



لیگ علمی بین المللی پیا (پایا)

# نهمین دوره لیگ علمی بین المللی پایا

9th International Scientific Paya League

## پاسخنامه‌ی مرحله مقدماتی

### پایه نهم

#### سوالات عمومی

۱. گزینه‌ی «۴»

$$(140, 224) = 28 \Rightarrow 224x + 140y = 28k, k \in \mathbb{Z}$$

$$u = 224x + 140y + 77 = 28k \Rightarrow 224x + 140y = 28k - 77$$

$$28k - 77 > 0 \Rightarrow k > \frac{77}{28} \quad k \in \mathbb{N} \Rightarrow k \geq 3$$

$$\min u^+ : k = 3 \Rightarrow 28 \times 3 - 77 = 84 - 77 = 7$$

۲. گزینه‌ی «۵»

باید ببینیم که هر عضو از مجموعه‌ی ده عضوی به چند حالت می‌تواند در زیرمجموعه‌های  $A_1, A_2, A_3$  ظاهر شود. دقت داشته باشید که یک عضو نمی‌تواند در هر سه زیرمجموعه‌ی  $A_1, A_2, A_3$  قرار داشته باشد. پس هر عضو در ۰، ۱ یا ۲ زیرمجموعه آمده است. به این ترتیب تعداد روش‌های رخ دادن هر عضو از مجموعه‌ی ده عضوی در زیرمجموعه‌ها  $A_1, A_2, A_3$  و  $A_3$  مستقل از عضوهای دیگر برابر  $2^3 - 1 = 7$  است. پس طبق اصل ضرب جواب عبارت است از:  $7^3$

۳. گزینه‌ی «۲»

$$10^666 < 3^{1394} < 10^665$$

۴. گزینه‌ی «۳»

$$(xy^2 + xyz + xz^2) + (yz^2 + xyz + yx^2) + (zx^2 + xyz + zy^2) = 31x + 31y + 31z$$

$$(xy + xz + yz)(x + y + z) = 31(x + y + z)$$

$$x + y + z > 0 \Rightarrow xy + xz + yz = 31$$

۵. گزینه‌ی «۳»

دو حالت را در نظر می‌گیریم:

حالت (۱) عددی زوج است. در این حالت عدد موردنظر حتماً مربع کامل است. تعداد اعداد زوج کوچک‌تر از ۱۳۹۳ برابر است با ۶۹۶.

حالت (۲) عددی فرد است. در این صورت باید خود  $a$  مربع کامل باشد تعداد این اعداد برابر است با ۱۹ تا

بنابراین جواب نهایی مسئله عبارت است از:  $696 + 19 = 715$

۶. گزینه‌ی «۱»

سرعت  $m_2$  نصف سرعت  $m_1$  است. زیرا شتاب قرقره‌ی متحرک نصف شتاب قرقره‌ی ثابت است.

۷. گزینه‌ی «۵»

$$(۱) \begin{cases} 2t+1 > 0 \Rightarrow t > -\frac{1}{2} \\ t-3 < 0 \Rightarrow t < 3 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq t < 3$$

$$(۲) \begin{cases} 2t+1 < 0 \Rightarrow t < -\frac{1}{2} \\ t-3 > 0 \Rightarrow t > 3 \end{cases} \Rightarrow \text{جوابی وجود ندارد}$$

بنابراین فقط در بازه‌ی زمانی  $0 \leq t < 3$  س متحرک مذکور در خلاف جهت محور X ها حرکت می‌کند.

۸. گزینه‌ی «۵»

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 6\vec{i} - 8\vec{j}$$

$$F = |\vec{F}| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = 10 \text{ N}$$

$$ma = F \Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a = \frac{V_2 - V_1}{t} \Rightarrow 5 = \frac{V_2 - 0}{3} \Rightarrow V_2 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۹. گزینه‌ی «۳»

$\rho_1$  را چگالی آب و  $\rho_2$  را چگالی جیوه فرض می‌کنیم.

$$\rho_1 g h_1 + P_A = \rho_2 g h_2 + P_0$$

$$1 \times 10^3 / 6 \times 10^4 + P_A = 13.6 \times 10^4 \times 1 + P_0 \Rightarrow P_A - P_0 = 130000 \text{ Pa} = 130 \text{ kPa}$$

۱۰. گزینه‌ی «۳»

$$R = \frac{V}{I} = \frac{120}{15} = 8 \Omega$$

$$R_{\text{eq}} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R}} \Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{n}{R} \Rightarrow n = \frac{40}{8} = 5$$

باید پنج مقاومت  $40 \Omega$  را به صورت موازی به هم وصل کنیم.

۱۱. گزینه‌ی «۴»

قبل از رها شدن بسته، برآیند نیروهای وارد بر هواپیما صفر است. با رها شدن بسته، نیرویی معادل با وزن بسته، به هواپیما شتابی به طرف بالا می‌دهد.

$$W_1 = m_1 g = 1000 \times 10 = 10^4 \text{ N} \text{ وزن بسته}$$

$$a = \frac{W_1}{m_2} = \frac{10^4}{100000} = 0.1 \text{ m/s}^2 \Rightarrow F = ma = 100 \times 0.1 = 10 \text{ N}$$

۱۲. گزینه‌ی «۵»

تعداد تصویرهای جسم A به ارتفاع ظرف بستگی دارد. زیرا اگر درون ظرف، آب بریزیم، عمق ظاهری کم می‌شود. در نتیجه تعداد تصاویر ممکن است کاهش یابد.

۱۳. گزینه‌ی «۲»

یون  $C^{4-}$  به دلیل تراکم بیش از حد بارهای منفی در مدار آخر، ناپایدارتر از سایر گزینه‌های داده شده است.

۱۴. گزینه‌ی «۱»

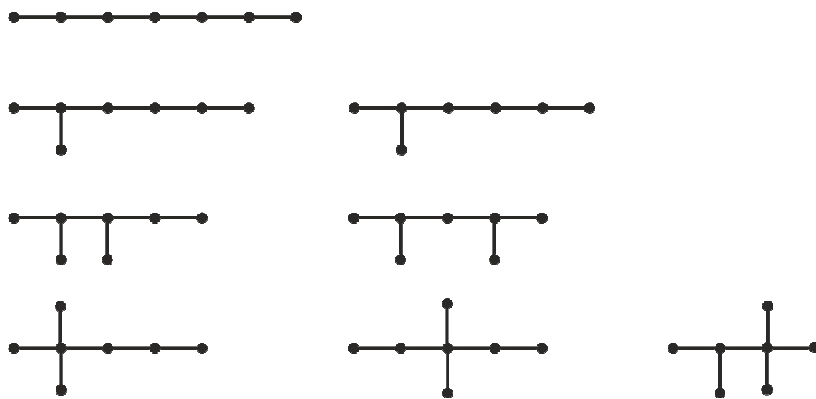
فلز پتاسیم نسبت به سایر گزینه‌ها فعالیت شیمیایی بیشتر دارد. زیرا در لایه‌ی آخر خود تنها یک الکترون ظرفیتی دارد.

۱۵. گزینه‌ی «۱»

کربن دارای ظرفیت ۴ و نیتروژن دارای ظرفیت ۳ است.

### سوالات اختصاصی

۱۶. گزینه‌ی «۳»

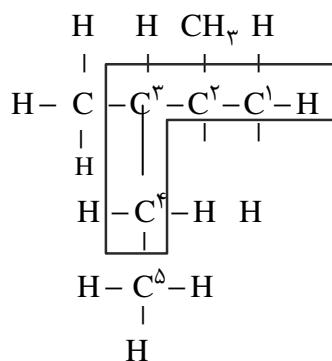


۱۷. گزینه‌ی «۵»

در آلکان‌ها با افزوده شدن تعداد اتم‌های کربن، نقطه‌ی جوش هم بالاتر می‌رود.

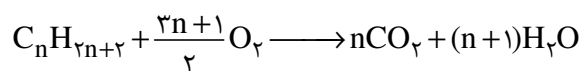
۱۸. گزینه‌ی «۴»

شکل گسترده‌ی این آلکان به صورت زیر است:



۲ و ۳- دی متیل پنتان

۱۹. گزینه‌ی «۳»

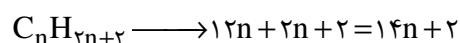
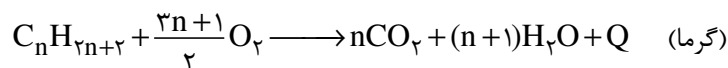


$$\frac{3n+1}{2} = 8 \Rightarrow 3n+1=16 \Rightarrow n=5$$

$$2n+2=2 \times 5+2=12$$

۲۰. گزینه‌ی «۲»

فرمول عمومی آلکان‌ها به صورت  $C_n H_{2n+2}$  است.



پس هر مول از آلکان  $C_n H_{2n+2}$  جرمی برابر  $(14n+2)$  گرم دارد.

$$\frac{14n+2}{1} \left| \frac{3514}{48/8} \right. \Rightarrow 14n+2 = \frac{3514}{48/8} \approx 72 \Rightarrow n=5$$

$$14n+2=14 \times 5+2=72$$

۲۱. گزینه‌ی «۵»

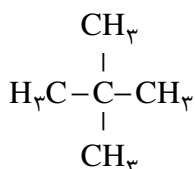
$$Q = mC\Delta T = 2/5 \times 4/2 \times 20 = 210 \text{ kJ}$$

$$m' = \frac{210}{50} \times \frac{100}{80} = 5/25 \text{ g}$$

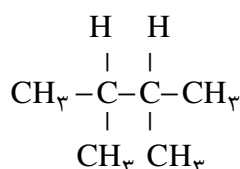
۲۲. گزینه‌ی «۱»

۲۳. گزینه‌ی «۵»

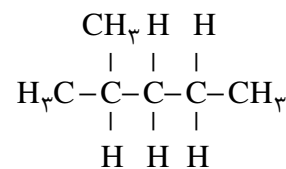
ترکیبات ۲ و ۳- دی متیل پروپان و ۳ و ۳- دی متیل بوتان و ۲- اتیل بوتان از نظر نامگذاری آیوپاک درست نیستند.



۲ و ۲- دی متیل پروپان ( $C_5H_{12}$ )



۲ و ۳- دی متیل بوتان ( $C_6H_{14}$ )



۲- متیل پنتان ( $C_6H_{14}$ )

۲۴. گزینه‌ی «۳»

$$(1 - \text{تعداد رئوس}) \times \text{تعداد رئوس} = \frac{\text{تعداد مسیره‌ها در درخت}}{2}$$

$$\frac{20 \times 19}{2} = 190$$

۲۵. گزینه‌ی «۲»

اگر  $p$  تعداد رئوس و  $q$  تعداد یال‌های درخت باشد، داریم:

$$p = q + 1 \Rightarrow 6 = q + 1 \Rightarrow q = 5$$

$$1 + 1 + 1 + x + y + 5 = 2q = 2 \times 5 = 10 \Rightarrow x + y = 2$$

$$x + y = 2$$