

فصل چهارم

اصول انتقال حرارت پایدار

۴-۱ مقدمه و مکانیسمهای انتقال حرارت

۴-۱A مقدمه‌ای بر انتقال حرارت پایدار

انتقال انرژی به شکل گرما در بسیاری از فرایندهای شیمیایی و انواع دیگر فرایندها اتفاق می‌افتد. اغلب انتقال حرارت در عملیات واحدهایی مانند خشک کردن مواد غذایی یا الوار، تقطیر الکل، سوزاندن سوخت و تبخیر صورت می‌گیرد. انتقال حرارت به دلیل اختلاف دما، به عنوان نیروی محرکه، اتفاق می‌افتد و جریان گرما از ناحیه‌ای با دمای بیشتر به ناحیه‌ای با دمای کمتر برقرار می‌شود. در بخش ۲-۳ معادله‌ای برای موازنه یک خاصیت عمومی از جمله ممتنم، انرژی گرمایی، یا جرم در حالت ناپایدار با نوشتن معادله (۲-۳-۷) به دست آوردیم. با نوشتن معادله‌ای مشابه و فقط برای انتقال حرارت داریم،

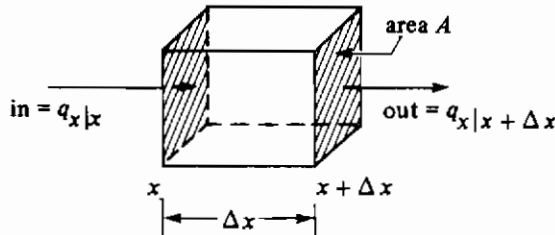
$$(4-1-1) \quad (\text{نرخ تجمع گرما}) + (\text{نرخ گرمای خروجی}) = (\text{نرخ تولید گرما}) + (\text{نرخ گرمای ورودی})$$

با فرض اینکه انتقال حرارت تنها از طریق هدایت باشد، می‌توانیم معادله (۲-۳-۱۴) را که همان قانون فوریه است به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$\frac{q_x}{A} = -k \frac{dT}{dx} \quad (4-1-2)$$

با نوشتن موازنه گرمایی ناپایدار در جهت x برای یک المان حجمی یا حجم کنترل شکل ۴-۱-۱ با استفاده از معادله‌های (۴-۱-۱) و (۴-۱-۲) برای سطحی به مساحت $A \text{ m}^2$ داریم:

$$q_{x|x} + \dot{q}(\Delta x \cdot A) = q_{x|x+\Delta x} + \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} (\Delta x \cdot A) \quad (4-1-3)$$



شکل ۴-۱-۱. موازنه ناپایدار برای انتقال حرارت در حجم کنترل

که \dot{q} سرعت تولید گرما در واحد حجم است. با فرض این‌که تولید گرما نداشته باشیم و با فرض انتقال حرارت پایدار که در آن سرعت تجمع صفر است، معادله (۴-۱-۳) به صورت زیر در می‌آید،

$$q_{x|x} = q_{x|x+\Delta x} \quad (4-1-4)$$

این بدان معنی است که سرعت ورودی گرما از طریق هدایت برابر با سرعت خروجی گرما از طریق هدایت است، یا q_x برای سیستم پایدار انتقال حرارت با زمان ثابت است.

در این فصل با یک حجم کنترل که در آن نرخ تجمع گرما برابر با صفر است سر و کار داریم و انتقال حرارت پایدار است. نرخ انتقال حرارت نسبت به زمان ثابت است و دماها در نقاط گوناگون سیستم با زمان تغییر نمی‌کنند. برای حل مسائل انتقال حرارت در حالت پایدار روابط تجربی گوناگونی به شکل معادلات دیفرانسیل برای مکانیسمهای مختلف انتقال حرارت مانند قانون فوریه وجود دارند. روابطی برای محاسبه توزیع دما و شار گرمایی در این فصل به دست آمده‌اند.

دوباره در فصل پنجم معادلات بقای انرژی (۲-۷-۲) و (۴-۱-۳) برای شرایطی که نرخ تجمع صفر نیست در حالت ناپایدار مورد استفاده قرار خواهند گرفت. رابطه کاربردی قانون فوریه به شکل یک معادله دیفرانسیل جزئی در مواردی که دما در نقاط مختلف و نرخ انتقال حرارت با زمان تغییر کنند مورد استفاده قرار خواهد گرفت. در بخش ۵-۶ یک معادله دیفرانسیل عمومی برای تغییرات انرژی در حالت‌های خاص به دست خواهد آمد که از آن برای تعیین توزیع دما و شار گرمایی انتگرال‌گیری می‌شود.

۴-۱B مکانیسمهای اساسی انتقال حرارت

انتقال حرارت به وسیله یک یا چند تا از سه مکانیسم اساسی: هدایت، جابه‌جایی و تابش صورت می‌گیرد.

۱- هدایت: انتقال حرارت هدایتی ممکن است بین جامدات، مایعات و گازها وجود داشته باشد. گرما به وسیله انتقال انرژی حرکتی بین مولکولهای مجاور هدایت می‌شود. در یک گاز، مولکولهای گرمتر که انرژی و تحرک بیشتری دارند، به مولکولهای مجاور با سطح انرژی پایین‌تر انرژی می‌دهند. این نوع انتقال تا حدی در همه جامدات، مایعات و گازهایی که در آنها اختلاف دما وجود دارد دیده می‌شود. در هدایت، انرژی به وسیله الکترونهای آزاد نیز می‌تواند انتقال یابد، که این امر در جامدات فلزی خیلی مهم است. مثالی از انتقال حرارت عمدتاً هدایتی، انتقال حرارت از طریق دیواره‌های یک مبدل یا یک یخچال، عملیات حرارتی فولاد، سرد شدن زمین در طول زمستان و مانند آن می‌باشد.

۲- جابه‌جایی: انتقال حرارت جابه‌جایی در ارتباط با گرمای منتقل شده به وسیله توده سیال و اختلاط المانهای میکروسکوپی قسمت گرمتر با قسمت سردتر یک گاز یا مایع است. این مکانیسم همچنین انرژی مبادله شده بین یک سطح جامد و یک سیال را در بر می‌گیرد. بین انتقال حرارت به وسیله جابه‌جایی اجباری که در آن سیال توسط یک پمپ یا فن یا یک وسیله مکانیکی دیگر اجباراً به جریان می‌افتد، با جابه‌جایی آزاد که در آن به دلیل اختلاف دانسیته سیال گرمتر یا سردتر نزدیک به سطح جامد باعث جریان چرخشی می‌شود، بایستی فرق قائل شد. مثالی برای انتقال حرارت به وسیله جابه‌جایی می‌توان ارائه کرد که عبارتند از: انتقال گرما از یک رادیاتور ماشین که در آن هوا به وسیله فن در چرخش است، پختن غذا در یک ظرف همزن‌دار، سرد کردن یک فنجان قهوه داغ بوسیله دمیدن بر روی سطح آن و مانند آن.

۳- تابش: تابش با انتقال حرارت به وسیله هدایت و جابه‌جایی تفاوت دارد. زیرا این نوع انتقال حرارت برای انتشار به محیط مادی نیاز ندارد. تابش، انتقال انرژی از طریق فضا به وسیله امواج الکترومغناطیسی است. امواج الکترومغناطیسی به شکلهای مختلف وجود دارند، مثل امواج الکترومغناطیسی که برای انتقال نور مرئی به کار می‌روند. همان قوانینی که بر انتقال نور حاکم است بر تابش حرارتی نیز حاکم است. جامدات و مایعات تمایل به جذب اشعه‌های تابیده شده دارند لذا تابش فقط در انتقال از طریق فضا یا گازها مهم است. یکی از مثالهای مهم در تابش، انتقال گرما از خورشید به زمین است. مثالهای دیگر مثل پختن غذا با استفاده از المانهای گرمایی، گرم کردن سیال در لوله ماریچ داخا یک کوره و غیره را نیز می‌توان در نظر گرفت.

۴-۱-۴ قانون فوریه در انتقال حرارت هدایتی

همچنان که در بخش ۳-۲ برای معادله عمومی انتقال مولکولی بیان شد هر سه نوع فرایند اساسی انتقال (انتقال ممتنم، انتقال حرارت و انتقال جرم) به وسیله معادله عمومی یکسانی مشخص می شوند. انتقال جریان الکتریکی هم می تواند در این دسته قرار بگیرد. این معادله مهم به صورت زیر نوشته می شود:

$$\text{نیروی رانش} = \frac{\text{نرخ فرایند انتقال}}{\text{مقاومت}} \quad (۲-۳-۱)$$

این معادله آنچه را که ما طبیعتاً می دانیم بیان می کند: به منظور انتقال یک خاصیت مانند گرما یا جرم، نیاز به یک نیروی رانش^(۱) داریم که بر مقاومت موجود غلبه کند.

انتقال حرارت به طریق هدایت نیز از این معادله اساسی تبعیت می کند و به صورت قانون فوریه برای هدایت گرمایی در سیالات یا جامدات نوشته می شود.

$$\frac{q_x}{A} = -k \frac{dT}{dx} \quad (۴-۱-۲)$$

که q_x نرخ انتقال گرما در جهت x بر حسب Watt ، A سطح مقطع عمود بر جهت جریان گرمایی بر حسب m^2 ، T دما بر حسب کلوین، x فاصله بر حسب متر و k ضریب هدایت گرمایی بر حسب $\text{W/m}\cdot\text{K}$ در سیستم SI است. کمیت q_x/A شار گرمایی نامیده می شود و بر حسب W/m^2 است. کمیت dT/dx بیانگر تغییرات دما در جهت x است. علامت منفی در معادله (۴-۱-۲) لازم است زیرا اگر جریان گرمایی در یک جهت مثبت باشد دما در آن جهت کاهش می یابد.

واحدها در معادله (۴-۱-۲) می تواند در سیستم cgs نیز بیان شود، q_x بر حسب cal/s ، A بر حسب cm^2 ، k بر حسب $\text{cal/s}\cdot\text{cm}\cdot\text{C}$ ، T بر حسب $^{\circ}\text{C}$ و x بر حسب cm است. در سیستم انگلیسی q_x بر حسب btu/h ، A بر حسب ft^2 ، T بر حسب $^{\circ}\text{F}$ ، x بر حسب ft ، k بر حسب $\text{btu/h}\cdot\text{ft}\cdot\text{F}$ و q_x/A بر حسب $\text{btu/h}\cdot\text{ft}^2$ است. از ضمیمه A.1 ضرایب تبدیل ضریب هدایت گرمایی به صورت زیر هستند:

$$1 \text{ btu/h}\cdot\text{ft}\cdot\text{F} = 4.1365 \times 10^{-3} \text{ cal/s}\cdot\text{cm}\cdot\text{C} \quad (۴-۱-۵)$$

$$1 \text{ btu/h}\cdot\text{ft}\cdot\text{F} = 1.73073 \text{ W/m}\cdot\text{K} \quad (۴-۱-۶)$$

برای شار گرمایی و توان،

$$1 \text{ btu/h}\cdot\text{ft}^2 = 3.1546 \text{ W/m}^2 \quad (۴-۱-۷)$$

$$1 \text{ btu/h} = 0.29307 \text{ W} \quad (۴-۱-۸)$$

می توانیم از قانون فوریه، معادله (۴-۱-۲)، برای انتقال حرارت پایدار از طریق یک دیواره

صاف با سطح مقطع ثابت A انتگرال بگیریم که دمای داخلی در نقطه ۱، T_1 و در نقطه ۲، T_2 و دو نقطه به فاصله $x_2 - x_1$ از یکدیگر هستند. با مرتب کردن معادله (۴-۱-۲)،

$$\frac{q_x}{A} \int_{x_1}^{x_2} dx = -k \int_{T_1}^{T_2} dT \quad (4-1-9)$$

با انتگرالگیری و با فرض این که k یک ثابت است و با دما تغییر نمی کند و همچنین با حذف زیرنویس x از q_x برای ساده شدن داریم،

$$\frac{q}{A} = \frac{k}{x_2 - x_1} (T_1 - T_2) \quad (4-1-10)$$

مثال ۴-۱-۱ تلفات گرمایی از طریق یک دیواره عایق شده

تلفات گرمایی را به ازای هر متر مربع از سطح مفید یک دیواره که با یک لایه ایف به ضخامت $25/4$ mm عایق شده است و دمای داخلی و خارجی آن به ترتیب $352/7$ K و $297/1$ K است محاسبه کنید.

حل: از ضمیمه A.3 ضریب هدایت گرمایی ایف $0/048$ W/m.K است. ضخامت $x_2 - x_1 = 0/0254$ m است. با جایگزینی در معادله (۴-۱-۱۰)،

$$\begin{aligned} \frac{q}{A} &= \frac{k}{x_2 - x_1} (T_1 - T_2) = \frac{0/048}{0/0254} \times (352/7 - 297/1) \\ &= 105/1 \text{ W/m}^2 \\ &= 105/1 \text{ W/m}^2 \times \frac{1}{(3/1546 \text{ W/m}^2)/(\text{btu/h.ft}^2)} = 33/3 \text{ btu/h.ft}^2 \end{aligned}$$

۴-۱D ضریب هدایت گرمایی

ضریب هدایت گرمایی به صورت معادله (۴-۱-۲) تعریف شده است و بر اساس این تعریف روشهای تجربی برای اندازه گیری ضریب هدایت گرمایی فلزات مختلف به دست آمده است. در جدول ۴-۱-۱ ضرایب هدایت گرمایی تعداد کمی از مواد برای مقایسه داده شده است. اطلاعات کاملتر برای مواد آلی و غیرآلی در ضمیمه A.3 و برای مواد غذایی و بیولوژیکی در ضمیمه A.4 بیان شده است. همچنان که در جدول ۴-۱-۱ دیده می شود گازها ضریب هدایت گرمایی پایتتر، مایعات دارای ضریب هدایت گرمایی میانگین و جامدات فلزی ضریب هدایت گرمایی خیلی بالایی دارند.

۱- گازها: در گازها مکانیسم هدایت گرمایی نسبتاً ساده است. مولکولها دائم در حرکت اتفاقی هستند و با یکدیگر برخورد کرده و مبادله انرژی و ممنت می‌کنند. اگر یک مولکول از یک ناحیه با دمای بالا به ناحیه‌ای با دمای پایین حرکت کند انرژی جنبشی به این ناحیه منتقل می‌شود و این انرژی را در هنگام برخورد با مولکولهای با انرژی پایینتر از دست می‌دهد. چون مولکولهای کوچکتر سریعتر حرکت می‌کنند، گازهایی مانند هیدروژن هدایت گرمایی بالاتری باید داشته باشند که در جدول ۱-۱-۴ نیز نشان داده شده است.

تئوریهای که ضریب هدایت گرمایی گازها را پیش‌گویی می‌کنند دقت قابل قبولی دارند و در مراجع مختلف داده شده‌اند (RI). ضریب هدایت گرمایی تقریباً با ریشه دوم دمای مطلق افزایش می‌یابد و تا حدود چند اتمسفر مستقل از فشار است. اما در فشارهای بسیار پایین ضریب هدایت گرمایی به صفر نزدیک می‌شود.

۲- مایعات: مکانیسم فیزیکی هدایت در مایعات تا حدودی مشابه گازهاست. مولکولهای پر انرژی با مولکولهای کم انرژی برخورد می‌کنند، اما مولکولها آنقدر بهم نزدیک هستند که نیروهای بین مولکولی اثر بسیار زیادی بر تبادل انرژی دارند. چون تئوری مولکولی مناسبی برای مایعات در دسترس نیست، بنابراین، بسیاری از روابط ارائه شده برای پیش‌گویی ضریب هدایت، تجربی هستند. Reid و همکارانش (RI) در زمینه جزئیات این موضوع بحث کرده‌اند. ضریب هدایت گرمایی مایعات به صورت ضعیفی با دما تغییر می‌کند و می‌تواند به صورت یک معادله خطی به صورت زیر بیان شود،

$$k = a + bT \quad (11-1-4)$$

که در این معادله a و b ثابتهای تجربی هستند. اساساً ضرایب هدایت گرمایی مایعات مستقل از فشار هستند. آب در مقایسه با مواد آلی مثل بنزن ضریب هدایت گرمایی بالاتری دارد. همان طور که در جدول ۱-۱-۴ نشان داده شده است، ضریب هدایت گرمایی بسیاری از مواد غذایی غیر منجمد مثل سرشیر و سس سیب که مقادیر زیادی آب دارند، نزدیک به آب خالص است.

۳- جامدات: ضرایب هدایت گرمایی جامدات همگن، که تعدادی از آنها در جدول ۱-۱-۴ ارائه شده است، در محدوده وسیعی تغییر می‌کنند. جامدات فلزی مانند مس و آلومینیوم ضریب هدایت گرمایی بسیار بالا دارند و بعضی عایقها مانند پشم سنگ و چوب پنبه ضریب هدایت گرمایی بسیار پایین دارند. گرما یا انرژی بین جامدات به وسیله دو مکانیسم هدایت می‌شود، مکانیسم اول آن است که گرما مانند الکتریسته به وسیله الکترونها آزاد که در شبکه‌های فلزی حرکت می‌کنند منتقل شود. در دومین مکانیسم، که در همه جامدات وجود دارد، گرما به وسیله انتقال انرژی ارتعاشی بین اتمهای مجاور هدایت می‌شود.

جدول ۴-۱-۱. ضریب انتقال حرارت هدایتی تعدادی از مواد در فشار ۱۰۱/۳۲۵ kPa (k بر حسب W/m.K)

Substance	Temp. (K)	k	Ref.	Substance	Temp. (K)	k	Ref.
Gases				Solids			
Air	273	0.0242	(K2)	Ice	273	2.25	(C1)
	373	0.0316		Fire claybrick	473	1.00	(P1)
H ₂	273	0.167	(K2)	Paper	—	0.130	(M1)
n-Butane	273	0.0135	(P2)	Hard rubber	273	0.151	(M1)
Liquids				Cork board	303	0.043	(M1)
Water	273	0.569	(P1)	Asbestos	311	0.168	(M1)
	366	0.680		Rock wool	266	0.029	(K1)
Benzene	303	0.159	(P1)	Steel	291	45.3	(P1)
	333	0.151			373	45	
Biological materials and foods				Copper	273	388	(P1)
Olive oil	293	0.168	(P1)		373	377	
	373	0.164		Aluminum	273	202	(P1)
Lean beef	263	1.35	(C1)				
Skim milk	275	0.538	(C1)				
Applesauce	296	0.692	(C1)				
Salmon	277	0.502	(C1)				
	248	1.30					

ضریب هدایت گرمایی مواد عایق مانند پشم سنگ مشابه هواست چون مواد عایق محتوی مقدار زیادی هوا هستند که در لایه‌های خالی آنها به دام افتاده است. ابر عایقها^(۱) برای عایق کردن مواد سرمازا مانند هیدروژن مایع به کار می‌روند که ترکیبی از چند لایه مواد با بازتابش زیاد می‌باشند و این لایه‌ها به وسیله فضا‌های خالی از هوا از هم جدا شده اند. ضرایب هدایت گرمایی این مواد به مراتب کمتر از هوا هستند. ضریب هدایت گرمایی یخ بسیار بزرگتر از آب است. به همین دلیل ضریب هدایت گرمایی مواد غذایی منجمد مانند گوشت گاو و ماهی آزاد که در جدول ۴-۱-۱ داده شده است بسیار بالاتر از ضریب هدایت گرمایی مواد غیر منجمد می‌باشد.

۴-۱E ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی

کاملاً واضح است که اگر هوا توسط وسیله‌ای بر روی یک قطعه ماده گرم دمیده شود آن ماده سریعتر سرد می‌شود. هنگامی که سیال بیرون از سطح جامد به صورت اجباری یا آزاد دارای حرکت جابه‌جایی است، نرخ انتقال حرارت از جامد به سیال یا برعکس به وسیله معادله زیر بیان می‌شود،

$$q = hA(T_w - T_f) \quad (۴-۱-۱۲)$$

که نرخ انتقال حرارت بر حسب W ، A مساحت بر حسب m^2 ، T_w دمای سطح جامد بر حسب K ، T_f دمای میانگین سیال در حال جریان بر حسب K و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی بر حسب $W/m^2.K$ است. در سیستم انگلیسی، h بر حسب $btu/h.ft^2.^\circ F$ است.

ضریب h تابع شکل هندسی سیستم، خواص سیال، سرعت جریان و اختلاف دما است. چون این ضریب غالباً به صورت تئوری قابل پیش‌گویی نیست، در بسیاری از موارد از روابط تجربی موجود برای پیش‌گویی این ضریب استفاده می‌شود. چون می‌دانیم وقتی سیال روی یک سطح جامد جریان پیدا می‌کند، لایه تقریباً نازک و ساکنی از سیال در مجاورت دیواره ایجاد می‌شود که مقاومت اصلی در مقابل انتقال حرارت است، بنابراین، اغلب ضریب h را ضریب فیلمی می‌گوییم.

در جدول ۴-۱-۲ درجه بزرگی مقادیر h برای مکانیسمهای مختلف جابه‌جایی آزاد یا طبیعی، جابه‌جایی اجباری، جوش و میعان داده شده است. آب بالاترین ضریب انتقال حرارت را دارد.

برای تبدیل ضریب انتقال حرارت h از سیستم انگلیسی به SI،

$$1 \text{ btu/h.ft}^2.^\circ F = 5/6783 \text{ W/m}^2.K$$

۴-۲ انتقال حرارت هدایتی

۴-۲A هدایت از طریق یک ورقه صاف^(۱) یا دیواره

در این بخش معادله فوریه (۴-۱-۲) برای به‌دست آوردن معادلات مربوط به هدایت یک بُعدی و پایدار سیستمهایی با شکل هندسی ساده مورد استفاده قرار گرفته است. برای یک ورقه صاف یا دیواره با سطح مقطع ثابت A و k ثابت در معادله (۴-۱-۲)، معادله (۴-۱-۱۰) را به‌دست آوردیم که می‌توانیم آن را به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$\frac{q}{A} = \frac{k}{x_2 - x_1} (T_1 - T_2) = \frac{k}{\Delta x} (T_1 - T_2) \quad (4-2-1)$$

که این رابطه در شکل ۴-۲-۱ نشان داده شده است و در آن $\Delta x = x_2 - x_1$ است. معادله (۴-۲-۱۰) نشان می‌دهد که اگر T به جای T_1 و x به جای x_2 جایگزین شود، همچنان که در شکل ۴-۲-۱b نشان داده شده است، دما با فاصله به صورت خطی تغییر می‌کند.

جدول ۲-۱-۴. درجه بزرگی تقریبی تعدادی از ضرایب انتقال حرارت

Mechanism	Range of Values of h	
	$btu/h \cdot ft^2 \cdot ^\circ F$	$W/m^2 \cdot K$
Condensing steam	1000-5000	5700-28000
Condensing organics	200-500	1100-2800
Boiling liquids	300-5000	1700-28000
Moving water	50-3000	280-17000
Moving hydrocarbons	10-300	55-1700
Still air	0.5-4	2.8-23
Moving air	2-10	11.3-55

اگر ضریب هدایت گرمایی ثابت نباشد و با دما رابطه خطی داشته باشد، با جایگزینی (۴-۱-۱۱) در معادله (۴-۱-۲) و انتگرال‌گیری از آن داریم:

$$\frac{q}{A} = \frac{a + b \frac{T_1 + T_2}{2}}{\Delta x} (T_1 - T_2) = \frac{k_m}{\Delta x} (T_1 - T_2) \quad (4-2-2)$$

که در آن:

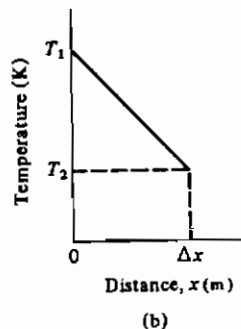
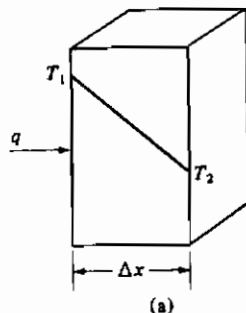
$$k_m = a + b \frac{T_1 + T_2}{2} \quad (4-2-3)$$

این بدان معناست که مقدار میانگین k (یعنی k_m) در معادله (۴-۲-۲) در دمای میانگین خطی T_1 و T_2 ارزیابی می‌شود.

همچنان که در مقدمه بیان شد، در معادله (۲-۳-۱) نرخ فرایند انتقال برابر با نیروی رانش تقسیم بر مقاومت است. لذا معادله (۴-۲-۱) را می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\Delta x / kA} = \frac{T_1 - T_2}{R} = \frac{\text{نیروی رانش}}{\text{مقاومت}} \quad (4-2-4)$$

که مقاومت، $R = \frac{\Delta X}{kA}$ است و برحسب $^\circ F/btu$ یا K/W می‌باشد.



شکل ۴-۲-۱. هدایت حرارتی در یک دیواره صاف: (a) شکل هندسی دیواره (b) منحنی دما

۴-۲B هدایت از طریق یک استوانه توخالی

در بسیاری از موارد در فرایندهای صنعتی گرما از میان دیواره‌های ضخیم استوانه‌ای شکل منتقل می‌شود، مانند آنچه در یک لوله عایق دار یا بدون عایق اتفاق می‌افتد. استوانه توخالی شکل ۴-۲-۲ به شعاع درونی r_1 با دمای T_1 و شعاع بیرونی r_2 با دمای T_2 و طول L متر را در نظر بگیرید. گرما به شکل شعاعی از سطح درونی به بیرون می‌رود. با بازنویسی قانون فوریه، معادله (۴-۱-۲) در فاصله dr به جای dx داریم:

$$\frac{q}{A} = -k \frac{dT}{dr} \quad (4-2-5)$$

سطح مقطع عمود بر جریان گرمایی به صورت زیر است:

$$A = 2\pi rL \quad (4-2-6)$$

با جایگزینی معادله (۴-۲-۶) در (۴-۲-۵) و مرتب کردن و انتگرال‌گیری از آن داریم:

$$\frac{q}{2\pi L} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -k \int_{T_1}^{T_2} dT \quad (4-2-7)$$

$$q = k \frac{2\pi L}{\ln(r_2/r_1)} (T_1 - T_2) \quad (4-2-8)$$

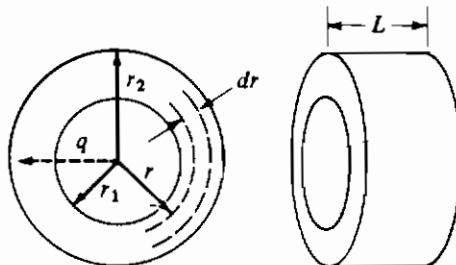
با ضرب کردن صورت و مخرج در $(r_2 - r_1)$ داریم:

$$q = kA_{lm} \frac{T_1 - T_2}{r_2 - r_1} = \frac{T_1 - T_2}{(r_2 - r_1)/(kA_{lm})} = \frac{T_1 - T_2}{R} \quad (4-2-9)$$

که در آن:

$$A_{lm} = \frac{(2\pi Lr_2) - (2\pi Lr_1)}{\ln(2\pi Lr_2/2\pi Lr_1)} = \frac{A_2 - A_1}{\ln(A_2/A_1)} \quad (4-2-10)$$

$$R = \frac{r_2 - r_1}{kA_{lm}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi kL} \quad (4-2-11)$$



شکل ۴-۲-۲. هدایت حرارتی در یک استوانه

میانگین لگاریتمی سطح را با A_{lm} نشان می‌دهیم. در کاربردهای مهندسی اگر $\frac{A_2}{A_1} < \frac{1}{5}$ باشد، میانگین حسابی سطح $\frac{A_1 + A_2}{2}$ در حدود ۱/۵٪ با میانگین لگاریتمی اختلاف دارد. اگر در معادله (۴-۲-۸) جایگزین r_2 و T جایگزین T_2 شود، دیده می‌شود که در این حالت نیز مانند دیواره صاف دمابه صورت یک تابع خطی از $\ln r$ به جای r است. اگر ضریب هدایت گرمایی بادماتابق معادله (۴-۱-۱۰) تغییر کند می‌توان نشان داد که مقدار میانگین برای استوانه هنوز همان k_m در معادله (۴-۲-۳) است.

مثال ۴-۲-۱ طول لوله‌های ماریچ خنک‌کننده

یک لوله استوانه‌ای توخالی با دیواره‌های ضخیم از جنس لاستیک سخت به قطر داخلی ۵ mm و قطر خارجی ۲۰ mm به عنوان یک سیستم سرد کننده موقتی در یک حمام استفاده می‌شود. آب یخ به سرعت در داخل لوله جریان دارد و دمای دیواره داخلی آن $274/9$ K و دمای سطح خارجی آن $297/1$ K است. کل گرمایی که از حمام توسط لوله‌های خنک‌کننده بایستی دفع شود $14/65$ W است. طول این لوله چقدر است؟

حل: از ضمیمه A.3، ضریب هدایت گرمایی در 0°C برابر با $k = 0/151$ W/m.K است. چون داده‌های دماهای دیگر در دسترس نیستند، از این مقدار در محدوده $274/9$ K تا $297/1$ استفاده می‌شود.

$$r_1 = \frac{5}{1000} = 0/005 \text{ m} \quad r_2 = \frac{20}{1000} = 0/02 \text{ m}$$

ابتدا محاسبه برای ۱ m از طول لوله انجام می‌شود. با حل معادله (۴-۲-۱۰) برای سطحهای A_1 ، A_2 و A_{lm} داریم:

$$A_1 = 2\pi L r_1 = 2\pi \times 1 \times 0/005 = 0/0314 \text{ m}^2, \quad A_2 = 0/1257 \text{ m}^2$$

$$A_{lm} = \frac{A_2 - A_1}{\ln(A_2/A_1)} = \frac{0/1257 - 0/0314}{2/303 \log(0/1257/0/0314)} = 0/068 \text{ m}^2$$

با جایگزینی در معادله (۴-۲-۹) و حل آن داریم:

$$q = k A_{lm} \frac{T_1 - T_2}{r_2 - r_1} = 0/151 \times 0/0682 \times \frac{274/9 - 297/1}{0/02 - 0/005}$$

$$= -15/2 \text{ W (51/9 btu/h)}$$

علامت منفی نشان می‌دهد که جریان گرما از شعاع بیرونی r_2 به طرف شعاع درونی r_1 است. چون گرمای گرفته شده برای طول یک متر $15/2$ W است، طول لازم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\text{طول} = \frac{14/65 \text{ W}}{15/2 \text{ W/m}} = 0/964 \text{ m}$$

توجه داشته باشید که ضریب هدایت گرمایی لاستیک خیلی کم است. بنابراین عموماً از لوله‌های خنک‌کننده فلزی استفاده می‌شود. چون ضریب هدایت گرمایی فلزات زیاد است. مقاومت فیلم مایع در این مورد کم و قابل صرف‌نظر کردن است.

۴-۲-۴ هدایت گرما از طریق یک کره توخالی

هدایت گرمایی در یک کره توخالی یکی دیگر از موارد هدایت یک بعدی است. قانون فوریه را برای یک کره با ضریب هدایت گرمایی ثابت در فاصله dr که شعاع کره است می‌توان به کار برد:

$$\frac{q}{A} = -k \frac{dT}{dr} \quad (4-2-5)$$

سطح مقطع عمود بر جریان گرما به صورت زیر است:

$$A = 4\pi r^2 \quad (4-2-12)$$

با جایگزینی معادله (۴-۲-۱۲) در معادله (۴-۲-۵) و مرتب کردن و سپس انتگرال گیری از آن داریم:

$$\frac{q}{4\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = -k \int_{T_1}^{T_2} dt \quad (4-2-13)$$

$$q = \frac{4\pi k(T_1 - T_2)}{1/r_1 - 1/r_2} = \frac{T_1 - T_2}{(1/r_1 - 1/r_2)/4\pi k} \quad (4-2-14)$$

به راحتی نشان داده می‌شود که دما با شعاع مطابق یک تابع هیپربولیک تغییر می‌کند. (مسأله ۴-۲-۵ را ببینید).

۴-۳ هدایت از طریق جامدات به صورت سری

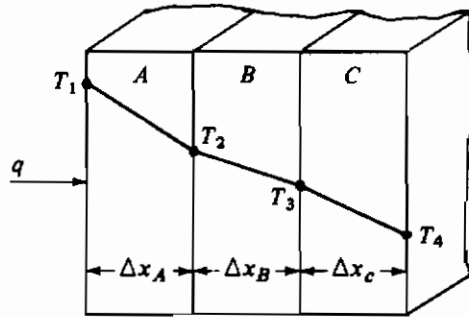
۴-۳-۱ دیوارهای صاف به صورت سری

در حالتی که یک دیواره چند لایه مانند شکل ۴-۳-۱ وجود داشته باشد توزیع دما در لایه های A، B و C نشان داده شده است. چون جریان گرما (q) باید در همه لایه‌ها مساوی باشد می‌توانیم معادله فوریه را برای هر لایه به صورت زیر بنویسیم:

$$q = \frac{k_A A}{\Delta x_A} (T_1 - T_2) = \frac{k_B A}{\Delta x_B} (T_2 - T_3) = \frac{k_C A}{\Delta x_C} (T_3 - T_4) \quad (4-3-1)$$

با حل کردن هر معادله برای ΔT داریم:

$$T_1 - T_2 = q \frac{\Delta x_A}{k_A A} \quad T_2 - T_3 = q \frac{\Delta x_B}{k_B A} \quad T_3 - T_4 = q \frac{\Delta x_C}{k_C A} \quad (4-3-2)$$



شکل ۱-۳-۴. جریان حرارتی از طریق یک دیوار چند لایه

با جمع کردن سه معادله فوق با یکدیگر دماهای داخلی T_2 و T_3 حذف می‌شوند و معادله مرتب شده نهایی به صورت زیر است:

$$q = \frac{T_1 - T_4}{\Delta x_A / (k_A A) + \Delta x_B / (k_B A) + \Delta x_C / (k_C A)} = \frac{T_1 - T_4}{R_A + R_B + R_C} \quad (۴-۳-۳)$$

که مقاومت در لایه A به صورت $R_A = \frac{\Delta x_A}{k_A A}$ بوده و برای بقیه لایه ها نیز به همین صورت است. بنابراین معادله نهایی برحسب اختلاف دمای کلی $T_1 - T_4$ و مقاومت کلی $R_A + R_B + R_C$ می‌باشد.

مثال ۱-۳-۴ جریان گرما از طریق یک دیواره عایق در یک اتاق سرد

یک انبار سرد از یک لایه درونی به ضخامت $12/7$ mm از جنس چوب کاج، یک لایه میانی به ضخامت $101/6$ mm از جنس چوب پنبه و یک لایه بیرونی به ضخامت $76/2$ mm از جنس بتون ساخته شده است. دمای سطح دیواره داخلی $255/4$ K و دمای سطح دیواره بیرونی بتونی $297/1$ K است. ضریب انتقال حرارت از ضمیمه ۸.3 برای چوب کاج 0.151 W/m.K برای چوب پنبه 0.433 W/m.K و برای بتون 0.762 W/m.K است. تلفات گرمایی را بر حسب وات برای هر متر مربع از سطح محاسبه کرده و دمای بین سطح چوب کاج و چوب پنبه را به دست آورید.

حل: با قراردادن $T_1 = 255/4$ K و $T_4 = 297/1$ K و چوب کاج به عنوان ماده A و چوب پنبه به عنوان ماده B و بتون به عنوان ماده C، جدول خواص و اندازه های هر کدام به صورت زیر است:

فرایندهای انتقال و عملیات واحدها

$$k_A = 0/151 \quad k_B = 0/0433 \quad k_C = 0/762$$

$$\Delta x_A = 0/0127 \text{ m} \quad \Delta x_B = 0/1016 \text{ m} \quad \Delta x_C = 0/0762 \text{ m}$$

مقاومت هر یک از مواد طبق معادله (۳-۳-۴) برای سطحی به اندازه 1 m^2 به صورت زیر است:

$$R_A = \frac{\Delta x_A}{k_{A \cdot A}} = \frac{0/0127}{0/151 \times 1} = 0/0841 \text{ K/W}$$

$$R_B = \frac{\Delta x_B}{k_{B \cdot A}} = \frac{0/1016}{0/0433 \times 1} = 2/346 \text{ K/W}$$

$$R_C = \frac{\Delta x_C}{k_{C \cdot A}} = \frac{0/0762}{0/762 \times 1} = 0/100 \text{ K/W}$$

با جایگزینی در معادله (۳-۳-۴) داریم:

$$q = \frac{T_1 - T_F}{R_A + R_B + R_C} = \frac{255/4 - 297/1}{0/0841 + 2/346 + 0/100}$$

$$= \frac{-41/7}{2/530} = -16/48 \text{ W} \quad (-56/23 \text{ btu/h})$$

چون جواب منفی است گرما از بیرون به داخل جریان می‌یابد.
برای محاسبه دمای T_F در سطح مشترک چوب پنبه و چوب:

$$q = \frac{T_1 - T_F}{R_A}$$

با جایگزینی مقادیر معلوم و حل آن:

$$-16/48 = \frac{255/4 - T_F}{0/0841} \Rightarrow T_F = 256/79 \text{ K}$$

در سطح مشترک

یک روش دیگر که برای محاسبه T_F به کار گرفته می‌شود، استفاده از این حقیقت است که کاهش دما متناسب با مقاومت است.

$$T_1 - T_F = \frac{R_A}{R_A + R_B + R_C} (T_1 - T_F) \quad (4-3-4)$$

با جایگزینی:

$$255/4 - T_F = \frac{0/0841 \times (255/4 - 297/1)}{2/530} = -1/39 \text{ K}$$

بنابراین، همچنانکه قبلاً محاسبه شد: $T_F = 256/79 \text{ K}$ است.

۴-۳B استوانه‌های چند لایه

اغلب در فرایندهای صنعتی گرما از طریق استوانه‌های چند لایه منتقل می‌شود. مثالی از این حالت موقعی است که گرما از طریق دیوارهای یک لوله عایق منتقل می‌شود. شکل ۴-۳-۲ لوله‌ای را با دو لایه عایق اطراف آن نشان می‌دهد. یعنی سه استوانه هم مرکز توخالی داریم. کاهش دما در طول جسم A برابر با $T_1 - T_2$ ، در طول جسم B برابر با $T_2 - T_3$ و در طول جسم C برابر با $T_3 - T_4$ می‌باشد.

چون سیستم در شرایط پایدار است بنابراین، نرخ انتقال حرارت (q) برای هر لایه مساوی است. با نوشتن معادله‌ای مشابه با معادله (۴-۲-۹) برای هر کدام از استوانه‌های هم مرکز داریم:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{(r_2 - r_1)/(k_A A_{A1m})} = \frac{T_2 - T_3}{(r_3 - r_2)/(k_B A_{B1m})} = \frac{T_3 - T_4}{(r_4 - r_3)/(k_C A_{C1m})} \quad (4-3-5)$$

که در این روابط:

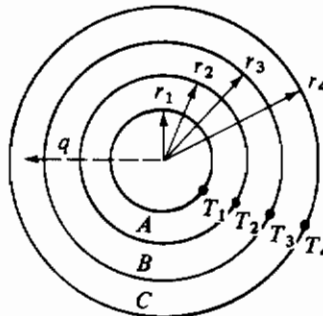
$$A_{A1m} = \frac{A_2 - A_1}{\ln(A_2/A_1)} \quad A_{B1m} = \frac{A_3 - A_2}{\ln(A_3/A_2)} \quad A_{C1m} = \frac{A_4 - A_3}{\ln(A_4/A_3)} \quad (4-3-6)$$

با استفاده از روش مشابه با ترکیب کردن معادلات برای حذف T_2 و T_3 که قبلاً برای یک دیواره مسطح به صورت سری انجام شد، معادله‌های نهایی به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$q = \frac{T_1 - T_4}{(r_2 - r_1)/(k_A A_{A1m}) + (r_3 - r_2)/(k_B A_{B1m}) + (r_4 - r_3)/(k_C A_{C1m})} \quad (4-3-7)$$

$$q = \frac{T_1 - T_4}{R_A + R_B + R_C} = \frac{T_1 - T_4}{\sum R} \quad (4-3-8)$$

بنابراین، مقاومت کلی مجدداً برابر با مجموع مقاومتها به صورت سری است.



شکل ۴-۳-۲. جریان حرارتی شعاعی از طریق استوانه‌های چند لایه به صورت سری

مثال ۲-۳-۴ تلفات گرمایی از لوله عایق‌بندی شده

یک لوله ضخیم از جنس فولاد زنگ نزن (A) با $k = 21/63 \text{ W/m.K}$ و با قطر درونی $0/254 \text{ m}$ و قطر بیرونی $0/508 \text{ m}$ با لایه‌ای به ضخامت $0/254 \text{ m}$ از جنس آزیست (B) با $k = 0/2923 \text{ W/m.K}$ پوشیده شده است. دمای دیواره داخلی لوله 811 K و دمای سطح بیرونی عایق $310/8 \text{ K}$ می‌باشد. برای $0/305 \text{ m}$ از طول لوله، گرمای تلف شده را محاسبه کرده و همچنین دما در سطح بین فلز و عایق را به دست آورید.

حل: با قراردادن $T_1 = 811 \text{ K}$ و $T_2 = 310/8 \text{ K}$ ، دمای سطح میانی، $T_3 = 310/8 \text{ K}$ ، شعاعها به صورت زیر هستند:

$$r_1 = \frac{0/254}{2} = 0/127 \quad r_2 = \frac{0/508}{2} = 0/254 \quad r_3 = 0/508$$

برای طول $0/305 \text{ m}$ سطحها نیز به صورت زیر هستند:

$$A_1 = 2\pi L r_1 = 2\pi \times 0/305 \times 0/127$$

$$A_2 = 2\pi L r_2 = 2\pi \times 0/305 \times 0/254$$

$$A_3 = 2\pi L r_3 = 2\pi \times 0/305 \times 0/508$$

با استفاده از معادله (۶-۳-۴)، میانگین لگاریتمی سطحها برای فولاد زنگ نزن (A) و آزیست

(B) عبارتند از:

$$A_{A,lm} = \frac{A_2 - A_1}{\ln(A_2/A_1)} = \frac{0/487 - 0/243}{\ln(0/487/0/243)} = 0/351 \text{ m}^2$$

$$A_{B,lm} = \frac{A_3 - A_2}{\ln(A_3/A_2)} = \frac{0/974 - 0/487}{\ln(0/974/0/487)} = 0/703 \text{ m}^2$$

از معادله (۷-۳-۴) مقاومتها عبارتند از:

$$R_A = \frac{r_2 - r_1}{k_A \cdot A_{A,lm}} = \frac{0/127}{21/63 \times 0/351} = 0/1673 \text{ K/W}$$

$$R_B = \frac{r_3 - r_2}{k_B \cdot A_{B,lm}} = \frac{0/254}{0/2923 \times 0/703} = 1/491 \text{ K/W}$$

بنابراین نرخ انتقال حرارت به صورت زیر است:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{R_A + R_B} = \frac{811 - 310/8}{0/1673 + 1/491} = 331/7 \text{ W (1132 btu/h)}$$

برای محاسبه دمای T_3 :

$$q = \frac{T_1 - T_3}{R_A} \Rightarrow 331/7 = \frac{811 - T_3}{0/1673}$$

پس از حل رابطه فوق، $T_2 = 5/5 K$ و $T_1 = 805/5 K$. به دلیل بالا بودن ضریب انتقال حرارت هدایتی فلز اختلاف دمای کمی در طول دیواره فلزی اتفاق می افتد.

۴-۳C هدایت از طریق سطح اجسام به صورت موازی

فرض کنید دو سطح صاف و جامد B, A بطور موازی کنار هم گذاشته شده اند و جهت جریان گرما عمود بر سطح مقطع دو صفحه است. بنابراین جریان گرمایی کل برابر با مجموع جریان گرما از طریق صفحه A به اضافه جریان از سطح B است. با نوشتن معادله فوریه برای هر سطح و جمع کردن آنها داریم:

$$q_T = q_A + q_B = \frac{k_A A_A}{\Delta x_A} (T_1 - T_2) + \frac{k_B A_B}{\Delta x_B} (T_3 - T_4) \quad (4-3-9)$$

که q_T جریان گرمایی کل، T_1 و T_2 دماهای سطوح جلو و پشت جامد A و T_3 و T_4 دماهای همین صفحات در جامد B هستند.

اگر ما فرض کنیم که $T_1 = T_3 = T_2 = T_4$ (دماهای سطوح جلویی هر دو سطح A و B یکسان هستند) و

$T_2 = T_3 = T_4 = T_1$ (دمای سطوح پشتی هر دو سطح A و B یکسان هستند) داریم:

$$q_T = \frac{T_1 - T_2}{\Delta x_A / k_A A_A} + \frac{T_1 - T_2}{\Delta x_B / k_B A_B} = \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} \right) (T_1 - T_2) \quad (4-3-10)$$

مثالی که برای این حالت می توان عنوان کرد، دیوار (A) عایق کاری شده یک کوره آجرپزی است که اجزای تقویت کننده فولادی آن (B) به طور موازی قرار دارند. اگر چه مساحت A_B مربوط به فولاد نسبت به سطح آجر عایق بندی شده A_A کوچکتر است، ضریب هدایت گرمایی بالاتر فلز (که چند صد برابر آجر است) می تواند اجازه دهد که قسمت عمده گرما از طریق هدایت توسط فولاد خارج شود.

مثال دیگر از هدایت گرمایی به صورت موازی، روش افزایش هدایت گرمایی برای تسریع در پختن گوشت منجمد می باشد. میخ های فلزی فرو شده در گوشت منجمد باعث هدایت سریعتر گرما به داخل گوشت می شود.

یادآوری این مطلب ضروری است که در برخی موارد اگر ضریب هدایتی موادی که به طور موازی قرار گرفته اند تفاوت قابل ملاحظه ای داشته باشد جریان گرمایی دو بعدی اتفاق می افتد. بنابراین نتایجی که از معادله (4-3-10) به دست می آید تا حدی تغییر خواهد کرد.

۴-۳D جابه جایی و هدایت به صورت همزمان و ضریب کلی انتقال حرارت

در بسیاری از موارد عملی دمای سطح (یا شرایط مرزی در سطح) معلوم نیست، اما در دو طرف سطح

جامد یک سیال وجود دارد. دیواره صاف شکل ۳a-۳-۴ را در نظر بگیرید که یک سیال گرم با دمای T_1 روی سطح درونی و یک سیال سرد با دمای T_4 روی سطح بیرونی آن جریان دارد. ضریب هدایتی گرمایی محیط بیرون h_o W/m.K و برای محیط درون h_i W/m.K است. (روشهای پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی h در بخش ۴-۴ همین فصل بررسی خواهد شد.)

نرخ انتقال حرارت با استفاده از معادله‌های (۴-۱-۱۲) و (۴-۳-۱) به صورت زیر است:

$$q = h_i A (T_1 - T_2) = \frac{k_A A}{\Delta x_A} (T_2 - T_3) = h_o A (T_3 - T_4) \quad (4-3-11)$$

با در نظر گرفتن عبارتهای $\frac{1}{h_o A}$ و $\frac{\Delta x_A}{k_A A}$ و $\frac{1}{h_i A}$ به عنوان مقاومت و ترکیب معادلات همانند قبل داریم:

$$q = \frac{T_1 - T_4}{1/h_i A + \Delta x_A/k_A A + 1/h_o A} = \frac{T_1 - T_4}{\sum R} \quad (4-3-12)$$

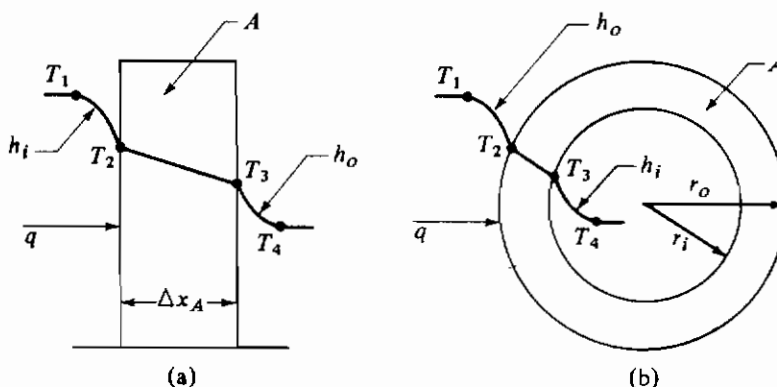
اغلب کل گرمایی که به صورت جابه‌جایی و هدایتی انتقال می‌یابد، بر حسب یک ضریب کلی انتقال حرارت (U) بیان می‌شود که به صورت زیر می‌توان آن را تعریف کرد:

$$q = U A \Delta T_{\text{overall}} \quad (4-3-13)$$

در این جا $\Delta T_{\text{overall}} = T_1 - T_4$ و U به صورت زیر است:

$$U = \frac{1}{1/h_i + \Delta x_A/k_A + 1/h_o} \frac{W}{m^2 \cdot K} \left(\frac{\text{btu}}{\text{h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}} \right) \quad (4-3-14)$$

یک کاربرد مهمتر، انتقال حرارت از سیال خارج از یک استوانه به سیال داخل آن از طریق دیواره فلزی استوانه است. این پدیده را می‌توان در مبدل‌های حرارتی مشاهده کرد. این حالت در شکل ۳b-۳-۴ نشان داده شده است.



شکل ۳-۳-۴. جریان حرارتی با جابه‌جایی در مرزها: (a) دیواره صاف (b) دیواره استوانه‌ای شکل

مشابه قبل، نرخ کلی انتقال حرارت از طریق استوانه به صورت زیر است:

$$q = \frac{T_1 - T_4}{1/h_i A_i + (r_o - r_i)/k_A A_{A1m} + 1/h_o A_o} = \frac{T_1 - T_4}{\sum R} \quad (4-3-15)$$

که A_i سطح جانبی داخل لوله فلزی است و برابر با $2\pi L r_i$ می باشد. A_{A1m} میانگین لگاریتمی سطح جانبی لوله فلزی است و A_o سطح جانبی خارجی لوله می باشد.

ضریب کلی انتقال حرارت برای استوانه ممکن است بر حسب سطح داخلی A_i و یا سطح خارجی لوله A_o بیان شود بنابراین:

$$q = U_i A_i (T_1 - T_4) = U_o A_o (T_1 - T_4) = \frac{T_1 - T_4}{\sum R} \quad (4-3-16)$$

$$U_i = \frac{1}{1/h_i + (r_o - r_i)A_i/k_A A_{A1m} + A_i/A_o h_o} \quad (4-3-17)$$

$$U_o = \frac{1}{A_o/A_i h_i + (r_o - r_i)A_o/k_A A_{A1m} + 1/h_o} \quad (4-3-18)$$

مثال ۴-۳-۳ گرمای تلف شده از طریق هدایت و جابه جایی و ضریب کلی انتقال حرارت (U)

بخار اشباع در دمای 267°F در یک لوله فولادی $\frac{3}{4}$ اینچی به قطر داخلی 0.824 in و قطر خارجی 1.050 in جریان دارد. سطح بیرونی لوله با عایقی به ضخامت $1/5$ in عایق بندی شده است. ضریب جابه جایی برای بخار روی سطح داخلی لوله (h_i) برابر با $1000 \text{ Btu/h.ft}^2\text{.}^\circ\text{F}$ و ضریب جابه جایی در محیط بیرون برابر با $h_o = 2 \text{ Btu/h.ft}^2\text{.}^\circ\text{F}$ تخمین زده می شود. ضریب هدایت گرمایی میانگین فلز 45 W/m.K یا $26 \text{ Btu/h.ft}^2\text{.}^\circ\text{F}$ و ضریب هدایت گرمایی عایق 0.064 W/m.K یا $0.037 \text{ Btu/h.ft}^2\text{.}^\circ\text{F}$ می باشد.

الف) اگر دمای هوای اطراف لوله 80°F باشد، تلفات گرمایی به ازای هر فوت از طول لوله را با استفاده از مقاومتها به دست آورید.

ب) قسمت (الف) را با استفاده از ضریب کلی انتقال حرارت U_i بر اساس سطح داخلی A_i تکرار کنید.

حل: r_i شعاع درونی لوله، r_1 شعاع بیرونی لوله است و r_o شعاع بیرونی عایق می باشد. بنابراین،

$$r_i = \frac{0.412}{12} \text{ ft} \quad r_1 = \frac{0.525}{12} \text{ ft} \quad r_o = \frac{2.025}{12} \text{ ft}$$

برای یک فوت از طول لوله مساحتها به صورت زیر هستند:

فرایندهای انتقال و عملیات واحدها

$$A_i = 2\pi L r_i = 2\pi \times 1 \times \frac{0.412}{12} = 0.2157 \text{ ft}^2$$

$$A_l = 2\pi L r_l = 2\pi \times 1 \times \frac{0.525}{12} = 0.2750 \text{ ft}^2$$

$$A_o = 2\pi L r_o = 2\pi \times 1 \times \frac{2.025}{12} = 1.060 \text{ ft}^2$$

بر اساس معادله (۴-۳-۶) میانگین لگاریتمی سطوح برای لوله (A) و برای عایق (B) به صورت زیر است:

$$A_{A,lm} = \frac{A_o - A_i}{\ln(A_o/A_i)} = \frac{1.060 - 0.2157}{\ln(1.060/0.2157)} = 0.245 \text{ m}^2$$

$$A_{B,lm} = \frac{A_o - A_l}{\ln(A_o/A_l)} = \frac{1.060 - 0.2750}{\ln(1.060/0.2750)} = 0.583 \text{ m}^2$$

بر اساس معادله (۴-۳-۱۵) مقاومت‌های موجود عبارتند از:

$$R_i = \frac{1}{h_i A_i} = \frac{1}{10000 \times 0.2157} = 0.00464$$

$$R_A = \frac{r_l - r_i}{k_A A_{A,lm}} = \frac{(0.525 - 0.412)/12}{26 \times 0.245} = 0.00148$$

$$R_B = \frac{r_o - r_l}{k_B A_{B,lm}} = \frac{(2.025 - 0.525)/12}{0.37 \times 0.583} = 5/8$$

$$R_o = \frac{1}{h_o A_o} = \frac{1}{2 \times 1.060} = 0.472$$

با استفاده از معادله‌ای مشابه با معادله (۴-۳-۱۵) داریم:

$$q = \frac{T_i - T_o}{R_i + R_A + R_B + R_o} \quad (4-3-19)$$

$$= \frac{267 - 80}{0.00464 + 0.00148 + 5/8 + 0.472} = \frac{267 - 80}{6/278} = 29/8 \text{ btu/h}$$

برای قسمت (ب)، معادله‌ای که U را به q ارتباط می‌دهد معادله (۴-۳-۱۶) است که می‌توان آن را با معادله (۴-۳-۱۹) مساوی قرار داد.

$$q = U_i A_i (T_i - T_o) = \frac{T_i - T_o}{\sum R} \quad (4-3-20)$$

با حل معادله نسبت به U داریم:

$$U_i = \frac{1}{A_i \sum R} \quad (4-3-21)$$

با جایگزینی مقادیر معلوم،

$$U_j = \frac{1}{0.2157 \times 6/278} = 0.738 \text{ btu/h.ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$$

بنابراین q را می‌توان به شکل زیر محاسبه کرد:

$$q = U_i A_i (T_i - T_o) = 0.738 \times 0.2157 \times (267 - 80) = 29/8 \text{ btu/h (} \frac{8}{73} \text{ W)}$$

۴-۳E هدایت همراه با منبع داخلی تولید انرژی

در بعضی از سیستمها گرما در داخل یک محیط هادی تولید می‌شود. به عبارت دیگر یک منبع گرمایی^(۱) با انتشار یکنواخت موجود است. مثالهایی در این مورد، گرم‌کنها با مقاومتهای الکتریکی و همچنین میله‌های سوخته‌ای هسته‌ای می‌باشند. همچنین، اگر یک واکنش شیمیایی به صورت یکنواخت در محیطی در حال انجام باشد، گرمای واکنش دفع می‌شود. در زمینه‌های کشاورزی و بهداشتی، گرمای حاصل از فعالیتهای بیولوژیکی در توده‌های زباله و کمپوست دفع می‌شود.

مثالهای مهم دیگر در مورد فرآورش مواد غذایی است. تنفس^(۲) میوه‌ها و سبزیجات تازه ایجاد

گرما می‌کند. این گرما می‌تواند به میزان 0.3 W/kg تا 0.6 w/kg یا 0.5 تا 1 Btu/h.lbm باشد.

۱- تولید گرما در یک دیواره صاف: در شکل ۴-۳-۴ یک دیواره صاف نشان داده شده است که در درون آن گرما تولید می‌شود. گرما فقط در جهت محور x هدایت می‌شود. فرض می‌شود سطوح دیگر دیواره عایق بندی شده‌اند. دمای T_w بر حسب کلونین در $x = L$ و $x = -L$ ثابت نگهداشته می‌شود. نرخ حجمی گرمای تولید شده $q \text{ W/m}^3$ بوده و ضریب هدایت گرمایی محیط $k \text{ W/m.K}$ است.

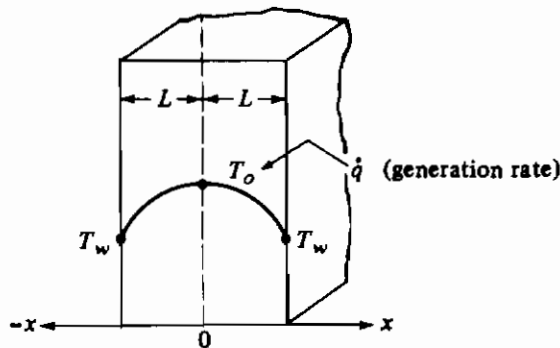
برای به دست آوردن معادله‌ای برای این حالت در شرایط پایدار، از معادله (۴-۱-۳) با حذف

عبارت مربوط به تجمع شروع می‌کنیم،

$$q_{x|x} + \dot{q}(\Delta x \cdot A) = q_{x|x+\Delta x} + 0 \quad (4-3-22)$$

که A سطح مقطع صفحه‌ای باشد. با مرتب‌کردن رابطه، تقسیم آن بر Δx و میل دادن Δx به سمت صفر داریم:

$$\frac{-dq_x}{dx} + \dot{q} \cdot A = 0 \quad (4-3-23)$$



شکل ۴-۳-۴. دیواره صاف با منبع گرمایی داخلی در حالت پایدار

با جایگزینی معادله (۴-۱-۲) برای q_x داریم:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \quad (4-3-24)$$

پس از انتگرال‌گیری رابطه زیر برای حالت \dot{q} ثابت به دست می‌آید:

$$T = -\frac{\dot{q}}{2k} x^2 + C_1 x + C_2 \quad (4-3-25)$$

که C_1 و C_2 ثابتهای انتگرال‌گیری هستند. شرایط مرزی به این صورت است که در $x = L$ یا $x = -L$ ، $T = T_w$ و در $x = 0$ داریم: $T = T_0$ (دمای مرکز). بنابراین توزیع دما به صورت زیر است:

$$T = -\frac{\dot{q}}{2k} x^2 + T_0 \quad (4-3-26)$$

دمای مرکز عبارت است از:

$$T_0 = \frac{\dot{q}L^2}{2k} + T_w \quad (4-3-27)$$

کل گرمای تلف شده از این دو سطح در حالت پایدار برابر با کل گرمای تولید شده (\dot{q}_T) بر حسب W است.

$$\dot{q}_T = \dot{q}(2LA) \quad (4-3-28)$$

که A سطح مقطع صفحه (سطحی که دمای آن T_w است) می‌باشد.

۲- تولید گرما در یک استوانه: به طریق مشابه می‌توان معادله‌ای برای استوانه‌ای به شعاع R که در آن منبع گرمایی یکنواختی با ضریب هدایت گرمایی ثابت وجود دارد به دست آورد. فرض می‌شود که گرما فقط در امتداد شعاع جریان می‌یابد، یعنی اثرات انتهایی ناچیزند یا این‌که دو انتها عایق شده‌اند. معادله

نهایی برای توزیع دما عبارت است از:

$$T = \frac{\dot{q}}{4k} (R^2 - r^2) + T_w \quad (4-3-29)$$

که r فاصله از مرکز می باشد. دمای مرکز (T_0) به صورت زیر است:

$$T_0 = \frac{\dot{q}R^2}{4k} + T_w \quad (4-3-30)$$

مثال ۴-۳-۴ تولید گرما در یک استوانه

یک جریان الکتریکی به میزان $A = 200$ در حال عبور از یک سیم فولادی زنگ نزن به شعاع $m = 0.01268$ است. طول سیم $L = 0.91$ m و مقاومت (R) آن 0.126Ω است. دمای سطح بیرونی سیم (T_w) در $422/1$ K ثابت نگهداشته می شود. ضریب هدایت گرمایی میانگین آن $22/5$ W/m.K است. دمای مرکز سیم را محاسبه کنید.

حل: ابتدا باید مقدار q محاسبه گردد. چون توان مساوی $I^2 R$ است، که در این رابطه I شدت جریان بر حسب آمپر و R مقاومت بر حسب اهم است، بنابراین داریم:

$$I^2 R = q\pi R^2 L \quad (4-3-31)$$

با جایگزینی مقادیر معلوم و حل آن داریم:

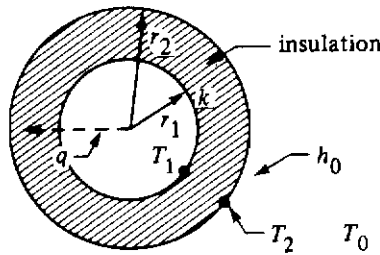
$$200^2 \times 0.126 = q\pi \times 0.01268^2 \times 0.91$$

$$q = 1.096 \times 10^9 \text{ W/m}^3$$

با جایگزینی در معادله (۴-۳-۳۰) و حل آن: $T_0 = 441/7$ K

۴-۳F ضخامت بحرانی عایق برای یک استوانه

در شکل ۴-۳-۵، یک لایه از عایق اطراف سطح بیرونی استوانه‌ای به شعاع r_1 و طول L را پوشانده است. استوانه دارای ضریب هدایت گرمایی بالایی است و دمای سطح خارجی استوانه (T_1) در شعاع r_1 ثابت است. مثالی از این حالت لوله‌های فلزی است که در داخل آن بخار اشباع جریان داشته باشد. سطح بیرونی عایق به دمای T_2 در معرض محیطی به دمای T_0 است که در آنجا جابه‌جایی اتفاق می افتد. مشخص نیست با اضافه کردن ضخامت عایق با ضریب هدایت گرمایی k نرخ انتقال حرارت افزایش یا کاهش می یابد.



شکل ۴-۳-۵. شعاع بحرانی برای عایق استوانه یا لوله

در حالت پایدار نرخ انتقال حرارت (q) از طریق استوانه و عایق برابر با نرخ انتقال حرارت جابه‌جایی از سطح می‌باشد.

$$q = h_o A (T_2 - T_0) \quad (4-3-32)$$

با افزایش عایق، سطح بیرونی ($A = 2\pi r_2 L$) افزایش یافته و T_2 کاهش می‌یابد. اما مشخص نیست که q افزایش می‌یابد یا کاهش. برای تعیین این موضوع، یک معادله مشابه با معادله (۴-۳-۱۵) با در نظر گرفتن هر دو مقاومت، که مقاومت عایق از معادله (۴-۲-۱۱) به دست می‌آید، نوشته می‌شود:

$$q = \frac{2\pi L (T_1 - T_0)}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{k} + \frac{1}{r_2 h_o}} \quad (4-3-33)$$

برای تعیین اثر ضخامت عایق بر q ، از معادله q نسبت به r_2 مشتق می‌گیریم و نتیجه را مساوی با صفر قرار داده و جریان گرمایی حداکثر را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\frac{dq}{dr_2} = \frac{-2\pi L (T_1 - T_0) (1/r_2 k - 1/r_2^2 h_o)}{\left[\frac{\ln(r_2/r_1)}{k} + \frac{1}{r_2 h_o} \right]^2} = 0. \quad (4-3-34)$$

با حل رابطه داریم،

$$(r_2)_{cr} = \frac{k}{h_o} \quad (4-3-35)$$

که در این جا $(r_2)_{cr}$ اندازه شعاع بحرانی در شرایط حداکثر نرخ انتقال حرارت است. بنابراین، اگر شعاع بیرونی r_2 کمتر از اندازه بحرانی باشد افزایش لایه عایق در واقع باعث افزایش نرخ انتقال گرما خواهد شد. همچنین اگر شعاع بیرونی بزرگتر از مقدار بحرانی باشد افزایش عایق باعث کاهش نرخ انتقال گرما خواهد شد. با در نظر گرفتن مقادیر معمول k و h_o شعاع بحرانی معمولاً در حد چند میلیمتر است. در نتیجه عایق کردن سیمهای الکتریکی کوچک می‌تواند باعث افزایش اتلاف گرمایی شود. عایق کردن

لوله‌های بزرگ نرخ انتقال حرارت را کاهش می‌دهد.

مثال ۴-۳-۵ عایق‌بندی یک سیم الکتریکی و شعاع بحرانی

یک سیم برق به قطر $1/5 \text{ mm}$ با یک عایق پلاستیکی (به ضخامت $2/5 \text{ mm}$) روکش شده است و در معرض هوایی با دمای 300 K و $h_o = 20 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ قرار دارد. ضریب هدایت گرمایی عایق $0.4 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ است. فرض می‌شود که دمای سطح سیم در 400 K ثابت بوده و پوشش سیم بر دمای آن تأثیری ندارد.

(الف) شعاع بحرانی را محاسبه کنید.

(ب) تلفات گرمایی به ازای هر متر از طول سیم بدون عایق را محاسبه کنید.

(پ) قسمت (ب) را در حالتی که سیم دارای عایق باشد تکرار کنید.

حل: برای قسمت (الف) با استفاده از معادله (۴-۳-۳۵) داریم:

$$(r_r)_{cr} = \frac{k}{h_o} = \frac{0.4}{20} = 0.02 \text{ m} = 20 \text{ mm}$$

برای قسمت (ب)، $L = 1 \text{ m}$ ، $r_1 = \frac{1/5}{2 \times 1000} = 0.75 \times 10^{-3} \text{ m}$ ، $A = 2\pi r_1 L$ با جایگزینی این مقادیر در معادله (۴-۳-۳۲) داریم:

$$q = h_o A (t_r - T_o) = 20 \times (2\pi \times 0.75 \times 10^{-3} \times 1) \times (400 - 300) = 9.42 \text{ W}$$

برای قسمت (پ) با وجود عایق،

$$r_2 = (2/5 + \frac{1/5}{2}) \times \frac{1}{1000} = 3/25 \times 10^{-3} \text{ m} \text{ و } r_1 = \frac{1/5}{2 \times 1000} = 0.75 \times 10^{-3} \text{ m}$$

با جایگزینی این مقادیر در معادله (۴-۳-۳۳) داریم:

$$q = 2\pi \times 1 \times (400 - 300) \left[\frac{\ln \left(\frac{3/25 \times 10^{-3} / 0.75 \times 10^{-3}}{0.4} \right) + \frac{1}{3/25 \times 10^{-3} \times 20}}{0.4} \right]$$

$$= 32.98 \text{ W}$$

بنابراین، عایق کردن به میزان زیادی اتلاف گرما را افزایش می‌دهد.

۴-۳G مقاومت تماس در فصل مشترک

در معادلات به‌دست آمده در این بخش برای هدایت از طریق جامدات به صورت سری (شکل ۴-۳-۱) را ببینید، فرض شد که سطوح مجاور در دمای یکسان هستند، یعنی دو سطح به‌طور کامل با هم تماس

دارند. در بسیاری از طراحیهای مهندسی در صنعت، این فرض دقت قابل قبولی دارد. اما در مواردی مانند نیروگاههای هسته‌ای که در آنجا شار گرمایی زیادی وجود دارد، ممکن است در فصل مشترک اُفت قابل ملاحظه دما وجود داشته باشد. این مقاومت فصل مشترک مقاومت تماس^(۱) نامیده می‌شود. این مقاومت موقعی به وجود می‌آید که دو سطح جامد کاملاً به هم فشرده نشده باشند و یک لایه نازک از سیال ساکن بین دو سطح به دام افتاده باشد. دو سطح جامد در نقاط برجسته با یکدیگر تماس دارند و در نقاط دیگر سیال فضای خالی بین دو سطح را اشغال می‌کند.

مقاومت فصل مشترک تابع پیچیده‌ای از ناهم‌واری دو سطح، فشار اعمال شده برای تماس سطوح، دمای فصل مشترک و سیال فصل مشترک می‌باشد. انتقال حرارت به شکل تابش، هدایت و جابه‌جایی از طریق سیال به دام افتاده و همچنین به شکل هدایت از طریق نقاط تماس صورت می‌گیرد. هیچ رابطه تجربی قابل اعتماد یا تئوری برای پیش‌بینی مقاومت تماس مواد مختلف در دسترس نیست. برای پی بردن به جزئیات بیشتر مراجع (R2، C7) را ببینید.

اغلب معادله مقاومت تماس به صورت زیر بیان می‌شود:

$$q = h_c A \Delta T = \frac{\Delta T}{1/h_c A} = \frac{\Delta T}{R_c} \quad (4-3-36)$$

در این جا h_c ضریب مقاومت تماس بر حسب $W/m^2.K$ ، ΔT افت دما در مقاومت تماس بر حسب K و R_c مقاومت تماس است. برای در نظر گرفتن این خصوصیت سطوح جامد می‌توان مقاومت تماس R_c را به دیگر مقاومتها در معادله (۴-۳-۳) افزود. برای تماس بین دو سطح فلزی مقدار h_c در حدود $10^4 \times 0.2$ تا $10^4 \times 1$ $W/m^2.K$ است.

اگر حداکثر فاصله بین دو سطح Δx را بتوان تخمین زد می‌توان مقدار تقریبی حداکثر مقاومت تماس را به دست آورد. بنابراین با فرض این‌که انتقال حرارت فقط از طریق سیال ساکن و به شکل هدایت صورت پذیرد h_c را می‌توان به صورت زیر تخمین زد:

$$h_c = \frac{k}{\Delta x} \quad (4-3-37)$$

اگر هرگونه جابه‌جایی، تابش و یا تماس نقطه به نقطه وجود داشته باشد، مقاومت فرض شده کاهش خواهد یافت.

۴-۴ هدایت پایدار و ضرایب شکل^(۱)

۴-۴A مقدمه و روش ترسیمی برای هدایت دو بعدی

در بخشهای قبلی این فصل، هدایت گرمایی پایدار در یک بعد را بررسی کردیم. اما، در بسیاری از حالتها هدایت گرمایی پایدار در دو جهت اتفاق می افتد یعنی هدایت دو بُعدی داریم. در این حالتها نیاز به روشهای حل دو بُعدی داریم که در بیشتر حالات روشهای حل تحلیلی برای مسائل دو بُعدی در دسترس نیست. یک روش تقریبی مهم برای حل اینگونه مسائل استفاده از روشهای عددی است که در بخش ۱۵-۴ به طور کامل بحث خواهد شد. روش تقریبی مهم دیگر، روش ترسیمی است که روش ساده‌ای برای به دست آوردن نرخ انتقال حرارت با دقت قابل قبول می باشد. این روش خصوصاً برای سیستمهایی که مرزهای همدمای دارند قابل استفاده است.

در روش ترسیمی ابتدا ملاحظه می کنیم که در هدایت یک بعدی گرما از طریق یک ورقه مسطح (شکل ۱-۲-۴ را ببینید)، جهت شار گرمایی یا خطوط شار همیشه عمود بر خطوط همدمای می باشند. روش ترسیمی برای هدایت دو بعدی نیز براساس این واقعیت است که خطوط شار گرمایی و خطوط همدمای یکدیگر را با زاویه‌های قائمه قطع می کنند، به طوری که همواره شبکه‌ای از مربعات خمیده تشکیل شود. مطابق شکل ۱-۴-۴ این بدین معناست که ما می توانیم خطوط همدمای و خطوط شار را طوری رسم کنیم که با زاویه قائمه یکدیگر را قطع کنند (بر یکدیگر عمود باشند). با دقت و تجربه می توانیم نتایج دقیق و قابل قبولی به دست آوریم. مراحل کلی روش ترسیمی به صورت زیر است:

۱- یک مدل با مقیاس مشخص از جامد دو بعدی رسم کنید. مرزهای همدمای را مشخص کنید. در

شکل ۱-۴-۴، T_1 و T_2 مرزهای همدمای می باشند.

۲- عددی مانند N انتخاب کنید که N تعداد تقسیمات همدمای بین خطوط همدمای است. در

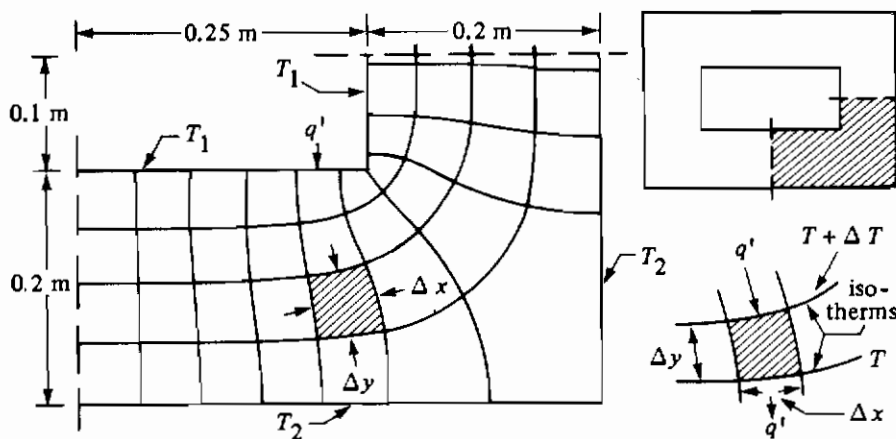
شکل ۱-۴-۴، $N=4$ تعداد تقسیمات بین T_1 و T_2 است. خطوط همدمای داخلی و خطوط

شارز گرمایی را طوری رسم کنید که در نقاط تقاطع بر یکدیگر عمود باشند. توجه کنید

که خطوط همدمای بر مرزهای آدیاباتیک (عایق شده) و نیز خطوط تقارن عمود

هستند.

۳- خطوط همدمای و شار را طوری تنظیم کنید که برای هر مربع خمیده $\Delta x = \Delta y$ باشد.



شکل ۴-۱-۴. روش ترسیمی مربعات خمیده برای هدایت حرارتی دو بُعدی در یک دودکش چهارگوش

برای محاسبه شار گرمایی از طریق نتایج به دست آمده از منحنیهای ترسیمی، ابتدا یک عمق واحد برای ماده فرض می‌کنیم. جریان گرمایی q' از طریق قسمت خمیده نشان داده شده در شکل ۴-۱-۴ توسط قانون فوریه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$q' = -kA \frac{dT}{dy} = k(\Delta x \cdot 1) \frac{\Delta T}{\Delta y} \quad (4-4-1)$$

جریان گرما (q') از طریق تمام مربعات خمیده که در یک مسیر هستند با هم برابر است. چون $\Delta x = \Delta y$ ، همه تقسیمات دمایی ΔT با هم برابر خواهند بود. این تقسیمات دمایی می‌توانند برحسب اختلاف دمای کلی $T_1 - T_2$ و N که تعداد تقسیمات مساوی است بیان شوند.

$$\Delta T = \frac{T_1 - T_2}{N} \quad (4-4-2)$$

همچنین جریان گرما (q') از همه مسیرها برابر است، زیرا در رسم شکل و در معادله (۴-۴-۱)، $\Delta x = \Delta y$ است. از این رو کل انتقال حرارت از همه مسیرها به صورت زیر است:

$$q = Mq' = Mk \Delta T \quad (4-4-3)$$

که در این جا M تعداد کل مسیرهای گرمایی است که توسط روش ترسیمی تعیین می‌شود. با جایگذاری معادله (۴-۴-۲) در معادله (۴-۴-۳) خواهیم داشت:

$$q = \frac{M}{N} k(T_1 - T_2) \quad (4-4-4)$$

مثال ۴-۴-۱ هدایت دوبعدی توسط روش ترسیمی

کل گرمای منتقل شده از میان دیواره‌های دودکش نشان داده شده در شکل ۴-۴-۱ را به دست آورید. در این شکل، $T_1 = 600 \text{ K}$ ، $T_2 = 400 \text{ K}$ ، $K = 0.9 \text{ W/m.K}$ و $L = 5 \text{ m}$ (طول دودکش).

حل: در شکل ۴-۴-۱، $N = 4$ تعداد تقسیمات دمایی و $M = 9/25$ است. کل انتقال حرارت از طریق چهار بخش مساوی با عمق یا طول ۵ متر با استفاده از معادله (۴-۴-۴) به دست می‌آید:

$$q = 4 \left[\frac{M}{N} k L (T_1 - T_2) \right] = 4 \left[\frac{9/25}{4} \times 0.9 \times 5 \times (600 - 400) \right]$$

$$= 8325 \text{ W}$$

۴-۴B ضرایب شکل در هدایت

در معادله (۴-۴-۴) پارامتر $\frac{M}{N}$ ضریب شکل هدایت (S) نامیده می‌شود،

$$S = \frac{M}{N} \quad (4-4-5)$$

$$q = kS(T_1 - T_2) \quad (4-4-6)$$

واحد ضریب شکل (S) متر است و در هدایت دوبعدی در جایی که فقط با دو دما سر و کار داریم استفاده می‌شود. ضریب شکل برای برخی از اشکال هندسی به دست آمده است که تعدادی از آنها در جدول ۴-۴-۱ درج شده‌اند.

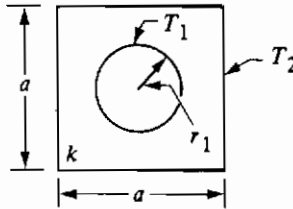
برای یک شکل هندسی سه بُعدی مانند یک کوره، ضریب شکل برای به دست آوردن جریان گرما از لبه‌ها و گوشه‌ها با هم متفاوت است. وقتی هر یک از ابعاد درونی بزرگتر از $\frac{1}{5}$ ضخامت دیواره باشند، ضرایب شکل برای ضخامت دیواره یکنواخت T_w به صورت زیر می‌باشند:

$$S_{\text{wall}} = \frac{A}{T_w} \quad S_{\text{edge}} = 0.54L \quad S_{\text{corner}} = 0.15T_w \quad (4-4-7)$$

که A سطح داخلی دیوار و L طول لبه داخلی آن است. در یک شکل هندسی کاملاً بسته، ۶ دیواره (وجه)، ۱۲ لبه و ۸ گوشه وجود دارد. توجه کنید که در یک دیواره منفرد مسطح، $q = k S_{\text{wall}} (T_1 - T_2) = k(A/T_w)(T_1 - T_2)$ می‌باشد که مشابه معادله (۴-۲-۱) برای هدایت از طریق یک ورقه مسطح^(۱) است.

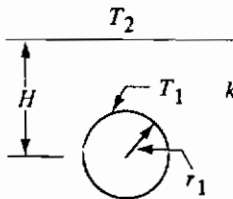
جدول ۴-۱-۴. ضرایب شکل هدایت برای $q = k S (T_1 - T_2)$ (ضریب هدایت گرمایی محیط k است).

Cylinder of length L in a square



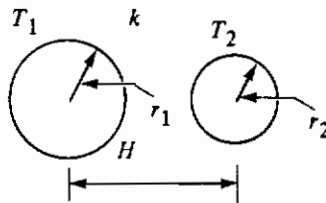
$$S = \frac{2\pi L}{\ln(0.54 a/r_1)}$$

Horizontal buried cylinder of length L



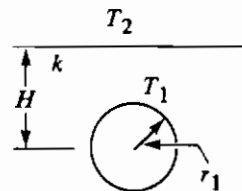
$$S = \frac{2\pi L}{\ln(2H/r_1)} \quad (H > 3r_1)$$

Two parallel cylinders of length L



$$S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1} \left[\frac{H^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2} \right]}$$

Sphere buried



$$S = \frac{4\pi r_1}{1 - r_1/2H}$$

برای یک استوانه توخالی بلند به طول L مانند شکل ۴-۲-۲ ضریب شکل به صورت زیر

است،

$$S = \frac{2\pi L}{\ln(r_2/r_1)}$$

(۴-۴-۸)

برای یک کره توخالی از معادله (۴-۲-۱۴) داریم:

$$S = \frac{4\pi r_2 r_1}{r_2 - r_1}$$

(۴-۴-۹)

۴-۵ انتقال حرارت به روش جابه‌جایی اجباری در داخل لوله‌ها

۴-۵A مقدمه و اعداد بدون بُعد

در بیشتر مواقع در انتقال حرارت وقتی با یک مایع یا گاز سر و کار داریم، معمولاً علاوه بر هدایت، انتقال حرارت جابه‌جایی نیز اتفاق می‌افتد. در اکثر فرایندهای صنعتی هنگام انتقال حرارت، گرما از سیالی به سیال دیگر با عبور از میان یک دیواره جامد انتقال می‌یابد. در شکل ۴-۵-۱ توزیع دمای مربوط به انتقال حرارت از یک سیال گرم در حال جریان به یک سیال سرد در حال جریان نشان داده شده است. وقتی جریان سیال مغشوش است، تغییرات سرعت در نزدیکی دیواره در یک زیر لایه نازک ویسکوز که در آن اغتشاش وجود ندارد، بسیار شدید است. در این حالت، عمده‌تاً انتقال حرارت توسط هدایت با یک اختلاف دمای بزرگ $T_p - T_w$ در جریان سیال گرم صورت می‌گیرد. همچنان‌که از دیواره فاصله می‌گیریم، به ناحیه مغشوش نزدیک می‌شویم، که در آنجا حرکت سریع گردابه‌ها باعث یکنواخت شدن دما می‌شود. از این رو اختلاف دما کمتر است و $T_1 - T_p$ کوچک می‌شود. دمای میانگین سیال T_m کمی کمتر از مقدار حداکثر T_p می‌باشد. می‌توان توضیح مشابهی برای توزیع دما در سیال سرد ارائه کرد. ضریب جابه‌جایی برای گرمای منتقل شده از طریق یک سیال به صورت زیر بیان می‌شود:

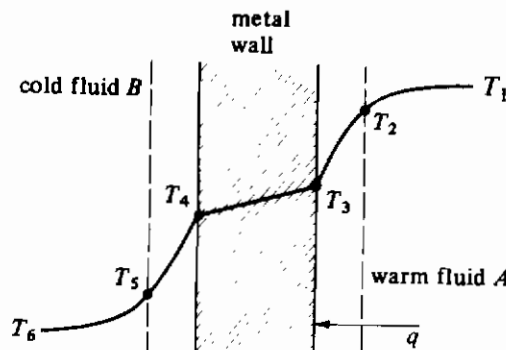
$$q = hA(T - T_w) \quad (4-5-1)$$

که h ضریب جابه‌جایی برحسب $W/m^2.K$ ، A مساحت بر حسب m^2 ، T دمای توده^(۱) یا دمای میانگین سیال برحسب K ، T_w دمای دیواره در تماس با سیال برحسب K و q نرخ انتقال حرارت برحسب W می‌باشند. در سیستم واحدهای انگلیسی q بر حسب btu/h ، h بر حسب $btu/h.ft^2.F$ ، A بر حسب ft^2 و T و T_w برحسب F می‌باشند.

نوع جریان هر سیال خواه آرام باشد، خواه مغشوش اثر مهمی بر ضریب انتقال حرارت h که اغلب ضریب انتقال حرارت فیلمی نامیده می‌شود، دارد. زیرا بیشترین مقاومت در مقابل انتقال حرارت در لایه نازک نزدیک به دیواره می‌باشد. هر چه اغتشاش جریان بیشتر باشد ضریب انتقال حرارت بیشتر است. دو نوع عمده انتقال حرارت جابه‌جایی وجود دارد. جابه‌جایی آزاد یا طبیعی^(۲) که در این نوع جابه‌جایی حرکت سیال در اثر تغییر دانسیته ناشی از انتقال حرارت است. اثر شناوری، یک جریان گردشی طبیعی در سیال تولید می‌کند که از سطح جامد شروع می‌شود. در نوع دوم یعنی جابه‌جایی اجباری^(۳)، سیال در اثر اختلاف فشار ایجاد شده توسط یک پمپ، دمنده و مانند آن به جریان می‌افتد.

1. bulk temperature
3. forced convection

2. free or natural convection



شکل ۱-۵-۴. توزیع دما برای انتقال حرارت جابه‌جایی از یک سیال به سیال دیگر

طبیعتاً بیشتر روابط موجود برای پیشگویی ضرایب فیلمی h نیمه تجربی هستند و تحت تأثیر عواملی مانند خواص فیزیکی سیال، نوع و سرعت سیال، اختلاف دما و شکل هندسی سیستم می‌باشند. برخی مقادیر تقریبی h در جدول ۲-۱-۴ ارائه شده بودند. در روابط زیر چون معادلات بدون بُعد هستند می‌توان از سیستم‌های SI یا انگلیسی استفاده کرد.

برای ارتباط دادن این داده‌ها با ضرایب انتقال حرارت، از اعداد بدون بعدی مانند عدد رینولدز و عدد پرانتل استفاده می‌شود. عدد پرانتل نسبت مولفه برشی ضریب نفوذ ممتوم (μ/ρ) به ضریب نفوذ گرمایی $k/\rho c_p$ می‌باشد و از نظر فیزیکی رابطه بین ضخامت نسبی لایه مرزی هیدرودینامیکی و لایه مرزی گرمایی است.

$$N_{Pr} = \frac{\mu/\rho}{k/\rho c_p} = \frac{c_p \mu}{k} \quad (۴-۵-۲)$$

مقدار عدد پرانتل N_{Pr} برای گازها در ضمیمه ۳-A داده شده است که همان طور که مشاهده می‌شود در محدوده ۰/۵ تا ۱ است. این عدد بدون بعد برای مایعات در محدوده ۲ تا بالاتر از $۱۰^۴$ است. عدد بدون بعد ناسلت (N_{Nu}) ضریب انتقال حرارت h را به ضریب هدایت گرمایی سیال (k) و بعد مشخصه D ارتباط می‌دهد.

$$N_{Nu} = \frac{hD}{k} \quad (۴-۵-۳)$$

به عنوان مثال، برای سیالی که درون یک لوله جریان دارد، بعد مشخصه D ، قطر لوله است.

۵B-۴ ضریب انتقال حرارت برای جریان آرام درون لوله

مسلماً مهمترین فرایند صنعتی انتقال حرارت جابه‌جایی، سرد یا گرم کردن جریان سیال درون یک مجرای مدور بسته یا لوله می‌باشد. روابط متفاوتی برای به‌دست آوردن ضریب جابه‌جایی در جریان آرام (عدد رینولدز کمتر از ۲۱۰۰)، در جریان کاملاً مغشوش (عدد رینولدز بالاتر از 10^4) و در ناحیه گذرا (عدد رینولدز بین ۲۱۰۰ و 10^4) مورد نیاز است.

برای جریان آرام سیالات درون لوله‌های با قطر کم یا لوله‌های با قطر زیاد افقی، معادله سیدر و تیت (S1) برای $Re < 2100$ می‌تواند به کار برده شود:

$$(N_{Nu})_a = \frac{h_a D}{k} = 1.86 \left(N_{Re} N_{Pr} \frac{D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad (4-5-4)$$

که D قطر لوله بر حسب متر، L طول لوله قبل از این‌که اختلاط در لوله اتفاق بیفتد، بر حسب متر، μ_b ویسکوزیته سیال در دمای میانگین توده‌ای بر حسب Pa.s، μ_w ویسکوزیته در دمای دیواره، c_p ظرفیت گرمایی بر حسب J/kg.K، k ضریب هدایت گرمایی بر حسب W/m.K، h_a ضریب میانگین انتقال حرارت جابه‌جایی بر حسب $W/m^2.K$ و N_{Nu} عدد بدون بعد ناسلت می‌باشند. به جز μ_w همه خواص فیزیکی در دمای توده‌ای سیال محاسبه می‌شوند. عدد رینولدز به صورت زیر است:

$$N_{Re} = \frac{Dv\rho}{\mu} \quad (4-5-5)$$

و عدد پراتل نیز به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$N_{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} \quad (4-5-6)$$

این معادله برای $(N_{Re} N_{Pr} D/L) > 100$ صادق است. اگر معادله بالا برای $(N_{Re} N_{Pr} D/L) > 10$ به کار رود با $\pm 20\%$ خطا باز هم صدق می‌کند (B1). برای $(N_{Re} N_{Pr} D/L) < 100$ رابطه دیگری موجود است (P1).

در جریان آرام ضریب میانگین h_a شدیداً به طول گرم شده وابسته است. در معادله برای محاسبه نرخ انتقال حرارت q از اختلاف دمای میانگین (میانگین حسابی) ΔT_a استفاده می‌شود.

$$q = h_a A \Delta T_a = h_a A \frac{(T_w - T_{bi}) + (T_w - T_{bo})}{2} \quad (4-5-7)$$

که T_w دمای دیواره بر حسب K، T_{bi} دمای توده‌ای سیال ورودی و T_{bo} دمای توده‌ای سیال خروجی می‌باشند. برای لوله‌هایی با قطر بزرگ و اختلاف دمای زیاد بین دیواره و توده سیال، اثر جابه‌جایی طبیعی می‌تواند باعث افزایش h شود (P1). روابطی برای جریان آرام در لوله‌های عمودی نیز وجود دارند.

۴-۵C ضریب انتقال حرارت برای جریان مغشوش درون یک لوله

وقتی عدد رینولدز بالای ۲۱۰۰ باشد جریان مغشوش است. چون نرخ انتقال حرارت در ناحیه مغشوش زیاد است، بسیاری از فرایندهای انتقال حرارت صنعتی در ناحیه مغشوش می‌باشند.

معادله زیر برای لوله‌های با قطر کم به دست آمده است، اما برای لوله‌های با قطر بزرگ نیز قابل استفاده است. این معادله در محدوده $6000 < N_{Re} < 16000$ و $0.7 < N_{Pr} < 60$ برقرار است.

$$N_{Nu} = \frac{h_L D}{k} = 0.027 N_{Re}^{0.8} N_{Pr}^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad (4-5-8)$$

که h_L ضریب انتقال حرارت بر اساس اختلاف دمای میانگین لگاریتمی ΔT_{lm} است (بخش ۴-۵H را ببینید). خواص سیال به جز μ_w در دمای توده‌ای میانگین ارزیابی می‌شود. اگر دمای توده‌ای میانگین از ورودی تا خروجی لوله تغییر یابد، از میانگین دماهای ورودی و خروجی استفاده می‌شود. به منظور تصحیح رابطه فوق برای محدوده $L/D < 60$ ، که در این حالت طول ورودی همراه با انقباض شدید است، می‌توانیم سمت راست معادله (۴-۵-۸) را در ضریب تصحیحی که در بخش ۴-۵F داده خواهد شد ضرب کنیم. استفاده از معادله (۴-۵-۸) ممکن است به صورت سعی و خطا باشد، چون مقدار h_L باید برای محاسبه T_w و سپس μ_w در دمای دیواره معلوم باشد. همچنین، اگر به علت انتقال حرارت دمای توده‌ای میانگین در طول لوله افزایش یا کاهش یابد، برای این‌که یک دمای توده‌ای میانگین در ورود و خروج داشته باشیم، دمای توده‌ای در طول لوله باید حدس زده شود.

در جریان مغشوش ضریب انتقال حرارت در یک لوله معمولی تا حدی بیشتر از یک لوله صاف است. این اثر از اثر اصطکاک سیال خیلی کمتر است و معمولاً در محاسبات از آن صرف نظر می‌شود. همچنین برای فلزات مایع که عدد پرانتل آنها خیلی کمتر از ۱ است باید از روابط دیگری برای محاسبه ضریب انتقال حرارت h استفاده نمود (بخش ۴-۵G را ببینید). در صورتی که مقطع لوله مدور نباشد همچنان‌که در بخش ۴-۵E بحث خواهد شد، از قطر معادل استفاده می‌شود.

برای هوا در فشار کل ۱ atm، معادله ساده‌شده زیر برای جریان مغشوش در لوله‌ها استفاده می‌شود:

$$h_L = \frac{3.52 D^{0.8}}{D^{0.2}} \quad (\text{SI}) \quad (4-5-9)$$

$$h_L = \frac{0.5 v_s^{0.8}}{(D')^{0.2}} \quad (\text{English})$$

که در این جا در سیستم SI D برحسب μm ، v برحسب m/s و h_L برحسب $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$ و در سیستم انگلیسی، D' برحسب μin ، v_s برحسب ft/s و h_L برحسب $\text{btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$ می‌باشند.

معمولاً در تجهیزات انتقال حرارت از آب استفاده می‌شود. یک رابطه ساده شده برای استفاده در

محدوده دمایی ۴ تا ۱۰۵ °C (۴۰ تا ۲۲۰ °F) به صورت زیر است:

$$h_L = 1429(1 + 0.0146T^{\circ}\text{C}) \frac{v_s^{0.8}}{D^{0.2}} \quad (\text{SI}) \quad (4-5-10)$$

$$h_L = 150(1 + 0.011T^{\circ}\text{F}) \frac{v_s^{0.8}}{(D')^{0.2}} \quad (\text{English})$$

یک رابطه بسیار ساده برای محاسبات تقریبی هنگام استفاده از مایعات آلی به صورت زیر است (P3):

$$h_L = 423 \frac{v_s^{0.8}}{D^{0.2}} \quad (\text{SI}) \quad (4-5-11)$$

$$h_L = 60 \frac{v_s^{0.8}}{(D')^{0.2}} \quad (\text{English})$$

برای جریان داخل لوله‌های ماریچ با N_{Re} بالاتر از 10^4 ، ضریب فیلمی پیش‌بینی شده برای لوله‌های مستقیم باید در عبارت $(1 + \frac{3/5D}{D_{coil}})$ ضرب شود.

مثال ۴-۵-۱ گرم کردن هوا در جریان مغشوش

هوا در شرایط ۲۰۶/۸ kPa و ۴۷۷/۶ K گرم شده و از طریق لوله‌ای به قطر داخلی ۲۵/۴ mm با سرعت ۷/۶۲ m/s جریان می‌یابد. وسیله گرم‌کننده بخار در حال مایع شدن در دمای ۴۸۸/۷K است که در خارج لوله قرار دارد. چون ضریب انتقال حرارت بخار در حال مایع شدن، چند هزار $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$ است و مقاومت دیواره فلزی بسیار کم است، دمای سطح دیواره فلزی در تماس با هوا ۴۸۸/۷K فرض می‌شود. ضریب انتقال حرارت را برای حالت $\frac{L}{D} > 60$ و همچنین شار انتقال حرارت $\frac{q}{A}$ را محاسبه کنید. حل: از ضمیمه A.3 خواص فیزیکی هوا در ۴۷۷/۶ K (۲۰۴/۴ °C) به صورت زیر است:

$$k = 0.03894 \text{ W/m}, N_{Pr} = 0.686, \mu_b = 2.64 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

$$\text{در دمای } 488/7 \text{ K یا دمای } 215/5 \text{ °C داریم، } \mu_w = 2.64 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

$$\mu_b = 2.6 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s} = 2.6 \times 10^{-5} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$$

$$\rho = 28/97 \times \left(\frac{1}{22/414}\right) \times \left(\frac{206/8}{101/33}\right) \times \left(\frac{273/2}{477/6}\right) = 1/509 \text{ kg/m}^3$$

عدد رینولدز محاسبه شده در دمای توده‌ای سیال (۴۷۷/۶ K) به صورت زیر است:

$$N_{Re} = \frac{D v \rho}{\mu} = \frac{0.0254 \times 7/62 \times 1/509}{2.6 \times 10^{-5}} = 1/122 \times 10^4$$

بنابراین جریان مغشوش است و از معادله (۴-۵-۸) استفاده می‌شود. با جایگزینی مقادیر معلوم در معادله (۴-۵-۸) داریم:

$$N_{Nu} = \frac{h_L D}{k} = 0.027 N_{Re}^{1/4} N_{Pr}^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w} \right)^{1/4}$$

$$\frac{h_L (0.0254)}{0.3894} = 0.027 \times (1/122 \times 10^4)^{1/4} \times 0.686^{1/3} \times \left(\frac{0.0260}{0.0264} \right)^{1/4}$$

پس از حل داریم: $h_L = 63/2 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} (11/13 \text{ btu/h.ft}^2 \cdot ^\circ\text{F})$

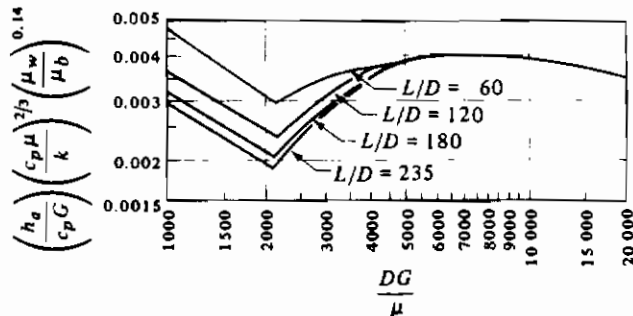
برای به دست آوردن شار $\frac{q}{A}$ داریم:

$$\frac{q}{A} = h_L (T_w - T) = 63/2 \times (488/7 - 477/6)$$

$$= 70.1/1 \text{ W/m}^2 (222/2 \text{ btu/h.ft}^2)$$

۴-۵-۵ ضریب انتقال حرارت جریان گذرا درون یک لوله

معادلات تجربی در ناحیه گذرا برای N_{Re} بین ۲۱۰۰ تا ۶۰۰۰ وضعیت ضریب اصطکاک سیال را به خوبی تشریح نمی‌کنند. هیچ معادله ساده‌ای برای انتقال حرارت در گذار از جریان آرام به مغشوش یعنی گذار از معادله (۴-۵-۴) در N_{Re} برابر ۲۱۰۰ به معادله (۴-۵-۸) در N_{Re} برابر ۶۰۰۰ موجود نیست. نمودار شکل ۴-۵-۲ یک رابطه تقریبی بین پارامترهای گوناگون انتقال حرارت و عدد رینولدز بین ۲۱۰۰ تا ۶۰۰۰ ارائه می‌کند. منحنی‌های فوق‌الذکر برای اعداد رینولدز کمتر از ۲۱۰۰، معادله (۴-۵-۴) و برای اعداد رینولدز بالاتر از 10^4 ، معادله (۴-۵-۸) را ارائه می‌کنند. میانگین ΔT_a در معادله (۴-۵-۷) باید همراه با h_a در شکل ۴-۵-۲ استفاده شود.



شکل ۴-۵-۲. رابطه بین پارامترهای انتقال حرارت در ناحیه گذار برای اعداد رینولدز بین ۲۱۰۰ تا ۶۰۰۰

(باکسب مجوز گرفته شده از: R. H. Perry and C. H. Chilton, Chemical Engineers' Handbook, 5th ed., New York: McGraw-Hill Book Company, 1973.

ed., New York: McGraw-Hill Book Company, 1973.

۴-۵E ضریب انتقال حرارت برای مجراهای غیر مدور

یکی از سیستمهای انتقال حرارت که اغلب استفاده می شود حالتی است که سیالها در لوله های هم مرکز با دماهای متفاوت جریان داشته باشند. ضریب انتقال حرارت سیال در این فضای حلقوی می تواند با استفاده از همان معادلات موجود برای لوله های مدور تعیین شود. اما باید از قطر معادل تعریف شده در بخش است. $10^6 - 2$ استفاده گردد. برای یک فضای حلقوی، D_{eq} برابر با قطر داخلی لوله خارجی (D_o) منهای قطر خارجی لوله داخلی استفاده (D_i) برای اشکال هندسی دیگر نیز می توان از قطر معادل^(۱) نمود.

مثال ۴-۵-۲ گرم شدن آب به وسیله بخار و حل به روش حدس و خطا

آب در یک لوله افقی فولادی شماره ۴۰ به قطر اسمی ۱ in در دمای میانگین $65/6^\circ C$ با سرعت $2/44 \text{ m/s}$ جریان دارد. آب توسط بخار در حال میعان در دمای $107/8^\circ C$ در خارج لوله، گرم می شود. ضریب انتقال حرارت در طرف بخار در حدود $h_o = 10500 \text{ W/m}^2 \cdot K$ تخمین زده شده است.

الف - ضریب انتقال حرارت h_i را برای آب درون لوله محاسبه کنید.

ب - ضریب کلی انتقال حرارت U_i را بر حسب سطح داخلی محاسبه کنید.

پ - نرخ انتقال حرارت q را برای $0/305 \text{ m}$ از لوله در صورتی که آب در دمای میانگین $65/6^\circ C$ باشد، محاسبه کنید.

حل: از ضمیمه A-5 ابعاد لوله به صورت، $D_o = 0/0334 \text{ m}$ و $D_i = 0/0266 \text{ m}$ هستند. برای آب در دمای میانگین توده ای $65/6^\circ C$ از ضمیمه A.2 خواهیم داشت:

$$\mu = 4/32 \times 10^{-4} \text{ Pa.s} = 4/32 \times 10^{-4} \text{ kg/m.s}$$

به دمای دیواره فلزی داخلی نیاز است. به عنوان حدس اول، مقدار آن را یک سوم فاصله بین

$$65/6 \text{ و } 107/8 \text{ در نظر می گیریم، یعنی } T_w = 80^\circ C. \text{ در این دما } \mu_w = 3/56 \times 10^{-4} \text{ pa.s}$$

ابتدا عدد رینولدز برای آب در دمای توده ای میانگین محاسبه می شود.

$$N_{Re} = \frac{D_i v \rho}{\mu} = \frac{0/0266 \times 2/44 \times 980}{4/32 \times 10^{-4}} = 1/473 \times 10^5$$

بنابراین جریان مغشوش است. با استفاده از معادله (۴-۵-۸) و جایگزینی مقادیر معلوم داریم:

$$\frac{h_L D}{k} = 0.027 NRe^{0.18} NPr^{0.33} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^{0.14}$$

$$\frac{h_L (0.0266)}{0.663} = 0.027 \times (1/473 \times 10^5)^{0.18} \times 2/72^{0.33} \times \left(\frac{4/32 \times 10^{-4}}{3/56 \times 10^{-4}}\right)^{0.14}$$

که پس از حل رابطه داریم: $h_L = h_i = 13324 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$.

برای قسمت (ب)، سطوح گوناگون برای 0.305 m از طول لوله به صورت زیر هستند:

$$A_i = \pi D_i L = \pi \times 0.0266 \times 0.305 = 0.0255 \text{ m}^2$$

$$A_{lm} = \pi \frac{(0.0266 + 0.0334) \times 0.305}{2} = 0.0287 \text{ m}^2$$

$$A_o = \pi \times 0.0334 \times 0.305 = 0.0320 \text{ m}^2$$

مقدار k برای فولاد $45 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ است. مقاومت‌ها عبارتند از:

$$R_i = \frac{1}{h_i A_i} = \frac{1}{13324 \times 0.0255} = 0.002943$$

$$R_m = \frac{r_o - r_i}{k A_{lm}} = \frac{0.0334 - 0.0266}{2} \times \frac{1}{45 \times 0.0287} = 0.002633$$

$$R_o = \frac{1}{h_o A_o} = \frac{1}{10500 \times 0.0320} = 0.002976$$

$$\Sigma R = 0.002943 + 0.002633 + 0.002976 = 0.008552$$

اختلاف دمای کل برابر با $42/2 \text{ K} = 42/2 \text{ } ^\circ\text{C} = 65/6 - 107/8$ است. افت دما در عرض لایه نازک آب برابر است با:

$$\text{افت دما} = \frac{R_i}{\Sigma R} \times 42/2 = \left(\frac{0.002943}{0.008552}\right) \times 42/2 = 14/5 \text{ K} = 14/5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

بنابراین، $T_w = 65/6 + 14/5 = 80/1 \text{ } ^\circ\text{C}$ است. این جواب کاملاً نزدیک به حدس اولیه $80 \text{ } ^\circ\text{C}$ می‌باشد. μ_w تنها خاصیت فیزیکی است که در حدس دوم تغییر می‌کند. این تغییر تأثیر بسیار ناچیزی بر h_i خواهد داشت و به همین دلیل حدس دوم لازم نیست.

برای قسمت (ب)، ضریب کلی بر اساس معادله (۱۶-۳-۴) به صورت زیر است:

$$q = U_i A_i (T_o - T_i) = \frac{T_o - T_i}{\Sigma R}$$

$$U_i = \frac{1}{A_i \Sigma R} = \frac{1}{0.0255 \times 0.008552} = 4586 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

در قسمت (پ)، برای آب در دمای میانگین $65/6^\circ\text{C}$ داریم:

$$T_o - T_i = 107/8 - 65/6 = 42/2^\circ\text{C} = 42/2\text{ K}$$

$$q = U_j A_j (T_o - T_i) = 4586 \times 0/0255 \times 42/2 = 4935\text{ W}$$

۴-۵F تأثیر ناحیه ورودی^(۱) بر ضریب انتقال حرارت

در نزدیک ورودی لوله جایی که سیال شروع به گرم شدن می‌کند، توزیع دما کاملاً توسعه یافته نیست و ضریب موضعی h بزرگتر از ضریب h_L در ناحیه کاملاً توسعه یافته در جریان مغشوش می‌باشد. در ورودی لوله جایی که تغییرات دما هنوز تثبیت نشده است، مقدار h بی‌نهایت است. مقدار h به سرعت اُفت کرده و تقریباً برابر با همان مقدار h_L در $L/D = 60$ می‌شود که L طول ورودی است. این روابط برای جریان مغشوش داخل یک لوله به صورت زیر هستند که ورودی در آن دارای یک انقباض شدید است.

$$\frac{h}{h_L} = 1 + \left(\frac{D}{L}\right)^{0.7} \quad 2 < \frac{L}{D} < 20 \quad (4-5-12)$$

$$\frac{h}{h_L} = 1 + 6 \left(\frac{D}{L}\right) \quad 20 < \frac{L}{D} < 60 \quad (4-5-13)$$

در این روابط h مقدار میانگین برای یک لوله با طول محدود L و h_L برای لوله‌های طویل می‌باشد.

۴-۵G ضریب انتقال حرارت فلزات مذاب

معمولاً در مواردی که یک سیال نیاز به محدوده دمایی وسیع و فشار نسبتاً پایین داشته باشد از فلزات مذاب به عنوان سیال منتقل‌کننده گرما استفاده می‌شود. فلزات مذاب اغلب در راکتورهای هسته‌ای استفاده می‌شوند زیرا دارای ضریب انتقال حرارت بالا و همچنین ظرفیت گرمایی (به ازای واحد حجم) بالا هستند. ضرایب انتقال حرارت بالا در فلزات مذاب به دلیل بالا بودن ضرایب هدایت گرمایی و در نتیجه پایین بودن عدد پراوتل آنها است. در جریان فلزات مذاب در لوله‌ها، به دلیل بالا بودن ضریب هدایت، انتقال حرارت هدایتی در هسته مغشوش اهمیت زیادی دارد، و اغلب از اثر جابه‌جایی مهمتر است. برای جریان مغشوش کاملاً توسعه یافته در لوله‌های با شار گرمایی یکنواخت از معادله زیر می‌توان استفاده نمود (L_1):

$$N_{Nu} = \frac{h_L D}{k} = 0.625 N_{Pe}^{0.4} \quad (4-5-14)$$

که $N_{pe} = N_{Re} N_{Pr}$ عدد پکلت است. این رابطه در محدوده $L/D > 60$ و $10^4 < N_{pe} < 10^6$ صدق می‌کند. در صورتی که دمای دیواره ثابت باشد داریم،

$$N_{Nu} = \frac{h_L D}{k} = 5.0 + 0.025 N_{pe}^{0.8} \quad (4-5-15)$$

معادله بالا در محدوده $L/D > 60$ و $N_{pe} > 1000$ صادق است. همه خواص فیزیکی در دمای میانگین توده‌ای ارزیابی می‌شوند.

مثال ۳-۵-۴ انتقال حرارت فلز مذاب در درون یک لوله

یک فلز مذاب با دبی $4/00 \text{ kg/s}$ درون یک لوله با قطر داخلی $0/05 \text{ m}$ جریان دارد. مایع در 500 K وارد شده و تا دمای 505 K گرم می‌شود. دیواره لوله در دمای 30 K بالاتر از دمای توده‌ای سیال نگهداشته می‌شود. شار گرمایی نیز ثابت نگهداشته می‌شود. طول مورد نیاز برای لوله را محاسبه کنید. خواص فیزیکی میانگین به صورت زیر هستند:

$$\mu = 7/1 \times 10^{-4} \text{ Pa.s}, \rho = 7400 \text{ kg/m}^3, c_p = 120 \text{ J/kg.K}, k = 13 \text{ W/m.K}$$

حل: سطح گرمایی به صورت زیر محاسبه می‌شود،

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (0/05)^2}{4} = 1/963 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

بنابراین داریم:

$$G = \frac{4/0}{1/963 \times 10^{-3}} = 2/038 \times 10^3 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$$

عدد رینولدز و عدد پراتل به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$N_{Re} = \frac{D G}{\mu} = \frac{0/05 \times (2/038 \times 10^3)}{7/1 \times 10^{-4}} = 1/435 \times 10^5$$

$$N_{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} = \frac{120 \times (7/1 \times 10^{-4})}{13} = 0/00655$$

با استفاده از معادله (۴-۵-۱۴) داریم:

$$h_L = \frac{k}{D} (0/625) N_{pe}^{1/4} = \frac{13}{0/05} \times 0/625 \times (1/435 \times 10^5 \times 0/00655)^{1/4}$$

$$= 2512 \text{ w/m}^2 \cdot \text{K}$$

با استفاده از یک موازنه گرمایی داریم:

$$q = m c_p \Delta T = 4 \times 120 \times (505 - 500) = 2400 \text{ W} \quad (4-5-16)$$

با جایگذاری در معادله (۴-۵-۱) داریم:

$$\frac{q}{A} = \frac{2400}{A} = h_L (T_w - T) = 2512 \times 30 = 75360 \text{ W/m}^2$$

$$\text{بنابراین، } A = \frac{2400}{75360} = 3/185 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ سپس:}$$

$$A = 3/185 \times 10^{-2} = \pi D L = \pi \times 0/05 \times L$$

پس از حل رابطه داریم، $L = 0/203 \text{ m}$.

۴-۵H اختلاف دمای میانگین لگاریتمی و افت دمای متغیر

معادلات (۴-۵-۱) و (۴-۳-۱۲) تنها هنگامی که افت دمای $(T_i - T_o)$ برای همه قسمت‌های سطح در حال گرم شدن یکسان باشد، می‌تواند به همان صورت نوشته شده به کار رود. بنابراین معادله زیر

$$q = U_i A_i (T_i - T_o) = U_o A_o (T_i - T_o) = UA(\Delta T) \quad (4-5-17)$$

هنگامی که سیالات در حال گرم شدن یا سرد شدن باشند، فقط در یک نقطه صدق می‌کند. اما همچنان که دو سیال از مبدل حرارتی عبور می‌کنند گرم یا سرد می‌شوند و هر دو دمای T_i و T_o تغییر می‌کنند. بنابراین $(T_i - T_o)$ یا ΔT نسبت به مکان تغییر می‌کند و باید از ΔT_m میانگین برای کل دستگاه استفاده نمود.

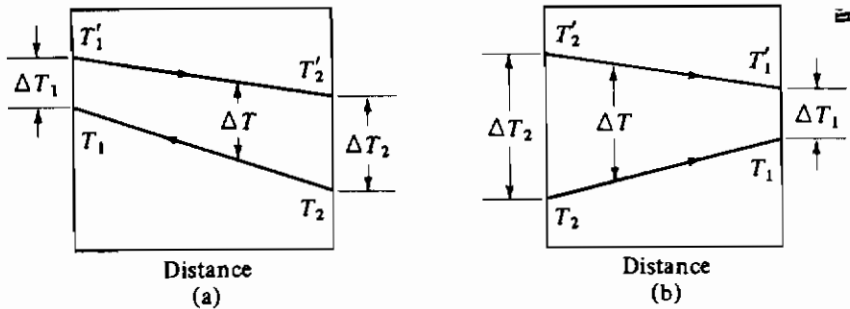
در یک مبدل حرارتی دو لوله‌ای، سیال گرم درون لوله توسط سیال سردی که در خارج لوله در جهت مخالف جریان دارد از دمای T_1' تا دمای T_2' سرد می‌شود. مطابق شکل ۴-۵-۳a سیال سرد از دمای T_1 تا T_2 گرم می‌شود. ΔT نشان داده شده با مسافت تغییر می‌کند. بنابراین همچنان که سطح A از صفر در ورودی تا مقدار A در خروجی مبدل تغییر می‌کند، ΔT در معادله (۴-۵-۱۷) نیز تغییر می‌کند.

برای جریان متقابل دو سیال در شکل ۴-۵-۳a، نرخ انتقال حرارت به صورت زیر است:

$$q = UA \Delta T_m \quad (4-5-18)$$

که در این جا ΔT_m یک اختلاف دمای میانگین مناسب است که باید تعیین شود. برای یک سطح dA موازنه گرما روی سیالات گرم و سرد به صورت زیر است:

$$dq = -m'c'_p dT' = mc_p dT \quad (4-5-19)$$



شکل ۴-۵-۳. توزیع دما برای مبدل یک گذردو لوله‌ای: (a) جریان متقابل (b) جریان هم‌بوی موازی

در این جا m دبی جرمی جریان برحسب kg/s است. مقادیر m ، m' ، c_p ، c_p' و U ثابت فرض می‌شوند. همچنین:

$$dq = U(T' - T) dA \quad (4-5-20)$$

از معادله (۴-۵-۱۹) داریم: $dT = dq/mc_p$ و $dT' = -dq/m'c_p'$. بنابراین:

$$dT' - dT = d(T' - T) = -dq \left(\frac{1}{m'c_p'} + \frac{1}{mc_p} \right) \quad (4-5-21)$$

با جایگذاری معادله (۴-۵-۲۰) در معادله (۴-۵-۲۱) داریم:

$$\frac{d(T' - T)}{T' - T} = -U \left(\frac{1}{m'c_p'} + \frac{1}{mc_p} \right) dA \quad (4-5-22)$$

با انتگرال‌گیری بین نقاط ۱ و ۲ داریم:

$$\ln \left(\frac{T_2' - T_2}{T_1' - T_1} \right) = -UA \left(\frac{1}{m'c_p'} + \frac{1}{mc_p} \right) \quad (4-5-23)$$

با نوشتن یک موازنه گرمایی بین ورودی و خروجی:

$$q = m'c_p'(T_1' - T_2') = mc_p(T_2 - T_1) \quad (4-5-24)$$

با حل معادله نسبت به $m'c_p'$ در معادله (۴-۵-۲۴) و جایگذاری در معادله (۴-۵-۲۳) داریم:

$$q = \frac{UA[(T_2' - T_2) - (T_1' - T_1)]}{\ln [(T_2' - T_2)/(T_1' - T_1)]} \quad (4-5-25)$$

با مقایسه معادلات (۴-۵-۱۸) و (۴-۵-۲۵) می‌بینیم که ΔT_m اختلاف دمای میانگین لگاریتمی ΔT_{lm} است. از این رو در حالتی که ضریب کلی انتقال حرارت U در سرتاسر مبدل و همچنین ظرفیت گرمایی

هر سیال ثابت است، اختلاف دمای مناسب در تمام مبدل، میانگین لگاریتمی آن می باشد.

$$q = UA\Delta T_{lm} \quad (4-5-26)$$

که در این جا:

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\Delta T_2/\Delta T_1)} \quad (4-5-27)$$

مشاهده می شود که برای جریان موازی مطابق شکل ۳b-۵-۴ باید از اختلاف دمای میانگین لگاریتمی استفاده کرد. در برخی حالات که بخار در حال میعان است، T'_1 و T'_2 ممکن است مساوی باشند. معادلات فوق برای این حالت هم صادق هستند. در حالتی که U با مسافت تغییر می کند یا عوامل پیچیده دیگری دخالت می کنند، مراجع دیگر باید مورد استفاده قرار گیرد (B2, P3, W1).

مثال ۴-۵-۴ سطح انتقال حرارت و اختلاف دمای میانگین لگاریتمی

نفت خام سنگین با $c_{pm} = 2/30 \text{ kJ/kg.K}$ در یک مبدل حرارتی از دمای $371/9 \text{ K}$ تا $349/7 \text{ K}$ سرد می شود و با دبی جرمی 3630 kg/h وارد لوله می شود. آب با دبی 1450 kg/h با دمای $288/6 \text{ K}$ برای سرد کردن نفت در بیرون لوله جریان می یابد.

الف - در صورتی که $U_i = 340 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ باشد، دمای آب خروجی و سطح انتقال حرارت را محاسبه کنید. جریان متقابل است.

ب - محاسبات را برای جریان همسو تکرار کنید.

حل: فرض کنید برای آب، $c_{pm} = 4/187 \text{ kJ/kg.K}$ است. دمای آب ورودی (T_2) برابر با $288/6 \text{ K}$ ، دمای آب خروجی T_1 ، دمای نفت ورودی $T'_1 = 371/9 \text{ K}$ و دمای نفت خروجی $T'_2 = 349/7 \text{ K}$ است. گرمای از دست رفته نفت را به صورت زیر محاسبه می کنیم:

$$q = 3630 \text{ kg/h} \times 2/30 \text{ kJ/kg.K} \times (371/9 - 349/7) \text{ K}$$

$$= 185400 \text{ kJ/h} \text{ (} 51490 \text{ W)} \text{ یا } (175700 \text{ btu/h)}$$

بر اساس موازنه گرما، q باید با گرمای گرفته شده توسط آب برابر باشد.

$$q = 185400 \text{ kJ/h} = 1450 \text{ kg/h} \times 4/187 \text{ kJ/kg.K} \times (T_1 - 288/6) \text{ K}$$

پس از حل رابطه داریم: $T_1 = 319/1 \text{ K}$.

برای حل مساله بر اساس اختلاف دمای میانگین لگاریتمی داریم:

فرایندهای انتقال و عملیات واحدها

$$\Delta T_1 = T'_1 - T_1 = 371/9 - 319/1 = 52/8 \text{ K}$$

$$\Delta T_2 = T'_2 - T_2 = 349/7 - 288/6 = 61/1 \text{ K}$$

با جایگزینی در معادله (۴-۵-۲۷) داریم؛

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\Delta T_2/\Delta T_1)} = \frac{61/1 - 52/8}{\ln(61/1/52/8)} = 56/9 \text{ K}$$

با استفاده از معادله (۴-۵-۲۶):

$$q = U_i A_i \Delta T_{lm}$$

$$51490 = 340 \times A_i \times 56/9$$

و پس از حل رابطه: $A_i = 2/66 \text{ m}^2$

برای قسمت (ب)، آب خروجی هنوز در دمای $T_1 = 319/1 \text{ K}$ است. با مراجعه به شکل ۴-۵-۳b

$$\Delta T_2 = 371/9 - 288/6 = 83/3 \text{ K} \text{ و } \Delta T_1 = 349/7 - 319/1 = 30/6 \text{ K}$$

مجدداً با استفاده از معادله (۴-۵-۲۷) و حل آن داریم: $\Delta T_{lm} = 52/7 \text{ K}$. با جایگذاری در معادله (۴-۵-۲۶) داریم: $A_i = 2/87 \text{ m}^2$. این سطح نسبت به جریان متقابل بزرگتر است. این تفاوت به این علت است که جریان متقابل، نیروی رانش بزرگتری ایجاد می‌کند و معمولاً به همین دلیل بر جریان همسو ترجیح داده می‌شود.

مثال ۴-۵-۵ انتقال حرارت آرام و حدس و خطا

نفت خام در دمای 150°F وارد یک لوله به قطر داخلی 3.3 ft و طول 15 ft با دبی 80 lbm/h می‌شود. چون بخار در خارج لوله مایع می‌شود و ضریب انتقال حرارت آن زیاد است، دمای سطح داخلی لوله در 350°F ثابت فرض می‌شود. خواص نفت عبارتند از: $c_{pm} = 0.5 \text{ btu/lbm}^\circ \text{F}$ و $k_m = 0.83 \text{ btu/h.ft}^\circ \text{F}$. تغییر ویسکوزیته نفت با دما عبارت است از: در 150°F برابر با $6/5 \text{ cp}$ ، در 200°F برابر با $5/05 \text{ cp}$ ، در 250°F برابر با $3/80 \text{ cp}$ ، در 300°F برابر با $2/82 \text{ cp}$ ، و در 350°F برابر با $1/95 \text{ cp}$. ضریب انتقال حرارت و دمای خروجی نفت (T_{bo}) را محاسبه کنید.

حل: چون دمای خروجی نفت نامعلوم است، روش حل مساله حدس و خطاست. فرض

می‌کنیم $T_{bo} = 250^\circ\text{F}$ باشد. دمای میانگین توده‌ای نفت که برای خواص فیزیکی مورد استفاده قرار می‌گیرد برابر با $\frac{(150 + 250)}{2}$ یا 200°F است. ویسکوزیته نفت در دمای 200°F به صورت زیر است:

$$\mu_b = 0.5 \times 2/4194 = 12/23 \text{ lb}_m/\text{ft}\cdot\text{h}$$

در دمای دیواره یعنی 350°F داریم:

$$\mu_w = 1/95 \times 2/4191 = 4/72 \text{ lb}_m/\text{ft}\cdot\text{h}$$

سطح مقطع لوله (A) برابر است با:

$$A = \frac{\pi D_i^2}{4} = \frac{\pi \times 0.303^2}{4} = 0.000722 \text{ ft}^2$$

$$G = \frac{m}{A} = \frac{80 \text{ lb}_m/\text{h}}{0.000722 \text{ ft}^2} = 111000 \text{ lb}_m/\text{ft}^2\cdot\text{h}$$

عدد رینولدز در دمای میانگین توده‌ای برابر است با:

$$N_{Re} = \frac{D_i v \rho}{\mu} = \frac{D_i G}{\mu} = \frac{0.303 \times 111000}{12/23} = 275/5$$

عدد پراتل در همین دما برابر است با:

$$N_{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} = \frac{0.5 \times 12/23}{0.83} = 73/7$$

چون عدد رینولدز زیر 2100 است، جریان در ناحیه آرام است و در این حالت از معادله (4-5-4) باید استفاده شود. حتی در دمای خروجی 250°F نیز هنوز جریان آرام است. با جایگذاری داریم:

$$(N_{Nu})_a = \frac{h_a D}{k} = 1/86 \times (N_{Re} N_{Pr} \frac{D}{L})^{0.22} \left(\frac{\mu_b}{\mu_w}\right)^{0.14}$$

$$\frac{h_a \times 0.303}{0.83} = 1/86 \times [275/5 \times 73/7 \times \frac{0.303}{15}]^{0.22} \times \left(\frac{12/23}{4/72}\right)^{0.14}$$

پس از حل رابطه داریم: $h_a = 20/1 \text{ btu}/\text{h}\cdot\text{ft}^2\cdot^\circ\text{F}$ ($114 \text{ W}/\text{m}^2\cdot\text{K}$)

حال با نوشتن یک موازنه گرمایی برای نفت خواهیم داشت:

$$q = m c_{pm} (T_{bo} - T_{bi}) = 80 \times 0.5 \times (T_{bo} - 150) \quad (4-5-28)$$

با استفاده از معادله (4-5-7) به صورت زیر:

$$q = h_{ii} A \Delta T_{ii} \quad (4-5-7)$$

برای ΔT_a به صورت زیر داریم:

$$\begin{aligned} \Delta T_{ii} &= \frac{(T_w - T_{bj}) + (T_w - T_{bo})}{2} \\ &= \frac{(350 - 150) + (350 - T_{bo})}{2} \\ &= 275 - 0.5 T_{bo} \end{aligned}$$

با مساوی قرار دادن معادله (۴-۵-۲۸) با (۴-۵-۷) و جایگزینی روابط داریم:

$$\begin{aligned} 80 \times 0.5 \times (T_{bo} - 150) &= h A \Delta T_{ii} \\ &= 20/1 \times [\pi \times 0.0303 \times 15] \times (275 - 0.5 T_{bo}) \end{aligned}$$

از حل این رابطه نتیجه می‌شود: $T_{bo} = 255^\circ \text{F}$

این مقدار از مقدار فرض اولیه 250°F بالاتر است. برای حدس بعدی میانگین دمای توده‌ای نفت $\frac{(150 + 255)}{2}$ یا 202.5°F در نظر گرفته می‌شود. ویسکوزیته جدید در مقایسه پیاپی $5/0.5$ برای حدس اول، برابر $5/0$ cp است. چون اثر ویسکوزیته در عبارت $(N_{Re})(N_{Pr})$ حذف می‌شود این تغییر تنها روی عبارت $(\mu_b / \mu_w)^{1/4}$ در معادله (۴-۵-۴) اثر می‌گذارد. ضریب انتقال حرارت نیز کمتر از $2/0$ ٪ تغییر می‌کند که قابل صرف‌نظر کردن است. از این رو دمای خروجی $T_1 = 255^\circ \text{F}$ ($123/9^\circ \text{C}$) صحیح است.

۴-۶ انتقال حرارت در بیرون اشکال هندسی مختلف در جابه‌جایی اجباری

۴-۶A مقدمه

در بسیاری حالات یک سیال از روی اجسام کاملاً غوطه‌ور مانند کره‌ها، لوله‌ها، صفحات و مانند آنها جریان می‌یابد و انتقال حرارت تنها بین سیال و جامد روی می‌دهد. بسیاری از این اشکال کاربرد عملی در فرایندهای مهندسی دارند. کره، استوانه و صفحه صاف، مهمترین نوع اشکال هندسی هستند که غالباً با انتقال حرارت بین این سطوح و یک سیال جاری روبرو هستیم.

وقتی که انتقال حرارت در یک جسم غوطه‌ور اتفاق می‌افتد، شار گرمایی به شکل هندسی جسم، وضعیت جریان نسبت به جسم (روبرو، کنار، پشت و غیره)، نزدیکی به اجسام دیگر،

دبی جریان و خواص سیال بستگی دارد. ضریب انتقال حرارت در روی جسم متغیر است. در روابط تجربی از ضریب انتقال حرارت میانگین استفاده می شود که در بخشهای بعدی به آن می پردازیم. به طور کلی ضریب انتقال حرارت میانگین برای جسمهای غوطه ور به صورت زیر داده می شود:

$$N_{Nu} = CN_{Re}^m N_{Pr}^{1/3} \quad (4-6-1)$$

که C و m دو ثابت هستند که به ساختارهای مختلف بستگی دارند. خواص سیال در دمای فیلم $T_f = (T_b + T_w) / 2$ مورد ارزیابی قرار می گیرند که در این جا T_w دمای دیواره یا دمای سطح و T_b دمای میانگین توده ای سیال است. سرعت در N_{Re} برابر با سرعت جریان آزاد غیر مغشوش (v) سیالی است که به جسم نزدیک می شود.

۶B-۴ جریان موازی با صفحه صاف

هنگامی که سیال به طور موازی با یک صفحه صاف جریان دارد، انتقال حرارت بین کل صفحه به طول L متر و سیال اتفاق می افتد. N_{Nu} در محدوده $N_{Re,L}$ کمتر از 3×10^5 در ناحیه آرام و $N_{Pr} > 0.7$ به صورت زیر است:

$$N_{Nu} = 0.664 N_{Re,L}^{0.5} N_{Pr}^{1/3} \quad (4-6-2)$$

که در این جا $N_{Re,L} = L v \rho / \mu$

در ناحیه کاملاً مغشوش در $N_{Re,L}$ بالاتر از 3×10^5 (مراجع K1 و K3) و $N_{Pr} > 0.7$ داریم:

$$N_{Nu} = 0.0366 N_{Re,L}^{0.8} N_{Pr}^{1/3} \quad (4-6-3)$$

اما اگر صفحه زیر باشد اغتشاش می تواند در $N_{Re,L}$ کمتر از 3×10^5 شروع شود (K3) و بنابراین معادله (4-6-3) صدق خواهد کرد و N_{Nu} به دست آمده بزرگتر از مقداری خواهد بود که توسط معادله (4-6-2) به دست می آید. در رینولدزهای کمتر از حدود 2×10^4 معادله (4-6-2) مقادیر بزرگتری از N_{Nu} را می دهد.

مثال 4-6-1 سرد کردن یک پره مسی^(۱)

پره نازک، صاف و صیقلی مسی به ابعاد 51 mm در 51 mm^2 به یک لوله وصل شده است. دمای این پره تقریباً در $82/2^\circ \text{C}$ یکنواخت است. هوای سرد در دمای $15/6^\circ \text{C}$ و فشار مطلق 1 atm به طور موازی با پره با سرعت $12/2 \text{ m/s}$ جریان دارد.

الف - برای جریان آرام، ضریب انتقال حرارت h را محاسبه کنید.
 ب - اگر لبه پره زیر باشد، بطوری که همه لایه مرزی روی پره کاملاً مغشوش باشد، h را محاسبه کنید.

حل: خواص سیال در دمای فیلم محاسبه می شوند.

$$T_f = \frac{T_w + T_b}{2} = \frac{12/2 + 15/6}{2} = 48/9 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (} 322/1 \text{ K)}$$

از ضمیمه A.3، خواص فیزیکی هوا در $48/9 \text{ } ^\circ\text{C}$ به این صورت می باشند:

$$N_{Pr} = 0.704 \quad \mu = 1.95 \times 10^{-5} \text{ pa.s} \quad \rho = 1.097 \text{ kg/m}^3 \quad k = 0.0280 \text{ W/m.K}$$

عدد رینولدز برای $L = 0.051 \text{ m}$ به صورت زیر است:

$$N_{Re} = \frac{L v \rho}{\mu} = \frac{0.051 \times 12/2 \times 1.097}{1.95 \times 10^{-5}} = 3/49 \times 10^4$$

با جایگذاری در معادله (۴-۶-۲) داریم:

$$N_{Nu} = \frac{h L}{k} = 0.664 \times N_{Re}^{1/2} \times N_{Pr}^{1/3}$$

$$\frac{h \times 0.051}{0.0280} = 0.664 \times (3/49 \times 10^4)^{1/2} \times 0.704^{1/3}$$

پس از حل رابطه: $h = 60/7 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ ($10/7 \text{ btu/h.ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}$)

برای قسمت (ب)، با جایگذاری در معادله (۴-۶-۳) و حل آن داریم،

$$h = 77/2 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \text{ (} 13/6 \text{ btu/h.ft}^2 \cdot ^\circ\text{F)}$$

۴-۶C استوانه با محور عمود بر جریان

اغلب یک استوانه حاوی یک سیال توسط سیال دیگری که عمود بر محور آن جریان دارد گرم یا سرد می شود. معادله (۳-۶-۱)، معادله مناسب جهت پیش بینی میانگین ضریب انتقال حرارت در بیرون از استوانه برای گازها و مایعات است ($K3, P3$) که ثابتهای C و m آن در جدول ۴-۶-۱ داده شده اند. عدد رینولدز عبارت است از $N_{Re} = D v \rho / \mu$ که D قطر خارجی لوله می باشد و تمام خواص فیزیکی در دمای فیلم (T_f) به دست می آیند. سرعت نیز برابر با سرعت جریان آزاد غیر مغشوش در حال نزدیک شدن به استوانه است.

جدول ۴-۶-۱. ثابتهای معادله (۴-۶-۱) برای انتقال حرارت به استوانه‌هایی که محور آنها

عمود بر مسیر جریان است ($N_{Pr} > 0.6$)

N_{Re}	m	C
1-4	0.330	0.989
4-40	0.385	0.911
$40-4 \times 10^3$	0.466	0.683
$4 \times 10^3-4 \times 10^4$	0.618	0.193
$4 \times 10^4-2.5 \times 10^5$	0.805	0.0266

۴-۶D جریان گذرنده از روی یک کره

هنگامی که یک کره به وسیله سیالی که از روی آن عبور می‌کند گرم یا سرد می‌شود، از معادله زیر می‌توان جهت پیش‌بینی میانگین ضریب انتقال حرارت در محدوده $N_{Re} = Dv\rho/\mu$ از ۱ تا ۷۰۰۰۰ و N_{Pr} از ۰/۶ تا ۴۰۰ استفاده کرد.

$$N_{Nu} = 2.0 + 0.60N_{Re}^{0.5} N_{Pr}^{1/3} \quad (4-6-4)$$

خواص سیال در دمای فیلم (T_f) ارزیابی می‌شوند. یک رابطه تا حدی دقیق‌تر برای محدوده رینولدز ۱ تا ۱۷۰۰۰ توسط دیگران داده شده است (S2)، که اثرات جابه‌جایی آزاد را نیز در اعداد رینولدز پایین‌تر در نظر می‌گیرد.

مثال ۴-۶-۲ سرد کردن یک کره

با استفاده از همان شرایط مثال (۴-۶-۱) که در آنجا هوا در فشار مطلق ۱ atm و دمای $15/6^\circ\text{C}$ با سرعت $12/2 \text{ m/s}$ جریان داشت، میانگین ضریب انتقال حرارت برای هوای در حال جریان از روی یک کره با قطر 51 mm و دمای میانگین سطحی $82/2^\circ\text{C}$ را محاسبه کنید. همچنین این مقدار را با $h = 77/2 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ برای صفحه صاف در جریان مغشوش، مقایسه کنید.

حل: خواص فیزیکی در دمای میانگین فیلم در $48/9^\circ\text{C}$ همانند مثال ۴-۶-۱ می‌باشد. N_{Re} برابر است با:

$$N_{Re} = \frac{D v \rho}{\mu} = \frac{0.051 \times 12/2 \times 1.097}{1/95 \times 10^{-5}} = 3/49 \times 10^4$$

با جایگذاری در معادله (۴-۶-۴) برای یک کره، داریم:

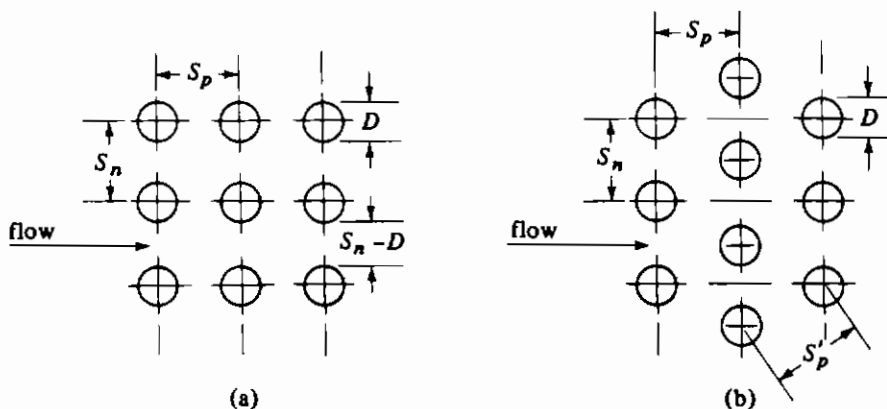
$$N_{Nu} = \frac{hD}{k} = \frac{h \times 0.051}{\frac{0.0280}{0.0280}} = 2 + 0.6 \times N_{Re}^{0.5} \times N_{Pr}^{0.33}$$

$$= 2 + 0.6 \times (3/49 \times 10^4)^{0.5} \times 0.704^{0.33}$$

پس از حل خواهیم داشت: $h = 56/1 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ ($9/88 \text{ btu/h.ft}^2 \cdot \text{°F}$). این مقدار در مقایسه با ضریب انتقال حرارت سطح صاف که برابر با $13/6 \text{ btu/h.ft}^2 \cdot \text{°F}$ ($13/6 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$) بود، قدری کمتر می‌باشد.

۴-۶E جریان گذرنده از روی دسته لوله‌ها یا استوانه‌ها

بیشتر انواع مبدل‌های حرارتی تجارتمی دارای ردیف‌های لوله زیادی هستند که در آن جاسیال عمود بر دسته لوله‌ها جریان دارد. یک نمونه از آن یک گرم‌کن گازی است که در آن سیال گرم داخل لوله‌ها گاز عبوری از بیرون لوله‌ها را گرم می‌کند. نمونه دیگر جریان مایع سرد درون لوله‌هاست که توسط سیال داغ بیرون لوله، گرم می‌شود. شکل ۴-۶-۱ آرایش دسته لوله‌ها را به صورت ردیفی^(۱) و متناوب^(۲) نشان می‌دهد که در این شکل D قطر خارجی لوله بر حسب متر یا فوت، S_n فاصله بین مراکز لوله‌ها در جهت عمود بر جریان بر حسب متر یا فوت و S_p همین فاصله در جهت موازی با جهت جریان می‌باشد. منطقه باز برای جریان سیال در آرایش ردیفی برابر با $(S_n - D)$ و $(S_p - D)$ ، و در آرایش متناوب $(S_n - D)$ و $(S'_p - D)$ است. مقادیر ثابتهای C و m که در معادله (۴-۶-۱) استفاده می‌شوند، در محدوده رینولدزهای بین ۲۰۰۰ تا ۴۰۰۰۰ برای انتقال حرارت به دسته لوله‌های شامل بیشتر از ۱۰ ردیف در جهت جریان، در جدول ۴-۶-۲ داده شده‌اند. جدول ۴-۶-۳ ضرایب تصحیح را برای حالت کمتر از ۱۰ ردیف لوله می‌دهد.



شکل ۴-۶-۱. نام‌گذاری نمادهای دسته لوله‌ها در جدول ۴-۶-۲: (a) آرایش ردیفی لوله‌ها (b) آرایش متناوب لوله‌ها

جدول ۴-۶-۲. مقادیر C و m در معادله (۴-۶-۱) برای انتقال حرارت به دسته لوله‌هایی که بیشتر از ۱۰ ردیف لوله در جهت جریان دارند.

Arrangement	$\frac{S_p}{D} = \frac{S_F}{D} = 1.25$		$\frac{S_p}{D} = \frac{S_F}{D} = 1.50$		$\frac{S_p}{D} = \frac{S_F}{D} = 2.0$	
	C	m	C	m	C	m
In-line	0.386	0.592	0.278	0.620	0.254	0.632
Staggered	0.575	0.556	0.511	0.562	0.535	0.556

(منبع: (E.D.Grimison, Trans. ASME, 59, 583 (1937)

در مواردی که S_p/D و S_n/D با یکدیگر برابر نیستند باید برای اطلاعات بیشتر به مرجع (G1) مراجعه نمود. در مبدل‌های بافل‌دار که در آنجا به طور طبیعی نشدی وجود دارد و تمام سیال عمود بر لوله‌ها جریان نمی‌یابد، مقدار میانگین h به دست آمده باید در 0.6 ضرب شود (P3). عدد رینولدز بر اساس حداقل محدوده باز برای حرکت سیال محاسبه می‌شود. همه خواص فیزیکی در T_F به دست می‌آیند.

مثال ۴-۶-۳ گرم کردن هوا توسط یک دسته لوله

هوا در دمای $15/6^\circ\text{C}$ و فشار مطلق 1 atm از میان یک دسته لوله شامل چهار ردیف در مسیر جریان و ده ردیف عمود بر مسیر جریان با سرعت $7/62\text{ m/s}$ جریان دارد و به دسته لوله نزدیک می‌شود. سطح لوله‌ها در $57/2^\circ\text{C}$ ثابت نگهداشته می‌شود. قطر بیرونی لوله‌ها $25/4\text{ mm}$ است و آرایش لوله‌ها به صورت ردیفی است. فاصله S_n لوله‌ها عمود بر جهت جریان $38/1\text{ mm}$ و S_p نیز $38/1\text{ mm}$ موازی با جهت جریان است. برای 0.305 m از طول دسته لوله، نرخ انتقال حرارت را محاسبه کنید.

حل: با مراجعه به شکل ۴-۶-۱a داریم:

$$\frac{S_n}{D} = \frac{38/1}{25/4} = \frac{1/5}{1} \quad \text{و} \quad \frac{S_p}{D} = \frac{38/1}{25/4} = \frac{1/5}{1}$$

چون هوا با عبور از میان چهار ردیف لوله گرم می‌شود، دمای توده‌ای خروجی $21/1^\circ\text{C}$ فرض می‌شود. بنابراین میانگین دمای توده‌ای به صورت زیر به دست می‌آید:

$$T_b = \frac{15/6 + 21/1}{2} = 18/3^\circ\text{C}$$

میانگین دمای فیلم نیز برابر است با:

$$T_f = \frac{T_w + T_b}{2} = \frac{57/2 + 18/2}{2} = 37/7 \text{ } ^\circ\text{C}$$

از ضمیمه A.3، برای هوا در $37/7 \text{ } ^\circ\text{C}$ داریم:

$$k = 0.02700 \text{ W/m.K} \quad N_{Pr} = 0.705$$

$$c_p = 1.0048 \text{ kJ/kg.K} \quad \rho = 1/137 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 1/90 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$$

نسبت حداقل سطح جریان به کل سطح جریان $(S_n - D)/S_n$ می‌باشد. بنابراین حداکثر سرعت در میان دسته لوله‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$v_{\max} = \frac{v S_n}{S_n - D} = \frac{7/62 \times 0.0381}{0.0381 - 0.0254} = 22/86 \text{ m/s}$$

$$N_{Re} = \frac{D v_{\max} \rho}{\mu} = \frac{0.0254 \times 22/86 \times 1/137}{1/90 \times 10^{-5}} = 3/47 \times 10^4$$

مقادیر C و m برای $\frac{S_n}{D} = \frac{S_p}{D} = \frac{1/5}{1}$ ، از جدول ۴-۶-۲ به ترتیب 0.278 و 0.620 هستند. با جایگذاری در معادله (۴-۶-۱) و حل آن نسبت به h داریم:

$$h = \frac{k}{D} C N_{Re}^m N_{Pr}^{1/3} = \left(\frac{0.02700}{0.0254} \right) \times 0.278 \times (3/47 \times 10^4)^{0.62} \times 0.705^{1/3}$$

$$= 171/8 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

جدول ۴-۶-۳. نسبت h برای N ردیف لوله در جهت جریان به h برای 10 ردیف

لوله در جهت جریان (همراه با جدول ۴-۶-۲ استفاده می‌شود).

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ratio for staggered tubes	0.68	0.75	0.83	0.89	0.92	0.95	0.97	0.98	0.99	1.00
Ratio for in-line tubes	0.64	0.80	0.87	0.90	0.92	0.94	0.96	0.98	0.99	1.00

منبع: W. M. Kays and R. K. Lo, Stanford Univ.Tech.Rept.15, Navy Contract N6-ONR-251

این h برای 10 ردیف لوله است. برای 4 ردیف در مسیر عمود بر جریان، h باید در ضریب $0/9$ که در جدول ۳-۶-۴ داده شده است، ضرب شود.

چون 4×10 یا 40 لوله وجود دارد، سطح کل انتقال حرارت به ازای $0/305 \text{ m}$ از طول لوله عبارت است از:

$$A = 40 \pi D L = 40 \times \pi \times 0/0254 \times 0/305 = 0/973 \text{ m}^2$$

کل نرخ انتقال حرارت q بر اساس اختلاف دمای میانگین حسابی بین دیواره و توده سیال به صورت زیر است:

$$q = h A (T_w - T_b) = 0/9 \times 171/8 \times 0/973 \times (57/2 - 18/3) = 5852 \text{ W}$$

سپس موازنه گرما برای هوا به منظور به دست آوردن افزایش دمای هوا بر اساس q محاسبه شده نوشته می شود. ابتدا دبی جرمی هوا (m) باید محاسبه شود. کل سطح جلویی دسته لوله شامل 10 ردیف لوله هر کدام بطول $0/305 \text{ m}$ به صورت زیر است:

$$A_t = 10 \times S_n \times 1 = 10 \times 0/0381 \times 0/305 = 0/1162 \text{ m}^2$$

دانسیتة هوای ورودی در دمای $15/6^\circ\text{C}$ برابر با $1/224 \text{ kg/m}^3$ است. دبی جرمی m برابر است با:

$$m = v \rho A_t \times 3600 = 7/62 \times 1/224 \times 0/1162 = 1/084 \text{ kg/s}$$

برای موازنه گرما، c_p میانگین هوا در $18/3^\circ\text{C}$ برابر با $1/0048 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ می باشد و بنابراین داریم:

$$q = 5852 = m c_p \Delta T = 1/084 \times 1/0048 \times 10^3 \times \Delta T$$

که پس از حل رابطه: $\Delta T = 5/37^\circ\text{C}$ به دست می آید.

بنابراین، دمای توده ای گاز خروجی $20/97^\circ\text{C} = 15/6 + 5/37$ است که به مقدار فرض شده $^\circ\text{C}$

$21/1$ نزدیک می باشد. اگر به حدس دوم نیاز می بود، T_b میانگین جدید بایستی مقدار $^\circ\text{C}$

$$\frac{(15/6 + 20/97)}{2} = 18/28 \text{ می بود.}$$

۴-۶F انتقال حرارت در بسترهای پر شده

روابط مربوط به ضرایب انتقال حرارت بسترهای پر شده در طراحی سیستمهای بستر ثابت مانند راکتورهای کاتالیزوری، خشک کن ها و مبدل های حرارتی بستر شنی مفید می باشند. در بخش ۱C-۳ آفت

فشار در بسترهای پر شده بررسی شد و بحثهای مربوط به ضرایب هندسی در این بسترها در آنجا انجام شد. جهت تعیین نرخ انتقال حرارت در بسترهای پر شده، برای یک طول دیفرانسیلی dz از بستر بر حسب m داریم:

$$dq = h(a S dz)(T_1 - T_2) \quad (4-6-5)$$

که در این جا a سطح مفید ذره جامد به ازاء واحد حجم بستر بر حسب m^{-1} ، S سطح مقطع بستر خالی بر حسب m^2 ، T_1 دمای توده‌ای گاز بر حسب K و T_2 دمای سطح جامد است.

برای انتقال حرارت گازها در بسترهای حاوی ذرات کروی شکل ($G3, G2$) و در محدوده رینولدز بین ۱۰ تا ۱۰۰۰۰ داریم:

$$\varepsilon J_H = \varepsilon \frac{h}{c_p v' \rho} \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)_f^{2/3} = \frac{2.876}{N_{Re}} + \frac{0.3023}{N_{Re}^{0.35}} \quad (4-6-6)$$

که در این جا v' سرعت ذاتی^(۱) بر اساس سطح مقطع بستر خالی و بر حسب m/s [معادله (۳-۱-۱۱)] را ببینید، ε ضریب تخلخل، $N_{Re} = D_p G' / \mu_f$ و $G' = v' \rho$ سرعت جرمی ذاتی^(۲) بر حسب $kg/m^2 \cdot s$ می‌باشد. خواصی که زیر نویس f دارند در دمای فیلم و بقیه خواص در دمای توده‌ای هستند. همچنین این رابطه می‌تواند برای بسترهای سیالی شده مورد استفاده قرار گیرد. معادله دیگر به جای معادله (۴-۶-۶) برای بسترهای سیالی شده و ثابت، معادله (۷-۳-۳۶) است که در محدوده رینولدزهای ۱۰ تا ۴۰۰۰ معتبر است. جمله J_H ضریب کولبورن^(۳) نامیده می‌شود و توسط معادله (۴-۶-۶) بر حسب h تعریف شده است.

معادلات مربوط به انتقال حرارت در استوانه‌های غیر مدور مانند شش ضلعی‌ها و غیره در مراجع دیگر داده شده‌اند (H1, P3).

۴-۷ انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد

۴-۷۸ مقدمه

انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی آزاد زمانی روی می‌دهد که یک سطح جامد در تماس با گاز یا مایعی است که دمای آن با دمای سطح متفاوت است. اختلاف دانسیته سیال ناشی از فرایند گرم شدن باعث ایجاد نیروی شناوری لازم برای حرکت سیال می‌شود. در نتیجه حرکت سیال جابه‌جایی آزاد یا طبیعی مشاهده می‌شود. مثالی از انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی طبیعی رادیاتور است که برای گرم کردن

1. superficial velocity
3. Colburn J factor

2. superficial mass velocity

یک اتاق از آن استفاده می‌شود. هوای سردکنار رادیاتور گرم شده و به طریق جابه‌جایی آزاد در اثر نیروی شناوری بالا می‌رود. به دست آوردن معادلات تئوری مربوط به ضرایب انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی، مستلزم حل همزمان معادلات حرکت و انرژی می‌باشد.

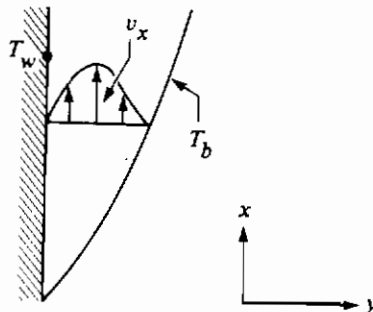
یک سیستم انتقال حرارت که در فرایندهای مهندسی عموماً اتفاق می‌افتد، حالتی است که در آن گرما به طریق جابه‌جایی آزاد از یک صفحه عمودی داغ به یک مایع یا گاز که در مجاورت آن قرار دارد منتقل می‌شود. سیال به طریق جابه‌جایی اجباری حرکت نمی‌کند و فقط بر اساس جابه‌جایی طبیعی یا آزاد حرکت می‌کند. در شکل ۴-۷-۱ صفحه صاف عمودی گرم شده است و لایه مرزی جابه‌جایی آزاد تشکیل شده است. توزیع سرعت با توزیع سرعت حاصل از جابه‌جایی اجباری متفاوت است. در جابه‌جایی طبیعی چون سرعت جریان آزاد صفر است بنابراین، سرعت در دیواره و در لبه دیگر لایه مرزی صفر است. همچنانکه نشان داده شده است لایه مرزی در ابتدا آرام است، اما در فاصله اندکی از لبه، اغتشاش شروع می‌شود. دمای دیواره T_w بوده و برحسب K است و دمای توده T_b می‌باشد.

معادله دیفرانسیلی موازنه ممتوم در جهت‌های x و y برای حجم کنترل $(dx, dy, 1)$ نوشته می‌شود. نیروی رانش، نیروی شناوری در میدان ثقلی است و ناشی از اختلاف دانسیته سیال می‌باشد. موازنه ممتوم به صورت زیر است:

$$\rho \left(v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = g(\rho_b - \rho) + \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \quad (4-7-1)$$

که در این جا ρ_b دانسیته در دمای T_b و ρ دانسیته در دمای T است. اختلاف دانسیته را می‌توان برحسب ضریب انبساط حجمی β بیان کرد. با جایگذاری در معادله (۴-۷-۱) داریم:

$$\beta = \frac{\rho_b - \rho}{\rho(T - T_b)} \quad (4-7-2)$$



شکل ۴-۷-۱. توزیع سرعت لایه مرزی برای انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد از یک صفحه عمودی گرم شده

برای گازها $\beta = \frac{1}{T}$ است. معادله موازنه انرژی می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$\rho c_p \left(v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (4-7-3)$$

این معادلات بر اساس روشهای تجزیه و تحلیل انتگرالی که در بخش ۱۰-۳ بحث شده است حل می‌شوند. نتایج برای یک صفحه عمودی که ساده‌ترین حالت است، به دست آمده است. از این نتایج برای معرفی عدد بدون بُعد گراشف در قسمت بعد استفاده می‌شود. اما در سایر اشکال هندسی روابط بسیار پیچیده هستند و لذا از روابط تجربی برای آنها استفاده می‌شود. این موارد در بخشهای بعد مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۲-۷B جابه‌جایی آزاد در اشکال هندسی مختلف

۱- جابه‌جایی آزاد در صفحه‌های عمودی و استوانه‌ها: برای یک سطح یا صفحه عمودی همدمبا با ارتفاع L کمتر از یک متر ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد میانگین به وسیله معادله کلی زیر بیان می‌شود (P3):

$$N_{Nu} = \frac{hL}{k} = a \left(\frac{L^3 \rho^2 g \beta \Delta T}{\mu^2} \frac{c_p \mu}{k} \right)^m = a (N_{Gr} N_{Pr})^m \quad (4-7-4)$$

که در این رابطه a و m مقادیر ثابتی هستند و از جدول ۱-۷-۴ به دست می‌آیند. N_{Gr} عدد گراشف، ρ دانسیته برحسب kg/m^3 ، μ ویسکوزیته برحسب kg/m.s ، ΔT اختلاف دمای مثبت بین دیواره و توده سیال یا بالعکس برحسب کلونین، k ضریب هدایت گرمایی برحسب W/m.K ، c_p ظرفیت گرمایی برحسب J/kg.K ، β ضریب انبساط حجمی سیال برحسب $1/\text{K}$ (برای گازها β برابر است با $(1/T_f \text{ K})$ و $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ می‌باشد. تمام خواص فیزیکی در دمای فیلم $T_f = (T_w + T_b) / 2$ ارزیابی می‌شوند. معمولاً برای یک استوانه عمودی به طول L برحسب متر از همان معادلات مربوط به صفحه عمودی می‌توان استفاده کرد. در سیستم واحدهای انگلیسی، β برابر با $\frac{1}{(T_f \text{ } ^\circ\text{F} + 460)}$ بوده و بر حسب $1/^\circ\text{R}$ است و $g = 32.174 \times (3600)^2 \text{ ft/h}^2$ می‌باشد.

تفسیر فیزیکی عدد بدون بُعد گراشف به صورت نسبت نیروی شناوری به نیروی ویسکوز در جابه‌جایی آزاد است و همان نقش عدد رینولدز را در جابه‌جایی اجباری بازی می‌کند.

جدول ۴-۷-۱. ثابتهای معادله (۴-۷-۴) برای جابه‌جایی طبیعی

Physical Geometry	$N_{Gr} N_{Pr}$	a	m	Ref.
Vertical planes and cylinders [vertical height $L < 1$ m (3 ft)]				
	$< 10^4$	1.36	$\frac{1}{3}$	(P3)
	$10^4 - 10^9$	0.59	$\frac{1}{4}$	(M1)
	$> 10^9$	0.13	$\frac{1}{3}$	(M1)
Horizontal cylinders [diameter D used for L and $D < 0.20$ m (0.66 ft)]				
	$< 10^{-5}$	0.49	0	(P3)
	$10^{-5} - 10^{-3}$	0.71	$\frac{1}{3}$	(P3)
	$10^{-3} - 1$	1.09	$\frac{1}{6}$	(P3)
	$1 - 10^4$	1.09	$\frac{1}{3}$	(P3)
	$10^4 - 10^9$	0.53	$\frac{1}{4}$	(M1)
	$> 10^9$	0.13	$\frac{1}{3}$	(P3)
Horizontal plates				
Upper surface of heated plates or lower surface of cooled plates	$10^5 - 2 \times 10^7$	0.54	$\frac{1}{4}$	(M1)
	$2 \times 10^7 - 3 \times 10^{10}$	0.14	$\frac{1}{3}$	(M1)
Lower surface of heated plates or upper surface of cooled plates	$10^5 - 10^{11}$	0.58	$\frac{1}{3}$	(F1)

مثال ۴-۷-۱ جابه‌جایی آزاد از دیواره عمودی یک تنور

دیواره عمودی داغ یک تنور که از آن برای پختن غذا استفاده می‌شود به ارتفاع ۱ ft (۰/۰۳۰۵ m) و دمای سطحی ۴۵۰ °F (۵۰۵/۴ K)، در تماس با هوای ۱۰۰ °F (۳۱۱ K) است. ضریب انتقال حرارت و گرمای منتقل شده به ازای واحد عرض دیواره را محاسبه کنید. گرمای حاصل از تابش را در نظر نگیرید. از واحدهای انگلیسی و SI استفاده کنید.

حل: دمای فیلم برابر است با:

$$T_f = \frac{T_w + T_b}{2} = \frac{450 + 100}{2} = 275 \text{ } ^\circ\text{F} = \frac{505/4 + 311}{2} = 408/2 \text{ K}$$

خواص فیزیکی هوا در ۲۷۵ °F به این صورت است:

$$k = 0/0198 \text{ btu/h.ft.}^\circ\text{F} = 0/0343 \text{ W/m.K}$$

$$\rho = 0/0541 \text{ lb}_m/\text{ft}^3 = 0/867 \text{ kg/m}^3$$

$$N_{Pr} = 0/690$$

$$\mu = (0.0232 \text{ cp}) \times (2/4191) = 0.0562 \text{ lb}_m/\text{ft}\cdot\text{h} = 2/32 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

$$\beta = \frac{1}{40.8/2} = 2/45 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1} \quad \text{یا} \quad \beta = \frac{1}{(460 + 275)} = 1/36 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{R}^{-1}$$

$$\Delta T = T_w - T_b = 350 \text{ }^\circ\text{F}$$

عدد گراشف در سیستم واحدهای انگلیسی به صورت زیر به دست می آید:

$$N_{Gr} = \frac{L^3 \rho^2 g \beta \Delta T}{\mu^2}$$

$$= \frac{1^3 \times 0.0541^2 \times 32/174 \times 3600^2 \times (1/36 \times 10^{-3}) \times 350}{0.0562^2} = 1/84 \times 10^8$$

در سیستم واحدهای SI:

$$N_{Gr} = \frac{0.305^3 \times 0.867^2 \times 9/806 \times (2/45 \times 10^{-3}) \times 194/4}{(2/32 \times 10^{-5})^2} = 1/84 \times 10^8$$

همان طور که مشاهده می شود عدد گراشف در سیستم واحدهای انگلیسی و SI یکسان است.

$$N_{Gr} N_{Pr} = (1/84 \times 10^8) \times 0.690 = 1/27 \times 10^8$$

بنابراین، از جدول ۴-۷-۱ ثابتهای معادله (۴-۷-۴) به صورت $a = 0.59$ و $m = \frac{1}{4}$ هستند. پس از حل معادله (۴-۷-۴) نسبت به h و جایگزینی مقادیر معلوم داریم:

$$h = \frac{k}{L} a (N_{Gr} N_{Pr})^m = \left(\frac{0.198}{1} \right) \times 0.59 \times (1/27 \times 10^8)^{1/4}$$

$$= 1/24 \text{ btu/h}\cdot\text{ft}\cdot^\circ\text{F}$$

$$h = \left(\frac{0.343}{0.305} \right) \times 0.59 \times (1/27 \times 10^8)^{1/4} = 7/03 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

برای دیواره‌ای به عرض یک فوت، $A = 1 \times 1 = 1 \text{ ft}^2$ ($0.305 \times 0.305 \text{ m}^2$)، بنابراین،

$$q = h A (T_w - T_b) = 1/24 \times 1 \times (450 - 100) = 433 \text{ btu/h}$$

$$q = 7/03 \times (0.305 \times 0.305) \times 194/4 = 127/1 \text{ W}$$

مقدار قابل ملاحظه‌ای از گرما به وسیله تابش از دست می‌رود. این موضوع در بخش ۴-۱۰ بحث خواهد شد.

در جدول ۲-۷-۴ معادلات ساده شده مربوط به انتقال حرارت از هوا به صفحه‌های عمودی و استوانه‌ها به طریق جابه‌جایی آزاد در فشار مطلق ۱ اتمسفر نشان داده شده است. در سیستم واحدهای SI معادله‌ای که در محدوده $10^4 < N_{Gr} N_{Pr} < 10^9$ قرار دارد بیشتر مورد استفاده است. این معادله در $(L^3 \Delta T)$ حدود $4/V m^3 \cdot K$ و دمای فیلم بین ۲۵۵ و ۵۳۳ کلوین صدق می‌کند. برای تصحیح مقدار h در فشار غیر از یک اتمسفر، برای محدوده $10^4 < N_{Gr} \cdot N_{Pr} < 10^9$ مقدار h در $(\frac{P}{10.1/32})^{1/5}$ و برای محدوده $10^4 < N_{Gr} N_{Pr} < 10^9$ در $(\frac{P}{10.1/32})^{1/17}$ ضرب می‌شود، که در اینجا فشار p برحسب kN/m^2 است. در سیستم واحدهای انگلیسی هنگامی در محدوده $10^4 < N_{Pr} N_{Gr} < 10^9$ هستیم که $(L^3 \Delta T)$ کمتر از حدود $300 ft^3 \cdot F$ باشد. برای تصحیح مقدار h در فشارهای غیر از یک اتمسفر باید، در محدوده $10^4 < N_{Gr} < N_{Pr} 10^9$ مقدار h مربوط به یک اتمسفر را در $p^{1/5}$ و در محدوده $N_{Gr} N_{Pr} > 10^9$ در $p^{1/17}$ ضرب کرد که p فشار مطلق بر حسب اتمسفر است. معادلات ساده شده‌ای برای آب و مایعات آلی نیز داده شده‌اند.

جدول ۲-۷-۴. معادلات ساده شده برای جابه‌جایی طبیعی از سطوح مختلف

		Equation		
Physical Geometry	$N_{Gr} N_{Pr}$	$h = btu/h \cdot ft^2 \cdot ^\circ F$ $L = ft, \Delta T = ^\circ F$ $D = ft$	$h = W/m^2 \cdot K$ $L = m, \Delta T = K$ $D = m$	Ref.
Air at 101.32 kPa (1 atm) abs pressure				
Vertical planes and cylinders	$10^4 - 10^9$	$h = 0.28(\Delta T/L)^{1/4}$	$h = 1.37(\Delta T/L)^{1/4}$	(P1)
	$> 10^9$	$h = 0.18(\Delta T)^{1/3}$	$h = 1.24 \Delta T^{1/3}$	(P1)
Horizontal cylinders	$10^3 - 10^9$	$h = 0.27(\Delta T/D)^{1/4}$	$h = 1.32(\Delta T/D)^{1/4}$	(M1)
	$> 10^9$	$h = 0.18(\Delta T)^{1/3}$	$h = 1.24 \Delta T^{1/3}$	(M1)
Horizontal plates				
Heated plate facing upward or cooled plate facing downward	$10^5 - 2 \times 10^7$	$h = 0.27(\Delta T/L)^{1/4}$	$h = 1.32(\Delta T/L)^{1/4}$	(M1)
	$2 \times 10^7 - 3 \times 10^{10}$	$h = 0.22(\Delta T)^{1/3}$	$h = 1.52 \Delta T^{1/3}$	(M1)
Heated plate facing downward or cooled plate facing upward	$3 \times 10^5 - 3 \times 10^{10}$	$h = 0.12(\Delta T/L)^{1/4}$	$h = 0.59(\Delta T/L)^{1/4}$	(M1)
Water at 70°F (294 K)				
Vertical planes and cylinders	$10^4 - 10^9$	$h = 26(\Delta T/L)^{1/4}$	$h = 127(\Delta T/L)^{1/4}$	(P1)
Organic liquids at 70°F (294 K)				
Vertical planes and cylinders	$10^4 - 10^9$	$h = 12(\Delta T/L)^{1/4}$	$h = 59(\Delta T/L)^{1/4}$	(P1)

مثال ۲-۷-۴ جابه‌جایی آزاد و معادله ساده شده

مثال ۱-۷-۴ را با استفاده از معادله ساده شده تکرار کنید.

حل: دمای فیلم $408/2 \text{ K}$ در محدوده 255 K تا 533 K قرار دارد. همچنین،

$$L^3 \Delta T = 0/305^3 \times 194/4 = 5/5$$

این مقدار تا حدی از مقدار $4/7$ داده شده به عنوان حداکثر نسبی برای استفاده از معادله ساده شده، بزرگتر است. اما، در مثال ۱-۷-۴، مقدار $N_{Gr} N_{Pr}$ کمتر از 10^9 است، بنابراین از معادله ساده شده جدول ۲-۷-۴ می‌توان استفاده کرد.

$$h = 1/37 \left(\frac{\Delta T}{L} \right)^{1/25} = 1/37 \times \left(\frac{194/4}{0/305} \right)^{1/25}$$

$$= 6/88 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \quad (1/21 \text{ btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F})$$

نرخ انتقال حرارت q برابر است با:

$$q = h A (T_w - T_b) = 6/88 \times (0/305 \times 0/305) \times 194/4 = 124/4 \text{ W} \quad (424 \text{ btu/h})$$

این مقدار به طور قابل قبولی به مقدار $127/1 \text{ W}$ در مثال ۱-۷-۴ نزدیک است.

۲- جابه‌جایی آزاد از استوانه‌های افقی: برای یک استوانه افقی به قطر بیرونی D متر، از معادله (۴-۷-۴) استفاده می‌شود که ثابت‌های آن در جدول ۱-۷-۴ داده شده است. در معادله از قطر D به جای L استفاده می‌شود. معادلات ساده شده در جدول ۲-۷-۴ داده شده‌اند. حالت معمولی برای لوله‌ها $N_{Gr} N_{Pr}$ در محدوده $10^4 - 10^9$ می‌باشد (M1).

۳- جابه‌جایی آزاد از صفحه‌های افقی: برای صفحه‌های مسطح افقی نیز از معادله (۴-۷-۴) استفاده می‌شود که ثابت‌های معادله در جدول ۱-۷-۴ داده شده‌اند و معادلات ساده شده آن نیز در جدول ۲-۷-۴ داده شده‌اند. بعد L که در معادله استفاده می‌شود، در مربع طول یک ضلع، در مستطیل میانگین خطی طول دو ضلع و در حلقه‌های مدور $0/9$ برابر قطر می‌باشد.

۴- جابه‌جایی آزاد در فضاهای بسته: جابه‌جایی آزاد در فضاهای بسته در بسیاری از فرایندها اتفاق می‌افتد. مثالی از یک محیط بسته، پنجره دو جداره است که در آن برای صرفه‌جویی انرژی دو صفحه شیشه‌ای توسط یک لایه هوا از یکدیگر جدا شده‌اند. پدیده‌های جریان در این فضاهای بسته پیچیده

است چون انواع مختلف الگوهای جریان اتفاق می‌افتد. در اعداد گراشف پایین انتقال حرارت عمدتاً به وسیله هدایت انجام می‌شود. وقتی عدد گراشف زیاد می‌شود با رژیمهای مختلف جریان مواجه هستیم.

در شکل ۲-۷-۴، سیستمی شامل دو صفحه عمودی به ارتفاع L متر که سیالی در فاصله بین این دو صفحه به اندازه δ متر قرار گرفته است، نشان داده شده است که سطح دو صفحه در دماهای T_1 و T_2 هستند. عدد گراشف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$N_{Gr, \delta} = \frac{\delta^3 \rho^2 g \beta (T_1 - T_2)}{\mu^2} \quad (۴-۷-۵)$$

عدد ناسلت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$N_{Nu, \delta} = \frac{h \delta}{k} \quad (۴-۷-۶)$$

شار گرمایی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{q}{A} = h(T_1 - T_2) \quad (۴-۷-۷)$$

همه خواص فیزیکی در دمای میانگین بین دو صفحه تعیین شده‌اند.

در حالتی که بین دو صفحه عمودی گاز باشد و در $L/\delta > ۳$ (مراجع H1, J1, K1, P1) داریم:

$$N_{Nu, \delta} = \frac{h \delta}{k} = 1.0 \quad (N_{Gr, \delta} N_{Pr} < 2 \times 10^3) \quad (۴-۷-۸)$$

$$N_{Nu, \delta} = 0.20 \frac{(N_{Gr, \delta} N_{Pr})^{1/4}}{(L/\delta)^{1/9}} \quad (6 \times 10^3 < N_{Gr, \delta} N_{Pr} < 2 \times 10^5) \quad (۴-۷-۹)$$

$$N_{Nu, \delta} = 0.073 \frac{(N_{Gr, \delta} N_{Pr})^{1/3}}{(L/\delta)^{1/9}} \quad (2 \times 10^5 < N_{Gr, \delta} N_{Pr} < 2 \times 10^7) \quad (۴-۷-۱۰)$$

و در حالتی که بین دو صفحه مایع باشد داریم:

$$N_{Nu, \delta} = \frac{h \delta}{k} = 1.0 \quad (N_{Gr, \delta} N_{Pr} < 1 \times 10^3) \quad (۴-۷-۱۱)$$

$$N_{Nu, \delta} = 0.28 \frac{(N_{Gr, \delta} N_{Pr})^{1/4}}{(L/\delta)^{1/4}} \quad (1 \times 10^3 < N_{Gr, \delta} N_{Pr} < 1 \times 10^7) \quad (۴-۷-۱۲)$$

برای گازها یا مایعات قرار گرفته در یک فضای حلقوی در حالت عمودی، همان معادلات مربوط به صفحه‌های عمودی صدق می‌کنند.

در حالتی که گاز بین دو صفحه افقی قرار گیرد و صفحه پایینی گرمتر از صفحه بالایی باشد،

داریم:

$$N_{Nu, \delta} = 0.21(N_{Gr, \delta} N_{Pr})^{1/4} \quad (7 \times 10^3 < N_{Gr, \delta} N_{Pr} < 3 \times 10^5) \quad (4-7-13)$$

$$N_{Nu, \delta} = 0.061(N_{Gr, \delta} N_{Pr})^{1/3} \quad (N_{Gr, \delta} N_{Pr} > 3 \times 10^5) \quad (4-7-14)$$

و برای مایعات در این حالت داریم (G5):

$$N_{Nu, \delta} = 0.069(N_{Gr, \delta} N_{Pr})^{1/3} N_{Pr}^{0.074} \quad (1.5 \times 10^5 < N_{Gr, \delta} N_{Pr} < 1 \times 10^9) \quad (4-7-15)$$

مثال ۳-۷-۴ جابه‌جایی آزاد در فضای بسته عمودی

هوادر فشارمطلق یک اتمسفر بین دو صفحه عمودی به طول $L = 0.6$ m و فاصله $\delta = 30$ mm

قرار گرفته است. عرض صفحه‌ها 0.4 m است. دمای صفحه‌ها $T_1 = 394/3$ K و

$T_2 = 366/5$ K است. نرخ انتقال حرارت در این فضا را محاسبه کنید.

حل: از دمای میانگین صفحه‌ها برای اندازه‌گیری خواص فیزیکی استفاده می‌شود.

$$T_f = \frac{(T_1 + T_2)}{2} = \frac{(394/3 + 366/5)}{2} = 380/4 \text{ K}$$

$$\delta = \frac{30}{1000} = 0.030 \text{ m}$$

از ضمیمه ۸.3 داریم:

$$\rho = 0.9295 \text{ Kg/m}^3 \quad \text{و} \quad \mu = 2/21 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$$

$$k = 0.03219 \text{ W/m.K}, \quad N_{Pr} = 0.693, \quad \beta = \frac{1}{T_f} = 2/629 \times 10^{-2} \text{ K}^{-1}$$

$$N_{Gr, \delta} = \frac{0.030^3 \times 0.9295^2 \times 9/806 \times (2/629 \times 10^{-2}) \times (394/3 - 366/5)}{(2/21 \times 10^{-5})^2}$$

$$= 3/423 \times 10^4$$

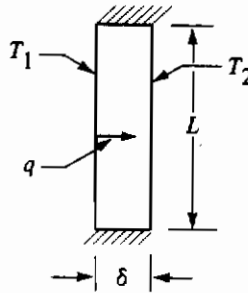
همچنین، $N_{Gr, \delta} N_{Pr} = (3/423 \times 10^4) \times 0.693 = 2/372 \times 10^4$

داریم: (۴-۷-۹)

$$h = \frac{k}{\delta} \cdot \frac{0.2(N_{Gr, \delta} N_{Pr})^{1/4}}{(L/\delta)^{1/9}} = \frac{0.03219 \times 0.2 \times (2/352 \times 10^4)^{1/4}}{0.030 \times (0.6/0.030)^{1/9}}$$

مساحت برابر است با $A = (0.6 \times 0.4) = 0.24 \text{ m}^2$ با جایگزینی در معادله (۴-۷-۷) داریم:

$$q = h A (T_1 - T_2) = 1/909 \times 0.24 \times (394/3 - 366/5) = 12/74 \text{ W}$$



شکل ۲-۷-۴. جابه‌جایی طبیعی در فضای بسته عمودی

۵- جابه‌جایی آزاد از سایر اشکال: برای کره‌ها، بلوکها و سایر انواع فضاهای بسته حاوی هوا، باید به مراجع دیگر (P1, P3), M1, K1, H1 رجوع کرد. در برخی موارد، وقتی یک سیال روی یک سطح داغ با سرعت کم و به صورت آرام به جریان انداخته می‌شود ترکیبی از انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد و اجباری اتفاق می‌افتد. برای جزئیات بیشتر به مراجع دیگر (H1, K1, M1) مراجعه کنید.

۴-۸ جوشش و چگالش

۴-۸۸ جوشش

۱- مکانیسم جوشش: انتقال حرارت به مایعی که در حال جوشیدن است در فرایندهایی مانند تبخیر، تقطیر و انواع دیگر فرایندهای شیمیایی و بیولوژیکی مانند فرآورش نفت خام، کنترل دمای واکنشهای شیمیایی، تبخیر مواد غذایی مایع و غیره بسیار مهم است. مایع در حال جوشیدن معمولاً در ظرفی قرار دارد که دارای یک سطح گرمایی شامل تعدادی لوله یا صفحات افقی یا عمودی است که گرمای لازم برای جوشش را تأمین می‌کنند. سطوح گرمایی می‌توانند به طریق الکتریکی یا به وسیله یک سیال داغ یا در حال چگالش در طرف دیگر صفحه، گرم شوند.

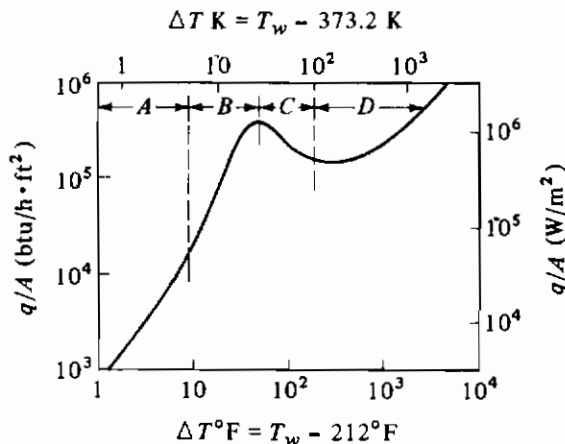
در فرایند جوشش دمای مایع، نقطه جوش آن در فشار داخل ظرف است. البته سطح داغ شده در دمای بالاتر از نقطه جوش قرار دارد. حبابهای بخار در سطح داغ تشکیل می‌شوند و از داخل مایع بسال می‌آیند. بخار در فضای بالای سطح مایع جمع می‌شود و سپس خارج می‌شود.

جوشش یک پدیده پیچیده است. فرض کنید یک لوله کوچک افقی داغ یا یک سیم، در یک ظرف آب در حال جوش در 100°C فرو برده شده است. عبارت q/A بر حسب W/m^2 شار گرمایی است و $\Delta T = T_w - 373/2\text{ K}$ است که T_w دمای دیواره لوله یا سیم و h ضریب انتقال حرارت بر حسب

$W/m^2 \cdot K$ است. با شروع از یک مقدار کم برای ΔT مقادیر q/A و h اندازه گیری می شوند. این کار با مقادیر ΔT بزرگتر تکرار شده و داده های به دست آمده در شکل ۴-۸-۱ به صورت q/A بر حسب ΔT رسم شده اند. در اولین ناحیه منحنی شکل ۴-۸-۱ (ناحیه A)، در اختلاف دماهای پایین مکانیسم جوشش به صورت انتقال حرارت به مایع به طریق جابه جایی آزاد است. تغییر h با $\Delta T^{1/4}$ تقریباً به همان صورت جابه جایی آزاد در صفحه های افقی یا استوانه هاست. جابها که تعداد آنها نیز کم است، از سطح فلز جدا شده و بالا می روند و آشفته گی محسوسی در جابه جایی آزاد ایجاد نمی کنند.

در ناحیه B یعنی ناحیه جوشش هسته ای^(۱)، در ΔT بین ۵ تا ۲۵ K (۹ تا ۴۵ °F) نرخ تولید حباب افزایش می یابد به طوری که سرعت گردش مایع زیاد می شود. ضریب انتقال حرارت h به سرعت افزایش پیدا می کند و در این ناحیه متناسب با ΔT^2 تا ΔT^3 است.

در ناحیه C یا ناحیه جوشش گذرا^(۲)، به سرعت حبابهای زیادی تشکیل می شوند که تمایل دارند بهم بپیوندند و یک لایه بخار عایق تشکیل دهند. با افزایش ΔT بر ضخامت این لایه افزوده می شود و شار گرمایی و h با افزایش ΔT ، کم می شوند. در ناحیه D یا جوشش فیلمی^(۳) جابها به طور منظم خودشان جدا می شوند و به طرف بالا می روند. در ΔT های بالاتر، تابش در لایه بخار بالای سطح به افزایش q/A و h کمک می کند.



شکل ۴-۸-۱. مکانیسم جوشش آب در شرایط اتمسفری، شار گرمایی بر حسب اختلاف دما: (A) جابه جایی طبیعی، (B) جوشش هسته ای، (C) جوشش گذرا، (D) جوشش فیلمی

نمودار h برحسب ΔT تقریباً به همان شکل نمودار ۱-۸-۴ است. مقدارهای h کاملاً بزرگ است. در ابتدای ناحیه B در شکل ۱-۸-۴ مربوط به جوشش هسته‌ای، مقدار h بین ۵۷۰۰ تا $11400 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ یا 1000 تا $2000 \text{ btu/hr.ft}^2 \cdot \text{F}$ قرار دارد و در انتهای این ناحیه h دارای یک مقدار حداکثر $10000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ یا $10000 \text{ btu/hr.ft}^2 \cdot \text{F}$ است. این مقادیر خیلی زیاد هستند و در بیشتر موارد مقدار مقاومت ناشی از جوشش فیلمی فقط درصد کمی از کل مقاومت در مقابل انتقال حرارت است. ناحیه‌هایی که از نظر عملی مورد نظر هستند نواحی جوشش هسته‌ای و فیلمی می‌باشند (P3). جوشش هسته‌ای در جوشاننده‌های نوع کتری^(۱) و جوشاننده‌های گردش طبیعی^(۲) اتفاق می‌افتد.

۲- جوشش هسته‌ای: در ناحیه جوشش هسته‌ای شار گرمایی تحت تأثیر ΔT ، فشار، ماهیت و شکل هندسی سطح و سیستم و خواص فیزیکی بخار و مایع می‌باشد. معادلات مربوطه به وسیله Rohsenow و دیگران به دست آمده است (P1). این روابط بسیار پیچیده بوده و برای لوله‌های تکی و سطوح صاف استفاده می‌شوند.

معادلات تجربی ساده شده برای تخمین ضرایب انتقال حرارت جوشش، برای آب در حال جوش در خارج سطوح غوطه‌ور در فشار مطلق یک اتمسفر در مراجع دیگر ارائه شده است (J2). برای یک صفحه افقی (در سیستم واحدهای انگلیسی و SI) داریم:

$$h, \text{ btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot \text{F} = 151(\Delta T \text{F})^{1/3} \quad q/A, \text{ btu/h} \cdot \text{ft}^2, < 5000 \quad (4-8-1)$$

$$h, \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} = 1043(\Delta T \text{K})^{1/3} \quad q/A, \text{ kW/m}^2, < 16$$

$$h, \text{ btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot \text{F} = 0.168(\Delta T \text{F})^3 \quad 5000 < q/A, \text{ btu/h} \cdot \text{ft}^2, < 75000 \quad (4-8-2)$$

$$h, \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} = 5.56(\Delta T \text{K})^3 \quad 16 < q/A, \text{ kW/m}^2, < 240$$

برای یک صفحه عمودی:

$$h, \text{ btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot \text{F} = 87(\Delta T \text{F})^{1/7} \quad q/A, \text{ btu/h} \cdot \text{ft}^2, < 1000 \quad (4-8-3)$$

$$h, \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} = 537(\Delta T \text{K})^{1/7} \quad q/A, \text{ kW/m}^2, < 3$$

$$h, \text{ btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot \text{F} = 0.240(\Delta T \text{F})^3 \quad 1000 < q/A, \text{ btu/h} \cdot \text{ft}^2, < 20000 \quad (4-8-4)$$

$$h, \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} = 7.95(\Delta T \text{K})^3 \quad 3 < q/A, \text{ kW/m}^2, < 63$$

که در این روابط $\Delta T = T_w - T_{\text{sat}}$ بر حسب K یا °F.

اگر فشار مطلق بر حسب اتمسفر باشد، مقدار h داده شده در بالا در فشار یک اتمسفر در $(P/1)^{1/4}$ ضرب می‌شود. معادله‌های (۴-۸-۱) و (۴-۸-۳) در ناحیه جابه‌جایی آزاد هستند.

برای تعیین ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری در حال جوشش داخل لوله‌ها، رابطه

ساده شده زیر می‌تواند به کار رود (J3).

$$h = 2.55(\Delta T K)^3 e^{P/1551} \text{ W/m}^2 \cdot K \quad (\text{SI})$$

$$h = 0.077(\Delta T^\circ F)^3 e^{P/225} \text{ btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ F \quad (\text{English}) \quad (4-8-5)$$

که در این جا p بر حسب kPa (در سیستم SI) یا psia (در سیستم انگلیسی) است.

۳- جوشش فیلمی: در ناحیه جوشش فیلمی، با توجه به اختلاف دمای نسبتاً زیاد، نرخ انتقال حرارت کم است و از این اختلاف دما به طور مؤثر استفاده نمی‌شود. جوشش فیلمی تاکنون در بسیاری از تحلیلهای تئوری مورد بررسی قرار گرفته است. Bromley (مرجع B3) معادله زیر را برای پیش بینی ضریب انتقال حرارت در ناحیه جوشش فیلمی در یک لوله افقی ارائه کرده است.

$$h = 0.62 \left[\frac{k_v^3 \rho_v (\rho_l - \rho_v) g (h_{fg} + 0.4 c_{pv} \Delta T)}{D \mu_v \Delta T} \right]^{1/4} \quad (4-8-6)$$

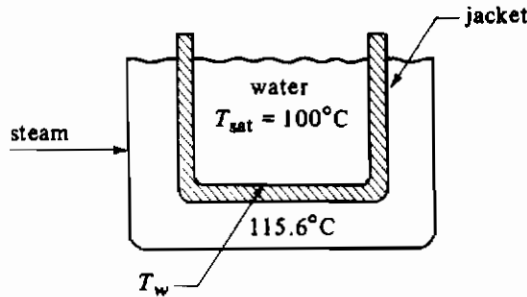
که k_v ضریب هدایت گرمایی بخار بر حسب $W/m \cdot K$ ، ρ_v دانسیته بخار بر حسب kg/m^3 ، ρ_l دانسیته مایع بر حسب kg/m^3 ، h_{fg} گرمای نهان تبخیر بر حسب J/kg ، $\Delta T = T_w - T_{sat}$ دمای بخار اشباع بر حسب $^\circ C$ ، D قطر بیرونی لوله بر حسب m و μ_v ویسکوزیته بخار بر حسب $Pa \cdot s$ و g شتاب جاذبه بر حسب m/s^2 است. خواص فیزیکی بخار در دمای فیلم $T_f = \frac{(T_w + T_{sat})}{2}$ و h_{fg} در دمای اشباع تعیین می‌شوند. اگر اختلاف دما خیلی زیاد باشد بخشی از انتقال حرارت به وسیله تابش اتفاق می‌افتد (H1).

مثال ۴-۸-۱ نرخ انتقال حرارت در یک محفظه دو جداره

آب در فشار مطلق یک اتمسفر در یک محفظه دو جداره توسط بخاری که در جداره محفظه در دمای $115/6^\circ C$ در حال چگالش است به جوش می‌آید. قطر درونی محفظه $0/656 \text{ m}$ و ارتفاع آن $0/984 \text{ m}$ است. کف محفظه مختصری حالت منحنی دارد اما آن را صاف فرض می‌کنیم. هم کف و هم دیواره‌ها تا ارتفاع $0/656$ متر دو جداره هستند. بدنه محفظه برای انتقال حرارت دارای ضخامت $3/2 \text{ mm}$ از جنس استیل ضد زنگ با $k = 16/27 \text{ W/m} \cdot K$ است. ضریب انتقال حرارت بخار در حال چگالش در داخل جداره $10200 \text{ W/m}^2 \cdot K$ تخمین زده می‌شود. ضریب انتقال حرارت (h_0) را برای سطح زیرین محفظه به دست آورید.

حل: نمودار مربوط به این محفظه در شکل ۴-۸-۲ نشان داده شده است. برای تعیین ضریب انتقال حرارت جوشش h_0 از معادلات ساده شده استفاده می‌شود. چون دمای داخلی سطح فلز (T_w) معلوم نیست روش حل براساس حدس و خطاست. فرض می‌کنیم $T_w = 110^\circ C$ باشد.

$$\Delta T = T_w - T_{sat} = 110 - 100 = 10^\circ C = 10 \text{ K}$$



شکل ۴-۸-۲. ظرف با جداره بخار و جوش آب در مثال ۴-۸-۱

با جایگزینی در معادله (۴-۸-۲) داریم:

$$h_o = 5/56 \times \Delta T^r = 5/56 \times 10^3 = 5560 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$\frac{q}{A} = h \Delta T = 5560 \times 10 = 55600 \text{ W/m}^2$$

برای امتحان کردن T_w فرض شده، مقاومتهای R_i مربوط به بخار در حال جگالش، R_w مربوط به دیواره فلزی و R_o مربوط به مایع در حال جوش باید محاسبه شوند. با فرض این که سطح مربوط به تمام مقاومتها برابر با $A = 1 \text{ m}^2$ باشد، براساس معادله (۴-۳-۱۲) داریم:

$$R_i = \frac{1}{h_i A} = \frac{1}{10200 \times 1} = 9/8 \times 10^{-5}$$

$$R_w = \frac{\Delta x}{k A} = \frac{3/2/1000}{16/27 \times 1} = 19/66 \times 10^{-5}$$

$$R_o = \frac{1}{h_o A} = \frac{1}{5560 \times 1} = 17/98 \times 10^{-5}$$

$$\Sigma R = 9/8 \times 10^{-5} + 19/66 \times 10^{-5} + 17/98 \times 10^{-5} = 47/44 \times 10^{-5}$$

اختلاف دما در طول لایه در حال جوشش به صورت زیر است،

$$\Delta T = \frac{R_o}{\Sigma R} (115/6 - 100) = \frac{17/98 \times 10^{-5}}{47/44 \times 10^{-5}} \times 15/6 = 5/9 \text{ } ^\circ\text{C}$$

بنابراین، $T_w = 100 + 5/9 = 105/9$. این مقدار از مقدار فرض شده $110 \text{ } ^\circ\text{C}$ کمتر است.

به عنوان حدس دوم $T_w = 108/3 \text{ } ^\circ\text{C}$ را فرض می‌کنیم. بنابراین این داریم: $\Delta T = 108/3 - 100 = 8/3 \text{ } ^\circ\text{C}$ و از معادله (۴-۸-۲) مقدار h_o جدید برابر با 3180 است. R_o جدید برابر

با $31/44 \times 10^{-5}$ می‌باشد و همچنین،

$$\Delta T = \left(\frac{31/44 \times 10^{-5}}{60/90 \times 10^{-5}} \right) \times (115/6 - 100) = 8/1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

و در نهایت داریم:

$$T_w = 100 + 8/1 = 108/1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

این مقدار به حدس دوم ($108/3 \text{ } ^\circ\text{C}$) نزدیک است. بنابراین نیاز به حدس دیگری نیست.

۴-۸B چگالش

۱- مکانیسم چگالش: هر دو پدیده چگالش یک بخار به مایع و تبخیر مایع به بخار با تغییر فاز یک سیال سر و کار داشته و دارای ضرایب انتقال حرارت بزرگ هستند. چگالش هنگامی اتفاق می‌افتد که یک بخار اشباع مانند بخار آب در مجاورت یک سطح جامد که دمای سطحی آن پایین تر از دمای اشباع بخار است قرار گیرد. در این حالت آب مایع تشکیل می‌شود.

به‌طور طبیعی، وقتی بخار روی یک سطح، مانند لوله‌های عمودی یا افقی یا سایر سطوحها، مایع می‌شود یک لایه مایع روی سطح تشکیل می‌شود و به دلیل نیروی ثقل به سمت پایین جاری می‌شود. این لایه مایع مقاومت اصلی در مقابل انتقال حرارت بین سطح و بخار است. به این حالت، چگالش فیلمی^(۱) می‌گویند.

نوع دیگر چگالش، چگالش قطره‌ای^(۲) است که در این حالت قطرات کوچک روی سطح تشکیل می‌شوند. این قطرات رشد می‌کنند و بهم می‌پیوندند و مایع روی سطح جاری می‌شوند. در طول این نوع چگالش قسمت زیادی از سطح لوله عاری از هر مایعی می‌شود و کاملاً در معرض بخار قرار می‌گیرد. در این قسمت‌ها نرخ انتقال حرارت زیاد است. ضریب میانگین می‌تواند به بزرگی $110000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ ($20000 \text{ btu/h.ft}^2 \cdot \text{F}$) باشد که ۵ تا ۱۰ برابر بزرگتر از ضریب فیلمی است. ضرایب چگالش فیلمی معمولاً خیلی بزرگتر از ضرایب چگالش در جابه‌جایی اجباری هستند و درجه بزرگی آنها در حد چند هزار $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$ یا بیشتر است.

چگالش قطره‌ای هنگامی که سطح آلوده باشد یا ناخالصی روی سطح باشد، اتفاق می‌افتد. چگالش فیلمی قابل اعتمادتر و معمول‌تر است. از این رو در طراحیهای معمولی، چگالش از نوع فیلمی در نظر گرفته می‌شود.

۲- ضرایب چگالش فیلمی برای سطح عمودی: چگالش فیلمی روی یک دیواره عمودی یا یک لوله در صورتی که جریان لایه نازک مایع روی دیواره آرام فرض شود می تواند به طور تحلیلی بررسی شود. ضخامت فیلم در بالای دیواره یا لوله صفر است و همچنان که به دلیل چگالش، جریان به سمت پایین برقرار می شود ضخامت افزایش می یابد. ناسلت ($H1, W1$) فرض کرد که انتقال حرارت از بخار در حال مایع شدن در T_{sat} به دیواره در دمای T_w از طریق فیلم مایع به شکل هدایت صورت می گیرد. با معادل قرار دادن این انتقال حرارت هدایتی با انتقال حرارت حاصل از چگالش بخار، رابطه نهایی ضریب میانگین انتقال حرارت روی کل سطح به دست آمد.

در شکل ۴-۸-۳a بخار در دمای T_{sat} روی دیواره ای که دمای آن T_w است در حال چگالش است. مایع به صورت آرام به طرف پایین جریان دارد. با فرض این که ضخامت لایه مایع برابر با واحد باشد، جرم المانی از مایع با دانسیته ρ_l در شکل ۴-۸-۳b به صورت: $(\delta - y)(dx \times 1)\rho_l$ است. نیروی به سمت پایین وارد شده بر این المان برابر با اختلاف نیروی وزن و نیروی شناوری است که می توان به این صورت نوشت: $g(\delta - y)(dx) \times (\rho_l - \rho_v) \times 1$ که ρ_v دانسیته بخار اشباع است. این نیرو به وسیله نیروی برشی ویسکوز در صفحه y یعنی $(1) \mu_l (dv/dy) dx$ موازنه می شود. با مساوی قرار دادن این نیروها داریم:

$$(\delta - y)dx(\rho_l - \rho_v)g = \mu_l \left(\frac{dv}{dy}\right)(dx) \quad (4-8-7)$$

با انتگرال گیری و استفاده از این شرایط مرزی که: $v = 0$ در $y = 0$ داریم:

$$v = \frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} (\delta y - y^2/2) \quad (4-8-8)$$

دبی جرمی بخار مایع شده در هر x برای عمق واحد به صورت زیر است:

$$m = \int_0^\delta \rho_l v dy = \int_0^\delta \rho_l \frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l} (\delta y - y^2/2) dy \quad (4-8-9)$$

با انتگرال گیری داریم:

$$m = \frac{\rho_l g(\rho_l - \rho_v) \delta^3}{3\mu_l} \quad (4-8-10)$$

اگر در یک دیواره با مساحت $m^2 (dx \times 1)$ ، توزیع دما در مایع بین دیواره و بخار خطی فرض شود نرخ گرمای انتقال یافته به این صورت است:

$$q_x = -k_l(dx \cdot 1) \left(\frac{dT}{dy}\right)_{y=0} = k_l dx \frac{T_{sat} - T_w}{\delta} \quad (4-8-11)$$

در فاصله dx نرخ حرارت منتقل شده q_x است. همچنین در این فاصله افزایش جرم ناشی از چگالش به اندازه dm است. با استفاده از معادله (۴-۸-۱۰) داریم:

فرایندهای انتقال و عملیات واحدها

$$dm = d \left[\frac{\rho_l g (\rho_l - \rho_v) \delta^3}{3 \mu_l} \right] = \frac{\rho_l g (\rho_l - \rho_v) \delta^2 d\delta}{\mu_l} \quad (4-8-12)$$

با نوشتن یک موازنه گرمایی در فاصله dx ، حاصلضرب دبی جرمی dm در گرمای نهان h_{fg} باید برابر با q_x حاصل از معادله (۴-۸-۱۱) باشد،

$$h_{fg} \frac{\rho_l g (\rho_l - \rho_v) \delta^2 d\delta}{\mu_l} = k_l dx \frac{T_{sat} - T_w}{\delta} \quad (4-8-13)$$

با انتگرال‌گیری در محدوده $\delta = 0$ در $x = 0$ تا $\delta = x$ در $x = x$ داریم:

$$\delta = \left[\frac{4 \mu_l k_l x (T_{sat} - T_w)}{g h_{fg} \rho_l (\rho_l - \rho_v)} \right]^{1/4} \quad (4-8-14)$$

با استفاده از ضریب انتقال حرارت موضعی h_x در موازنه گرما خواهد داد:

$$h_x (dx \cdot 1) (T_{sat} - T_w) = k_l (dx \cdot 1) \frac{T_{sat} - T_w}{\delta} \quad (4-8-15)$$

که در نتیجه داریم:

$$h_x = \frac{k_l}{\delta} \quad (4-8-16)$$

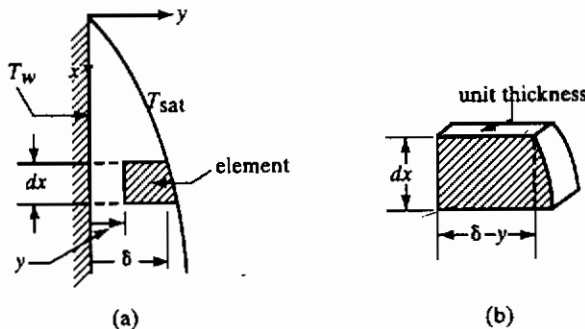
با ترکیب معادلات (۴-۸-۱۴) و (۴-۸-۱۶) داریم:

$$h_x = \left[\frac{\rho_l (\rho_l - \rho_v) g h_{fg} k_l^3}{4 \mu_l x (T_{sat} - T_w)} \right]^{1/4} \quad (4-8-17)$$

با انتگرال‌گیری روی طول L مقدار میانگین h به صورت زیر به دست می‌آید:

$$h = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx = \frac{4}{3} h_{x=L} \quad (4-8-18)$$

$$h = 0.943 \left[\frac{\rho_l (\rho_l - \rho_v) g h_{fg} k_l^3}{\mu_l L (T_{sat} - T_w)} \right]^{1/4} \quad (4-8-19)$$



شکل ۴-۸-۳. چگالش فیلمی روی یک صفحه عمودی: (a) افزایش ضخامت فیلم با موقعیت

(b) موازنه روی المان سیال مایع شده

اما برای جریان آرام داده‌های تجربی نشان می‌دهد که این مقادیر حدود ۲۰٪ از آنچه که از معادله (۴-۸-۱۹) به دست می‌آید بیشتر هستند.

بنابراین رابطه نهایی پیشنهادی برای سطحهای عمودی در جریان آرام معادله زیر است (M1):

$$N_{Nu} = \frac{hL}{k_i} = 1.13 \left(\frac{\rho_i(\rho_i - \rho_v)gh_{fg}L^3}{\mu_i k_i \Delta T} \right)^{1/4} \quad (4-8-20)$$

که ρ_i دانسیته مایع برحسب ρ_v دانسیته بخار، g برابر با 9.80665 m/s^2 ، L ارتفاع عمودی سطح یا لوله برحسب m ، μ_i ویسکوزیته مایع برحسب $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ، k_i ضریب هدایت گرمایی مایع برحسب $\text{W/m}\cdot\text{K}$ ، $\Delta T = T_{\text{sat}} - T_w$ برحسب کلین و h_{fg} گرمای نهان چگالش در دمای اشباع برحسب J/kg می‌باشد. همه خواص فیزیکی مایع به جز h_{fg} در دمای $T_f = \frac{(T_{\text{sat}} + T_w)}{2}$ اندازه‌گیری می‌شوند. عدد رینولدز در سطحهای عمودی طویل که جریان در قسمت پایینی می‌تواند مغشوش باشد به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$N_{Re} = \frac{4m}{\pi D \mu_i} = \frac{4\Gamma}{\mu_i} \quad (\text{vertical tube, diameter } D) \quad (4-8-21)$$

$$N_{Re} = \frac{4m}{W \mu_i} = \frac{4\Gamma}{\mu_i} \quad (\text{vertical plate, width } W) \quad (4-8-22)$$

که در این جا m جرم کل بخار مایع شده در لوله یا پایین صفحه در واحد زمان و $\Gamma = m/\pi D$ یا $\Gamma = m/W$ است. برای این که معادله (۴-۸-۲۰) صدق کند N_{Re} باید کمتر از حدود ۱۸۰۰ باشد. خواننده باید توجه داشته باشد که مراجع دیگر N_{Re} را به صورت Γ/μ تعریف می‌کنند. بنابراین، این N_{Re} باید کمتر از ۴۵۰ باشد.

برای جریان مغشوش یعنی در $N_{Re} > 1800$ خواهیم داشت (M1).

$$N_{Nu} = \frac{hL}{k_i} = 0.0077 \left(\frac{g\rho_i^2 L^3}{\mu_i^2} \right)^{1/3} (N_{Re})^{0.4} \quad (4-8-23)$$

حل این معادله به صورت حدس و خطاست چون برای محاسبه h باید مقداری برای N_{Re} فرض کرد.

مثال ۴-۸-۲ چگالش روی یک لوله عمودی

بخار اشباع در فشار مطلق $68/9 \text{ kPa}$ (10 psia) روی یک لوله عمودی به طول 0.305 m (1 ft) و به قطر خارجی 0.0254 m (1 in) مایع می‌شود. دمای سطح لوله $86/11 \text{ }^\circ\text{C}$ ($187 \text{ }^\circ\text{F}$) می‌باشد. ضریب انتقال حرارت میانگین را بر حسب واحدهای انگلیسی و SI محاسبه کنید.

حل: از ضمیمه A.2 داریم:

$$T_{\text{sat}} = 193^{\circ}\text{F} (89/44^{\circ}\text{C}) \quad T_w = 187^{\circ}\text{F} (86/11^{\circ}\text{C})$$

$$T_f = \frac{(T_w + T_{\text{sat}})}{2} = \frac{187 + 193}{2} = 190^{\circ}\text{F} (87/8^{\circ}\text{C})$$

$$h_{fg} = 1143/3 - 161 = 982/3 \text{ btu/lb}_m$$

$$= 2657/8 - 374/6 = 2283/2 \text{ kJ/kg} = 2/283 \times 10^3 \text{ J/kg}$$

$$\rho_l = \frac{1}{0.01657} = 60/3 \text{ lb}_m/\text{ft}^3 = 60/3 \times 16/0.18 = 966/7 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_v = \frac{1}{40/95} = 0.244 \text{ lb}_m/\text{ft}^3 = 0.391 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_l = 0.324 \text{ cp} \times 2/4191 = 0.784 \text{ lb}_m/\text{ft.h} = 3/24 \times 10^{-4} \text{ Pa.s}$$

$$k_l = 0.390 \text{ btu/ft.h.}^{\circ}\text{F} = 0.390 \times 1/7307 = 0.675 \text{ W/m.K}$$

$$L = 1 \text{ ft} = 0.305 \text{ m} \quad \Delta T = T_{\text{sat}} - T_w = 193 - 187 = 6^{\circ}\text{F} (3/33 \text{ K})$$

با فرض یک لایه نازک آرام، با استفاده از معادله (۴-۸-۲۰) در سیستم واحدهای SI و انگلیسی و صرفنظر کردن از ρ_v در مقابل ρ_l داریم:

$$N_{Nu} = 1/13 \left(\frac{\rho_l^2 g h_{fg} L^3}{\mu_l k_l \Delta T} \right)^{1/25}$$

$$= 1/13 \times \left[\frac{60/3^2 \times 32/174 \times 3600^2 \times 982/3 \times 1^3}{0.784 \times 0.390 \times 6} \right]^{1/25} = 60.4$$

$$N_{Nu} = 1/13 \times \left[\frac{966/7^2 \times 9/806 \times 2/283 \times 10^3 \times 0.305^3}{3/24 \times 10^{-4} \times 0.675 \times 3/33} \right]^{1/25} = 60.4$$

$$N_{Nu} = \frac{h L}{k_l} = \frac{h \times 1}{0.390} = 60.4 \quad \text{یا} \quad \frac{h \times 0.305}{0.675} = 60.4$$

پس از حل رابطه، $h = 2350 \text{ btu/h.ft}^2.^{\circ}\text{F} = 13350 \text{ W/m}^2.\text{K}$.

سپس برای اینکه ببینیم مطابق با فرض جریان آرام است یا نه N_{Re} را محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه کل حرارت منتقل شده برای یک لوله به مساحت:

$$A = \pi D L = \pi \times \frac{1}{12} \times 1 = \frac{\pi}{12} \text{ ft}^2 \quad A = \pi \times 0.0254 \times 0.305 \text{ m}^2$$

$$q = h A \Delta T \quad (4-8-24)$$

اما، این q باید برابر با گرمایی باشد که از چگالش $m \text{ lb}_m/\text{h} (\text{kg/s})$ بخار به دست آید. بنابراین داریم:

$$q = h A \Delta T = h_{fg} m \quad (4-8-25)$$

با جایگذاری مقادیر معلوم و حل معادله نسبت به m داریم:

$$2350 \times \frac{\pi}{12} \times (193 - 187) = 982/3 \times m \Rightarrow m = 3/77 \text{ lb}_m/\text{h}$$

$$13/35 \times \pi \times 0.0254 \times 0.305 \times 3/33 = 2/284 \times 10^1 \times m \Rightarrow m = 4/74 \times 10^{-4} \text{ kg/s}$$

با جایگذاری در معادله (4-8-21) داریم:

$$N_{Re} = \frac{4 m}{\pi D \mu_l} = \frac{4 \times 3/77}{\pi \times (1/12) \times 0.784} = 73/5$$

$$N_{Re} = \frac{4 \times 4/74 \times 10^{-4}}{\pi \times 0.0254 \times 3/24 \times 10^{-4}} = 73/5$$

بنابراین مطابق فرض جریان آرام است.

۳- ضرایب چگالش فیلمی بیرون استوانه‌های افقی: تحلیل ناسلت می‌تواند به مورد عملی چگالش در بیرون یک لوله افقی نیز تعمیم داده شود. برای یک لوله تکی، لایه نازک مایع از بالای لوله با ضخامت صفر شروع می‌شود و همچنان که به پایین جاری می‌شود ضخامت آن نیز زیاد می‌شود تا این‌که از لوله جدا می‌شود. اگر یک دسته لوله داشته باشیم مایع از روی یک لوله به روی لوله پایینی می‌چکد. برای یک دسته لوله افقی شامل N لوله که زیر یکدیگر قرار گرفته‌اند و قطر خارجی آنها D است داریم (M1):

$$N_{Nu} = \frac{hD}{k_l} = 0.725 \left(\frac{\rho_l (\rho_l - \rho_v) g h_{fg} D^3}{N \mu_l k_l \Delta T} \right)^{1/4} \quad (4-8-26)$$

در اغلب کاربردهای عملی، جریان آرام است و معادله (4-8-26) صدق می‌کند (M1, C3).

۴-۹ مبدل‌های حرارتی

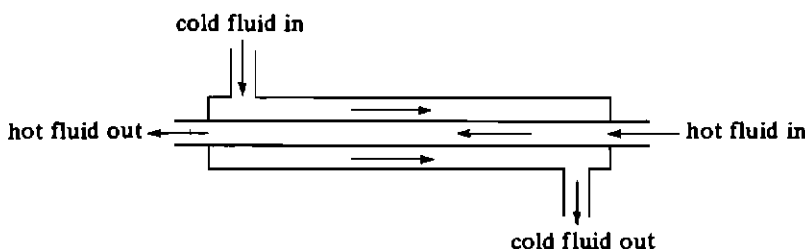
۴-۹A انواع مبدل‌ها

۱- مقدمه: در فرایندهای صنعتی انتقال حرارت بین دو سیال عموماً در مبدل‌های حرارتی انجام می‌شود. رایج‌ترین نوع، گونه‌ای است که در آن سیال گرم و سیال سرد در تماس مستقیم با یکدیگر نیستند و توسط دیواره یک لوله یا یک سطح صاف یا مدور از یکدیگر جدا شده‌اند. گرما به صورت جابه‌جایی از سیال گرم به دیواره یا سطح لوله منتقل شده و سپس از طریق دیواره لوله یا سطح به صورت هدایت

عبور کرده و در نهایت به صورت جابه‌جایی به سیال سرد انتقال می‌یابد. در بخش‌های قبلی این فصل، در مورد روشهای محاسبهٔ مراحل مختلف بحث کردیم. در این بخش در بارهٔ برخی از انواع تجهیزاتی که استفاده می‌شوند و نیز تجزیه و تحلیل گرمایی مبدلها صحبت خواهیم کرد. جزئیات روشهای طراحی مبدلهای حرارتی کاملاً توسعه یافته‌اند ولی ما در این جا در مورد آنها بحث نخواهیم کرد.

۲- مبدل حرارتی دو لوله‌ای: ساده‌ترین نوع مبدل، نوع دو لوله‌ای یا مبدل با لوله‌های هم مرکز است. این نوع مبدل در شکل ۱-۹-۴ نشان داده شده است. در این شکل یک سیال در درون یکی از لوله‌ها جریان دارد و سیال دیگر در فضای حلقوی بین دو لوله جریان دارد. این دو سیال می‌توانند در یک جهت یا در جهت مخالف یکدیگر حرکت کنند. این مبدل را می‌توان از یک جفت لوله بلند با ته بسته یا از تعدادی جفت لوله‌های هم‌مرکز به صورت سری ساخت. این نوع مبدل معمولاً برای جریانهای با دبی کم مفید است.

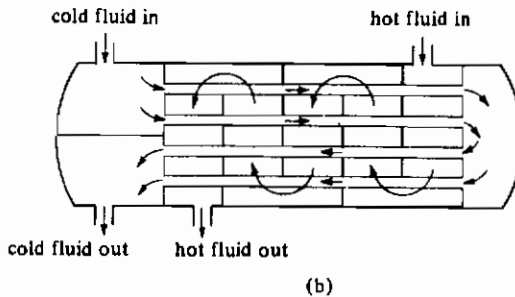
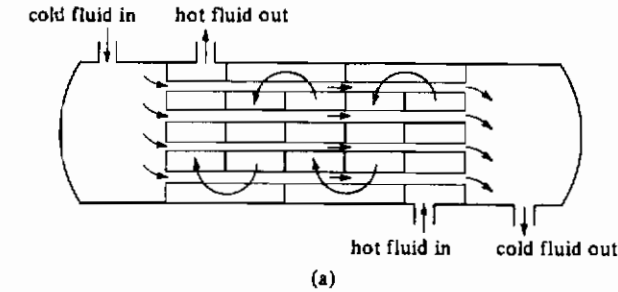
۳- مبدل پوسته و لوله: برای شدت جریانهای زیاد، از مبدل پوسته و لوله استفاده می‌شود که مهمترین نوع مبدل در صنایع فرایندی است. در این مبدلها جریانها پیوسته هستند. تعداد زیادی لوله به صورت موازی قرار گرفته‌اند که یکی از دو سیال در داخل این لوله‌ها جریان دارد. لوله‌ها به صورت یک دسته لوله با آرایش خاص هستند و در درون یک پوسته قرار دارند و سیال دیگر در بیرون لوله‌ها و درون پوسته جریان دارد. در شکل ۲۸-۹-۴، ساده‌ترین نوع مبدل پوسته و لوله با یک پوسته و یک دسته لوله نشان داده شده است که به آن مبدل ۱-۱ خلاف جهت نیز گفته می‌شود. سیال سرد وارد مبدل شده و از داخل همهٔ لوله‌ها در یک گذر^(۱) به صورت موازی حرکت می‌کند. سیال گرم از طرف دیگر وارد و به صورت خلاف جهت درعرض لوله‌ها حرکت می‌کند. از بافلها نیز عبور می‌کند. برای این‌که سیال مجبور شود به جای حرکت موازی عمود بر دسته لوله‌ها حرکت کند از بافل استفاده می‌شود. اغتشاش ایجاد شده توسط جریان عرضی عمود بر جهت لوله‌ها باعث افزایش ضریب انتقال حرارت در قسمت پوسته می‌شود.



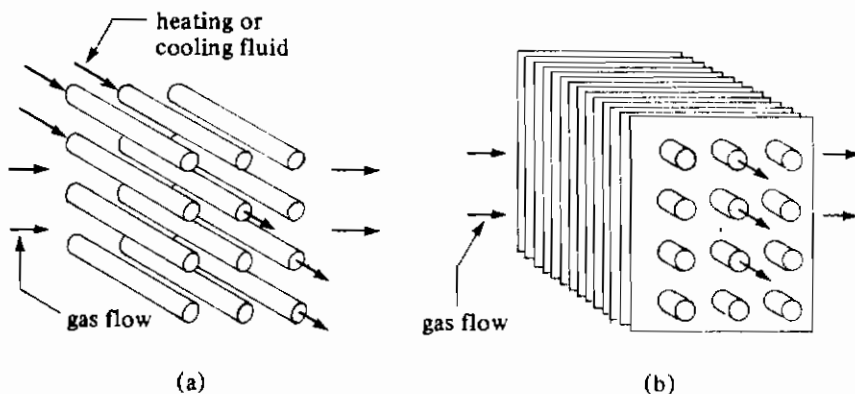
شکل ۱-۹-۴. جریان در مبدل دو لوله‌ای

در شکل ۲b-۹-۴ یک مبدل ۱-۲ خلاف جهت نشان داده شده است. مطابق شکل مایع داخل لوله در دو گذر و مایع داخل پوسته در یک گذر جریان دارد. در اولین گذر لوله سیال سرد به صورت خلاف جهت با سیال گرم داخل پوسته جریان می‌یابد و در گذر دوم سیال سرد به صورت هم‌جهت با سیال گرم جریان پیدا می‌کند. نوع دیگر مبدل دارای دو گذر پوسته و ۴ گذر لوله است. ترکیبات دیگری از تعداد گذرها نیز گاهی استفاده می‌شود. انواع ۱-۲ و ۲-۴ رایج‌ترین آنها بوده‌اند.

۴- مبدل جریان متقاطع: وقتی گازی مانند هوای گرم که در معرض دست‌لوله‌ها به صورت جابه‌جایی اجباری یا آزاد حرکت می‌کند. مایع از داخل لوله عبور می‌کند و گاز در معرض دست‌لوله‌ها به صورت جابه‌جایی اجباری یا آزاد حرکت می‌کند. سیال داخل لوله‌ها با یکدیگر مخلوط نمی‌شوند چون از هنگامی که وارد لوله‌ها می‌شوند به صورت جریانهای جداگانه هستند. جریان گاز خارج لوله‌ها کاملاً مخلوط می‌شود چون می‌تواند به صورت آزادانه در بین لوله‌ها حرکت کند و همچنین گاز تمایل دارد تا دمای خود را در جهت عمود بر جریان یکنواخت کند. برای سیال مخلوط نشده داخل لوله‌ها هم در جهت جریان و هم بر آن اختلاف دما وجود خواهد داشت.



شکل ۲-۹-۴. مبدلهای پوسته و لوله: (a) یک گذر لوله و یک گذر پوسته (مبدل ۱-۲) (b) یک گذر پوسته و دو گذر لوله (مبدل ۱-۲)



شکل ۳-۹-۴. الگوی جریان در مبدل‌های جریان متقاطع: (a) یک سیال مخلوط شده (گاز) و یک سیال مخلوط نشده (b) هر دو سیال مخلوط نشده

نوع دوم مبدل حرارتی جریان متقاطع در شکل ۳b-۹-۴ نشان داده شده است که معمولاً در سیستم‌های تهویه هوا و گرم کردن آن استفاده می‌شود. در این نوع مبدل، جریان گاز از میان یک دهسته لوله پره‌دار عبور می‌کند و مخلوط نمی‌شود چون سیال در کانال‌های جداگانه حرکت کرده و از روی لوله‌ها عبور می‌کند. سیال داخل لوله‌ها نیز مخلوط نمی‌شود.

بحث در مورد انواع دیگر تجهیزات انتقال حرارت به بخش ۱۳-۴ موكول میشود. در باقیمانده این بخش با مبدل‌های پوسته و لوله و جریان متقاطع سر و کار داریم.

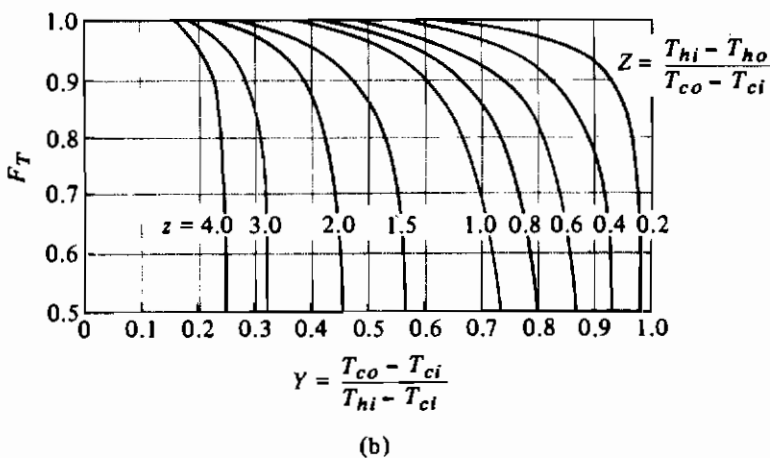
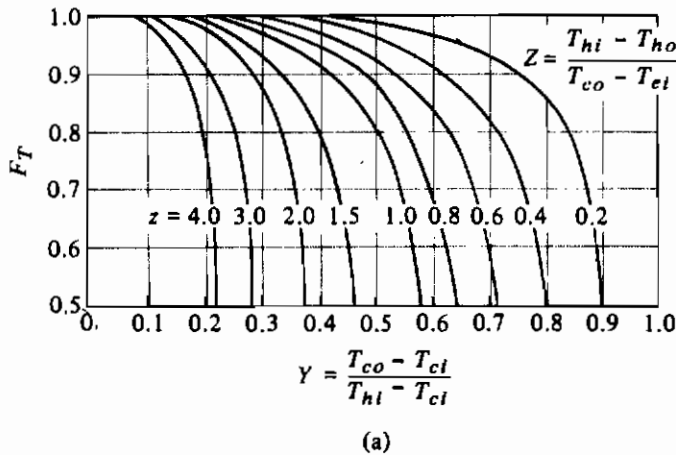
B-۹-۴ ضرایب تصحیح اختلاف دمای میانگین لگاریتمی

در بخش ۴-۵H نشان داده شد که وقتی که سیال‌های گرم و سرد در مبدل حرارتی به صورت خلاف جهت یا هم جهت جریان دارند از اختلاف دمای میانگین لگاریتمی باید استفاده شود.

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\Delta T_2/\Delta T_1)} \quad (4-9-1)$$

که در اینجا ΔT_2 اختلاف دما در یک انتهای مبدل و ΔT_1 اختلاف دما در انتهای دیگر است. ΔT_{lm} برای یک مبدل دو لوله‌ای و یک مبدل ۱-۱ با یک پوسته و یک گذر لوله در حالت هم جهت یا خلاف جهت صدق می‌کند.

در مواردی که مبدل چند گذر داریم، بسته به آرایش لوله‌ها و پوسته‌ها لازم است که رابطه دیگری برای اختلاف دمای میانگین به دست آوریم. ابتدا تبدیلی با یک پوسته و دو گذر لوله طبق شکل ۴-۹-۲b در نظر می‌گیریم. سیال سرد در اولین دسته لوله در خلاف جهت سیال گرم حرکت میکند. در دومین دسته لوله سیال سرد با سیال گرم هم جهت است. بنابراین، اختلاف دمای میانگین لگاریتمی که هم برای جریان هم جهت و هم خلاف جهت و نه برای ترکیب این دو نوع جریان استفاده می‌شود در این حالت اختلاف دمای واقعی را نخواهد داد مگر این‌که تصحیح شود.



شکل ۴-۹-۴. ضریب تصحیح F_T برای اختلاف دمای متوسط لگاریتمی: (a) مبدلهای ۱-۲ (b) مبدلهای ۲-۴ (با کسب مجوز گرفته شده از:

به دست آوردن معادله مناسب برای دمای میانگین به طریق ریاضی کاملاً پیچیده است. روش معمول استفاده از ضریب تصحیح F_T است که وقتی که در ΔT_{lm} ضرب می شود اختلاف دمای میانگین صحیح ΔT_m به دست می آید. در استفاده از ضرایب تصحیح F_T مهم نیست که سیال گرمتر از داخل لوله ها عبور کند یا از داخل پوسته (K1). ضریب F_T برای مبدل های ۲-۱ محاسبه شده و در شکل ۴-۹-۴a نشان داده شده است (B4). دو نسبت بدون بعد به صورت زیر استفاده شده اند.

$$Z = \frac{T_{hi} - T_{ho}}{T_{co} - T_{ci}} \quad (4-9-2)$$

$$Y = \frac{T_{co} - T_{ci}}{T_{hi} - T_{ci}} \quad (4-9-3)$$

که T_{hi} دمای ورودی سیال گرم برحسب K یا °F یا T_{ho} دمای خروجی سیال گرم، T_{ci} دمای ورودی سیال سرد و T_{co} دمای خروجی سیال سرد است.

در شکل ۴-۹-۴b ضریب F_T برای یک مبدل ۲-۴ نشان داده شده است (B4). معمولاً استفاده از یک مبدل حرارتی در شرایط $F_T < 0.75$ توصیه نمی شود. در این حالت باید از ترکیبات دیگر پوسته و لوله استفاده کرد. ضرایب تصحیح برای دو نوع از مبدل های جریان متقاطع در شکل ۴-۹-۵ داده شده است. نمونه های دیگر در جاهای دیگر داده شده اند (B4, P1).

با استفاده از پارامترهای تعریف شده در معادلات (۴-۹-۲) و (۴-۹-۳)، ΔT_{lm} از معادله (۴-۹-۱) به صورت زیر نوشته می شود:

$$\Delta T_{lm} = \frac{(T_{hi} - T_{co}) - (T_{ho} - T_{ci})}{\ln [(T_{hi} - T_{co}) / (T_{ho} - T_{ci})]} \quad (4-9-4)$$

بنابراین معادله مبدل حرارتی به صورت زیر است:

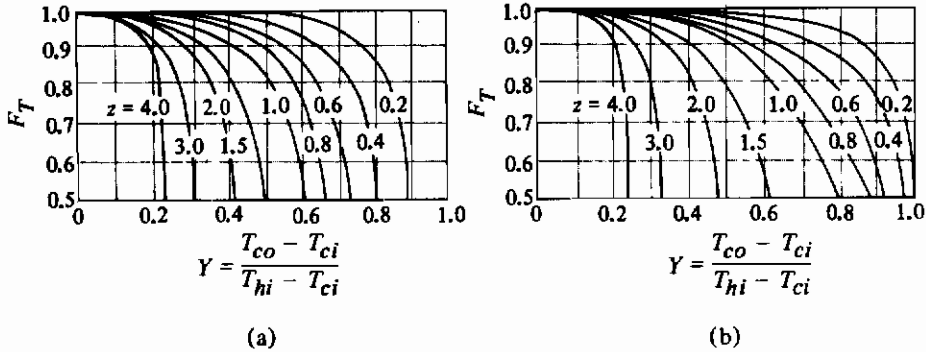
$$q = U_i A_i \Delta T_m = U_o A_o \Delta T_m \quad (4-9-5)$$

که در این جا،

$$\Delta T_m = F_T \Delta T_{lm} \quad (4-9-6)$$

مثال ۴-۹-۱ ضریب تصحیح دما برای یک مبدل حرارتی

یک مبدل حرارتی ۲-۱ شامل یک پوسته و دو گذر لوله $2/52 \text{ kg/s}$ آب را از دمای $21/1$ تا $54/4$ °C، توسط آب داغ تحت فشار با دمای ورودی $115/6$ °C و دمای خروجی $48/9$ °C گرم می کند. سطح بیرونی لوله ها در مبدل $A_o = 9/3 \text{ m}^2$ است.



شکل ۴-۹-۵. ضریب تصحیح F_T برای اختلاف دمای میانگین لگاریتمی برای مبدل‌های جریان متقاطع
 [$Z = (T_{hi} - T_{ho}) / (T_{co} - T_{ci})$]
 (a) یک گذر، سیال داخل پوسته مخلوط شده، سیال دیگر مخلوط نشده،
 (b) یک گذر، هر دو سیال مخلوط نشده، (با کسب مجوز گرفته شده از:

R. A. Bowman, A. C. Mueller, and W. M. Nagle, Trans. ASME, 62, 288, 289, (1940)

الف - اختلاف دمای میانگین ΔT_m در مبدل و ضریب کلی انتقال حرارت U_0 را محاسبه کنید.
 ب - با همان دماها و با استفاده از یک مبدل ۴-۲، ΔT_m چقدر خواهد شد.

حل: دماها به صورت زیر هستند:

$$T_{hi} = 115/6 \text{ } ^\circ\text{C}, T_{ho} = 48/9 \text{ } ^\circ\text{C}, T_{ci} = 21/1 \text{ } ^\circ\text{C}, T_{co} = 54/4 \text{ } ^\circ\text{C}$$

ابتدا با نوشتن یک موازنه گرمایی روی آب سرد با فرض $c_{pm} = 4187 \text{ J/kg.K}$ برای آب و محاسبه اختلاف دمای سیال سرد به صورت: $T_{co} - T_{ci} = (54/4 - 21/1) \text{ } ^\circ\text{C} = 33/3 \text{ } ^\circ\text{C} = 33/3 \text{ K}$ داریم:

$$q = m c_p (T_{co} - T_{ci}) = 2/52 \times 4187 \times (54/4 - 21/1) = 348200 \text{ W}$$

اختلاف دمای میانگین لگاریتمی با استفاده از معادله (۴-۹-۴) به صورت زیر است:

$$\Delta T_{lm} = \frac{(115/6 - 54/4) - (48/9 - 21/1)}{\ln [(115/6 - 54/4) / (48/9 - 21/1)]} = 42/3 \text{ } ^\circ\text{C} = 42/3 \text{ K}$$

سپس با جایگذاری در معادلات (۴-۹-۲) و (۴-۹-۳) داریم:

$$Z = \frac{T_{hi} - T_{ho}}{T_{co} - T_{ci}} = \frac{115/6 - 48/9}{54/4 - 21/1} = 2 \quad (4-9-2)$$

$$Y = \frac{T_{co} - T_{ci}}{T_{hi} - T_{ci}} = \frac{54/4 - 21/1}{115/6 - 21/1} = 0/352 \quad (4-9-3)$$

از شکل ۴-۹-۴a داریم: $F_T = 0.74$. پس با استفاده از معادله (۴-۹-۶) داریم:

$$\Delta T_m = F_T \Delta T_{lm} = 0.74 \times 42/3 = 31/3 \text{ } ^\circ\text{C} = 31/3 \text{ K} \quad (4-9-6)$$

با مرتب کردن معادله (۴-۹-۵) و حل آن نسبت به U_o و جایگذاری مقادیر معلوم داریم:

$$U_o = \frac{q}{A_o \Delta T_m} = \frac{348200}{9/3 \times 31/3} = 1196 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \quad (211 \text{ btu/h.ft}^2 \cdot \text{ } ^\circ\text{F})$$

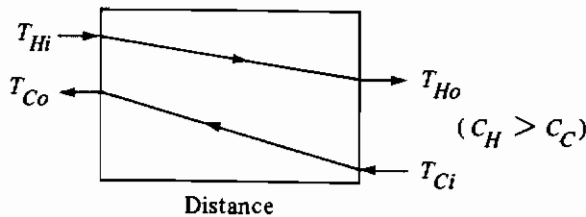
برای قسمت (ب)، با استفاده از یک مبدل ۲-۴ و شکل ۴-۹-۴b، $F_T = 0.94$ به دست می آید. پس:

$$\Delta T_m = F_T \Delta T_{lm} = 0.94 \times 42/3 = 39/8 \text{ } ^\circ\text{C} = 39/8 \text{ K}$$

بنابراین، در این حالت مبدل ۲-۴ اختلاف دمای بیشتری ایجاد می کند.

۴-۹C ضریب تأثیر^(۱) مبدلهای حرارتی

۱- مقدمه: در بخش گذشته در معادله $q = U A \Delta T_{lm}$ برای طراحی مبدلهای حرارتی از اختلاف دمای میانگین لگاریتمی استفاده شد. این معادله هنگامی که دمای ورودی و خروجی دو سیال معلوم باشند یا بتوان آنها را بر اساس یک موازنه گرمایی تعیین کرد، مناسب است. بنابراین اگر U معلوم باشد سطح گرمایی را می توان تعیین کرد. اما وقتی که دماهای خروجی سیالها از مبدل مشخص نباشد و مبدل مشخصی استفاده شده باشد از روش سعی و خطا باید استفاده نمود. برای حل این حالتها روشی که ضریب تأثیر مبدل حرارتی ϵ نامیده می شود مورد استفاده قرار می گیرد که در آن نیازی به دماهای خروجی نیست. ضریب تأثیر مبدل حرارتی به صورت نسبت نرخ واقعی انتقال حرارت در یک مبدل مشخص به حداکثر مقدار ممکن انتقال حرارت تعریف می شود، البته اگر سطح انتقال حرارت نامحدود باشد. در شکل ۴-۹-۶، توزیع دما در یک مبدل حرارتی خلاف جهت نشان داده شده است.



شکل ۴-۹-۶. توزیع دما برای مبدل جریان متقابل

۲- به دست آوردن معادله ضریب تأثیر: موازنه گرمایی برای دو سیال سرد (C) و گرم (H) به صورت زیر است:

$$q = (mc_p)_H(T_{Hi} - T_{Ho}) = (mc_p)_C(T_{Co} - T_{Ci}) \quad (4-9-7)$$

در شکل ۴-۹-۶، با قرار دادن $(m c_p)_H$ برابر با C_H و $(m c_p)_C$ برابر با C_C داریم: $C_H > C_C$. سیال سرد تغییرات دمایی بزرگتری را نسبت به سیال گرم تحمل می‌کند. بنابراین، C_C را به عنوان C_{min} یا ظرفیت گرمایی حداقل در نظر می‌گیریم. پس اگر سطح نامحدودی برای انتقال حرارت موجود باشد، $T_{Co} = T_{Hi}$. پس ضریب تأثیر ϵ به صورت زیر است:

$$\epsilon = \frac{C_H(T_{Hi} - T_{Ho})}{C_C(T_{Hi} - T_{Ci})} = \frac{C_{max}(T_{Hi} - T_{Ho})}{C_{min}(T_{Hi} - T_{Ci})} \quad (4-9-8)$$

اگر سیال گرم سیال حداقل^(۱) باشد بنابراین، $T_{Ho} = T_{Ci}$ و داریم:

$$\epsilon = \frac{C_C(T_{Co} - T_{Ci})}{C_H(T_{Hi} - T_{Ci})} = \frac{C_{max}(T_{Co} - T_{Ci})}{C_{min}(T_{Hi} - T_{Ci})} \quad (4-9-9)$$

در هر دو معادله مخرج‌ها یکی هستند و صورت مقدار واقعی انتقال حرارت را نشان می‌دهد.

$$q = \epsilon C_{min}(T_{Hi} - T_{Ci}) \quad (4-9-10)$$

معادله (۴-۹-۱۰) فقط از دماهای ورودی استفاده می‌کند که این یک مزیت است، خصوصاً هنگامی که دماهای ورودی معلوم باشند و بخواهیم دماهای خروجی را در یک مبدل مشخص پیش بینی کنیم. در یک مبدل یک‌گذر با جریان مخالف، با ترکیب معادلات (۴-۹-۸) و (۴-۹-۹) داریم:

$$\epsilon = \frac{C_H(T_{Hi} - T_{Ho})}{C_{min}(T_{Hi} - T_{Ci})} = \frac{C_C(T_{Co} - T_{Ci})}{C_{min}(T_{Hi} - T_{Ci})} \quad (4-9-11)$$

ابتدا فرض می‌کنیم که سیال حداقل سیال سرد باشد. با بازنویسی معادله (۴-۹-۱۱) با استفاده از نمادگذاری موجود داریم:

$$q = C_C(T_{Co} - T_{Ci}) = UA \frac{(T_{Ho} - T_{Ci}) - (T_{Hi} - T_{Co})}{\ln [(T_{Ho} - T_{Ci})/(T_{Hi} - T_{Co})]} \quad (4-9-12)$$

با ترکیب معادله (۴-۹-۷) با طرف چپ معادله (۴-۹-۱۱) و حل آن نسبت به T_{Hi} داریم:

$$T_{Hi} = T_{Ci} + \frac{1}{\epsilon} (T_{Co} - T_{Ci}) \quad (4-9-13)$$

با کم کردن T_{Co} از دو طرف داریم:

$$T_{Hi} - T_{Co} = T_{Ci} - T_{Co} + \frac{1}{\epsilon} (T_{Co} - T_{Ci}) = \left(\frac{1}{\epsilon} - 1\right) (T_{Co} - T_{Ci}) \quad (4-9-14)$$

از معادله (۴-۹-۷) با در نظر گرفتن $C_{\max} = C_H$ و $C_{\min} = C_C$ داریم:

$$T_{Ho} = T_{Hi} - \frac{C_{\min}}{C_{\max}} (T_{Co} - T_{Ci}) \quad (4-9-15)$$

که با مرتب کردن آن معادله زیر حاصل می‌شود:

$$T_{Ho} - T_{Ci} = T_{Hi} - T_{Ci} - \frac{C_{\min}}{C_{\max}} (T_{Co} - T_{Ci}) \quad (4-9-16)$$

با جایگزینی معادله (۴-۹-۱۳) در (۴-۹-۱۶) داریم:

$$T_{Ho} - T_{Ci} = \frac{1}{\varepsilon} (T_{Co} - T_{Ci}) - \frac{C_{\min}}{C_{\max}} (T_{Co} - T_{Ci}) \quad (4-9-17)$$

سرانجام، با جایگزینی معادلات (۴-۹-۱۴) و (۴-۹-۱۷) در (۴-۹-۱۲) و مرتب کردن آن و گرفتن آنتی لگاریتم از طرفین معادله و حل آن نسبت به ε داریم:

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp \left[-\frac{UA}{C_{\min}} \left(1 - \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \right) \right]}{1 - \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \exp \left[\frac{UA}{C_{\min}} \left(1 - \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \right) \right]} \quad (4-9-18)$$

NTU را به عنوان تعداد واحدهای انتقال تعریف می‌کنیم و به صورت زیر است:

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}} \quad (4-9-19)$$

اگر $C_H = C_{\min}$ باشد، همان نتیجه به دست خواهد آمد.

برای جریانهای موازی داریم:

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp \left[-\frac{UA}{C_{\min}} \left(1 + \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \right) \right]}{1 + \frac{C_{\min}}{C_{\max}}} \quad (4-9-20)$$

در شکل ۴-۹-۷، معادلات (۴-۹-۱۸) و (۴-۹-۲۰) به شکل نمودار رسم شده‌اند. نمودارهای دیگری نیز برای انواع دیگر مبدل‌های پوسته و لوله و جریان متقاطع در دسترس هستند (K1).

مثال ۴-۹-۲ ضریب تأثیر مبدل‌های حرارتی

آب با دبی 0.667 kg/s و دمای 308 K وارد یک مبدل حرارتی با جریان متقابل شده و به وسیله جریانی از روغن که در دمای 383 K قرار دارد و دبی آن $2/85 \text{ kg/s}$ است گرم می‌شود ($c_p = 1/89 \text{ kJ/kg.K}$). ضریب کلی انتقال حرارت $U = 300 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ و مساحت $A = 15 \text{ m}^2$

است. نرخ انتقال حرارت و دمای خروجی آب را محاسبه کنید.

حل: فرض می‌کنیم دمای خروجی آب در حدود 370 K باشد. c_p آب در دمای میانگین $\frac{(308 + 370)}{2} = 339\text{ K}$ برابر با $4/192\text{ kJ/kg.K}$ است (ضمیمه A.2). بنابراین،

$$(c_p m)_H = C_H = 2/85 (1/89 \times 10^3) = 5387\text{ W/K}$$

$$(m c_p)_C = C_C = 0/667 (4/192 \times 10^3) = 2796\text{ W/K} = C_{\min}$$

چون C_C حداقل است بنابراین، $C_{\min}/C_{\max} = \frac{2796}{5387} = 0/519$

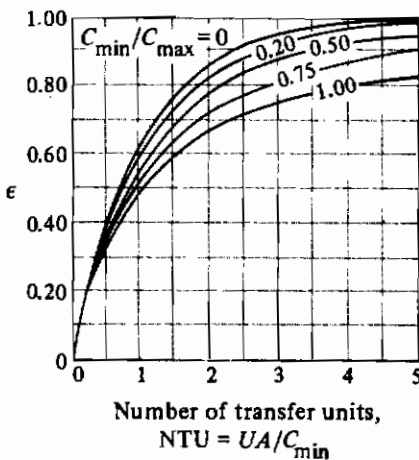
با استفاده از معادله (4-9-19)، $NTU = UA/C_{\min} = \frac{300 \times 15}{2796} = 1/607$ ، با استفاده از شکل 4-9-7a برای مبدل حرارتی با جریان متقابل، $\epsilon = 0/71$. با جایگزینی در معادله (4-9-10) داریم:

$$q = \epsilon C_{\min} (T_{Hi} - T_{Ci}) = 0/71 \times 2796 \times (383 - 308) = 148900\text{ W}$$

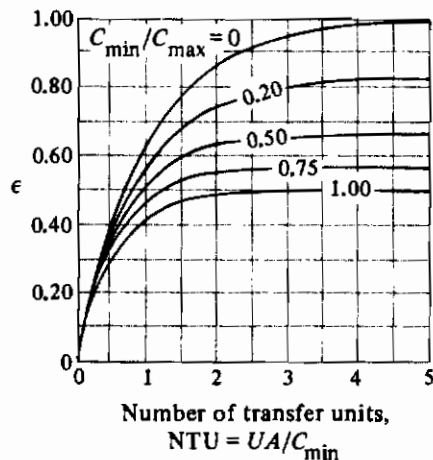
با استفاده از معادله (4-9-7) داریم:

$$q = 148900 = 2796 \times (T_{Co} - 308)$$

پس از حل معادله داریم: $T_{Co} = 361/3\text{ K}$



(a)



(b)

شکل 4-9-7. ضریب تاثیر مبدل حرارتی: (a) مبدل جریان متقابل (b) مبدل جریان موازی

۹D-۴ ضرایب جرم‌گرفتگی^(۱) و مقادیر ضریب کلی انتقال حرارت U

در عمل سطوح انتقال حرارت تمیز باقی نمی‌مانند. کثیفی، دوده، ذرات جامد ریز و رسوبات دیگر، روی یک یا دو طرف لوله‌های مبدل و روی سطوح دیگر انتقال حرارت ته نشین می‌شوند. این رسوبات در مقابل جریان گرما مقاومت اضافی ایجاد کرده و ضریب کلی انتقال حرارت U را کاهش می‌دهند. در فرایندهای نفتی، کک و مواد نفتی دیگر می‌توانند رسوب کنند. رسوباتی از گل و لای و مواد دیگر می‌توانند بوجود آیند. مواد حاصل از خوردگی ممکن است روی سطوح مقاومتهای شدیدی در مقابل انتقال حرارت به وجود آورند. در صنایع بیولوژیکی جلبکها می‌توانند در آب سرد رشد کنند.

برای جلوگیری یا کاهش مشکلات جرم‌گرفتگی، غالباً از ممانعت‌کننده‌های شیمیایی برای به‌حداقل رساندن خوردگی، کاهش رسوب گذاری نمکها و کاهش رشد جلبکها استفاده می‌شود. برای کاهش جرم‌گرفتگی آب از سرعتهای بالاتر از ۱ m/s استفاده می‌شود. اختلاف دمای زیاد ممکن است باعث افزایش رسوب جامدات روی سطوح شود و باید حتی الامکان از آن اجتناب شود.

تأثیر چنین رسوباتی، همیشه در طراحی با اضافه کردن یک عبارت برای مقاومت جرم‌گرفتگی داخل و خارج لوله‌ها به معادله (۱۷-۳-۴) در نظر گرفته می‌شود.

$$U_i = \frac{1}{1/h_i + 1/h_{di} + (r_o - r_i)A_i/k_A A_{im} + A_i/A_o h_o + A_i/A_o h_{do}} \quad (۲۱-۹-۴)$$

که h_{di} ضریب جرم‌گرفتگی برای داخل و h_{do} ضریب جرم‌گرفتگی برای خارج لوله بر حسب $W/m^2.K$ است. عبارت مشابهی برای U_o با استفاده از معادله (۱۸-۳-۴) می‌تواند نوشته شود.

ضرایب جرم‌گرفتگی که معمولاً در طراحی تجهیزات انتقال حرارت از آنها استفاده می‌شود در مراجع مختلف توصیه شده است (N1, P3). نمونه‌هایی از ضرایب جرم‌گرفتگی در جدول ۱-۹-۴ داده شده است. به منظور تخمین اولیه اندازه‌های مبدلهای حرارتی پوسته و لوله، در جدول ۲-۹-۴، نمونه‌هایی از ضرایب کلی انتقال حرارت داده شده است. این مقادیر برای امتحان کردن نتایج روشهای طراحی ارائه شده در این فصل مفید هستند.

۱۰-۴ مقدمه‌ای بر انتقال حرارت تابشی

۱۰A-۴ مقدمه و معادله اساسی تابش

۱- طبیعت انتقال حرارت تابشی: در بخشهای قبل این فصل انتقال حرارت جابه‌جایی و انتقال حرارت هدایتی را مطالعه کردیم. در هدایت، گرما از یک قسمت از جسم به قسمت دیگر منتقل می‌شود و ماده

واسطه نیز گرم می‌شود. در انتقال حرارت جابه‌جایی، حرارت به وسیله مخلوطی واقعی از مواد و به کمک هدایت منتقل می‌شود. در انتقال حرارت تابشی محیطی که گرما از میان آن انتقال می‌یابد، معمولاً گرم نمی‌شود. انتقال حرارت تابشی، انتقال حرارت به وسیله پرتو الکترومغناطیس است.

تابش گرمایی یک نوع از پرتو الکترومغناطیسی مانند اشعه α امواج نور، اشعه گاما و غیره می‌باشد که تفاوت آنها فقط در طول موج است. تابش از قوانین نور پیروی می‌کند. در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و می‌تواند از میان فضا یا خلاء بگذرد. تابش یک مکانیزم مهم انتقال حرارت است، خصوصاً در جایی که اختلاف دما زیاد باشد مانند کوره دیگ‌های بخار، خشک‌کننده‌های تابشی و فرهای مخصوص پخت مواد غذایی. تابش غالباً همراه با هدایت و جابه‌جایی اتفاق می‌افتد. بحث ابتدایی انتقال حرارت تابشی در این جا انجام خواهد شد، بحث بیشتر و کاملتر در بخش ۱۱-۴ آورده می‌شود.

در یک نگاه ابتدایی، مکانیزم انتقال حرارت تابشی ترکیبی از سه مرحله یا فاز جداگانه می‌باشد:

- ۱- انرژی گرمایی یک منبع گرم، مانند دیواره یک کوره در دمای T_1 ، به انرژی از نوع امواج تابشی الکترومغناطیسی تبدیل می‌شود.
- ۲- این امواج از میان فضای واسطه و در خطوط مستقیم حرکت می‌کنند و به جسم سرد در دمای T_2 ، مانند لوله‌های حاوی آبی که می‌خواهد گرم شود، برخورد می‌کنند.
- ۳- امواج الکترومغناطیسی که به جسم برخورد می‌کنند، به وسیله جسم جذب شده و به انرژی گرمایی یا گرما تبدیل می‌شوند.

جدول ۱-۹-۴. نمونه‌هایی از ضرایب جرم‌گرفتنی (N_1 و P_3)

	h_d ($W/m^2 \cdot K$)	h_d ($btu/h \cdot ft^2 \cdot ^\circ F$)
Distilled and seawater	11 350	2000
City water	5680	1000
Muddy water	1990-2840	350-500
Gases	2840	500
Vaporizing liquids	2840	500
Vegetable and gas oils	1990	350

جدول ۲-۹-۴. نمونه‌هایی از ضرایب کلی انتقال حرارت در مبدل‌های پوسته و لوله (W1, P3, H1)

	U ($W/m^2 \cdot K$)	U ($btu/h \cdot ft^2 \cdot ^\circ F$)
Water to water	1140-1700	200-300
Water to brine	570-1140	100-200
Water to organic liquids	570-1140	100-200
Water to condensing steam	1420-2270	250-400
Water to gasoline	340-570	60-100
Water to gas oil	140-340	25-60
Water to vegetable oil	110-285	20-50
Gas oil to gas oil	110-285	20-50
Steam to boiling water	1420-2270	250-400
Water to air (finned tube)	110-230	20-40
Light organics to light organics	230-425	40-75
Heavy organics to heavy organics	55-230	10-40

۲- ضریب جذب و اجسام سیاه: وقتی که گرمای تابشی (مثل امواج نور) به جسم برخورد می‌کند، بخشی از آن به وسیله جسم به شکل گرما جذب می‌شود و قسمتی از آن در فضا برگشت داده می‌شود و قسمتی ممکن است از جسم عبور کند. در بیشتر موارد در فرایندهای مهندسی، اجسام برای عبور مات هستند، بنابراین از آن صرف‌نظر می‌شود. از این رو برای اجسام مات داریم:

$$\alpha + \rho = 1.0 \quad (4-10-1)$$

که در این جا α ضریب جذب^(۱) یا جزء جذب شده و ρ ضریب انعکاس^(۲) یا جزء انعکاس یافته است. جسم سیاه^(۳) به عنوان جسمی تعریف می‌شود که همه انرژی تابشی را جذب می‌کند. بنابراین، برای یک جسم سیاه $\rho = 0$ و $\alpha = 1$ می‌باشد. در عمل جسم سیاه کامل وجود ندارد. اما یک تقریب دقیق از این نوع جسم مانند شکل ۱-۱۰-۴، روزنه کوچک در یک جسم تو خالی است. سطح داخل جسم تو خالی به وسیله زغال سیاه شده است. تابش از طریق روزنه وارد می‌شود و به دیواره انتهایی برخورد می‌کند. در آن جا بخشی جذب می‌شود و بخشی در تمام جهات منعکس می‌شود. پرتوهای منعکس شده دوباره برخورد می‌کنند و مجدداً بخشی جذب می‌شوند و همینطور فرایند ادامه پیدا می‌کند. بنابراین، ضرورتاً همه انرژی ورودی جذب می‌شود و مساحت روزنه به عنوان یک جسم سیاه کامل عمل می‌کند. سطح داخلی دیوارها زبرند و پرتوها در همه جهات متفرق می‌شوند، برخلاف آینه که در آن جا پرتوها با یک زاویه مشخص منعکس می‌شوند.

1. absorptivity
3. black body

2. reflectivity

همان طوری که قبلاً بیان شد، جسم سیاه همه انرژی تابیده شده بر آن را جذب می‌کند و هیچ چیز آن را منعکس نمی‌کند. چنین جسم سیاهی بسته به دمای آن می‌تواند پرتو تابش کند ولی هیچ چیز را منعکس نمی‌کند. نسبت توان تابشی یک سطح به توان تابشی جسم سیاه، ضریب نشر^(۱) α (۴) نامیده می‌شود و برای جسم سیاه، برابر با یک است. قانون کیرشهف بیان می‌کند که در دمای T_1 ، مقادیر α_1 و ϵ_1 برای یک سطح مشخص با هم برابر هستند. یا:

$$\alpha_1 = \epsilon_1 \quad (4-10-2)$$

معادله (۴-۱۰-۲) برای هر سطح جامد سیاه یا غیر سیاه صدق می‌کند.

۳- تابش از یک جسم و ضریب نشر: معادله اساسی انتقال حرارت تابشی از یک جسم سیاه کامل با ضریب نشر $\epsilon = 1$ به صورت زیر است:

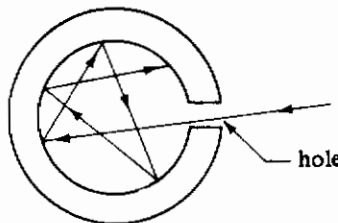
$$q = A\sigma T^4 \quad (4-10-3)$$

که q جریان گرمابرحسب وات، A سطح جسم برحسب مترمربع، σ یک ثابت که برابر $5/676 \times 10^{-8}$ برحسب $W/m^2 \cdot K^4$ و یا $0/1714 \times 10^{-8}$ برحسب $btu/h \cdot ft^2 \cdot R^4$ و T دمای جسم سیاه برحسب K یا R است. برای جسم غیر سیاه که ضریب نشر $\epsilon < 1$ دارد، توان تابشی بر اساس ϵ کاهش می‌یابد، یا:

$$q = A\epsilon\sigma T^4 \quad (4-10-4)$$

موادی که ضریب نشر کمتر از یک دارند، زمانی که ضریب نشر مستقل از طول موج است، اجسام خاکستری نامیده می‌شوند. همه مواد واقعی ضریب نشر $\epsilon < 1$ دارند.

چون ضریب نشر و ضریب جذب یک جسم در یک دما مساوی هستند، ضریب نشر همانند ضریب جذب برای سطوح صیقلی فلزات کم و برای سطح فلز اکسید شده بالاست. نمونه‌هایی از این مقادیر در جدول ۴-۱۰-۱ داده شده است که مقداری با دما تغییر می‌کنند. بیشتر مواد غیر فلزی مقادیر بالایی دارند. داده‌های بیشتری در ضمیمه ۳-۴ داده شده است.



شکل ۴-۱۰-۱. مفهوم یک جسم سیاه کامل

جدول ۴-۱۰-۱. ضریب نشر کلی سطوح مختلف

Surface	T (K)	T (°F)	Emissivity, ϵ
Polished aluminum	500	440	0.039
	850	1070	0.057
Polished iron	450	350	0.052
Oxidized iron	373	212	0.74
Polished copper	353	176	0.018
Asbestos board	296	74	0.96
Oil paints, all colors	373	212	0.92-0.96
Water	273	32	0.95

۴-۱۰-B تابش به یک جسم کوچک از محیط

در حالتی که یک جسم خاکستری کوچک به مساحت A_1 متر مربع و دمای T_1 در یک محیط بزرگ با دمای بالاتر T_2 قرار دارد، یک تابش خالص به جسم کوچک خواهیم داشت. جسم کوچک مقداری از تابش را بر اساس معادله (۴-۱۰-۴) به محیط منتشر می‌کند. که برابر است با $A_1 \epsilon_1 \sigma T_1^4$. ضریب نشر ϵ_1 این جسم در دمای T_1 در نظر گرفته شده است. همچنین جسم کوچک مقداری از انرژی محیط در دمای T_2 را جذب می‌کند که برابر است با $A_1 \alpha_{12} \sigma T_2^4$. ضریب جذب جسم ۱ برای تابش از محیط در دمای T_2 است. مقدار α_{12} تقریباً برابر با ضریب نشر این جسم در دمای T_2 می‌باشد. بر اساس معادله استفان - بولتزمن^(۱) مقدار خالص گرمای جذب شده به این صورت است:

$$q = A_1 \epsilon_1 \sigma T_1^4 - A_1 \alpha_{12} \sigma T_2^4 = A_1 \sigma (\epsilon_1 T_1^4 - \alpha_{12} T_2^4) \quad (4-10-5)$$

برای کاربردهای مهندسی معمولاً معادله (۴-۱۰-۵) با استفاده از ضریب نشر جسم کوچک در دمای T_2 ساده می‌شود. بنابراین:

$$q = A_1 \epsilon \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (4-10-6)$$

مثال ۴-۱۰-۱ تابش به لوله فلزی

یک لوله فلزی افقی اکسید شده به قطر خارجی 0.0254 m (۱ in) و طول 0.61 m (۲ ft) با دمای سطحی 588 K (600°F) در یک کوره بزرگ با دیواره آجر نسوز قرار دارد. دمای هوا در کوره 1500°F (1088 K) است. ضریب نشر لوله فلزی در دمای 1088 K برابر با 0.6 و در

دمای 588 K برابر با $0/46$ است. انتقال حرارت تابشی به لوله را بر حسب واحدهای انگلیسی و SI محاسبه کنید.

حل: چون محیط کوره در مقایسه با لوله بسیار بزرگ است، محیط حتی اگر خاکستری هم باشد، از نقطه نظر جسم کوچک جسم سیاه به نظر می‌رسد و معادله $(4-10-6)$ قابل استفاده است. با جایگزینی مقادیر داده شده در معادله $(4-10-6)$ با $0/6 = \epsilon$ در 1088 K داریم:

$$A_1 = \pi D L = \pi \times 0/0254 \times 0/61 \text{ m}^2 = \pi \times \frac{1}{12} \times 2 \text{ ft}^2$$

$$q = A_1 \epsilon \sigma (T_1^4 - T_r^4)$$

$$= (\pi \times 0/0254 \times 0/61) \times 0/6 \times (5/676 \times 10^{-8}) \times (588^4 - 1088^4)$$

$$= -2130 \text{ W}$$

$$= (\pi \times \frac{1}{12} \times 2) \times 0/6 \times (0/1714 \times 10^{-8}) \times (1060^4 - 1960^4) = -7270 \text{ btu/h}$$

مثالهای دیگری از اجسام کوچک در محیطهای بزرگ که در فرایندهای صنعتی اتفاق می‌افتد عبارتند از: یک قرص نان در یک تنور که از دیواره‌های اطراف تابش را دریافت می‌کند، یک بسته گوشت یا مواد غذایی که به دیواره‌های محفظه انجماد تابش میکند، یک قالب داغ حاوی آهن در حال سرد شدن که گرما را به محیط اتاق تابش می‌کند و یک دماسنج که در حال اندازه‌گیری دما در یک مجرای بزرگ است.

۴-۱۰C انتقال حرارت تابشی و جابه‌جایی

وقتی گرما به صورت تابشی از یک سطح انتقال می‌یابد معمولاً همراه انتقال حرارت جابه‌جایی است مگر این‌که سطح در خلاء باشد. وقتی سطح تابش‌کننده در دمای یکنواخت باشد، می‌توانیم انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی طبیعی یا اجباری را با استفاده از روشهای ارائه شده در بخشهای قبلی این فصل، محاسبه کنیم. انتقال حرارت تابشی نیز به کمک معادله استفان-بولتزمن $(4-10-6)$ محاسبه می‌شود. پس نرخ کلی انتقال حرارت مجموع جابه‌جایی و تابش است.

همان طور که قبلاً بحث شد، نرخ انتقال حرارت جابه‌جایی و ضریب جابه‌جایی به صورت زیر

هستند:

$$q_{\text{conv}} = h_c A_1 (T_1 - T_2)$$

$$(4-10-7)$$

که q_{conv} نرخ انتقال حرارت جابه‌جایی برحسب وات، h_c ضریب جابه‌جایی اجباری یا طبیعی برحسب $W/m^2.K$ ، T_1 دمای سطح و T_2 دمای هوا یا محیط است. ضریب انتقال حرارت تابشی h_r برحسب $W/m^2.K$ می‌تواند به صورت زیر تعریف شود.

$$q_{rad} = h_r A_1 (T_1 - T_2) \quad (4-10-8)$$

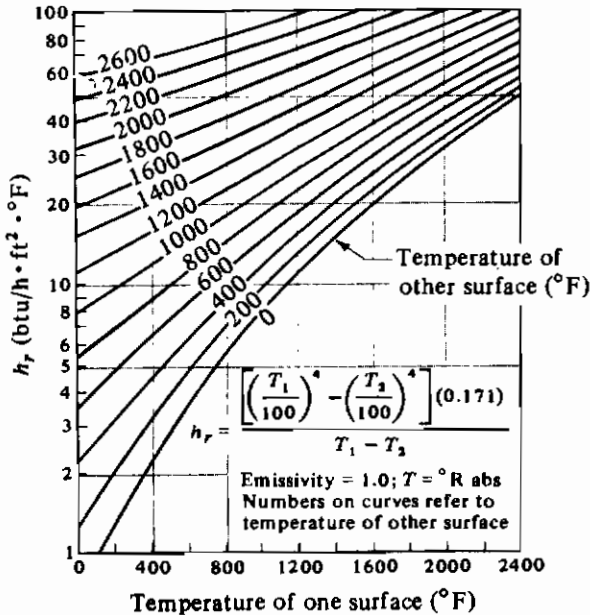
که q_{rad} نرخ انتقال حرارت تابشی برحسب وات است. انتقال حرارت کل مجموع معادلات (۴-۱۰-۷) و (۴-۱۰-۸) است.

$$q = q_{conv} + q_{rad} = (h_c + h_r) A_1 (T_1 - T_2) \quad (4-10-9)$$

برای به دست آوردن رابطه‌ای برای h_r معادله (۴-۱۰-۶) را با (۴-۱۰-۸) برابر قرار داده و آن را نسبت به h_r حل می‌کنیم.

$$h_r = \frac{\epsilon \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{T_1 - T_2} = \epsilon (5.676) \frac{(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4}{T_1 - T_2} \quad (SI) \quad (4-10-10)$$

$$h_r = \epsilon (0.1714) \frac{(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4}{T_1 - T_2} \quad (English)$$



شکل ۴-۱۰-۲. ضریب انتقال حرارت تابشی به صورت تابعی از دما (با کسب مجوز گرفته شده از:

R. H. Perry and C. H. Chilton, Chemical Engineers' Handbook, 5th ed., New York:

(McGraw-Hill Book Company, 1973.

یک نمودار مناسب برای به دست آوردن مقادیر h_F محاسبه شده از معادله (۴-۱۰-۱۰) با $\varepsilon = 1$ بر حسب واحدهای انگلیسی در شکل ۴-۱۰-۲ داده شده است. برای استفاده از مقادیر این شکل، مقدار به دست آمده از شکل باید در ε ضرب شود تا مقدار h_F مورد استفاده در معادله (۴-۱۰-۹) به دست آید. اگر دمای هوا برابر دمای محیط T_F نباشد، معادله‌های (۴-۱۰-۷) و (۴-۱۰-۸) باید جداگانه مورد استفاده قرار گیرند و مانند معادله (۴-۱۰-۹) با یکدیگر ترکیب نمی‌شوند.

مثال ۴-۱۰-۲ جابه‌جایی و تابش از یک لوله

مثال ۴-۱۰-۱ را برای ترکیبی از تابش و جابه‌جایی طبیعی برای یک لوله افقی به طول 0.254 m مجدداً حل کنید.

حل: مساحت لوله برابر است با: $0.487 \text{ m}^2 = \pi (0.254)(0.61) = \pi \times 0.487$ برای ضریب جابه‌جایی طبیعی لوله افقی 0.254 متری از معادله ساده شده جدول ۴-۷-۲ به عنوان تقریب استفاده می‌شود، گرچه دمای فیلم خیلی زیاد است.

$$h_c = 1/32 \times (\frac{\Delta T}{D})^{1/4}$$

با جایگزینی مقادیر معلوم داریم:

$$h_c = 1/32 \times \frac{(1088 - 588)^{1/4}}{0.254} = 15/64 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

با استفاده از معادله (۴-۱۰-۱۰) و $\varepsilon = 0.6$ داریم:

$$h_F = 0.6 \times 5/676 \times \frac{(1088/100)^4 - (588/100)^4}{1088 - 588} = 87/3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

با جایگزینی در معادله (۴-۱۰-۹) داریم:

$$q = (h_c + h_F) A_1 (T_1 - T_F) = (15/64 + 87/3) \times 0.487 \times (588 - 1088) = -2507 \text{ W}$$

بنابراین، هنگامی که جابه‌جایی طبیعی نیز در نظر گرفته شود اتلاف گرمایی 2130 W مربوط به تابش به 2507 W افزایش پیدا می‌کند. در این حالت به دلیل اختلاف دمای زیاد، تابش مهمترین عامل است.

Green و Perry (P3, pp: ۱۰-۱۴) جدول مناسبی از ضرایب ترکیب جابه‌جایی طبیعی و تابش $(h_c + h_r)$ برای لوله‌های فولادی افقی اکسید شده به صورت تابعی از قطر خارجی و اختلاف دما ارائه کرده‌اند. ضرایب لوله‌های عایق‌بندی شده و بدون عایق تقریباً یکی هستند (بجز آنهایی که دمای سطح کمتری دارند که مربوط به لوله‌های عایق‌بندی شده هستند) چون ضریب نشر عایق در حدود ضریب نشر لوله‌های فولادی اکسید شده و تقریباً برابر $0/8$ است. جزئیات بیشتر بحث تابش در بخش ۴-۱۱ ارائه خواهد شد.

۴-۱۱ اصول انتقال حرارت تابشی پیشرفته

۴-۱۱A مقدمه و طیف تابش

۱- مقدمه: این بخش تعدادی از اصول بنیانی و چند موضوع پیشرفته در مورد تابش را که در بخش ۴-۱۰ بحث نشده است مورد بررسی قرار می‌دهد. تبادل تابش بین دو سطح به اندازه، شکل و جهت‌گیری آنها نسبت به هم و همچنین به ضرایب نشر و جذب آنها بستگی دارد. در حالت‌هایی که بررسی می‌شود، سطوح توسط محیط‌های غیرجاذب مانند هوا از هم جدا می‌شوند. وقتی گازهایی مثل CO_2 و H_2O بین دو صفحه باشند، مقداری از انرژی تابش شده توسط گازها جذب می‌شود که در این بحث در نظر گرفته نمی‌شود.

۲- طیف تابشی و تابش حرارتی: انرژی می‌تواند به شکل امواج الکترومغناطیسی منتقل شود و این امواج با سرعت نور حرکت می‌کنند. اجسام ممکن است شکل‌های مختلف انرژی تابشی را منتشر کنند، مانند اشعه‌های گاما، انرژی گرمایی، امواج رادیویی و غیره. در حقیقت طیف پیوسته‌ای از پرتوهای الکترومغناطیسی وجود دارد. طیف الکترومغناطیسی به طول موج‌های متفاوتی تقسیم می‌شود مانند اشعه‌های کیهانی ($m < 10^{-13}$), اشعه گاما ($10^{-10} m < \lambda < 10^{-13}$), تابش گرمایی ($m < 10^{-4} < \lambda < 10^{-7}$) و مانند آن. پرتو الکترومغناطیسی که فقط به خاطر دمای جسم نشر دهنده^(۱) تولید شده است، تابش گرمایی^(۲) نامیده می‌شود و بین طول موج‌های 10^{-7} و 10^{-4} متر است. این بخش از طیف الکترومغناطیسی در انتقال حرارت به کمک تابش از اهمیت زیادی برخوردار است. امواج الکترومغناطیسی با طول موج بین $10^{-7} \times 3/8$ تا $10^{-7} \times 7/6$ متر، پرتو مرئی نامیده می‌شوند که می‌توانند با چشم انسان دیده شوند. این پرتوهای مرئی در محدوده تابش گرمایی هستند. وقتی سطوح مختلف تا دماهای یکسان گرم می‌شوند همه آنها نمی‌توانند مقدار یکسان انرژی

تابش گرمایی را نشر دهند یا جذب کنند. جسمی که حداکثر جذب و نشر مقدار انرژی در آن دما را دارد، جسم سیاه نامیده می‌شود. یک جسم سیاه جسم استاندارد است که اجسام دیگر با آن مقایسه می‌شوند.

۳- قانون پلانک و توان نشر: وقتی یک جسم سیاه تا دمای T گرم می‌شود، فوتونها از سطح که توزیع انرژی مشخصی انرژی دارد منتشر می‌شوند. معادله پلانک توان نشر تک رنگ $E_{B\lambda}$ برحسب W/m^2 در دمای T برحسب کلورین را با طول موج λ برحسب متر، به صورت زیر ارتباط می‌دهد.

$$E_{B\lambda} = \frac{3.7418 \times 10^{-16}}{\lambda^5 [e^{1.4388 \cdot 10^{-2}/\lambda T} - 1]} \quad (4-11-1)$$

در شکل ۴-۱۱-۱، نمودار معادله (۴-۱۱-۱) رسم شده است و نشان می‌دهد که انرژی داده شده با دما افزایش می‌یابد. هم چنین در یک دمای معلوم T ، توان نشر به مقدار حداکثر خود در یک طول موج می‌رسد و با افزایش دما کاهش می‌یابد. در یک دمای معلوم تابش منتشر شده به صورت یک طیف با طول موجهای مختلف پخش می‌شود. طیف نور مرئی در ناحیه با طول موج پایین قرار می‌گیرد. خورشید دمایی در حدود ۵۸۰۰ کلورین دارد و طیف خورشیدی این دامنه مرئی را در بر می‌گیرد.

در یک دمای معلوم، طول موجی که در آن توان نشر یک جسم سیاه حداکثر است می‌تواند به کمک دیفرانسیل‌گیری از معادله (۴-۱۱-۱) نسبت به λ در دمای ثابت T و مساوی با صفر قرار دادن آن به دست آید. نتیجه به صورت زیر است و به قانون جابه‌جایی وین^(۱) معروف است.

$$\lambda_{max} T = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \quad (4-11-2)$$

مکان هندسی مقادیر حداکثر در شکل ۴-۱۱-۱ نشان داده شده است.

۴- قانون استفان بولتزمن: توان نشر کل برابر با کل مقدار انرژی تابشی در واحد سطح است که از یک سطح با دمای T منتشر می‌شود و دارای تمام طول موجهاست. برای یک جسم سیاه توان نشر کل با انتگرال‌گیری از معادله (۴-۱۱-۱) در دمای معلوم T ، به ازای تمام طول موجها به دست می‌آید و برابر با سطح زیر نمودار در شکل ۴-۱۱-۱ است.

$$E_B = \int_0^{\infty} E_{B\lambda} d\lambda \quad (4-11-3)$$

در نتیجه داریم:

$$E_B = \sigma T^4 \quad (4-11-4)$$

این نتیجه قانون استفان - بولتزمن است که در آن $\sigma = 5.676 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ می‌باشد. واحد E_B به صورت W/m^2 است.

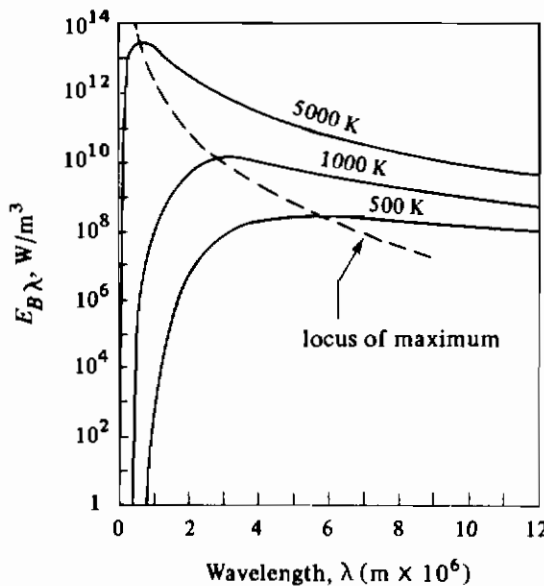
۵- ضریب نشر و قانون کیرشهف: یک خاصیت مهم در تابش، ضریب نشر یک سطح می‌باشد. ضریب نشر (ϵ) یک سطح به صورت کل انرژی منتشر شده از سطح مورد نظر به کل انرژی منتشر شده از یک جسم سیاه در همان دما تعریف می‌شود.

$$\epsilon = \frac{E}{E_B} = \frac{E}{\sigma T^4} \quad (4-11-5)$$

چون جسم سیاه بیشترین تابش را منتشر می‌کند، همیشه $\epsilon < 1$ است.

می‌توان رابطه بین ضریب جذب α_1 و ضریب نشر ϵ_1 یک ماده را با قرار دادن این ماده در یک محیط همدم و اجازه دادن تا رسیدن به تعادل گرمایی محیط و جسم و رسیدن به دمای یکسان به دست آورد. اگر G مقدار انرژی بازتابش شده به جسم باشد، انرژی جذب شده باید با انرژی منتشر شده برابر باشد.

$$\alpha_1 G = E_1 \quad (4-11-6)$$



شکل ۴-۱۱-۱. توزیع طیفی کل انرژی منتشر شده توسط یک جسم سیاه در دماهای مختلف آن جسم

اگر این جسم با یک جسم سیاه هم اندازه جایگزین شود، پس از رسیدن به حالت تعادل داریم:

$$\alpha_2 G = E_B \quad (4-11-7)$$

با تقسیم معادله (۴-۱۱-۶) بر (۴-۱۱-۷) داریم:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{E_1}{E_B} \quad (4-11-8)$$

اما برای یک جسم سیاه $\alpha_2 = 1$ است. بنابراین، چون $E_1/E_B = \epsilon_1$ داریم:

$$\alpha_1 = \frac{E_1}{E_B} = \epsilon_1 \quad (4-11-9)$$

این، قانون کیرشهف است و که بیان می‌کند که برای هر جسم در تعادل گرمایی $\alpha = \epsilon$ است. وقتی جسم در حال تعادل با محیطش نیست این نتیجه معتبر نیست.

۶- مفهوم جسم خاکستری^(۱): یک جسم خاکستری سطحی است که برای آن خواص تکرنگها در تمام طول موجها ثابت هستند. برای یک سطح خاکستری داریم:

$$\epsilon_\lambda = \text{const.}, \quad \alpha_\lambda = \text{const.} \quad (4-11-10)$$

بنابراین، ضریب جذب کل α و ضریب جذب تکرنگ α_λ برای یک سطح خاکستری با هم برابرند. به همین ترتیب ϵ و ϵ_λ نیز برابرند.

$$\alpha = \alpha_\lambda, \quad \epsilon = \epsilon_\lambda \quad (4-11-11)$$

با اعمال قانون کیرشهف برای جسم خاکستری داریم $\alpha_\lambda = \epsilon_\lambda$ و سپس داریم:

$$\alpha = \epsilon \quad (4-11-12)$$

در نتیجه برای یک جسم خاکستری ضریب جذب کل و ضریب نشر کل برابر هستند حتی اگر جسم در تعادل گرمایی با محیط نباشد.

اجسام خاکستری در عمل وجود خارجی ندارند و مفهوم جسم خاکستری یک حالت ایده‌آل است. ضریب جذب یک سطح واقعی با طول موج پرتو تابیده به آن تغییر می‌کند. محاسبات مهندسی اغلب با دقت قابل قبول می‌توانند بر مبنای فرض جسم خاکستری انجام شوند. α حتی با وجود تغییر در λ پرتو تابیده شده، ثابت فرض می‌شود. همچنین در سیستمهای واقعی، سطوح مختلف ممکن است در دماهای متفاوتی باشند. در این موارد، α برای یک سطح براساس تعیین ضریب نشر در دمای سطح دیگر یا سطح نشردهنده، و نه در دمای واقعی خود سطح، به دست می‌آید. چون این دمایی است که سطح

جذب‌کننده، در حالت تعادل گرمایی بین سطح جذب‌کننده و سطح نشردهنده، به آن خواهد رسید. دمای سطح جذب‌کننده تأثیر کمی روی ضریب جذب دارد.

۴-۱۱B به دست آوردن ضریب دید^(۱) در تابش برای اجسام با شکلهای هندسی متفاوت

۱- مقدمه: مفاهیم و تعاریف ارائه شده در بخش ۴-۱۱A به عنوان پایه این بحث کافی می باشد بطوری که تبادل تابشی خالص بین سطوح را می توان تعیین کرد. اگر دو سطح طوری قرار گرفته باشند که انرژی تابشی بتواند بین آنها مبادله شود، یک جریان خالص انرژی از سطح گرمتر به سطح سردتر برقرار می شود. اندازه، شکل و جهت‌گیری دو سطح یا مجموعه سطوح تابش‌کننده، عواملی هستند که برای تعیین نرخ خالص جریان گرمایی بین صفحات مورد استفاده قرار می‌گیرند. برای آسان‌تر شدن بحث، فرض می‌کنیم که سطوح به وسیله یک محیط شفاف و غیر جاذب مانند هوا از یکدیگر جدا شوند. این فرض برای بسیاری از استفاده‌های مهندسی مناسب است. اما، در مواردی مانند یک کوره، حضور CO_2 و بخار آب انجام چنین فرضی را غیر ممکن می‌کند زیرا این مواد ضریب جذب بالایی دارند.

ابتدا ساده‌ترین شکل هندسی، یعنی تابش بین سطوح موازی نامحدود را در نظر می‌گیریم. این فرض اشاره می‌کند که اثرات لبه‌ها که در مورد سطوح محدود وجود دارد در اینجا حذف می‌شود. ابتدا ساده‌ترین حالت که در آن سطوح اجسام سیاه هستند بررسی می‌شود و سپس شکلهای هندسی پیچیده‌تر و اجسام خاکستری مورد بحث قرار خواهند گرفت.

۲- ضریب دید برای سطوح موازی، نامحدود و سیاه: اگر دو سطح موازی، نامحدود و سیاه در دماهای T_1 و T_2 به یکدیگر تابش کنند، سطح ۱ تابشی به اندازه σT_1^4 را به سطح ۲ نشر می‌دهد که همه آن جذب می‌شود. همچنین سطح ۲ تابشی به میزان σT_2^4 را به سطح ۱ نشر می‌دهد که همه آن جذب می‌شود. بنابراین برای سطح ۱، مقدار خالص تابش از سطح ۱ به سطح ۲ برابر است با:

$$q_{12} = A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (4-11-13)$$

در این حالت تمام تابش از سطح ۱ به سطح ۲، به وسیله سطح ۲ دریافت شده است. F_{12} جزئی از تابش خروجی از سطح ۱ است که به وسیله سطح ۲ جذب شده است و برابر با یک است. ضریب F_{12} ضریب دید هندسی یا ضریب دید نامیده می‌شود. بنابراین:

$$q_{12} = F_{12} A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (4-11-14)$$

که در این جا F_{12} جزئی از تابش خروجی از سطح ۱ در تمام جهات است که به وسیله سطح ۲ جذب می شود. همچنین:

$$q_{21} = F_{21} A_2 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (4-11-15)$$

در حالت صفحات موازی، $F_{12} = F_{21} = 1$ است و برای ساده شدن کلمه هندسی حذف خواهد شد.

۳- ضریب دید برای سطوح خاکستری نامحدود و موازی: اگر هر دو سطح موازی A_1 و A_2 خاکستری باشند و دارای ضرایب نشر و جذب $\epsilon_1 = \alpha_1$ و $\epsilon_2 = \alpha_2$ باشند، می توانیم به این ترتیب عمل کنیم: چون هر کدام از سطوح از دیدگاه دیگری شفاف است، ضریب دید مساوی با یک است. در واحد زمان، سطح A_1 مقدار $A_1 \sigma T_1^4$ را به A_2 می تاباند. جزء ϵ_2 از این مقدار (که در این حالت $\epsilon_2 = \alpha_2$) جذب می شود.

$$\text{absorbed by } A_2 = \epsilon_2 (\epsilon_1 A_1 \sigma T_1^4) \quad (4-11-16)$$

همچنین جزء $(1 - \epsilon_2)$ یا مقدار $(1 - \epsilon_2)(\epsilon_1 A_1 \sigma T_1^4)$ به سمت A_1 بازتابش می شود. از این مقدار، سطح A_1 جزء $(1 - \epsilon_1)$ یا مقدار $(1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2)(\epsilon_1 A_1 \sigma T_1^4)$ را به A_2 برگشت می دهد. سطح A_2 جزء ϵ_2 را جذب می کند یا این که:

$$\text{absorbed by } A_2 = \epsilon_2 (1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2)(\epsilon_1 A_1 \sigma T_1^4) \quad (4-11-17)$$

مقداری که از A_2 به سمت A_1 منعکس می شود، برابر با $(1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2)(\epsilon_1 A_1 \sigma T_1^4)$ است. سپس، A_1 جزء ϵ_1 از این مقدار را جذب می کند و مقدار $(1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2)(\epsilon_1 A_1 \sigma T_1^4)$ را به A_2 برمی گرداند. سطح A_2 مقدار زیر را جذب می کند:

$$\text{absorbed by } A_2 = \epsilon_2 (1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2)(1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2)(\epsilon_1 A_1 \sigma T_1^4) \quad (4-11-18)$$

این روند ادامه پیدا میکند و مقدار کل تابش جذب شده توسط A_2 مجموع معادلات (۴-۱۱-۱۶)، (۴-۱۱-۱۷) و (۴-۱۱-۱۸) مانند آن است.

$$q_{1-2} = A_1 \sigma T_1^4 [\epsilon_1 \epsilon_2 + \epsilon_1 \epsilon_2 (1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2) + \epsilon_1 \epsilon_2 (1 - \epsilon_1)^2 (1 - \epsilon_2)^2 + \dots] \quad (4-11-19)$$

نتیجه یک سری هندسی است (M1):

$$q_{1-2} = A_1 \sigma T_1^4 \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{1 - (1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2)} = A_1 \sigma T_1^4 \frac{1}{1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1} \quad (4-11-20)$$

با تکرار مراحل بالا برای مقدار تابش جذب شده توسط سطح A_1 که از سطح A_2 می آید:

$$q_{2-1} = A_1 \sigma T_2^4 \frac{1}{1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1} \quad (4-11-21)$$

تابش خالص تفاوت بین معادلات (۴-۱۱-۲۰) و (۴-۱۱-۲۱) است.

$$q_{12} = A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \frac{1}{1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1} \quad (4-11-22)$$

اگر در اجسام سیاه $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$ باشد، معادله (۴-۱۱-۲۲) به معادله (۴-۱۱-۱۳) تبدیل می‌شود.

مثال ۴-۱۱-۱ تابش بین سطوح موازی

دو سطح خاکستری موازی که خیلی بزرگ هستند دارای ضریب نشر $\epsilon_1 = 0.8$ و $\epsilon_2 = 0.7$ می‌باشند. سطح ۱ در دمای 1100°F ($866/5 \text{ K}$) و سطح ۲ در 600°F است. با استفاده از سیستم واحدهای انگلیسی و SI به موارد زیر پاسخ دهید:

الف - مقدار تابش خالص از سطح ۱ به ۲ چقدر است؟

ب - اگر هر دو سطح سیاه باشند، تابش خالص چقدر است؟

حل: در قسمت (الف) از معادله (۴-۱۱-۲۲) استفاده می‌کنیم و با جایگذاری مقادیر معلوم داریم:

$$\frac{q_{12}}{A_1} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1} = (0.1714 \times 10^{-8}) \times \frac{(1100 + 460)^4 - (600 + 460)^4}{1/0.8 + 1/0.7 - 1} = 4750 \text{ btu/h.ft}^2$$

$$\frac{q_{12}}{A_1} = (5/676 \times 10^{-8}) \times \frac{(866/5)^4 - (588/8)^4}{1/0.8 + 1/0.7 - 1} = 15010 \text{ W/m}^2$$

برای سطوح سیاه در قسمت (ب) از معادله (۴-۱۱-۱۳) استفاده می‌کنیم،

$$q = 7960 \text{ btu/h.ft}^2 \quad \text{یا} \quad 25110 \text{ W/m}^2$$

توجه کنید هنگامی که سطوحی با ضریب نشر کمتر از یک مورد استفاده قرار می‌گیرند کاهش زیادی در مقدار تابش به وجود می‌آید.

مثال ۴-۱۱-۱ تأثیر زیاد ضرایب نشر کمتر از یک در تابش را نشان می‌دهد. از این حقیقت برای

کاهش اتلاف انرژی تابشی یا گرفتن انرژی تابشی بیشتر از یک سطح توسط سطوحی به عنوان سپر تابشی استفاده می‌شود. به عنوان مثال تبادل انرژی تابشی بین دو سطح موازی با ضریب نشر ϵ در دماهای T_1 و T_2 بر اساس معادله (۴-۱۱-۲۲) به صورت زیر است:

$$\frac{(q_{12})_0}{A} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{2/\epsilon - 1} \quad (4-11-23)$$

زیر نویس ۵ نشان می‌دهد که هیچ سطحی در فضای بین دو سطح وجود ندارد. فرض کنید یک یا چند سطح تابشی بین سطوح اصلی قرار دهیم. می‌توان نشان داد که:

$$\frac{(q_{12})_N}{A} = \frac{1}{N+1} \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{2/\epsilon - 1} \quad (۴-۱۱-۲۴)$$

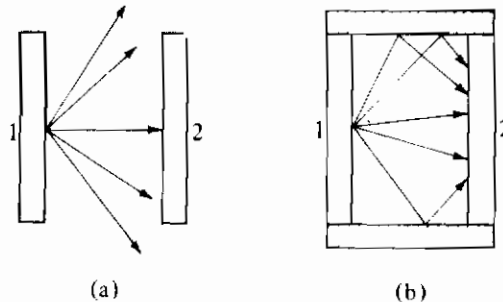
که در اینجا N تعداد سطوح تابشی یا تعداد سپرها بین سطوح اصلی است. بنابراین، با استفاده از این سپرها کاهش عمده‌ای در اتلاف انرژی تابشی بوجود خواهد آمد.

۴- به دست آوردن معادله کلی ضریب دید بین اجسام سیاه. تابش بین دو سطح سیاه موازی و محدود را مطابق شکل ۲a-۱۱-۴ در نظر بگیرید. به دلیل این که سطوح نامحدود نیستند، بخشی از تابش از سطح ۱ به سطح ۲ برخورد نمی‌کند و برعکس. بنابراین، تابش مبادله شده خالص بین دو صفحه کمتر است زیرا مقداری از آن به محیط داده می‌شود. F_{12} جزئی از تابش خروجی از سطح ۱ در تمام جهات است که سطح ۲ را قطع می‌کند و باید برای هر شکل هندسی به وسیله در نظر گرفتن المانهای سطح دیفرانسیلی و انتگرال‌گیری روی کل سطح تعیین شود.

قبل از این که بتوانیم رابطه کلی برای ضریب دید بین دو سطح محدود را به دست آوریم، باید دو کمیت را تعریف کنیم: زاویه فضایی^(۱) و شدت تابش^(۲). زاویه فضایی ω یک کمیت بدون واحد است که در هندسه فضایی معیاری برای یک زاویه است. در شکل ۳a-۱۱-۴ زاویه دیفرانسیلی $d\omega_1$ برابر با نسبت تصویر قائم dA_2 به مجذور فاصله بین نقطه P و سطح dA_1 می‌باشد.

$$d\omega_1 = \frac{dA_2 \cos \theta_2}{r^2} \quad (۴-۱۱-۲۵)$$

واحد زاویه فضایی استرادیان یا sr است. برای یک نیمکره مقدار sr برابر با 2π است.



شکل ۲-۱۱-۴. تابش بین دو سطح سیاه: (a) دو صفحه به تنهایی (b) دو صفحه توسط دیواره‌های بازتابنده مقاوم به هم متصل هستند.

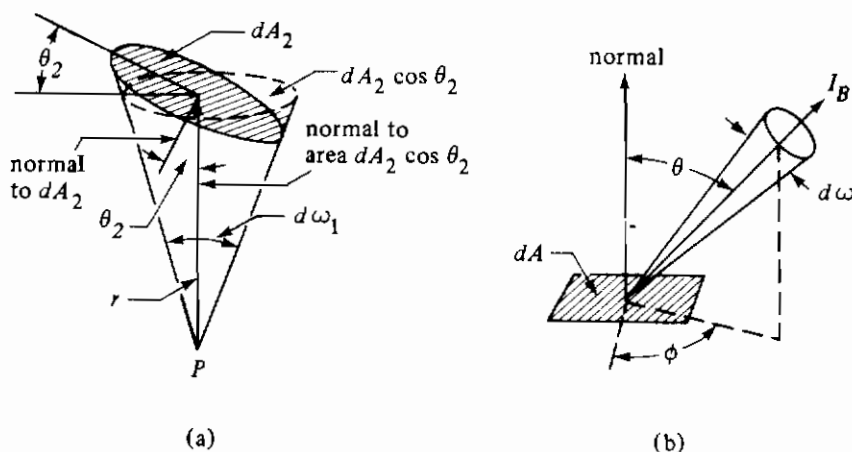
شدت یک تابش یک جسم سیاه (I_B) برابر با نرخ تابش منتشر شده در واحد سطح تصویر شده در جهت عمود بر صفحه و در واحد زاویه فضایی در یک جهت مشخص مطابق شکل ۳b-۱۱-۴ می‌باشد. تصویر dA روی خطی که مراکز را به هم وصل می‌کند برابر با $dA \cos \theta$ می‌باشد.

$$I_B = \frac{dq}{dA \cos d\omega} \quad (4-11-26)$$

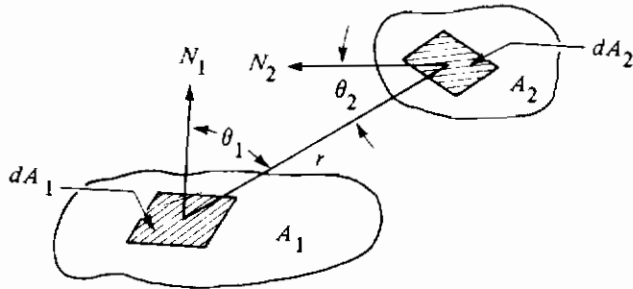
که q بر حسب W و I_B بر حسب $W/m^2 \cdot sr$ است. فرض می‌کنیم که جسم سیاه سطحی باشد که با شدت مساوی در همه جهات تابش خود را منتشر می‌کند، یعنی $I = \text{constant}$ است. توان انتشار^(۱) E_B که از سطح یک جسم سیاه خارج می‌شود توسط انتگرال گیری روی کل زوایای ایجاد شده توسط نیمکره‌ای که روی این سطح را می‌پوشاند تعیین می‌شود. نتیجه نهایی به صورت زیر است:

$$E_B = \pi I_B \quad (4-11-27)$$

که E_B بر حسب W/m^2 است.



شکل ۳-۱۱-۴. شکل هندسی یک زاویه فضایی و شدت تابش: (a) شکل هندسی زاویه فضایی (b) شدت تابش از سطح انتشار dA



شکل ۴-۱۱-۴. المان سطح برای ضریب تابش

به منظور تعیین نرخ انتقال حرارت تابشی بین دو سطح سیاه باید به طور کلی جزئی از گرمای تابش شده از یک سطح که به سطح دیگر می‌رسد را تعیین کنیم. فقط با استفاده از سطوح سیاه، حالت نشان داده شده در شکل ۴-۱۱-۴ را در نظر می‌گیریم که در آن انرژی تابش شده بین المانهای سطح dA_1 و dA_2 مبادله می‌شود. خط r فاصله بین سطوح و θ_1 و θ_2 زاویه‌های بین این خط و خطوط عمود بر دو سطح می‌باشد. نرخ انرژی منتشر شده که سطح dA_1 را در جهت مشخص شده توسط زاویه θ_1 ترک می‌کند برابر با $I_{B1} \cos \theta_1 dA_1$ است. نرخ انرژی که از dA_1 خارج می‌شود و به سطح dA_2 می‌رسد توسط معادله (۴-۱۱-۲۸) داده می‌شود:

$$dq_{1 \rightarrow 2} = I_{B1} dA_1 \cos \theta_1 d\omega_1 \quad (4-11-28)$$

که $d\omega_1$ زاویه فضایی است که به وسیله dA_2 قطع می‌شود و از سطح dA_1 دیده می‌شود. از ترکیب معادلات (۴-۱۱-۲۵) و (۴-۱۱-۲۸) داریم:

$$dq_{1 \rightarrow 2} = \frac{I_{B1} dA_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 dA_2}{r^2} \quad (4-11-29)$$

از معادله (۴-۱۱-۲۷)، $I_{B1} = \frac{E_{B1}}{\pi}$ با جایگذاری $\frac{E_{B1}}{\pi}$ به جای I_{B1} در معادله (۴-۱۱-۲۹) داریم:

$$dq_{1 \rightarrow 2} = \frac{E_{B1} \cos \theta_1 \cos \theta_2 dA_1 dA_2}{\pi r^2} \quad (4-11-30)$$

انرژی که از سطح dA_2 خارج شده و به سطح dA_1 می‌رسد برابر است با:

$$dq_{2 \rightarrow 1} = \frac{E_{B2} \cos \theta_2 \cos \theta_1 dA_2 dA_1}{\pi r^2} \quad (4-11-31)$$

با جایگذاری σT_1^4 به جای E_{B1} و σT_2^4 به جای E_{B2} از معادله (۴-۱۱-۴) و کم کردن معادلات (۴-۱۱-۳۰) و (۴-۱۱-۳۱) از یکدیگر برای محاسبه جریان خالص گرمایی داریم:

$$dq_{12} = \sigma(T_1^4 - T_2^4) \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2 dA_1 dA_2}{\pi r^2} \quad (4-11-32)$$

انتگرال گیری دوگانه روی سطوح A_1 و A_2 مقدار خالص جریان گرمایی بین سطوح محدود درخواهد داد،

$$q_{12} = \sigma(T_1^4 - T_2^4) \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2 dA_1 dA_2}{\pi r^2} \quad (4-11-33)$$

معادله (۴-۱۱-۳۳) به صورت زیر نیز می تواند نوشته شود:

$$q_{12} = A_1 F_{12} \sigma(T_1^4 - T_2^4) = A_2 F_{21} \sigma(T_1^4 - T_2^4) \quad (4-11-34)$$

که در اینجا F_{12} ضریب دید است و مشخص کننده جزئی از کل تابش خارج شده از A_1 است که به A_2 برخورد می کند و همچنین F_{21} جزئی از کل تابش خروجی از A_2 است که به A_1 برخورد می کند. رابطه زیر نیز موجود است:

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \quad (4-11-35)$$

رابطه فوق برای سطوح سیاه و غیر سیاه برقرار است. بنابراین، ضریب دید F_{12} به صورت زیر می باشد:

$$F_{12} = \frac{1}{A_1} \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2 dA_1 dA_2}{\pi r^2} \quad (4-11-36)$$

مقدار ضریب دید برای اشکال مختلف هندسی و یا ترکیبی از آنها می تواند محاسبه شود.

۵- ضرایب دید بین اجسام سیاه با شکلهای هندسی مختلف: تعدادی از روابط اساسی بین ضرایب دید در زیر داده شده است:

این رابطه تکرار معادله (۴-۱۱-۳۵) است که به صورت زیر می باشد:

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \quad (4-11-35)$$

این رابطه می تواند برای هر دو سطح A و B به کار رود:

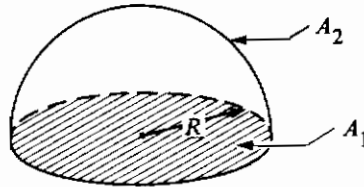
$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \quad (4-11-37)$$

اگر سطح A_1 فقط بتواند سطح A_2 را ببیند، نگاه: $F_{12} = 1$.

اگر سطح A_1 سطوح A_2 ، A_3 و... را ببیند و این سطوح محیط نامحدودی را تشکیل بدهند، رابطه زیر برای این محیط برقرار است.

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} + \dots = 1.0 \quad (4-11-38)$$

اگر سطح A_1 نتواند خودش را ببیند (سطح صاف یا محدب باشد) آن گاه $F_{11} = 0$.



شکل ۴-۱۱-۵. تبادل تابشی بین یک سطح صاف و یک نیمکره در مثال ۴-۱۱-۲

مثال ۴-۱۱-۲ ضریب دید از یک سطح به یک نیمکره

ضرایب دید بین سطح صاف A_1 که به وسیله نیمکره A_2 پوشیده شده و در شکل ۴-۱۱-۵ نشان داده شده است را تعیین کنید.

حل: به دلیل این که سطح A_1 فقط می تواند A_2 را ببیند، ضریب دید $F_{12} = 1$ است. با استفاده از معادله (۴-۱۱-۳۵) داریم:

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \quad (4-11-35)$$

سطح $A_2 = \pi R^2$ و $A_1 = 2\pi R^2$ است. با جایگذاری در معادله (۴-۱۱-۳۵) و حل آن نسبت به F_{21} داریم:

$$F_{21} = F_{12} \frac{A_1}{A_2} = 1 \times \frac{\pi R^2}{2\pi R^2} = \frac{1}{2}$$

با استفاده از معادله (۴-۱۱-۳۸) برای سطح A_1 ، $F_{11} = 1 - F_{12} = 1 - 1 = 0$. همچنین با نوشتن معادله (۴-۱۱-۳۸) برای سطح A_2 داریم:

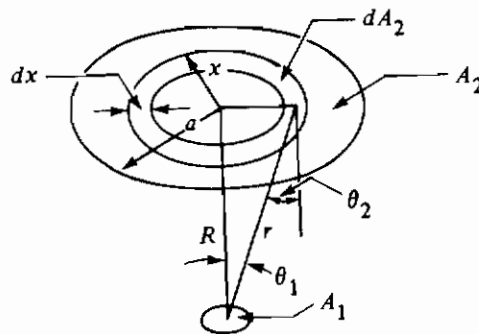
$$F_{22} + F_{21} = 1 \quad (4-11-39)$$

با حل آن نسبت به F_{22} داریم:

$$F_{22} = 1 - F_{21} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

مثال ۴-۱۱-۳ تابش بین دیسکهای موازی

در شکل ۴-۱۱-۶ یک دیسک کوچک به مساحت A_1 با دیسک بزرگتری به مساحت A_2 موازی است و خطی که از مرکز A_1 و A_2 می گذرد، بر این دو سطح عمود است. فاصله بین مراکز دو سطح برابر با R و شعاع سطح A_2 برابر a می باشد. ضریب دید برای انتقال حرارت تابشی از A_1 به A_2 را تعیین کنید.



شکل ۴-۱۱-۶. ضرب دید برای تابش از یک المان کوچک به یک دیسک موازی
با آن در مثال ۴-۱۱-۳

حل: سطح دیفرانسیلی که برای A_2 در نظر گرفته می شود، حلقه ای است به شعاع x به طوری که
 $dA_2 = 2\pi x dx$

زاویه های θ_1 و θ_2 با هم برابرند. با استفاده از معادله (۴-۱۱-۳۶) داریم:

$$F_{12} = \frac{1}{A_1} \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2 dA_1 (2\pi x dx)}{\pi r^2}$$

در این حالت، سطح A_1 در مقایسه با A_2 بسیار کوچک است، بنابراین dA_1 پس از انتگرال گیری
 به صورت A_1 در می آید و بقیه عبارت های داخل انتگرال ثابت فرض می شوند. با توجه به
 شکل هندسی ارائه شده،

$$\cos \theta_1 = R / (R^2 + x^2)^{1/2} \quad \text{و} \quad r = (R^2 + x^2)^{1/2}$$

با قرار دادن این روابط در معادله مربوط به F_{12} خواهیم داشت:

$$F_{12} = \int_0^a \frac{2R^2 x dx}{(R^2 + x^2)^2}$$

و پس از انتگرال گیری داریم:

$$F_{12} = \frac{a^2}{R^2 + a^2}$$

انتگرال گیری از معادله (۴-۱۱-۳۶) برای اشکال هندسی مختلف انجام شده است و مقادیر F_{12}

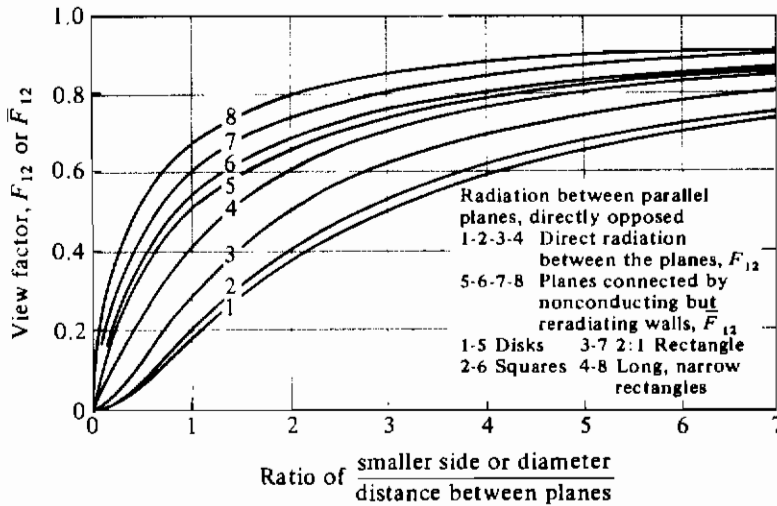
به صورت جدول موجود است. بنابراین،

$$q_{12} = F_{12} A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) = F_{21} A_2 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (4-11-34)$$

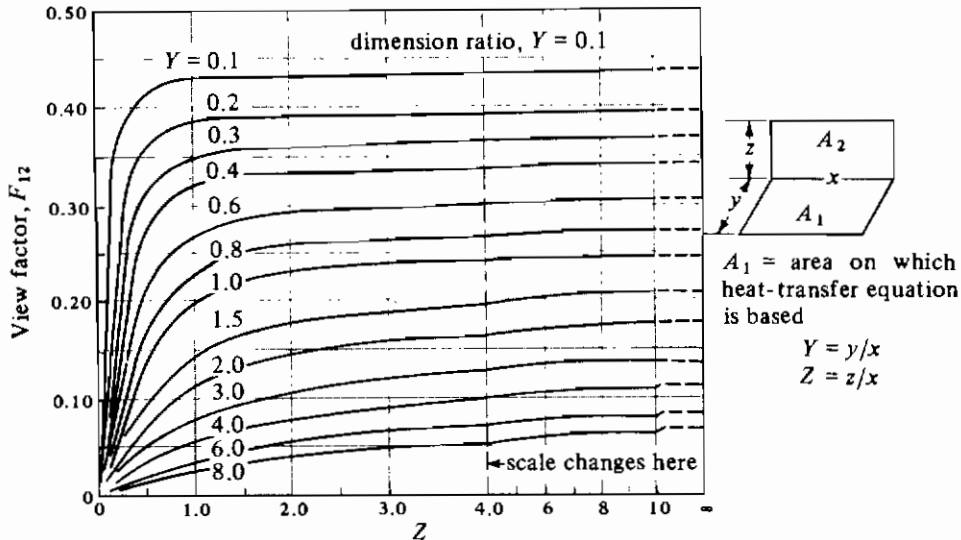
که F_{12} جزئی از انرژی منتشر شده از A_1 است که به A_2 برخورد می‌کند و F_{21} جزئی است که از A_2 به A_1 می‌رسد. چون شار گرمایی از ۱ به ۲ با شار گرمایی از ۲ به ۱ باید برابر باشد، معادله (۴-۱۱-۳۴) به معادله (۴-۱۱-۳۵) تبدیل می‌شود.

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \quad (4-11-35)$$

بنابراین، هر سطحی انتخاب شود غالباً ضریب دید آن به راحتی تعیین می‌شود. به عنوان مثال ضریب دید F_{12} برای یک سطح کوچک A_1 که بطور کامل به وسیله یک سطح بزرگ A_2 احاطه می‌شود برابر با یک است، چون همه تابش از سطح A_1 به سطح A_2 برخورد می‌کند. در شکل ۴-۱۱-۷ ضریب دید F_{12} بین صفحه‌های موازی داده شده است و در شکل ۴-۱۱-۸ نیز ضرایب دید برای دو صفحه مستطیلی مجاور و عمود بر هم داده شده است. ضرایب دید برای دیگر اشکال هندسی در منابع دیگر آمده است (H1,K1,P3,W1).



شکل ۴-۱۱-۷. ضریب دید بین صفحات موازی که مستقیماً در مقابل هم قرار دارند. (با کسب معجز گرفته شده از:



شکل ۴-۱۱-۸. ضریب دید مستطیلهای مجاور و عمود بر هم (با کسب مجوز گرفته شده از: (H. C. Hottel, Mech. Eng., 52, 699 (1930)

۴-۱۱-۱۱C ضرایب دید هنگامی که سطوح توسط دیواره‌های بازتابنده^(۱) به هم وصل شده‌اند

اگر دو سطح سیاه A_1 و A_2 به وسیله سطوح غیرهادی^(۲) ولی بازتابنده به یکدیگر متصل شوند، مانند شکل ۴-۱۱-۲۵، کسر بزرگی از تابش سطح ۱ توسط سطح ۲ دریافت می‌شود. این ضریب شکل \bar{F}_{12} نام دارد. مثال معمول این حالت، دو سطح هستند که به وسیله دیواره‌های محیط مانند دیواره‌های یک کوره به هم متصل شده‌اند. معادله کلی برای این حالت با در نظر گرفتن یک دمای بازتابش یکنواخت برای دو منبع تابشی A_1 و A_2 که مقعر نیستند و خودشان را نمی‌بینند، به صورت زیر به دست آمده است.

$$\bar{F}_{12} = \frac{A_2 - A_1 F_{12}^2}{A_1 + A_2 - 2A_1 F_{12}} = \frac{1 - (A_1/A_2)F_{12}^2}{A_1/A_2 + 1 - 2(A_1/A_2)F_{12}} \quad (4-11-40)$$

همچنین مانند قبل،

$$A_1 \bar{F}_{12} = A_2 \bar{F}_{21} \quad (4-11-41)$$

$$q_{12} = \bar{F}_{12} A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (4-11-42)$$

ضریب \bar{F}_{12} برای صفحات موازی در شکل ۷-۱۱-۴ داده شده است و برای دیگر اشکال هندسی از معادله (۴-۱۱-۳۶) محاسبه می‌شود. ضرایب دید F_{12} و \bar{F}_{12} برای لوله‌های موازی که در مجاورت یک دیواره، مثلاً دیواره کوره قرار دارند و نیز در دماهای متغیر دیواره بازتابنده را می‌توانید در مراجع دیگر ببینید (M1, P3). اگر دیواره بازتابنده وجود نداشته باشد:

$$F_{12} = \bar{F}_{12} \quad (4-11-43)$$

۴-۱۱D ضرایب دید و اجسام خاکستری

در این بحث، یک حالت کلی‌تر و کاربردی‌تر یعنی همان معادله (۴-۱۱-۴۰) در حالتی که سطوح A_1 و A_2 خاکستری هستند و ضرایب نشر آنها ϵ_1 و ϵ_2 می‌باشد در نظر گرفته می‌شود. دیواره‌های غیرهادی بازتابنده مانند قبل وجود دارند. چون دو سطح خاکستری هستند، مقداری بازتابش وجود دارد که باعث خواهد شد مقدار خالص انرژی تابشی مبادله شده بین دو سطح از حالت سطوح سیاه کمتر باشد. معادلات نهایی برای این حالت عبارتند از:

$$q_{12} = F_{12} A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (4-11-44)$$

$$F_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{F}_{12}} + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right) + \left(\frac{1}{\epsilon_1} - 1 \right)} \quad (4-11-45)$$

که ضریب دید جدید برای دو سطح خاکستری A_1 و A_2 است که یکدیگر را نمی‌بینند، اما به وسیله دیواره‌های بازتابنده به یکدیگر وصل شده‌اند. اگر دیواره‌های بازتابنده وجود نداشته باشند در معادله (۴-۱۱-۴۱) از F_{12} به جای \bar{F}_{12} استفاده می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \quad (4-11-46)$$

مثال ۴-۱۱-۴ تابش بین صفحه‌های نامحدود خاکستری و موازی

با شروع از معادله کلی تابش بین دو جسم خاکستری A_1 و A_2 که صفحاتی نامحدود و موازی با ضرایب نشر ϵ_1 و ϵ_2 هستند معادله (۴-۱۱-۲۲) را به دست آورید.

حل: چون سطوح بازتابنده وجود ندارند، بنابراین بر اساس معادله (۴-۱۱-۴۳)، \bar{F}_{12} تبدیل به F_{12} می‌شود. همچنین، چون کل تابش از سطح ۱ به وسیله سطح ۲ قطع می‌شود، پس، $F_{12} = 1$ است. با قرار دادن در معادله (۴-۱۱-۴۵) و با توجه به این‌که: $A_1/A_2 = 1$ است، داریم:

$$\mathcal{F}_{12} = \frac{1}{\frac{1}{F_{12}} + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right) + \left(\frac{1}{\epsilon_1} - 1 \right)} = \frac{1}{\frac{1}{1} + 1 \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right) + \left(\frac{1}{\epsilon_1} - 1 \right)}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$$

سپس با استفاده از معادله (۴-۱۱-۴۴) داریم:

$$q_{12} = \mathcal{F}_{12} A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) = A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$$

که معادله بالا با معادله (۴-۱۱-۲۲) یکسان است.

مثال ۴-۱۱-۵ ضریب دید ترکیبی^(۱) برای مستطیلهای عمود برهم

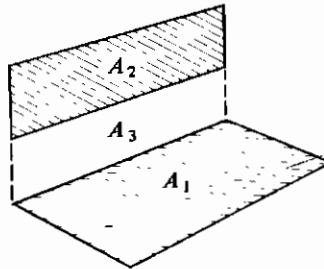
برای ساختار نشان داده شده در شکل ۴-۱۱-۹، ضریب دید F_{12} را به دست آورید. سطح A_2 از لبه مشترک با سطح A_1 جدا شده است و عمود بر سطح A_1 است. دمای A_1 برابر با T_1 و دمای A_2 و A_3 برابر با T_2 می باشد.

حل: سطح A_3 یک سطح فرضی بین سطوح A_2 و A_1 می باشد. مجموع سطوح A_2 و A_3 را A_{23} می نامیم. ضریب دید $F_{1(23)}$ بین سطوح A_1 و A_{23} می تواند از شکل ۴-۱۱-۸ برای دو مستطیل مجاور و عمود بر هم محاسبه شود. همچنین F_{13} نیز از شکل ۴-۱۱-۸ به دست می آید. تبادل تابشی بین A_1 و A_{23} برابر با مقدار تابش قطع شده به وسیله A_2 و A_3 است.

$$A_1 F_{1(23)} \sigma (T_1^4 - T_2^4) = A_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4) + A_1 F_{13} \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (4-11-47)$$

بنابراین:

$$A_1 F_{1(23)} = A_1 F_{12} + A_1 F_{13} \quad (4-11-48)$$



شکل ۴-۱۱-۹. طرز قرار گرفتن صفحات در مثال ۴-۱۱-۵

با حل رابطه برحسب F_{12} داریم:

$$F_{12} = F_{1(23)} - F_{13} \quad (4-11-49)$$

از روشهای مشابه با روش ارائه شده در این مثال می توان برای محاسبه ضریب دید صفحات مستطیلی عمود بر هم یا موازی با جهت گیریهای کلی استفاده کرد (C3, H1, K1).

مثال ۴-۱۱-۶ تابش به یک مجموعه کوچک

یک مجموعه کوچک سرد دارای سطح A_1 به ضریب نشر ϵ_1 در دمای T_1 است. این مجموعه در اتاقی گرم که دمای دیوارهای آن T_2 و ضریب نشر آن ϵ_2 است، قرار دارد. رابطه‌ای برای ضریب دید این مجموعه با استفاده از معادله (۴-۱۱-۴۵) و معادله انتقال حرارت تابشی به دست آورید. حل: چون دیوارهای بازتابنده وجود ندارند بنابراین برای سطح کوچک A_1 که کاملاً به وسیله محیط A_2 احاطه شده است، از معادله (۴-۱۱-۴۳) داریم: $\bar{F}_{12} = F_{12}$ ، همچنین، $\bar{F}_{12} = 1$. چون تمام تابش سطح A_1 توسط محیط A_2 دریافت می شود و A_1 هیچ سطح مقعری ندارد و نمی تواند خودش را ببیند. چون A_2 در مقایسه با A_1 بسیار بزرگ است، بنابراین $\frac{A_1}{A_2} = 0$ یا جایگذاری در معادله (۴-۱۱-۴۵) خواهیم داشت:

$$F_{12} = \frac{1}{\frac{1}{F_{12}} + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right) + \left(\frac{1}{\epsilon_1} - 1 \right)} = \frac{1}{1 + 0 \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right) + \frac{1}{\epsilon_1} - 1} = \epsilon_1$$

با قراردادن در معادله (۴-۱۱-۴۴) داریم:

$$q_{12} = F_{12} A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) = \epsilon_1 A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

که این شبیه به معادله (۴-۱۰-۶) است که قبلاً به دست آمده است.

روشهای ماتریسی برای حل مسائل پیچیده تابش که شامل بیش از ۴ یا ۵ سطح انتقال حرارت هستند، در منابع دیگر توضیح داده شده‌اند (H1, K1).

۴-۱۱E تابش در گازهای جذب کننده

۱- مقدمه‌ای بر گازهای جذب کننده در تابش: همان گونه که در این بخش گفته شد، جامدات و مایعات تابش را به صورت یک طیف پیوسته نشر می دهند. با این حال بیشتر گازهای تک اتمی یا دو اتمی مانند

He, Ar, H₂, O₂ و N₂ کاملاً نسبت به تابش شفافند یعنی آنها عملاً هیچ تابشی را نشر نمی‌دهند و همچنین هیچ تابشی را جذب نمی‌کنند. گازهای دارای ممان دو قطبی و گازهای چند اتمی بزرگتر، مقدار قابل ملاحظه‌ای از تابش را منتشر می‌کنند و انرژی تابشی را در همان طول موجی که نشر می‌دهند، جذب نیز می‌کنند. این گازها شامل CO₂, H₂O, SO₂, CO, NH₃ و بخارات آلی هستند.

برای یک گاز معین، پهنای باند جذب یا نشر به فشار و دما وابسته می‌باشد. اگر گاز جاذب گرم شود انرژی را به محیط سردتر تابش می‌کند. نرخ خالص انتقال حرارت تابشی بین سطوح در این حالتها کم می‌شود زیرا گاز مقداری از انرژی تابشی را که باید بین سطوح منتقل شود جذب می‌کند.

۲- جذب تابش توسط یک گاز: جذب تابش در یک لایه گاز را می‌توان به طور تحلیلی تشریح نمود چون جذب به وسیله یک گاز مشخص به تعداد مولکولهایی که در مسیر تابش هستند بستگی دارد. با افزایش فشار جزئی گاز جاذب یا افزایش طول مسیر، مقدار جذب گاز افزایش می‌یابد. $I_{\lambda 0}$ را به عنوان شدت تابش در یک طول موج خاص قبل از این‌که وارد گاز شود تعریف می‌کنیم و $I_{\lambda L}$ نیز به عنوان شدت در همان طول موج بعد از پیمودن مسافت L در گاز تعریف می‌شود. اگر اشعه با یک لایه گاز با ضخامت dL برخورد کند کاهش شدت dI_{λ} متناسب با I_{λ} و dL است.

$$dI_{\lambda} = -\alpha_{\lambda} I_{\lambda} dL \quad (4-11-50)$$

که I_{λ} برحسب W/m^2 است. با انتگرال‌گیری داریم،

$$I_{\lambda L} = I_{\lambda 0} e^{-\alpha_{\lambda} L} \quad (4-11-51)$$

ثابت α_{λ} به نوع گاز، فشار جزئی آن و طول موج تابش بستگی دارد. این معادله قانون Beer نامیده می‌شود. گازها اکثراً در محدوده‌های کوچکی از طول موج تابش را جذب می‌کنند.

۳- طول موج میانگین مشخصه^(۱) گاز جاذب: روشهای محاسبه تابش گاز کاملاً پیچیده است. برای محاسبات مهندسی Hottel (M1) یک روش تقریبی برای محاسبه تابش و جذب گازهایی مانند CO₂ و بخار آب ارائه کرده است. لایه‌های ضخیم گاز انرژی بیشتری از لایه‌های نازک جذب می‌کنند. بنابراین علاوه بر تعیین فشار و دمای یک گاز باید یک طول مشخصه (طول میانگین اشعه) جرم‌کاز را نیز مشخص کنیم تا بتوانیم ضریب نشر و ضریب جذب گاز را تعیین کنیم. طول میانگین اشعه به شکل هندسی بستگی دارد.

برای یک سطح دیفرانسیلی سیاه که دارای سطح دریافت کننده dA است و در مرکز قاعده یک نیم

کره به شعاع L قرار گرفته است و محتوی یک گاز باز تابنده نیز هست، طول میانگین اشعه برابر با L می باشد. طول میانگین اشعه برای اشکال هندسی گوناگون محاسبه شده و در جدول ۴-۱۱-۱ داده شده است. برای اشکال دیگر L به طور تقریبی به وسیله رابطه زیر می تواند تعیین شود.

$$L = 3.6 \frac{V}{A} \quad (4-11-52)$$

که V حجم گاز برحسب cm^3 سطح مفید بر حسب m^2 و L برحسب m می باشد.

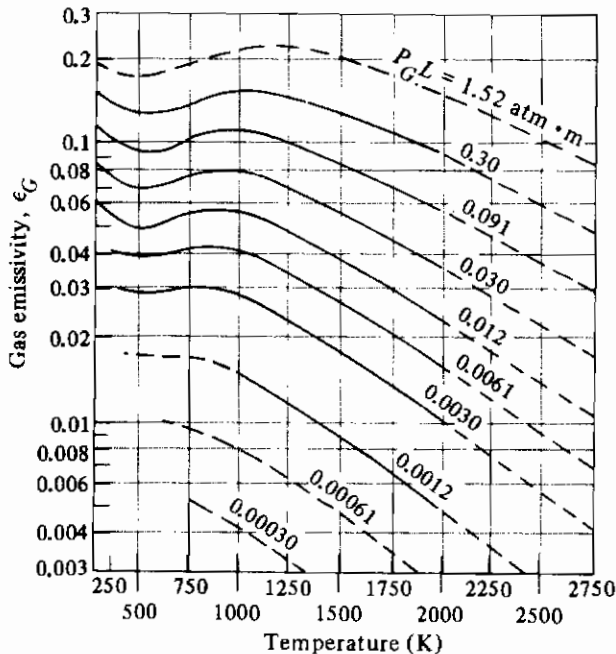
۴- ضریب نشر، ضریب جذب و تابش یک گاز: روابطی برای ضریب نشر گازها وجود دارد و شکل ۴-۱۱-۱۰ ضریب نشر گاز CO_2 یعنی ϵ_G را در فشار کل سیستم برابر با 1 atm abs می دهد. P_G فشار جزئی CO_2 برحسب atm است و طول موج میانگین L برحسب متر می باشد. ضریب نشر ϵ_G به صورت نسبت نرخ انتقال انرژی از جسم نیمکره ای حاوی گاز به یک المان سطح در نقطه میانی تقسیم بر نرخ انتقال انرژی از یک سطح نیمکره ای سیاه به شعاع L و دمای T_G به همان المان، می باشد.

نرخ تابش منتشر شده از گاز $\sigma \epsilon_G T_G^4$ برحسب W/m^2 توسط سطح المان دریافت کننده می باشد که ϵ_G در دمای T_G است. اگر المان سطح در نقطه میانی در دمای T_1 حرارت را به گاز باز تاباند نرخ جذب گاز برابر با $\alpha_G T_1^4$ خواهد بود که α_G ضریب جذب گاز برای تابش از سطح در دمای T_1 به صورت جسم سیاه است. α_G برای CO_2 در دمای T_1 از شکل ۴-۱۱-۱۰ تعیین می شود اما به جای استفاده از عبارت $P_G L$ از عبارت $P_G L (T_1/T_G)$ استفاده می شود. مقدار به دست آمده از نمودار در $(T_G/T_1)^{1/15}$ ضرب می شود تا α_G به دست آید. نرخ خالص انتقال حرارت تابشی بین یک گاز در دمای T_G و یک سطح سیاه محدود به مساحت A_1 در دمای T_1 به صورت زیر است:

$$q = \sigma A (\epsilon_G T_G^4 - \alpha_G T_1^4) \quad (4-11-53)$$

جدول ۴-۱۱-۱. طول میانگین اشعه برای تابش گازها به کل سطح در معرض گاز (P_3, R_2, M_1)

Geometry of Enclosure	Mean Beam Length, L
Sphere, diameter D	0.65D
Infinite cylinder, diameter D	0.95D
Cylinder, length = diameter D	0.60D
Infinite parallel plates, separation distance D	1.8D
Hemisphere, radiation to element in base, radius R	R
Cube, radiation to any face, side D	0.60D
Volume surrounding bank of long tubes with centers on equilateral triangle, clearance = tube diameter D	2.8D



شکل ۱۰-۱۱-۴. ضریب نشر کل گاز دی اکسید کربن در فشار کل ۱ atm (با کسب مجوز گرفته شده از:

W. H. McAdams, Heat Transmission, 3rd ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1954

وقتی فشار کل ۱ atm نباشد یک نمودار تصحیح برای اصلاح ضریب نشر CO_2 در دسترس است. همچنین، برای بخار آب نیز نمودارهایی وجود دارد (H1, K1, M1, P3). وقتی آب و CO_2 هر دو موجودند تابش کل تا حدی کاهش می‌یابد چون هر کدام از دو گاز تا حدی نسبت به گاز دیگر در مقابل تابش کدر است. نمودارهایی برای این اثرهای متقابل نیز موجود است (H1, K1, M1, P3).

مثال ۷-۱۱-۴ تابش گاز به محیط یک کوره

یک کوره به شکل مکعب به ضلع داخلی $0/3$ متر می‌باشد و دیواره‌های داخلی را می‌توان سطح سیاه در نظر گرفت. گاز داخل در فشار کل ۱ اتمسفر و دمای 1100 K شامل 10% مولی CO_2 و بقیه O_2 و N_2 است. مقدار بسیار کم بخار آب موجود در آن نیز قابل صرف نظر کردن است. دیواره‌های کوره به وسیله سرد کردن از بیرون در دمای 600 K ثابت نگهداشته می‌شوند. بنا صرف نظر کردن از گرمای انتقال یافته به طریق جابه‌جایی، انتقال حرارت کل به دیواره‌ها را محاسبه کنید.

حل: از جدول ۱-۱۱-۴ طول میانگین طیف در حالت تابش به یک وجه مکعب برابر است با:

$$L = 0.60 \times D = 0.60 \times 0.30 = 0.180 \text{ m}$$

فشار جزئی CO_2 برابر است با:

$$p_G = 0.10 \times 1 = 0.10 \text{ atm}$$

آن‌گاه خواهیم داشت:

$$p_G \cdot L = 0.10 \times 0.180 = 0.0180 \text{ atm.m}$$

با استفاده از شکل ۱۰-۱۱-۴ در $T_G = 1100 \text{ K}$ داریم: $\epsilon_G = 0.064$

برای به دست آوردن α_G مقدار آن را در $T_1 = 600 \text{ K}$ تعیین می‌کنیم و داریم:

$$p_G L (T_1/T_G) = 0.0180 \times \frac{600}{1100} = 0.00982 \text{ atm.m}$$

با استفاده از شکل ۱۰-۱۱-۴ مقدار تصحیح نشده α_G برابر با 0.048 است. با ضرب کردن این

مقدار در ضریب تصحیح $(T_G/T_1)^{1/5}$ مقدار تصحیح شده نهایی عبارت است از:

$$\alpha_G = 0.048 \times \left(\frac{1100}{600}\right)^{1/5} = 0.0712$$

با جایگذاری در معادله (۱۱-۵۳) داریم:

$$\begin{aligned} \frac{q}{A} &= \sigma (\epsilon_G T_G^4 - \alpha_G T_1^4) \\ &= (5.676 \times 10^{-8}) \times (0.064 \times 1100^4 - 0.0712 \times 600^4) \\ &= 4.795 \times 10^3 \text{ W/m}^2 = 4.795 \text{ kW/m}^2 \end{aligned}$$

برای هر شش وجه داریم: $A = 6 \times (0.3 \times 0.3) = 0.540 \text{ m}^2$ بنابراین:

$$q = 4.795 \times 0.54 = 2.589 \text{ kW}$$

در حالتی که دیواره‌های کوره سیاه نیستند، مقداری از تابش پس از برخورد با دیواره‌ها به سمت دیوار دیگر و به طرف گاز برمی‌گردد. به عنوان تقریب وقتی ضریب نشر دیواره‌ها از 0.7 بزرگتر باشد از ضریب نشر مؤثر ϵ' می‌توان استفاده کرد.

$$\epsilon' = \frac{\epsilon + 1.0}{2} \quad (4-11-54)$$

که در این جا ϵ ضریب نشر واقعی دیواره‌های کوره است. سپس معادله (۱۱-۵۳) اصلاح می‌شود، تا معادله‌ای به صورت زیر به دست آید (M1):

$$q = \sigma A \epsilon' (\epsilon_G T_G^4 - \alpha_G T_1^4) \quad (4-11-55)$$

روشهای تقریبی دیگر برای گازهای موجود در مشعلهای نورانی معلق، ابرهای تشکیل شده از ذرات غیر سیاه، دیواره‌های بازتابنده و گازهای جاذب و مانند آن در دسترس می‌باشند (M1, P3).

۴-۱۲ انتقال حرارت سیالات غیرنیوتنی

۴-۱۲A مقدمه

بیشتر مطالعات انجام شده روی انتقال حرارت سیالات در ارتباط با سیالات نیوتنی انجام شده است. با وجود این، در گستره وسیعی از صنایع شیمیایی، بیولوژیکی و فرایندهای صنایع غذایی با سیالات غیرنیوتنی روبرو هستیم. برای طراحی تجهیزاتی که با این سیالات سروکار دارند، یا باید ثابتهای خواص جریان (ثابتهای رئولوژیکی) در دسترس باشند و یا باید به طریق تجربی اندازه‌گیری شوند. در بخش ۳-۵ بحث مفصلی در مورد ثابتهای رئولوژیکی سیالات غیرنیوتنی ارائه شد. بسیاری از سیالات غیرنیوتنی دارای ویسکوزیته مؤثر بالا هستند و غالباً جریان آنها آرام است. چون اکثر سیالهای غیرنیوتنی، سیالهای شبه پلاستیک می‌باشند، معمولاً می‌توانند توسط مدل‌های power law بیان شوند (معادله ۲-۵-۳). این بحث در ارتباط با این سیالات خواهد بود. برای دیگر سیالها به skelland مراجعه شود (S3).

۴-۱۲B انتقال حرارت داخل لوله‌ها

۱- جریان آرام در لوله‌ها: قسمت اعظم تحقیقات تجربی مربوط به انتقال حرارت سیالات غیرنیوتنی به صورت آرام در داخل لوله‌های استوانه‌ای شکل بوده است. خواص فیزیکی که برای ضرایب انتقال حرارت مورد نیاز هستند عبارتند از: دانسیته، ظرفیت گرمایی، ضریب هدایت گرمایی و ثابتهای رئولوژیکی K' و n' یا K و n .

مکانیسم انتقال حرارت در یک سیال در جریان آرام در ابتدا هدایت است. اما، برای شدت جریانهای کم و ویسکوزیته‌های کم جابه‌جایی طبیعی نیز می‌تواند وجود داشته باشد. چون بسیاری از سیالهای غیرنیوتنی کاملاً ویسکوز هستند، اثرات جابه‌جایی طبیعی به طور طبیعی کاهش می‌یابد. برای جریان آرام سیالات power law در داخل لوله‌های مدور معادله Gluck و Metzner در حالتی که سیال کاملاً ویسکوز باشد و از جابه‌جایی طبیعی در لوله‌های افقی و عمودی در عدد گریتز بالاتر از ۲۰ و $n' > 0.1$ صرف نظر شود، می‌توان استفاده نمود.

$$(N_{Nu})_o = \frac{h_o D}{k} = 1.75 \delta^{1/3} (N_{Gr})^{1/3} \left(\frac{\gamma_b}{\gamma_w} \right)^{0.14} \quad (4-12-1)$$

که در این جا:

$$\delta = \frac{3n' + 1}{4n'} \quad (۴-۱۲-۲)$$

$$N_{Gr} = \frac{mc_p}{kL} = \frac{\pi D \nu \rho c_p \mu D}{4 \mu k L} = \frac{\pi}{4} N_{Re} N_{Pr} \frac{D}{L} \quad (۴-۱۲-۳)$$

ضرایب ویسکوزیته γ_b در دمای T_b و γ_w در دمای T_w به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\frac{\gamma_b}{\gamma_w} = \frac{K'_b 8^{n'-1}}{K'_w 8^{n'-1}} = \frac{K'_b}{K'_w} = \frac{K_b}{K_w} \quad (۴-۱۲-۴)$$

نامگذاری به این صورت است که: k برحسب $W/m.K$ ، c_p برحسب $J/kg.K$ ، ρ برحسب kg/m^3 شدت جریان m برحسب kg/s طول بخش گرم شده لوله L برحسب متر، قطر داخلی D برحسب متر، ضریب میانگین h_a برحسب $W/m^2.K$ و K و n' ثابتهای رئولوژیکی می‌باشند (بخش ۵-۳ را ببینید). خواص فیزیکی و K_b همگی در دمای میانگین توده‌ای T_b و K_w در میانگین دمای دیواره T_w تعیین شده‌اند.

مقدار ثابت رئولوژیکی n' یا n در محدوده وسیعی از دما تغییر قابل ملاحظه‌ای نمی‌کند (S3). اما ثابت رئولوژیکی K' یا K تغییرات قابل ملاحظه‌ای دارد. نمودار لگاریتم K' برحسب $1/T_{abs}$ (مرجع C1) یا T °C (مرجع S3) را اغلب می‌توان تقریباً خط راست در نظر گرفت. غالباً اطلاعات مربوط به تأثیر دما بر K موجود نیست. چون نسبت K_b/K_w به توان 0.14 میرسد، گاهی می‌توان از آن صرف‌نظر کرد بدون این‌که خطای بزرگی ایجاد کند. اگر این نسبت $2:1$ باشد خطا حدود 10% است. نمودار لگاریتم ویسکوزیته برحسب $1/T$ برای سیالهای نیوتنی نیز اغلب به صورت خط راست است. مقدار h_a به دست آمده از معادله (۴-۱۲-۱) ضریب میانگین جابه‌جایی در لوله‌ای به طول L با اختلاف دمای عددی ΔT_a است.

$$\Delta T_a = \frac{(T_w - T_{bi}) + (T_w - T_{bo})}{2} \quad (۴-۱۲-۵)$$

که در این جا T_w میانگین دمای دیواره در کل طول لوله و T_{bi} دمای توده‌ای ورودی و T_{bo} دمای توده‌ای خروجی است. شار گرمایی q برابر است با:

$$q = h_a A \Delta T_a = h_a (\pi DL) \Delta T_a \quad (۴-۱۲-۶)$$

مثال ۴-۱۲-۱ گرم کردن جریان آرام یک سیال غیرنیوتنی

یک سیال غیرنیوتنی با نرخ $7/56 \times 10^{-2} \text{ kg/s}$ در داخل لوله‌ای به قطر داخلی $25/4 \text{ mm}$ جریان دارد و توسط بخاری که در خارج لوله در حال مایع شدن است، گرم می‌شود. سیال در دمای $37/8 \text{ }^\circ\text{C}$ وارد بخش گرم لوله که طول آن $1/524 \text{ m}$ است می‌شود. دمای دیواره داخلی T_w در $93/3 \text{ }^\circ\text{C}$ ثابت است. خواص فیزیکی میانگین سیال عبارتند از:

فرایندهای انتقال و عملیات واحدها

$$k = 1/212 \text{ W/m.K} \quad \text{و} \quad c_{pm} = 2/093 \text{ kJ/kg.K} \quad \text{و} \quad \rho = 1041 \text{ kg/m}^3$$

سیال از نوع power-law است که دارای این ثابتهای رئولوژیکی است: $n' = n = 0/40$ که در محدوده دمایی مورد بحث تقریباً ثابت است و K در $37/8^\circ\text{C}$ برابر با $139/9 \text{ N.s}^{n'}/\text{m}^2$ و در $93/3^\circ\text{C}$ برابر با $62/5$ می‌باشد. برای این سیال نمودار لگاریتم K برحسب $T^\circ\text{C}$ تقریباً خطی است. اگر جریان آرام باشد دمای توده‌ای خروجی سیال را محاسبه کنید.

حل: حل مسئله به روش حدس و خطاست چون برای محاسبه h_a از معادله (۴-۱۲-۲) دمای توده‌ای خروجی T_{bo} سیال باید معلوم باشد. با فرض این‌که T_{bo} برابر با $54/4^\circ\text{C}$ است به عنوان اولین حدس، میانگین دمای توده‌ای T_b برابر است با:

$$T_b = \frac{(54/4 + 37/8)}{2} = 46/1^\circ\text{C}$$

با رسم دو مقدار K داده شده در دماهای $37/8^\circ\text{C}$ و $93/3^\circ\text{C}$ به صورت لگاریتم K برحسب T و کشیدن یک خط مستقیم بین این دو نقطه، مقدار K_b برابر با $123/5$ در $46/1^\circ\text{C}$ خوانده می‌شود. در $T_w = 93/3^\circ\text{C}$ نیز $K_w = 62/5$ است. سپس δ با استفاده از معادله (۴-۱۲-۲) حساب می‌شود.

$$\delta = \frac{3n' + 1}{4n'} = \frac{3 \times 0/4 + 1}{4 \times 0/4} = 1/375$$

با جایگذاری در معادله (۴-۱۲-۳) داریم:

$$N_{Gz} = \frac{m c_p}{k L} = \frac{(7/56 \times 10^3) \times (2/093 \times 10^3)}{1/212 \times 1/524} = 85/7$$

از معادله (۴-۱۲-۴) داریم:

$$\frac{\gamma_b}{\gamma_w} = \frac{K_b}{K_w} = \frac{123/5}{62/5}$$

سپس با جایگذاری در معادله (۴-۱۲-۱) داریم:

$$\frac{h_a D}{k} = \frac{h_a \times 0/254}{1/212} = 1/75 \times \delta^{1/3} \times N_{Gz}^{1/3} \times \left(\frac{\gamma_b}{\gamma_w}\right)^{1/4} \quad (4-12-1)$$

$$= 1/75 \times (1/375)^{1/3} \times (85/7)^{1/3} \times \left(\frac{123/5}{62/5}\right)^{1/4}$$

از حل معادله، $h_a = 448/3 \text{ W/m}^2.\text{K}$ به دست می‌آید.

بر اساس یک موازنه گرمایی مقدار q برحسب W به صورت زیر است.

$$q = m c_{pm} (T_{bo} - T_{bi}) \quad (4-12-7)$$

این رابطه با معادله (۴-۱۲-۶) برابر قرار داده می‌شود و داریم:

$$q = m c_{pm} (T_{bo} - T_{bi}) = h_a (\pi D L) \Delta T_a \quad (4-12-8)$$

اختلاف دمای میانگین حسابی توسط معادله (۴-۱۲-۵) به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} \Delta T_a &= \frac{(T_w - T_{bi}) + (T_w - T_{bo})}{2} \\ &= \frac{(93/3 - 37/8) + (93/3 - T_{bo})}{2} = 74/4 - 0/5 \times T_{bo} \end{aligned}$$

با جایگذاری مقادیر معلوم در معادله (۴-۱۲-۸) و حل آن نسبت به T_{bo} داریم:

$$\begin{aligned} (7/56 \times 10^{-2}) \times (2/0.93 \times 10^3) \times (T_{bo} - 37/8) \\ = 448/3 \times (\pi \times 0/0254 \times 0/524) \times (74/4 - 0/5 \times T_{bo}) \end{aligned}$$

$$T_{bo} = 54/1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

مقدار $54/1 \text{ } ^\circ\text{C}$ به اندازه کافی به مقدار حدس اولیه $54/5$ نزدیک است و به حدس دوم نیازی نیست. فقط مقدار K_b قدری تغییر خواهد کرد. با جایگذاری مقادیر معلوم در معادله (۴-۵-۱۱) و محاسبه عدد رینولدز می‌توان نشان داد که مقدار آن کمتر از 2100 است و جریان آرام است.

برای سیالات غیرنیوتنی power-law با ویسکوزیته کم در جریان آرام، جابه‌جایی طبیعی ممکن است بر نرخ انتقال حرارت تأثیر بگذارد. Metzner و Gluck استفاده از یک ضریب تصحیح تجربی در معادله (۴-۱۲-۱) برای لوله‌های افقی را توصیه می‌کنند (M2).

۲- جریان مغشوش در لوله‌ها: برای جریان مغشوش سیالات power-law در لوله‌ها، Clapp معادله تجربی زیر را برای انتقال حرارت ارائه می‌کند (C4).

$$N_{Nu} = \frac{h_L D}{k} = 0.0041 (N_{Re, gen})^{0.99} \left[\frac{K' c_p}{k} \left(\frac{8V}{D} \right)^{n-1} \right]^{0.4} \quad (4-12-9)$$

که در این رابطه $N_{Re, gen}$ براساس معادله (۳-۵-۱۱) تعریف می‌شود و h_L ضریب انتقال حرارت براساس اختلاف دمای میانگین لگاریتمی است. خواص سیال در دمای میانگین توده‌ای ارزیابی می‌شوند. Metzner و Friend نیز معادلاتی برای انتقال حرارت مغشوش ارائه داده‌اند (M3).

۴-۱۲C جابه‌جایی طبیعی

Acivros روابطی برای انتقال حرارت به طریق جابه‌جایی آزاد به سیالات power-law از سطوح با

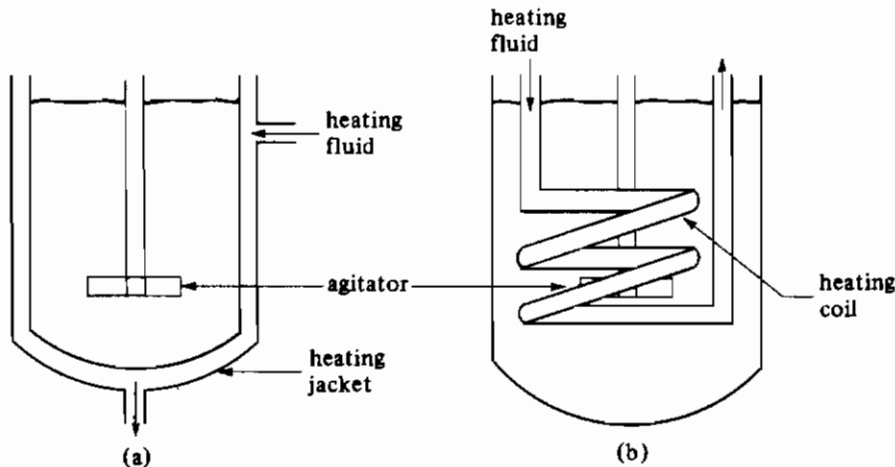
شکلهای متفاوت مانند کره‌ها، استوانه‌ها و صفحه‌ها ارائه کرده است (S3, A1).

۴-۱۳ ضرایب انتقال حرارت خاص

۴-۱۳A انتقال حرارت در ظرفهای همزن‌دار^(۱)

۱- مقدمه: بسیاری از فرایندهای شیمیایی و بیولوژیکی اغلب در ظرفهای همزن‌دار انجام می‌شوند. همچنان که در بخش ۳-۴ بحث شد مایعات معمولاً در ظرفهای استوانه‌ای شکل توسط یک پروانه که روی یک محور قرار گرفته است و محور نیز به وسیله یک موتور الکتریکی می‌چرخد، همزده می‌شوند. نمونه‌هایی از همزنها و ظروفی که روی آنها نصب می‌شوند، در شکلهای ۱-۳-۴ و ۳-۴-۳ نشان داده شده است. اغلب لازم است محتویات داخل ظرف را در حین همزدن گرم یا سرد کنیم. این کار معمولاً به وسیله سطوح انتقال حرارت انجام می‌شود که ممکن است به صورت جداره‌های گرم‌کننده یا سردکننده در دیواره‌های ظرف تعبیه شوند یا به صورت لوله‌های مارپیچ در مایع غوطه‌ور باشند.

۲- ظرف با جداره گرم‌کننده: در شکل ۴-۱۳-۱a یک ظرف دو جداره نشان داده شده است. سیال ورودی برای گرم کردن اغلب بخار است، که وارد فضای جداره شده و پس از میعان از پایین آن خارج می‌شود. ظرف مجهز به یک همزن است و در بیشتر موارد با فل نیز دارد (در شکل نشان داده نشده است).



شکل ۴-۱۳-۱. انتقال حرارت در ظروف همزن‌دار: (a) مجهز به جداره گرم‌کننده

(b) ظرف مجهز به لوله‌های مارپیچ گرم‌کننده.

روابط ضریب انتقال حرارت از مایع نیوتنی همزده شده داخل ظرف به دیوارهای دو جداره ظرف به صورت زیر می‌باشند:

$$\frac{hD_t}{k} = a \left(\frac{D_a^2 N \rho}{\mu} \right)^b \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^m \quad (4-13-1)$$

که h ضریب انتقال حرارت از مایع همزده شده به دیواره درونی برحسب $W/m^2.K$ ، D_t قطر داخلی منبع برحسب متر، k ضریب هدایت گرمایی برحسب $W/m.K$ ، D_a قطر همزن برحسب متر، N سرعت چرخشی بر حسب دور بر ثانیه، ρ دانسیته سیال برحسب kg/m^3 و μ ویسکوزیته مایع بر حسب Pa.s می‌باشد. همه خواص فیزیکی مایع در دمای توده‌ای مایع ارزیابی شده‌اند بجز μ_w که براساس دمای دیواره T_w است. در زیر مجموعه‌ای از روابط و محدوده اعداد رینولدز لیست شده است:

۱- همزن پارویی^(۱) بدون بافل (U1, C5)،

$$a = 0.36, \quad b = \frac{1}{3}, \quad m = 0.21, \quad N'_{Re} = 300 \text{ تا } 3 \times 10^5$$

۲- همزن توربینی با تیغه‌های صاف^(۲) بدون بافل (B4)،

$$a = 0.54, \quad b = \frac{1}{3}, \quad m = 0.14, \quad N'_{Re} = 30 \text{ تا } 3 \times 10^5$$

۳- همزن توربینی با تیغه‌های صاف با بافل (B4, B5)،

$$a = 0.74, \quad b = \frac{1}{3}, \quad m = 0.14, \quad N'_{Re} = 500 \text{ تا } 3 \times 10^5$$

۴- همزن لنگری^(۳) بدون بافل (U1)،

$$a = 1, \quad b = \frac{1}{3}, \quad m = 0.18, \quad N'_{Re} = 10 \text{ تا } 300$$

$$a = 0.36, \quad b = \frac{1}{3}, \quad m = 0.18, \quad N'_{Re} = 300 \text{ تا } 4 \times 10^5$$

۵- همزن مارپیچی^(۴) بدون بافل (G4)،

$$a = 0.633, \quad b = \frac{1}{3}, \quad m = 0.18, \quad N'_{Re} = 8 \text{ تا } 10^5$$

نمونه‌هایی از مقادیر ضریب کلی U برای ظروف دو جداره در فرایندهای مختلف در جدول ۴-۱۳-۱ ارائه شده‌است.

1. paddle agitator
3. anchor agitator

2. flat-blade turbine agitator
4. helical ribbon agitator

مثال ۱-۱۳-۴ ضریب انتقال حرارت در ظرف دو جداره مجهز به همزن

از یک ظرف دو جداره با فل دار مجهز به همزن با قطر $1/83$ m برای گرم کردن مایعی در دمای K 300 استفاده می شود. قطر همزن $0/61$ m است و از نوع توربینی با تیغه های صاف است که با سرعت 100 rpm می چرخد. آب گرم در جداره جریان دارد. دمای سطح دیواره در $355/4$ K ثابت است. مایع در دمای توده ای دارای این خواص فیزیکی است:

$$k = 0/173 \text{ W/m.K}, c_p = 2500 \text{ J/kg.K}, \rho = 961 \text{ kg/m}^3$$

$$T = 355/4 \text{ K در } \mu = 0/084 \text{ و } T = 300 \text{ K در } \mu = 1/00 \text{ Pa.s}$$

ضریب انتقال حرارت دیواره ظرف را محاسبه کنید.

حل: مقادیر زیر معلوم هستند:

$$D_t = 1/83 \text{ m} \quad D_a = 0/61 \text{ m} \quad N = \frac{100}{60} \text{ rev/s}$$

$$\mu (300 \text{ K}) = 1 \text{ Pa.s} = 1 \text{ kg/m.s}$$

$$\mu_w (355/4 \text{ K}) = 0/084 \text{ Pa.s} = 0/084 \text{ kg/m.s}$$

ابتدا، با محاسبه عدد رینولدز در 300 K به صورت زیر:

$$N_{Re} = \frac{D_a^2 N \rho}{\mu} = \frac{0/61^2 \times (100/60) \times 961}{1} = 596$$

جدول ۱-۱۳-۴. نمونه هایی از ضرایب کلی انتقال حرارت در ظروف دو جداره

Fluid in Jacket	Fluid in Vessel	Wall Material	Agitation	U		Ref.
				$\frac{\text{btu}}{\text{h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}}$	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$	
Steam	Water	Copper	None	150	852	(P1)
			Simple stirring	250	1420	
Steam	Paste	Cast iron	Double scrapers	125	710	(P1)
Steam	Boiling water	Copper	None	250	1420	(P1)
Steam	Milk	Enameled cast iron	None	200	1135	(P1)
			Stirring	300	1700	
Hot water	Cold water	Enameled cast iron	None	70	398	(P1)
Steam	Tomato purée	Metal	Agitation	30	170	(C1)

عدد پرانتل برابر است با:

$$N_{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} = \frac{2500 \times 1}{0.173} = 14450$$

با استفاده از معادله (۴-۱۳-۱) با $a = 0.74$ و $b = \frac{1}{3}$ و $m = 0.14$ داریم:

$$\frac{h D_i}{k} = 0.74 \times (N'_{Re})^{2/3} (N_{Pr})^{2/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0.14} \quad (4-13-1)$$

با جایگذاری و حل معادله نسبت به h داریم:

$$\frac{h \times 1/8}{0.173} = 0.74 \times (596)^{2/3} (14450)^{2/3} \left(\frac{1000}{84}\right)^{0.14}$$

$$h = 170/6 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \quad (30 \text{ btu/h.ft}^2 \cdot \text{°F})$$

رابطه‌ای برای پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت یک سیال غیرنیوتنی Power-law در یک ظرف دو جداره با همزن توربینی در مراجع دیگر نیز داده شده است (C6).

۳- ظرف با لوله‌های مارپیچ: در شکل ۴-۱۳-۱b یک ظرف همزن‌دار با یک لوله مارپیچ گرم‌کننده یا سردکننده نشان داده شده است. روابط ضریب انتقال حرارت در سطح خارجی لوله‌های مارپیچ در ظرف همزن‌دار برای انواع همزن‌ها در زیر لیست شده است. برای یک همزن پارویی بدون بافل (C5):

$$\frac{h D_i}{k} = 0.87 \left(\frac{D_a^2 N \rho}{\mu}\right)^{0.62} \left(\frac{c_p \mu}{k}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0.14} \quad (4-13-2)$$

این رابطه برای اعداد رینولدز بین ۳۰۰ تا 4×10^5 صدق می‌کند.

برای یک همزن توربینی بافل دار با تیغه‌های صاف، مرجع (O1) را ببینید.

وقتی لوله مارپیچ گرم یا سردکننده به شکل لوله‌های عمودی بافل دار همراه با همزن توربینی با تیغه‌های صاف باشد، از رابطه زیر می‌توان استفاده نمود (D1).

$$\frac{h D_o}{k} = 0.09 \left(\frac{D_a^2 N \rho}{\mu}\right)^{0.65} \left(\frac{c_p \mu}{k}\right)^{1/3} \left(\frac{D_a}{D_i}\right)^{1/3} \left(\frac{2}{n_b}\right)^{0.2} \left(\frac{\mu}{\mu_f}\right)^{0.4} \quad (4-13-3)$$

که D_o قطر خارجی لوله‌های مارپیچ برحسب متر، n_b تعداد لوله‌های عمودی بافل دار و μ_f ویسکوزیته در دمای میانگین فیلمی می‌باشد.

Perry و Green نمونه‌ای از مقادیر ضریب کلی انتقال حرارت را برای مارپیچ‌های غرق شده در

مایعات مختلف در ظروف همزن‌دار و بدون همزن ارائه کرده‌اند (P3).

۴-۱۳B مبدلهای حرارتی مجهز به تیغه‌های جاروب‌کننده سطح داخلی

سوسپانسیونهای مایع - جامد، محلولهای آبی و آلی ویسکوز و شمار زیادی از محصولات غذایی متفاوت مانند مارگارین و کنسانتره آب پرتقال، غالباً در نوعی از مبدل حرارتی که مجهز به تیغه‌های جاروب‌کننده سطح داخلی است گرم یا سرد می‌شوند. این وسیله عبارت از یک مبدل حرارتی دولوله‌ای است که در جدار خارجی بخار یا مایع سردکننده در جریان است و محور داخلی دارای حرکت چرخشی است و تیغه‌های جاروب‌کننده مطابق شکل ۲-۱۳-۴ روی محور ثابت شده‌اند.

محصول که مایع ویسکوز است با سرعت کم در لوله داخلی بین محور دوار و دیواره لوله داخلی جریان می‌یابد. تیغه‌های متحرک یا تیغه‌های جاروب‌کننده به طور مداوم سطح مایع را جاروب می‌کنند و از گرم شدن بیش از حد محصول و تبادل گرمایی سریع جلوگیری می‌کنند. این وسیله در بعضی موارد مبدل حرارتی votator نیز نامیده می‌شود.

Skelland و همکارانش (S4) معادله زیر را برای تعیین ضریب انتقال حرارت داخلی votator ارائه

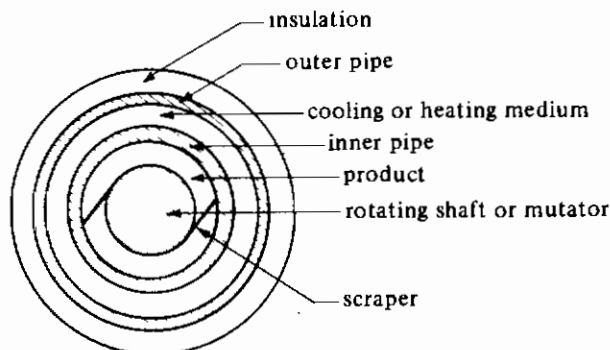
کرده‌اند.

$$\frac{hD}{k} = \alpha \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{\beta} \left(\frac{(D - D_s) v \rho}{\mu} \right)^{1.0} \left(\frac{DN}{v} \right)^{0.62} \left(\frac{D_s}{D} \right)^{0.55} (n_B)^{0.53} \quad (4-13-4)$$

برای مایعهای ویسکوز $\alpha = 0.14$ و $\beta = 0.96$

برای مایعهای غیرویسکوز $\alpha = 0.39$ و $\beta = 0.70$

که D قطر ظرف برحسب متر، D_s قطر محور دوار برحسب متر، v سرعت محوری مایع برحسب متر بر ثانیه، N سرعت همزن برحسب دور بر ثانیه و n_B تعداد تیغه‌های همزن است. براساس داده‌های تجربی محدوده سرعت محوری جریان از 0.076 m/min تا 0.38 m/min و سرعت چرخشی از 100 تا 1750 rpm است.



شکل ۲-۱۳-۴. مبدل حرارتی با تیغه‌های جاروب‌کننده سطح داخلی

نمونه‌هایی از ضرایب کلی انتقال حرارت در کاربردهای غذایی به این صورت هستند (B6):

$$U = 1700 \text{ W/m}^2\cdot\text{K} \quad (300 \text{ btu/h}\cdot\text{ft}^2\cdot^\circ\text{F})$$

برای مارگارین سرد شده با آمونیاک

$$U = 2270 \text{ W/m}^2\cdot\text{K} \quad (400 \text{ btu/h}\cdot\text{ft}^2\cdot^\circ\text{F})$$

برای سس سیب گرم شده با بخار آب

$$U = 1420 \text{ W/m}^2\cdot\text{K} \quad (250 \text{ btu/h}\cdot\text{ft}^2\cdot^\circ\text{F})$$

برای چربیهای سرد شده با آمونیاک

$$U = 2270 \text{ W/m}^2\cdot\text{K} \quad (400 \text{ btu/h}\cdot\text{ft}^2\cdot^\circ\text{F})$$

برای سرد کردن خامه با آب

۱۳-۴ مبدل‌های با سطح گسترش یافته یا پرده‌دار

۱- مقدمه: کاربرد پرده‌ها^(۱) یا سطوح گسترش یافته روی سطح خارجی لوله یک مبدل حرارتی برای بالا بردن ضرایب انتقال حرارت یک امر معمول است. یک رادیاتور اتومبیل چنین وسیله‌ای است که در آنجا آب داغ از داخل یک دسته لوله عبور می‌کند و گرمای خود را به هوا می‌دهد. روی سطح خارجی لوله‌ها سطوح گسترش یافته گرما را از دیواره لوله‌ها دریافت می‌کنند و به طریق جابه‌جایی اجباری به هوا می‌دهند.

دو نوع معمول از پرده‌های وصل شده به دیواره خارجی لوله در شکل ۳-۱۳-۴ نشان داده شده است. در شکل ۳-۱۳-۴ تعدادی پرده طولی دور لوله نصب شده‌اند و مسیر جریان گاز موازی با محور لوله است. در شکل ۳-۱۳-۴ب گاز عمود بر لوله‌ها جریان دارد و لوله‌ها دارای تعداد زیادی پرده‌های مدور می‌باشند.

اثر کیفی استفاده از سطوح گسترش یافته را می‌توان به طور تقریبی در معادله (۴-۱۳-۵) برای سیالی که در داخل یک لوله جریان دارد و ضریب انتقال حرارت داخلی آن h_i و ضریب انتقال حرارت خارجی آن h_o می‌باشد، نشان داد:

$$\frac{1}{U_i A_i} = \sum R \approx \frac{1}{h_i A_i} + R_{\text{metal}} + \frac{1}{h_o A_o} \quad (4-13-5)$$

اغلب می‌توان از مقاومت دیواره R_{metal} صرف نظر کرد. وجود پرده‌ها روی سطح خارجی A_o را افزایش داده و در نتیجه مقاومت $\frac{1}{h_o A_o}$ سیال خارج لوله را کاهش می‌دهد. به عنوان مثال، اگر برای بخار در حال چگالش ضریب انتقال حرارت h_i باشد، که مقدار آن بسیار بزرگ است، و ضریب هوای خارج لوله h_o باشد، که خیلی کوچک است، افزایش A_o مقدار $\frac{1}{h_o A_o}$ را کاهش می‌دهد. این به نوبه خود باعث کاهش

مقدار کلی مقاومت می‌شود که در نتیجه نرخ انتقال حرارت را افزایش می‌دهد. اگر موقعیت دو سیال عوض شود یعنی هوا در داخل لوله و بخار در خارج آن قرار گیرد، استفاده از پره‌ها مقدار کمی انتقال حرارت را افزایش خواهد داد.

معادله (۴-۱۳-۵) فقط یک تقریب است، چون دمای سطح خارجی لوله بدون پره به دلیل مقاومت اضافه شده در برابر جریان گرما یعنی هدایت از نوک پره تا انتهای آن، با دمای انتهای پره برابر نیست. بنابراین یک واحد سطح از پره به اندازه یک واحد سطح از لوله در محل اتصال به پره، بازده گرمایی ندارد. بازده پره η_f به طور ریاضی براساس شکل هندسی آن به دست می‌آید.

۲- به دست آوردن معادله بازده پره: مطابق شکل (۴-۱۳-۴) پره‌ای یک بعدی که در محیط سیالی به دمای T_∞ قرار گرفته است را در نظر بگیرید. در پایه پره دما T_0 و در نقطه x دما T است. در حالت پایدار نرخ گرمای هدایت شده به داخل المان در فاصله x برابر با $q_x|x$ می‌باشد که برابر با نرخ گرمای هدایت شده به خارج از المان بعلاوه نرخ گرمای تلف شده به طریق جابه‌جایی است.

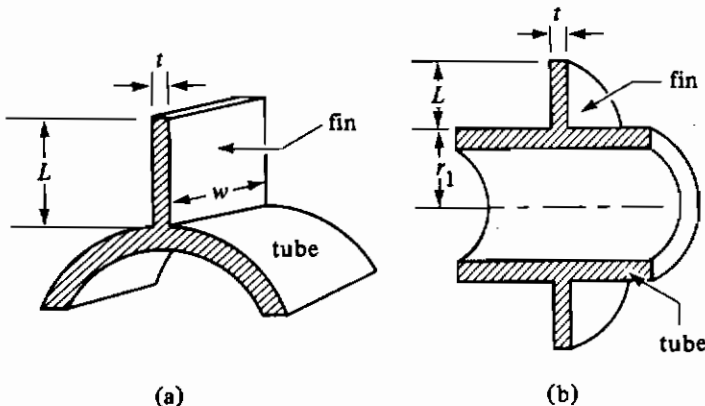
$$q_x|x = q_x|x + \Delta x + q_c \quad (4-13-6)$$

با جایگذاری معادله فوریه برای هدایت و همچنین معادله جابه‌جایی در رابطه فوق، خواهیم داشت:

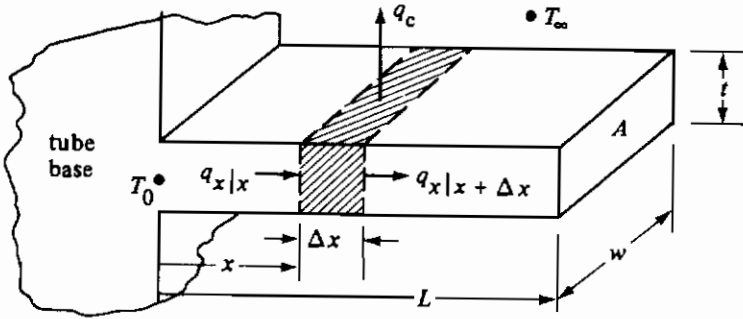
$$-kA \left. \frac{dT}{dx} \right|_x = -kA \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x+\Delta x} + h(P \Delta x)(T - T_\infty) \quad (4-13-7)$$

که در آن A سطح مقطع پره بر حسب متر مربع، P محیط پره بر حسب متر و $(P \Delta x)$ سطح مربوط به جابه‌جایی است. با مرتب‌کردن معادله (۴-۱۳-۷) و تقسیم آن بر Δx و میل دادن Δx به سمت صفر داریم:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA}(T - T_\infty) = 0 \quad (4-13-8)$$



شکل ۴-۱۳-۳. دونوع معمول از پره‌ها روی برشی از لوله مدور: (a) پره طولی (b) پره مدور یا عمود بر محور جریان



شکل ۴-۱۳-۴. موازنه گرمایی برای هدایت و جابه‌جایی یک بعدی در یک پره مستطیلی با سطح مقطع ثابت

که با فرض $\theta = T - T_\infty$ معادله (۴-۱۳-۸) بدین صورت تبدیل می‌شود:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} = \frac{hP}{kA} \theta = 0 \quad (4-13-9)$$

اولین شرط مرزی این است که در $x = 0$ داریم: $\theta = \theta_0 = T_0 - T_\infty$. با انتگرال‌گیری از معادله (۴-۱۳-۹) شرط مرزی دوم نیز مورد نیاز خواهد بود که بسته به شرایط فیزیکی در $x = L$ حالت‌های مختلفی برای آن می‌توان در نظر گرفت. در اولین حالت، انتهای پره عایق‌بندی شده است که در نتیجه در $x = L$ داریم: $d\theta/dx = 0$. در حالت دوم، گرما به طریق جابه‌جایی از نوک پره تلف می‌شود، به طوری که $-k(dT/dx)_L = h(T_L - T_\infty)$ است. حل مسأله در حالت دوم بسیار پیچیده است و در اینجا بررسی نخواهد شد. با استفاده از حالت اول که در آن نوک پره عایق‌بندی است، با انتگرال‌گیری از معادله (۴-۱۳-۹) داریم:

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\cosh [m(L-x)]}{\cosh mL} \quad (4-13-10)$$

که در این معادله $m = (hP/kA)^{1/2}$ است.

گرمای تلف شده از پره توسط معادله زیر نشان داده می‌شود:

$$q = -kA \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} \quad (4-13-11)$$

با دیفرانسیل‌گیری از معادله (۴-۱۳-۱۰) نسبت به x و ترکیب آن با معادله (۴-۱۳-۱۱) داریم:

$$q = (hPkA)^{1/2} (T_0 - T_\infty) \tanh mL \quad (4-13-12)$$

در یک پره واقعی همانطور که به نوک پره نزدیک می‌شویم دمای T کاهش می‌یابد. بنابراین با افزایش فاصله از پایه پره، نرخ انتقال حرارت به ازای واحد سطح کاهش می‌یابد. برای نشان دادن این اثر پره در انتقال حرارت، بازده پره η_f تعریف می‌شود که عبارت است از نسبت گرمای انتقال یافته از پره در حالت واقعی به گرمای انتقال یافته از پره در حالتی که تمام پره در دمای پایه آن یعنی T_0 باشد.

$$\eta_f = \frac{(hPkA)^{1/2}(T_0 - T_\infty) \tanh mL}{h(PL)(T_0 - T_\infty)} = \frac{\tanh mL}{mL} \quad (4-13-13)$$

که PL کل سطح مفید پره است.

رابطه مربوط به mL به صورت زیر است:

$$mL = \left(\frac{hP}{kA}\right)^{1/2} L = \left[\frac{h(2w + 2t)}{k(wt)}\right]^{1/2} L \quad (4-13-14)$$

برای پره‌های نازک $2t$ در مقابل $2w$ بسیار کوچک است و در نتیجه داریم:

$$mL = \left(\frac{2h}{kt}\right)^{1/2} L \quad (4-13-15)$$

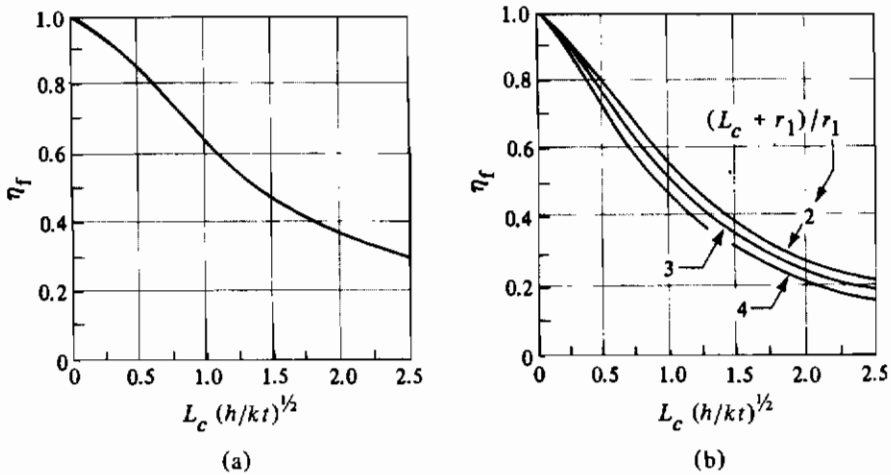
معادله (4-13-15) برای پره‌ای با نوک عایق‌بندی شده نیز صادق است. این معادله را می‌توان برای حالتی که گرما از نوک پره خارج می‌شود اصلاح کرد و مورد استفاده قرار داد. این اصلاح به صورت اضافه کردن طول پره تا مقدار $l/2$ است که در این حالت طول تصحیح شده (L_c) در معادلات (4-13-13) تا (4-13-15) باید مورد استفاده قرار گیرد و این طول به صورت زیر است:

$$L_c = L + \frac{l}{2} \quad (4-13-16)$$

بازده محاسبه شده از معادله (4-13-13) برای یک پره صاف در شکل (4-13-5a) نشان داده شده است. در شکل (4-13-5b) نیز بازده یک پره مدور ارائه شده است. توجه داشته باشید که محور افقی در نمودارهای 4-13-5 عبارت $L_c(h/kt)^{1/2}$ است و مانند معادله (4-13-15) عبارت $L_c(2h/kt)^{1/2}$ نمی‌باشد.

مثال 4-13-2 بازده پره و تلفات گرما از آن

پره مدور آلومینیومی مانند شکل 4-13-3b ($k = 222 \text{ W/m.K}$) به یک لوله مسی با شعاع خارجی 0.04 متر متصل شده است. طول پره 0.04 متر و ضخامت آن 2 میلی متر است. دمای دیواره خارجی لوله یا پایه پره $523/2 \text{ K}$ می‌باشد. هوای محیط بیرون در دمای $343/2 \text{ K}$ و ضریب جابه‌جایی هوا $30 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ است. بازده پره و نرخ گرمای تلف شده از پره را محاسبه کنید.



شکل ۴-۱۳-۵. راندمان پره برای پره‌های مختلف (a) پره‌های طولی و مستقیم (b) پره‌های مدور (برای مشخص شدن ابعاد پره‌ها به شکل ۴-۱۳-۳ مراجعه کنید).

حل: داده‌های معلوم مسأله عبارتند از:

$$r_1 = 0/04 \text{ m}, \quad t = 0/002 \text{ m}, \quad k = 222 \text{ W/m.K}, \quad h = 30 \text{ W/m}^2\text{.K}$$

$$T_0 = 523/2 \text{ K}, \quad T_\infty = 343/2 \text{ K}, \quad L = 0/04 \text{ m}$$

همچنین بر اساس معادله (۴-۱۳-۱۶) داریم:

$$L_c = L + t/2 = 0/040 + \frac{0/002}{2} = 0/041 \text{ m}$$

بنابراین:

$$L_c \left(\frac{h}{kt} \right)^{1/2} = 0/041 \times \left[\frac{30}{222 \times 0/002} \right]^{1/2} = 0/337$$

همچنین، $\frac{(L_c + r_1)}{r_1} = \frac{(0/041 + 0/040)}{0/040} = 2/025$ ، با استفاده از شکل (۴-۱۳-۵b)، $\eta_f = 0/89$ به دست می‌آید. انتقال حرارت از خود پره از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$q_f = \eta_f h A_f (T_0 - T_\infty) \quad (4-13-17)$$

که A_f سطح مفید خارجی (ناحیه حلقوی) پره می‌باشد و توسط روابط زیر برای هر دو طرف پره به دست می‌آید.

$$A_f = 2\pi [(L_c + r_1)^2 - r_1^2] \quad \text{پره شعاعی} \quad (4-13-18)$$

$$A_f = 2\pi (L_c \times w) \quad \text{پره طولی}$$

بنابراین،

$$A_f = 2\pi [(0/041 + 0/040)^2 - 0/040^2] = 3/118 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

با جایگذاری در معادله (4-13-17) داریم:

$$q_f = 0/89 \times 30 \times (3/118 \times 10^{-2}) (523/2 - 343/2) = 149/9 \text{ W}$$

۳- ضریب کلی انتقال حرارت لوله‌های پره‌دار: در اینجا یک حالت کلی مانند شکل 4-13-3b را بررسی می‌کنیم که در آن گرما از سیال داخل استوانه یا لوله به دیواره فلزی استوانه A به ضخامت Δx_A رسیده و سپس به سیال خارج لوله منتقل می‌شود که لوله دارای پره‌هایی در سطح خارجی خود می‌باشد. گرما از طریق یک سری مقاومت انتقال می‌یابد. کل گرمای خروجی از سطح بیرونی لوله برابر با مجموع تلفات گرمایی به طریق جابه‌جایی از بدنه لوله (q_t) و اتلاف گرما به طریق جابه‌جایی از پره‌ها (q_f) می‌باشد.

$$q = q_t + q_f = h_o A_i (T_0 - T_\infty) + h_o A_f \eta_f (T_0 - T_\infty) \quad (4-13-19)$$

این معادله را به علت این‌که مسیرها موازی هستند، می‌توان برحسب مقاومت هم نوشت.

$$q = (h_o A_i + h_o A_f \eta_f) (T_0 - T_\infty) = \frac{T_0 - T_\infty}{\frac{1}{h_o(A_i + A_f \eta_f)}} = \frac{T_0 - T_\infty}{R} \quad (4-13-20)$$

که در این معادله، A_i سطح لوله در فواصل بین پره‌ها، A_f سطح پره‌ها و h_o ضریب جابه‌جایی خارج لوله می‌باشد. برای به دست آوردن معادله کلی یک لوله پره‌دار مبدل حرارتی می‌توان مقاومت $\frac{1}{h_o A_o}$ در معادله (4-13-15) را با مقاومت ارائه شده در معادله (4-13-20) جایگزین کرد.

$$q = \frac{T_4 - T_1}{1/h_i A_i + \Delta x_A/k_A A_{A1m} + 1/h_o(A_i + A_f \eta_f)} = \frac{T_4 - T_1}{\sum R} \quad (4-13-21)$$

که در این جا T_4 دمای سیال داخل لوله و T_1 دمای سیال خارج از لوله است. بنا نوشتن معادله (4-13-21) به شکل ضریب کلی انتقال حرارت U_i براساس سطح داخلی A_i داریم: $q = U_i A_i (T_4 - T_1)$ که در این رابطه:

$$U_i = \frac{1}{1/h_i + \Delta x_A A_i/k_A A_{A1m} + A_i/h_o(A_i + A_f \eta_f)} \quad (4-13-22)$$

وجود پره‌ها در خارج لوله، مشخصات سیالی که در لوله جریان دارد را تغییر می‌دهد. (چه جریان به صورت موازی با پره صاف باشد، چه جریان عمود بر پره مدور باشد). بنابراین روابط جریان سیال به صورت موازی یا عمود بر لوله بدون پره را نمی‌توان برای پیش‌بینی ضریب جابه‌جایی محیط خارج h_o به کار برد. روابط دیگری در مراجع برای انتقال حرارت در انواع پره‌ها موجود هستند (P3, P1, M1, K4).

۴-۱۴ آنالیز ابعادی در انتقال حرارت

۴-۱۴A مقدمه

همان‌طور که دیدیم در بسیاری از معادلات انتقال حرارت و جریان سیال، تعداد زیادی از گروه‌های بدون بعد مانند عدد رینولدز و عدد پراتل ظاهر می‌شوند. آنالیز ابعادی اغلب برای مجتمع کردن متغیرهای یک پدیده فیزیکی در یک عبارت یا گروه بدون بعد مورد استفاده قرار می‌گیرد. این گروه‌های بدون بعد در همبسته^(۱) کردن اطلاعات آزمایشگاهی بسیار مفید هستند.

یک روش مهم برای به دست آوردن این گروه‌های بدون بعد استفاده از آنالیز ابعادی معادلات دیفرانسیل تشریح شده در بخش ۱۱-۳ است. روش مفید دیگر، روش باکینگهام است که در آن ابتدا متغیرهای مؤثر در یک پدیده فیزیکی خاص را فهرست می‌کنیم. سپس تعداد گروه‌های بدون بعدی که از ترکیب متغیرها به دست می‌آیند را تعیین می‌کنیم.

۴-۱۴B روش باکینگهام

۱- انتقال حرارت در داخل یک لوله: قضیه باکینگهام که در بخش ۱۱-۳ ارائه شد، بیانگر این است که رابطه تابعی بین تعداد q کمیت یا متغیر که واحدهای آنها ممکن است بر حسب u بعد اساسی بیان شود را می‌توان به صورت $(q - u)$ گروه بدون بعد نوشت.

به عنوان مثال دیگری از کاربرد این روش، فرض می‌کنیم که سیالی با جریان مغشوش و سرعت v در داخل لوله‌ای به قطر D جریان دارد و دیواره لوله نیز گرم می‌شود. می‌خواهیم گروه‌های بدون بعدی را مشخص کنیم که ضریب انتقال حرارت h را به متغیرهای D , ρ , μ , c_p , k و v ارتباط دهد. تعداد کل متغیرها $q = 7$ می‌باشد.

تعداد واحدها یا ابعاد اصلی $u = 4$ می‌باشد که عبارتند از جرم M ، طول L ، زمان t و دما T .

واحدهای متغیرها بر حسب این واحدهای اصلی به صورت زیر هستند:

$$h = \frac{M}{t^3 T} \quad D = L \quad \rho = \frac{M}{L^3} \quad \mu = \frac{M}{L t} \quad c_p = \frac{L^2}{t^2 T} \quad k = \frac{M L}{t^3 T} \quad v = \frac{T}{t}$$

بنابراین تعداد گروههای بدون بعد یا π ها برابر با $4 - 7$ یا 3 است. پس داریم:

$$\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3) \quad (4-14-1)$$

چهار متغیر D, k, μ و ν که در همه گروههای بدون بعد مشترک هستند را انتخاب می‌کنیم. سپس سه گروه بدون بعد اینگونه به دست می‌آیند:

$$\pi_1 = D^a k^b \mu^c \nu^d \rho \quad (4-14-2)$$

$$\pi_2 = D^e k^f \mu^g \nu^h c_p \quad (4-14-3)$$

$$\pi_3 = D^i k^j \mu^k \nu^l h \quad (4-14-4)$$

برای π_1 با جایگذاری ابعاد واقعی داریم:

$$M^0 L^0 t^0 T^0 = 1 = L^a \left(\frac{ML}{t^2 T}\right)^b \left(\frac{M}{LT}\right)^c \left(\frac{L}{T}\right)^d \left(\frac{M}{L^3}\right) \quad (4-14-5)$$

با جمع کردن همه توانها با هم داریم:

$$(L) \quad 0 = a + b - c + d - 3$$

$$(M) \quad 0 = b + c + 1 \quad (4-14-6)$$

$$(t) \quad 0 = -3b - c - d$$

$$(T) \quad 0 = -b$$

با حل کردن این معادلات به طور همزمان $a = 1, b = 0, c = -1$ و $d = 1$ به دست می‌آیند.

با جایگزین کردن این مقادیر در معادله (4-14-2) داریم:

$$\pi_1 = \frac{D\nu\rho}{\mu} = N_{Re} \quad (4-14-7)$$

با تکرار این عمل برای π_2 و π_3 و جایگذاری ابعاد واقعی داریم:

$$\pi_2 = \frac{c_p \mu}{k} = N_{Pr} \quad (4-14-8)$$

$$\pi_3 = \frac{hD}{k} = N_{Nu} \quad (4-14-9)$$

با جایگذاری π_1, π_2 و π_3 در معادله (4-14-1) و مرتب کردن آن داریم:

$$\frac{hD}{k} = f\left(\frac{D\nu\rho}{\mu}, \frac{c_p \mu}{k}\right) \quad (4-14-10)$$

این معادله به شکل معادله آشنای انتقال حرارت در داخل لوله‌هاست (معادله (4-5-8)).

این نوع تجزیه و تحلیل در تعیین روابط تجربی از داده‌های انتقال حرارت مفید است. اما اهمیت

هر گروه بدون بعد باید توسط آزمایش مشخص شود (M1, B1).

۲- انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد خارج از یک سطح صاف عمودی: در حالت انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی از یک دیواره صاف عمودی به طول L به سیال مجاور آن، در مقایسه با حالت جابه‌جایی اجباری داخل یک لوله، گروه‌های بدون بعد متفاوتی نقش دارند زیرا در حالت جابه‌جایی آزاد سرعت یک متغیر است. نیروی شناوری ناشی از اختلاف دانسیته بین سیال سرد و گرم باید یک عامل مهم محسوب شود. همچنانکه در معادلات (۴-۷-۱) و (۴-۷-۲) مشاهده شد، نیروی شناوری به متغیرهای β ، g ، ρ و ΔT بستگی دارد. بنابراین، فهرست متغیرهایی که باید در نظر گرفته شوند و واحدهای اصلی آنها عبارتند از:

$$L = L \quad \rho = \frac{M}{L^3} \quad \mu = \frac{M}{L t} \quad c_p = \frac{L^2}{t^2 T} \quad \beta = \frac{1}{T}$$

$$g = \frac{L}{t^2} \quad \Delta T = T \quad h = \frac{M}{t^2 T} \quad k = \frac{M L}{t^3 T}$$

تعداد متغیرها $q = 9$ می‌باشد. چون $u = 4$ است بنابراین تعداد گروه‌های بدون بعد یا π ها $9 - 4 = 5$ می‌باشد. پس $\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5)$ می‌باشد.

چهار متغیر L ، μ ، k و g را که در همه گروه‌های بدون بعد مشترک هستند انتخاب می‌کنیم.

$$\pi_1 = L^a \mu^b k^c g^d \rho \quad \pi_2 = L^e \mu^f k^g g^h c_p \quad \pi_3 = L^i \mu^j k^k g^l \beta$$

$$\pi_4 = L^m \mu^n k^o g^p \Delta T \quad \pi_5 = L^q \mu^r k^s g^t h$$

برای π_1 ابعاد را جایگزین می‌کنیم:

$$1 = L^a \left(\frac{M}{L t}\right)^b \left(\frac{M L}{t^3 T}\right)^c \left(\frac{L}{t^2}\right)^d \left(\frac{M}{L^3}\right) \quad (4-14-11)$$

با حل کردن معادلات مانند قبل، توانها به این صورت به دست می‌آید: $a = \frac{3}{4}$ ، $b = -1$ ، $c = 0$ و $d = \frac{1}{4}$. سپس π_1 به صورت زیر تبدیل می‌گردد:

$$\pi_1 = \frac{L^{3/2} \rho g^{1/2}}{\mu} \quad (4-14-12)$$

برای حذف توانهای کسری دو طرف رابطه را توان ۲ می‌رسانیم:

$$\pi_1 = \frac{L^3 \rho^2 g}{\mu^2} \quad (4-14-13)$$

با تکرار این عمل برای هر کدام از π های دیگر داریم:

$$\pi_1 = \frac{L^3 \rho^2 g}{\mu^2} \quad \pi_2 = \frac{c_p \mu}{k} = N_{Pr} \quad \pi_3 = \frac{L \mu g \beta}{k}$$

$$\pi_4 = \frac{k \Delta T}{L \mu g} \quad \pi_5 = \frac{h L}{k} = N_{Nu}$$

با ترکیب کردن گروه‌های بدون بعد π_1 و π_2 و π_3 داریم:

$$\pi_1 \pi_2 \pi_3 = \frac{L^3 \rho^2 g}{\mu^2} \frac{L \mu g \beta}{k} \frac{k \Delta T}{L \mu g} = \frac{L^3 \rho^2 g \beta \Delta T}{\mu^2} = N_{Gr} \quad (۴-۱۴-۱۴)$$

معادله (۴-۱۴-۱۴) همان گروه بدون بعد گرافشاف است که در معادله (۴-۷-۴) ارائه شد. بنابراین:

$$N_{Nu} = f(N_{Gr}, N_{Pr}) \quad (۴-۱۴-۱۵)$$

۴-۱۵ روش‌های عددی برای هدایت پایدار دو بعدی

۴-۱۵A معادله تحلیلی هدایت

در بخش ۴-۴ روش‌هایی را برای حل مسائل هدایت حرارت در دو بعد با استفاده از روش‌های ترسیمی و ضرایب شکل بررسی کردیم. در این بخش به روش‌های تحلیلی و عددی خواهیم پرداخت. معادله هدایت در جهت x به صورت زیر است:

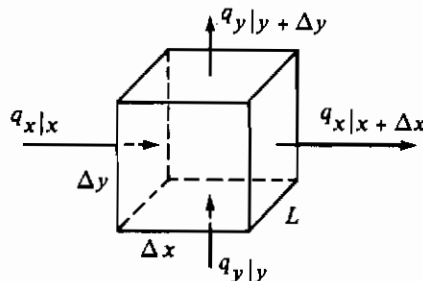
$$q_x = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (۴-۱۵-۱)$$

اکنون معادله‌ای برای هدایت پایدار در دو جهت x و y به دست می‌آوریم. با مراجعه به شکل ۴-۱۵-۱، یک مکعب مستطیل به ابعاد Δx در Δy در L نشان داده شده است. تمام گرمای ورودی به مکعب مستطیل برابر گرمای خروجی از آن است.

$$q_{x|x} + q_{y|y} = q_{x|x+\Delta x} + q_{y|y+\Delta y} \quad (۴-۱۵-۲)$$

اکنون، از معادله (۴-۱۵-۱) داریم:

$$q_{x|x} = -k(\Delta y L) \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_x \quad (۴-۱۵-۳)$$



شکل ۴-۱۵-۱. هدایت پایدار در دو بعد

با نوشتن معادلات مشابه برای سه جمله دیگر و جایگزین کردن آنها در معادله (۲-۱۵-۴) داریم:

$$-k(\Delta y L) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_x - k(\Delta x L) \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_y = -k(\Delta y L) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+\Delta x} - k(\Delta x L) \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y+\Delta y} \quad (۴-۱۵-۴)$$

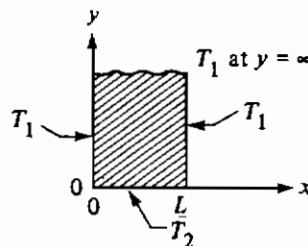
با تقسیم کردن طرفین رابطه بر $\Delta x \Delta y L$ و میل دادن Δx و Δy به سمت صفر معادله نهایی برای هدایت پایدار دو بُعدی به دست می آید:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (۴-۱۵-۵)$$

این رابطه، معادله لاپلاس نام دارد. چند روش تحلیلی برای حل این معادله موجود است. در روش جداسازی متغیرها، جواب نهایی به صورت سری نامتناهی فوریه به دست می آید ($H1, G2, K1$). حالت نشان داده شده در شکل ۲-۱۵-۴ را در نظر می گیریم. این شکل، جامد نیمه متناهی^(۱) نامیده می شود چون یکی از ابعاد آن ∞ است. دو مرز دیگر در $x = 0$ و $x = L$ در دمای مطلق T_1 ثابت نگهداشته می شوند. مرز $y = 0$ در دمای مطلق T_2 ثابت نگهداشته می شود و در $y = \infty$ دما $T = T_1$ است. پاسخی که T را به مختصات x و y مربوط می سازد، عبارت است از:

$$\frac{T - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{4}{\pi} \left[\frac{1}{1} e^{-(\pi/L)y} \sin \frac{1\pi x}{L} + \frac{1}{3} e^{-(3\pi/L)y} \sin \frac{3\pi x}{L} + \dots \right] \quad (۴-۱۵-۶)$$

روشهای تحلیلی دیگری نیز در دسترس هستند و در بسیاری از مراجع مورد بحث قرار گرفته اند ($K1, G2, H1, C2$). تعداد زیادی از پاسخهای تحلیلی نیز در مراجع آورده شده اند. اما نمونه های زیادی از موارد عملی وجود دارد که در آنها شکل هندسی و شرایط مرزی پیچیده تر از آن است که بتوان برای آن پاسخ به دست آورد. بنابراین در این موارد روشهای عددی تفاضل محدود مورد استفاده قرار می گیرند که در بخش بعدی راجع به آنها بحث شده است.



شکل ۲-۱۵-۴. هدایت پایدار در دو بُعد در یک صفحه نیمه بینهایت

۴-۱۵B روشهای عددی تفاضل محدود

۱- به دست آوردن معادلات: با ظهور رایانه‌های دیجیتالی سریع، حل بسیاری از مسائل پیچیده هدایت گرمایی دو بُعدی توسط روشهای عددی امکان پذیر شده است. برای به دست آوردن معادلات مربوطه، می‌توانیم از معادله دیفرانسیل جزئی (۴-۱۵-۵) شروع کنیم. با در نظر گرفتن تفاضل محدود $\partial^2 T / \partial x^2$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} &= \frac{\partial(\partial T / \partial x)}{\partial x} = \frac{\frac{T_{n+1,m} - T_{n,m}}{\Delta x} - \frac{T_{n,m} - T_{n-1,m}}{\Delta x}}{\Delta x} \\ &= \frac{T_{n+1,m} - 2T_{n,m} + T_{n-1,m}}{(\Delta x)^2} \end{aligned} \quad (4-15-7)$$

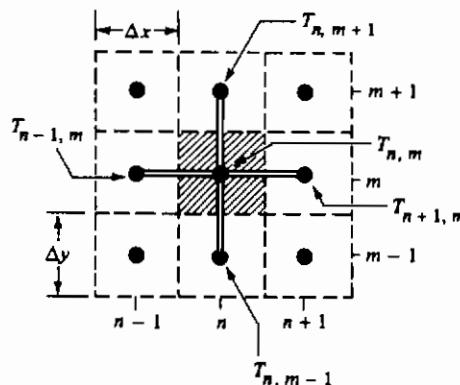
در این رابطه زیر نویس m نشان دهنده مقدار معلوم y و $(m+1)$ نشان دهنده مقدار $y + \Delta y$ است و زیر نویس n هم موقعیت T را روی محور x مشخص می‌کند. این حالت در شکل ۴-۱۵-۳ نشان داده شده است. سطح جامد دو بعدی به مربعاتی تقسیم می‌شود. جرم داخل هر مربع را در مرکز آن تصور می‌کنیم و این جرم تمرکز یافته را یک گره^(۱) می‌نامیم. فرض می‌کنیم که هر گره با گره‌های مجاور خود توسط میله‌های کوچکی ارتباط دارد که در شکل نشان داده شده است.

تفاضل محدود $\partial^2 T / \partial y^2$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T_{n,m+1} - 2T_{n,m} + T_{n,m-1}}{(\Delta y)^2} \quad (4-15-8)$$

با جایگذاری معادلات (۴-۱۵-۷) و (۴-۱۵-۸) در معادله (۴-۱۵-۵) و قرار دادن $\Delta x = \Delta y$ خواهیم داشت:

$$T_{n,m+1} + T_{n,m-1} + T_{n+1,m} + T_{n-1,m} - 4T_{n,m} = 0 \quad (4-15-9)$$



شکل ۴-۱۵-۳. دماها و آرایش گره‌ها در هدایت گرمایی پایدار دو بُعدی

این معادله بیان می‌کند که جریان گرمایی خالص به هر نقطه یا گره در حالت پایدار صفر می‌باشد. سطح هاشور خورده در شکل ۳-۱۵-۴ نشان دهنده ناحیه‌ای است که روی آن موازنه گرمایی نوشته شده است. به طریق دیگر، معادله (۴-۱۵-۹) را می‌توان با نوشتن موازنه گرمایی روی این ناحیه هاشورخورده به دست آورد. کل گرمای ورودی به ازای واحد ضخامت عبارت است از:

$$\frac{k \Delta y}{\Delta x} (T_{n-1,m} - T_{n,m}) + \frac{k \Delta y}{\Delta x} (T_{n+1,m} - T_{n,m}) \\ + \frac{k \Delta x}{\Delta y} (T_{n,m+1} - T_{n,m}) + \frac{k \Delta x}{\Delta y} (T_{n,m-1} - T_{n,m}) = 0 \quad (4-15-10)$$

با مرتب کردن این رابطه، معادله (۴-۱۵-۹) به دست می‌آید. در شکل ۳-۱۵-۴ میله‌های ارتباطی گره‌ها مانند میله‌های فرضی هدایت‌کننده گرما عمل می‌کنند.

برای استفاده از روش عددی، معادله (۴-۱۵-۹) برای هر گره نوشته می‌شود. بنابراین، برای N گره نامعلوم، N معادله جبری خطی باید نوشته شود و دستگاه معادلات برای به دست آوردن دمای گره‌های مختلف حل شود. برای حل دستی با چند گره، روش تکرار را می‌توان برای حل دستگاه معادلات به کار برد.

۲- روش حل تکرار: در روش تکرار، طرف راست معادله (۴-۱۵-۹) با یک مقدار باقیمانده $\bar{q}_{n,m}$ برابر قرار داده می‌شود.

$$\bar{q}_{n,m} = T_{n-1,m} + T_{n+1,m} + T_{n,m+1} + T_{n,m-1} - 4T_{n,m} \quad (4-15-11)$$

چون در حالت پایدار $\bar{q}_{n,m} = 0$ است، با حل معادله نسبت به $T_{n,m}$ ، در معادلات (۴-۱۵-۱۱) یا (۴-۱۵-۹) داریم:

$$T_{n,m} = \frac{T_{n-1,m} + T_{n+1,m} + T_{n,m+1} + T_{n,m-1}}{4} \quad (4-15-12)$$

معادلات (۴-۱۵-۱۱) و (۴-۱۵-۱۲) معادلات نهایی هستند. کاربرد آنها در مثال زیر مشخص می‌شود.

مثال ۳-۱۵-۱ هدایت پایدار در دو جهت

شکا ۴-۱۵-۴ مقطعی از یک محفظه توخالی مکعبی شکل را نشان می‌دهد. ابعاد داخلی $4 \times 2 \text{ m}$ و ابعاد خارجی $8 \times 8 \text{ m}$ می‌باشد. طول محفظه 20 m است. دیواره‌های داخلی در دمای 600 K و دیواره خارجی در دمای 300 K ثابت نگهداشته شده‌اند. $k = 1/5 \text{ W/m.K}$ است. در شرایط پایدار اتلاف گرما به ازای واحد طول محفظه رابه دست آورید. از گره‌بندی

این مقدار جدید $T_{1,2}$ یعنی 425 K جایگزین مقدار قبلی آن یعنی 450 خواهد شد و برای محاسبه دمای گره‌های دیگر بکار خواهد رفت. سپس:

$$\bar{q}_{2,2} = T_{2,1} + T_{2,3} + T_{1,2} + T_{2,2} - 4T_{2,2}$$

$$= 300 + 600 + 425 + 400 - 4 \times 400 = 125$$

با قرار دادن $\bar{q}_{2,2}$ برابر با صفر و استفاده از معادله $(4-15-12)$ داریم:

$$T_{2,2} = \frac{T_{2,1} + T_{2,3} + T_{1,2} + T_{2,2}}{4} = \frac{300 + 600 + 425 + 400}{4} = 431$$

با ادامه دادن برای بقیه گره‌های داخلی داریم:

$$\bar{q}_{3,2} = 300 + 400 + 431 + 325 - 4 \times 400 = -144$$

با استفاده از معادله $(4-15-12)$ داریم: $T_{3,2} = 364$.

$$\bar{q}_{3,3} = 364 + 450 + 600 + 350 - 4 \times 400 = 164$$

$$T_{3,3} = 441$$

$$\bar{q}_{3,4} = 441 + 500 + 600 + 375 - 4 \times 450 = 116$$

$$T_{3,4} = 479$$

$$\bar{q}_{4,5} = 479 + 479 + 600 + 400 - 4 \times 500 = -42$$

$$T_{4,5} = 489$$

$$\bar{q}_{5,2} = 300 + 350 + 364 + 300 - 4 \times 325 = 14$$

$$T_{5,2} = 329$$

$$\bar{q}_{5,3} = 329 + 375 + 441 + 300 - 4 \times 350 = 45$$

$$T_{5,3} = 361$$

$$\bar{q}_{5,4} = 361 + 400 + 479 + 300 - 4 \times 375 = 40$$

$$T_{5,4} = 385$$

$$\bar{q}_{5,5} = 385 + 385 + 489 + 399 - 4 \times 400 = -41$$

$$T_{5,5} = 390$$

فرایندهای انتقال و عملیات واحدها

پس از یک بار جاروب کردن کل نقاط و گره‌ها می‌توانیم تقریب دوم را با استفاده از مقادیر جدید محاسبه شده شروع کنیم. می‌توانیم دوباره با $T_{1,2}$ شروع کنیم یا می‌توانیم گره‌ای را که بیشترین مقدار باقیمانده را دارد انتخاب کنیم. با شروع مجدد از $T_{1,2}$ داریم:

$$\bar{q}_{1,2} = 300 + 600 + 431 + 431 - 4 \times 425 = 62$$

$$T_{1,2} = 440$$

$$\bar{q}_{2,2} = 300 + 600 + 440 + 364 - 4 \times 431 = -20$$

$$T_{2,2} = 426$$

این محاسبه تا زمانی که مقدار باقیمانده به اندازه کافی کوچک شود ادامه پیدا می‌کند. مقادیر نهایی به صورت زیر هستند:

$$T_{1,2} = 441 \quad T_{2,2} = 432 \quad T_{3,2} = 384 \quad T_{3,3} = 461 \quad T_{3,4} = 485$$

$$T_{2,5} = 490 \quad T_{4,2} = 340 \quad T_{4,3} = 372 \quad T_{4,4} = 387 \quad T_{4,5} = 391$$

برای محاسبه کل گرمای تلف شده از محفظه به ازای واحد طول آن از شکل ۴-۱۵-۵ استفاده می‌کنیم. برای گره $T_{2,4}$ تا $T_{3,4}$ با $\Delta x = \Delta y$ و عمق ۱ m داریم:

$$q = \frac{k A \Delta T}{\Delta x} = \frac{k [\Delta x \times 1]}{\Delta x} (T_{2,4} - T_{3,4}) = k (T_{2,4} - T_{3,4}) \quad (4-15-13)$$

شار گرمایی گره $T_{2,5}$ تا $T_{3,5}$ و گره $T_{1,2}$ تا $T_{1,3}$ باید به دلیل تقارن در $\frac{1}{4}$ ضرب شود. کل گرمای هدایت شده مجموع پنج مسیر مربوط به $\frac{1}{4}$ از جسم است. برای چهار قسمت دیگر داریم:

$$q_1 = 4k \left[\frac{1}{4} (T_{1,3} - T_{1,2}) + (T_{2,3} - T_{2,2}) + (T_{2,3} - T_{3,3}) \right] \quad (4-15-14)$$

$$+ (T_{2,4} - T_{3,4}) + \frac{1}{4} (T_{2,5} - T_{3,5})$$

$$= 4 \times 1/5 \left[\frac{1}{4} (600 - 441) + (600 - 432) + (600 - 461) \right]$$

$$+ (600 - 485) + \frac{1}{4} (600 - 490)$$

$$= 3340 \text{ W} \quad \text{به ازای عمق یک متر}$$

همچنین کل گرمای هدایت شده را همان‌گونه که در شکل ۴-۱۵-۵ نشان داده شده است می‌توان با استفاده از گرمای خروجی از گره‌ها حساب کرد در این روش خواهیم داشت:

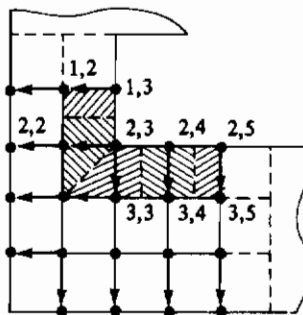
۳- مقدار میانگین به صورت زیر خواهد بود: $q_{II} = 3430 \text{ W}$

$$q_{av} = \frac{3340 + 3430}{2} = 3385 \text{ W} \text{ به ازای عمق یک متر}$$

اگر تعداد بیشتری گره داشتیم یعنی گره‌بندی را کوچکتر در نظر می‌گرفتیم حل دقیق‌تری به دست می‌آمد. با به کار بردن فاصله گره 0.5 m به جای 1 m در مثال ۱-۱۵-۴، q_{av} برابر با 3250 W به دست می‌آید. اگر از گره‌بندی خیلی کوچکتر استفاده شود دقت معادله بیشتر می‌شود اما حجم محاسبات افزایش می‌یابد و برای حل باید از کامپیوتر استفاده کرد. برای حل همزمان دستگاه معادلات در کامپیوتر از روشهای حل ماتریسی استفاده می‌شود. روش تکرار که غالباً اینجا استفاده می‌شود روش گوس-سایدل^(۱) نام دارد. Conte نیز یک سابروتین برای حل چنین دستگاه معادلاتی ارائه می‌کند (C7). اغلب کامپیوترها سابروتینهای استاندارد برای حل این معادلات دارند (K1,G2).

۳- معادلات مربوط به شرایط مرزی دیگر: در مثال ۱-۱۵-۴ شرایط در مرزها به گونه‌ای بود که گره‌ها معلوم و ثابت بودند. در حالتی که در مرز جابه‌جایی وجود دارد و دما مقدار ثابت T_{∞} است، موازنه گرما روی گره m,n در شکل ۴-۱۵-۶a به این صورت است که: گرمای ورودی = گرمای خروجی (K1)

$$\frac{k \Delta y}{\Delta x} (T_{n-1,m} - T_{n,m}) + \frac{k \Delta x}{2 \Delta y} (T_{n,m+1} - T_{n,m}) + \frac{k \Delta x}{2 \Delta y} (T_{n,m-1} - T_{n,m}) = h \Delta y (T_{n,m} - T_{\infty}) \quad (4-15-15)$$



شکل ۴-۱۵-۵. طرز محاسبه کل هدایت گرمایی

با در نظر گرفتن $\Delta x = \Delta y$ و مرتب کردن و برابر قراردادن معادله نهایی با $\bar{q}_{n,m}$ (مقدار باقیمانده) نتایج زیر به دست می‌آید:

الف - برای جابه‌جایی در مرز:

$$\frac{h \Delta x}{k} T_{\infty} + \frac{1}{2}(2T_{n-1,m} + T_{n,m+1} + T_{n,m-1}) - T_{n,m} \left(\frac{h \Delta x}{k} + 2 \right) = \bar{q}_{n,m} \quad (4-15-16)$$

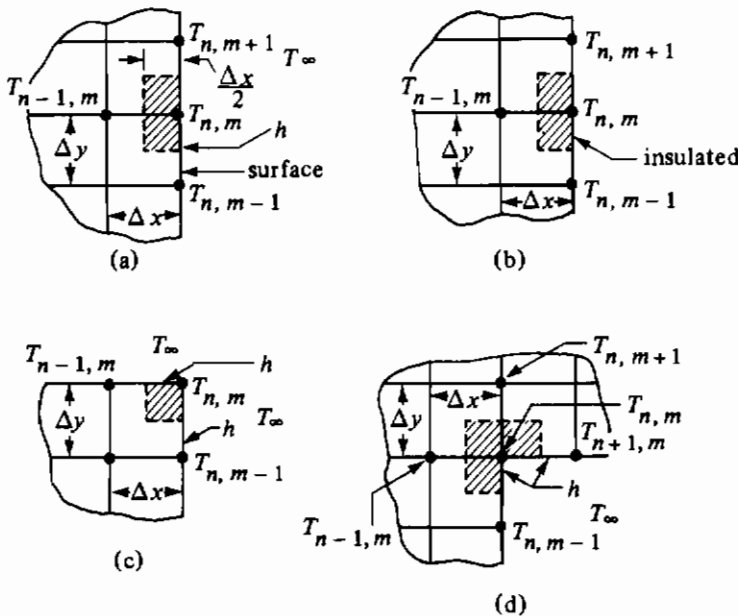
به روش مشابه برای حالت‌های ارائه شده در شکل ۴-۱۵-۶ داریم:

ب - برای مرز عایق‌بندی شده:

$$\frac{1}{2}(T_{n,m+1} + T_{n,m-1}) + T_{n-1,m} - 2T_{n,m} = \bar{q}_{n,m} \quad (4-15-17)$$

پ - برای گوشه خارجی همراه با جابه‌جایی در مرز:

$$\frac{h \Delta x}{k} T_{\infty} + \frac{1}{2}(T_{n-1,m} + T_{n,m-1}) - \left(\frac{h \Delta x}{k} + 1 \right) T_{n,m} = \bar{q}_{n,m} \quad (4-15-18)$$



شکل ۴-۱۵-۶. انواع دیگر شرایط مرزی: (a) جابه‌جایی در یک مرز (b) مرز عایق شده

(c) گوشه خارجی همراه با جابه‌جایی (d) گوشه داخلی با مرز جابه‌جایی

ت - برای گوشه داخلی همراه با جابه‌جایی در مرز:

$$\frac{h \Delta x}{k} T_{\infty} + T_{n-1,m} + T_{n,m+1} + \frac{1}{2}(T_{n+1,m} + T_{n,m-1}) - \left(3 + \frac{h \Delta x}{k}\right) T_{n,m} = \bar{q}_{n,m} \quad (4-15-19)$$

برای مرزهای منحنی شکل و دیگر انواع مرزها مراجع دیگر را ببینید (C3, K1). برای استفاده از معادلات (۴-۱۵-۱۶) تا (۴-۱۵-۱۹) ابتدا مقدار باقیمانده $\bar{q}_{n,m}$ با استفاده از معادله مناسب بایستی به دست آید. سپس $\bar{q}_{n,m} = 0$ قرار داده می‌شود و در معادله نهایی $T_{n,m}$ محاسبه می‌شود.

مسائل

۴-۱-۱. عایق‌بندی یک اتاق سرد: اتلاف گرمایی در واحد سطح از دیواره یک انبار سرد مواد غذایی را که دارای عایق‌بندی موقت می‌باشد محاسبه کنید. دمای سطح بیرونی $299/9 \text{ K}$ و دمای درونی $276/5 \text{ K}$ است. دیواره از یک لایه چوب پنبه به ضخامت $25/4 \text{ mm}$ تشکیل شده است که دارای $k = 0/0433 \text{ W/m.K}$ است.

جواب: $39/9 \text{ W/m}^2$

۴-۱-۲. تعیین ضریب هدایت گرمایی: برای تعیین ضریب هدایت گرمایی یک ماده عایق، دماهای دو طرف یک ورقه صاف به ضخامت 25 mm از همان جنس به صورت $318/4 \text{ K}$ و $303/2 \text{ K}$ اندازه‌گیری شده‌اند. شار گرمایی $35/1 \text{ W/m}^2$ است. ضریب هدایت گرمایی را بر حسب W/m.K و $\text{btu/h.ft.}^\circ\text{F}$ محاسبه کنید.

۴-۲-۱. ضریب هدایت گرمایی میانگین در یک استوانه: ثابت کنید که اگر ضریب هدایت گرمایی مطابق معادله (۴-۱-۱۱) با دما به صورت خطی تغییر کند، مقدار مناسب میانگین k_m برای معادله استوانه‌ای توسط معادله (۴-۲-۳) به دست می‌آید، همچنانکه برای یک ورقه نیز قابل استفاده است.

۴-۲-۲. دفع گرما از یک لوله ماریچ سردکننده: از یک لوله ماریچ سردکننده از جنس فولاد ضد زنگ 304 به طول 1 ft و قطر داخلی $0/25 \text{ in}$ و قطر خارجی $0/4 \text{ in}$ برای دفع گرما از یک حمام استفاده می‌شود. دما در سطح داخلی لوله 40°F و در سطح خارجی 80°F است. ضریب هدایت گرمایی فولاد ضد زنگ 304 تابعی از دما به صورت زیر است:

$$k = 7/75 + 7/78 \times 10^{-3} T$$

که k برحسب $\text{btu/h.ft.}^\circ\text{F}$ و دما برحسب $^\circ\text{F}$ می باشد. گرمای دفع شده برحسب btu/s و وات چقدر است؟

جواب: 1292 W یا $1/225 \text{ btu/s}$

۴-۲-۳. دفع گرما از یک حمام: مسأله ۲-۲-۴ را برای یک لوله ماریج سردکننده از جنس فولاد ضدزنگ 308 با ضریب هدایت گرمایی میانگین $15/23 \text{ W/m.K}$ تکرار کنید.

۴-۲-۴. تغییر ضریب هدایت گرمایی: در یک صفحه صاف به ضخامت Δx ، یک سطح در دمای T_1 و سطح دیگر در دمای T_2 ثابت نگهداشته می شوند. اگر ضریب هدایت گرمایی مطابق رابطه زیر با دما تغییر کند:

$$k = A + bT + cT^2$$

که در اینجا b, a و c سه ثابت هستند. عبارتی برای شار گرمایی یک بعدی q/A به دست آورید. ۴-۲-۵. توزیع دما در یک کره توخالی: معادله (۴-۲-۱۴) را برای هدایت گرمایی در حالت پایدار در یک کره توخالی به دست آورید. همچنین رابطه‌ای به دست آورید که نشان دهد دما با شعاع به صورت هیپربولیک تغییر می کند.

$$\frac{(T - T_1)}{(T_2 - T_1)} = \frac{r_2}{(r_2 - r_1)} \times \left(1 - \frac{r_1}{r}\right) \quad \text{جواب:}$$

۴-۳-۱. عایق کاری لازم برای سردخانه مواد غذایی: قرار است یک سردخانه مواد غذایی ساخته شود. لایه داخلی دیوار سردخانه از چوب کاج به ضخامت $19/1 \text{ mm}$ ، لایه میانی آن از جنس چوب پنبه و لایه بیرونی آن از بتون به ضخامت $50/8 \text{ mm}$ ساخته می شود. دمای سطح داخلی دیواره $17/8 \text{ }^\circ\text{C}$ و دمای سطح بیرونی $29/4 \text{ }^\circ\text{C}$ است. ضریب هدایت میانگین چوب کاج $0/151$ ، چوب پنبه $0/0433$ و بتون $0/762 \text{ W/m.K}$ است. کل سطح داخلی سردخانه تقریباً برابر 39 m^2 می باشد (از آثار انتهایی و گوشه‌ها صرف نظر می شود). ضخامت لازم چوب پنبه برای این که افت گرمایی در 586 W ثابت بماند چقدر است؟

جواب: $0/128 \text{ m}$

۴-۳-۲. عایق کردن یک کوره: دیواره یک کوره به ضخامت $0/244 \text{ m}$ از ماده‌ای که ضریب هدایتی آن $1/30 \text{ W/m.K}$ می باشد ساخته شده است. دیواره از خارج با ماده‌ای که k میانگین آن $0/346 \text{ W/m.K}$ است عایق بندی خواهد شد به طوری که اتلاف گرمایی از کوره کوچکتر یا مساوی 1830 W/m^2 بشود. دمای سطح داخلی 1588 K و سطح بیرونی 299 K است. ضخامت عایق لازم را محاسبه کنید.

جواب: $0/179 \text{ m}$

۴-۳-۳. **اُفت گرمایی از پنجره دو جداره ترموپان^(۱):** یک پنجره دو جداره ترموپان از دو لایه شیشه‌ای که به وسیله یک لایه هوای ساکن خشک جدا می‌شوند تشکیل می‌شود. ضخامت هر یک از شیشه‌ها ۶/۳۵ mm است و فاصله بین آنها نیز ۶/۳۵ mm است که از هوا پر شده است. ضریب هدایت گرمایی شیشه ۰/۸۶۹ W/m.K و ضریب هدایت هوا در بازه دمایی مورد نظر ۰/۰۲۶ W/m.K می‌باشد. برای کاهش دمای ۲۷/۸ K، افت گرمایی پنجره‌ای به ابعاد $۱/۸۳ \text{ m} \times ۰/۹۱۴$ را حساب کنید. (تذکر: این محاسبه از اثر ضریب جابه‌جایی در طرف بیرونی پنجره و طرف داخلی آن و داخل پنجره صرف نظر می‌کند).

۴-۳-۴. **اُفت گرمایی از خط لوله بخار:** یک خط لوله فولادی به قطر اسمی ۲ in و شماره ۴۰، حاوی بخار اشباع در $۱۲۱/۱^\circ \text{C}$ می‌باشد. خط لوله به وسیله یک لایه ۲۵/۴ mm از آزیست عایق بندی شده است. با فرض این که دمای سطح داخلی دیواره فلزی لوله $۱۲۱/۱^\circ \text{C}$ و دمای سطح بیرونی عایق $۲۶/۷^\circ \text{C}$ باشد، افت گرمایی در طول ۳۰/۵ m از لوله را به دست آورید. همچنین جرم بخار مایع شده در ساعت را که به دلیل افت گرمایی اتفاق می‌افتد برحسب kg محاسبه کنید. k_m برای فولاد از ضمیمه A-3 برابر با ۴۵ W/m.K و بر اساس درون‌یابی خطی در دمای میانگین $\frac{(۱۲۱/۱ + ۲۶/۷)}{۲}$ یا $۷۳/۹^\circ \text{C}$ مقدار k برای آزیست ۰/۱۸۲ است.

جواب: ۵۳۸۴ W و $۸/۸۱ \text{ kg/h}$

۴-۳-۵. **محاسبه اُفت گرمایی به روش حدس و خطا:** مجرای خروجی یک گرمکن به قطر ۱۱۴/۳ mm دارای دیواره‌های سرامیکی به ضخامت ۶/۴ mm است. k میانگین برابر $۱/۵۲ \text{ W/m.K}$ می‌باشد. پشت این دیواره به وسیله یک لایه پشم سنگ به ضخامت ۱۰۲ mm عایق بندی شده است. ضریب هدایت گرمایی پشم سنگ $T^\circ \text{C}$ (W/m.K) $۱۰^{-۴} \times ۱/۵۶ + ۰/۰۴۶ = k$ است. دمای سطح داخلی سرامیک $T_1 = ۵۸۸/۷ \text{ K}$ و دمای سطح خارجی عایق $T_2 = ۳۱۱ \text{ K}$ می‌باشد. اُفت گرمایی را به ازای ۱/۵ m از طول مجرا به دست آورید و T_2 دمای فصل مشترک سرامیک و عایق را حساب کنید. (راهنمایی: مقدار صحیح k_m برای عایق مقداری است که در دمای میانگین $\frac{(T_2 + T_1)}{۲}$ محاسبه شود. بنابراین، به عنوان حدس اولیه دمای میانگین را مثلاً ۴۴۸ K فرض کنید. سپس افت گرمایی و T_2 را محاسبه کنید. بعد از آن با استفاده از مقدار جدید T_2 یک دمای میانگین جدید محاسبه کرده و به همین ترتیب ادامه دهید).

۴-۳-۶. **تلفات گرمایی از طریق جابه‌جایی و هدایت:** یک پنجره شیشه‌ای به مساحت ۵۵۷ m^2 روی

فرایندهای انتقال و عملیات واحدها

سطح خارجی دیواره چوبی یک اتاق نصب شده است. ابعاد دیوار $3/05 \text{ m} \times 2/44 \text{ m}$ است. مقدار k برای چوب $0/1505 \text{ W/m.K}$ و ضخامت آن $25/4 \text{ mm}$ است و برای شیشه $k = 0/692$ و ضخامت آن $3/18 \text{ mm}$ است. دمای داخل اتاق $(26/7^\circ\text{C})$ $299/9 \text{ K}$ و دمای هوای بیرون $266/5 \text{ K}$ است. ضریب جابه‌جایی روی سطح داخلی شیشه و چوب $h_i = 8/5 \text{ W/m}^2.\text{K}$ و برای سطح بیرونی $h_o = 8/5$ تخمین زده می‌شود. تلفات گرمایی از دیواره چوبی و شیشه و مقدار کل آن را محاسبه کنید.

جواب: (دیواره چوبی) $569/2 \text{ W}$ ، (دیواره شیشه‌ای) $77/6 \text{ W}$ و (کل) $646/8 \text{ W}$ ۴-۳-۷

جابه‌جایی، هدایت و ضریب کلی انتقال حرارت: یک گاز در دمای 450 K درون یک لوله 2 in شماره ۴۰ جریان دارد. لوله با عایقی به ضخامت 51 mm و k میانگین $0/623 \text{ W/m.K}$ عایق بندی شده است. ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی گاز در داخل لوله $30/7 \text{ W/m}^2.\text{K}$ می‌باشد و ضریب جابه‌جایی در خارج عایق $10/8 \text{ W/m}^2.\text{K}$ و دمای هوای بیرون 300 K است. الف - تلفات گرمایی به ازای واحد طول لوله را با استفاده از مقاومتها به دست آورید.

ب - قسمت (الف) را با استفاده از ضریب کلی U_o براساس سطح بیرونی A_o تکرار کنید. ۴-۳-۸

انتقال حرارت در یک گرمکن بخار: آب در دمای میانگین 70°F در یک لوله فولادی 2 in شماره ۴۰ جریان دارد. بخار در دمای 220°F در بیرون لوله مایع می‌شود. ضریب جابه‌جایی برای آب درون لوله $500 \text{ btu/h.ft}^2.\text{F}$ و $h = 500$ و ضریب میعان بخار در بیرون $h = 1500$ می‌باشد. الف - تلفات گرمایی به ازای واحد طول لوله را با استفاده از مقاومتها به دست آورید. ب - قسمت (الف) را با استفاده از ضریب کلی U_i براساس سطح داخلی A_i تکرار کنید. پ - قسمت (الف) را با استفاده از ضریب کلی U_o تکرار کنید.

$$q = 26710 \text{ btu/h} \quad (\text{الف}) \quad (7/828 \text{ kW}) \quad \text{جواب:}$$

$$U_i = 329/1 \text{ btu/h.ft}^2.\text{F} \quad (1869 \text{ W/m}^2.\text{K}) \quad \text{ب -}$$

$$U_o = 286/4 \text{ btu/h.ft}^2.\text{F} \quad (1626 \text{ W/m}^2.\text{K}) \quad \text{پ -}$$

تلفات گرمایی در وسایل اندازه‌گیری دما: یک لوله فولادی که از درون آن بخار عبور می‌کند دارای قطر خارجی 89 mm می‌باشد. این لوله به وسیله یک عایق گرمایی با ضریب میانگین $0/43 \text{ W/m.K}$ و ضخامت 76 mm پوشش داده شده است. دو ترموکوپل که یکی در فصل مشترک لوله و عایق و دیگری در سطح خارجی عایق قرار دارند به ترتیب دماهای 115°C و 32°C را نشان می‌دهند. تلفات گرمایی به ازای واحد طول لوله را برحسب وات محاسبه کنید. ۴-۳-۹

تأثیر ضریب جابه‌جایی روی اتلاف گرمایی پنجره‌های دو جداره: مسأله ۴-۳-۳ در ۴-۳-۱۰

مورد تلفات گرمایی در پنجره‌های دو جداره را مجدداً حل کنید. ضریب جابه‌جایی در سطح خارجی شیشه بیرونی $h = 11/35 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ و در سطح خارجی شیشه درونی $h = 11/35$ را نیز در نظر بگیرید. ضریب کلی انتقال حرارت U را نیز محاسبه کنید.

جواب: $q = 106/7 \text{ W}$ و $U = 2/29 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$

۱۱-۳-۴. تولید یکنواخت گرما به صورت شیمیایی: گرما توسط یک واکنش شیمیایی در یک استوانه بلند به شعاع $91/4 \text{ mm}$ به طور یکنواخت تولید می‌شود. نرخ تولید گرما $46/6 \text{ W/m}^2$ ثابت می‌باشد. دیواره‌های استوانه به گونه‌ای خنک می‌شود که دمای آن در 311 K ثابت بماند. ضریب هدایت گرمایی $0/865 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ است. دمای خط مرکزی استوانه را در حالت پایدار محاسبه کنید.

جواب: $T_0 = 311/112 \text{ K}$

۱۲-۳-۴. گرمای تنفس^(۱) یک محصول غذایی: یک محصول غذایی تازه در یک سردخانه به دمای 278 K نگهداری می‌شود. این محصول در یک ظرف به شکل مکعب مستطیل نازک بسته‌بندی شده است و تمام سطوح آن بجز سطح بالایی که در معرض هوا با دمای 278 K قرار دارد، عایق‌بندی شده است. دمای سطح به صورت تقریبی 278 K در نظر گرفته می‌شود. ضخامت ظرف $152/4 \text{ mm}$ و کل سطح مفید آن $0/186 \text{ m}^2$ است. دانسیته ماده غذایی 641 kg/m^3 است. گرمای تنفس ماده غذایی $0/070 \text{ kJ/kg}\cdot\text{h}$ و ضریب هدایت گرمایی آن $0/346 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ می‌باشد. حداکثر دمای ماده غذایی در حالت پایدار و کل حرارت دفع شده بر حسب وات چقدر است. (توجه: در این مسأله فرض شده است که هیچگونه گردش هوا در داخل ماده غذایی وجود ندارد. بنابراین، نتایج تقریبی خواهد بود چون چرخش هوا در حین تنفس باعث کاهش دما می‌شود.)

جواب: $278/42 \text{ K}$ و $0/352 \text{ W}$

۱۳-۳-۴. افزایش دما در یک سیم گرم‌کننده: یک جریان 250 آمپر از یک سیم از جنس فولاد زنگ‌نزن به قطر $5/08 \text{ mm}$ عبور می‌کند. طول سیم $2/44 \text{ m}$ و مقاومت آن $0/0843 \Omega$ می‌باشد. دمای سطح بیرونی سیم در $427/6 \text{ K}$ ثابت نگهداشته شده است. ضریب هدایت گرمایی آن $k = 22/5 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ است، دمای مرکز سیم را در حالت پایدار محاسبه کنید.

۱۴-۳-۴. شعاع بحرانی عایق: یک لوله فلزی که از داخل آن بخار آب عبور می‌کند به قطر خارجی

۳۰ mm و دمای سطحی ۴۰۰ K به وسیله یک عایق به ضخامت ۲۰ mm و ضریب هدایت گرمایی 0.08 W/m.K عایق‌بندی شده است. لوله در معرض هوا به دمای ۳۰۰ K و ضریب جابه‌جایی $30 \text{ W/m}^2.\text{K}$ قرار دارد.

الف - شعاع بحرانی و تلفات گرمایی به ازای واحد طول لوله بدون عایق را محاسبه کنید.

ب - تلفات گرمایی برای لوله عایق‌بندی شده را با فرض این‌که دمای سطح لوله ثابت باقی بماند محاسبه کنید.

جواب: $q = 54/4 \text{ W}$ (ب)

۴-۴-۱. روش ترسیمی مربعات خمیده^(۱): مثال ۱-۴-۴ را با توجه به تغییرات زیر دوباره حل کنید.

الف - تعداد تقسیمات مساوی دما را بین مرزهای همدمای به جای چهار ناحیه، پنج ناحیه در نظر بگیرید. مربعات خمیده را رسم کنید و مقدار کل شار گرمایی را به دست آورید. همچنین ضریب شکل S را محاسبه کنید. هر خط همدمای را با دمای واقعی آن نامگذاری کنید.

ب - قسمت (الف) را مجدداً با ضریب هدایت گرمایی متغیر تکرار کنید. یعنی، $k = 0.085(1 + 0.00040T)$ که در این رابطه T دما بر حسب کلرین می‌باشد. (توجه: برای محاسبه q کل، از مقدار میانگین k در دمای میانگین استفاده می‌شود. فاصله بین خطوط همدمای مستقل از چگونگی تغییر k با دما می‌باشد (M1). اما، دمای متناظر با هر خط همدمای تابعی از چگونگی تغییر k با T است. معادله مربوط به \bar{q} را برای یک بخش خمیده مشخص با استفاده از مقدار میانگین k در بازه دمایی مورد نظر بنویسید. آن را با مقدار کل q تقسیم بر M یا q/M مساوی قرار دهید. سپس آن را نسبت به دمای یک خط همدمای حل کنید).

۴-۴-۲. اتلاف گرما از یک کوره: یک کوره مستطیلی با ابعاد داخلی $1 \times 1 \times 2 \text{ m}$ دارای دیواره‌ای به ضخامت 0.2 m است. ضریب هدایت گرمایی دیواره $k = 0.95 \text{ W/m.K}$ است. دمای داخل کوره در 800 K ثابت و دمای بیرون آن 350 K می‌باشد. کل گرمای تلف شده از کوره را محاسبه کنید.

جواب: $q = 25081 \text{ W}$

۳-۴-۴. اتلاف گرما از یک لوله دفن شده در زیر زمین: دمای دیواره یک لوله آب به قطر ۱۵۰ mm و طول ۱۰ m برابر با ۳۰۰ K است. این لوله به صورت افقی و در عمق ۰/۴ m (نسبت به مرکز لوله) در زیر زمین مدفون است. دمای سطح زمین ۲۸۰ K و ضریب هدایت آن $k = ۰/۸۵ \text{ W/m.K}$ است. اتلاف گرما از لوله را محاسبه کنید.

جواب: $q = ۴۵۱/۲ \text{ W}$

۱-۵-۴. گرم کردن هوا با استفاده از چگالش بخار: هوا از درون یک لوله به قطر داخلی ۳۸/۱ mm با سرعت ۶/۷۱ m/s و دمای میانگین ۴۴۹/۹ K و فشار ۱۳۸ kPa جریان دارد. دمای دیواره داخلی لوله به وسیله چگالش بخار در خارج لوله در دمای ۲۰۴/۴ °C (۴۷۷/۶ K) ثابت نگهداشته شده است. ضریب انتقال حرارت را برای یک لوله بلند و همچنین شار انتقال حرارت را محاسبه کنید.

جواب: $h = ۳۹/۲۷ \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ ($۶/۹۱ \text{ btu/h.ft}^2 \cdot \text{°F}$)

۲-۵-۴. روش حل حدس و خطا برای گرم کردن آب: آب درون یک لوله افقی فولادی به قطر $1\frac{1}{4}$ in شماره ۴۰ در دمای ۳۷/۸ °C با سرعت ۱/۵۲ m/s جریان دارد. بخار با دمای ۱۰۸/۳ °C روی جداره خارجی لوله مایع می شود و ضریب بخار در $۹۱۰۰ \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ ثابت فرض می شود. الف - ضریب جابه جایی h_z برای آب را محاسبه کنید. (توجه داشته باشید که روش حل حدس و خطاست. در ابتدا دمای دیواره داخلی باید حدس زده شود).

ب - ضریب کلی انتقال حرارت U_i را براساس سطح داخلی و همچنین شار گرمایی q/A_i را بر حسب W/m^2 به دست آورید.

۳-۵-۴. سطح انتقال حرارت و کاربرد اختلاف دمای میانگین لگاریتمی: یک مخلوط واکنش دارای $c_{pm} = ۲/۸۵ \text{ kJ/kg.K}$ با دبی جرمی ۷۲۶۰ kg/h جریان دارد و قرار است از دمای ۳۷۷/۶ K تا ۳۴۴/۳ K سرد شود. آب سرد کننده در دمای ۲۸۸/۸ K با دبی ۴۵۳۶ kg/h موجود است. ضریب کلی انتقال حرارت U_o برابر با $۰/۶۵۳ \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ است.

الف - در حالت جریان متقابل دمای آب خروجی و A_o سطح مبدل حرارتی را محاسبه کنید. ب - قسمت قبل را برای جریان هم جهت حل کنید.

جواب: الف) $T_1 = ۳۲۵/۲ \text{ K}$, $A_o = ۵/۴۳ \text{ m}^2$

ب) $A_o = ۶/۴۶ \text{ m}^2$

۴-۵-۴. گرم کردن آب به وسیله گازهای داغ و سطح انتقال حرارت: آب با دبی $۱۳/۸۵ \text{ kg/s}$ قرار است از دمای ۵۴/۵ °C تا ۸۷/۸ °C در یک مبدل حرارتی توسط یک جریان متقابل از یک گاز

فرایندهای انتقال و عملیات واحدها

داغ با دبی 54430 kg/h و دمای ورودی 427°C ($c_{pm} = 1/0.05 \text{ kJ/kg.K}$) گرم شود. ضریب کلی انتقال حرارت $U_o = 69/1 \text{ W/m}^2.\text{K}$ می باشد. دمای گاز خروجی و سطح انتقال حرارت را محاسبه کنید.

جواب: $T = 299/5^\circ\text{C}$

۴-۵-۵. سرد کردن روغن و ضریب کلی انتقال حرارت U_i : روغن با دبی 7258 kg/h و $c_{pm} = 2/0.1 \text{ kJ/kg.K}$ از دمای $394/3 \text{ K}$ تا $338/9 \text{ K}$ در یک مبدل حرارتی جریان متقابل به وسیله آب در دمای ورودی $294/3 \text{ K}$ و دمای خروجی $305/4 \text{ K}$ سرد می شود. اگر A_i برابر با $5/11 \text{ m}^2$ باشد، دبی آب و ضریب کلی انتقال حرارت U_i را محاسبه کنید.

جواب: $U_i = 686 \text{ W/m}^2.\text{K}$ و 17420 kg/h

۴-۵-۶. جریان آرام و گرم کردن روغن: نفت خام که خواص فیزیکی آن مشابه با نفت مثال ۴-۵-۵ است، در دمای 175°F وارد یک لوله به قطر داخلی 3.3 ft و طول 15 ft می شود. دمای سطح داخلی لوله در 325°F ثابت است. نفت باید تا دمای 250°F در لوله گرم شود. دبی نفت بر حسب lb_m/h چقدر باید باشد. (راهنمایی: روش حل به صورت حدس و خطاست. یک روش بدین صورت است که مقداری برای دبی فرض کنید، مثلاً $m = 75 \text{ lb}_m/\text{h}$ عدد رینولدز Re و مقدار h_a را محاسبه کنید. سپس برای به دست آوردن q بر حسب m یک موازنه گرما بنویسید. این مقدار q را با q به دست آمده از معادله $q = h_a A \Delta T_a = q$ برابر قرار دهید و آن را نسبت به m حل کنید. m جدید به عنوان حدس بعدی خواهد بود).

جواب: $m = 84/2 \text{ lb}_m/\text{h}$ ($38/2 \text{ kg/h}$)

۴-۵-۷. گرم کردن هوا به وسیله چگالش بخار: هوا در فشار $101/3 \text{ kPa}$ و دمای $288/8 \text{ K}$ و سرعت $24/4 \text{ m/s}$ وارد لوله ای به قطر داخلی $12/7 \text{ mm}$ و طول $1/52 \text{ m}$ می شود. بخار در حال چگالش در خارج لوله دمای دیواره داخلی را در $372/1 \text{ K}$ ثابت نگه می دارد. ضریب جابه جایی هوا را محاسبه کنید. (توجه: راه حل مسأله به صورت حدس و خطاست. ابتدا دمای خروجی هوا را حدس بزنید).

۴-۵-۸. انتقال حرارت در یک فلز مذاب: بیسموت مذاب با دبی 2 kg/s و دمای 425°C وارد یک لوله به قطر داخلی 35 mm می شود و تا دمای 430°C در داخل لوله گرم می شود. دمای دیواره لوله 25°C بالاتر از دمای توده ای مایع نگهداشته می شود. طول لوله مورد نیاز را محاسبه کنید. خواص فیزیکی به صورت زیر است (H1):

$$k = 15/6 \text{ W/m.K} \quad c_p = 149 \text{ J/kg.K} \quad \mu = 1/34 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$$

۴-۶-۱. انتقال حرارت از یک صفحه مسطح: هوا با فشار $101/3 \text{ kPa}$ و دمای $288/8 \text{ K}$ روی یک صفحه نازک افقی و صاف با سرعت $3/05 \text{ m/s}$ جریان دارد. طول صفحه در جهت جریان $0/305 \text{ m}$ و دمای آن $333/2 \text{ K}$ است. ضریب انتقال حرارت در حالت جریان آرام را محاسبه کنید.

$$h = 12/35 \text{ W/m}^2.\text{K} \quad (\text{ } 2/18 \text{ btu/h.ft}^2.\text{ } ^\circ\text{F}) \quad \text{جواب:}$$

۴-۶-۲. منجمد کردن گوشت: هوای سرد در دمای $28/9 \text{ } ^\circ\text{C}$ و فشار 1 atm با سرعت $0/61 \text{ m/s}$ از روی سطح بالایی یک تکه گوشت یخ زده عبور داده می شود. کناره ها و ته این ورقه گوشت مستطیلی عایق است و سطح بالایی آن یک مربع $254 \text{ mm} \times 254 \text{ mm}$ است. اگر سطح گوشت دمایی برابر با $6/7 \text{ } ^\circ\text{C}$ داشته باشد، ضریب میانگین انتقال حرارت به سطح را پیش بینی کنید. به عنوان تقریب فرض کنید که هم معادله (۴-۶-۲) و هم معادله (۴-۶-۳) بسته به مقدار Re می توانند استفاده شوند.

$$h = 6/05 \text{ W/m}^2.\text{K} \quad \text{جواب:}$$

۴-۶-۳. انتقال حرارت به یک سیب: مطلوب است پیش بینی ضریب انتقال حرارت برای هوایی که بر روی یک سیب می وزد و روی صفحه های با روزنه های بزرگ قرار دارد. سرعت هوا $0/61 \text{ m/s}$ ، فشار آن $101/32 \text{ kPa}$ و دما $316/5 \text{ K}$ است. سطح سیب در دمای $277/6 \text{ K}$ و قطر میانگین آن 114 mm است. فرض کنید سیب به شکل کره باشد.

۴-۶-۴. گرم کردن هوا به وسیله یک گرمکن بخار: 13610 kg/h هوا در فشار مطلق 1 atm و دمای $15/6 \text{ } ^\circ\text{C}$ با عبور از روی یک دسته لوله حاوی بخار $100 \text{ } ^\circ\text{C}$ در حال چگالش، گرم می شود. قطر خارجی لوله ها $12/7 \text{ mm}$ و طول آنها $0/61 \text{ m}$ است و به صورت آرایش مربعی با مشخصات $S_p = S_n = 19/05 \text{ mm}$ قرار دارند. دسته لوله ها شامل ۶ ردیف در امتداد جریان و ۱۹ ردیف در جهت عمود بر جریان می باشند. فرض کنید دمای سطح لوله ها در $93/33 \text{ } ^\circ\text{C}$ ثابت می ماند. دمای خروجی هوا را محاسبه کنید.

۴-۷-۱. جابه جایی طبیعی از دیواره یک کوره: دیواره کوره مثال ۴-۷-۱ عایق بندی شده است به طوری که دمای سطح آن به جای دمای $505/4 \text{ K}$ مقدار $366/5 \text{ K}$ است. ضریب انتقال حرارت جابه جایی طبیعی و نرخ انتقال حرارت به ازای واحد عرض دیواره را حساب کنید. هم از معادله (۴-۷-۴) و هم از معادله ساده شده استفاده کنید. (توجه: از تابش در این محاسبه صرف نظر می شود) هر دو دستگاه SI و انگلیسی را به کار

ببرید.

۴-۷-۲. تلفات ناشی از جابه‌جایی آزاد از یک استوانه: دمای سطح یک استوانه عمودی به قطر $76/2 \text{ mm}$ و ارتفاع $121/9 \text{ mm}$ در $397/1 \text{ K}$ ثابت نگه داشته شده است. این استوانه گرمای خود را از طریق جابه‌جایی آزاد به هوایی با دمای $294/3 \text{ K}$ می‌دهد. گرما از طریق سطوح جانبی و سطح دایره‌ای بالایی و پایینی به هوا داده می‌شود. با صرف نظر کردن از اثرات تابش تلفات گرمایی را محاسبه کنید. از معادلات ساده شده جدول ۴-۷-۲ برای پایین‌ترین بازه $NGrNPr$ استفاده کنید. طول معادل مورد استفاده برای سطح بالایی، $0/9$ برابر قطر آن است.

جواب: $q = 26/0 \text{ W}$

۴-۷-۳. تلفات گرمایی از یک لوله افقی: یک لوله افقی حامل آب داغ، دارای دمای سطحی $355/4 \text{ K}$ و قطر خارجی $25/4 \text{ mm}$ است. لوله در معرض هوای اتاق به دمای $294/3 \text{ K}$ قرار دارد. تلفات گرمایی از طریق جابه‌جایی آزاد به ازای 1 m از طول لوله چقدر است؟

۴-۷-۴. سرد کردن یک پرتقال به طریق جابه‌جایی آزاد: یک پرتقال به قطر 102 mm دارای دمای سطحی $21/1 \text{ }^\circ\text{C}$ است و در یک قفسه درون یخچال در دمای $4/4 \text{ }^\circ\text{C}$ نگهداری می‌شود. تلفات گرمایی به وسیله جابه‌جایی آزاد بدون در نظر گرفتن اثرات تابش را محاسبه کنید. به‌عنوان یک تقریب می‌توان از معادله ساده شده برای صفحات عمودی با در نظر گرفتن شعاع کره بجای طول L استفاده کرد (M1). برای روابط دقیقتر مرجع S2 را ببینید.

۴-۷-۵. جابه‌جایی آزاد در یک فضای افقی بسته: مثال ۴-۷-۳ را برای حالتی که دو صفحه افقی هستند و صفحه پایینی گرمتر از صفحه بالایی باشد تکرار کنید و نتایج را با هم مقایسه کنید.

جواب: $q = 12/54 \text{ W}$

۴-۷-۶. تلفات گرمایی از طریق جابه‌جایی آزاد در یک پنجره دو جداره: یک پنجره دو جداره عمودی دارای فضایی به ضخامت 10 mm می‌باشد که در آن هوا محبوس شده است. ارتفاع پنجره 2 m و عرض آن $1/2 \text{ m}$ می‌باشد. یک سطح پنجره در دمای $25 \text{ }^\circ\text{C}$ و سطح دیگر در دمای $10 \text{ }^\circ\text{C}$ می‌باشد. نرخ انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد از طریق هوا در فضای خالی بین دو شیشه را محاسبه کنید.

۴-۷-۷. تلفات گرمایی جابه‌جایی آزاد آب در صفحات عمودی: دو صفحه عمودی فلزی مربعی به ابعاد $0/4 \text{ m} \times 0/4 \text{ m}$ به وسیله یک فضای خالی به ضخامت 12 mm که با آب پر شده از

هم جدا شده‌اند. دمای میانگین یک سطح $65/6^{\circ}\text{C}$ و سطح دیگر $37/8^{\circ}\text{C}$ می‌باشد. نرخ انتقال حرارت از میان فضای خالی را محاسبه کنید.

۴-۷-۸. تلفات گرمایی از یک کوره: دو صفحه فلزی افقی به ابعاد $0.8 \times 1 \text{ m}$ که روی یک کوره را می‌پوشانند در فاصله 15 mm از هم قرار دارند. صفحه پایینی در دمای 400°C و صفحه بالایی در دمای 100°C بوده و هوا در فشار مطلق 1 atm فضای خالی بین آنها را پر کرده‌است. نرخ انتقال حرارت بین دو صفحه را محاسبه کنید.

۴-۸-۱. ضریب جوشش در یک محفظه دو جداره: ضریب جوشش را برای بدنه‌های جداره‌دار محفظه داده شده در مثال ۴-۸-۱ پیش‌بینی کنید. سپس با استفاده از این ضریب بدنه‌ها و ضریب به دست آمده از مثال ۴-۸-۱ برای کف محفظه، نرخ کل انتقال حرارت را محاسبه کنید.

جواب: $T_w = 107/65^{\circ}\text{C}$ ، $\Delta T = 7/65 \text{ K}$ و $h = 3560 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$

۴-۸-۲. ضریب جوشش روی یک لوله افقی. ضریب انتقال حرارت جوشش را برای آب تحت فشار و در حال جوشش در دمای 250°F روی یک سطح افقی از جنس فولاد زنگ نزن به ضخامت $1/16 \text{ in}$ و ضریب هدایت $9/4 \text{ btu/h}\cdot\text{ft}\cdot^{\circ}\text{F}$ پیش‌بینی کنید. وسیله گرم‌کننده در طرف دیگر این سطح یک سیال داغ در دمای 290°F است که دارای ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی $h = 275 \text{ btu/h}\cdot\text{ft}^2\cdot^{\circ}\text{F}$ می‌باشد. از معادلات ساده شده استفاده کنید. مطمئن شوید که از h صحیح با در نظر گرفتن اثر فشار استفاده کرده‌اید.

۴-۸-۳. چگالش روی یک لوله عمودی: مثال ۴-۸-۲ را برای یک لوله عمودی به ارتفاع $1/22 \text{ m}$ مجدداً حل کنید. واحدهای SI و انگلیسی را به کار ببرید.

جواب: $h = 9438 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ ($1663 \text{ btu/h}\cdot\text{ft}^2\cdot^{\circ}\text{F}$) و $N_{\text{Re}} = 207/2$

۴-۸-۴. چگالش بخار روی لوله‌های عمودی: بخار در فشار مطلق 1 atm و دمای 100°C روی یک دسته لوله شامل پنج لوله عمودی به ارتفاع 0.305 m و قطر خارجی هر لوله $25/4 \text{ mm}$ مایع می‌شود. لوله‌ها طوری آرایش یافته‌اند که فاصله آنها از هم به اندازه‌ای است که روی یکدیگر تأثیری ندارند. دمای سطح لوله‌ها $97/78^{\circ}\text{C}$ است. ضریب میانگین انتقال حرارت و مقدار بخار مایع شده در هر ساعت برحسب kg را محاسبه کنید.

جواب: $h = 15240 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$

۴-۸-۵. چگالش روی دسته لوله‌های افقی: بخار آب در فشار مطلق 1 atm و دمای 100°C روی یک دسته لوله شامل پنج سری لوله افقی که روی هم قرار دارند مایع می‌شود. هر سری دارای ۴

لوله می‌باشد (تعداد کل لوله‌ها $20 = 4 \times 5$ است)، که قطر خارجی هر لوله برابر با mm $19/1$ است. طول هر کدام از لوله‌ها m $0/61$ و دمای سطحی آنها برابر $^{\circ}C$ $97/78$ است. ضریب میانگین انتقال حرارت و جرم بخار مایع شده در هر ثانیه در کل لوله‌ها را محاسبه کنید. شکل ساده‌ای از دسته لوله را ترسیم کنید.

۴-۹-۱. **اختلاف دمای میانگین در یک مبدل:** از یک مبدل ۱-۲ با یک گذر پوسته و دو گذر لوله برای گرم کردن یک سیال سرد از دمای $^{\circ}C$ $37/8$ تا $^{\circ}C$ $121/1$ توسط یک سیال گرم به دمای ورودی $^{\circ}C$ $315/6$ و دمای خروجی $^{\circ}C$ $148/9$ استفاده می‌شود. ΔT_{lm} و اختلاف دمای میانگین ΔT_m برحسب کلونین را محاسبه کنید.

جواب: $\Delta T_{lm} = 148/9 K$ و $\Delta T_m = 131/8 K$

۴-۹-۲. **سرد کردن روغن به وسیله آب در یک مبدل:** جریان روغن با دبی kg/s $5/04$ سرد می‌شود. در یک مبدل ۱-۲ از دمای K $366/5$ تا K $344/3$ سرد می‌شود. این کار به وسیله آب با دمای ورودی K $283/2$ و دبی kg/s $2/02$ انجام می‌شود. ضریب کلی انتقال حرارت U_0 برابر با $W/m^2.K$ 340 است. سطح گرمایی مورد نیاز را محاسبه کنید. (راهنمایی: یک موازنه گرما برای به دست آوردن دمای خروجی آب لازم است).

۴-۹-۳. **مبادله گرما بین آب و روغن:** آب با دبی kg/s $1/13$ در یک مبدل ۱-۲ از نوع پوسته و لوله جریان دارد و به وسیله یک روغن با ظرفیت گرمایی kJ/kg $1/95$ از $^{\circ}C$ 45 تا $^{\circ}C$ 85 گرم می‌شود. روغن با دمای $^{\circ}C$ 120 وارد شده و در دمای $^{\circ}C$ 85 خارج می‌شود، اگر ضریب کلی انتقال حرارت برابر با $W/m^2.K$ 300 باشد سطح گرمایی مبدل را محاسبه کنید.

۴-۹-۴. **دمای خروجی و ضریب تأثیر یک مبدل:** روغن داغ با دبی kg/s 3 و دمای K 400 ($c_p = 1/92 kJ/kg.K$) وارد یک مبدل جریان متقابل می‌شود و به وسیله آب با دمای ورودی K 325 (تحت فشار) و دبی kg/s $0/7$ خنک می‌شود. ضریب کلی انتقال حرارت $U = 350 W/m^2.K$ و سطح A برابر با m^2 $12/9$ می‌باشد. نرخ انتقال حرارت و دمای خروجی روغن از مبدل را محاسبه کنید.

۴-۱۰-۱. **تابش به یک لوله از یک محیط بزرگ:** مثال ۱-۱۰-۴ را با استفاده از معادله دقیق‌تر (۴-۱۰-۵) با دو ضریب انتشار مختلف مجدداً حل کنید.

جواب: $q = -2171 W (-7410 \text{ btu/h})$

۴-۱۰-۲. **پخت نان در یک کوره کوچک:** یک قرص نان با دمای سطحی K 373 در یک کوره که دیواره‌ها و محیط آن در دمای K $477/4$ است پخته می‌شود. نان در روی یک تسمه نقاله

باز از میان یک کوره بزرگ عبور می‌کند. ضریب نشر نان حدود $0/85$ تخمین زده می‌شود و قرص نان به صورت مکعب مستطیلی به ابعاد $114/3 \text{ mm}$ (ارتفاع) در $114/3 \text{ mm}$ (عرض) در 330 mm (طول) در نظر گرفته می‌شود. با فرض این‌که قرص نان در مقایسه با ابعاد کوره کوچک باشد و با صرفنظر کردن از انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد، نرخ انتقال حرارت تابشی به نان را محاسبه کنید.

جواب: $q = 278/4 \text{ W} \text{ (} 950 \text{ btu/h)}$

۳-۱۰-۴. تابش و جابه‌جایی در یک لوله بخار: یک لوله افقی از جنس فولاد اکسید شده حامل بخار آب، به قطر خارجی $0/1683 \text{ m}$ و دمای سطحی $374/9 \text{ K}$ در یک محیط بزرگ در معرض هوا به دمای $297/1 \text{ K}$ قرار دارد. تلفات گرمایی به صورت تابش و جابه‌جایی آزاد به ازای $0/305$ متر از طول لوله را محاسبه کنید. برای این لوله $\epsilon = 0/79$ است.

جواب: $q = 163/3 \text{ W} \text{ (} 557 \text{ btu/h)}$

۴-۱۰-۴. تابش و جابه‌جایی آزاد به یک قرص نان: در مسأله ۲-۱۰-۴ کل انتقال حرارت به قرص نان به طریق جابه‌جایی آزاد و تابش را محاسبه کنید. برای تابش ابتدا مقدار h_r را محاسبه کنید. برای جابه‌جایی آزاد معادلات ساده شده را در محدوده $N_{Gr}N_{Pr}$ پایین به کار ببرید. برای چهار وجه عمودی، از معادله مربوط به صفحات عمودی با طول برابر با $114/3 \text{ mm}$ استفاده کنید. برای سطح بالایی، از معادله مربوط به صفحه سرد که روی آن بطرف بالاست و برای سطح پایینی از همین معادله هنگامی که روی آن بطرف پایین است استفاده کنید. طول مشخصه L برای یک صفحه مستطیل شکل افقی، میانگین خطی دو ضلع است.

۵-۱۰-۴. گرمای تلف شده از یک لوله: یک لوله بدون عایق از جنس فولاد ضد زنگ با قطر خارجی $76/2 \text{ mm}$ و $\epsilon = 0/55$ بطور افقی در هوایی به دمای $294/2 \text{ K}$ قرار گرفته است. دمای سطح لوله $366/4 \text{ K}$ است. مقدار $h_c + h_r$ را در حالتی که تابش و جابه‌جایی داریم به دست آورده و گرمای تلف شده را به ازای 3 متر از طول لوله پیدا کنید.

۱-۱۱-۴. سپر تابشی: دو صفحه خیلی بزرگ و موازی هر کدام دارای ضریب نشر $0/7$ می‌باشند. سطح ۱ در $866/5 \text{ K}$ و سطح ۲ در $588/8 \text{ K}$ قرار دارد. با استفاده از واحدهای SI و انگلیسی: الف - گرمای تلف شده خالص تابشی از سطح ۱ چقدر است؟

ب - برای کاهش این تلفات، دو سپر تابشی هر کدام به ضریب نشر $0/7$ بین صفحه‌های اصلی قرار داده شده است. در این حالت تلفات خالص تابشی چقدر

است؟

جواب: الف) 13565 W/m^2 و 4300 btu/hr.ft^2

ب) 4521 W/m^2 و 1433 btu/hr.ft^2

۴-۱۱-۲. تابش از یک فضایپما در فضا: یک ماهواره کروی شکل به طرف فضا می‌رود، که در آنجا دمای سطح آن مقدار ثابت $283/2 \text{ K}$ است. کره فقط فضا را می‌بیند که می‌توان فضا را به‌عنوان یک جسم سیاه با دمای 0 K در نظر گرفت. سطح صیقلی کره دارای ضریب نشر $0/1$ است. افت گرمایی تابشی به ازای هر متر مربع از سطح کره را محاسبه کنید.

جواب: $\frac{Q_{\text{net}}}{A_1} = 36/5 \text{ W/m}^2$

۴-۱۱-۳. تابش و ضریب دید پیچیده: ضریب دید F_{12} را برای حالت نشان داده شده در شکل

۳-۱۱-۳-P۴ به دست آورید. سطوح A_1 و A_2 سطوح فرضی هستند (C3). سطح $A_3 + A_4$

سطح $A_{(12)}$ و سطح $A_1 + A_2$ سطح $A_{(12)}$ نامیده می‌شوند. سطوح $A_{(13)}$ و $A_{(24)}$ عمود بر یکدیگرند. (راهنمایی: از روش مثال ۵-۱۱-۴ استفاده کنید. ابتدا، معادله‌ای مشابه

معادله (۴۸-۱۱-۴) بنویسید، تا رابطه تبادل گرمایی بین A_1 و A_2 مشخص شود. سپس

تبادل بین $A_{(12)}$ ، $A_{(13)}$ را به هم ارتباط دهید و نهایتاً تبادل بین $A_{(13)}$ و A_2 را مشخص کنید).

جواب: $A_1 F_{12} = A_{(12)} F_{(12)(24)} + A_2 F_{(24)} - A_2 F_{(24)} - A_{(12)} F_{(12)4}$

۴-۱۱-۴. تابش بین صفحات موازی: دو صفحه موازی به ابعاد $1/83$ متر در $1/83$ متر به فاصله

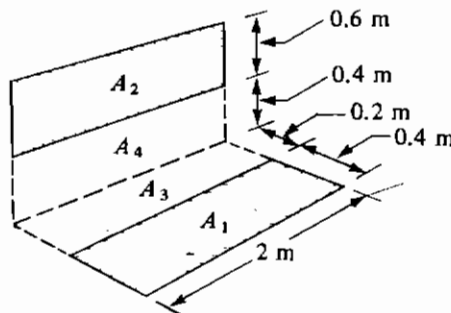
$0/91$ متر از یکدیگر قرار گرفته‌اند. دمای سطح A_1 برابر 811 K و دمای سطح A_2 برابر

533 K است. هر دو سطح سیاه هستند.

الف - انتقال حرارت تابشی بین دو صفحه را حساب کنید.

ب - قسمت (الف) را برای حالتی که دو صفحه توسط دیواره‌های نارسانای بازتاب

به یکدیگر متصل شده‌اند حل کنید.



شکل ۳-۱۱-۳-P۴. ساختار هندسی صفحات در مسأله ۳-۱۱-۴

پ - قسمت (ب) را هنگامی که A_1 دارای ضریب نشر $0/8$ و A_2 دارای ضریب نشر $0/7$ است مجدداً حل کنید.

۴-۱۱-۵. تابش بین صفحات مجاور عمود بر هم: دو مستطیل که در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، بر هم عمود می‌باشند. اولین مستطیل دارای ابعاد $1/52 \times 2/44$ متر و دومی $1/83 \times 2/44$ متر است که ضلع مشترک آنها $2/44$ متر است. دمای سطح اول 699 K و دومی 478 K است. هر دو سطح سیاه هستند. نرخ انتقال حرارت تابشی بین دو صفحه را حساب کنید.

۴-۱۱-۶. ضریب دید برای شکل‌های هندسی پیچیده: با استفاده از ابعاد داده شده در شکل ۳-۱۱-۳ P_{4-11} ضریب دید هر کدام به طور جداگانه و همچنین F_{12} را محاسبه کنید.

۴-۱۱-۷. تابش از یک سطح به آسمان: یک سطح صاف به مساحت 1 m^2 از زیر عایق شده است و در شب روی سطح زمین رو به آسمان قرار گرفته است. سطح بالایی در معرض هوایی به دمای 290 K قرار دارد و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی از هوا به صفحه $12 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ می‌باشد. سطح صاف به آسمان شفاف تابش می‌کند. دمای مؤثر تابش آسمان 80 K تخمین زده می‌شود. اگر سطح جسم سیاه باشد دمای سطح را در حالت تعادل حساب کنید.

جواب: $T = 266/5 \text{ K} = -6/7 \text{ }^\circ\text{C}$

۴-۱۱-۸. تابش و گرم شدن صفحات: دو دیسک صاف هر کدام به قطر $1/25 \text{ m}$ مستقیماً مقابل هم و به فاصله $0/5 \text{ m}$ از هم قرار دارند. دیسک ۱ توسط یک مقاومت الکتریکی تا $833/3 \text{ K}$ گرم می‌شود. تمام قسمتهای هر دو دیسک بجز دو صفحه‌ای که در مقابل هم هستند عایق شده است. فرض کنید محیط هیچ تابشی را نشر نمی‌دهد و دیسک‌ها در فضا هستند. دمای دیسک ۲ را در حالت پایدار و همچنین انرژی الکتریکی ورودی به دیسک ۱ را محاسبه کنید. (راهنمایی: کسر گرمای تلف شده از سطح شماره ۱ به فضا $F_{12} - 1$ است).

جواب: $F_{12} = 0/45$ و $T_2 = 682/5 \text{ K}$

۴-۱۱-۹. تابش دیسک‌ها به یکدیگر و به محیط: دو دیسک هر کدام به قطر 2 m به طور موازی مقابل هم قرار گرفته‌اند و به فاصله 2 m از یکدیگر می‌باشند. دیسک ۱ توسط انرژی الکتریکی در دمای 1000 K نگهداشته می‌شود و دیسک ۲ توسط جریان آب سرد که در پشت دیسک در داخل یک جدار برقرار است در دمای 400 K قرار دارد. دیسک‌ها فقط به یکدیگر و به محیط در دمای 300 K تابش می‌کنند. انرژی الکتریکی ورودی و گرمای دفع شده به وسیله آب سرد را محاسبه کنید.

۴-۱۱-۱۰. ضریب دید به وسیله انتگرال گیری: یک دیسک سیاه کوچک به مساحت 0.002 m^2 به طور عمودی قرار گرفته است و به یک صفحه سیاه عمودی به ابعاد 0.3 m (عرض) و 2 m (ارتفاع) که به طور موازی در مقابل آن قرار گرفته است تابش می کند. دیسک تابش کننده به فاصله 2 متر از صفحه عمودی و مقابل قسمت پایین آن قرار دارد. با انتگرال گیری از معادله ضریب دید F_{12} را به دست آورید.

جواب: $F_{12} = 0.00307$

۴-۱۱-۱۱. تابش گاز به محیط خاکستری: مثال ۷-۱۱-۴ را با تغییرات زیر تکرار کنید:

الف - دیواره های داخلی بجای سطح سیاه، سطح خاکستری با ضریب نشر 0.75 هستند.
ب - همان شرایط قسمت (الف) با دیواره های خاکستری وجود دارد، به علاوه این که حرارت از طریق جابه جایی آزاد نیز به دیواره های داخلی منتقل می شود. فرض کنید ضریب میانگین جابه جایی $8 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ است.

جواب: (ب) $q = 4/426 \text{ W}$ (جابه جایی + تابش) q

۴-۱۱-۱۲. تابش و جابه جایی گاز در یک دودکش: یک کوره گازهای داغ خروجی خود را که محتوی $5\% \text{ CO}_2$ می باشد در 1000 K و فشار مطلق 1 atm از طریق دودکشی به قطر داخلی 0.5 m تخلیه می کند. دیواره های داخلی لوله های تابشی در 900 K و ضریب نشر آنها 0.75 است. ضریب انتقال حرارت جابه جایی گاز $10 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ تخمین زده می شود. نرخ انتقال حرارت q/A از گاز به طریق تابش و جابه جایی را تعیین کنید.

۴-۱۲-۱. انتقال حرارت آرام از یک سیال Power-Law: پوره موز به عنوان یک سیال غیرنیوتنی

Power-Law با دبی 300 lbm/hr در داخل لوله ای به قطر داخلی 1 in جریان دارد. سیال داخلی توسط یک سیال داغ که در خارج لوله جریان دارد گرم می شود. پوره موز در دمای 60°F وارد قسمت گرم لوله می شود که طول آن 5 ft است. دمای دیواره داخلی 180°F ثابت است. خواص سیال که توسط Charm داده شده است به صورت زیر می باشد (C1):

$$k = 0.320 \text{ btu/h.ft.}^\circ\text{F}, c_p = 0.875 \text{ btu/lb}_m \cdot ^\circ\text{F}, \rho = 69/9 \text{ lb}_m/\text{ft}^3$$

ثابت های رئولوژیکی سیال به این صورت هستند، $n' = 0.458$ که می تواند ثابت فرض شود و $K = 0.146 \text{ lb}_m \cdot \text{ft}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}$ در 70°F و برابر با 0.417 در 190°F . منحنی $\log K$ بر حسب $T^\circ \text{F}$ خط راست فرض می شود. دمای توده ای خروجی سیال در جریان آرام را محاسبه کنید.

۴-۱۲-۲. گرم کردن یک سیال Power-Law در جریان آرام: یک سیال غیرنیوتونی Power-Law با خواص فیزیکی و ثابتهای رئولوژیکی مانند مثال ۴-۱۲-۱ به صورت آرام با نرخ $10^{-2} \text{ kg/s} \times 6/3$ در لوله‌ای به قطر داخلی $25/4 \text{ mm}$ جریان دارد. این سیال توسط سیال داغی که در خارج لوله جریان دارد گرم می‌شود. سیال در دمای $26/7^\circ\text{C}$ وارد قسمت گرم لوله شده و در دمای توده‌ای $46/1^\circ\text{C}$ از آن خارج می‌شود. دمای دیواره داخلی در $82/2^\circ\text{C}$ ثابت است. طول لوله لازم را برحسب متر حساب کنید. (توجه: در این حالت طول مجهول لوله در معادله مربوط به h_c و در معادله موازنه گرمایی ظاهر می‌شود).

جواب: $L = 1/722 \text{ m}$

۴-۱۳-۱. انتقال حرارت در یک ظرف دو جداره با همزن پارویی: یک ظرف با همزن پارویی و بدون بافل برای گرم کردن یک مایع در $37/8^\circ\text{C}$ مورد استفاده قرار می‌گیرد. گرمای لازم از طریق جداره ظرف که بخار آب وارد آن می‌شود، تأمین می‌گردد. قطر داخلی ظرف $1/22 \text{ m}$ و قطر همزن $0/406 \text{ m}$ و سرعت چرخش آن 150 rpm است. دمای سطح دیواره $93/3^\circ\text{C}$ است. خواص فیزیکی مایع به صورت زیر است:

$$\mu = 0/1 \text{ kg/m.s} \quad (37/8^\circ\text{C}), \quad \mu = 7/5 \times 10^{-4} \quad (93/3^\circ\text{C})$$

$$\rho = 977 \text{ kg/m}^3, \quad c_p = 2/72 \text{ kJ/kg.K}, \quad k = 0/346 \text{ W/m.K}$$

ضریب انتقال حرارت از جداره ظرف به دیواره را تعیین کنید.

۴-۱۳-۲. گرمای تلف شده از پره‌های مدور: با استفاده از داده‌ها و شرایط مشابه مثال ۴-۱۳-۲ بازده

پره و نرخ گرمای تلف شده از پره‌های زیر را محاسبه کنید.

الف - پره از جنس فولاد معمولی ($k = 44 \text{ W/m.K}$).

ب - پره از جنس فولاد ضد زنگ ($k = 17/9 \text{ W/m.K}$).

جواب: الف) $\eta_c = 0/66$ و $q = 111/1 \text{ W}$

۴-۱۳-۳. گرمای تلف شده از پره‌های طولی: یک پره طولی آلومینیومی مطابق شکل ۴-۱۳-۳a

($k = 230 \text{ W/m.K}$) به یک لوله مسی به قطر خارجی $0/04 \text{ m}$ وصل شده است. طول

پره $0/08 \text{ m}$ و ضخامت آن 3 mm است. پایه پره در دمای 450 K ثابت نگهداشته

می‌شود و هوای بیرون در 300 K بوده و ضریب جابه‌جایی آن $25 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ است. بازده

پره و گرمای تلف شده به ازای 1 m از طول را محاسبه کنید.

۴-۱۳-۴. انتقال حرارت در مبدل گرمایی بالوله‌های پرده‌دار: هوا در دمای میانگین 50°C با جریان

پیدا کردن در خارج یک لوله فولادی ($k = 45/1 \text{ W/m.K}$) به قطر داخلی 35 mm و

ضخامت دیواره ۳ mm گرم می‌شود. بیرون لوله با ۱۶ پرۀ طولی فولادی به طول 13 mm و ضخامت $t = 1 \text{ mm}$ پوشیده شده است. داخل لوله، بخار در حال میعان در دمای 120°C و ضریب جابه‌جایی $7000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ جریان دارد. ضریب جابه‌جایی هوا در بیرون $30 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ تخمین زده می‌شود. با صرف‌نظر کردن از ضریب رسوب‌گذاری و استفاده از لوله‌ای به طول ۱ m ضریب کلی انتقال حرارت U_i را براساس سطح داخلی A_i محاسبه کنید.

۱-۱۴-۴. آنالیز ابعادی در جابه‌جایی طبیعی: با استفاده از آنالیز ابعادی در انتقال حرارت جابه‌جایی

طبیعی، برای صفحه عمودی داده شده در بخش ۱۴-۴ موارد زیر را انجام دهید:
الف - همه مراحل ذکر شده برای به دست آوردن توانهای گروههای بدون بعد π را انجام دهید.
ب - در این حالت چهار متغیر L ، ρ ، c_p و g را که بین همه گروههای بدون بعد مشترک هستند انتخاب کنید.

۲-۱۴-۴. آنالیز ابعادی در هدایت ناپایدار: برای هدایت ناپایدار در یک جامد این متغیرها مؤثر

هستند: L ، ρ ، c_p (بعد جسم جامد)، t ، k ، z (نقطه خاصی در جسم جامد). گروههای بدون بعد مربوطه را تعیین کنید.

جواب: $\pi_1 = \frac{kt}{\rho c_p L^2}$ و $\pi_2 = \frac{z}{L}$

۱-۱۵-۴. دماها در یک صفحه نیمه بی‌نهایت: یک صفحه نیمه بی‌نهایت مشابه شکل ۲-۱۵-۴

می‌باشد. در سطوح $x = 0$ و $x = L$ دما ثابت و برابر 200 K است. در سطح $y = 0$ دما K ۴۰۰ نگهداشته می‌شود. اگر $L = 1 \text{ m}$ ، دما را در نقطه $y = 0.5 \text{ m}$ و $x = 0.5 \text{ m}$ در حالت پایدار محاسبه کنید.

۲-۱۵-۴. هدایت گرما در یک جامد دو بُعدی: برای هدایت دو بُعدی مطابق مثال ۱-۱۵-۴، رابطه‌ای

برای محاسبه کل گرمای تلف شده از محفظه به ازای واحد طول با استفاده از گره‌های خارجی، به دست آورید. باید هشت مسیر برای یک چهارم محفظه وجود داشته باشد. دماهای واقعی را در معادله قرار دهید و گرمای تلف شده را به دست آورید.

جواب: $q = 3426 \text{ W}$

۳-۱۵-۴. تلفات گرمایی پایدار از یک کانال مستطیل شکل: محفظه‌ای که به شکل یک کانال

مستطیل شکل طویل و توخالی است دارای ابعاد خارجی $3 \times 4 \text{ m}$ و داخلی $1 \times 2 \text{ m}$ است. ضخامت دیواره‌ها 1 m است. دمای سطح داخلی ثابت و برابر 800 K و دمای سطح خارجی 200 K است. $k = 1/4 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ است. تلفات گرمایی پایدار به ازای هر متر

از طول کانال را محاسبه کنید. اندازه هر فاصله را $\Delta x = \Delta y = 0.5 \text{ m}$ در نظر بگیرید. همچنین برای محاسبه کل هدایت گرمایی از گره‌های خارجی استفاده کنید.

جواب: $q = 7428 \text{ W}$

۴-۱۵-۴. هدایت گرمایی دو بُعدی و شرایط مرزی مختلف: یک قطعه جامد بسیار بلند با مقطع 1×1 متر مربع صفحه بالایی آن در دمای 1000 K و صفحه سمت چپ آن در 200 K ثابت نگهداشته می‌شود. صفحه پایینی و سمت راست آن با محیط به دمای 200 K و ضریب جابه‌جایی $h = 10 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ ارتباط دارد. $k = 10 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$. با به کار بردن اندازه $\Delta x = \Delta y = \frac{1}{3} \text{ m}$ ، دماهای حالت پایدار گره‌های مختلف را محاسبه کنید.

۴-۱۵-۵. نقطه گرمی^(۱) در گوشه خارجی بین سطوح عایق شده: معادله تفاضل محدودی برای نقطه گرمی $T_{n,m}$ در یک گوشه خارجی بین سطوح عایق شده به دست آورید. نمودار شبیه شکل ۴-۱۵-۶c است بجز این‌که هر دو مرز عایق شده‌اند.

جواب: $\bar{q}_{n,m} = \frac{1}{4} (T_{n-1,m} + T_{n,m-1}) - T_{n,m}$

منابع

- (A1) ACRIVOS, A. *A.I.Ch.E. J.*, **6**, 584 (1960).
 (B1) BIRD, R. B., STEWART, W. E., and LIGHTFOOT, E. N. *Transport Phenomena*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1960.
 (B2) BADGER, W. L., and BANCHERO, J. T. *Introduction to Chemical Engineering*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1955.
 (B3) BROMLEY, L. A. *Chem. Eng. Progr.*, **46**, 221 (1950).
 (B4) BOWMAN, R. A., MUELLER, A. C., and NAGLE, W. M. *Trans. A.S.M.E.*, **62**, 283 (1940).
 (B5) BROOKS, G., and SU, G. *Chem. Eng. Progr.*, **55**, 54 (1959).
 (B6) BOLANOWSKI, J. P., and LINEBERRY, D. D. *Ind. Eng. Chem.*, **44**, 657 (1952).
 (C1) CHARM, S. E. *The Fundamentals of Food Engineering*, 2nd ed. Westport, Conn.: Avi Publishing Co., Inc., 1971.
 (C2) CARSLAW, H. S., and JAEGER, J. E. *Conduction of Heat in Solids*, 2nd ed. New York: Oxford University Press, Inc., 1959.
 (C3) CHAPMAN, A. J. *Heat Transfer*. New York: Macmillan Publishing Co., Inc., 1960.
 (C4) CLAPP, R. M. *International Developments in Heat Transfer*, Part III. New York: American Society of Mechanical Engineers, 1961.
 (C5) CHILTON, T. H., DREW, T. B., and JEBENS, R. H. *Ind. Eng. Chem.*, **36**, 510 (1944).
 (C6) CARREAU, P., CHAREST, G., and CORNEILLE, J. L. *Can. J. Chem. Eng.*, **44**, 3 (1966).
 (C7) CLAUSING, A. M. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **9**, 791 (1966).
 (D1) DUNLAP, I. R., and RUSHTON, J. H. *Chem. Eng. Progr. Symp.*, **49**(5), 137 (1953).
 (F1) FUJII, T., and IMURA, H. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **15**, 755 (1972).

- (G1) GRIMISON, E. D. *Trans. A.S.M.E.*, **59**, 583 (1937).
- (G2) GEANKOPLIS, C. J. *Mass Transport Phenomena*. Columbus, Ohio: Ohio State University Bookstores, 1972.
- (G3) GUPTA, A. S., CHAUBE, R. B., and UPADHYAY, S. N. *Chem. Eng. Sci.*, **29**, 839 (1974).
- (G4) GLUZ, M. D., and PAVLUSHENKO, L. S. *J. Appl. Chem., U.S.S.R.*, **39**, 2323 (1966).
- (G5) GLOBE, S., and DROPKIN, D. J. *Heat Transfer*, **81**, 24 (1959).
- (H1) HOLMAN, J. P. *Heat Transfer*, 4th ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1976.
- (J1) JACOB, M. *Heat Transfer*, Vol. 1. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1949.
- (J2) JACOB, M., and HAWKINS, G. *Elements of Heat Transfer*, 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1957.
- (J3) JACOB, M. *Heat Transfer*, Vol. 2. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1957.
- (K1) KREITH, F., and BLACK, W. Z. *Basic Heat Transfer*. New York: Harper & Row, Publishers, 1980.
- (K2) KEYES, F. G. *Trans. A.S.M.E.*, **73**, 590 (1951); **74**, 1303 (1952).
- (K3) KNUDSEN, J. G., and KATZ, D. L. *Fluid Dynamics and Heat Transfer*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1958.
- (K4) KERN, D. Q. *Process Heat Transfer*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1950.
- (L1) LUBARSKY, B., and KAUFMAN, S. J. *NACA Tech. Note No. 3336* (1955).
- (M1) McADAMS, W. H. *Heat Transmission*, 3rd ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1954.
- (M2) METZNER, A. B., and GLUCK, D. F. *Chem. Eng. Sci.*, **12**, 185 (1960).
- (M3) METZNER, A. B., and FRIEND, P. S. *Ind. Eng. Chem.*, **51**, 879 (1959).
- (N1) NELSON, W. L. *Petroleum Refinery Engineering*, 4th ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1949.
- (O1) OLDSHUE, J. Y., and GRETTON, A. I. *Chem. Eng. Progr.*, **50**, 615 (1954).
- (P1) PERRY, R. H., and CHILTON, C. H. *Chemical Engineers' Handbook*, 5th ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1973.
- (P2) PERRY, J. H. *Chemical Engineers' Handbook*, 4th ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1963.
- (P3) PERRY, R. H., and GREEN, D. *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 6th ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1984.
- (R1) REID, R. C., PRAUSNITZ, J. M., and SHERWOOD, T. K. *The Properties of Gases and Liquids*, 3rd ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1977.
- (R2) ROHSENOW, W. M., and HARTNETT, J. P., eds. *Handbook of Heat Transfer*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1973.
- (S1) SIEDER, E. N., and TATE, G. E. *Ind. Eng. Chem.*, **28**, 1429 (1936).
- (S2) STEINBERGER, R. L., and TREYBAL, R. E. *A.I.Ch.E. J.*, **6**, 227 (1960).
- (S3) SKELLAND, A. H. P. *Non-Newtonian Flow and Heat Transfer*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1967.
- (S4) SKELLAND, A. H. P., OLIVER, D. R., and TOOKE, S. *Brit. Chem. Eng.*, **7**(5), 346 (1962).
- (U1) UHL, V. W. *Chem. Eng. Progr. Symp.*, **51**(17), 93 (1955).
- (W1) WELTY, J. R., WICKS, C. E., and WILSON, R. E. *Fundamentals of Momentum, Heat and Mass Transfer*, 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1984.