

به نام خدا

تمرین سری سوم کنترل غیرخطی	مدرس: دکتر محمدرضا رضای
عنوان: مفاهیم اساسی قضیه لیاپانوف (1)	مهلت تحویل: 93/ 8/18

1- مسائل 2، 3، 13 از فصل سوم کتاب مرجع درسی را حل نمایید.

2- سیستم مرتبه دوم زیر را در نظر بگیرید

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 + g_1(x), \\ \dot{x}_2 &= x_2 + g_2(x)\end{aligned}$$

که توابع $g_1(x)$ و $g_2(x)$ شرط $\|g_i(x)\| \leq k\|x\|_2^2$ را در همسایگی حول نقطه مبدا برآورده می نمایند. دقت نمایید که به طور ضمنی $g_i(0) = 0$ به دست می آید که بیانگر آن است که مبدا نقطه تعادل است (؟)

با انتخاب تابع لیاپانوف $V(x) = \frac{1}{2}(x_1^2 - x_2^2)$ در مورد پایداری نقطه تعادل بحث نمایید.

3- با استفاده از تابع لیاپانوف $V(x) = x_1^2 + x_2^2$ پایداری مبدا را در سیستم زیر و برای دو حالت (الف): $k = 0$ و (ب) $k \neq 0$ بررسی نمایید.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1(k^2 - x_1^2 - x_2^2) + x_2(x_1^2 + x_2^2 + k^2), \\ \dot{x}_2 &= -x_1(k^2 + x_1^2 + x_2^2) + x_2(k^2 - x_1^2 - x_2^2),\end{aligned}$$