

به نام خدا

جزوه آموزنتی مشکلات

تدوین : مجتبی لاشینی

www.Anaseri.Blog.ir

من نمیدانم

و همین درد مرا سخت می آزارد

که چرا این انسان ، این دانا ، این پیغمبر

در تکاپوهایش:

- چیزی از معجزه آنسوتر -

ره نبردست به اعجاز محبت ،

چه دلیلی دارد؟ چه دلیلی دارد ؟

که هنوز مهربانی را نشناخته است !

و نمی داند در یک لبخند ، چه شگفتی هایی پنهان است!

من بر آنم که در این دنیا

خوب بودن - به خدا - سهل ترین کار است

و نمی دانم که چرا انسان،

تا این حد ، با خوبی بیگانه است

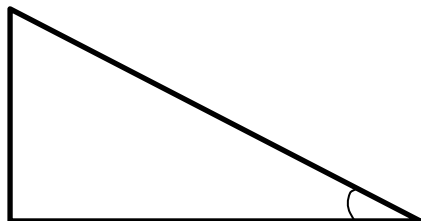
و همین درد مرا سخت می آزارد.

درجه (D): یک درجه اندازه ی زاویه ی مرکزی از یک دایره است که کمان مقابل آن $\frac{1}{360}$ محیط دایره باشد.

گراد (G): یک گراد اندازه ی زاویه ی مرکزی از یک دایره است که کمان مقابل آن $\frac{1}{400}$ محیط دایره باشد.

رادیان (R): یک رادیان اندازه ی زاویه ی مرکزی از دایره است که کمان مقابل آن $\frac{1}{2\pi}$ محیط دایره باشد.

نسبت های مثلثاتی در مثلث قائم الزاویه:



$$\sin \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل به زاویه } \alpha}{\text{وتر}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور به زاویه } \alpha}{\text{وتر}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل به زاویه } \alpha}{\text{ضلع مجاور به زاویه } \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور به زاویه } \alpha}{\text{ضلع مقابل به زاویه } \alpha}$$

دایره ی مثلثاتی:

علامت نسبت های مثلثاتی:

	ربع اول	ربع دوم	ربع سوم	ربع چهارم
sin	+	+	-	-
cos	+	-	-	+
tan	+	-	+	-
cot	+	-	+	-

مقادیر نسبت‌های مثلثاتی در زوایای خاص:

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	0	1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$+\infty$	$\sqrt{3}$	$+\infty$	0	$-\infty$	0
cot	$+\infty$	$\sqrt{3}$	1	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$-\infty$	0	$+\infty$

نکته: با توجه به جدول بالا بیشترین و کمترین مقدار نسبت‌های sin و cos ، 1 و -1 است.

نکته: نامساوی های زیر در ربع اول برقرار است:

$$1) 0 < x < \frac{\pi}{4} \rightarrow \begin{cases} \sin x < \cos x \\ \tan x < \cot x \end{cases}$$

$$2) \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2} \rightarrow \begin{cases} \sin x > \cos x \\ \tan x > \cot x \end{cases}$$

تمرین: روابط بالا را با رسم خط $y = x$ در دایره مثلثاتی نشان دهید روابط برای سایر نواحی را به دست آورید.

تمرین: با توجه به مقادیر نسبت های مثلثاتی در جدول بالا نمودار نسبت های مثلثاتی را رسم کنید.

1- اگر $|\sin x| + |\cos x| = |\sin x + \cos x|$ باشد انتهای کمان روبه رو به زاویه X در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

- (1) اول یا سوم (2) اول (3) دوم یا سوم (4) دوم یا چهارم

2- در مثلث قائم الزاویه ای سینوس یکی از زاویه ها $\frac{5}{7}$ اندازه ی وتر 14 است . کوچکترین ضلع مثلث کدام است؟

- (1) $2\sqrt{3}$ (2) $3\sqrt{3}$ (3) $4\sqrt{6}$ (4) $5\sqrt{2}$

کمان متمم، مکمل و قرینه:

برای تعیین نسبت های مثلثاتی کمان $\alpha \pm \frac{k\pi}{2}$ به صورت زیر عمل می کنیم.

1- انتهای کمان را مشخص می کنیم که در کدام ناحیه است.

2- علامت نسبت مثلثاتی را در آن ناحیه مشخص کنید.

3- اگر در کمان مورد نظر، مضرب فرد $\frac{\pi}{2}$ بود. $\sin$ را به $\cos$ و $\tan$ را به $\cot$ تبدیل می کنیم و بالعکس.

4- جواب نهایی را با کمان α جلوی آن می نویسیم.

نکات مهم :

1- می توان مضارب 2π را برای $\sin$ و $\cos$ و مضارب π را برای $\tan$ و $\cot$ حذف کرد.

2- همواره داریم:

$$\begin{cases} \sin -\alpha = -\sin \alpha \\ \cos -\alpha = -\cos \alpha \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} \tan -\alpha = -\tan \alpha \\ \cot -\alpha = -\cot \alpha \end{cases}$$

3- اگر $\alpha + \beta = \pi$ آنگاه داریم:

$$\begin{cases} \sin \alpha = \sin \alpha \\ \cos \beta = -\cos \alpha \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} \tan \beta = -\tan \alpha \\ \cot \alpha = -\cot \beta \end{cases}$$

4- اگر $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ آنگاه داریم:

$$\begin{cases} \sin \beta = \cos \alpha \\ \cos \beta = \sin \alpha \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} \tan \alpha = \cot \beta \\ \cot \alpha = \tan \beta \end{cases}$$

تذکر: توصیه می شود برای به دست آوردن حدود و چگونگی تغییرات نسبت های مثلثاتی از دایره مثلثاتی استفاده شود، به این ترتیب که کمان مورد نظر را ددر دایره نشان دهیم و با توجه به خواسته سوال به جواب برسیم.

3- اگر $\tan 20 = 0.36$ حاصل $\frac{\sin 160 - \cos 200}{\cos 110 + \sin 70}$ کدام است؟

(1) $\frac{9}{4}$ (2) $\frac{15}{8}$ (3) $\frac{17}{8}$ (4) $\frac{31}{16}$

نکته: اگر $\alpha + \beta = \pi$ باشد آنگاه: $\cos \alpha + \cos \beta = 0$

4- حاصل $\cos \frac{3\pi}{14} + \cos \frac{5\pi}{14} + \cos \frac{7\pi}{14} + \cos \frac{9\pi}{14} + \cos \frac{11\pi}{14}$ کدام است؟

(1) -2 (2) 0 (3) -1 (4) 1

5- با فرض $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{4}$, $\tan \alpha = \frac{2}{m-1}$ حدود تغییرات m کدام است؟

(1) $m < -1$ (2) $m < 1$ (3) $-1 < m < 1$ (4) $-2 < m < -1$

فرمول های مقدماتی:

$$1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \begin{cases} \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha, \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \\ \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \\ \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \end{cases}$$

تمرین : با استفاده از اتحاد ها حاصل $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$ را بنویسید.

$$2) \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1, \alpha \neq \frac{k\pi}{2} \rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} \\ \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} \end{cases}$$

$$3) 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \alpha \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha}$$

$$4) 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \alpha \neq k\pi \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$5) \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$6) \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$7) \csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

نکته : با استفاده از روابط بالا و اتحاد ها می توان نشان داد داریم:

$$(\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2 = 1 \pm 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

تذکر: در تست ها می توانیم یک کمان قابل تعریف را قرار دهیم و در گزینه ها نیز این کمان را قرار دهیم هر کدام جواب یکسان داد گزینه ی صحیح است.

6- اگر $\cot x = -2$ و $\cos x < 0$ باشد مقدار $\sin x$ چقدر است؟

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (2)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

7- حاصل $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} - (\tan \alpha + \cot \alpha)^2$ کدام است؟

$$(4) \text{ صفر}$$

$$(3) -1$$

$$(2) 2$$

$$(1) -2$$

8- اگر $A = \tan 1 \tan 2 \tan 3 \tan 89 \tan 88 \tan 87$ باشد آنگاه $A = ?$

$$(4) A = \tan^2 89$$

$$(3) A = 1$$

$$(2) A = 0$$

$$(1) A = \tan^2 10$$

نسبت های مثلثاتی $(\alpha \pm \beta)$:

$$1) \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$2) \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\rightarrow \sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2} \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$$

با توجه به روابط بالا می توان نتیجه گرفت که:

$$-\sqrt{2} \leq \sin \alpha \pm \cos \alpha \leq \sqrt{2}$$

$$\rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} \quad \text{و} \quad \sin \alpha - \cos \alpha = -\sqrt{2} \rightarrow \alpha = -\frac{\pi}{4}$$

$$3) \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} \pm \alpha\right) = \frac{1 \pm \tan \alpha}{1 \mp \tan \alpha}$$

$$4) \cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot \alpha \cot \beta \mp 1}{\cot \beta \pm \cot \alpha}$$

تمرین : اگر $\tan(\alpha + \beta) = k_1$ و $\tan(\alpha - \beta) = k_2$ باشد نگاه عبارت زیر را مانند نمونه کامل کنید.

$$\tan 2\beta = \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 k_2}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{\dots \dots \dots}{\dots \dots \dots}$$

فرمول های تبدیل جمع به ضرب:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

فرمول های تبدیل ضرب به جمع:

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$-9 \cos 3a - \frac{\sin 3a \cos a}{\sin a} \text{ برابر کدام است؟}$$

$$2\cos a \quad (4)$$

$$2\sin a \quad (3)$$

$$\cot a \quad (2)$$

$$-\cos a \quad (1)$$

10- در مثلث ABC، $A = \frac{\pi}{2}$ و $a = \sqrt{13}$ و $b = 2$ مقدار $\cot(C-B)$ کدام است؟

$$2/4 \quad (4)$$

$$3/2 \quad (3)$$

$$1/8 \quad (2)$$

$$1/6 \quad (1)$$

11- اگر $\alpha + \beta = 135^\circ$ و $\tan(\alpha - \beta) = \frac{3}{4}$ مقدار کسر $\frac{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}$ کدام است؟

- (1) $\frac{3}{4}$ (2) $-\frac{3}{4}$ (3) $\frac{4}{3}$ (4) $-\frac{4}{3}$

12- اگر $\sin x \cos x = \frac{3}{8}$ باشد حاصل $\sin x - \cos x$ کدام است؟

- (1) $\pm \frac{1}{2}$ (2) $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ (4) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

نسبت‌های مثلثاتی 2α بر حسب α :

- 1) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \rightarrow \frac{1}{2} \sin \alpha = \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$
- 2) $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$
- 3) $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \rightarrow 1 - \cos \alpha = 2\sin^2 \frac{\alpha}{2}$
- 4) $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \rightarrow 1 + \cos \alpha = 2\cos^2 \frac{\alpha}{2}$
- 5) $(\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2 = 1 \mp \sin 2\alpha$
- 6) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = \cos 2\alpha$

از تقسیم رابطه ی 1 بر 2 رابطه ی 7 به دست می آید.

- 7) $\frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \tan^2 \alpha$
- 8) $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$
- 9) $\cot 2\alpha = \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha}$
- $\rightarrow \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$, $\cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha$
- $\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$, $\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$

رابطه ی 3α :

- 10) $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$
- 11) $\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$

تمرین: رابطه ی $\tan 3\alpha$ را با استفاده از رابطه 10 و 11 بدست آورید.

13- حاصل عبارت $(\sin x + \cos x + 1)(\sin x + \cos x - 1)$ به ازای $x = \frac{7\pi}{12}$ کدام است؟

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) 1 (4) -1

14- حاصل $\frac{\cos 2x}{\sqrt{2} \sin x - 1} - \frac{\sqrt{2} \cos 2x}{\sin x + \cos x} + \sqrt{2} \cos x$ کدام است؟

- (1) -1 (2) 1 (3) 0 (4) $2\sqrt{2} \cos x$

15- حاصل $\sin 7/5 \sin 97/5 \cos 15$ چقدر است؟

- (1) $-\frac{1}{8}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{1}{8}$ (4) $-\frac{1}{4}$

16- اگر $a + b = \frac{\pi}{2}$ باشد حاصل $\tan a + \tan b$ کدام است؟

- (1) $\sin b$ (2) $\cos a$ (3) $\frac{1}{\sin a}$ (4) $\frac{1}{\cos a}$

17- اگر $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1}{5}$ باشد حاصل $\tan 2\alpha$ کدام است؟

- (1) $1/5$ (2) $1/8$ (3) $2/4$ (4) $2/5$

18- خلاصه شده ی $\tan 20 (1 + \cos 40)$ برابر کدام است؟

- (1) $\sin 20$ (2) $\sin 40$ (3) $\cos 20$ (4) $\cos 40$

19- حاصل $(\sin \frac{\pi}{8} - \cos \frac{\pi}{8})^2 - (\sin \frac{\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{8})^2$ کدام است؟

- (1) $-\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{2}$ (3) 2 (4) -2

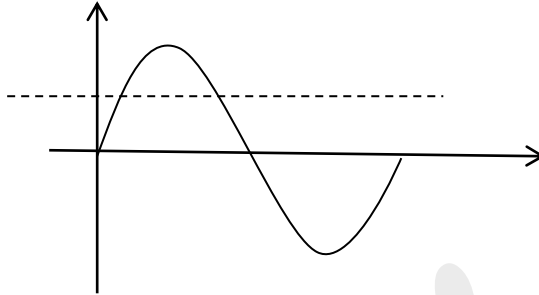
20- کم ترین مقدار تابع $y = \cos 2x + \cos x$ کدام است؟

- (1) 2 (2) $-\frac{9}{8}$ (3) صفر (4) 1

معادلات مثلثاتی:

(1) معادله ی $\sin x = \sin \alpha = a$ ، $-1 \leq a \leq 1$

$$\begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$$

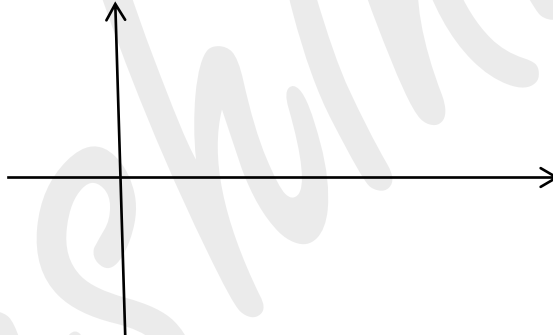


تذکر: حالات خاص

$$\sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}, \quad \sin x = 1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, \quad \sin x = 0 \rightarrow x = k\pi$$

(2) معادله ی $\cos x = \cos \alpha = a$ ، $-1 \leq a \leq 1$

$$x = 2k\pi \pm \alpha$$

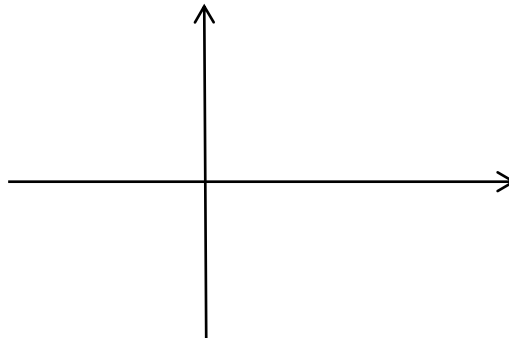


(3) تذکر: حالات خاص

$$\cos x = -1 \rightarrow x = 2k\pi + \pi, \quad \cos x = 1 \rightarrow x = 2k\pi, \quad \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

(3) معادله ی $\tan x = \tan \alpha$

$$x = k\pi + \alpha$$



تذکر: حالت خاص

$$\tan x = 0 \rightarrow x = k\pi$$

$$\cot x = \cot \alpha \quad (4)$$

$$x = k\pi + \alpha$$

تذکر: حالت خاص

$$\cot x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

نکته: برای به دست آوردن جواب های معادله ی مثلثاتی می توان از نمودار و یا دایره مثلثاتی استفاده کرد و در صورت های های مختلف سوال سعی می کنیم معادله را ساده کنیم و به روش های جبری آن را حل کنیم.

تابع متناوب:

تابع $y = f(x)$ متناوب است در صورتی که مقدار ثابت و مثبتی مانند T وجود داشته باشد به طوری که داشته باشیم

$$\forall x \in D_f \rightarrow f(x + T) = f(x)$$

نکته ی مهم: اگر $y = f(x)$ تابعی متناوب با دوره ی تناوب T باشد، دوره ی تناوب تابع $y = af(x) + c$ همان T خواهد بود ولی دوره ی تناوب تابع $y = af(bx) + c$ برابر با $\frac{T}{|b|}$ است. پس برای توابع مثلثاتی خواهیم داشت :

$$\begin{cases} y = a \sin bx + c \\ y = a \cos bx + c \end{cases} \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|}$$

$$\begin{cases} y = a \tan bx + c \\ y = a \cot bx + c \end{cases} \rightarrow T = \frac{\pi}{|b|}$$

نکته: در مورد توابعی به صورت $y = \sin^{2n+1}x$ و $y = \sin^{2n+1}x$ دوره ی تناوب همان $T = 2\pi$ ولی در مورد

$y = \sin^{2n}x$ و $y = \cos^{2n}x$ و $y = |\sin x|$ و $y = |\cos x|$ دوره تناوب نصف می گردد و برابر $T = \pi$ است. در

مورد $y = \tan x$ و $y = \cot x$ با هر توان طبیعی $T = \pi$ است.

21- کدام معادله ی مثلثاتی ریشه ندارد؟

$$\sin^2 x = \sqrt{5} - 2 \quad (2)$$

$$\sqrt{3} \sin^2 x = \sqrt{2} \quad (1)$$

$$\sin^2 x = 1 - \frac{\sqrt{5}}{6} \quad (4)$$

$$3 \sin^2 x = 4 \quad (3)$$

22- معادله ی $\sin x = \sin(x + \frac{\pi}{3})$ در فاصله ی $0 \leq x \leq 2\pi$ چند ریشه دارد؟

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$0 \quad (1)$$

23- معادله ی $(2 \sin x + 1)(3 \sin x + 2) = 0$ در بازه ی $[\pi, 2\pi]$ چند ریشه دارد؟

$$1 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

24- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\sin \frac{5\pi}{6} + \sin(\frac{\pi}{2} + x) + \sin(\pi + x) = 0$ کدام است؟

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (4)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (3)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (1)$$

25- تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{1}{[\cos \pi x]}$ در کدام بازه قابل تعریف است؟

$$(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}) \quad (4)$$

$$(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) \quad (3)$$

$$(0, 1) \quad (2)$$

$$[0, 1] \quad (1)$$

26- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $2\sin^2 x = 3 \cos x$ به کدام صورت است؟

$$k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (4) \quad 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (3) \quad 2k\pi + \pi \quad (2) \quad k\pi \quad (1)$$

27- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\sin(\pi + x) \cos(\frac{\pi}{2} + x) - 2 \sin(\pi - x) + 1 = 0$ کدام است؟

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \quad (4) \quad 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (3) \quad 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad (2) \quad 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

28- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} = \sqrt{3}$ به کدام صورت است؟

$$k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (4) \quad k\pi + \frac{5\pi}{6} \quad (3) \quad 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (2) \quad 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \quad (1)$$

29- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\tan(x + \frac{\pi}{4}) + \tan(x - \frac{\pi}{4}) = 2\sqrt{3}$ به کدام صورت است؟

$$k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (4) \quad \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \quad (3) \quad \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3} \quad (2) \quad k\pi + \frac{\pi}{6} \quad (1)$$

30- جواب کلی معادله ی مثلثاتی $\cos(x + \frac{\pi}{3}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$ به کدام صورت است؟

$$k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (4) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (3) \quad k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (2) \quad k\pi - \frac{\pi}{3} \quad (1)$$

31- معادله ی $\sin x \sin 2x \sin 3x = 1$ در بازه ی $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

$$4 \quad (4) \quad 2 \quad (3) \quad 1 \quad (2) \quad \text{صفر} \quad (1)$$

32- نمودار تابع $y = -4 \cos(\frac{\pi}{4} - 3\pi x)$ روی بازه ی $[-1, 1]$ در چند نقطه بیش ترین مقدار را دارد؟

- 1 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4)

33- دوره ی تناوب $f(x) = \cot x - \tan x$ کدام است؟

- $\frac{\pi}{2}$ (1) π (2) 2π (3) $\frac{\pi}{4}$ (4)

- | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1) 1 | 2) 3 | 3) 3 | 4) 2 | 5) 1 | 6) 4 | 7) 1 | 8) 3 |
| 9) 4 | 10) 4 | 11) 4 | 12) 1 | 13) 2 | 14) 1 | 15) 3 | 16) 4 |
| 17) 3 | 18) 2 | 19) 1 | 20) 2 | 21) 3 | 22) 3 | 23) 3 | 24) 1 |
| 25) 3 | 26) 2 | 27) 3 | 28) 4 | 29) 3 | 30) 4 | 31) 1 | 32) 3 |
| | | | | | | | 33) 1 |