

$$M'N'=M''N''=\frac{2b^2}{a}=2b\sqrt{1-e^2} \qquad 0<e<1$$

وتر کانونی

$$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1-\frac{\min\{A,B\}}{MAX\{A,B\}}}$$

فرمول نامه

$$P \approx 2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

محیط بیضی

$$S = \pi . a . b$$

مساحت بیضی

$$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2}+\frac{(y-\beta)^2}{b^2}=1$$

(α,β) مرکز

$$if\begin{cases} a>b \Rightarrow & \text{افقی} \\ a<b \Rightarrow & \text{قائم} \end{cases}$$

معادله ی گسترده ی بیضی:

$$Ax^2+By^2+Cx+Dy+E=0$$

$$\begin{matrix} A=b^2 \\ B=a^2 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} A=B\rightarrow & \text{دایره} \\ A<B\rightarrow & \text{قائم} \\ A>B\rightarrow & \text{افقی} \end{cases}$$

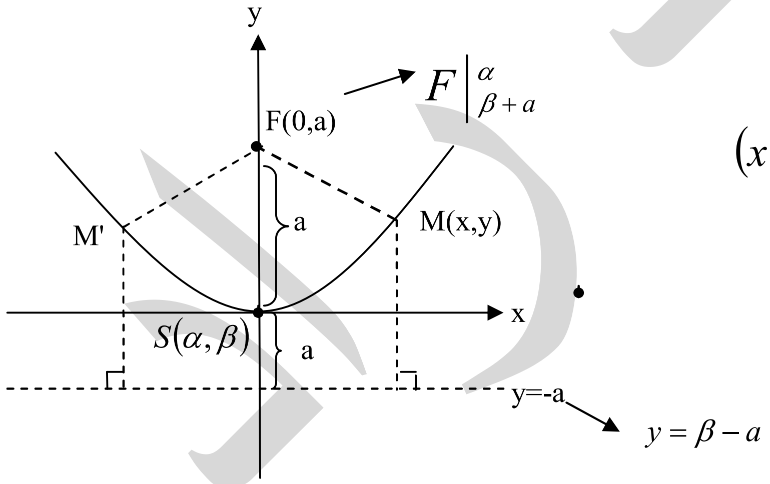
مرکز بیضی $\left(\frac{-C}{2A},\frac{-D}{2B}\right)$

استاندارد کردن بیضی:

$$\frac{A(x-\alpha)^2}{A\alpha^2+B\beta^2-E}+\frac{B(y-\beta)^2}{A\alpha^2+B\beta^2-E}=1$$

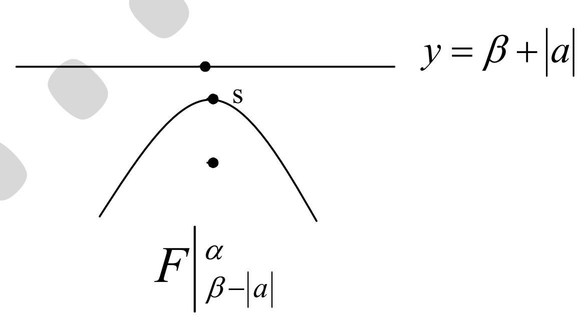
معادله ی استاندارد سهمی:

$$(x-\alpha)^2=4a(y-\beta)$$
$$(a>0)$$



سهمی عمودی

$$(x-\alpha)^2=4a(y-\beta)$$
$$(a<0)$$

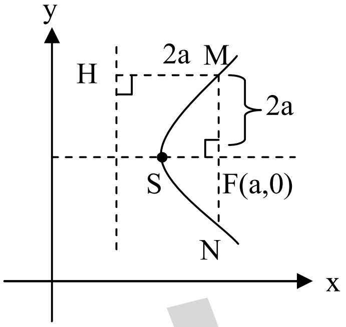


سهمی افقی $(y-\beta)^2 = 4a(x-\alpha)$

$if\begin{cases} a>0 \\ a<0 \end{cases}$

دهانه رو به راست

دهانه رو به چپ



$MN = 4a$

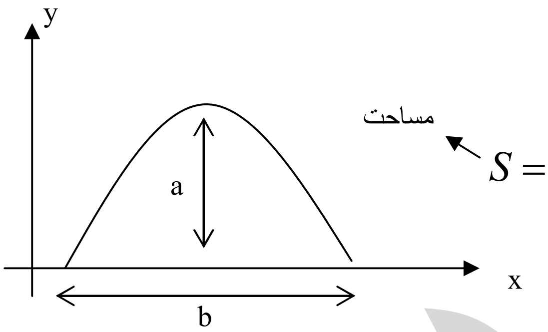
وتر کانونی

معادله ی گسترده ی سهمی:

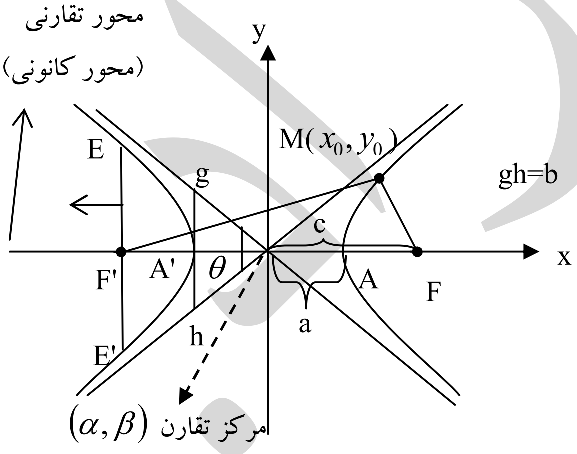
قائم $Ax^2 + Bx + Cy + D = 0$

افقی $Ay^2 + By + Cx + D = 0$

$$4a = \frac{-C}{A}$$



مساحت $S = \frac{2}{3}ab$



معادله ی استاندارد هذلولی:

تعریف هذلولی: $|MF - MF'| = 2a$

هذلولی افقی $\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} - \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1$

هذلولی قائم $\frac{(y-\beta)^2}{a^2} - \frac{(x-\alpha)^2}{b^2} = 1$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{MAX(A,B)}{\min(A,B)}}$$

فرمول نامه

$$EE'=\frac{2b^2}{a}$$ وتر کانونی

$$\theta=2Arc\tan\frac{b}{a}$$

زاویه ی بین دو مجانب

$$\tan\theta=\frac{2ab}{a^2-b^2}=\left|\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right|$$

شیب مجانب ها

$$\cos\frac{\theta}{2}=\frac{1}{e}$$

نکته: اگر هذلولی هموگرافیک باشد. آنگاه $\theta=\frac{\pi}{2}$ یا ضرب شیب دو مجانب در هم، ۱- می شود.

اگر هذلولی متساوی القطرین باشد آنگاه $e=\sqrt{2},a=b$

فرمول مجانب هذلولی افقی $$(y-\beta)=\pm\frac{b}{a}(x-\alpha)$$

فرمول مجانب هذلولی قائم $$(y-\beta)=\pm\frac{a}{b}(x-\alpha)$$

$$|MF-MF'|\Rightarrow\begin{cases}<2a & \text{بیرون هذلولی}\\ =2a & \text{روی هذلولی}\\ >2a & \text{درون هذلولی}\end{cases}$$

نکته: حاصل ضرب فاصله های هر نقطه ی یک هذلولی، از دو خط مجانب آن برابر است با: $\frac{a^2b^2}{c^2}$

مثال آموزشی: معادله ی مجانب های هذلولی را بیابید؟

جواب: در محاسبات زیر متغیر درجه دومی را که ضریب منفی دارد، به طرف دوم می بریم. و روی هر دو طرف رادیکال گذاشته؛ و از هم ارزی نیوتون برای رادیکال ها استفاده می کنیم.

$$4x^2-8x-9y^2+6y+8=0$$

$$\Downarrow$$

$$4x^2-8x=9y^2+6y$$

$$\Downarrow$$

در ∞ عدد ۸ مورد محاسبه قرار نمی گیرد.

$$\sqrt{4x^2-8x}=\sqrt{9y^2-6y}$$

$$x\to\pm\infty \qquad y\to\pm\infty$$

$$\Downarrow$$

$$2\left|x-1\right|=3\left|y-\frac{1}{3}\right|$$

$$\Downarrow$$

$$2x-2=\pm3y-1\xrightarrow[\text{مجانب ها}]{\text{معادله ی}}\begin{cases}y=\dfrac{2x-1}{3}\\[2ex] y=-\dfrac{2x-1}{3}\end{cases}$$

معادله ی پارامتری هذلولی:

$$\begin{cases}\left(\dfrac{x-\alpha}{a_2}\right)^2-\dfrac{(y-\beta)^2}{b^2}=1\Rightarrow\begin{cases}x=\alpha+\dfrac{a}{\cos\theta}\\ y=\beta+b\tan\theta\end{cases}\\[6ex] \dfrac{(y-\beta)}{a^2}-\dfrac{(x-\alpha)^2}{b^2}=1\Rightarrow\begin{cases}x=\alpha+b\tan\theta\\ y=\beta+\dfrac{a}{\cos\theta}\end{cases}\end{cases}$$

معادله ی گسترده ی هذلولی:

$$Ax^2+By^2+Cx+Dy+E=0$$

$if:(\alpha,\beta)\in$ هذلولی → هذلولی به دو خط متقاطع تبدیل می شود.

فرمول نامه

$$if:\begin{cases}A>0,\beta<0\Rightarrow & \text{هذلولی افقی است.}\\ A<0,\beta>0\Rightarrow & \text{هذلولی قائم است.}\\ AB<0,f(\alpha,\beta)>0\Rightarrow & \text{باید معادله ضرب و منفی شود؛ سپس قائم یا افقی بودنش تعیین گردد.}\end{cases}$$

$A\times B>0\rightarrow$ بیضی

$A\times B<0\rightarrow$ هذلولی

$$\begin{cases}\alpha=\dfrac{-C}{2A}\\ \beta=\dfrac{D}{2B}\end{cases}$$

اگر نقطه ای را دوران بدهیم:

$$\underset{\text{قدیم}}{A}\xrightarrow{\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}}\underset{\text{جدید}}{A'}$$

اگر محورهای مختصات را در جهت مثبت دوران دهیم:

$$R(-\theta)A=A'$$

$$R(\theta)A'=A$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$$

نکته: برای معادله ی روبرو فرمول زیر را داریم:

$$ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$$

$$\underset{\searrow\ \text{زاویه ی دوران}}{\tan 2\theta}=\frac{b}{a-c}$$

استاندارد کردن معادلاتی که به صورت حالت خاص زیر هستند:

$$ax^2+bxy+cy^2=h \qquad M=\begin{bmatrix}a & \dfrac{b}{2}\\ \dfrac{b}{2} & c\end{bmatrix}$$

[اثر ماتریس] Trace (M) «جمع اعضای روی قطر اصلی (a+c)»

معادله ی مشخصه ی k: $k^2-tr(M)k+\underbrace{|M|}_{\text{det M}}=0$

فرمول نامه

if: k_1,k_2 جواب معادله باشند $\Rightarrow$ معادلات استاندارد

$$\begin{cases} k_1x'^2+k_2y'^2=h \\ k_2x'^2+k_1y'^2=h \end{cases}$$

معادله ی گنگ مقاطع مخروطی در حالت کلی:

$$\Delta=b^2-4ac$$

مختصات مرکز مقاطع از روی این فرمول

$$y=\alpha x+\beta\pm\sqrt{ax^2+bx+c}$$

$$:\left(\underbrace{\frac{-b}{2a}}_{\text{مشتق زیر رادیکال برابر صفر}},\ \underbrace{\alpha\left(\frac{-b}{2a}\right)+\beta}_{\text{جواب مشتق در پشت رادیکال}}\right)$$

قضیه ی پایایی مبین (دلتا) :

if:

$$ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$$

$$Ax'^2+Bx'y'+Cy'^2+Dx'+Ey'+F=0$$

دوران محورهای مختصات

آنگاه:

$$B^2-4AC=b^2-4ac$$

$$A+C=a+c \qquad F=f$$

نوع مکان هندسی	b^2-4ac
تهی، نقطه، دایره، بیضی	−
تهی، یک خط، دو خط، سهمی، کل صفحه	۰
دو خط متقاطع، هزلولی	+

در معادله ی روبه رو داریم:

$$ax^2+cy^2+dx+ey+f=0$$

$$ac\neq0\Rightarrow0\begin{cases} ac>0\to \text{تهی، نقطه، دایره، بیضی} \\ ac<0\to \text{دو خط متقاطع، هزلولی} \end{cases}$$

فرمول نامه

$$ac=0\Rightarrow\begin{cases}a=c=0\rightarrow\begin{cases}d=e=0\rightarrow\begin{cases}f=0\rightarrow\text{کل صفحه}\\ f\neq 0\rightarrow\text{تهی}\end{cases}\\ d\neq ve\neq 0\rightarrow\text{یک خط}\end{cases}\\ \\ a=0\quad\wedge\quad c\neq 0\rightarrow\begin{cases}d=0\rightarrow\begin{cases}\Delta>0\rightarrow\text{دو خط موازی}\\ \Delta=0\rightarrow\text{خط}\\ \Delta<0\rightarrow\text{تهی}\end{cases}\\ d\neq 0\rightarrow\text{سهمی}\end{cases}\end{cases}$$

فصل چهارم

$1)(r+s)A=rA+sA$ $\qquad$ $2)r(A+B)=rA+rB$

$3)(r\times A)B=A(rB)=r(AB)$ $\qquad$ $4)AB\neq BA$

$5)A^mA^n=A^nA^m=A^{m+n}$ $\qquad$ $6)AB=AC\Rightarrow B=C$

$7)A(B+C)=AB+AC$ $\qquad$ $8)\exists n\in R\ni A^n=I\Rightarrow$ ماتریس متناوب

$9)A^n=\overline{O}\Rightarrow$ ماتریس پوچ توان $\qquad$ $10)A^n=A\Rightarrow$ ماتریس متناوب

$11)if:AB=BA\Rightarrow(AB)^n=A^nB^n$ $\qquad$ $12)A\overline{O}=\overline{O}$

ضرب عدد در ماتریس: فقط در یک سطر (ستون) ضرب می شود.

$$\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&\dots&a_{1m}\\a_{21}&&&\\\vdots&&&\\a_{k1}&&&\end{bmatrix}\begin{bmatrix}b_{11}&b_{12}&\dots&b_{1k}\\b_{21}&&&\\\vdots&&&\\b_{m1}&&&\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C_{11}&.&.&.\\.&&&.\\.&&&.\\.&.&.&C_{kl}\end{bmatrix}_{k\times L}$$

قضیه ی کیلی – همیلتن: هر ماتریس در معادله ی مشخصه ی خود صدق می کند.

فرمول نامه

$$A^2 - tr(A)A + |A|I = \overline{O}$$

انواع ماتریس

ماتریس بالا مثلثی
$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{bmatrix}$$

ماتریس پایین مثلثی
$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ b & c & 0 \\ d & e & f \end{bmatrix}$$

ماتریس قطری
$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

ماتریس شبه قطری
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & b & 0 \\ c & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ترانهاده ی A

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{bmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{bmatrix}$$

نکته: اگر $A_{m\times n}$ باشد آنگاه $A^t_{n\times m}$.

1) $(A-B)^t = B^t - A^t$

2) $(A+B)^t = A^t + B^t$

3) $(rA)^t = rA^t$

4) $(A^n)^t = (A^t)^n$

5) $(A^t)^t = A$

6) $(AB)^t = B^t A^t$

7) $A^t = -A$ ماتریس پاد متقارن

8) $A^t = A$ ماتریس متقارن

9) $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$

10) $(A^t)^* = (A^*)^t$

نکته: درایه های ماتریس متقارن نسبت به قطر اصلی باهم برابرند. و درایه های روی قطر اصلی ماتریس پادمتقارن همگی صفر و بقیه درایه ها نسبت به قطر اصلی قرینه ی هم اند.

اگر $A_{n\times n}$ آنگاه

$\frac{1}{2}\left(A+A^t\right)$ متقارن است

$\frac{1}{2}\left(A-A^t\right)$ پاد متقارن است

$$A_{n\times n}=\frac{1}{2}\left(A+A^t\right)+\frac{1}{2}\left(A-A^t\right)$$

$$\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}^n=\begin{bmatrix}\cos n\theta & -\sin n\theta\\ \sin n\theta & \cos n\theta\end{bmatrix}$$

ماتریس دوران زاویه ی θ حول مبدأ مختصات $= R_\theta$

$$\left(R_\theta\right)^n=R_{n\theta}$$

$$R_\theta^{-1}=\left(R_\theta\right)^t=R_{(-\theta)}$$

$$R_\alpha.R_\beta=R_{(\alpha+\beta)}$$

نکته: det ماتریسی که سطر (ستون) صفر داشته باشد، برابر صفر است.

نکته: اگر در ماتریسی سطر (ستون) مضربی از سطر (ستون) دیگری باشد، آنگاه det=0.

نکته: اگر k ضربدر n سطر (ستون) ماتریسی شود، آنگاه det حاصل k^n برابر می شود.

نکته: اگر جای یک سطر (ستون) ماتریسی با سطر (ستون) دیگری عوض شود، آنگاه det حاصل قرینه می شود.

نکته: اضافه و کم کردن یک مقدار از سطری، به سطر یا از سطر دیگری تاثیری در det ندارد.

مثال آموزشی:

اولیه: $\begin{vmatrix}2 & 4\\ 5 & 7\end{vmatrix}=14-20=-6$

$2R_1+R_2$ (ثانویه): $\begin{vmatrix}2 & 4\\ 4+5 & 8+7\end{vmatrix}=30-36=-6$

det ماتریس های قطری و مثلثی = حاصل ضرب اعضای روی قطر اصلی

det ماتریس شبه قطری $= (-1)^{\frac{n}{2}}(a_1 .... a_n)$

$$\begin{bmatrix} O & & a_1 \\ & a_2 & \\ a_n & & O \end{bmatrix}$$

$$1)\begin{vmatrix} ka & a & x \\ kb & b & y \\ kc & c & z \end{vmatrix} = 0$$

$$2) if : A_{n\times n}, B_{\min} \Rightarrow |AB| = |A||B|$$

$$3) |A^k| = |A|^k$$

$$4) |KA_{n\times n}| = K^n |A|$$

$$5) if : A_{2\times 2} \Rightarrow |A^t| = |A|$$

$$6) \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}_{3\times 2} \times \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}_{2\times 3}, 3 > 2 \Rightarrow \det(A \times B) = 0$$

det ماتریس پاد متقارن از مرتبه ی فرد = ۰

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g \pm Q & h \pm H & l \pm L \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & n & l \end{vmatrix} \pm \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ Q & H & L \end{vmatrix}$$

det واندرموند:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 1 & b & b^2 & b^3 \\ 1 & c & c^2 & c^3 \\ 1 & d & d^3 & d^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix} = (d-c)(d-b)(d-a)(c-b)(b-a)$$

دستور ساروس:

$$\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ a & b & c & a & b & c \\ d & e & f & d & e & f \\ g & h & j & g & h & j \end{array}$$

$$\det(A) = 1+2+3-(4+5+6)$$

فصل پنجم

شرط وارون پذیری $|A|\neq 0$

$$(A^{-1})^{-1}=A \qquad |A^{-1}|=\frac{1}{|A|}=|A|^{-1} \qquad AA^{-1}=I$$

برای هر ماتریس n×n: ← $|A^*|=|A|^{n-1}$ $\qquad A^{-1}B^{-1}=(BA)^{-1}$

ماتریس الحاقی «ترانهاده ی ماتریس همسازه ی A»

$$(A^*)^*=|A|^{(n-2)}A \qquad |A|^2=|A^*|$$

$$if:|A|\neq0\Rightarrow AA^*=A^*A=|A|I \qquad A^*B^*=(BA)^* \qquad A^{-1}=\frac{A^*}{|A|}$$

روش ماتریس معکوس برای حل دستگاه ۳ معادله ی ۳ مجهولی:

$$AX=B\begin{cases} B\neq\bar{O}\begin{cases}|A|\neq0: \quad X=A^{-1}B=\frac{A^*}{|A|}B \quad \text{جواب منحصر به فرد}\\ |A|=0\begin{cases}\text{(بی شمار جواب) لااقل یک جواب دارد.}\\ \text{بی جواب}\end{cases}\end{cases}\\ B=\bar{O}\Rightarrow\text{دستگاه همگن است}\rightarrow\text{همواره پاسخ صفر دارد}\rightarrow\begin{cases}|A|\neq0 \quad \text{فقط پاسخ صفر دارد}\\ |A|=0 \quad \text{بی شمار پاسخ دارد}\end{cases}\end{cases}$$

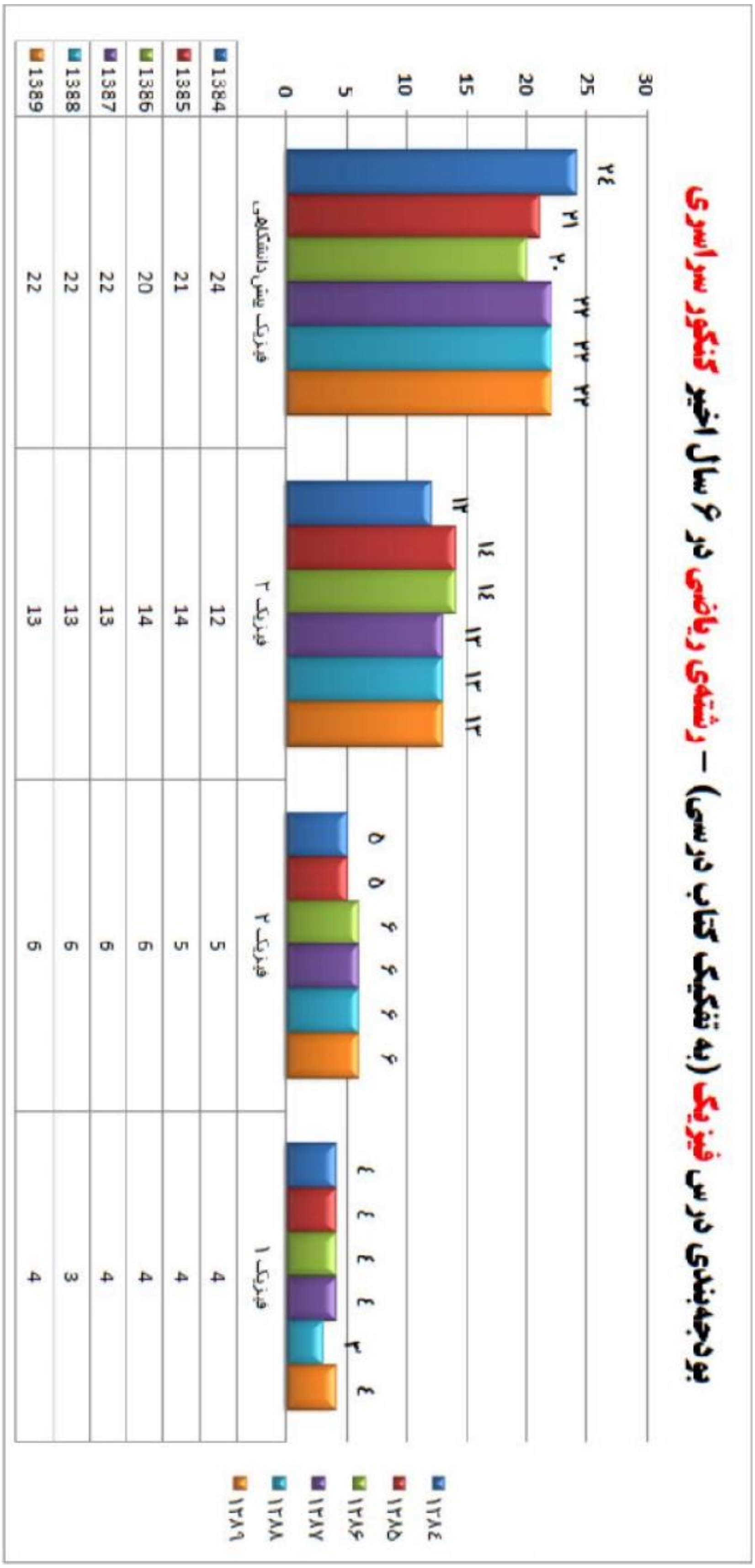
روش کرامر برای حل دستگاه ۳ معادله ی ۳ مجهولی: AX=B

A_i ماتریس حاصل از تعویض ستون i ام A با ماتریس B است.

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|} \qquad x_2 = \frac{|A_2|}{|A|} \qquad x_3 = \frac{|A_3|}{|A|}$$

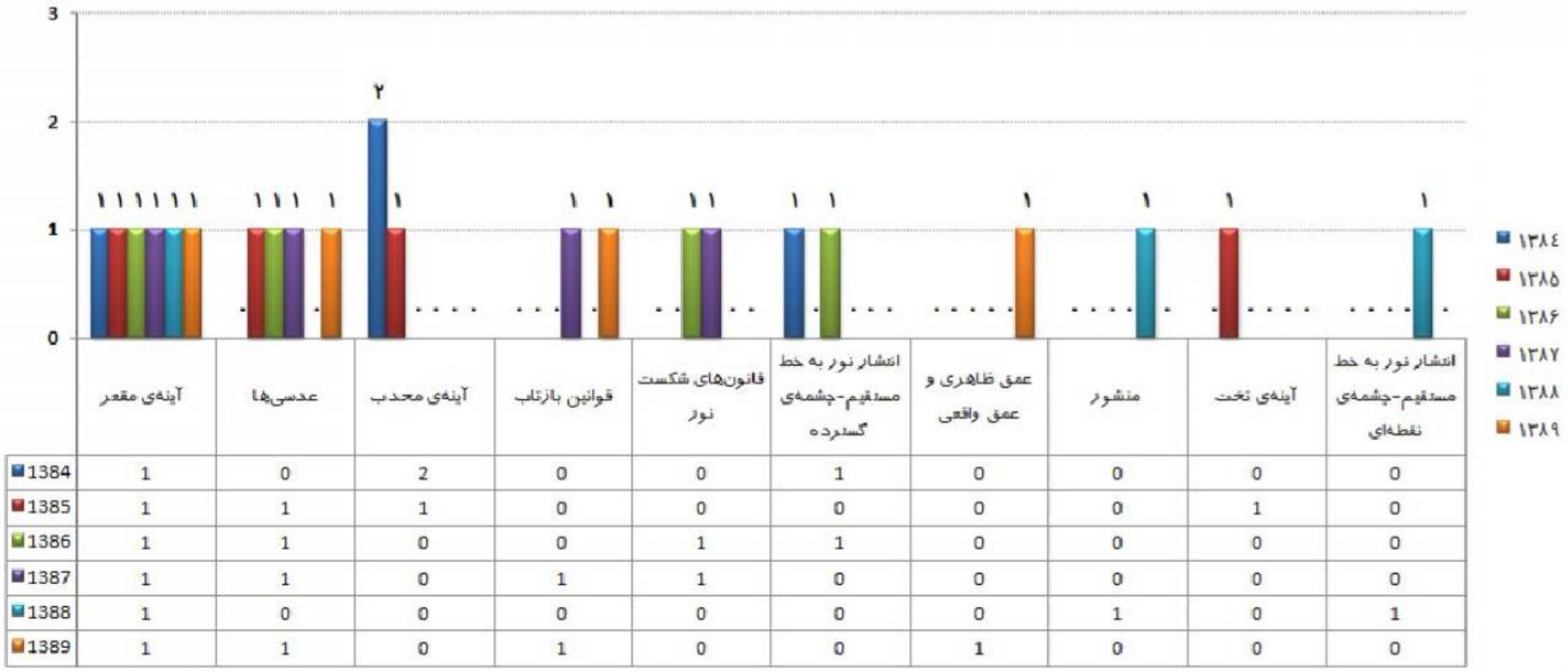
یادداشت فرمول های جدید ریاضی:

فیزیک ۱



	فیزیک ۱	فیزیک ۲	فیزیک ۳	فیزیک پیش‌دانشگاهی
1384	4	5	12	24
1385	4	5	14	21
1386	4	6	14	20
1387	4	6	13	22
1388	3	6	13	22
1389	4	6	13	22

بودجه‌بندی درس فیزیک ۱ – رشته‌ی ریاضی در ۶ سال اخیر کنکور سراسری



	آینه‌ی مقعر	عدسی‌ها	آینه‌ی محدب	قوانین بازتاب	قانون‌های شکست نور	انتشار نور به خط مستقیم-چشمه‌ی گسترده	عمق ظاهری و عمق واقعی	منشور	آینه‌ی تخت	انتشار نور به خط مستقیم-چشمه‌ی نقطه‌ای
1384	1	0	2	0	0	1	0	0	0	0
1385	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0
1386	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
1387	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
1388	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
1389	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0

فرمول نامه

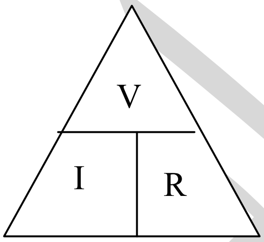
فصل اول

نماد واحد اندازه گیری	واحد اندازه گیری	نام	نماد	فرمول
j	ژول	انرژی جنبشی	k	$k=\frac{1}{2}mv^2$
kg	کیلوگرم	وزن	m	
m/s	متر بر ثانیه	سرعت	V	
j	ژول	انرژی پتانسیل	U	$U=mgh$
kg	کیلوگرم	وزن	m	
m/s^2	۹/۸	شتاب گرانشی در سطح زمین	g	
m	متر	ارتفاع	h	

فصل دوم

نماد واحد اندازه گیری	واحد اندازه گیری	نام	نماد	فرمول
j	ژول	انرژی گرمایی	Q	$Q=mc\Delta\theta$
$j/kg.^\circ c$	—	گرمای ویژه	C	
$^\circ C(k)$	درجه سانتیگراد (کلوین)	اختلاف دما	$\Delta\theta$	
$\frac{j}{m^2.s.^\circ c}\left(\frac{W}{m^2.k}\right)$	—	آهنگ عبور گرما از واحد سطح به ازای اختلاف دما	K	$Q=kAt\Delta\theta$
m^2	متر مربع	مساحت سطح	A	
s	ثانیه	زمان	t	

فصل سوم

نماد واحد اندازه گیری	واحد اندازه گیری	نام	نماد	فرمول
C	کولن	بار الکتریکی	q	$q = \pm ne$
—	—	تعداد الکترون	n	
C	16×10^{-20}	بار الکتریکی یک الکترون	e	
A	آمپر	شدت جریان الکتریکی	I	$I = \frac{q}{t}$
S	ثانیه	زمان	t	
J	ژول	انرژی الکتریکی مصرف شده	w	$w = RI^2t = VIt = \frac{V^2}{R}t$
w	وات	توان الکتریکی	p	$p = \frac{w}{t} = RI^2 = VI = \frac{V^2}{R}$
V	ولت	اختلاف پتانسیل الکتریکی	v	
A	آمپر	شدت جریان الکتریکی	I	
Ω (اُمگا)	اُهم	مقاومت الکتریکی	R	

$$1kwh = 36\times10^5 j$$

بهتر است بدانیم: برای درک اندازه الکترون به بیان یک مثال می پردازیم فرض کنید اتم به اندازه یک میدان فوتبال بزرگ شده باشد دراین صورت هسته آن به اندازه یک توپ پینگ پونگ خواهد بود ولی هنوز الکترون دیده نمی شود و به اندازه یک کک است که بالا و پایین می پرد.

فصل چهارم

تعداد تصاویر دیده شده:

$$n=\left(\frac{360}{\theta}\right)-1$$

زاویه بین دو آینه ی تخت

در چشمه نور نقطه ای:

$$\frac{S'}{S}=\left(\frac{q}{p}\right)^2$$

مساحت سایه

مساحت حجم

فاصله ی سایه تا منبع نور

فاصله ی جسم تا منبع نور

در چشمه ی نور گسترده:

$$\frac{A'A''+A'B'}{AB}=\frac{q}{p} \qquad \frac{A'A''}{SS'}=\frac{q-p}{p}$$

طول سایه

طول جسم

طول چشمه

طول نیم سایه

برای به یاد ماندن فرمول بالا رسم شکل را به خودتان می سپارم.

$$D=360-2\alpha$$

زاویه ی انحراف

زاویه ی دو آینه

میدان دید :

$$\frac{S'}{S}=\left(\frac{M'N'}{MN}\right)^2=\left(\frac{2d+D}{d}\right)^2$$

مساحت دیوار

مساحت آینه

طول دیوار

طول آینه

فاصله ی ناظر تا دیوار

فاصله ی ناظر تا آینه

نکته: شرط دیدن تصویر تمام قد فرد در آینه ی تخت این است که طول آینه نصف قد فرد باشد؛ و فاصله ی آینه تا کف، نصف فاصله ی چشم تا کف باشد.

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \qquad f=\frac{r}{2}$$

فاصله ی جسم تا آینه

فاصله ی تصویر تا آینه

شعاع آینه

فاصله ی کانونی

نکته:اگر تصویر مجازی باشد، علامت q منفی جاگذاری شود. و اگر آینه محدب باشد، آنگاه علامت f مثبت جاگذاری شود.

کاو= مقعر　　کوژ= محدب

$$if:\begin{cases} m\geq 1 \longrightarrow \\ m<1 \longrightarrow \end{cases}$$

از آینه تا c آینه ی محدب؛ یا آینه مقعر باشد.

خارج از c آینه ی مقعر؛ یا آینه ی محدب باشد.

$$m=\frac{A'B'}{AB}=\frac{q}{p}$$

طول تصویر

طول جسم

فرمول نامه

سرعت انتقال تصویر ⟵ $V_q = -m^2 V_p$ ⟶ سرعت انتقال جسم

↓ بزرگنمایی آینه

فاصله ی جسم تا کانون

$f^2 = aa'$ ⟶ فاصله ی تصویر تا کانون

بزرگنمایی

$f = ma = \frac{a'}{m}$

$if: n = \frac{p}{f} \Rightarrow$ مقعر $m = \frac{1}{|n-1|}$ محدب $m = \frac{1}{|n+1|}$

تصاویر همنوع $\Rightarrow \Delta p = f\left|\frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2}\right|$ $\Delta q = f|m_2 - m_1|$

تصاویر غیر همنوع $\Rightarrow \Delta p = f\left|\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right|$ $\Delta q = f|m_2 + m_1|$

نکته: آینه ی دندان پزشکی مقعر و آینه سرپیچ جاده ها محدب است.

$f = \left|\frac{q}{m \pm 1}\right| = \left|\frac{mp}{m \pm 1}\right| = \left|\frac{md}{m^2 - 1}\right|$ ⟶ فاصله ی جسم تا تصویر

↓ اگر تصویر مجازی باشد، علامت منفی می باشد.

فصل پنجم

ضریب شکست مطلق

$c = 299792458 \approx 3 \times 10^8 \, m/s$ $n = \frac{c}{v}$

سرعت نور (خلا)

سرعت نور در محیط شفاف

$\sin i_c = \frac{1}{n}$ ⟶ ضریب شکست مطلق

زاویه حد

سرعت نور در محیط شفاف ۱

زاویه تابش

عمق ظاهری

$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{h}{h} = \sin i_c$

زاویه شکست

سرعت نور در محیط شفاف ۲

عمق واقعی

فرمول نامه

چشم در محیط رقیق قرار داشته باشد.

$$\frac{h}{h'}=\frac{n_{\text{غ}}}{n_{\text{ر}}}$$

$$AA'=h-h'=h\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

مقدار بالاتر دیده شدن جسم

$$AA'=h-h'=h(n-1)$$

چشم در محیط غلیظ قرار داشته باشد.

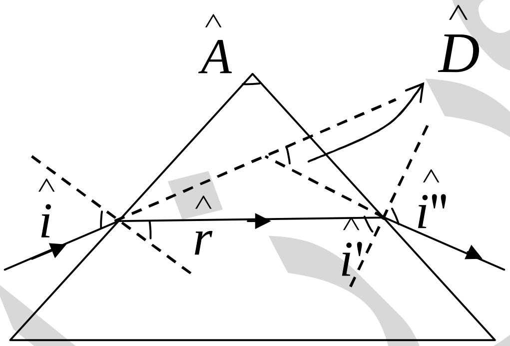
$$\frac{h'}{h}=\frac{n_{\text{غ}}}{n_{\text{ر}}}$$

زاویه ی انحراف در منشور:

$$\hat{D}=\hat{i}+\hat{r}'-\hat{i}'-\hat{r}$$

زاویه ی رأس منشور:

$$\hat{A}=\hat{r}+\hat{i}'$$



اگر جسم روی کانون اصلی عدسی واگرا باشد آنگاه:

$$m=\frac{1}{2}$$

$$m=\frac{A'B'}{AB}=\frac{q}{p}$$

بزرگنمایی

طول تصویر

طول جسم

فاصله ی تصویر تا عدسی

فاصله ی تصویر تا عدسی

$$V_q=m^2V_p$$

سرعت انتقال تصویر

سرعت انتقال جسم

بزرگنمایی عدسی

$$D=\frac{1}{f}$$

دیوپتر

کانون عدسی

عدسی مرکب

$$D=D_1+D_2+D_3+\ldots$$

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_3}+\ldots$$

نکته: اگر یک عدسی را بین یک جسم و دیوار آنچنان جابه جا کنیم؛ که دو بار تصویر واضح جسم روی پرده تشکیل شود، آنگاه:

$$AB=\sqrt{A'_1B'_1\times A'_2B'_2}$$

طول جسم

طول تصویر اول

طول تصویر دوم

$$m_1\times m_2=1$$

بزرگنمایی اول

بزرگنمایی دوم

$$\Delta=L\sqrt{1-\frac{4f}{L}}$$

فاصله ی دو موقعیت عدسی

کانون عدسی

فاصله ی جسم از دیوار

فرمول نامه

کانون عدسی ← $f^2 = aa'$ → فاصله ی تصویر تا کانون

فاصله ی جسم تا کانون

$$f = ma = \frac{a'}{m}$$

بزرگنمایی

$if: n = \frac{p}{f} \Rightarrow$ همگرا $m = \frac{1}{|n-1|}$ واگرا $m = \frac{1}{|n+1|}$

تصاویر همنوع $\Rightarrow \Delta p = f\left|\frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2}\right|$ $\Delta q = f|m_2 - m_1|$

تصاویر غیر همنوع $\Rightarrow \Delta p = f\left|\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right|$ $\Delta q = f|m_2 + m_1|$

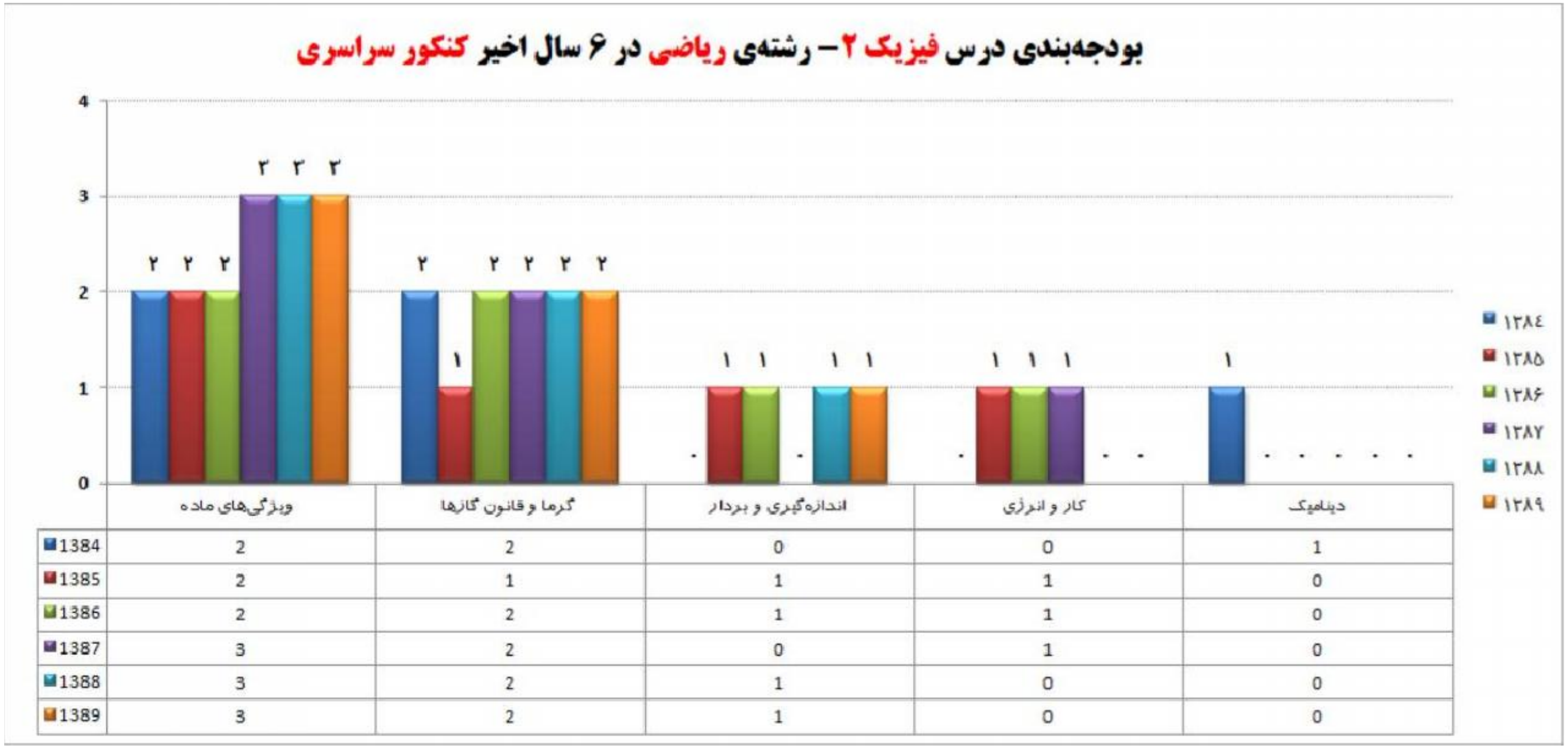
$$f = \left|\frac{q}{m\pm1}\right| = \left|\frac{mp}{m\pm1}\right| = \frac{md}{(m\pm1)^2}$$

اگر تصویر مجازی باشد، علامت منفی می باشد.

ضریب شکست
- قرینه → ۱/۳۷۶
- زلالیه → ۱/۳۳۶
- عدسی → ۱/۴۳۷

$$m_{\text{میکروسکوپ}} = m_{\text{شیئی}} \times m_{\text{چشمی}}$$

فیزیک ۲



بودجه‌بندی درس فیزیک ۲– رشته‌ی ریاضی در ۶ سال اخیر کنکور سراسری

	ویژگی‌های ماده	گرما و قانون گازها	اندازه‌گیری و بردار	کار و انرژی	دینامیک
1384	2	2	0	0	1
1385	2	1	1	1	0
1386	2	2	1	1	0
1387	3	2	0	1	0
1388	3	2	1	0	0
1389	3	2	1	0	0

فصل اول

این فصل فرمول به خصوصی ندارد، ولی مایلم شما را بیشتربا یکاها و واحدهای اندازه گیری و همچنین یه سری مطالب در این زمینه آشنا کنم.

یکاهای دستگاه بین المللی

بین المللی شدن دستگاه متری از پیمان نامه ای درباره ی متر حاصل شده است؛ که در سال ۱۸۷۵ به امضای هفده کشور عضو رسید. دستگاه بین المللیSI در سال ۱۹۶۰ و اساساً به دنبال اصلاحاتی پدید آمد که در یکی از دستگاه های متر_کیلوگرم _ ثانیه (MKS)صورت گرفت.

واحدهای اصلی SI

سنجش	واحد	نماد
طول	متر	M
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	S
جریان الکتریسیته	آمپر	A
دما	کلوین	K
مقدار جسم	مول	mol
شدت روشنایی	کاندلا(شمع)	cd

واحدهای تکمیلی SI

سنجش	نام	نماد
زاویه ی مسطح	رادیان	rad
زاویه ی جسم	استرادیان	sr

متر: مسافتی است که نور در خلاء در بازه ی زمانی $\frac{1}{299792458}$ ثانیه می پیماید.

ثانیه: مدت زمان معادل ۹۱۹۲۶۳۱۷۷۰ دوره ی تناوب تابش مربوط به گذار میان دو تراز فوق ریز حالت پایه اتم سزیوم _۱۳۳ است.

تعریف دیگری از جرم:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(\frac{V}{C})^2}}$$

جرم واقعی جسم وقتی که ساکن است.

جرم باقی مانده

سرعت جسم نسبت به شخص مشاهده کننده

سرعت نور

رادیان

هر زاویه ای را می توان، پس از استقرار رأس آن در مرکز یک دایره، به صورت نسبت کمانی از این دایره که متقابل با زاویه است به شعاع دایره توصیف کرد. با توجه به حذف شدن یکاهای طول در این

نسبت، اندازه ی زاویه به صورت عدد محض بدون یکا بیان می شود .زاویه ای را که این دو طول برای آن با هم مساوی باشند، معادل ۱ رادیان می گیرند .

استرادیان

یکای اندازه گیری زاویه ی فضایی درSI (sr) استرادیان دستگاه بین المللی است .زاویه ی فضایی را می توانیم با یک نسبت توصیف کنیم و بگوییم که زاویه ی فضایی برابر است با نسبت مساحت ناحیه ای از سطح یک کره، که متقابل باشد با زاویه ی موردنظر واقع در مرکز آن کره، به مساحت سطحی که با مجذور شعاع کره مشخص می شود.

یکاهای پرکاربرد:

یک گره ی دریایی برابر با یک مایل دریایی بر ساعت و برابر با ۱/۸۵۲ کیلومتر بر ساعت است.

$$\frac{m}{s}\times\xrightarrow{3/6}{km}/{h}$$

$$1\,ft\ (\text{فوت}) = 30/48\ cm \qquad 1\,in\ (\text{اینچ}) = 2/54cm$$

$$1\ (\text{یارد}) = 3\,ft \qquad 1\,ly\,(\text{سال نوری}) = 9/46\times 10^{12}\,km$$

$$1\,oz\ (\text{اونس}) = 28/35g \qquad 1\,Ib\ (\text{پوند}) = 453/6g$$

$$1\,hp_{el}{}^{(\text{اسب بخار})} = 746w \qquad 1\,cal\ {}^{(\text{کالری})} = 4/186j$$

$$\text{روز نجومی}\ 1 = 23h56\min 4s \qquad c=\frac{5}{9}(\underset{\substack{\downarrow\\ \text{فارانهایت}}}{F}-32)$$

هر بشکه نفت برابر ۱۵۹ لیتر نفت می باشد.

یکاهای فرعی که در کتاب درسی مطرح شده اند.

کمیت	یکا	نماد	بر حسب یکاهای اصلی
نیرو	نیتون	N	$\frac{m.kg}{s^2}$
انرژی، کار، مقدار گرما	ژول	J	$\frac{m^2.kg}{s^2}$
توان	وات	W	$\frac{m^2.kg}{s^3}$
فشار	پاسکال	Pa	$\frac{kg}{m.s^2}$
بسامد	هرتز	Hz	s^{-1}
مقدار بار الکتریکی	کولن	C	A.s
ظرفیت	فاراد	F	$\frac{A^2.s^4}{kg.m^2}$
اختلاف پتانسیل الکتریکی	ولت	V	$\frac{kg.m^2}{A.s^3}$
مقاومت الکتریکی	اهم	Ω	$\frac{kg.m^2}{A^2.s^3}$
شارمغناطیسی	وبر	Wb	$\frac{kg.m^2}{A.s^2}$
میدان مغناطیسی	تسلا	T	$\frac{kg}{A.s^2}$
القا	هانری	H	$\frac{kg.m^2}{A^2.s^2}$

پیشوندهای SI

عامل	پیشوند	نماد
10^{24}	یوتا	Y
10^{21}	زتا	Z
10^{18}	اکسا	E
10^{15}	پتا	P
10^{12}	ترا	T
10^{9}	گیگا	G
10^{6}	مگا	M
10^{3}	کیلو	k
10^{2}	هکتو	h
10^{1}	دکا	da
10^{-1}	دسی	d
10^{-2}	سانتی	c
10^{-3}	میلی	m
10^{-6}	میکرو	μ
10^{-9}	نانو	n
10^{-12}	پیکو	p
10^{-15}	فمتو	f
10^{-18}	آتو	a
10^{-21}	زپتو	z
10^{-24}	یوکتو	y
10^{-10}	آنگستروم	$\overset{o}{A}$

فصل دوم

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t} \longrightarrow$$ شتاب $\left(\frac{m}{s^2}\right)$

$$v=at+v_0$$

$$x=Vt+x_0$$

سرعت (m/s)

مکان اولیه ی جسم در شروع زمان

مکان(m)

زمان (s)

در سقوط آزاد: $V=gt+V_0$

$$y=\frac{1}{2}gt^2+V_0t$$

$$V^2-V_0^2=2gy$$

فصل سوم

$$F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$$

ثابت گرانش $=6/67\times10^{-11}\left(\frac{N.m^2}{kg^2}\right)$

N

kg

m

$$F=kx=ma \longrightarrow \frac{m}{s^2}$$

N

$\frac{N}{m}$

m

kg

$$M_e \approx 6\times10^{24}kg$$

$$R_e \approx 6400km$$

$$\frac{F'}{F}=\frac{m_1'}{m_1}\times\frac{m_2'}{m_2}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

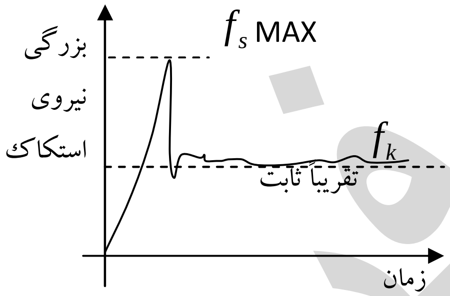
$$g=G\frac{M_e}{R_e^{\ 2}}$$

شتاب گرانشی در سطح زمین

$$\frac{g'}{g_e}=\frac{M'}{M_e}\times\left(\frac{R_e}{R'}\right)^2$$

نکته تکمیلی: نیروی استکاک اساساً برابر با مجموع نیروهای برداری است که در میان اتم های سطحی یک جسم و اتم های سطحی جسم دیگر اثر می کنند. اگر دو سطح فلزی صیقلی و تمیز در یک خلاء کاملاً مناسب (برای حفظ تمیزی سطح) با هم در تماس باشند. نمی توان آنها را بر روی هم لغزاند. چون سطح ها به قدری صاف اند که اتم ها زیادی از یک سطح با اتم های سطح دیگر تماس پیدا می کنند، وسطح ها به طور لحظه ای به یکدیگر جوش سرد می خورند و تکه فلز واحدی را تشکیل می دهند. به ویزه، اگر کارگر ماشینکاری سطح های دو قطعه را کاملاً جلا بدهد و آنها را در خلاء روی هم بگذارند، گرچه تماس اتم به اتم سطح ها کم است اما قطعه ها چنان به هم می چسبند. که فقط با ابزار می توان آنها را از هم جدا کرد. البته، رسیدن به شرایط تماس اتم به اتم سطح ها، معمولاً امکان پذیر نیست، حتی یک سطح فلزی کاملاً صیقلی هم در مقیاس اتمی ناصاف

است. علاوه بر این، چون سطح های اشیای معمولی از لایه های اکسیدی و آلودگی های دیگر پوشیده شده اند، عمل جوش خوردن سرد کاهش پیدا می کند.



موی

$$F_s=\mu_k N$$

ضریب استکاک ایستایی (واحد ندارد)

$$N=mg$$

N kg

$$F_k=\mu_k N$$

ضریب استکاک جنبشی (واحد ندارد)

$$0<\mu_k<\mu_s<1$$

وزن ظاهری شخص در حرکت آسانسور

$$F=W'=m(g\pm a)$$

$$\sum F_{\text{موافق}} - \sum F'_{\text{مخالف}} = \sum ma$$

اگر آسانسوررو به پایین حرکت کند علامت منفی شود همچنین علامت a باید رعایت شود.

فصل چهارم

توان مفید

$$R_a=\frac{p}{p}\times 100$$

بازده اولیه

j m

$$u_e=\frac{1}{2}kx^2$$

j N m زاویه ی بین d,f

$$W=Fd\cos\alpha$$

فصل پنجم

رو

$$\rho=\frac{m}{v}\quad \begin{matrix} \rightarrow g & \vee & kg \\ \rightarrow cm^3 & \vee & m^3 \end{matrix}$$

چگالی (جرم حجمی) $\frac{kg}{m^3} \vee g/cm^3$

فرمول نامه

آب $\rho = 1\,{}^{g}/_{cm^3} = 1000\,{}^{kg}/_{m^3}$

$$\text{Pa} \leftarrow P = \frac{F \rightarrow \text{N}}{A \rightarrow m^2}$$

$$\underset{\downarrow\,\text{Pa}}{P} = \underset{\searrow\,{}^{kg}/_{m^3}}{\rho}\,\overset{\curvearrowright\,10}{g}\,\underset{\searrow\,\text{m}}{h}$$

$$76\,mmHg = 1atm = 10^5\,pa$$

فشار پیمانه ای $P - P_0 = \rho gh$

مخزن

در بالابر هیدرولیکی:

مساحت صفحه بزرگ

قطر صفحه ی بزرگ

نیروی وارد بر صفحه ی بزرگ

جابه جایی صفحه ی کوچک

$$\frac{F}{f} = \frac{A}{a} = \left(\frac{D}{d}\right)^2 = \frac{h}{H}$$

نیروی وارد بر صفحه ی کوچک

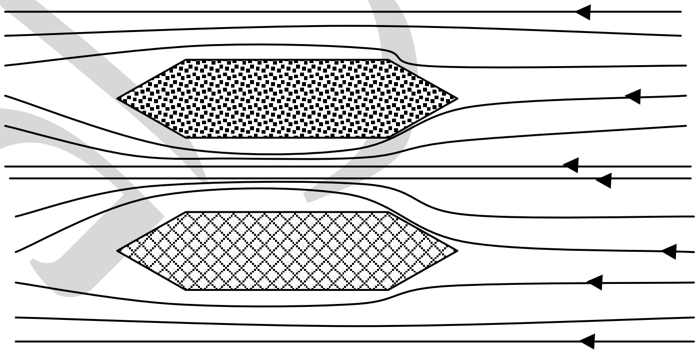
جابه جایی صفحه ی بزرگ

مساحت صفحه کوچک

قطر صفحه ی کوچک

بهتر است بدانید

دیده شده هنگامی که دو کشتی به موزات هم در نزدیکی یکدیگر حرکت می کنند. همدیگر را جذب می نمایند. و حتی گاهی اوقات با هم برخورد می کنند. علت قانون جاذبه ی بین دو جسم نیست، بلکه این پدیده را اصل برنولی به خوبی توجیه می کند.



اصل برنولی: این اصل در سال 1762 میلادی به وسیله ی برنولی بیان شد. بنا بر این اصل در هر سیال وقتی که سرعت حرکت سیال کم می شود ، فشار در آن ناحیه بالا می رود. و بلعکس؛ البته این قانون شروطی هم دارد که بیانشان خارج از حوصله ی این کتاب می باشد. فرقی نمی کند که دو کشتی ثابت باشند وآب جریان داشته باشد یا آب ساکن باشد و دو کشتی در حال حرکت باشند. به هر حال بین دو کشتی که مسیر باریکتر است جریان آب سریعتر از نقاط دیگر است در نتیجه فشاری که آب در این قسمت بر اجسام وارد می کند.کمتر

از فشاری است که آب اطراف کشتی به بدنه ی کشتی وارد می کند. لذا فشار زیادتر آب خارج، سبب می شود که کشتی ها به طرف هم رانده شوند.

بهتر است بدانید: حداقل شش حالت برای ماده وجود دارد. این شش حالت عبارتند از :جامد، مایع، گاز، پلاسما، حالت چگالیده بوز-انیشتین و حالت چگالیده فرمیونی

فصل ششم

$$T(k)=\theta(^\circ C)+273/15$$

دمای تعادل

$$\theta_e=\frac{m_1c_1\theta_1+m_2c_2\theta_2+\dots}{m_1c_1+m_2c_2+\dots}$$

$$\text{ظرفیت گرمایی گرما سنج}=\underset{\text{فلاسک}}{\underset{\downarrow}{M_{C_F}}}+\underset{\text{همزن}}{\underset{\downarrow}{M'_{C_M}}}+\underset{\text{دما سنج}}{\underset{\downarrow}{M''_{C_T}}}=A$$

$$C_{\text{آب}}=4200\ {}^{j}\!/_{kg.^\circ c}\qquad C_{\text{یخ}}=2100\ {}^{j}\!/_{kg.^\circ c}$$

$$L_{f\,\text{یخ}}=334000\ {}^{j}\!/_{kg}\qquad L_{v\,\text{آب}}=2256000\ {}^{j}\!/_{kg}$$

$$\underset{\text{j}}{\underset{\downarrow}{Q}}=\pm\underset{\text{انجماد}}{\underset{\downarrow}{m}}\underset{\text{kg}}{\underset{\downarrow}{L_f}}\rightarrow {}^{j}\!/_{kg}$$

(گرمای نهان ذوب)

$$Q=\pm mL_v$$

j میعان kg ${}^{j}\!/_{kg}$

(گرمای نهان تبخیر)

$$\underset{\text{مقدار رسانش (j)}}{Q}=\frac{KAt\Delta\theta}{L}$$

K: $\frac{W}{m.k}\ \vee\ \frac{j}{s.m.k}$ ، A: m^2 ، t: s ، $\Delta\theta$: $^\circ c$ ، L: m

$$\underset{\text{بازده}}{\underset{\downarrow}{P}}=\frac{Q}{t}$$

$$\text{m}\leftarrow L=\underset{\text{m}}{L_0}(1+\alpha\Delta\theta)$$

α: $\frac{1}{k}\ \vee\ \frac{1}{^\circ c}$

$$\Delta L=\alpha L\Delta\theta$$

برای طول α

$$\text{درصد تغییرات طولی}=\frac{\Delta L}{L}\times100=\alpha\Delta\theta\times100$$

برای سطح 2α

برای حجم $3\alpha=\beta$

فرمول نامه

فشار (Pa) ←

$$\frac{p_1v_1}{T_1}=\frac{p_2v_2}{T_2} \searrow \left(m^3\right)$$

حجم

دما $^\circ k$

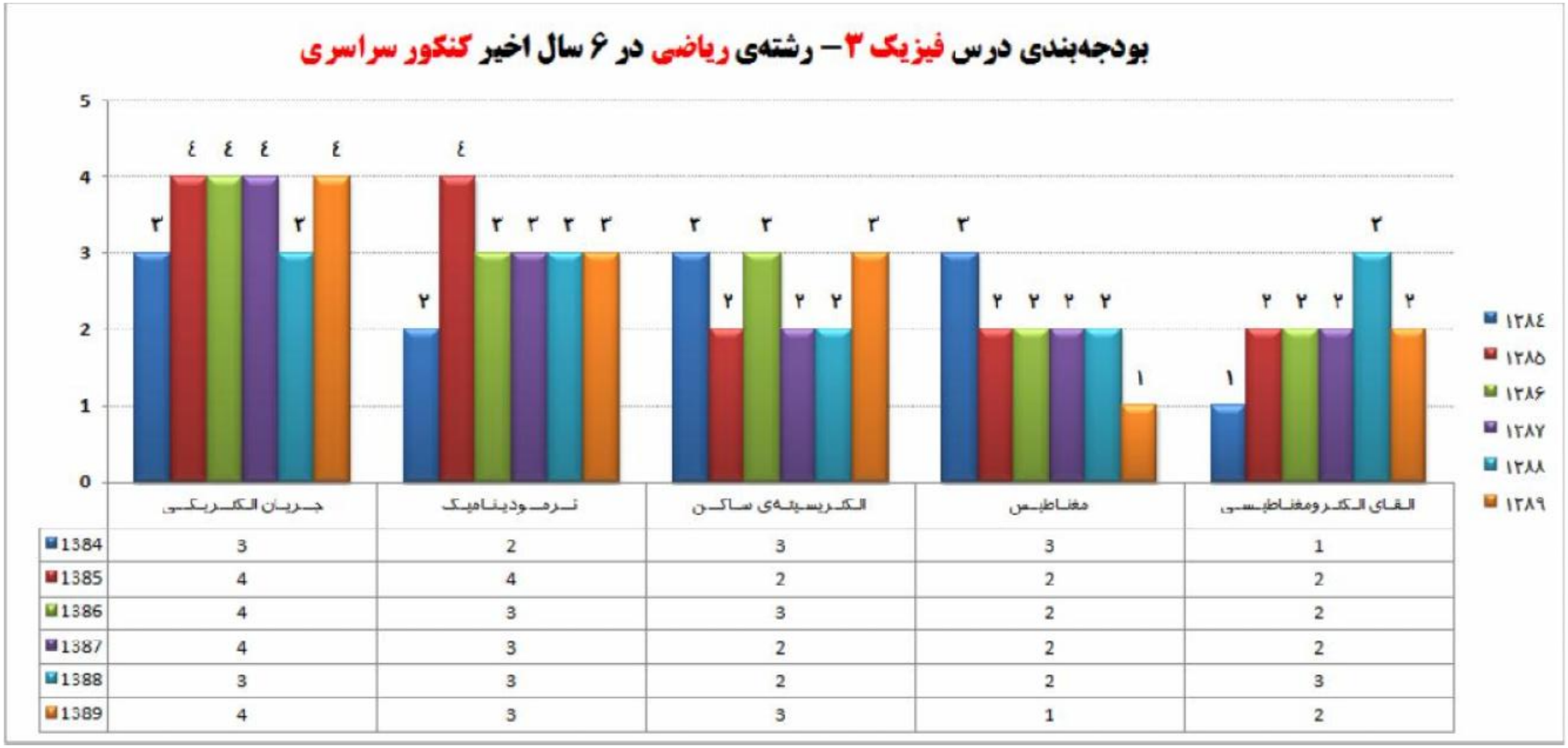
$$\rho_2=\frac{\rho_1}{1+\beta\Delta\theta}$$

اثر تغییرات دما بر چگالی مایع(افزایش دما باعث کاهش چگالی مایع می شود.)

ضریب انبساط ظاهری در مایعات $\beta-3\alpha$

نکته:به گازی که نیروی بین مولکولی آن تقریباً صفر باشد و چگالی گاز بسیار کم باشد. گاز کامل می گویند.

فیزیک ۳



بودجه‌بندی درس فیزیک ۳– رشته‌ی ریاضی در ۶ سال اخیر کنکور سراسری

	جریان الکتریکی	ترمودینامیک	الکتریسیته‌ی ساکن	مغناطیس	القای الکترومغناطیسی
🟦 1384	3	2	3	3	1
🟥 1385	4	4	2	2	2
🟩 1386	4	3	3	2	2
🟪 1387	4	3	2	2	2
🟦 1388	3	3	2	2	3
🟧 1389	4	3	3	1	2

فرمول نامه

فصل اول

$$\text{mol} \leftarrow n=\frac{m}{M}$$

kg

$\frac{kg}{mol}$

$$PV=nRT$$

Pa

mol

$^{\circ}k$

m^3

ثابت گازها $8/314\ \frac{j}{mol.^{\circ}k}$

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}$$

$^{\circ}k$

$$\text{j} \leftarrow Q=nC_{mv}\,\Delta T$$

هم حجم

mol

ظرفیت گرمایی مولی $\frac{j}{mol.^{\circ}k}$

$$W=-P\Delta V=-nR\Delta T$$

j

Pa

m^3

$^{\circ}k$

$$w=nC_{mv}\Delta T$$

بی دررو

هم فشار

$$Q=nC_{mp}\Delta T$$

ظرفیت گرمایی مولی $\frac{j}{mol.^{\circ}k}$

C_{mp}:

تک اتمی $C_{mp}=\frac{5}{2}R=20$

دو اتمی $C_{mp}=\frac{7}{2}R=28$

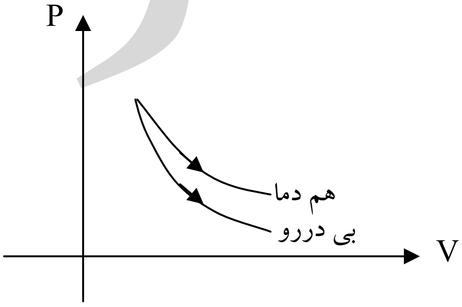
سه اتمی $C_{mp}=\frac{9}{2}R=36$

C_{mv}:

تک اتمی $C_{mv}=\frac{3}{2}R=12$

دو اتمی $C_{mv}=\frac{5}{2}R=20$

سه اتمی $C_{mv}=\frac{7}{2}R=28$



$$\Delta u=Q+W$$

ساعتگرد

$$W=-S \rightarrow$$ مساحت زیر نمودار در چرخه

در هم دما: $\Delta u=0$ $\quad Q=-W$

در چرخه: $\Delta u=0$ $\quad Q=-W$

در بی دررو: $\Delta u=W=nC_{MV}\Delta T$ $\quad Q=0$

فرمول نامه

در ماشین گرمایی:

$$P = \frac{W}{t}$$

$W \rightarrow$ j

$t \rightarrow$ s

توان (W) (وات)

$$Q_H = |W| + |Q_C|$$

$|Q_C| \rightarrow$ منبع سرد (گرمای گرفته شده)

$|W| \rightarrow$ کار

$Q_H \rightarrow$ منبع گرم (گرمای داده شده)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$$

$\eta \rightarrow$ بازده (واحد ندارد)

$\eta \rightarrow$ اتا

$$\frac{|Q_C|}{Q_H} = \frac{T_C}{T_H}$$

$T_C \rightarrow$ دمای منبع سرد

$T_H \rightarrow$ دمای منبع گرم

$$0 < \eta < 1$$

$$\eta_{MAX} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

$T_C, T_H \rightarrow {}^\circ k$

در یخچال:

$$\Delta u = -|Q_H| + W + Q_C$$

$$|Q_H| = W + Q_C$$

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{Q_C}{|Q_H| - Q_C} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

$K \rightarrow$ ضریب عملکرد (واحد ندارد)

$$\frac{Q_C}{|Q_H|} = \frac{T_C}{T_H}$$

$T_C, T_H \rightarrow {}^\circ k$

$$P = \frac{W}{t} \qquad 2 < K < 7 \qquad |Q_H| = (K+1)W$$

فصل دوم

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$F \rightarrow$ N

$q_1 q_2 \rightarrow$ c

$r^2 \rightarrow$ m

$$k \rightarrow 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$$

$$\varepsilon_0 = 8/85\times10^{-12} \frac{c^2}{N.\ m^2}$$

$\varepsilon_0 \rightarrow$ ضریب گذر دهی الکتریکی خلأ

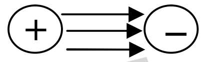
$$\frac{F'}{F} = \frac{q'_1}{q_1}\times\frac{q'_2}{q_2}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$$

$$if : F_1 = F_2 \Rightarrow F_T = 2F_1\cos\frac{\alpha}{2}$$

فرمول نامه

دو قطبی الکتریکی



$$if: q_2 > q_1 \Rightarrow x = \frac{r}{\sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \pm 1}$$

بارهای همنام

بارهای غیرهمنام

فاصله از بار کوچکتر

$$E = \frac{F}{q} = k\frac{q}{r^2} = \frac{V}{d} = \frac{\sigma}{k\varepsilon_0}$$

$\frac{N}{C} \vee \frac{v}{m}$ v $\frac{c}{m^2}$

9×10^9 (m) متر ضریب دی الکتریک

$$\sigma = \frac{q}{A}$$

c m^2

چگالی سطحی بار $\left(\frac{c}{m^2}\right)$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{q_2}{q_1} \times \frac{A_1}{A_2}$$

اگر کره باشد :

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{q_2}{q_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

شعاع کره

در معلق ماندن ذره ی باردار:

$$Eq = ma = mg \quad و \quad V^2 - V_0^2 = 2ad$$

درمیدان الکتریکی:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = Ed$$

$$\Delta U = \underset{c}{W} = Eqd = Vg$$

در ظرفیت خازن:

$$C = \frac{q}{v}$$

c v

F فاراد

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{q_2}{q_1} \times \frac{v_1}{v_2}$$

$$C = k\varepsilon_\circ \frac{A}{d}$$

m^2 m

F $k \geq 1$ ضریب دی الکتریک

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{K_2}{K_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2}qV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

اتصال موازی خازن ها

$$\left.\begin{aligned} V_T &= V_1 = V_2 = V_3 \\ q_T &= q_1 + q_2 + q_3 \\ C_T &= C_1 + C_2 + C_3 \end{aligned}\right\}$$

اگر C ها برابر باشند :

$$\underset{\text{مخلوط}}{C} = \frac{\overset{\text{شاخه های موازی}}{m}}{\underset{\text{خازن های متوالی}}{n}}C$$

اتصال متوالی (سری) خازن ها

$$\left.\begin{aligned} q_T &= q_1 = q_2 = q_3 \\ V_T &= V_1 + V_2 + V_3 \\ \frac{1}{C_T} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \end{aligned}\right\} \Longleftarrow$$

برای دو خازن : $C_T = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2}$

در موازی: C_T بزرگترین C می باشد؛ و در متوالی: C_T کوچکترین C می باشد.

نکته: اگر دو خازن با ظرفیت های متفاوت را به دو ولتاژ مختلف وصل کرده و سپس آن دو را به هم وصل کرده. آنگاه :

در موازی: $U'_T = \frac{1}{2}C_T V_T^2$

$$V_T = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2} = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2}$$

در متوالی: $U'_T = \frac{1}{2}C_T V_T^2$

$$V_T = \frac{|C_1V_1 - C_2V_2|}{C_1 + C_2} = \frac{|q_1 - q_2|}{C_1 + C_2}$$

فصل سوم

$$\overset{\Omega}{R} = \underset{\Omega m}{\rho}\frac{\overset{m}{L}}{\underset{m^2}{A}}$$

(مقاومت ویژه)

$$\underset{(A)}{\overset{C}{q}} = \overset{A}{I}\underset{(h)}{\overset{S}{t}}$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

فرمول نامه

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho_2}{\rho_1}\times\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}\xrightarrow[\text{باشد}]{\text{اگر دایره}}\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho_2}{\rho_1}\times\frac{L_2}{L_1}\times\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\underset{\text{ثانویه}}{\rho}=\underset{\text{اولیه}}{\rho_0}\left(1+\underset{\frac{1}{^\circ c}\ or\ \frac{1}{^\circ k}}{\alpha}\overset{(\theta_2-\theta_1)}{\Delta\theta}\right)\qquad\Delta\rho=\alpha\rho_0\Delta\theta$$

$$R_2=R_1\left(1+\overset{\frac{1}{^\circ k}}{\alpha}\Delta\theta\right)\qquad\Delta R=\alpha R_{\circ}\Delta\theta$$

اگر سیمی را به n قسمت مساوی تقسیم و روی هم بتابانیم یا موازی به هم وصل کنیم.

$$R'=\frac{R}{n^2}$$

در سیم وقتی طول تغییر کند

$$\frac{R_2}{R_1}=\left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2$$

در سیم وقتی شعاع تغییر کند

$$\frac{R_2}{R_1}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^4$$

توان الکتریکی یا گرمایی یا مصرفی یا مفید یا خروجی

$$U=RI^2t=Vq\qquad p=\frac{U}{t}=RI^2=VI=\frac{V^2}{R}\qquad\underset{j}{\overset{kwh}{U}}=\underset{w}{\overset{kw}{P}}\underset{s}{\overset{h}{t}}$$

$$U=\overset{\text{نیروی محرکه ی مولد (v)}}{\varepsilon}q\qquad\overset{\text{انرژی مصرفی باتری (j)}}{U}=\varepsilon It\qquad\overset{\text{ولتاژ دو سر مولد}}{V}=\varepsilon-\underbrace{Ir}_{\text{افت پتانسیل مولد}}$$

$$\overset{\text{توان اولیه یا تولیدی یا اسمی}}{P_0}=\varepsilon I\qquad\overset{\text{توان خروجی یا مفید یا مصرفی}}{P}=\varepsilon I-\overset{\text{توان تلف شده}}{rI^2}$$

$$RI=\varepsilon-Ir\qquad\overset{\text{نیروی محرکه ی مولد}}{\varepsilon}=I(R_T+r)$$

$$\underset{\text{شدت جریان مولد}}{I}=\frac{\varepsilon}{R_T+r}\qquad\frac{\overset{\text{اسمی}}{V_n^2}}{\underset{\text{اسمی}}{P_n}}=\text{مقاومت مصرف کننده}$$

فرمول نامه

$$P_{MAX} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

$$P_{MAX} \xrightarrow{\text{شرط}} I = \frac{\varepsilon}{2r}$$

اتصال موازی مقاومت ها

$$\left.\begin{array}{l} V_T = V_1 = V_2 = V_3 \\ I_T = I_1 + I_2 + I_3 \\ \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{array}\right\}$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \xrightarrow[\text{مقاومت}]{\text{برای دو}} R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

اتصال سری مقاومت ها

$$\left.\begin{array}{l} I_T = I_1 = I_2 = I_3 \\ V_T = V_1 + V_2 + V_3 \\ R_T = R_1 + R_2 + R_3 \end{array}\right\}$$

اگر R ها برابر باشند :

$$R_{\text{مخلوط}} = \frac{\overset{\text{مقاومت های سری}\ \nearrow}{n}}{\underset{\rightarrow\ \text{مقاومت های موازی}}{m}} R$$

ترکیب مقاومت با خازن

$$\left\{\begin{array}{lll} q = C\varepsilon & u = \frac{1}{2} C\varepsilon^2 & \text{سری} \\ q = CV & u = \frac{1}{2} CV^2 & \text{موازی} \end{array}\right.$$

بازده یا راندمان مولد

$$R_a = \frac{P}{P_0} = \frac{\varepsilon - IV}{\varepsilon} = 1 - \frac{Ir}{\varepsilon} = \frac{V}{\varepsilon}$$

بازده تلف شده یا

مصرفی یا خروجی یا

$$R_a = \frac{R_T}{R_T + r}$$

فصل چهارم

$$\overset{N}{F} = \overset{T}{B}\overset{A}{I}\overset{m}{L}\sin\theta \longrightarrow \text{(rad) بین I,B}$$

$$\overset{\text{تسلا}}{T} = \frac{N}{A.\ m} = \frac{N.s}{c.\ m} = 10^4 \overset{\text{گاؤس}}{G}$$

$$\overset{N}{F} = \underset{C}{q}\underset{m/s}{V}\underset{T}{B}\sin\theta \longrightarrow \text{(rad) بین B,V}$$

$$\frac{E}{B} = V \longrightarrow \text{سرعت ذره در میدان}$$

فرمول نامه

$$\underset{\downarrow\ \text{T}}{B} = 2\times10^{-7}\,\frac{I \to \text{A}}{r \to \text{m}}$$

$$I_2 > I_1$$

$$x = \frac{r}{\frac{I_2}{I_1} \pm l}$$

فاصله از جریان کوچکتر

میدان مغناطیسی همسو

غیر همسو

$$B = \underset{\downarrow}{\mu_0}\,\frac{NI \longrightarrow \text{A}}{2r \longrightarrow \text{(m)}}$$

شعاع (m)

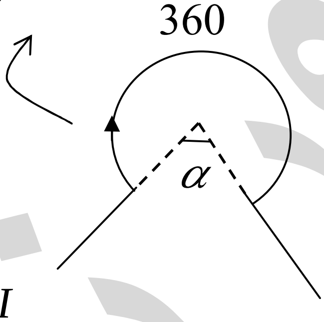
ضریب تراوایایی مغناطیسی خلاء $= 4\pi\times10^{-7}\,\dfrac{T.m}{A}$

$$N = \frac{L \longrightarrow}{2\pi r}$$

طول سیم

تعداد حلقه

$$N = 1 - \frac{\alpha}{360}$$



$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{N_1}{N_2}\times\frac{I_1}{I_2}\times\frac{r_2}{r_1}$$

$$\overset{\text{T}}{B} = \underset{\downarrow}{k\mu_0}\,\frac{N}{L}\,I$$

تعداد حلقه

طول سیم

ضریب هسته ی فلزی

$$\underset{\downarrow\ \text{N}}{F_{MAX}} = 2\times10^{-7}\,\frac{I_1 I_2}{r}\,L \longrightarrow$$

طول

فاصله ی دو سیم

فصل پنجم

$$\varepsilon = RI$$

Wb(وبر)

T

بین خط عمود بر سطح حلقه با میدان

$$\phi = BA\cos\theta$$

فی

$$m^2$$

$$wb = T.m^2 = V.s$$

V

wb

$$\left|\bar{\varepsilon}\right| = \left|-N\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right| = \left|-NA\frac{\Delta B}{\Delta t}\cos\theta\right|$$

تعداد حلقه

s

$$\left|\varepsilon\right| = \left|-N\frac{d\phi}{dt}\right| = \left|-NA\frac{d\Delta B}{dt}\cos\theta\right|$$

فرمول نامه

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{N}{R}\frac{d\phi}{dt}$$

جریان القایی

$$\left|\bar{\varepsilon}\right| = BlV \rightarrow m/s$$

V

T

$$\left|\bar{\varepsilon}_L\right| = \left|-L\frac{\Delta I}{\Delta t}\right| \qquad \Delta I \rightarrow A \qquad \Delta t \rightarrow s$$

ضریب خود القاییدگی

(H) (هانری)

$$\left|\varepsilon_L\right| = \left|-L\frac{dI}{dt}\right|$$

$$H = \frac{V}{\frac{A}{s}} = \Omega s$$

$$L = k\mu_\circ A\frac{N^2}{l}$$

عدد

$N^2 \rightarrow$ تعداد حلقه

$l \rightarrow$ طول سیم (M)

مساحت حلقه

H

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{k_2}{k_1}\times\frac{A_2}{A_1}\times\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2\times\frac{l_1}{l_2}$$

$$U = \frac{1}{2}LI^2$$

j H A

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\theta = \omega\, t$$

$$\phi = BA\cos\,\omega\, t$$

$$\varepsilon = NABw\sin\,\omega t = \varepsilon_{MAX}\sin\,\omega t$$

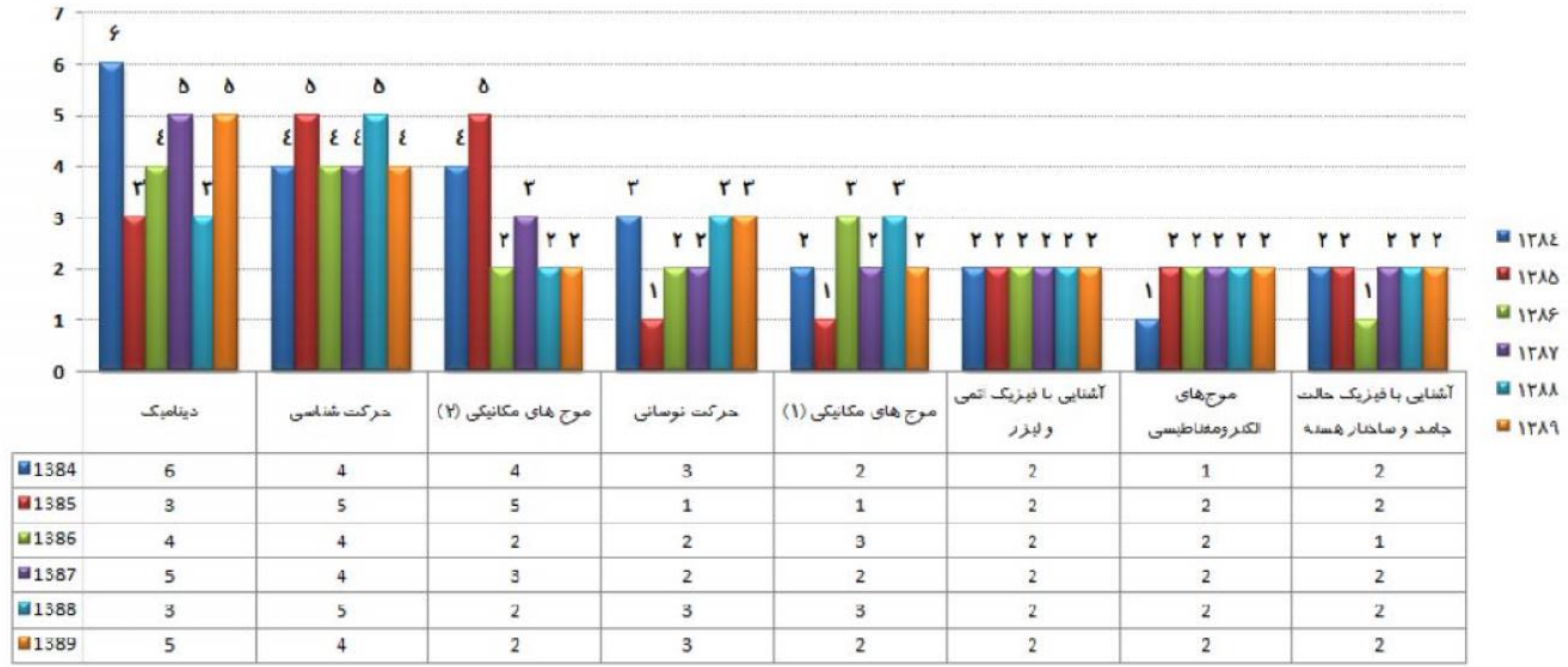
$$I = \underbrace{I_{MAX}}_{\frac{\varepsilon_m}{R}}\sin\omega t$$

$$\phi = \phi_{MAX}\sin\left(\overset{\frac{2\pi}{T}}{\omega} t + \theta_0\right)$$

$\theta_0 \rightarrow$ زاویه هنگام مبدأ

فیزیک پیش دانشگاهی

بودجه‌بندی درس فیزیک پیش‌دانشگاهی – رشته‌ی ریاضی در ۶ سال اخیر کنکور سراسری



آشنایی با فیزیک حالت جامد و ساختار هسته	موج‌های الکترومغناطیسی	آشنایی با فیزیک اتمی و لیزر	موج های مکانیکی (۱)	حرکت نوسانی	موج های مکانیکی (۲)	حرکت شناسی	دینامیک	
2	1	2	2	3	4	4	6	🟦 1384
2	2	2	1	1	5	5	3	🟥 1385
1	2	2	3	2	2	4	4	🟩 1386
2	2	2	2	2	3	4	5	🟪 1387
2	2	2	3	3	2	5	3	🟦 1388
2	2	2	2	3	2	4	5	🟧 1389

فصل اول(فیزیک ۱)

$$\vec{R}'=\vec{F}_2-\vec{F}_1$$

$$R'=\sqrt{f_1^{\,2}+f_1^{\,2}\overset{\text{برآیند}}{\underset{\text{تفاضل}}{\pm}}2\,f_1\,f_2\cos\alpha}$$

$$if:\begin{cases}\alpha=0\rightarrow\Delta v=v_2-v_1\\ \alpha=180\rightarrow\Delta v=v_1+v_2\\ \alpha=90\rightarrow\Delta v=\sqrt{v_1^2+v_2^2}\end{cases}$$

نکته: جابه جایی برداری است که ابتدای حرکت را به انتهای حرکت وصل می کند ولی مسافت طول راه پیموده شده است.

$$\vec{V}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\qquad \begin{cases}x=f(t)\rightarrow t=f^{-1}\\ y=g(t)\rightarrow y=g\left(f^{-1}(x)\right)\end{cases}\qquad \left|\Delta\vec{r}\right|=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}$$

$$\bar{V}=\sqrt{\vec{V}_x^{\,2}+\vec{V}_y^{\,2}}\qquad \left|\begin{aligned}&\vec{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}i+\frac{\Delta y}{\Delta t}j\\ &\vec{V}=\vec{V}_x\,i+\vec{V}_y\,j\end{aligned}\right.$$

در دو بعد
$$\begin{cases}\vec{V}_1=x_1\,\vec{i}+y_1\,\vec{j}\\ \vec{V}_2=x_2\,\vec{i}+y_2\,\vec{j}\end{cases}$$

در چند مرحله
$$\bar{V}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3+\ldots}{\Delta t_1+\Delta t_2+\Delta t_3+\ldots}$$

نکته: اگر کل مسیر حرکت جسمی به n قسمت مساوی تقسیم شود و هر قسمت با سرعت ثابتی طی شود.

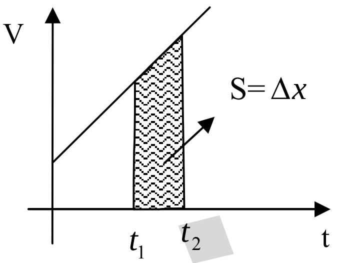
$$\vec{V}=\frac{n}{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\ldots+\frac{1}{v_n}}$$

$$if:\ \underbrace{\longleftrightarrow}_{\frac{x}{n},V_1}\underbrace{\longleftrightarrow}_{\left(\frac{n-1}{n}\right)x,V_2}\rightarrow\bar{V}=\frac{nV_1V_2}{(n-1)V_1+V_2}$$

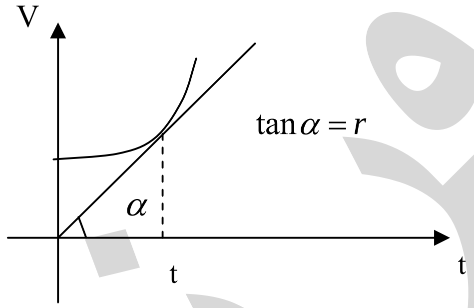
فرمول نامه

در حرکت با شتاب ثابت $V = at + V_0$

$$\overline{V} = \frac{V_1 + V_2}{2}$$



در بازدهی زمانی $[t_1,t_2]$ $\overline{V} = a\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right) + V_0$



سرعت لحظه ای : $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$$

در یک بعدی : $\overline{a} = \frac{\Delta V_x}{\Delta t}$

بردار ΔV هم جهت بابردار a می باشد.

در دو بعد : $\begin{cases} \vec{V}_1 = V_{1_x}\vec{i} + V_{1_y}\vec{j} \\ \vec{V}_2 = V_{2_x}\vec{i} + V_{2_y}\vec{j} \end{cases}$

$$\vec{a} = \frac{\Delta V_x}{\Delta t}\vec{i} + \frac{\Delta V_y}{\Delta t}\vec{j} = \overline{a}_x\vec{i} + \overline{a}_y\vec{j}$$

$$\overline{a} = \sqrt{\overline{a}_x^{\,2} + \overline{a}_y^{\,2}}$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

در دو بعد : $\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} \to \vec{a} = \frac{dV_x}{dt}\vec{i} + \frac{dV_y}{dt}\vec{j} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$

$\begin{cases} a > 0, V > 0 \\ a < 0, V < 0 \end{cases}$ تند شونده در جهت مثبت / تند شونده در جهت منفی

$\begin{cases} a < 0, V > 0 \\ a > 0, V < 0 \end{cases}$ کند شونده در جهت مثبت / کند شونده در جهت منفی

حرکت یکنواخت : $x = Vt + x_0$

سرعت در مکان نهایی

مکان اولیه

$V = at + V_0$

سرعت جسم در حرکت با شتاب ثابت مستقیم الخط افقی

معادله ی مستقل از شتاب : $x = \frac{V + V_0}{2}t + x_0$, $\Delta x = \frac{V + V_0}{2}t$

فرمول نامه

معادله ی حرکت : $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0$

عرض از مبدأ

شیب خط مماس بر نمودار

در لحظه ی شروع حرکت

+ سهمی دارای min

- سهمی دارای MAX

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x$$

در حرکت دو متحرک نسبت به هم داریم:

$$V_N = V_A \pm V_B$$

خلاف جهت

هم جهت

$$x_N = \frac{1}{2}a_N t^2 + V_{0_N} t$$

$$a_N = a_A \pm a_B$$

نکته: برای حرکت دو متحرک همزمان از یک نقطه، لحظه ی برخورد ۲ برابر لحظه ی برابری سرعت هاست. و بیشترین فاصله ی دو متحرک لحظه ی برابری سرعت هاست.

$$\Delta x_n = \frac{1}{2}a(2n-1) + V_0$$

مسافت طی شده در ثانیه ی n

$$\Delta x = \frac{1}{2}an(2t-n) + V_0 n$$

مسافت در n ثانیه ی آخر اگر

متحرک t ثانیه حرکت کند.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2(2n-1) + V_0 t$$

در t ثانیه ی n ام

اگر t=1 جابه جایی در ثانیه

ی n ام بدست می آید

مسافت طی شده پس از ترمز

$$x = \frac{V_0^2}{2|a|}$$

زمان طی شده پس از ترمز

$$t_s = \frac{V_0}{|a|}$$

شتاب کاهنده

در t ثانیه ی m ام

در t ثانیه ی n ام

$$at^2 = \frac{\Delta x_m - \Delta x_n}{m-n}$$

m>n ←

پرتاب و سقوط آزاد در راستای قائم:

$$V^2 - V_0^2 = -2gh$$

$$V = -gt + V_0$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 V_0 t$$

h اوج

$$if : h = \frac{m}{n}h_s \rightarrow V = V_0\sqrt{1-\frac{m}{n}}$$

سرعت اولیه

$$\bar{v} = \frac{h}{\Delta t} = \frac{V+V_0}{2}$$

سرعت جسم به هنگام برخورد با زمین: $V = \sqrt{2gh}$

فرمول نامه

در سقوط آزاد (رها کردن) گلوله :

$$h_{اوج} = \frac{V_0^2}{2g}$$

$$t_{اوج} = \frac{V_0}{g}$$

زمان به هنگام برخورد با زمین

$$\nearrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

راه دوم $\longrightarrow E_A = E_B$

$$\begin{tikzcd} E_A \arrow[d] & = & E_B \arrow[d] \\ K_A + U_A & & K_B + U_B \end{tikzcd}$$

زمان رفت و برگشت : $2t_{اوج} = \dfrac{2V_0}{g}$

زمان در $\frac{1}{n}$ از ابتدای مسیر

$$V' = \frac{V}{\sqrt{n}}$$

$V \longrightarrow$ سرعت به زمین رسیدن

زمان در $\frac{1}{n}$ از ابتدای مسیر

$$t' = \frac{\sqrt{n}}{h} t = \frac{t}{\sqrt{n}} \longrightarrow$$

مدت زمان رها شدن جسم تا رسیدن به زمین

زمان به هم رسیدن دو گلوله پس از پرتاب آنها به طرف یکدیگر

$$if\ : h\begin{cases} \downarrow V_{01} \\ \vdots \\ \uparrow V_{02} \end{cases} \Rightarrow t = \frac{h}{|V_{01}| + |V_{02}|}$$

زمین

حرکت این دو جسم در شرایط خلأ نسبت به هم یکنواخت می باشد.

$$if\ : \quad \text{همزمان پرتاب شوند} \quad \begin{matrix} \downarrow V_{0_2} \\ \downarrow V_{0_1} \end{matrix} \Rightarrow h = \frac{1}{2} g_N t^2 + V_{0_N} t$$

$$g_N = 0 \qquad h = V_{0_N} t = V_N t$$

سرعت گلوله ای که رها می شود در ثانیه ی n ام :

$$\bar{V} = \frac{g}{2}(2n-1)$$

نکته: از سطح زمین گلوله ای با سرعت V_0 پرتاب می شود. و در ثانیه های t_2، t_1 از یک نقطه عبور می کند.

V_0؟ h این نقطه از سطح زمین ؟ t اوج ؟

$$t = \frac{t_1 + t_2}{2} \qquad h = 5t_1t_2 \qquad V_0 = 5(t_1 + t_2)$$

پرتاب بالای افق: معادله ی پارامتری حرکت روی محور x ها

$$\nearrow x = V_0 t \cos\alpha$$

زاویه ی بین مسیر پرتاب با سطح زمین

محور x ها : $V_x = V_0 \cos \alpha$

فرمول نامه

$a=-g$ محور y ها $: V_y = -gt + V_{0y} = -gt + V_0 \sin\alpha$

معادله ی پارامتری حرکت روی محور y ها : $y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 + \sin\alpha$

نکته: در نقطه ی اوج پرتابه: $\longleftarrow \quad \frac{dy}{dx} = 0$

نکته : معادله ی مسیر حرکت که معادله ی سهمی که دارای MAX است.

$$: y = \frac{-g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$$

زمان را بدهند $\begin{cases} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_0\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$

زمان را ندهند $V^2 - V_0^2 = -2gh$

نکته: در ارتفاع های ثابت سرعت ها برابر هستند.

$t_{\text{اوج}} = \frac{V_0\sin\alpha}{g}$ $\quad t'_{\text{رفت و برگشت}} = 2\ t = \frac{2V_0\sin\alpha}{g}$

به افق پرتاب

$h_{\text{اوج}} = \frac{V_0^2\sin^2\alpha}{2g}$ $\quad$ برد $\longleftarrow R = \frac{V_0^2\sin 2\alpha}{g} = \frac{2V_xV_y}{g}$

زاویه پرتاب $\longleftarrow \tan\alpha = \frac{4h}{R}$ ($4h \longrightarrow$ اوج)

پرتاب افقی :

$V_x = V_0$ $\quad x = V_0 t$

$V_y = -gt$ $\quad y = -\frac{1}{2}gt^2 \underset{g=10}{=} -5t^2 = -5\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$ $\quad a = -g$

معادله ی مسیر $: y = \frac{-g}{2V_0^2}x^2$ $\quad V^2 - V_0^2 = -2gh$ $\quad$ زمان برخورد به زمین $\longleftarrow t = \sqrt{\frac{h}{5}}$

پرتاب زیر افق:

$$V_{0_x} = V_x = V_0 \cos\alpha$$

$$V_y = -gt - V_0 \sin\alpha$$

معادله ی پارامتری حرکت روی محور x ها

$$x = V_0 + \cos\alpha$$

معادله ی پارامتری حرکت روی محور y ها : $y = \frac{-1}{2}gt^2 - V_0 + \sin\alpha$

معادله ی مسیر:

$$y = \frac{-g\ x^2}{2V_0^2 \cos^2\alpha} - x\tan\alpha$$

فصل دوم(فیزیک۱)

$$\overset{N}{F} = \overset{kg}{m}\overset{\frac{m}{s^2}}{a}$$

ضریب سختی فنر یا ثابت فنر $\left(\frac{N}{m}\right)$

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

$$f = k\Delta x$$

تغییر طول فنر

به هم بستن فنرها به طور موازی

$$\begin{cases} \Delta x_T = \Delta x_1 = \Delta x_2 = \dots \\ F_T = F_1 + F_2 + F_3 + \dots \\ K_T = K_1 + K_2 + K_3 + \dots \end{cases}$$

به هم بستن فنرها به طور متوالی

$$\begin{cases} \Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \dots \\ F_T = F_1 = F_2 = F_3 = \dots \\ \frac{1}{K_T} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3} + \dots \end{cases}$$

برای دو فنر : $K_T = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}$

$$U = \frac{1}{2}K(\Delta x)^2$$

انرژی پتانسیل کشسانی فنر

J=N.m

اگر فنری با ثابت k را به n قسمت مساوی تقسیم کنیم

$$K' = nK$$

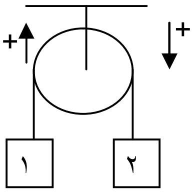
ثابت هر قسمت فنر

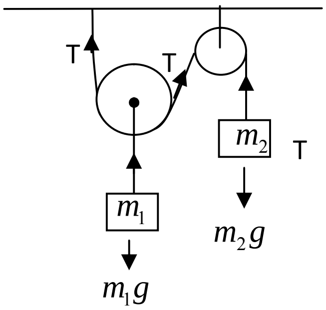
حال اگر این قسمت ها را به صورت موازی ببندیم: $K_T = nK' = n^2K$

در نمودار : $F-\Delta x \Leftarrow S=U$ ↖ مساحت زیر نمودار

ماشین آتوود: $T = 2\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}g$

$$a=\frac{m_1g-m_1g}{m_1+m_2}$$

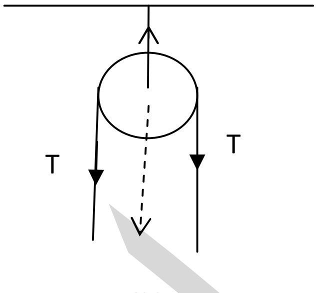


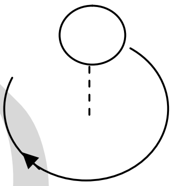


if $: m_2 > \frac{m_1}{m_2}$ $\Longrightarrow$ m_2 به سمت پایین حرکت می کند

$a_2=2a_1$ $\qquad$ $V_2=2V_1$ $\qquad$ $\Delta x_2=2\Delta x_1$

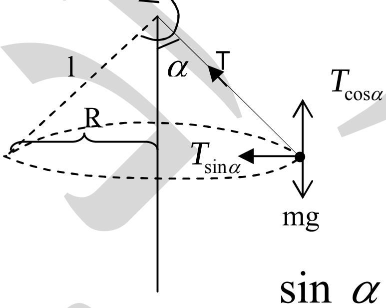
قرقره با جرم : $T'=2T+mg$





چرخاندن به صورت عمودی

$$T_{MAX}-T_{\min} = \begin{cases} 2mg & \text{بی جاذبه} \\ 6mg & \text{با جاذبه} \end{cases}$$



$$T\cos\alpha = mg$$

$$T\sin\alpha = m\frac{V^2}{R}$$

$$\sin\alpha = \frac{R}{l}$$

$$\tan\alpha = \frac{V^2}{Rg}$$

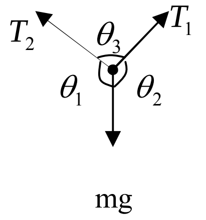
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha}}$$

دوره $T = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{g}}$

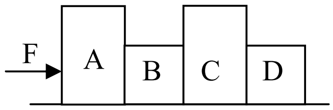
نخ $T = \frac{mg}{\cos\alpha} = ml\omega^2$

فرمول نامه

$$T_{\text{کشش نخ}} = \sqrt{(T\sin\alpha)^2 + (T\cos\alpha)^2} = \sqrt{f_c^2 + (mg)^2}$$



$$\frac{T_1}{\sin\theta_1} = \frac{T_2}{\sin\theta_2} = \frac{mg}{\sin\theta_3}$$



اندازه ی نیروی تکیه گاه (عکس العمل سطح) $\longleftarrow \left|\vec{R}\right| = \sqrt{\underset{\downarrow}{\left|\vec{N}\right|}^2 + \underset{\downarrow}{\left|\vec{f}\right|}^2}$

استکاک

عکس العمل عمودی سطح (وزن)

$$\frac{f}{m_A + m_B + m_C + m_D} = \frac{f_{AB}}{m_B + m_C + m_D} = \frac{f_{BC}}{m_C + m_D} = \frac{f_{CD}}{m_D}$$

$\frac{kg.m}{s}$ (تکانه) $\longleftarrow P = mv = Ft = \sqrt{2mk} \longrightarrow$ J (انرژی جنبشی)

kg $\quad \frac{m}{s} \quad$ N $\quad$ s $\quad$ kg

نکته: زاویه ی سطح شیب دار تا جسم در آستانه ی حرکت به سمت پایین قرار گیرد:

$$\tan\alpha_{s\&k} = \mu_{s\&k}$$

در سطح شیب دار اگر یک جسم را روی آن به سمت بالا پرت کنیم ، آنگاه :

روابط رفت و برگشت : $\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 = \left|\frac{a_1}{a_2}\right| = \frac{\tan\alpha + \mu_k}{\tan\alpha + \mu_k}$

حرکت دایره ای

جابه جایی خطی $\longleftarrow \Delta r = 2R\sin\frac{\Delta\theta}{2}$ $\longrightarrow$ جابه جایی زاویه

مختصات دکارتی $\longrightarrow$ r, θ $\quad x = r\cos\theta \leftrightarrow y = r\sin\theta \quad$ x, y $\longleftarrow$ مختصات قطبی

فرمول نامه

نکته: سرعت زاویه ای متوسط عبارت است از آهنگ متوسط تغییر مکان زاویه ای، یا شیب وتری است . که بین دو نقطه از منحنی $\theta - t$ رسم شود. و یا مساحت محصور شده توسط نمودار $\omega - t$ $\left(\frac{rad}{s}, s\right)$ می باشد.

$$\bar{\omega} = \frac{\overset{rad}{\theta}}{\underset{s}{t}} = \frac{2\pi}{\underset{\text{دوره}}{T}} = 2\pi \underset{\text{بسامد}}{f}$$

اُمگا

سرعت زاویه ی
بسامد زاویه ای
$\left(\frac{rad}{s}\right)$

$$V = r\omega$$

شعاع (m)

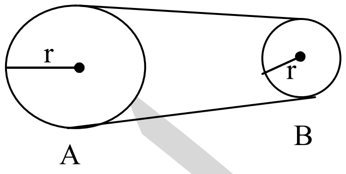
سرعت زاویه ی $\left(\frac{rad}{s}\right)$

سرعت خطی $\left(\frac{m}{s}\right)$

$$a_c = \frac{V^2}{r} = r\omega^2 = V\omega$$

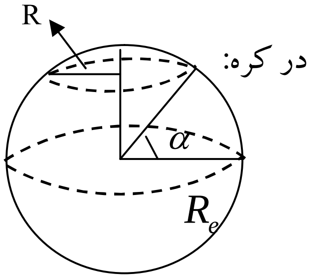
شتاب مرکز گرا یا جانب مرکز

(به جرم بستگی ندارد)



$$V_A = V_B \Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{r_B}{r_A}$$

در کره:

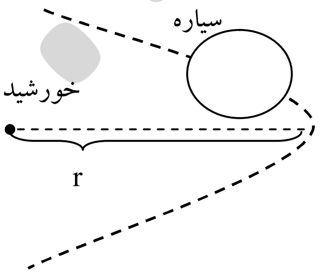


$$R = R_e \cos\alpha$$

شعاع چرخشی نقطه ای در عرض جغرافیایی α درجه شمالی

$$\frac{R}{R_e} = \frac{V}{V_e} = \frac{a_c}{a_{c_e}}$$

$$\frac{a_{c_e}}{a_c} = \frac{r_e}{r} \times \left(\frac{T}{T_e}\right)^2$$



برای هر سیاره ای ،فرمول مقابل عدد ثابتی می دهد: $\left(\frac{T^2}{r^3}\right)$

دوره

فرمول نامه

$$\underbrace{\sum f - \sum f_f}_{f_c} = ma_c = m\frac{V^2}{r} = m\ r\ w^2$$

حرکت اتومبیل در پیچ تخت :

$$T - f_{s\,MAX} = m\frac{V^2}{R} \qquad N = mg \qquad V_{MAX} = \sqrt{R.g.\mu_s}$$

شیب عرضی:

$$if : f_{sMAX} = 0 \Rightarrow \tan\alpha = \frac{V^2}{Rg} \rightarrow \left[\begin{array}{l} N\sin\alpha = m\frac{V^2}{R} \\ N\cos\alpha = mg \end{array}\right.$$

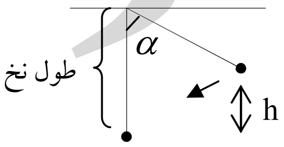
$$a_c = g\tan\alpha \qquad V = \sqrt{Rg\tan\alpha}$$

حالت خاص در آونگ اگر به وضع تعادل برگردد:

$$h = l(1-\cos\alpha) \longrightarrow$$

زاویه ی بین دو حالت نخ

طول نخ



$$V_B = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}$$

حرکت ماهواره:

$$g = \overset{6/67\times10^{-11}}{G}\frac{M}{r^2}$$

میدان برای یک نقطه در اطراف جرم

جرمی که میدان را ایجاد می کند

فاصله ی نقطه از جرم

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{g_2}{g_1} = \frac{M_2}{M_1}\times\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

وزن ظاهری

$$g = \frac{GM_e}{(R_e+h)^2} \qquad g_e = G\frac{M_e}{R_e^2} \qquad g_n = g_0\frac{(R_e)^2}{R_e+h}$$

شعاع زمین

فاصله از سطح

شتاب گرانش در ارتفاع h

۹/۸

فرمول نامه

$$f_c = \frac{GM_e m}{r^2} = \frac{g_e R_e^2 m}{r^2} = mg$$

نیروی مرکز گرا

$$a_c = g = \frac{V^2}{r} = r\ \omega^2 = \frac{g_e R_e^2}{r^2} = V\omega$$

$$V_{\text{ماهوار}} = R_e\sqrt{\frac{g_e}{r}} \qquad \frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{r}{r'}} \qquad \omega = R_e\sqrt{\frac{g_e}{r^3}}$$

$$T_{\text{ماهوار}} = \frac{2\pi}{R_e}\sqrt{\frac{r^3}{g_e}} \qquad \frac{T'}{T} = \sqrt{\left(\frac{r'}{r}\right)^3} \qquad k = \frac{1}{2}mv^2$$

انرژی جنبشی ماهواره

$$V = \sqrt{rg} = R_e\sqrt{\frac{g}{r}} = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \qquad \frac{k'}{k} = \frac{m'}{m} \times \left(\frac{v'}{v}\right)^2$$

برخی مشخصات سیاره ها

کمیت	عطارد	زهره	زمین	مریخ	مشتری	زحل	اورانوس	نپتون
(۱)	۵۷/۹	۱۰۸	۱۵۰	۲۲۸	۷۷۸	۱۴۳۰	۲۸۷۰	۴۵۰۰
(۲)	۰/۲۴۱	۰/۶۱۵	۱	۱/۸۸	۱۱/۹	۲۹/۵	۸۴	۱۶۵
(۳)	۵۸/۷	−۲۴۳*	۰/۹۹۷	۱/۰۳	۰/۴۰۹	۰/۴۲۶	−۰/۴۵۱*	۰/۶۵۸
(۴)	۴۷/۹	۳۵	۲۹/۸	۲۴/۱	۱۳/۱	۹/۶۴	۶/۸۱	۵/۴۳
(۵)	<۲۸	۳	۲۳/۴	۲۵	۳/۰۸	۲۶/۷	۹۷/۹	۲۹/۶
(۶)	۷	۳/۳۹	_	۱/۸۵	۱/۳	۲/۴۹	۰/۷۷	۱/۷۷
(۷)	۰/۲۰۶	۰/۰۰۶۸	۰/۰۱۶۷	۰/۰۹۳۴	۰/۰۴۸۵	۰/۰۵۵۶	۰/۰۴۷۲	۰/۰۰۸۶
(۸)	۴۸۸۰	۱۲۱۰۰	۱۲۸۰۰	۶۷۹۰	۱۴۳۰۰۰	۱۲۰۰۰۰	۵۱۸۰۰	۴۹۵۰۰
(۹)	۰/۰۵۵۸	۰/۸۱۵	۱	۰/۱۰۷	۳۱۸	۹۵/۱	۱۴/۵	۱۷/۲
(۱۰)	۵/۶	۵/۲	۵/۵۲	۳/۹۵	۱/۳۱	۰/۷۰۴	۱/۲۱	۱/۶۷
(۱۱)	۳/۷۸	۸/۶	۹/۷۸	۳/۷۲	۲۲/۹	۹/۰۵	۷/۷۷	۱۱
(۱۲)	۴/۳	۱۰/۳	۱۱/۲	۵	۵۹/۵	۳۵/۶	۲۱/۲	۲۳/۶
(۱۳)	۰	۰	۱	۲	حلقه+۱۶	حلقه ها+۱۸	حلقه ها+۱۷	حلقه ها+۸

(۱) فاصله ی متوسط از خورشید«بر حسب یک میلیون کیلومتر»

(۲) دوره ی تناوب گردش «برحسب سال»

(۳) دوره ی تناوب دوران «برحسب روز ؛ نسبت به ستاره های دور اندازه گیری شده است.»

(۴) تندی مدار «بر حسب کیلومتر بر ثانیه»

(۵) زاویه ی محور نسبت به مدار«بر حسب درجه»

(۶) زاویه ی مدار نسبت به صفحه ی مدار زمین

(۷) خروج از مرکز مدار

(۸) قطر استوایی «بر حسب کیلومتر»

(۹)جرم «نسبت به زمین»

(۱۰) چگالی «نسبت به آب»

(۱۱)مقدار g در سطح «اندازه گیری شده در استوای سطح»

(۱۲) سرعت فرار «در استوای سطح بر حسب کیلومتر بر ثانیه»

(۱۳) قمر های شناخته شده

* زهره و اورانوس بر خلاف جهت حرکت مداری خود می چرخند.

فصل سوم(فیزیک ۱)

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$\overset{\text{دوره}}{T} = \frac{1}{f}$$

$$\text{فرکانس (HZ)} \leftarrow f = \frac{\text{تعداد نوسان های کامل}}{\text{زمان نوسان}}$$

(s)

هرتز «بسامد»

ضریب سختی

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Kg

مقدار جابه جایی صفر است.

فاز حرکت

$$\varphi = \omega\ t + \varphi_0$$

دامنه

$$A = \frac{\text{طول پاره خط}}{2}$$

$$d = 4A$$

مسافت طی شده در هر دوره

$$x = A\sin\left(\omega t + \varphi_0\right)$$

معادله ی حرکت نوسانی ساده

فرمول نامه

$$t=0 \rightarrow \underset{\downarrow}{\varphi_0} = Arc\sin\frac{x_0}{A}$$

فاز اولیه ی حرکت

$$V = A\omega\cos(\omega\wp+\varphi_0) \qquad \sin\varphi=\frac{x}{A} \qquad \cos\varphi=\frac{V}{V_{MAX}}$$

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2+\left(\frac{V}{V_{MAX}}\right)^2=1$$

معادله ی بیضی

$$\omega=\sqrt{\frac{V_1^2-V_2^2}{x_2^2-x_1^2}}$$

معادله ی مستقل از زمان ⟶ $V=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$

$$\varphi'=\varphi+\frac{\pi}{2} \qquad \varphi'_0=\varphi_0+\frac{\pi}{2}$$

فاز و فاز اولیه ی سرعت

$$\varphi''=\varphi'+\frac{\pi}{2}=\varphi+\pi \qquad \varphi''_0=\varphi'_0+\frac{\pi}{2}=\varphi_0+\pi$$

فاز و فاز اولیه ی شتاب

$$a=-A\omega^2\sin(\omega\,t+\varphi_0)=-\omega^2x \qquad a=\pm\omega\sqrt{V_{MAX}^2-V^2}$$

مستقل از زمان

$$a_{MAX}=-A\omega^2 \qquad \sin\varphi=\frac{a}{a_{MAX}} \qquad \cos\varphi=\frac{V}{V_{MAX}}$$

شتاب در دو
انتهای مسیر

معادله ی بیضی :

$$\left(\frac{a}{a_{MAX}}\right)^2+\left(\frac{V}{V_{MAX}}\right)^2=1$$

معادلات نیرو:

$$f=-mA\omega^2\sin(\omega\wp+\varphi_0)=-m\omega^2x$$

نکته:بردار نیرو، با بردار شتاب هم جهت با هم هستند. و با بردار مکان همواره خلاف جهت هستند.

مستقل از زمان : $f=\pm m\omega\sqrt{V_{MAX}^2-V^2}$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

فرمول نامه

معادلات انرژی:

$$k=\frac{1}{2}m\omega^2\left(A^2x^2\right)$$

$$k=\frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2\left(\omega t+\varphi_0\right)$$

ضریب سختی فنر

$$U=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}m\omega^2x^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2\left(\omega\wp+\varphi_0\right)$$

$$E=K+U=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

$$U_{MAX}=\frac{1}{2}m\omega^2A^2=\frac{1}{2}kA^2$$

در دو انتهای مسیر

ضریب سختی فنر

$$K=E\cos^2\big(\overbrace{\omega t+\varphi_0}^{\varphi}\big)\qquad U=E\sin^2\big(\overbrace{\omega t+\varphi_0}^{\varphi}\big)\qquad E=U_{MAX}=K_{MAX}$$

$$\sin^2\varphi=\frac{U}{E}=\left(\frac{x}{A}\right)^2=\left(\frac{a}{a_{MAX}}\right)^2=\left(\frac{f}{f_{MAX}}\right)^2=1-\left(\frac{V}{V_{MAX}}\right)^2$$

$$\cos^2\varphi=\frac{K}{E}=\left(\frac{V}{V_{MAX}}\right)^2=1-\left(\frac{x}{A}\right)^2=1-\left(\frac{a}{a_{MAX}}\right)^2=1-\left(\frac{f}{f_{MAX}}\right)^2$$

$$\frac{U}{K}=\tan^2\varphi=\left(\frac{V_{MAX}}{V}\right)^2-1$$

$$if\ :u=k\longrightarrow x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$$

$$t=(2n-1)\frac{T}{8}\qquad \varphi=(2n-1)\frac{\pi}{4}$$

نوسان وزنه – فنر در راستای قائم :

الف)

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\qquad \varphi_0=\frac{3\pi}{2}\qquad A=\Delta\qquad d=\frac{mg}{k}$$

مقدار کشیدگی فنر توسط نیرویی که ما به وزنه وارد می کنیم.

دامنه ی نوسان

تغییر طول فنر بر اثر وزن جسم

$$y=A\sin\left(\omega\wp+\varphi_0\right)$$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{d}{g}}$$

دراین حالت وزنه ای را به فنری که از سقف آویزان است، وصل کرده ومنتظر می مانیم تا به حالت تعادل برسد. آنگاه وزنه را با دست گرفته و به سمت پایین می کشیم.

ب) در این حالت وزنه را به فنر بسته ، طوری که فنر تغییر طول ندهد. سپس وزنه را به سمت پایین می کشیم و رهایش می کنیم تا نوسان کند. دیگر دلتا دامنه ی نوسان نخواهد بود.

$$A = \Delta - d \qquad \Delta > d$$

پ) پس ازبستن فنر به طوری که فنر تغییر طول ندهد . وزنه را رها می کنیم تا نوسان کند.

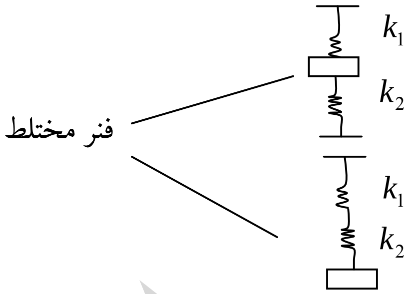
ارتفاع سقوط

$$A = d = \frac{h}{2} = \frac{mg}{k} \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{A}{g}}$$

ت) اگر در حالت (ب) دلتا کوچک تر از d شود.

$$\Delta < d = A - \Delta \qquad T \neq 2\pi\sqrt{\frac{A}{g}} \qquad \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

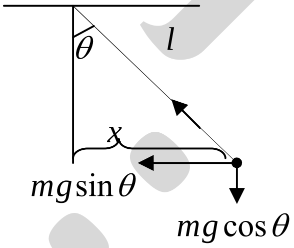


$$k_T = k_1 + k_2 \qquad \omega = \sqrt{\frac{k_T}{m}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_T}}$$

$$k_T = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \qquad \omega = \sqrt{\frac{k_T}{m}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_T}}$$

آونگ :

$mg\sin\theta$ به وزنه ی شتاب خطی می دهد. $\longrightarrow$ $\theta = \sin\theta = \tan\theta$ $\xrightarrow[\text{برحسب رادیان}]{}$ $\theta \le 6^\circ$



$$\sin\theta = \frac{x}{l} = a \qquad |a| = \omega^2 x \qquad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ $\longrightarrow$ طول نخ

نکته:جرم، شکل، جنس، دامنه ی نوسان، زاویه ی انحراف تا ۶ درجه، بر دوره ی آونگ تاثیر ندارد.

گلوله

$$F = -mg\theta = -mg\frac{x}{l}$$

فرمول نامه

آونگ در آسانسور:

$\downarrow g$ و $\vec{a}\uparrow$ $\leftarrow g_N = g + a$ تند بالا یا کند پایین

$\downarrow g$ و $\vec{a}\downarrow$ $\leftarrow g_N = g - a$ تند پایین یا کند بالا

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g \pm a}}$$

نیروی خارجی هم جهت با

نیروی خارجی خلاف جهت با

نکته: اگر بگویند آونگ ثانیه شمار است یا آونگ ثانیه را می زند یعنی : $T = 2$

نکته:زمانی که یک آونگ با دوره ی T_2 از آونگی با دوره ی T_1 ؛ n نوسان کامل جلو بیفتد. $T_1 > T_2$

$$t = \frac{nT_1 T_2}{T_1 - T_2}$$

فصل چهارم(فیزیک ۱)

$$V = \frac{x}{t}$$

مسافتی که موج طی می کند

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{A.\rho}} = \frac{2}{d}\sqrt{\frac{F}{\rho.\pi}}$$

نیروی کشش محیط

جرم واحد طول $\left(\frac{kg}{m}\right)$

m^2

$$\mu = \frac{\overset{kg}{m}}{\underset{m}{l}} = \frac{\rho.\overset{حجم}{V}}{l} = \rho.A = \rho.\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$$

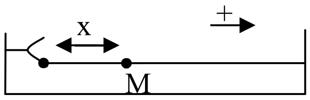
$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \times \sqrt{\frac{\mu}{\mu'}} = \sqrt{\frac{F'}{F}} \times \sqrt{\frac{\rho}{\rho'}} \times \frac{d}{d'}$$

طول موج

$$\lambda = VT = \frac{V}{f}$$

در فیزیک به جای محور x-y محور x-u داریم. $a = -\omega^2 \vec{u}$

فرمول نامه



$$y_0 = A\sin(\omega\ t + \varphi_0)$$

$$y_M = a\sin(\omega(t - t') + \varphi_0)$$

$$\omega = 2\pi f \qquad t' = \frac{x}{V}$$

$$u_M = A\sin\left(\omega\ t + \varphi_0 - 2\pi \frac{f}{V} x\right)$$

$$V = \lambda f = \frac{\omega}{k}$$

عدد موج

$$u_M = A\sin\left(\omega\ t + \varphi_0 - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \Delta\varphi = \frac{\omega}{k}$$

$$\frac{rad}{m}$$ عدد موج

$$u_M = A\sin(\omega\ t + \varphi_0 \mp kx)$$

اگر موج در جهت مثبت محور x منتشر شود (عرضی)، در طولی بر عکس

فاز منبع

$$\varphi = \omega\ t + \varphi_0 \qquad \varphi_{MAX} = \omega\ t + \varphi_0 \pm kx$$

$$\Delta\varphi = kx \qquad \Delta\varphi = k\Delta x = \omega\Delta\wp$$

اختلاف فاز یک نقطه از محیط با منبع

اختلاف فاز دو نقطه از محیط با یکدیگر

نقاط هم فاز $: \Delta\varphi = 2n\pi \quad , \quad \Delta x = n\lambda \quad , \quad \Delta t = nT$

نقاط فاز مقابل $: \Delta\varphi = (2n-1)\pi \quad , \quad \Delta x = (2n-1)\frac{\lambda}{2} \quad , \quad \Delta t = (2n-1)\frac{T}{2}$

$$\lambda \equiv T \equiv 2\pi$$

فصل اول(فیزیک ۲)

جرم قسمتی از محیط که انرژی به آن منتقل شده است.

انرژی موج

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

دامنه (m)

بسامد زاویه

برای جرم های برابر محیط

$$\omega = 2\pi f$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2$$

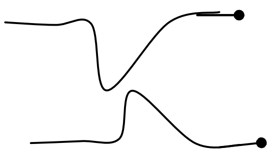
فرکانس

فرمول نامه

$u_y = A\sin(\omega\wp - kx)$

بسته یا سخت → $u_y = A\sin(kx+\pi+\omega t)$

باز یا نرم → $u_y = A\sin(kx+\omega t)$



تب بازتاب

تب تاب

طول سیم

$\lambda_n = \frac{2l}{n}$ $\qquad l = n\frac{\lambda_n}{2}$

هماهنگ n ام: نوسان سیم با دو انتهای بسته (الف

$f_n = \frac{V}{\lambda_x} = \frac{nV}{2l}$ $\qquad V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{2}{d}\sqrt{\frac{F}{\rho.\pi}}$ $\qquad f_1 = \frac{V}{2l}$ $\qquad f_n = nf_1$

بسامد هماهنگ n ام سیم

$\frac{f_{n'}}{f_n} = \frac{n'}{n}\times\frac{V'}{V}\times\frac{l}{l'}$

n: صوت، هماهنگ، گره منهای یک

ب) نوسان سیم با یک سر باز و یک سر بسته :

$\lambda_{n-1} = \frac{4l}{2n-1}$ $\qquad l = (2n-1)\frac{\lambda_{2n-1}}{4}$

$f_{n-1} = \frac{(2n-1)V}{4l}$ $\qquad f_1 = \frac{V}{4l}$

2n-1 : هماهنگ

n : صوت، شکم، گره

پ) نوسان سیم با دو انتهای باز :

$l = \frac{\lambda}{2}$ $\qquad f_n = \frac{mV}{2l}$

دو انتهای بسته →

دو انتهای باز →

$\frac{f_n}{f_{2n'}} = \frac{n}{2n-1}\times\frac{V'}{V}\times\frac{2l'}{l}$

فاصله ی نقطه از چشمه

برخورد امواج در دو بعد :

$\delta = \frac{2(d_2-d_1)}{\lambda}$

شکم → زوج

گره → فرد

شکم: $\Delta\varphi = k\delta = \omega\Delta t = 2n\pi \cong n\lambda \cong nT$

گره: $\Delta\varphi = (2n-1)\pi \cong (2n-1)\frac{\lambda}{2} \cong (2n-1)\frac{T}{2}$

فرمول نامه

شرایط شنیده شدن

$$\begin{cases} 20Hz \le f \le 20000Hz \\ 10^{-12}\dfrac{w}{m^2} \le I \le 1\dfrac{w}{m^2} \end{cases}$$

شدت صوت مبنا

وات بر متر مربع

$$V=\sqrt{\frac{\wp p}{\rho}}$$

Pa

ضریب اتمسیته ی گاز

سرعت انتشار صوت در گازهای کامل

$$\frac{kg}{m^3}$$

$\wp =$

- تک اتمی $\frac{5}{3}$
- دو اتمی $\frac{7}{5}$
- (چند) سه اتمی $\frac{9}{7}$

لاپلاس : $V=\sqrt{\dfrac{\wp RT}{M}}$

۸/۳۱۴

جرم مولی

$$\frac{V'}{V}=\sqrt{\frac{\wp'}{\wp}}\times\sqrt{\frac{T'}{T}}\times\sqrt{\frac{M}{M'}} \rightarrow \frac{V'}{V}=\sqrt{\frac{T'}{T}}$$

$$V_\theta = V_0 + 0/6\theta \;\; {}^\circ C$$

شدت صوت ← $I=\dfrac{P_S}{A}$

w (توان چشمه ی صوت)

m^2

$$I=\frac{E}{A\times t} \qquad P_S=\frac{E}{t} \qquad I=\frac{P_S}{4\pi r^2} \qquad \frac{I_2}{I_1}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

فاصله ی یک نقطه از محیط تا چشمه ی صوت

فرکانس

دامنه

$$I=\frac{f^2A^2}{r_2} \qquad \frac{I_2}{I_1}=\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2\times\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\times\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

شعاع

تراز شدت صوت

دسی بل

$$\beta = k\log\frac{I}{I_0} \qquad 0db \le \beta \le 120db \qquad \Delta\beta = k\log\frac{I_2}{I_1}$$

$$\begin{cases} k=1 \rightarrow \beta \leftrightarrow db \\ k=10 \rightarrow \beta \leftrightarrow b \end{cases} \qquad (\beta_2-\beta_1)$$

فرمول نامه

لوله های صوتی :

الف) لوله ی صوتی با دو سر باز : $l = n\frac{\lambda_n}{2}$ $\quad \lambda_n = \frac{2l}{h}$ $\quad f_n = \frac{nV}{2l}$

$$V = \sqrt{\frac{\wp RT}{M}} \qquad f_1 = \frac{V}{2l} \qquad f_n = nf_1 \qquad \Delta f = f_1$$

نقاط پر فشار ← گره

$$\frac{f_n'}{f_n} = \frac{n'}{n}\times\frac{V'}{V}\times\frac{l}{l'}$$

n : شماره هماهنگ، صوت، گره، شکم منهای یک

ب) لوله ی صوتی با یک سر باز و یک سر بسته :

$$l = (2n-1)\frac{\lambda_{2n-1}}{4} \Rightarrow \lambda_{2n-1} = \frac{4l}{2n-1} \qquad f_{2n-1} = \frac{(2n-1)V}{4l}$$

$$f_1 = \frac{V}{4l} \qquad f_{2n-1} = (2n-1)f_1$$

n : شماره هماهنگ، صوت، گره، شکم

2n-1 : شماره ی هماهنگ

$$\frac{f_{2n'-1}}{f_{2n-1}} = \frac{2n'-1}{2n-1}\times\frac{V'}{V}\times\frac{l}{l} \qquad \Bigg| \qquad \frac{f_{2n'-1}}{f_n} = \frac{2n'-1}{n}\times\frac{V'}{V}\times\frac{l}{2l'}$$

تشدید:

l_n طول لوله ی تشدید n ام

الف) لوله ی صوتی با دو سر باز : $l_n = n\frac{\lambda}{2} = n\frac{V}{2f}$

ب) لوله ی صوتی با یک سر باز و یک سر بسته : $l_n = (2n-1)\frac{\lambda}{4} = (2n-1)\frac{V}{4f}$

اثر دوپلر:

$$\frac{\lambda_s}{\lambda_0} = \frac{f_0}{f_s} = \frac{|V - V_o|}{|V - V_s|}$$

سرعت شنونده

سرعت منبع

تفاضل برداری

سرعت انتشار صوت در محیط

طول موج ظاهری در جلو یا عقب منبع

$$\lambda' = \frac{V \pm V_s}{f_s}$$

اگر پشت منبع باشد، سرعت ها را با هم جمع می کنیم.

برای دور شدن

$$f_r = \frac{V - V_s}{V + V_s}.f_s$$

اگر جلویمان صخره باشد.

$$f_r = \frac{V + V_s}{V - V_s}.f_s$$

برای نزدیک شدن

فصل دوم(فیزیک۲)

رابطه ی اسنل – دکارت :

$$\lambda = \frac{V}{f} = \frac{\overset{3\times10^{8}\ m/s}{c}}{f} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$$

در هوا

$$C = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \left(8/85\times10^{-12}\times4\pi\times10^{-7}\right)^{\frac{-1}{2}} \cong 3\times10^{8}\ m/s$$

آزمایش یانگ :

$d_2 - d_1$

فاصله ی نقطه ای مانند p ، روی پرده از نوار مرکزی

$$\frac{\delta}{a} = \frac{x}{D}$$

فاصله ی دو شکاف از هم

فاصله ی پرده از سطح شکاف

شرط روشن بودن نوار: تداخل باید سازنده باشد: $\Delta\varphi = 2n\pi \quad ; \quad \delta = n\lambda \quad ; \quad \Delta t = nT$

فاصله ی نوار روشن n ام از نوار مرکزی: $x = \frac{n\lambda D}{a}$

شرط تاریک بودن نوار : تداخل باید مخرب باشد:

$$\Delta\varphi = (2m-1)\pi \quad ; \quad \delta = (2m-1)\frac{\lambda}{2} \quad ; \quad \Delta\wp = (2m-1)\frac{T}{2}$$

فاصله ی نوار تاریک m ام از نوار روشن مرکزی : $x = (2m-1)\frac{\lambda D}{2a}$

در نور تک رنگ عرض هر نوار تاریک یا روشن ،یا فاصله ی نوار تاریک اول از نوار روشن مرکزی:

$$w = \frac{\lambda D}{2a}$$

در نور تک رنگ فاصله ی دو نوار روشن یا تاریک متوالی ، یا فاصله ی نوار روشن اول از نوار مرکزی :

$$2w = I = \frac{\lambda D}{a}$$

فرمول نامه

$$n=\frac{c}{v}\xrightarrow[\text{هوا باشد}]{\text{محیط شفاف}} n=\frac{c}{v}=\frac{\lambda}{\lambda'}=\frac{x}{x'}=\frac{I}{I'}=\frac{w}{w'}$$

	روشن و تاریک	هر دو تاریک	هر دو روشن
انجام آزمایش یانگ با تغییر طول موج x'=x	$\frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{2n}{2m'-1}$	$\frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{2n}{2m'-1}$	$\frac{\lambda'}{\lambda}=\frac{n}{n'}$

اگر تیغه ی شیشه ای(متوازی السطوح)را پرتو جلوی یکی از سوراخ ها در آزمایش یانگ قرار دهیم:

ضخامت تیغه ی شیشه ای

ضریب شکست تیغه ی شیشه

$$x=\frac{D}{a}(n-1)e=\frac{\lambda D}{a}\cdot\frac{\Delta\varphi}{2\pi}$$

جابه جایی نوار مرکزی

اگر ضخامت تیغه و ضریب شکست آن را

اگر اختلاف فاز ایجاد شده توسط تیغه را بدهند.

انتقال نوار مرکزی به محل n ام نوار روشن حالت قبلی ⟷ $\Delta\varphi=2n\pi$

انتقال نوار مرکزی به محل m ام نوار تاریک حالت قبلی ⟷ $\Delta\varphi=(2n-1)\pi$

فصل سوم(فیزیک۲)

انرژی یک الکترون تحت ولتاژ یک ولت $=16\times10^{-20}C\times1V=16\times10^{-20}j=1eV$

یک ریدبرگ $E_R=13/6ev=217\times10^{-20}j$

شدت تابشی $\left(w/m^2\right)$

$$I=\frac{P}{A}=\frac{E}{At}$$

$E\to$ j ، $t\to$ s ، $A\to m^2$

$$a_\lambda=\frac{E_a}{E_T}$$

a_λ: ضریب جذب

$E_a\to$ انرژی جذب شده

$E_T\to$ انرژی کل فرودی با طول موج لاندا

فرمول نامه

$$P=\frac{E}{t}$$

$$\lambda_{MAX}\times T=0/0029m.k\Rightarrow\frac{\lambda_{1MAX}}{\lambda_{2MAX}}=\frac{T_2}{T_1}$$

$$E=hf\longrightarrow \text{Hz}$$

j

تعداد فوتون ها

$$E=nhf=nh\frac{c}{\lambda}$$

ثابت پلانک $h=6/63\times10^{-34}(j.s)=4/14\times10^{-15}(ev.s)$

برای یک منبع نور: $\frac{E_2}{E_1}=\frac{f_2}{f_1}=\frac{T_1}{T_2}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$

تابع کار فاز

انرژی جنبشی فوتو الکترون ها

$$k_{MAX}=hf-w_0=eV_0$$

$$V_0=\frac{h}{e}f-\frac{w_0}{e}$$

ولتاژ متوقف کننده

بسامد قطع $\longleftarrow f_0=\frac{w_0}{h}$

طول موج قطع $\longleftarrow \lambda_0=\frac{h_c}{w_0}$

حداقل بسامدی که فوتون فرودی می تواند داشته باشد تا پدیده رخ دهد.

بلندترین طول موجی که می تواند سبب گسیل فوتو الکترون شود.

ثابت ریدگ :$0/01097(nm)^{-1}$

$$\lambda=364/56\frac{n^2}{n^2-4}\qquad \boxed{\text{۳ و۴ و۵ و۶}}$$

(nm) رابطه ی بالمر برای اتم هیدروژن

$$\frac{1}{\lambda}=R_H\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\qquad\boxed{n>n'}$$

(nm)

شماره های ترازهای پایین تر

شماره های ترازهای بالاتر

9×10^9

$$f_c=k\frac{e^2}{r^2}$$

انرژی الکترون در مدارها

انرژی جنبشی

$$k=k\frac{e^2}{2r}$$

انرژی پتانسیل

$$U=-k\frac{e^2}{r}$$

شعاع

$$r_n=n^2r_1$$

$$\frac{r_n}{r'_n}=\left(\frac{n}{n'}\right)^2$$

$$a_0=\frac{h^2}{4\pi^2mke^2}=0/0529nm$$

کوچکترین شعاع مدار الکترون در اتم هیدروژن (شعاع اتم بود)

فرمول نامه

$$\frac{V_n}{V_{n'}}=\frac{n'}{n}$$

$$\frac{V_2}{V_1}=\sqrt{\frac{r_1}{r_2}}$$

$$V=e\sqrt{\frac{k}{mr}} \longrightarrow 9\times10^{9}\frac{N.m^{2}}{c^{2}}$$

$$9/2\times10^{-31}kg$$

$$16\times10^{-20}c$$

سرعت الکترون

در مدار مانا

$$\frac{En'}{En}=\left(\frac{n}{n'}\right)^{2}$$

$$E_n=-\frac{E_R}{n^{2}}$$

انرژی الکترون در مدار مانای n ام

نکته: انرژی بستگی الکترون در حالت پایه $+13/6ev$ می باشد.

$$E_n=\frac{E_R}{n^{2}}$$

محاسبات بور برای اتم های شبه هیدروژن:

Z عدد اتمی عنصر

سطح مدار n ام

۰/۰۵۲۹ nm

$$Z\times(K,U,F)$$

$$-E_n$$

انرژی بستگی الکترون

در مدار مانای n ام

$$E_n=\frac{-Z^{2}E_R}{n^{2}}$$

انرژی الکترون در

مدار مانای n ام

$$r_n=\frac{n^{2}a_0}{z}$$

رابطه ی ریدبرگ برای اتم های هیدروژن گونه :

$$\frac{1}{\lambda}=Z^{2}R_H\left(\frac{1}{n'^{2}}-\frac{1}{n^{2}}\right)$$

nm

فصل چهارم(فیزیک۲)

چگالی هسته $=10^{14}\,{}^{g}\!/_{cm^{3}}$

انرژی بستگی هسته $B=\Delta mc^{2}=\left[ZM_{P}+NM_{n}-M\times\right]C^{2}$

فرمول نامه

نیمه عمر:

تعداد هسته های اولیه

$$N = \frac{N_0}{2^n}$$

تعداد هسته های واپاشی نشده

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$$

تعداد نیمه عمرها در مدت t ثانیه

$$m = \frac{m_0}{2^n}$$

جرم اولیه

جرم متلاشی شده : $m' = m_0\left(1 - 2^{-n}\right)$

اعداد و برخی از حروف یونانی

نام فارسی حروف	حرف کوچک	حرف بزرگ
آلفا	α	A
بتا	β	B
گاما	$\wp$	Γ
دلتا	δ	Δ
اِپسیلون	ε	E
زتا	ς	Z
اِتا	η	H
تتا	θ	Θ
لاندا	λ	Λ
مو (میو)	μ	M
پی	π	Π
رو	ρ	P
زیگما (سیگما)	σ	$\sum$
تاو	τ	T
فی	ϕ	Φ
خی	χ	$\aleph$
سای	ψ	Ψ
اُمگا	ω	Ω

شکل یونانی آنها	اعداد
I	۱
II	۲
III	۳
IV	۴
V	۵
VI	۶
VII	۷
VIII	۸
IX	۹
X	۱۰
XI	۱۱
XII	۱۲
⋮	⋮
XX	۲۰
XXX	۳۰
XL	۴۰
L	۵۰
LX	۶۰
LXX	۷۰
LXXX	۸۰
XC	۹۰
C	۱۰۰
CXCV	۱۹۵
CC	۲۰۰
CCC	۳۰۰
CD	۴۰۰
D	۵۰۰
DC	۶۰۰
DCC	۷۰۰
DCCC	۸۰۰
CM	۹۰۰
M	۱۰۰۰

افتادگی آموز اگر طالب فیضی
هرگز نخورد آب زمینی که بلند است

یادداشت فرمول های جدید فیزیک :

بهتر است بدانید

محدوده (m)	قدرت نسبی	ذرات حامل	تئوری فعلی	اندرکنش
10^{-15}	10^{38}	گلوئن	کرومودینامیک کوانتومی (QCD)	قوی
10^{-17}	10^{32}	بوزون‌های W و Z	تئوری الکتریکی–ضعیف (کهربایی–ضعیف)	ضعیف
∞	10^{36}	فوتون	الکترودینامیک کوانتومی (QED)	الکترومغناطیس
∞	1	گرانش (به صورت فرضی)	نسبیت عام (GR)	گرانش

پایان ؟