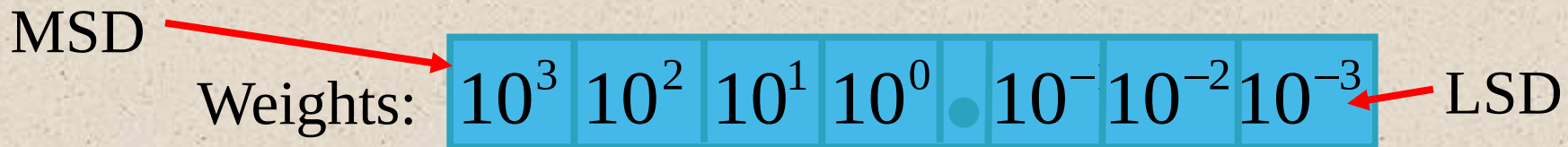


اصول ریاضی کامپیوتر

سیستم ددهی

- سیستم ددهی همان مبنای ۱۰ است و از ارقام ۰، ۱، ۲، ... ۹ استفاده می شود.
- هر محل دارای یک وزن است:



✓ به عنوان مثال عدد ۱۹۳۶,۲۵ را می توان به صورت زیر نمایش داد:

$$1 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 6 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$$

اعداد دودویی

- مبنای این سیستم عدد نویسی ۲ است و شامل ارقام ۰، ۱ هستند.
- هر محل دارای یک وزن است:



✓ به عنوان مثال عدد ۱۰۱۱۱,۰۱ را می توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} =$$

$$= 1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 + 0 \times 0.5 + 1 \times 0.25 = 23.25$$

مبنای دو (باینری)

ارزش مکانی در مبنای 10 توانهای 10 است (یکان، دهگان، صدگان، ...) و ارزش مکانی رقم ها (بیتها) در مبنای 2 توانهای 2 است.

$$2^0 = 1 \quad 2^1 = 2 \quad 2^2 = 4 \quad 2^3 = 8 \quad 2^4 = 16$$

$$2^5 = 32 \quad 2^6 = 64 \quad 2^8 = 256 \quad 2^7 = 128 \quad 2^9 = 512 \quad 2^{10} = 1024$$

$$(1011001)_2 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^6$$
$$= 1 + 0 + 0 + 8 + 16 + 0 + 64 = 89$$

سیستم عدد نویسی دودویی

$$(11000)_2 = (\quad ? \quad)_{10} \quad \square$$

$$1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 =$$

$$= 1 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1 = 24$$

▶ در دنیای کامپیوتر:

- $2^{10} = 1024$ با K (کیلو) نشان داده می شود.
- $2^{20} = 1048576$ با M (مگا) نشان داده می شود.
- $2^{30} = G$ (گیگا)
- $2^{40} = T$ (ترا)

▶ چه تعداد بایت در یک حافظه 6GB وجود دارد؟

مبنای ۸ و ۱۶

مبنای ۸

– پایه این سیستم عدد نویسی ۸ است و رقم‌ها آن 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 هستند

✓ $(236)_8 = (?)_{10} \quad 2 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 6 \times 8^0 = 158$

مبنای ۱۶

– پایه ۱۶ است و رقم‌های 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 از سیستم ده‌دی قرض گرفته شده‌اند و از A, B, C, D, E, F به ترتیب برای نمایش رقم‌های ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵ استفاده می‌گردد.

✓ $(D63FA)_{16} = (877562)_{10}$

$$13 \times 16^4 + 6 \times 16^3 + 3 \times 16^2 + 15 \times 16^1 + 10 \times 16^0 = 877562$$

تبدیل از مبنای ده به مبنای دو

روش تقسیم متوالی

$$\begin{array}{r}
 13 \overline{) 2} \\
 \underline{12} \\
 \textcircled{1}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 6 \overline{) 2} \\
 \underline{6} \\
 \textcircled{0}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3 \overline{) 2} \\
 \underline{2} \\
 \textcircled{1}
 \end{array}$$

$13 = (1101)_2$

$$\begin{array}{r}
 54 \overline{) 2} \\
 \underline{54} \\
 \textcircled{0}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 27 \overline{) 2} \\
 \underline{26} \\
 \textcircled{1}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 13 \overline{) 2} \\
 \underline{12} \\
 \textcircled{1}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 6 \overline{) 2} \\
 \underline{6} \\
 \textcircled{0}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3 \overline{) 2} \\
 \underline{2} \\
 \textcircled{1}
 \end{array}$$

$54 = (110110)_2$

تبدیل از مبنای ده به مبنای هشت

روش تقسیم متوالی

$$\begin{array}{r}
 13 \overline{) 8} \\
 \underline{8} \\
 0
 \end{array}$$

$13 = (15)_8$

Diagram showing the conversion of 13 to base 8. The number 13 is divided by 8, resulting in a quotient of 1 and a remainder of 5. The remainder 5 is circled and labeled with a circled 5, and the quotient 1 is circled and labeled with a circled 1.

$$\begin{array}{r}
 154 \overline{) 8} \\
 \underline{152} \\
 2
 \end{array}$$

$154 = (232)_8$

Diagram showing the conversion of 154 to base 8. The number 154 is divided by 8, resulting in a quotient of 19 and a remainder of 2. The remainder 2 is circled and labeled with a circled 2. The quotient 19 is then divided by 8, resulting in a quotient of 2 and a remainder of 3. The remainder 3 is circled and labeled with a circled 3, and the quotient 2 is circled and labeled with a circled 2.

تبدیل از مبنای ده به مبنای شانزده

روش تقسیم متوالی

$$\begin{array}{r|l} 130 & 16 \\ 128 & \textcircled{8} \\ \hline \textcircled{2} & \end{array}$$

$130 = (82)_{16}$

$$\begin{array}{r|l} 140 & 16 \\ 128 & \textcircled{8} \\ \hline \textcircled{12} & \end{array}$$

$140 = (8C)_{16}$

تبدیل مستقیم اعداد مبنای ۲ به اعداد مبنای ۸

از سمت راست عدد در مبنای ۲ آغاز کرده و سه رقم سه رقم از هم جدا می‌کنیم. پس از این تقسیم‌بندی معادل سه رقم را در مبنای هشت به دست می‌آوریم (۱، ۲ و ۴) و به همان ترتیب اولیه یادداشت می‌کنیم تا به انتهای عدد برسیم.

تمرین: عدد $(100011010110)_2$ برابر چه عددی در مبنای ۸ است؟

۴			۳			۲			۱		
۴	۲	۱	۴	۲	۱	۴	۲	۱	۴	۲	۱
۱	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۱	۰	۱	۱	۰

تبدیل مستقیم اعداد مبنای ۲ به اعداد مبنای ۱۶

از سمت راست عدد در مبنای ۲ آغاز کرده و چهار رقم چهار رقم از هم جدا می‌کنیم. پس از این تقسیم‌بندی، معادل چهار رقم را در مبنای ۱۶ به دست می‌آوریم (۱، ۲، ۴ و ۸) و به همان ترتیب اولیه یادداشت می‌کنیم تا به انتهای عدد برسیم.

تمرین: عدد $(100011010110)_2$ برابر چه عددی در مبنای ۱۶ است؟

۸				D				۶			
۸	۴	۲	۱	۸	۴	۲	۱	۸	۴	۲	۱
۱	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۱	۰	۱	۱	۰