



مجموعه سوالات چهارگزینه‌ای هندسه (۲) یازدهم ریاضی

گردآوری شده توسط: مهدی فرشی

تمام سوالات موجود در این جزوه از بین سوالات
آزمون‌های معتبری مانند کنکور سراسری، کنکور
آزاد، قلمچی، گاج، گزینه دو، مرآت، گاما و
کنکورهای آزمایشی استان یزد انتخاب شده‌اند.

این جزوه در ۲ قسمت تهیه شده است. در قسمت
اول سوالات آموزشی قرار دارند که دانش‌آموزان
باید بدون در نظر گرفتن وقت آنها را حل کرده
و سپس در کلاس رفع اشکال کنند. در قسمت
دوم خودآزمایی‌ها قرار دارند که پس از اتمام حل
سوالات آموزشی یک مبحث باید با در نظر گرفتن
وقت پیشنهادی حل شوند.

فهرست مندرجات

۱	دایره	۱
۱	۱.۱ مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره	۱
۵	۲.۱ رابطه‌های طولی در دایره	۵
۸	۳.۱ چندضلعی‌های محاطی و محیطی	۸
۱۱	۲ تبدیل‌های هندسی و کاربردها	۱۱
۱۱	۱.۲ تبدیل‌های هندسی	۱۱
۱۶	۲.۲ کاربرد تبدیل‌ها	۱۶
۱۹	۳ روابط طولی در مثلث	۱۹
۱۹	۱.۳ قضیه‌ی سینوس‌ها	۱۹
۲۱	۲.۳ قضیه‌ی کسینوس‌ها	۲۱
۲۳	۳.۳ قضیه‌ی نیمسازهای زوایای داخلی و محاسبه‌ی طول نیمسازها	۲۳
۲۵	۴.۳ قضیه‌ی هرون (محاسبه‌ی ارتفاع‌ها و مساحت مثلث)	۲۵
۲۷	۴ خودآزمایی‌ها	۲۷
۲۸	۱.۴ خودآزمایی شماره ۱ (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره)	۲۸
۳۱	۲.۴ خودآزمایی شماره ۲ (رابطه‌های طولی در دایره)	۳۱
۳۴	۳.۴ خودآزمایی شماره ۳ (رابطه‌های طولی در دایره)	۳۴
۳۷	۴.۴ خودآزمایی شماره ۴ (چندضلعی‌های محاطی و محیطی)	۳۷
۴۰	۵.۴ خودآزمایی شماره ۵ (تبدیل‌های هندسی)	۴۰
۴۳	۶.۴ خودآزمایی شماره ۶ (تبدیل‌های هندسی)	۴۳

۴۶	خودآزمایی شماره ۷ (کاربرد تبدیل‌ها)	۷.۴
۴۹	خودآزمایی شماره ۸ (قضیه‌ی سینوس‌ها)	۸.۴
۵۲	خودآزمایی شماره ۹ (قضیه‌ی کسینوس‌ها)	۹.۴
۵۵	خودآزمایی شماره ۱۰ (قضیه‌ی نیمسازهای زوایای داخلی و محاسبه‌ی طول نیمسازها)	۱۰.۴
۵۸	خودآزمایی شماره ۱۱ (قضیه‌ی هرون (محاسبه‌ی ارتفاع‌ها و مساحت مثلث))	۱۱.۴

۵ **سؤالات کنکورهای اخیر**

۶۱	سؤالات کنکور ۹۸	۱.۵
۶۱	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۱.۵
۶۲	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۱.۵
۶۳	سؤالات کنکور ۹۹	۲.۵
۶۳	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۲.۵
۶۴	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۲.۵
۶۵	سؤالات کنکور ۱۴۰۰	۳.۵
۶۵	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۳.۵
۶۵	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۳.۵
۶۷	سؤالات کنکور ۱۴۰۱	۴.۵
۶۷	سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۴.۵
۶۷	سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۴.۵

۶ **پاسخنامه**

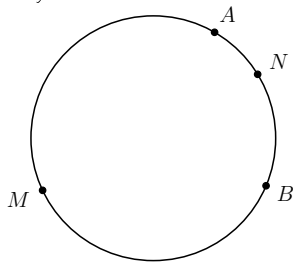
۶۹

فصل ۱

دایره

۱.۱ مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره

آزاد ۸۰



(۱) در شکل مقابل $\widehat{AMB} = 4\widehat{ANB}$ ، کمان ANB چه کسری از محیط دایره است؟

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{5}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۲) مساحت قطاعی از دایره‌ی $C(O, R)$ که زاویه‌ی محاطی روبه‌رو به کمان آن قطاع برابر 72° باشد، چقدر است؟
($\pi = 3, R = 10$)

(۴) ۶

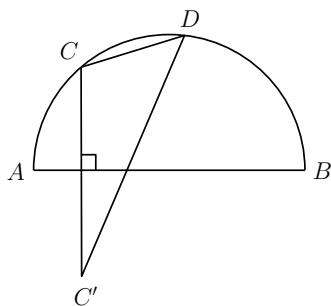
(۳) ۶۰

(۲) ۱۲

(۱) ۱۲۰

(۳) وتر CD به طول ثابت l بر روی نیم‌دایره‌ای به قطر AB ($l < 2R$) در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌لغزد. اگر C' قرینه‌ی نقطه‌ی C نسبت به قطر AB باشد، آنگاه زاویه‌ی $CC'D$ چه وضعی دارد؟

سراسری ۶۷



(۱) وضعیت مشخصی ندارد.

(۲) همواره افزایش می‌یابد.

(۳) همواره کاهش می‌یابد.

(۴) همواره ثابت است.

آزاد ۷۵

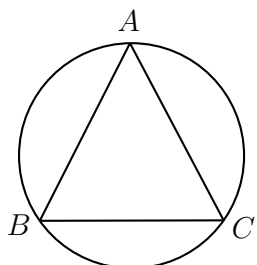
(۴) در یک ده‌ضلعی منتظم زاویه‌ی بین دو قطر متوالی که از یک رأس می‌گذرند کدام است؟

(۴) $\frac{\pi}{6}$

(۳) $\frac{\pi}{12}$

(۲) $\frac{\pi}{10}$

(۱) $\frac{\pi}{5}$



(۵) در شکل مقابل $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ می‌باشد. وتر AC را به اندازه‌ی خودش از طرف A امتداد می‌دهیم تا به نقطه‌ی D برسیم. هرگاه BD ، کمان AB را در نقطه‌ی E قطع کند، در این صورت اندازه‌ی \widehat{EBC} کدام است؟

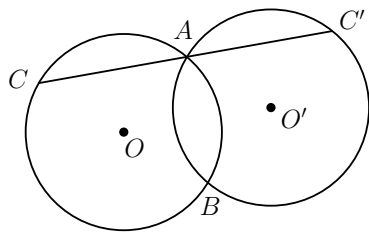
(۴) 135°

(۳) 150°

(۲) 180°

(۱) 120°

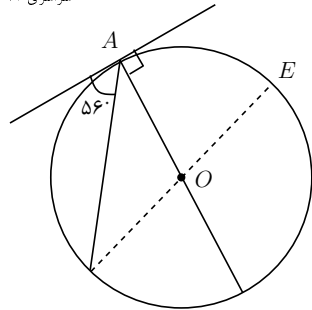
۶) در شکل مقابل دو دایره مساوی متقاطع اند. قاطع CAC' را رسم می‌کنیم. مثلث CBC' همواره



- ۱) متساوی‌الاضلاع است.
- ۲) قائم‌الزاویه است.
- ۳) متساوی‌الساقین است.
- ۴) قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است.

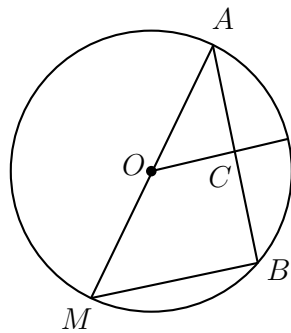
سراسری ۷۱

۷) در شکل مقابل O مرکز دایره و زاویه‌ی A برابر با ۵۶° درجه است، کمان AE چند درجه است؟



- (۱) 68°
- (۲) 66°
- (۳) 64°
- (۴) 62°

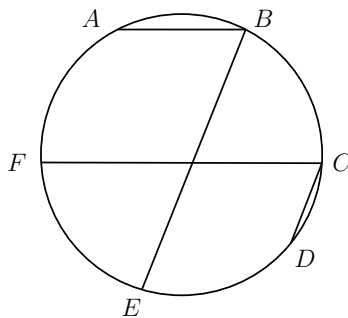
۸) در شکل مقابل C وسط وتر AB قرار دارد و مثلث AOC متساوی‌الساقین است. زاویه‌ی \widehat{AMB} چند درجه است؟



- (۱) 30°
- (۲) 60°
- (۳) 45°
- (۴) 50°

آزاد ۷۷

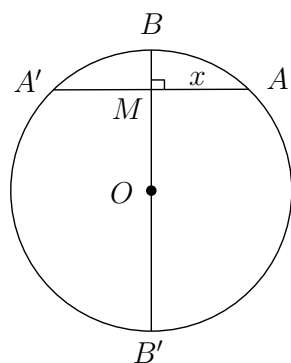
۹) در شکل مقابل $AB \parallel FC$ ، $CD \parallel BE$ ، $\widehat{AB} = 60^\circ$ ، $\widehat{CD} = 40^\circ$ و $\widehat{EF} = 110^\circ$. اندازه‌ی \widehat{FCD} چقدر است؟



- (۱) 90°
- (۲) 55°
- (۳) 70°
- (۴) 80°

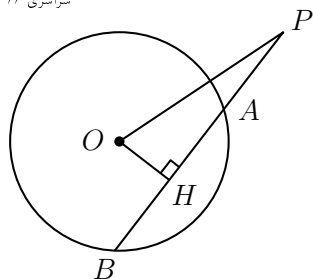
۱۰) دو دایره با شعاع‌های مساوی ۳ و فاصله‌ی خط‌المركزین ۸ داده شده است. از وسط خط‌المركزین قاطعی رسم می‌کنیم، اگر وتر جدا شده در دایره‌ی اول به طول $\sqrt{2}$ باشد، طول وتر جدا شده در دایره‌ی دوم کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$
- (۲) $\sqrt{3}$
- (۳) $1 + \sqrt{2}$
- (۴) $3 - \sqrt{2}$



۱۱) در شکل مقابل $MB' = 18$ و $MB = 2$ ، مقدار x کدام است؟

- (۱) ۶
- (۲) ۱۱
- (۳) ۱۰
- (۴) ۸



۱۲) در شکل مقابل $PA = \frac{AB}{4} = 3$ ، $OH = 1$ و $\widehat{OHA} = 90^\circ$. شعاع دایره چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{13}$ (۲) $\sqrt{12}$
 (۳) $\sqrt{11}$ (۴) $\sqrt{10}$

۱۳) دو دایره‌ی متحد‌المركز به شعاع‌های ۱ و ۲ مفروض‌اند. طول وترى از دایره‌ی بزرگتر که بر دایره‌ی کوچکتر مماس است برابر است با

- (۱) ۳ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\sqrt{3}$

۱۴) مجموعه‌ی وسط‌های وترهایی به طول l در دایره‌ی $C(O, R)$ ، $(l < 2R)$ ، کدام شکل است؟

- (۱) دایره‌ای است به شعاع $\frac{R}{2}$ (۲) دایره‌ای است به شعاع $\frac{l}{4}$
 (۳) دایره‌ای است به شعاع $\sqrt{R^2 - \frac{l^2}{4}}$ (۴) تهی است.

۱۵) فاصله‌ی نقطه‌ی M از مرکز دایره $C(O, 5)$ برابر ۳ واحد می‌باشد، چند وتر از نقطه M می‌گذرد که طول آن $\frac{7}{5}$ باشد؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) بی‌شمار (۴) ۴

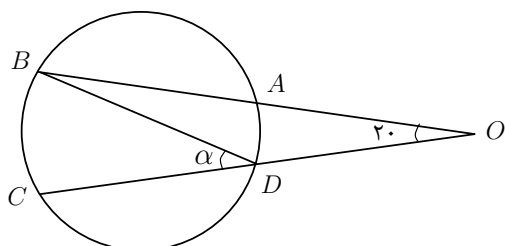
۱۶) نقطه‌ی C بر روی قطر AB به طول ۹ واحد از دایره‌ای چنان قرار دارد که آن را به نسبت ۱ و ۲ تقسیم کرده است. طول کوتاه‌ترین وتر از دایره که از نقطه‌ی C می‌گذرد، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) $5\sqrt{3}$ (۳) $6\sqrt{3}$ (۴) $4\sqrt{5}$

۱۷) در دایره‌ی $C(O, R)$ طول وترهای AB و $A'B'$ به ترتیب l و l' است، اگر فاصله‌ی مرکز دایره از این دو وتر به ترتیب d و d' باشد و $l > l'$ آنگاه کدام درست است؟

- (۱) $d > d'$ (۲) $d < d'$ (۳) $d = d'$ (۴) $d < \frac{d'}{2}$

۱۸) اندازه‌ی زاویه‌ی α در شکل زیر چقدر است؟ $\widehat{CD} = 90^\circ$ و $\widehat{AB} = 110^\circ$

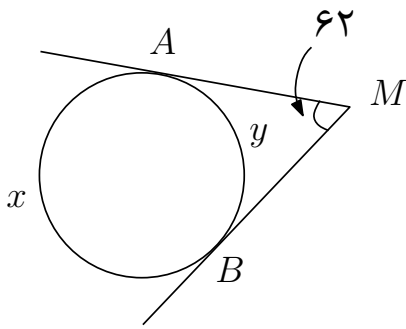


- (۱) ۳۰ (۲) ۴۰
 (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

۱۹) در دایره‌ی C ، قطر PQ و وتر AB را رسم کرده‌ایم به طوری که یکدیگر را در نقطه‌ی S قطع کرده‌اند. اگر طول کمان AQ برابر با یک هشتم محیط دایره و $\widehat{QPB} = 25^\circ$ باشد، آنگاه زاویه‌ی \widehat{ASQ} کدام است؟

- (۱) $75/5^\circ$ (۲) $87/5^\circ$ (۳) $92/5^\circ$ (۴) $104/5^\circ$

(۲۰) در شکل زیر x و y کدام اند؟



$y = 118, x = 242$ (۲)

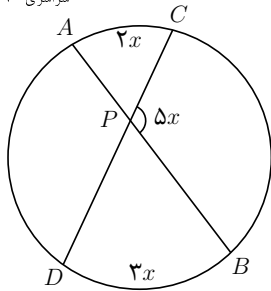
$y = 142, x = 218$ (۴)

$y = 120, x = 240$ (۱)

$y = 119, x = 241$ (۳)

(۲۱) در شکل مقابل $\widehat{BD} = 3x^\circ$ و $\widehat{AC} = 2x^\circ$ ، $\widehat{CPB} = 5x^\circ$. مقدار x چند درجه است؟

سراسری ۷۰



24° (۲)

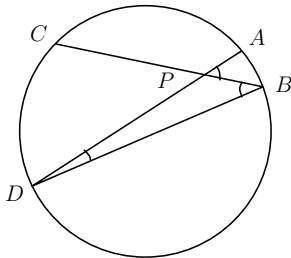
20° (۱)

36° (۴)

32° (۳)

(۲۲) در شکل مقابل $\widehat{D} = \frac{1}{3} \widehat{B}$ ، زاویه P چند برابر کمان AB است؟

سراسری ۷۵



۱ (۲)

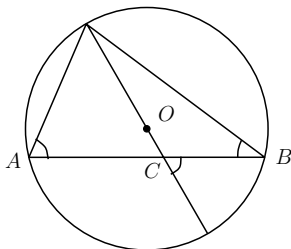
$\frac{2}{3}$ (۱)

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

(۲۳) در شکل مقابل O مرکز دایره است، $\widehat{A} = 65^\circ$ و $\widehat{B} = 35^\circ$. زاویه C چند درجه است؟

سراسری ۸۱



61° (۲)

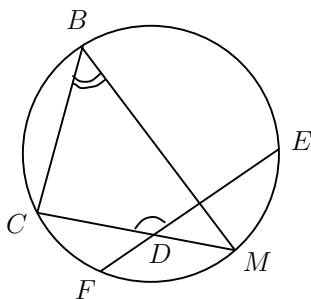
60° (۱)

63° (۴)

62° (۳)

(۲۴) در شکل مقابل M وسط کمان EF است و $\widehat{BC} = 50^\circ$. اندازه $\widehat{B} + \widehat{D}$ کدام است؟

سراسری ۷۷



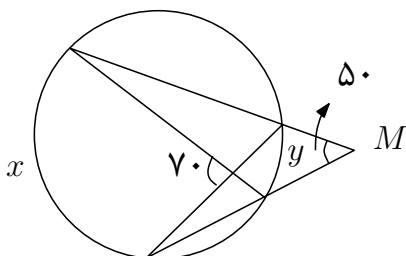
175° (۲)

160° (۱)

230° (۴)

180° (۳)

(۲۵) مقدار x و y در شکل مقابل کدام است؟



$y = 20, x = 120$ (۲)

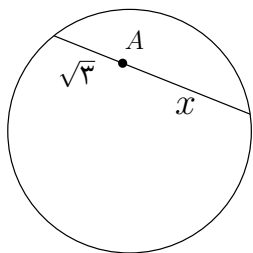
$y = 20, x = 70$ (۱)

$y = 10, x = 130$ (۴)

$y = 20, x = 90$ (۳)

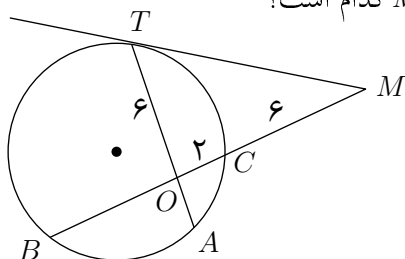
۲.۱ رابطه‌های طولی در دایره

(۲۶) اگر اندازه‌ی کوتاه‌ترین وترى که از نقطه‌ی A درون دایره می‌توان رسم کرد برابر ۶ باشد، مقدار x کدام است؟



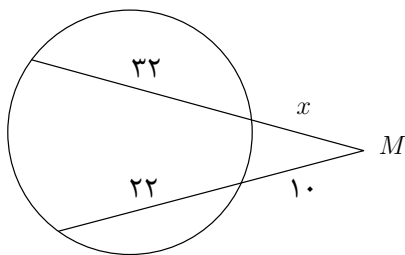
- (۱) $\sqrt{3}$
 (۲) $3\sqrt{3}$
 (۳) $6\sqrt{3}$
 (۴) $12\sqrt{3}$

(۲۷) در شکل مقابل اگر $MC = 6$ و $OC = 2$ و $OA = 1$ و $OT = 6$ باشد، طول مماس MT کدام است؟



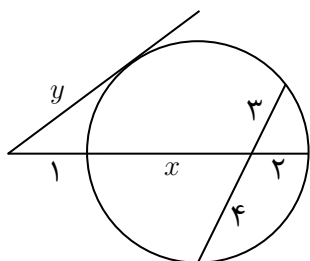
- (۱) $\sqrt{65}$
 (۲) $\sqrt{66}$
 (۳) ۸
 (۴) $\sqrt{67}$

(۲۸) مقدار x در شکل مقابل کدام است؟



- (۱) ۴۰
 (۲) -۴۰
 (۳) ۸
 (۴) -۲۰

(۲۹) در شکل مقابل، مقدار $x + y$ کدام است؟

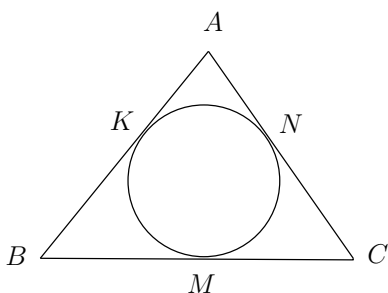


- (۱) ۸
 (۲) ۹
 (۳) ۱۲
 (۴) ۱۵

(۳۰) از نقطه‌ی A به فاصله‌ی $2R$ از مرکز دایره‌ای به شعاع R دو مماس بر آن رسم می‌کنیم. زاویه‌ی بین دو مماس برابر است با آزاد ۶۶

- (۱) 30°
 (۲) 60°
 (۳) 90°
 (۴) 120°

(۳۱) در شکل مقابل اندازه‌ی MC کدام است؟ (p نصف محیط است.)

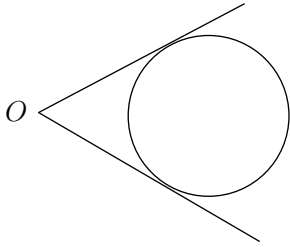


- (۱) $p - c$
 (۲) $p - a$
 (۳) $p - b$
 (۴) $2p - a - b$

(۳۲) از نقطه‌ی P دو مماس عمود بر هم بر دایره‌ای به شعاع ۲ رسم شده است، سطح بین دو مماس و محیط دایره کدام است؟

- (۱) $4 - \pi$
 (۲) $2\pi - 4$
 (۳) $4 - \frac{\pi}{3}$
 (۴) $2 - \frac{\pi}{3}$

۳۳) در شکل مقابل زاویه O برابر 60° درجه و شعاع دایره‌ای که بر دو ضلع زاویه مماس است $11/5$ سانتی متر است، فاصله‌ی مرکز دایره از نقطه‌ی O چند سانتی متر است؟



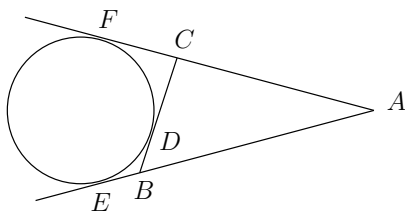
- ۱۷ (۱) ۱۴ (۲)
۲۰ (۳) ۲۳ (۴)

۳۴) از نقاط A و B و C بر دایره‌ای به شعاع ۲ سانتی متر سه مماس AT و BT' و CT'' به طول‌های $2\sqrt{3}$ رسم شده است. اگر مثلث ABC متساوی‌الاضلاع باشد، مساحت مثلث کدام است؟

- ۳۶ $\sqrt{3}$ (۱) ۲۴ $\sqrt{3}$ (۲) ۱۸ $\sqrt{3}$ (۳) ۱۲ $\sqrt{3}$ (۴)

۳۵) در شکل مقابل با تغییر نقطه‌ی تماس D بر روی دایره بین دو نقطه‌ی ثابت E و F مساحت و محیط مثلث ABC کدام وضع را دارند؟

سراسری ریاضی ۷۹

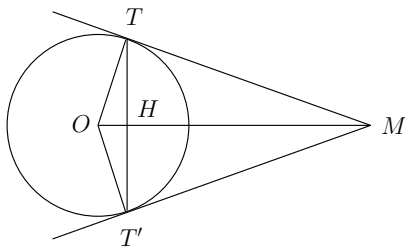


- ۱) محیط و مساحت متغیر
۲) محیط متغیر و مساحت ثابت
۳) محیط و مساحت ثابت
۴) محیط ثابت و مساحت متغیر

۳۶) مجموعه نقاطی که از آن نقاط دو مماس عمود بر هم بر دایره‌ی $C(O, R)$ رسم می‌شود، کدام شکل است؟

- ۱) دایره‌ای به شعاع $2R$ ۲) دایره‌ای به شعاع $R\sqrt{2}$ ۳) دایره‌ای به شعاع $R\sqrt{3}$ ۴) تهی است.

۳۷) در دایره‌ی $C(O, R)$ حاصل $OH \times OM$ کدام است؟



- ۲R (۱) ۲R^۲ (۲)
R^۲ (۳) $\frac{R^2}{3} \times AB^2$ (۴)

۳۸) در دو دایره به شعاع‌های $R_1 = \sqrt{2} + 1$ و $R_2 = 2\sqrt{2} + 1$ ، طول خط‌المركزین $d = \sqrt{2}$ است. دو دایره نسبت به هم چه وضعی دارند؟

- ۱) متداخل‌اند. ۲) مماس داخل‌اند. ۳) مماس خارج‌اند. ۴) متخارج‌اند.

۳۹) دو دایره با شعاع‌های مساوی با هم متقاطع‌اند به طوری که مرکز هر کدام روی محیط دیگری قرار دارد. زاویه‌ی بین شعاع‌هایی که مرکز هر دایره را به نقاط تقاطع دو دایره وصل می‌کنند، کدام است؟

- ۶۰° (۱) ۹۰° (۲) ۱۲۰° (۳) ۱۵۰° (۴)

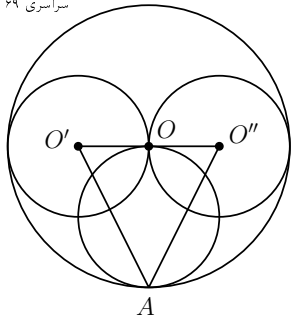
آزاد ۶۸

۴۰) چهار دایره‌ی مساوی به شعاع R بر یکدیگر مماس هستند. سطح بین چهار دایره چقدر است؟

- $\frac{1}{4}\pi R^2$ (۱) $R^2(\pi - 3)$ (۲) $R^2(4 - \pi)$ (۳) πR (۴)

۴۱) در شکل مقابل دایره‌ی بزرگ به مرکز O و به شعاع ۵ سانتیمتر است، مساحت مثلث $O'O''A$ چند سانتیمتر مربع است؟ (O' و O'' مرکز دایره کوچک‌اند.)

سراسری ۶۹



۱۰ (۱) ۱۲/۵ (۲)

۱۵ (۳) ۱۷/۵ (۴)

۴۲) شعاع‌های دو دایره به ترتیب ۷ و ۱۹ و طول خط‌المركزین آنها ۱۲ است، این دو دایره چند مماس مشترک دارند؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۳) در کدام وضعیت دو دایره دارای سه مماس مشترکند؟

۱ (۱) متقاطع ۲ (۲) مماس داخلی ۳ (۳) مماس خارجی ۴ (۴) متخارج

۴۴) دو دایره‌ی مساوی به شعاع ۵ واحد متخارج‌اند. اگر طول مماس مشترک داخلی آنها $4\sqrt{6}$ باشد، اندازه‌ی خط‌المركزین کدام است؟

سراسری ۷۴

۱۲ (۱) ۱۵ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴)

۴۵) اگر L و L' طول‌های مماس‌های مشترک خارجی و داخلی دایره‌ی R و R' باشند، $L^2 - L'^2$ کدام است؟

۱ (۱) RR' ۲ (۲) $\frac{R}{R'}$ ۳ (۳) $\frac{R'}{R}$ ۴ (۴) RR'

۴۶) دو دایره به شعاع‌های ۱ و ۲ بر هم مماس خارج‌اند. فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی دو مماس خارج تا نقطه‌ی تماس چقدر است؟ آزاد ۷۳

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴)

۴۷) دو دایره با شعاع‌های ۹ و ۱۲ واحد مماس درونی‌اند. اندازه‌ی بزرگترین قطعه‌ی مماسی که یک سر آن بر روی دایره‌ی بزرگتر و سر دیگر آن (نقطه‌ی تماس) بر روی دایره‌ی کوچکتر باشد، برابر کدام است؟

سراسری ۷۸

۹ (۱) $8\sqrt{3}$ (۲) ۱۲ (۳) $8\sqrt{3}$ (۴)

۴۸) در دو دایره‌ی متقاطع، زاویه‌ی بین دو مماس مشترک 60° درجه است. طول خط‌المركزین کدام است؟ (R و R' شعاع‌های دو دایره هستند.)

۱ (۱) $\sqrt{3}(R - R')$ ۲ (۲) $2(R - R')$ ۳ (۳) $\sqrt{R^2 + R'^2}$ ۴ (۴) $\sqrt{R^2 - R'^2}$

۴۹) مماس مشترک داخلی کدام دو دایره بر خط‌المركزین آنها عمود نیست؟

سراسری ۶۸

۱ (۱) مماس خارج ۲ (۲) متقاطع ۳ (۳) متخارج ۴ (۴) مماس داخلی

۵۰) دو دایره $C(O, 9)$ و $C'(O', 4)$ مماس خارج‌اند، شعاع دایره‌ای که بر این دو دایره مماس خارج و بر مماس مشترک آنها نیز مماس باشد برابر است با:

۱ (۱) $1/11$ ۲ (۲) $1/22$ ۳ (۳) $1/33$ ۴ (۴) $1/44$

۳.۱ چندضلعی‌های محاطی و محیطی

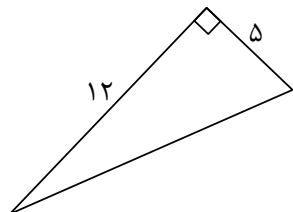
(۵۱) هر مثلث چند دایره‌ی محاطی (داخلی و خارجی) و چند دایره‌ی محیطی دارد؟

۱ و ۴ (۴)

۱ و ۳ (۳)

۲ و ۲ (۲)

۱ و ۱ (۱)



(۵۲) شعاع دایره‌ی محاطی داخلی مثلث مقابل کدام است؟

۲ (۲)

۳ (۱)

$\frac{5}{2}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

(۵۳) هرگاه در یک مثلث مراکز دایره‌های محیطی و محاطی بر هم منطبق باشند، مثلث از چه نوع است؟

متساوی‌الاضلاع (۴)

قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین (۳)

متساوی‌الساقین (۲)

قائم‌الزاویه (۱)

(۵۴) در مثلث ABC ($AB = AC$)، طول مماسی که از نقطه‌ی A بر دایره محاطی داخلی مثلث رسم می‌شود برابر ۵ است. اگر $BC = 6$ ، مساحت مثلث برابر است با:

$4\sqrt{55}$ (۴)

$3\sqrt{55}$ (۳)

$2\sqrt{55}$ (۲)

$\sqrt{55}$ (۱)

سراسری ۷۱

(۵۵) سه دایره‌ی محاطی خارجی یک مثلث چند خط مماس مشترک دارند؟

۶ (۴)

۸ (۳)

۱۲ (۲)

۳ (۱)

آزاد ۷۶

(۵۶) شعاع دایره‌ی محاطی داخلی مثلث متساوی‌الاضلاع برابر $r = \sqrt{3}$ است، مساحت مثلث چقدر است؟

۶ (۴)

$9\sqrt{3}$ (۳)

۳ (۲)

$12\sqrt{3}$ (۱)

سراسری ۷۵

(۵۷) در مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع $\sqrt{3}$ واحد طول خط‌المركزین دو دایره‌ی محیطی و محاطی خارجی کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۴)

۳ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

۲ (۱)

سراسری ۷۸

(۵۸) در دایره‌ای به مساحت $4\pi\sqrt{3}$ ، مثلث متساوی‌الاضلاعی محاط شده است. مساحت مثلث کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

$7/5$ (۲)

۶ (۱)

(۵۹) دایره‌ای در مثلثی به اضلاع ۷ و ۸ و ۱۳ محاط است. نقطه تماس دایره با ضلع به طول ۸ این ضلع را به ۲ قسمت a و b تقسیم می‌کند، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

$\frac{1}{7}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۱)

۶۵) در مثلثی به طول اضلاع ۷، ۵، ۳ واحد دایره محاطی خارجی بر ضلع متوسط و امتداد دو ضلع دیگر مماس است. نقطه تماس، ضلع متوسط را به کدام نسبت تقسیم می کند؟

سراسری ریاضی ۸۳

- ۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{2}{9}$ (۵)

۶۱) در مثلث قائم الزاویه‌ی متساوی الساقین رابطه‌ی $a^3 + b^3 + c^3 = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ برقرار است، شعاع دایره‌ی محیطی چقدر است؟ آزاد ۷۱

- ۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$ (۵)

۶۲) در چهارضلعی محاطی $ABCD$ ، محل برخورد اقطار است. اگر $PA = PC = 12$ و $PB = 8$ ، PD چقدر است؟ سراسری ۷۱

- ۱) ۱۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰ (۵)

۶۳) در متوازی الاضلاع $ABCD$ دایره‌ی محیطی مثلث ACD امتداد ضلع BC را در نقطه‌ی M قطع کرده است، مثلث ABM کدام نوع است؟

- ۱) متشابه با مثلث ACD (۲) متساوی الساقین (۳) متساوی الاضلاع (۴) قائم الزاویه

۶۴) شعاع دایره‌ی محاطی یک شش ضلعی محیطی و منتظم به ضلع a کدام است؟

- ۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ (۳) $\frac{a}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}a$ (۵)

۶۵) نیمسازهای زوایای یک دوزنقه را رسم کرده، از برخوردشان یک چهارضلعی به دست می آید. این چهارضلعی همواره است.

- ۱) مربع (۲) مستطیل (۳) لوزی (۴) قابل محاط شدن در دایره

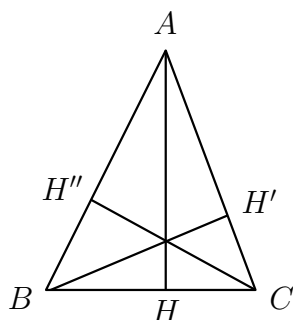
۶۶) از برخورد نیمسازهای داخلی یک چهارضلعی محاطی، کدام چهارضلعی حاصل می شود؟

- ۱) متوازی الاضلاع (۲) محاطی (۳) مستطیل (۴) لوزی

۶۷) اگر d و d' طول قطرهای لوزی و a طول ضلع آن باشد، طول شعاع دایره محاطی لوزی چقدر است؟

- ۱) $\frac{dd'}{4a}$ (۲) $\frac{dd'}{3a}$ (۳) $\frac{dd'}{2a}$ (۴) $\frac{dd'}{a}$ (۵)

۶۸) در شکل زیر AH ، BH' و CH'' ارتفاعات مثلث هستند. در این شکل چند چهارضلعی محاطی وجود دارد؟ آزاد ۷۳



- ۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۱

- ۱) اگر در یک چهارضلعی محاطی یک زاویه قائمه باشد، چهارضلعی مستطیل است.
 ۲) اگر یک چهارضلعی محاطی و محیطی باشد، مربع است.
 ۳) اگر چهارضلعی محیطی دو ضلع مجاورش مساوی باشد لوزی است.
 ۴) هیچکدام

۷۰) در مورد دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین کدام گزینه درست است؟

- ۱) نه محاطی است و نه محیطی.
 ۲) فقط محیطی است.
 ۳) هم محاطی است و هم محیطی.
 ۴) فقط محاطی است.

۷۱) سه نیمساز زاویه‌های داخلی یک چهارضلعی از یک نقطه می‌گذرند و اندازه‌ی سه ضلع متوالی آن به ترتیب ۷۲ و ۱۰۷ و ۹۱ می‌باشد، اندازه‌ی ضلع چهارم آن کدام است؟

- ۱) ۵۶ (۱) ۲) ۸۸ (۲) ۳) ۹۰ (۳) ۴) ۱۲۶ (۴)

۷۲) یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین بر دایره‌ای به شعاع $R = ۳$ محیط است. اگر مساحت دوزنقه ۴۵ سانتی‌متر مربع باشد، طول ساق آن کدام است؟

- ۱) ۷ (۱) ۲) $\frac{7}{5}$ (۲) ۳) ۸ (۳) ۴) $\frac{8}{5}$ (۴)

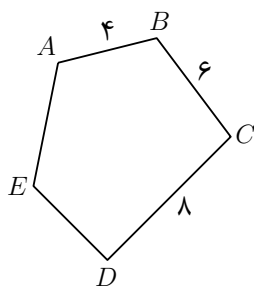
۷۳) در چهارضلعی محیطی $ABCD$ داریم $AD + BC = ۲۲$ ، محیط این چهارضلعی کدام است؟

- ۱) ۳۰ (۱) ۲) ۴۰ (۲) ۳) ۴۴ (۳) ۴) ۳۳ (۴)

۷۴) در مثلث ABC اگر $BC = ۴$ و $\hat{A} = ۶۰^\circ$ آنگاه در صورتی که رأس A روی دایره محیطی مثلث تغییر مکان دهد، ماکزیمم مساحت مثلث ABC کدام است؟

- ۱) $۸\sqrt{۳}$ (۱) ۲) ۸ (۲) ۳) $۲\sqrt{۳}$ (۳) ۴) $۴\sqrt{۳}$ (۴)

۷۵) در پنج‌ضلعی $ABCDE$ عمودمنصف‌های اضلاع در نقطه‌ی M هم‌رس‌اند. اگر طول اضلاع AB ، BC و CD به ترتیب ۴، ۶ و ۸ باشد، نسبت $\frac{AM}{CM}$ کدام است؟



- ۱) $\frac{1}{3}$ (۱) ۲) $\frac{2}{3}$ (۲) ۳) $\frac{3}{4}$ (۳) ۴) ۱ (۴)

۷۶) دایره‌ی محیطی مربعی به ضلع ۲ را رسم کرده‌ایم. مساحت ناحیه‌ی محدود بین مربع و دایره‌ی محیطی آن، چند برابر مساحت مربع است؟

- ۱) $\frac{\pi}{۲} - ۱$ (۱) ۲) $\pi - ۲$ (۲) ۳) $\frac{\pi - ۱}{۲}$ (۳) ۴) $\frac{\pi - ۳}{۲}$ (۴)

فصل ۲

تبدیل‌های هندسی و کاربردها

۱.۲ تبدیل‌های هندسی

(۷۷) در مثلث ABC ، $\hat{A} = \frac{3}{4}\hat{B} = 3\hat{C}$ و $BC = 12$ است. اگر مثلث $A'B'C'$ تبدیل یافته‌ی \hat{ABC} تحت تبدیل طولی‌ای T باشد، مساحت مثلث $A'B'C'$ کدام است؟

۱۸۷۳ (۴)

۳۶۷۳ (۳)

۱۸۷۲ (۲)

۳۶۷۲ (۱)

(۷۸) مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) با اندازه‌ی زاویه‌ی $\hat{B} = 27^\circ$ مفروض است. هر یک از رأس‌های این مثلث را با تبدیل طولی‌ای T به مکانی جدید در صفحه منتقل می‌کنیم تا متناظراً مثلث $A'B'C'$ حاصل شود. اندازه‌ی زاویه‌ی $A'C'B'$ کدام است؟ (نقاط A' ، B' و C' ، به ترتیب، تبدیل یافته‌ی نقاط A ، B و C هستند.)

۳۶° (۴)

۶۳° (۳)

۵۴° (۲)

۲۷° (۱)

(۷۹) تناظر T بین نقاط صفحه و نقطه‌ی ثابت O به صورت زیر تعریف شده است. کدام گزینه در باره‌ی این تناظر صحیح است؟

$T(O) = O$ *

$T(A) = A'$ که A' وسط پاره‌خط OA است. *

(۱) T تبدیل نیست.

(۲) T یک تبدیل است اما طولی نیست.

(۳) T یک تبدیل است و طولی است.

(۴) T تبدیل نیست اما برای هر A و B دلخواه داریم $AB = A'B'$.

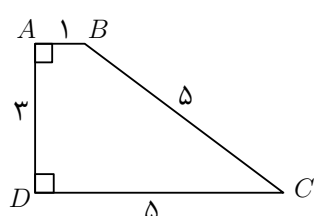
(۸۰) خط L در صفحه مفروض است. اگر تابع M ، هر نقطه‌ی صفحه را روی خط L تصویر کند، آنگاه کدام توصیف در رابطه با تابع M صحیح است؟

(۴) تبدیل نیست.

(۳) دوران است.

(۲) بازتاب است.

(۱) انتقال است.



(۸۱) بازتاب دوزنقه‌ی $ABCD$ نسبت به کدام ضلع، شکلی با خود دوزنقه می‌سازد که بیشترین محیط را داشته باشد؟

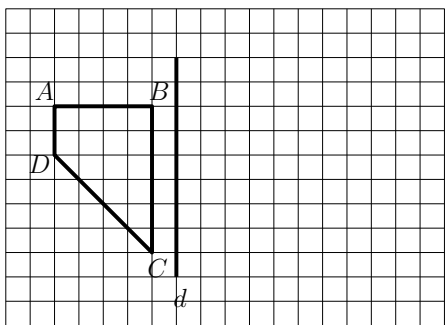
AD (۴)

CD (۳)

BC (۲)

AB (۱)

۸۲) بازتاب شکل زیر را نسبت به خط d در نظر بگیرید. در این تبدیل، شیب کدام پاره‌خط با شیب پاره‌خط متناظر در تصویر آن برابر نمی‌باشد؟



- DA (۴ CD (۳ BC (۲ AB (۱

۸۳) کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) در تبدیل طولیا هر شکل با تصویرش هم‌نهشت است.
 ۲) هر تبدیل طولیا اندازه‌ی زاویه را حفظ می‌کند.
 ۳) بازتاب، موقعیت شکل را تغییر می‌دهد ولی اندازه‌ی پاره‌خط‌ها و زاویه‌ها را تغییر نمی‌دهد.
 ۴) بازتاب نسبت به خط، دو نقطه‌ی ثابت تبدیل دارد.

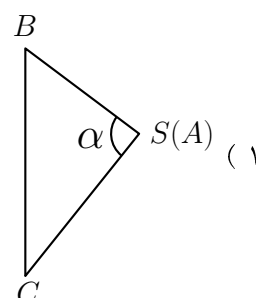
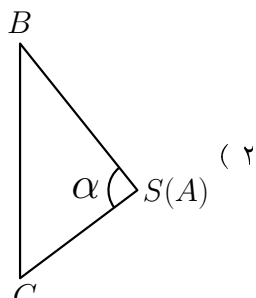
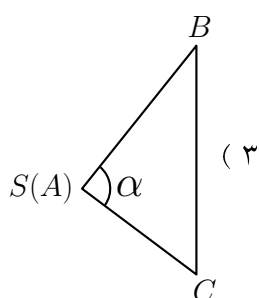
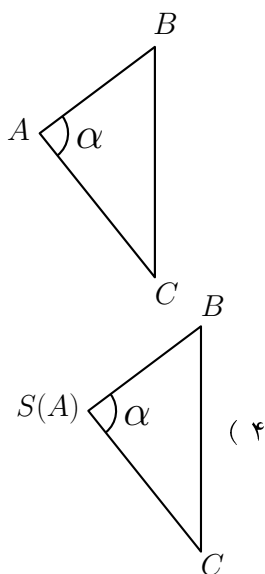
۸۴) بازتاب مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC را نسبت به خطی که از نقطه‌ی تلاقی میانه‌ها و مرکز دایره‌ی محاطی آن می‌گذرد، رسم کرده و مثلث حاصل را DEF می‌نامیم. اگر اندازه‌ی کوچکترین ضلع مثلث ABC برابر ۸ و اندازه‌ی کوچکترین زاویه‌ی مثلث DEF برابر 30° باشد، مساحت مثلث DEF کدام است؟

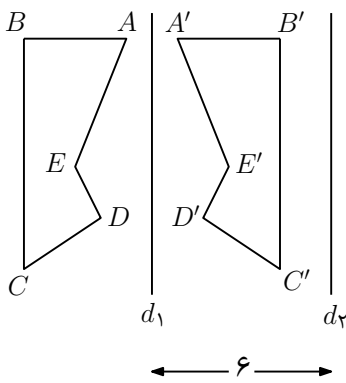
- ۶۴ (۴ ۶۴ (۳ ۳۲ (۲ ۳۲ (۱

۸۵) مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) را نسبت به یک خط ثابت بازتاب می‌دهیم، طوری که رأس‌های B و C نقاط ثابت این تبدیل باشند. اگر $AB = \sqrt{2}$ و $AC = 4$ ، آنگاه فاصله‌ی A و A' کدام است؟ (A' بازتاب یافته‌ی A است).

- $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۴ $\frac{4}{3}$ (۳ $\frac{8}{3}$ (۲ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ (۱

۸۶) فرض کنید S نشانگر بازتاب نسبت به خط ثابت باشد. اگر مثلث روبه‌رو را تحت این بازتاب به گونه‌ای تصویر کنیم که $S(C) = B$ ، $S(B) = C$ ، آنگاه کدام گزینه تصویر مثلث ABC تحت بازتاب S را به درستی نشان می‌دهد؟ ($AB < AC$)





۸۷) در شکل روبه‌رو، خط d_1 موازی با d_2 و به فاصله‌ی ۶ واحد از آن قرار دارد. اگر پنج ضلعی $A'B'C'D'E'$ تصویر پنج ضلعی $ABCDE$ تحت بازتاب نسبت به خط d_1 و $A''B''C''D''E''$ تصویر $A'B'C'D'E'$ تحت بازتاب نسبت به خط d_2 باشد، کدام گزینه درست است؟

- ۱) $A''B''C''D''E''$ بازتاب $ABCDE$ نسبت به یک خط ثابت است و $AA'' = ۱۲$.
 ۲) جهت شکل $A''B''C''D''E''$ با جهت $ABCDE$ یکسان است و $BB'' = ۱۸$.
 ۳) جهت شکل $A''B''C''D''E''$ با جهت $ABCDE$ یکسان است و $AA'' = ۱۲$.
 ۴) $A''B''C''D''E''$ بازتاب $ABCDE$ نسبت به یک خط ثابت نیست و $BB'' = ۱۸$.

۸۸) فرض کنید پاره‌خط AB به طول ۱۰ با خط بازتاب d نه موازی و نه متقاطع باشد و امتداد پاره‌خط AB (از طرف A) خط d را در نقطه‌ی M با زاویه‌ی ۳۰° قطع کند. اگر $T(A) = A'$ ، $T(B) = B'$ و $BB' = ۱۸$ باشد، نسبت $\frac{MA}{MB'}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۲}{۷}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

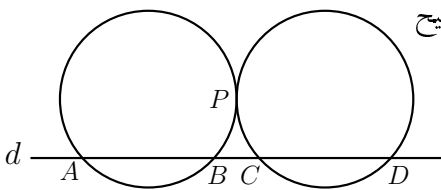
۸۹) خط d را تحت انتقال با برداری به طول ۲ که راستای آن با خط d زاویه‌ی ۳۰° می‌سازد، تصویر می‌کنیم تا خط d' به دست آید. اگر تصویر خط d' ، تحت بازتاب نسبت به محور d ، خط d'' باشد، آنگاه فاصله‌ی d' و d'' کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۹۰) مربع $ABCD$ به طول ضلع ۴ مفروض است. مربع را با بردار \vec{v} انتقال می‌دهیم تا مربع $A'B'C'D'$ به دست آید. اگر نقطه‌ی A' روی ضلع BC قرار داشته باشد و $A'C = ۱$ ، اندازه‌ی پاره‌خط DD' کدام است؟

- ۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $۴\sqrt{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۶}$ ۴) ۵

۹۱) دو دایره با شعاع‌های یکسان، در نقطه‌ی P مماس برون‌اند. اگر خط فاطعی به موازات خط‌المرکزین، دو دایره را در نقاط A ، B ، C و D قطع کند، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟



- ۱) $\hat{APC} = \hat{BPD}$ ۲) $\hat{APC} = ۹۰^\circ$
 ۳) $\hat{BPD} = ۹۰^\circ$ ۴) هر سه گزینه صحیح است.

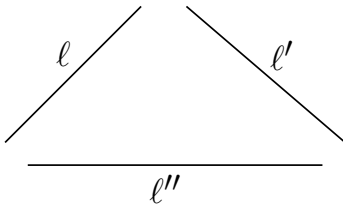
۹۲) مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC به طول وتر ۸ مفروض است. این مثلث را با بردار \vec{AT} که در جهت بردار \vec{AM} (وسط وتر BC) است، انتقال می‌دهیم. اگر مساحت محدود بین مثلث اولیه و مثلث جدید، $\frac{۱}{۱۶}$ مساحت مثلث اولیه باشد، اندازه‌ی بردار \vec{AT} کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۹۳) یک دایره به شعاع واحد را تحت بردار \vec{V} به اندازه‌ی یک واحد انتقال می‌دهیم. مساحت محصور بین دایره‌ی اولیه و انتقال یافته‌ی آن، کدام است؟

- ۱) $۲\pi - \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $\frac{۴\pi}{۳} - \sqrt{۳}$ ۳) $\frac{۲\pi}{۳}$ ۴) $\frac{۲\pi}{۳} - \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۹۴) سه خط دو به دو ناموازی l ، l' و l'' در صفحه مفروض اند. می خواهیم پاره خطی به طول ۵ سانتی متر رسم کنیم که دو سر آن روی l و l' و موازی l'' باشد. از کدام یک از تبدیلات زیر باید استفاده کنیم؟



- (۱) انتقال (۲) بازتاب (۳) دوران 180° (۴) تجانس معکوس

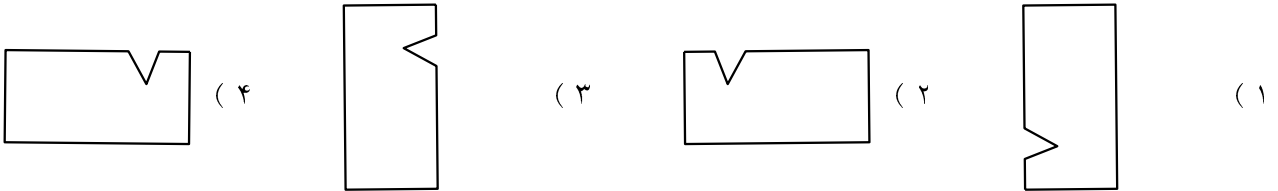
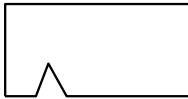
۹۵) در دوران به مرکز O و زاویه 68° در صفحه خط d و تبدیل یافته اش در P متقاطع اند، زاویه OP با خط d کدام است؟

سراسری ۷۱

- (۱) 68° (۲) 56° (۳) 48° (۴) 22°

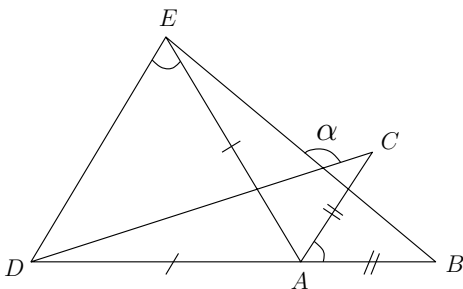
سراسری ۸۰

۹۶) کدام گزینه از لغزش شکل مقابل در صفحه حاصل می شود؟



سراسری ریاضی ۸۷

۹۷) در شکل مقابل $AD = AE$ ، $AB = AC$ ، $\hat{CAB} = 50^\circ$ و $\hat{AED} = 65^\circ$ زاویه α چند درجه است؟



(۱) ۱۱۵

(۲) ۱۲۰

(۳) ۱۲۵

(۴) ۱۳۰

۹۸) مربع های $ABDE$ و $ACFG$ را روی اضلاع AB و AC از مثلث ABC و در خارج از آن رسم می کنیم. اگر محل برخورد BG و CE را M بنامیم، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

(۱) $BG = CE$ (۲) چهارضلعی های $MBDE$ و $MCFG$ محاطی اند.

(۳) $MB^2 + MC^2 = BC^2$ (۴) هر سه گزینه صحیح است.

۹۹) در تجانس به مرکز O و نسبت k ، نقطه ی M' مجانس نقطه ی M است، با همین مرکز و کدام نسبت تجانس M مجانس M' خواهد بود؟

سراسری ۶۸

- (۱) $2k$ (۲) k (۳) $\frac{1}{k}$ (۴) $\frac{k}{2}$

۱۰۰) مجانس های یک شکل نسبت به یک مرکز و با دو نسبت مختلف k و k' خود نیز مجانس یکدیگر هستند، نسبت تجانس این دو شکل کدام می تواند باشد؟

آزاد ۷۵

- (۱) $\frac{k}{k'}$ (۲) kk' (۳) $k + k'$ (۴) $2kk'$

۱۰۱) کدام تبدیل فاصله بین نقاط را لزوماً حفظ نمی‌کند؟

- (۱) انتقال (۲) تجانس (۳) دوران (۴) تقارن (بازتاب)

۱۰۲) مجانس مربع $ABCD$ با نسبت تجانس $\frac{1}{4}$ که مرکز تجانس آن مرکز مربع است، کدام است؟

- (۱) لوزی است خارج مربع $ABCD$ (۲) لوزی است درون مربع $ABCD$
(۳) مربعی است خارج مربع $ABCD$ (۴) مربعی است درون مربع $ABCD$

۱۰۳) نقاط $(5, 3)$ ، $(7, 1)$ و $(1, -1)$ سه رأس از مثلث قائم‌الزاویه‌اند. مساحت مجانس این مثلث به مرکز تجانس مبداء و نسبت تجانس $-\frac{1}{3}$ ، کدام است؟

سراسری ریاضی ۸۷

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۰۴) کدام گزینه نا درست است؟

- (۱) دو شکل متشابه، همواره متجانس‌اند.
(۲) تجانس همواره جهت شکل را حفظ می‌کند.
(۳) تجانس با نسبت $|k| > 1$ ، انبساط نام دارد.
(۴) تجانس اندازه‌ی زاویه‌ها و شیب خطوط را حفظ می‌کند.

۱۰۵) ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی، کدام است؟

- (۱) یک دوران (۲) یک انتقال (۳) بازتاب نسبت به یک نقطه (۴) تبدیل خاصی نیست.

۱۰۶) ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع، کدام است؟

- (۱) یک دوران (۲) یک انتقال (۳) یک تجانس (۴) هیچکدام

۱۰۷) ترکیب دو تقارن محوری با محورهای عمود برهم، کدام یک از تبدیل‌های زیر نمی‌تواند باشد؟

- (۱) انتقال (۲) تجانس (۳) تقارن مرکزی (۴) دوران

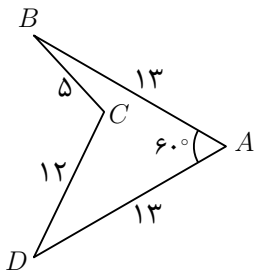
۱۰۸) ترکیب دو دوران هم‌مرکز با زاویه‌های 50° و 130° چه نوع تبدیلی است؟

- (۱) بازتاب نسبت به خط (۲) تجانس (۳) انتقال (۴) دوران 90° درجه

۱۰۹) دو دایره‌ی متساوی مماس خارج‌اند، کدام تبدیل این دو دایره را به هم مربوط می‌کند؟

- (۱) دوران (۲) تجانس (۳) بازتاب (۴) هر سه

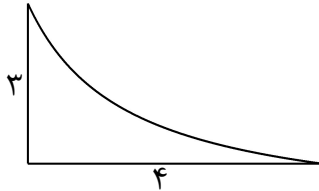
۲.۲ کاربرد تبدیل‌ها



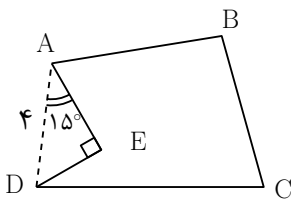
۱۱۰) می‌خواهیم بدون تغییر در تعداد اضلاع و طول اضلاع چهارضلعی $ABCD$ و با ثابت نگه داشتن زاویه‌ی رأس A ، مساحت آن را تا حد امکان افزایش دهیم. مساحت شکل جدید چند واحد مربع بیشتر از شکل اولیه است؟

- ۳۶ (۱) ۶۰ (۲) ۷۲ (۳) ۱۲۰ (۴)

۱۱۱) زمینی به شکل مقابل داریم. می‌خواهیم با کمک تبدیل هندسی مناسب و بدون تغییر در محیط زمین و زاویه‌ی \hat{A} ، مساحتش را افزایش دهیم. اگر مساحت زمین اولیه برابر ۴ باشد، آنگاه مساحت زمین جدید کدام است؟

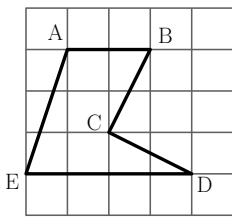


- ۶ (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)



۱۱۲) می‌خواهیم بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع چندضلعی $ABCDE$ و با استفاده از تبدیل هندسی مناسب، مساحت آن را افزایش دهیم. مساحت شکل جدید چند واحد بیشتر از مساحت شکل اولیه است؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴)



۱۱۳) در نقاط شبکه‌ای شکل روبه‌رو، زمینی داریم به شکل چندضلعی $ABCDE$ که دور آن را با فنس حصارکشی کرده‌ایم. بدون کم و زیاد کردن فنس‌ها و تعداد اضلاع زمین به کمک تبدیل هندسی مناسب مساحت زمین را افزایش داده‌ایم. مساحت زمین افزایش یافته کدام است؟ (فاصله‌ی بین نقاط شبکه‌ای یک واحد است.)

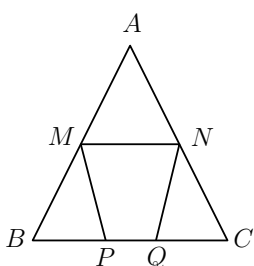
- ۱۱ (۱) ۱۱/۵ (۲) ۱۲ (۳) ۱۲/۵ (۴)

۱۱۴) در لوزی $ABCD$ ، نقطه‌ی E وسط ضلع AD و نقطه‌ی M نقطه‌ای متغیر روی قطر BD است. اگر محیط مثلث MAE کمترین مقدار ممکن را داشته باشد، آنگاه مساحت آن چه کسری از مساحت لوزی است؟

- $\frac{1}{6}$ (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{18}$ (۴)

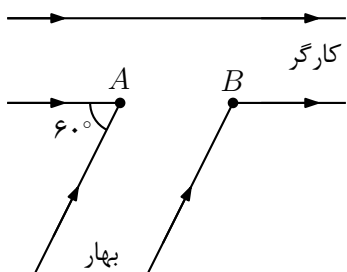
۱۱۵) در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC ، نقطه‌ی D روی ضلع AB به گونه‌ای قرار دارد که $AD = 2$ و $BD = 3$ است. اگر نقطه‌ی متغیر N روی ضلع BC قرار داشته باشد، اندازه‌ی کمترین مقدار $NA + ND$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)



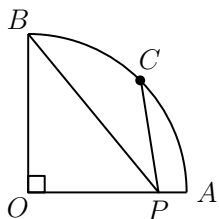
۱۱۶) در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC = 10$)، طول ارتفاع وارد بر قاعده برابر با ۸ واحد است. اگر M و N را به ترتیب وسط‌های اضلاع AB و AC بنامیم و P و Q را به فاصله‌ی ۱ واحد از هم روی BC اختیار کنیم تا چهارضلعی $MPQN$ ایجاد شود، کمترین مقدار محیط این چهارضلعی کدام است؟

- $4 + \sqrt{89}$ (۱) $4 + 2\sqrt{89}$ (۲) $7 + \sqrt{89}$ (۳) $7 + 2\sqrt{89}$ (۴)



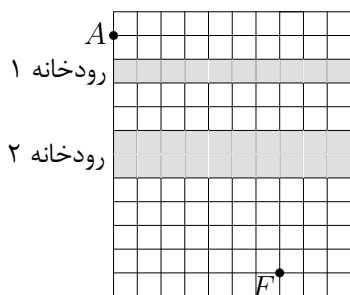
۱۱۷) شکل روبه‌رو تقاطع دو خیابان کارگر و بهار، به ترتیب با عرض‌های ثابت ۴ و $\sqrt{27}$ را نشان می‌دهد. شخصی می‌خواهد از نقطه‌ی A ، ابتدا به سمت دیگر خیابان کارگر رفته و سپس به نقطه‌ی B برود. طول کوتاهترین مسیر ممکن کدام است؟

- ۱) ۱۱ ۲) ۱۰ ۳) ۹ ۴) ۸



۱۱۸) مطابق شکل، در ربع دایره‌ای به شعاع R نقطه‌ی C وسط کمان AB است و P نقطه‌ای متغیر روی شعاع OA می‌باشد. کمترین طول $PB + PC$ چند برابر R است؟

- ۱) ۲ ۲) $2\sqrt{3}$ ۳) $\sqrt{2+\sqrt{2}}$ ۴) $\sqrt{2-\sqrt{2}}$

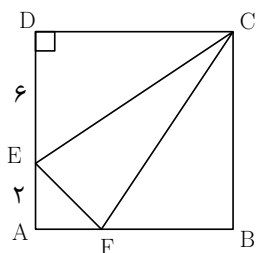


۱۱۹) دو رودخانه و دو نقطه‌ی A و F مطابق شکل مفروض‌اند. می‌خواهیم از نقطه‌ی A به نقطه‌ی F برویم به طوری که برای عبور از رودخانه‌ها، از پل‌هایی عمود بر راستای آنها حرکت کنیم. طول کوتاهترین مسیر ممکن برای پی‌موندن این فاصله کدام است؟ (فاصله‌ی بین نقاط شبکه‌ای یک واحد است.)

- ۱) $8 + 3\sqrt{3}$ ۲) $3 + 7\sqrt{3}$ ۳) $3 + \sqrt{85}$ ۴) ۱۳

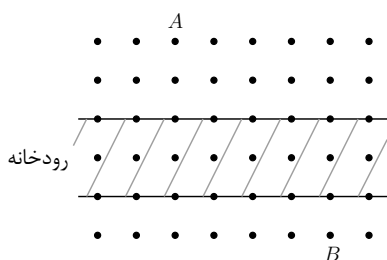
۱۲۰) دو نقطه‌ی A و B به فاصله‌های ۲ و ۳ واحد از یک خط و در یک طرف آن واقع‌اند. می‌خواهیم از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B روی خط d رفته و از آنجا به نقطه‌ی B برویم. در صورتی که فاصله‌ی تصویر این دو نقطه روی خط d برابر ۱۲ واحد باشد، آنگاه طول کوتاهترین مسیر ممکن کدام است؟

- ۱) ۱۳ ۲) ۱۴ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶



۱۲۱) در مربع $ABCD$ ، مطابق شکل، F نقطه‌ای متغیر روی ضلع AB است. اگر مثلث CEF کمترین محیط ممکن را داشته باشد، آنگاه مساحت آن کدام است؟

- ۱) ۱۰ ۲) $12/8$ ۳) $13/6$ ۴) $16/8$



۱۲۲) می‌خواهیم از شهر A به شهر B مطابق شکل یک جاده بسازیم. قسمتی از جاده پلی است که بر رودخانه عمود است. حداقل طول مسیر چند کیلومتر است؟ (فاصله‌ی عمودی و افقی نقاط شبکه‌ای مقابل یک کیلومتر است.)

- ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۲۳) از بین مثلث‌هایی که در ضلع $AB = 16$ مشترک و مساحت آنها ۴۸ می‌باشد، کمترین مقدار محیط کدام است؟

- ۱) ۳۲ ۲) ۳۴ ۳) ۳۶ ۴) ۳۸

A •

B •

(۱۲۴) در شکل روبه‌رو، هرگاه فاصله‌ی دو نقطه‌ی A و B از خط d به ترتیب برابر ۱۰ و ۵ واحد و همچنین طول AB برابر ۱۵ واحد باشد، طول کوتاهترین مسیر $AM + MB$ که M روی خط d باشد، کدام است؟

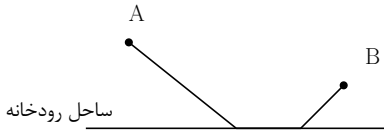
_____ d

۲۰ (۴)

$6\sqrt{15}$ (۳)

$5\sqrt{17}$ (۲)

$4\sqrt{21}$ (۱)



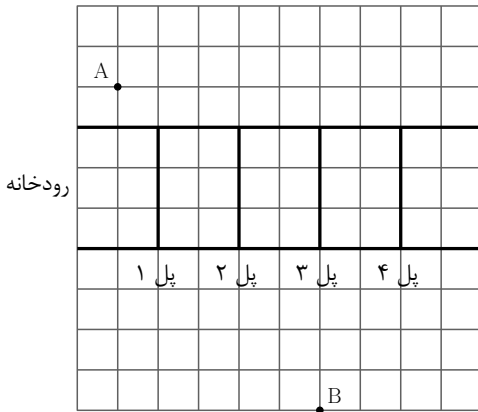
(۱۲۵) مطابق شکل دو روستای A و B به فاصله‌ی $5\sqrt{2}$ کیلومتر از هم و به ترتیب به فاصله‌های ۲ و ۱ کیلومتر از ساحل رودخانه مفروض‌اند. می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم به طوری که ۱ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود. اندازه‌ی کوتاهترین مسیر ممکن برای این جاده چند کیلومتر است؟

$1 + 3\sqrt{7}$ (۴)

7 (۳)

$1 + 3\sqrt{4}$ (۲)

$1 + 3\sqrt{5}$ (۱)



(۱۲۶) دو نقطه‌ی A و B در دو طرف رودخانه‌ای قرار دارند. از کدام پل حرکت کنیم تا کمترین فاصله‌ی ممکن برای رفتن از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B پیموده شود؟

۲ پل (۲)

۱ پل (۱)

۴ پل (۴)

۳ پل (۳)

فصل ۳

روابط طولی در مثلث

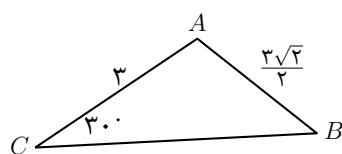
۱.۳ قضیه‌ی سینوس‌ها

(۱۲۷) در هر مثلث قائم‌الزاویه، نسبت اندازه‌ی هر ضلع به سینوس زاویه‌ی مقابل آن برابر کدام است؟

- (۱) ارتفاع وارد بر وتر (۲) ضلع زاویه‌ی قائمه (۳) میانه‌ی وارد بر وتر (۴) اندازه‌ی وتر مثلث

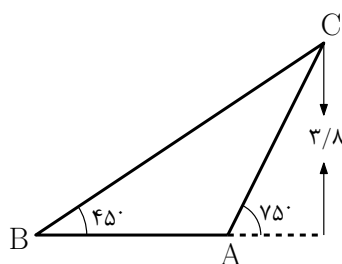
(۱۲۸) در مثلث ABC داریم $\sin^2 \hat{A} = \sin^2 \hat{B} + \sin^2 \hat{C}$ ، کدام گزینه در باره‌ی اندازه‌ی زاویه‌ی A درست است؟

- (۱) $\hat{A} = 60^\circ$ (۲) $60^\circ < \hat{A} < 90^\circ$ (۳) $\hat{A} > 90^\circ$ (۴) $\hat{A} = 90^\circ$



(۱۲۹) در شکل مقابل زاویه \hat{B} چند درجه است؟

- (۱) 60° (۲) 45° (۳) 15° (۴) 75°



(۱۳۰) دو نفر در یک امتداد دراز کشیده و به نوک یک کوه می‌نگرند. اگر یکی از آنها قله‌ی کوه را در نقطه‌ی A با زاویه‌ی 75° درجه و دیگری در نقطه‌ی B با زاویه‌ی 45° درجه ببیند و ارتفاع کوه $3/8$ کیلومتر باشد، فاصله‌ی آن دو از هم چقدر است؟ ($\sin 75^\circ \approx 0.96$)

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $5\sqrt{2}$

(۱۳۱) در مثلثی اندازه‌ی یک ضلع برابر ۳ واحد و زاویه‌ی روبه‌رو به آن 30° درجه است. مجموع فواصل محل برخورد عمود منصف‌های اضلاع این مثلث تا رئوس آن کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۸

(۱۳۲) دو ایستگاه رادار که در طرفین هواپیما و در فاصله‌ی یک کیلومتری از هم واقع‌اند، در یک زمان هواپیمایی را با زاویه‌های 15° و 60° رصد کرده‌اند. فاصله‌ی هواپیما از ایستگاه نزدیک‌تر چند کیلومتر است؟ ($\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$)

- (۱) $2 - \sqrt{3}$ (۲) $2 + \sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

(۱۳۳) در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، اگر $AB = \sqrt{2}AD$ و $\hat{ADB} = 2\hat{BDC}$ باشد، آنگاه زاویه‌ی \hat{BAD} چند درجه است؟

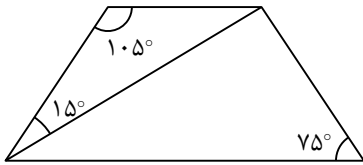
- (۱) 15° (۲) 30° (۳) 45° (۴) 60°

۱۳۴) در مثلث ABC هرگاه $AB = 4\sqrt{2}$ ، $\hat{B} = 45^\circ$ و $\hat{C} = 15^\circ$ باشد، طول نیمساز داخلی رأس A چقدر است؟

- (۱) $2(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ (۲) $2(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ (۳) $4(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ (۴) $4(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

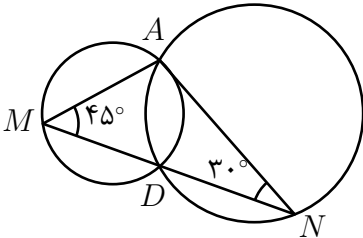
۱۳۵) در مثلث ABC داریم $AB = 5$ ، $BC = 8$ و $\hat{B} = 60^\circ$. اندازه‌ی شعاع دایره‌ی محیطی این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{7}{2}$



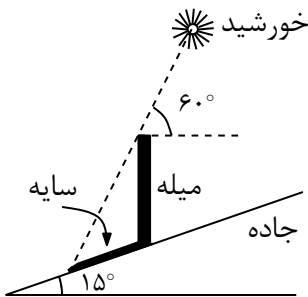
۱۳۶) در شکل روبه‌رو یکی از قطرهای دوزنقه رسم شده است. با توجه به زوایای مشخص شده، نسبت قاعده‌های دوزنقه کدام است؟

- (۱) $\sin 75^\circ$ (۲) $\frac{\sin 105^\circ}{\sqrt{2}}$ (۳) $\sqrt{2} \sin 15^\circ$ (۴) $\frac{1}{2}$



۱۳۷) در شکل مقابل، دو دایره در نقاط A و D متقاطع‌اند. اگر MN از نقطه‌ی D بگذرد، آنگاه مساحت دایره‌ی بزرگتر چند برابر مساحت دایره‌ی کوچکتر است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۴



۱۳۸) مطابق شکل، روی یک جاده که با سطح افقی زاویه‌ی 15° درجه می‌سازد، یک میله وجود دارد. اگر زمانی که پرتوی خورشید با زاویه‌ی 60° درجه نسبت به سطح افقی می‌تابد، طول سایه‌ی این میله روی جاده ۸ متر باشد، طول این میله چند متر است؟ (راستای میله، عمود بر سطح افقی است.)

- (۱) ۴ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) ۸ (۴) $8\sqrt{2}$

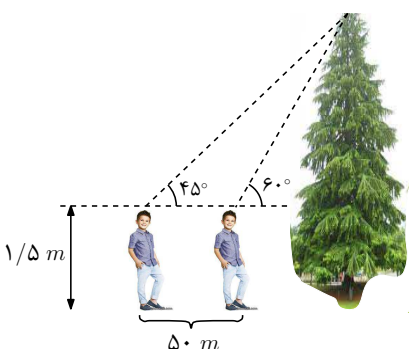
۱۳۹) در مثلث ABC ، رابطه‌ی $\frac{a^2}{b^2} = \frac{\tan \hat{A}}{\tan \hat{B}}$ برقرار است کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱) این مثلث در رأس A قائمه است. (۲) این مثلث قائم‌الزاویه یا متساوی‌الساقین است.

(۳) این مثلث در رأس B قائمه است. (۴) چنین مثلثی وجود ندارد.

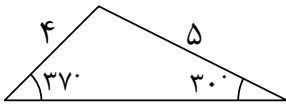
۱۴۰) شخصی با قد $1/5$ متر به پرنده‌ای که بالای یک درخت نشسته است نگاه می‌کند. در این حالت زاویه‌ی دید او با افق 60° است. اگر او ۵۰ متر به عقب برود، زاویه‌ی دید او با افق 45° می‌شود. طول درخت تقریباً چند متر است؟ ($\sin 15^\circ \approx 0/25$)

- (۱) $51/5$ (۲) $100\sqrt{6}$ (۳) $50\sqrt{6}$ (۴) $50\sqrt{6} + 1/5$



۲.۳ قضیه‌ی کسینوس‌ها

۱۴۱) زمینی مثلث شکل به صورت زیر برای ساخت فروشگاه در نظر گرفته شده است. محیط این زمین کدام است؟ ($\cos 37^\circ = 0/8$, $\cos 30^\circ = 0/16$)



- ۱۸/۵ (۴) ۱۷/۵ (۳) ۱۶/۵ (۲) ۱۵/۵ (۱)

۱۴۲) اگر اضلاع مثلثی $a = 3$ و $b = 3\sqrt{3}$ و $c = 6$ باشد، زاویه‌ی \hat{A} چقدر است؟

- $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۱)

۱۴۳) اگر در مثلث غیر متساوی الساقینی رابطه‌ی $a^2 - b^2 = c^2(a - b)$ برقرار باشد، زاویه‌ی C کدام است؟

- 120° (۴) 60° (۳) 45° (۲) 30° (۱)

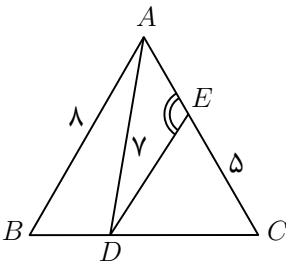
۱۴۴) طول قطر کوچک یک شش ضلعی منتظم به ضلع ۲ کدام است؟

- ۳ (۴) $2\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۱)

۱۴۵) اندازه‌ی دو ضلع مثلثی ۴ و ۶ و مجموع اندازه‌ی زوایای روبه‌روی این اضلاع، 60° درجه است. اندازه‌ی ضلع سوم مثلث کدام است؟

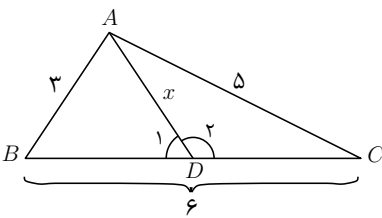
- $2\sqrt{19}$ (۴) $2\sqrt{11}$ (۳) $2\sqrt{7}$ (۲) $2\sqrt{17}$ (۱)

۱۴۶) مطابق شکل در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۸، نقطه‌ی D به فاصله‌ی ۷ از رأس A قرار دارد. اگر نقطه‌ی E به فاصله‌ی ۵ واحد از رأس C قرار داشته باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی AED چند درجه است؟ ($CD > BD$)



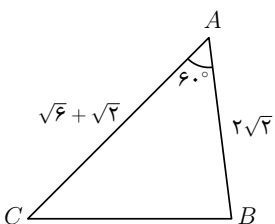
- ۱۵۰ (۴) ۱۳۵ (۳) ۱۲۰ (۲) ۱۰۵ (۱)

۱۴۷) مطابق شکل روبه‌رو، مزرعه‌ی مثلثی شکل ABC ، با کشیدن دیوار AD از یک رأس به وسط بزرگترین ضلع، به دو مزرعه‌ی جداگانه تبدیل شده است. طول دیوار کشیده شده کدام است؟



- ۶ (۴) $\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۲) $2\sqrt{2}$ (۱)

۱۴۸) در شکل روبه‌رو، اندازه‌ی زاویه‌ی C چقدر است؟



- 15° (۴) 75° (۳) 45° (۲) 30° (۱)

۱۴۹) در متوازی‌الاضلاعی به اضلاع ۳ و ۴، مجموع مربعات طول قطرها کدام است؟

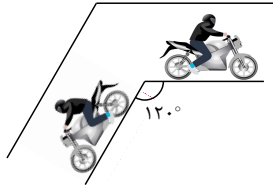
- ۱۰۰ (۴) ۵۰ (۳) ۲۰۰ (۲) ۱۵۰ (۱)

۱۵۰ در مورد مثلث ABC با اضلاع $a = 4$ و $b = 6$ و میانه‌ی $CM = \sqrt{13}$ ، کدام گزینه درست است؟

(۱) قائم‌الزاویه است. (۲) همه‌ی زاویه‌هایش حاده است. (۳) یک زاویه‌ی منفرجه دارد. (۴) متساوی‌الساقین است.

۱۵۱ در مثلثی با طول اضلاع ۱، $\sqrt{2}$ و ۲، طول میانه‌ی وارد بر ضلع بزرگتر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$



۱۵۲ دو موتورسوار مطابق شکل از یک نقطه در دو جاده‌ی متفاوت که زاویه‌ی بین آنها 120° درجه است، با سرعت‌های ثابت ۱۵ و ۴۸ کیلومتر بر ساعت از هم دور می‌شوند. بعد از ۲۰ دقیقه دو موتورسوار در چه فاصله‌ای بر حسب کیلومتر از یکدیگر هستند؟

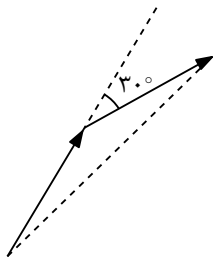
- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

۱۵۳ طول اضلاع یک مثلث اعداد طبیعی متوالی هستند. اگر کسینوس یک زاویه‌ی این مثلث $0/25$ باشد، آنگاه مساحت دایره‌ی محیطی این مثلث چقدر است؟

- (۱) 64π (۲) $\frac{64\pi}{5}$ (۳) 128π (۴) $\frac{128\pi}{15}$

۱۵۴ در مثلثی به طول اضلاع ۴، ۶ و ۸، فاصله‌ی مرکز ثقل مثلث تا وسط بزرگترین ضلع مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{10}}{4}$ (۴) $\frac{2\sqrt{10}}{3}$

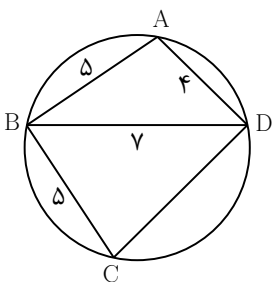


۱۵۵ قایقی به مدت ۵ ثانیه با سرعت ثابت $3/6 \frac{m}{s}$ در حرکت است. سپس جهت حرکتش را 30° درجه منحرف کرده و به مدت ۶ ثانیه با سرعت ثابت $2 \frac{m}{s}$ ادامه‌ی حرکت می‌دهد. مقدار جابه‌جایی این قایق در این مدت چقدر است؟

- (۱) $12\sqrt{13 - 6\sqrt{3}}$ (۲) $6\sqrt{13 - 6\sqrt{3}}$
(۳) $12\sqrt{13 + 6\sqrt{3}}$ (۴) $6\sqrt{13 + 6\sqrt{3}}$

۱۵۶ در مثلثی به اضلاع $AB = 6$ ، $AC = 10$ و $BC = 14$ ، فاصله‌ی محل تلاقی عمود منصف‌های اضلاع AB و AC تا رأس A کدام است؟

- (۱) $\frac{14\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{25\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{27\sqrt{3}}{3}$



۱۵۷ در شکل مقابل، محیط چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۲ (۴) ۲۳

۳.۳ قضیه‌ی نیمسازهای زوایای داخلی و محاسبه‌ی طول نیمسازها

۱۵۸) اگر در مثلث ABC نیمساز زاویه‌ی \hat{B} نیمساز زاویه‌ی \hat{A} را در نقطه‌ی O قطع کند، نسبت $\frac{OA}{OD}$ کدام است؟ (D پای نیمساز زاویه‌ی \hat{A} می‌باشد.)

(۱) $\frac{ac}{b+c}$ (۲) $\frac{a+b}{c}$ (۳) $\frac{b+c}{a}$ (۴) $\frac{c}{a+b}$

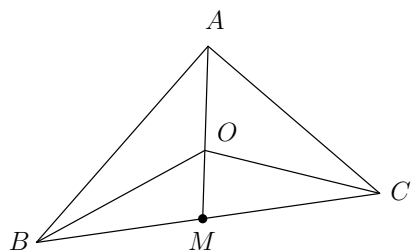
۱۵۹) در مثلثی رابطه‌ی $AB = \frac{2}{3}AC = \frac{1}{3}BC$ بین سه ضلع برقرار است. اگر نقطه‌ی D پای نیمساز داخلی زاویه‌ی A باشد، BD چند برابر AB است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{4}$

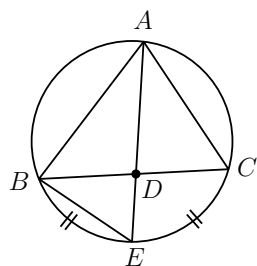
۱۶۰) اضلاع مثلثی ۵، ۱۲ و ۱۳ سانتی‌متر است. اندازه‌ی کوچکترین پاره‌خطی که نیمساز روبرو به ضلع بزرگتر بر روی آن پدید می‌آورد، کدام است؟

(۱) $\frac{65}{17}$ (۲) $\frac{65}{18}$ (۳) $\frac{17}{65}$ (۴) $\frac{63}{17}$

۱۶۱) در شکل مقابل AM میانه و BO و CO نیمسازند، اگر مساحت مثلث‌های ABC و OBC را به ترتیب S و S' بنامیم، نسبت $\frac{OM}{AM}$ برابر کدام است؟



(۱) $\left(\frac{S'}{S}\right)^2$ (۲) $\sqrt{\frac{S'}{S}}$ (۳) $\frac{S-S'}{S}$ (۴) $\frac{S'}{S}$



۱۶۲) در شکل روبه‌رو، $\widehat{BE} = \widehat{CE}$ ، اگر $AC = 4$ ، $AB = 6$ و $BC = 5$ ، آنگاه طول پاره‌خط AD کدام است؟

(۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) 4 (۴) 3

۱۶۳) نقطه‌ای روی وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای، از دو ضلع قائم آن به یک فاصله است اگر این نقطه، وتر را به دو پاره‌خط به طول‌های ۳ و ۴ تقسیم کند، طول ضلع کوچک مثلث کدام است؟

(۱) $2/1$ (۲) $3/4$ (۳) $4/2$ (۴) 5

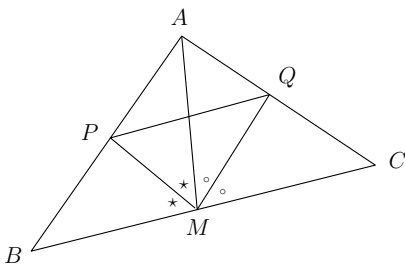
۱۶۴) در مثلث ABC ، میانه‌ی $AM = 3$ و $BC = 2$ است. اگر نیمسازهای دو زاویه‌ی AMB و AMC ، دو ضلع AB و AC را به ترتیب در نقاط P و Q قطع کنند، آنگاه اندازه‌ی PQ کدام است؟

(۱) 1 (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) 2 (۴) 3

۱۶۵) نیمساز زاویه‌ی B از مثلث ABC ضلع AC را در H قطع می‌کند، HA برابر است با

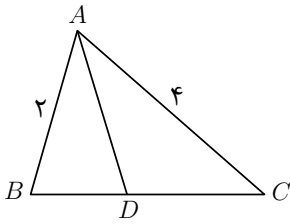
(۱) $\frac{ab}{a+c}$ (۲) $\frac{a+c}{bc}$ (۳) $\frac{bc}{a+c}$ (۴) $\frac{ac}{a+b}$

۱۶۶) در شکل مقابل $AM = 5$ و $BM = MC = 4$ ، نسبت $\frac{PQ}{BC}$ کدام است؟



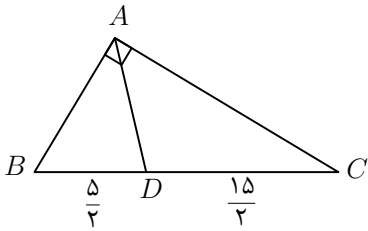
- (۱) $\frac{4}{9}$
 (۲) $\frac{5}{9}$
 (۳) $\frac{9}{4}$
 (۴) $\frac{9}{5}$

۱۶۷) در شکل مقابل، اگر AD نیمساز زاویه A باشد، حاصل $\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}}$ کدام است؟



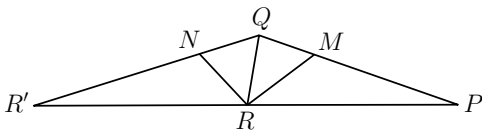
- (۱) $\frac{3}{4}$
 (۲) $\frac{1}{4}$
 (۳) $\frac{2}{3}$
 (۴) $\frac{1}{2}$

۱۶۸) در مثلث قائم‌الزاویه روبه‌رو، نیمساز وارد بر وتر، روی وتر قطعاتی به طول $\frac{15}{2}$ و $\frac{5}{2}$ ایجاد می‌کند. مساحت مثلث ABC کدام است؟



- (۱) $12/5$
 (۲) 15
 (۳) 30
 (۴) 25

۱۶۹) در مثلث متساوی‌الساقین PQR به اضلاع $PQ = PR = 6$ و $QR = 2$ ، مطابق شکل، ضلع PR را به اندازه‌ی خودش امتداد می‌دهیم تا به نقطه‌ی R' برسیم. نیمساز زاویه‌های PRQ و QRR' ، به ترتیب پاره‌خط‌های PQ و QR' را در نقاط M و N قطع می‌کنند. طول پاره‌خط MN کدام است؟



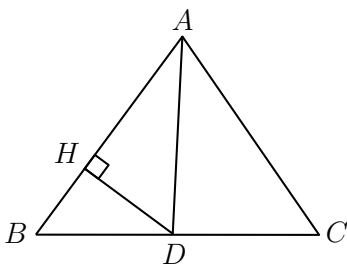
- (۱) 2
 (۲) $1/5$
 (۳) 4
 (۴) 3

۱۷۰) اگر فرض شود در مثلثی مجذور طول نیمساز داخلی زاویه‌ی A برابر با حاصلضرب اضلاع آن زاویه است، استنباط چگونه است؟

سراسری ریاضی ۸۳

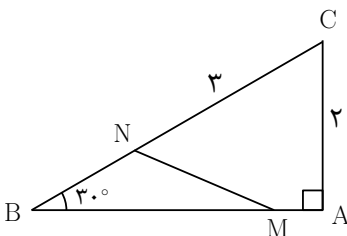
- (۱) $\hat{A} < 90^\circ$
 (۲) $\hat{A} = 90^\circ$
 (۳) $\hat{A} > 90^\circ$
 (۴) نادرستی فرض

۱۷۱) مطابق شکل روبرو، در مثلث ABC ، داریم $\hat{A} = 2\hat{C}$ ، $AB = 2$ و $AC = 3$. از پای نیمساز AD ، عمود DH را بر ضلع AB رسم کرده‌ایم. نسبت مساحت مثلث BHD به مساحت مثلث AHD کدام است؟



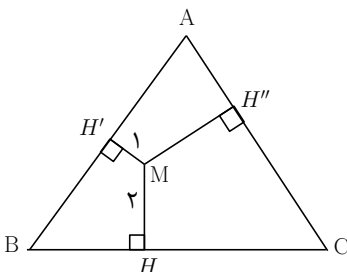
- (۱) $\frac{1}{3}$
 (۲) $\frac{2}{5}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) $\frac{3}{5}$

۱۷۲) در مثلث قائم‌الزاویه روبه‌رو، $\hat{B} = 30^\circ$ ، $AC = 2$ و $NC = 3$ است. اگر نقطه‌ی M روی AB طوری قرار داشته باشد که $BM = 5AM$ ، در آن صورت فاصله‌ی M از N کدام است؟



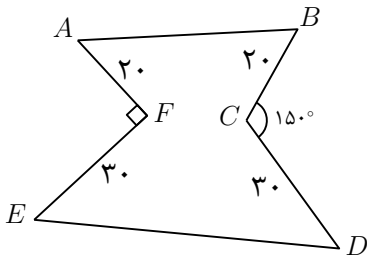
- (۱) $\frac{\sqrt{39}}{3}$
 (۲) $\frac{\sqrt{13}}{2}$
 (۳) $\frac{3}{2}$
 (۴) $\frac{5}{2}$

۱۷۳) مطابق شکل، مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع $4\sqrt{3}$ و نقطه‌ی دلخواه M درون آن مفروض است. اگر $MH = 1$ و $MH' = 2$ باشد، طول $H'H''$ کدام است؟



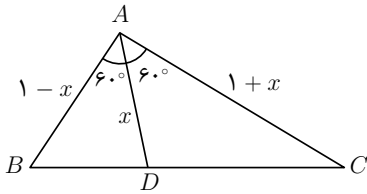
- (۱) $\sqrt{7}$
 (۲) $\sqrt{10}$
 (۳) $\sqrt{13}$
 (۴) $\sqrt{15}$

۴.۳ قضیه‌ی هرون (محاسبه‌ی ارتفاع‌ها و مساحت مثلث)



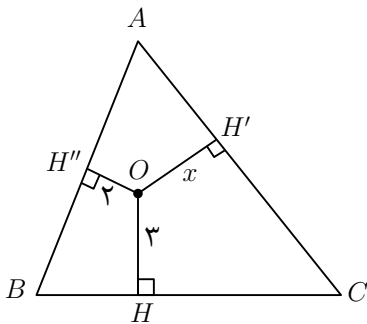
۱۷۴) در شکل مقابل اگر بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع، مساحت شکل را به کمک بازتاب افزایش دهیم، میزان افزایش مساحت کدام است؟

- ۱۲۰۰ (۴) ۹۰۰ (۳) ۶۰۰ (۲) ۳۰۰ (۱)



۱۷۵) در شکل مقابل، مقدار x کدام است؟

- $\sqrt{3}-1$ (۴) $\sqrt{2}-1$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

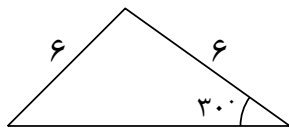


۱۷۶) در شکل مقابل، اگر $BC = 13$ ، $AB = 14$ و $AC = 15$ ، مقدار x چند برابر $\frac{1}{15}$ است؟

- ۱۰۲ (۴) ۱۰۰ (۳) ۱۰۳ (۲) ۱۰۱ (۱)

۱۷۷) اگر در مثلثی $\hat{A} = 30^\circ$ و $\hat{B} = 120^\circ$ و $a = 8$ باشد، مساحت مثلث کدام است؟

- $19\sqrt{3}$ (۴) $18\sqrt{3}$ (۳) $17\sqrt{3}$ (۲) $16\sqrt{3}$ (۱)

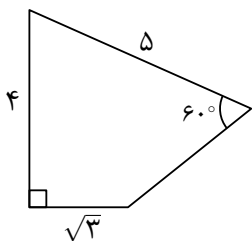


۱۷۸) مؤسسه‌ای غرفه‌ی فروش محصولات خود را در زمینی به ابعاد مقابل برپا کرده است. مساحت این زمین کدام است؟

- $9\sqrt{3}$ (۴) $8\sqrt{3}$ (۳) $7\sqrt{3}$ (۲) $6\sqrt{3}$ (۱)

۱۷۹) طول اضلاع مجاور یک متوازی‌الاضلاع برابر با ۱۲ و ۱۵ و زاویه‌ی بین آنها 150° می‌باشد. مساحت این متوازی‌الاضلاع، کدام است؟

- ۹۲ (۴) ۹۰ (۳) ۸۴ (۲) ۸۰ (۱)



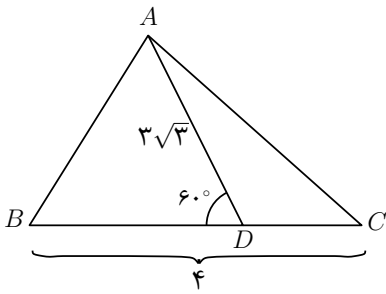
۱۸۰) کارگری برای کوتاه کردن چمن‌های زمینی مطابق شکل زیر، به ازای هر متر مربع 100 ریال پول دریافت می‌کند. این کارگر برای کوتاه کردن چمن‌های این زمین، چند ریال پول دریافت می‌کند؟ (ابعاد شکل به متر است.)

- $577\sqrt{3}$ (۴) $755\sqrt{3}$ (۳) $575\sqrt{3}$ (۲) $1150\sqrt{3}$ (۱)

۱۸۱) اندازه‌ی یک ضلع مثلثی برابر با ۶ و اندازه‌ی ضلع دیگر آن ۴ واحد است و در مورد دیگر اجزای این مثلث اطلاعاتی در دست نیست. بیشترین مقدار ممکن برای مساحت این مثلث چند واحد مربع است؟

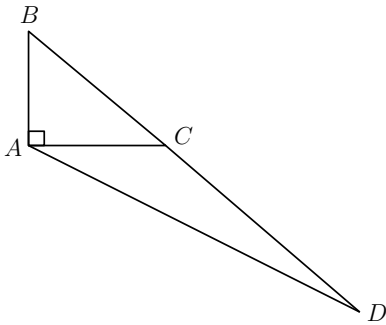
- $6\sqrt{3}$ (۴) ۶ (۳) ۱۲ (۲) $12\sqrt{3}$ (۱)

۱۸۲) مطابق شکل زیر، بانکی مثلثی شکل با دیوار AD به طول $3\sqrt{3}$ متر به دو قسمت برای استفاده‌ی کارمندان و ارباب رجوع تقسیم شده است. مساحت کل بانک چند متر مربع است؟ (تمام اضلاع بر حسب متر است.)



- ۸ (۴) $\frac{9}{2}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۲) ۹ (۱)

۱۸۳) در مثلث قائم‌الزاویه‌ی $\triangle ABC$ ، $\hat{A} = 90^\circ$ و $AB = 2$ است. وتر BC را به اندازه‌ی ۳ واحد از طرف رأس C امتداد می‌دهیم تا به نقطه‌ی D برسیم. اگر $\hat{BAD} = 15^\circ$ باشد، حاصل $BC \times AD$ کدام است؟ ($60^\circ < C < 90^\circ$)



- ۱۲ (۴) $12\sqrt{3}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۲) ۶ (۱)

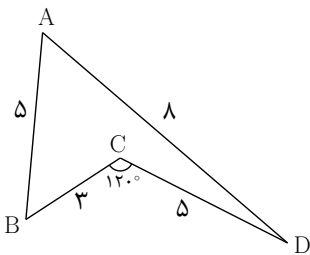
۱۸۴) در متوازی‌الاضلاع‌ی دو اندازه‌ی دو قطر ۱۲ و ۸ واحد و زاویه‌ی بین دو قطر ۱۳۵ درجه است. مساحت متوازی‌الاضلاع چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

- ۳۶ (۴) ۳۲ (۳) ۲۴ (۲) ۱۸ (۱)

۱۸۵) وتر BC در دایره‌ای به مرکز O طوری قرار دارد که اندازه‌ی کمان بزرگتر BC ، $1/4$ برابر کمان کوچکتر BC است. نسبت مساحت دایره به مساحت مثلث OBC چند برابر π است؟

- ۴ (۴) $2/8$ (۳) $1/96$ (۲) $1/4$ (۱)

۱۸۶) در شکل مقابل، با توجه به اندازه‌های داده شده، مساحت چهارضلعی $ABCD$ چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

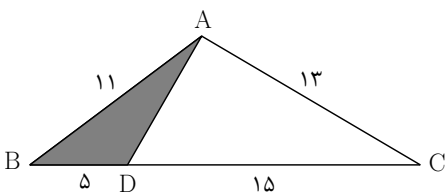


- ۶ (۱) $6/25$ (۲)
 $6/5$ (۳) $6/75$ (۴)

۱۸۷) در مثلث ABC ، به اضلاع ۱۳، ۲۰ و ۲۱ سانتی‌متر، نقطه‌ای درون مثلث از اضلاع به طول ۱۳ و ۲۱ به ترتیب به فاصله‌ی ۹ و ۵ قرار دارد. فاصله‌ی این نقطه از ضلع دیگر چند سانتی‌متر است؟

- ۳ (۴) $2/5$ (۳) ۲ (۲) $1/5$ (۱)

۱۸۸) با توجه به شکل مقابل، مساحت مثلث ABD کدام است؟



- ۲۲ (۲) $16/5$ (۱)
 44 (۴) $38/5$ (۳)

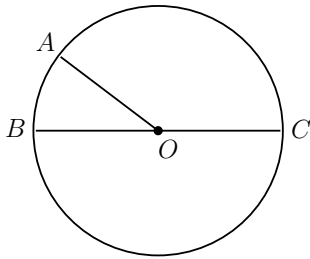
فصل ۴

خودآزمایی‌ها

۱.۴ خودآزمایی شماره ۱ (مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره)

تعداد سؤال: ۲۰

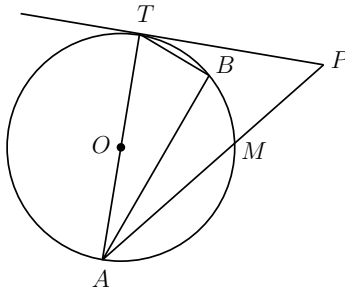
وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه



۱) در شکل مقابل، O مرکز دایره است. اگر طول کمان AB و مساحت قطاع AOB به ترتیب $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ و π باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

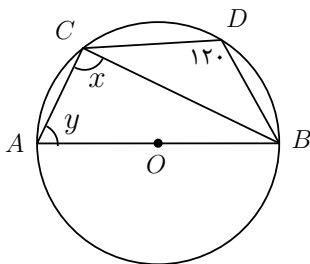
- ۱) $\frac{1}{5}$ ۲) 3 ۳) 6 ۴) 12

۲) در شکل مقابل PT مماس بر دایره و TA قطر دایره است. اگر M وسط کمان AT و B وسط کمان TM باشد، زاویه ABT چند درجه است؟



- ۱) 45° ۲) 60°
۳) 80° ۴) 90°

۳) در شکل مقابل $x - y$ کدام است؟ (AB قطر دایره است.)



- ۱) 30 ۲) 35
۳) 40 ۴) 45

۴) خطی که وسط وتر را به وسط کمان نظیر آن وتر وصل می‌کند،

- ۱) قطر دایره است. ۲) بر آن وتر عمود است. ۳) محیط دایره را نصف می‌کند. ۴) هر سه مورد

۵) دایره‌ی $C(O, 26)$ مفروض است، اگر فاصله‌ی وتر AB از مرکز دایره 10 سانتی‌متر باشد، طول وتر AB کدام است؟

- ۱) 24 ۲) 48 ۳) 12 ۴) 36

۶) وترهای AB و CD از دایره‌ی $C(O, R)$ در فواصل $2\sqrt{6}$ و 3 سانتی‌متری از مرکز دایره واقع‌اند. اگر $2CD = 3AB$ ، شعاع دایره کدام است؟

- ۱) $3\sqrt{2}$ ۲) $2\sqrt{3}$ ۳) $3\sqrt{6}$ ۴) 6

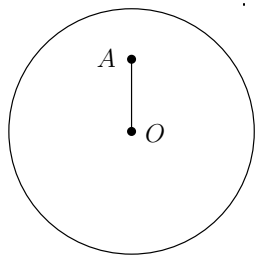
۷) دایره‌ای به شعاع 4 و نقطه‌ی M به فاصله‌ی 1 از مرکز دایره مفروض است، چند وتر داخل دایره می‌توان رسم کرد که طول آنها 2 و از M بگذرد؟

- ۱) 1 ۲) 2 ۳) صفر ۴) بی‌شمار

۸) طولانی‌ترین وتر گذرنده از نقطه C توسط آن به نسبت ۲ و ۵ تقسیم می‌شود. اگر شعاع دایره ۲۱ باشد طول کوتاه‌ترین وتر گذرنده از نقطه C کدام است؟

- (۱) $5\sqrt{10}$ (۲) $10\sqrt{10}$ (۳) $6\sqrt{10}$ (۴) $12\sqrt{10}$

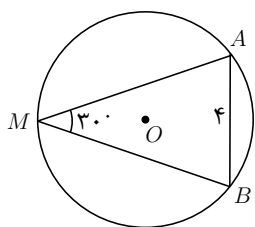
۹) کوچکترین وتری که در دایره‌ی $C(O, R)$ می‌توان رسم کرد به طوری که از نقطه‌ی A بگذرد،



- (۱) بر OA عمود است.
 (۲) با OA زاویه‌ی 45° درجه می‌سازد.
 (۳) با OA زاویه‌ی 12° درجه می‌سازد.
 (۴) هیچکدام

۱۰) دایره‌ی $C(O, 5)$ مفروض است و نقطه M در صفحه دایره قرار دارد به طوری که $OM = 4$. از نقطه‌ی M چند خط می‌گذرد که دایره روی آن وتری به طول ۸ ایجاد کند؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



۱۱) در شکل مقابل، اگر $AB = 4$ و $\widehat{AMB} = 30^\circ$ باشد، طول کمان AB کدام است؟ (O مرکز دایره است.)

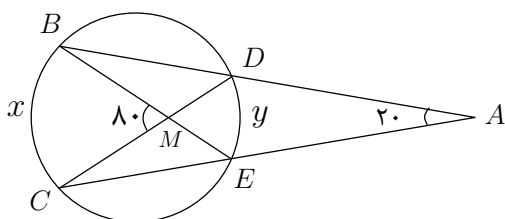
- (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{4\pi}{3}$ (۴) $\frac{3\pi}{2}$

آزاد ۷۰

۱۲) در دایره کدام یک از مفاهیم زیر غلط است؟

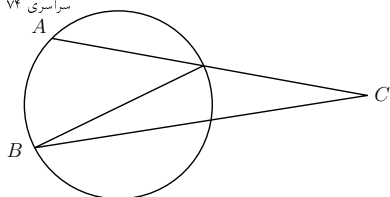
- (۱) از دو وتر نامساوی در یک دایره، آن که طولش کمتر است به مرکز نزدیکتر است.
 (۲) دو وتر متساوی از مرکز به یک فاصله‌اند.
 (۳) اگر وسط یک کمان را به وسط وتر همان کمان وصل کنیم از مرکز دایره می‌گذرد.
 (۴) قطر عمود بر یک وتر آن را نصف می‌کند.

۱۳) در شکل زیر مقادیر x و y به ترتیب کدام هستند؟



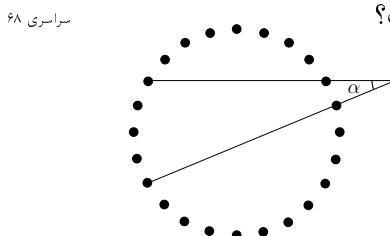
- (۱) 30° و 50°
 (۲) 40° و 110°
 (۳) 120° و 160°
 (۴) 60° و 100°

۱۴) در شکل مقابل $\widehat{AB} = 70^\circ$ و $\widehat{B} = 11^\circ$ درجه است. زاویه‌ی C چند درجه است؟



- (۱) 24°
 (۲) 25°
 (۳) 28°
 (۴) 30°

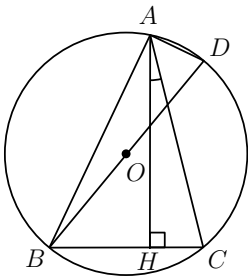
۱۵) در شکل زیر فاصله‌ی نقاط متوالی روی دایره با هم برابر است، زاویه‌ی α چند درجه است؟



- (۱) $22/5^\circ$
 (۲) 25°
 (۳) $27/5^\circ$
 (۴) 30°

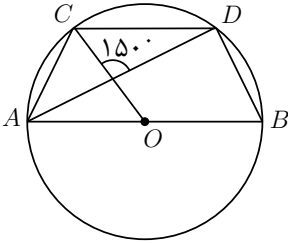
سراسری ۶۸

۱۶) در شکل مقابل، O مرکز دایره و AH عمود بر وتر BC است. اندازهی زاویهی CAH برابر با کدام است؟



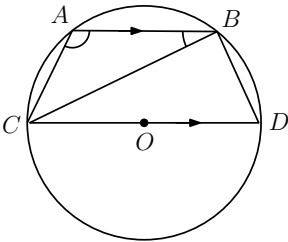
- (۱) $\frac{\widehat{AD}}{2}$ (۲) $\frac{\widehat{BC}}{4}$ (۳) $\frac{\widehat{AB}}{6}$ (۴) $\frac{\widehat{CD}}{3}$

۱۷) در شکل مقابل، O مرکز دایره و $AC = BD$ است. اندازهی کمان CD چند درجه است؟



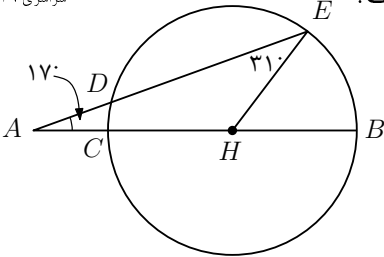
- (۱) 50° (۲) 75° (۳) 140° (۴) 150°

۱۸) در شکل مقابل، وتر AB با قطر CD موازی است. در مثلث ABC ، مقدار $\widehat{A} - \widehat{B}$ کدام است؟



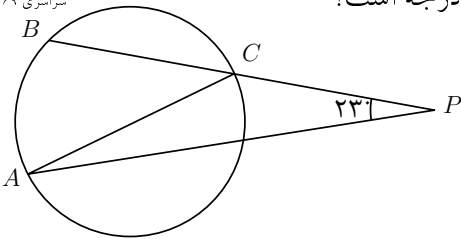
- (۱) 60° (۲) 90° (۳) 100° (۴) 120°

۱۹) در شکل مقابل $\widehat{A} = 17^\circ$ ، $\widehat{E} = 31^\circ$ و H وسط قطر CB است. کمان CD چند درجه است؟



- (۱) 14° (۲) 19°
(۳) 22° (۴) 24°

۲۰) در شکل مقابل اگر $\widehat{P} = 23^\circ$ و مثلث ACP متساوی الساقین باشد، کمان AB چند درجه است؟



- (۱) 69° (۲) 74°
(۳) 86° (۴) 92°

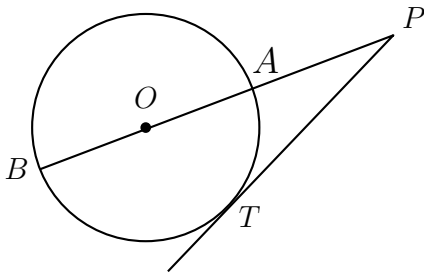
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۱	۲	۳	۱	۱	۱	۴	۱	۳	۳	۱	۴	۳	۴	۲	۴	۱	۴	۳

۲.۴ خودآزمایی شماره ۲ (رابطه‌های طولی در دایره)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) در شکل مقابل قطر AB دایره است و $PA = 6$ و $PT = 8$ و مماس PT بر دایره است. شعاع دایره، کدام است؟



- | | |
|-------------------|-------------------|
| $\frac{8}{3}$ (۲) | $\frac{7}{3}$ (۱) |
| 4 (۴) | $\frac{7}{2}$ (۳) |

(۲) از نقطه‌ای دو مماس بر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{3}$ رسم می‌کنیم. اگر زاویه‌ی بین دو مماس 60° درجه باشد، طول مماس برابر است با:

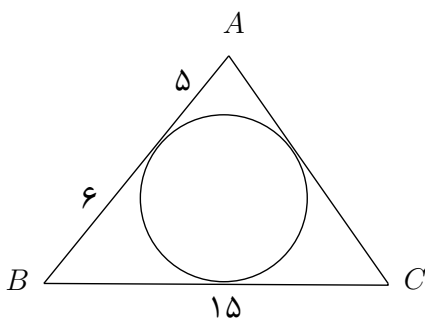
- | | | | |
|--------------------------|---------|---------|----------------|
| $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) | 3 (۳) | 1 (۲) | $\sqrt{3}$ (۱) |
|--------------------------|---------|---------|----------------|

(۳) زاویه‌ی بین دو مماس رسم شده از A بر دایره‌ی $C(O, 5)$ برابر 60° درجه است، طول OA کدام است؟

- | | | | |
|---------|-----------------|-----------------|----------|
| 7 (۴) | $5\sqrt{3}$ (۳) | $5\sqrt{3}$ (۲) | 10 (۱) |
|---------|-----------------|-----------------|----------|

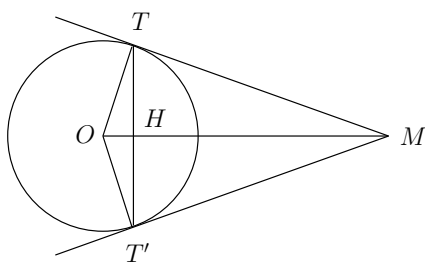
(۴) دایره‌ی $C(O, 6)$ و نقطه‌ی M به فاصله‌ی 12 از مرکز این دایره را در نظر می‌گیریم، طول مماس MT کدام است؟

- | | | | |
|------------------|------------------|-----------------|----------|
| $10\sqrt{3}$ (۴) | $12\sqrt{3}$ (۳) | $6\sqrt{3}$ (۲) | 12 (۱) |
|------------------|------------------|-----------------|----------|



(۵) در شکل مقابل اندازه‌ی AC کدام است؟

- | | |
|----------|----------|
| 14 (۲) | 19 (۱) |
| 13 (۴) | 15 (۳) |



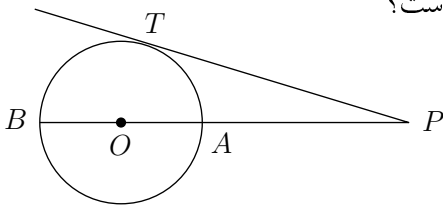
(۶) در دایره‌ی شکل مقابل TT' کدام است؟

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| $2\sqrt{OH \times HM}$ (۲) | $2OH \times MH$ (۱) |
| $OH \times HM$ (۴) | $\sqrt{OH \times HM}$ (۳) |

(۷) از نقطه‌ی A دو مماس بر دایره‌ای به شعاع R رسم شده است. اگر فاصله‌ی A تا مرکز دایره $R\sqrt{3}$ باشد، زاویه‌ی بین دو مماس چقدر است؟

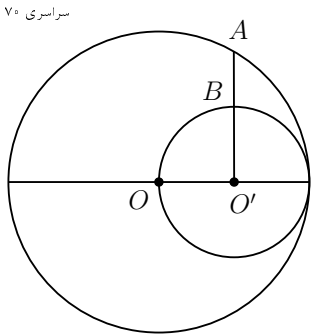
- | | | | |
|----------------|-----------------|----------------|----------------|
| 45° (۴) | 120° (۳) | 90° (۲) | 60° (۱) |
|----------------|-----------------|----------------|----------------|

۸) در شکل مقابل O مرکز دایره و $PA = 2$ و $PB = 18$ ، مساحت مثلث OPT کدام است؟



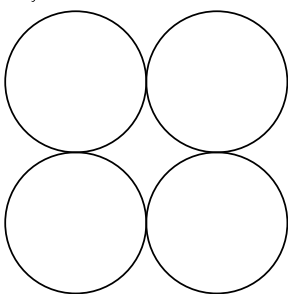
- (۱) 24
(۲) 12
(۳) 20
(۴) 36

۹) در شکل مقابل O مرکز دایره‌ی بزرگ و O' مرکز دایره‌ی کوچک و AB عمود بر OO' و طول AB برابر $3(3 - \sqrt{3})$ سانتی‌متر است. شعاع دایره‌ی بزرگ چند سانتی‌متر است؟



- (۱) $3\sqrt{5}$
(۲) $3\sqrt{6}$
(۳) $5\sqrt{3}$
(۴) $6\sqrt{3}$

۱۰) چهار دایره‌ی مساوی به شعاع R مطابق شکل بر هم مماس‌اند. شعاع دایره‌ای که با این چهار دایره مماس داخل است، کدام است؟



- (۱) $R(\sqrt{2} + 1)$
(۲) $\frac{R}{2}$
(۳) $\frac{R\sqrt{2}}{2}$
(۴) $R(\sqrt{2} - 1)$

۱۱) طول خط‌المركزين دو دایره برابر با مجموع شعاع‌های دو دایره است. این دو دایره

- (۱) مماس داخل‌اند (۲) متخارج‌اند (۳) مماس خارج‌اند (۴) متداخل‌اند

۱۲) دو دایره‌ی متخارج داریم که طول مماس مشترک داخلی آنها ۵ و طول خط‌المركزين آنها ۱۳ است. کمترین فاصله‌ی بین نقاط دو دایره کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳) در دو دایره‌ی مماس خارج با شعاع‌های $R_1 = 9$ و $R_2 = 4$ ، طول مماس مشترک خارجی کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۵ (۳) ۱۲ (۴) ۶

۱۴) طول مماس مشترک خارجی دو دایره‌ی مماس، $\sqrt{2}$ برابر شعاع دایره‌ی بزرگ‌تر است. شعاع دایره‌ی بزرگ‌تر چند برابر شعاع دایره کوچک‌تر است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $1/5$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

۱۵) اگر طول مماس مشترک خارجی دو دایره‌ی $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ برابر با ۸ باشد و خط‌المركزين آنها به طول ۱۰ باشد، $|R - R'|$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۶) اگر زاویه‌ی بین مماس مشترک‌های خارجی دو دایره 60° باشد و طول خط‌المركزين آنها برابر 10 باشد، طول مماس مشترک خارجی دو دایره کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{5}$ (۳) $5\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{70}$

۱۷) طول مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های 8 و 3 و خط‌المركزين 13 برابر $5a - 13$ است، مقدار a کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 5

۱۸) در دو دایره‌ی مماس خارج به شعاع‌های R و r طول مماس مشترک برابر است با

- (۱) $R+r$ (۲) $2\sqrt{Rr}$ (۳) $\sqrt{R^2+r^2}$ (۴) $\frac{1}{2}(R+r)$

۱۹) طول مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های 11 و 3 برابر $3\sqrt{33}$ است، کمترین فاصله‌ی نقاط این دو دایره از یکدیگر چند است؟

- (۱) 3 (۲) 4 (۳) 5 (۴) 6

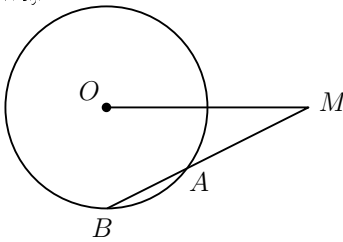
۲۰) شعاع دو دایره‌ی خارج هم به ترتیب $22/5$ و $7/5$ سانتی‌متر است. اگر زاویه‌ی بین مماس داخل و خط‌المركزين دو دایره 30° درجه باشد، طول خط‌المركزين دو دایره کدام است؟

- (۱) 55 (۲) $57/5$ (۳) 60 (۴) $62/5$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۳	۲	۴	۳	۲	۴	۳	۱	۳	۱	۴	۱	۲	۲	۲	۲	۱	۳	۱

آزاد ۷۲

(۱) در شکل مقابل $AB = 4$ و $MA = 5$ و $OM = 3\sqrt{6}$ شعاع دایره چقدر است؟



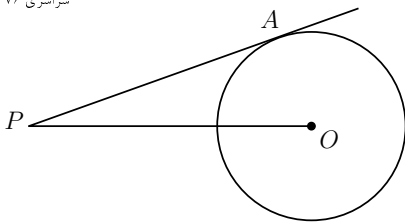
- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) ۳
(۳) ۲ (۴) $3\sqrt{2}$

(۲) دو وتر AA' و BB' از دایره‌ای در نقطه‌ی M متقاطع‌اند. اگر $MA = 4$ و $MB = 3$ و $MA' = 6$ باشد، اندازه‌ی وتر BB' کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

سراسری ۷۶

(۳) در شکل مقابل $PO = 5$ و شعاع دایره برابر واحد است، طول PA کدام است؟



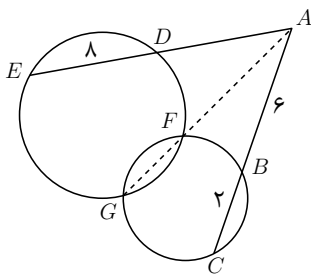
- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{6}$
(۳) $5\sqrt{2}$ (۴) $6\sqrt{2}$

(۴) دایره‌ی $C(O, R)$ و نقطه‌ی P در صفحه‌ی دایره و بیرون آن مفروض است. در صورتی که فاصله‌ی دورترین نقطه‌ی دایره به نقطه‌ی P برابر با ۱۶ و اندازه‌ی مماسی که از P بر دایره رسم می‌شود برابر ۱۲ باشد، قطر دایره کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

(۵) در مثلث ABC ، $AB = 12$ و $AC = 15$ است. دایره‌ی گذرنده از رأس A و مماس بر ضلع BC در وسط آن، اضلاع AB و AC را به ترتیب در نقاط B' و C' قطع می‌کند. اگر $CC' = 4$ باشد، BB' کدام است؟

- (۱) $3/2$ (۲) ۴ (۳) $4/8$ (۴) ۵

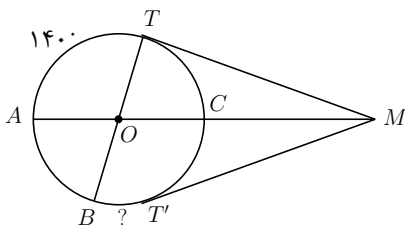


(۶) در شکل مقابل، اندازه‌ی AE کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

(۷) از نقطه‌ی P در خارج دایره‌ای، مماس PA به طول $3\sqrt{2}$ را بر آن رسم کرده‌ایم (A روی دایره است). همچنین خط راستی از P گذرانده‌ایم که دایره را در دو نقطه‌ی B و C قطع کرده و $BC = 3$ (بین B و P) است. نسبت $\frac{AC}{AB}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$



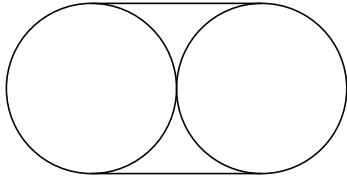
(۸) از نقطه‌ی M ، دو مماس MT و MT' را بر دایره‌ای به مرکز O رسم کرده‌ایم. مطابق شکل اگر کمان \widehat{AT} برابر 140° باشد، اندازه‌ی کمان $\widehat{BT'}$ کدام است؟

- (۱) 40° (۲) 60° (۳) 80° (۴) 100°

۹) طول خط‌المركزين دو دایره‌ی مماس درونی، برابر با ۴ سانتی‌متر و مساحت ناحیه‌ی محدود بین آنها ۳۲π سانتی‌متر مربع است. نسبت طول شعاع دایره‌ی بزرگ به شعاع دایره‌ی کوچک کدام است؟

- ۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

۱۰) در شکل مقابل دو دایره مساوی به شعاع R هستند. طول نخ‌ی که دور آنها بسته شده چقدر است؟



- $۲(R + \pi R)$ (۲) $۲R + \pi R$ (۱)
 $۴\pi R$ (۴) $۴R + ۲\pi R$ (۳)

۱۱) دو دایره‌ی C_1 و C_2 به شعاع‌های $R_1 = ۲$ و $R_2 = ۶$ و طول خط‌المركزين $d = ۱۰$ مفروض‌اند. شعاع دایره‌ای که مرکزش روی خط‌المركزين و با C_1 مماس داخل و با C_2 مماس خارج باشد، کدام است؟

- ۱ (۴) ۳ (۳) ۹ (۲) ۷ (۱)

۱۲) دو دایره‌ی $C(O, ۳)$ و $C'(O', ۵)$ به طول خط‌المركزين ۱۱ مفروض‌اند. چند خط می‌توان رسم کرد که از O و O' به ترتیب به فاصله‌ی ۳ و ۵ باشد؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱۳) نزدیکترین و دورترین فاصله‌ی نقطه‌ی A از یک دایره به ترتیب ۸ و ۱۲ است، شعاع دایره برابر است با

- ۴ (۴) ۶ (۳) ۲ (۲) ۳ (۱)

۱۴) دو دایره‌ی متخارج به شعاع ۵ و ۶ مفروض‌اند. حداکثر چند خط می‌توان رسم کرد که در دو دایره و تری‌هایی به طول ۴ ایجاد کنند؟

- ۳ (۴) ۴ (۳) ۱ (۲) ۲ (۱)

۱۵) در دو دایره‌ی متساوی که مماس خارج‌اند دو قطر AB و CD موازی هستند. چهارضلعی $ABCD$ چه شکلی است؟

- مربع (۴) دوزنقه (۳) لوزی (۲) مستطیل (۱)

۱۶) در پنج‌ضلعی منتظم $ABCDE$ اگر دو قطر BD و CE یکدیگر را در M قطع کنند، چهارضلعی $ABME$ کدام است؟

- مربع (۱) مستطیل (۲) لوزی (۳) دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین (۴)

۱۷) دو دایره‌ی C_1 و C_2 به شعاع ۵ مماس خارج‌اند، چند خط می‌توان رسم کرد که بر دایره‌ی C_1 مماس باشد و در دایره‌ی C_2 و تری به طول ۶ جدا کند؟

- ۱ (صفر) ۲ (۲) ۴ (۳) ۴ (بی‌شمار)

۱۸) دایره‌های $C(O, ۶)$ و $C'(O', ۱)$ مفروض‌اند. اگر طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر ۱۲ واحد باشد، بیشترین فاصله‌ی بین نقاط روی دو دایره از هم چقدر است؟

- ۲۰ (۴) ۱۸ (۳) ۱۹ (۲) ۱۷ (۱)

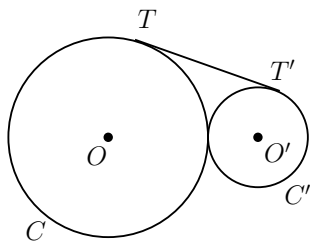
۱۹) دو دایره $C_1(O_1, 2)$ و $C_2(O_2, 8)$ بر هم مماس خارج‌اند. اگر نقطه‌ی تقاطع امتداد مماس مشترک خارجی و خط‌المرکزین دو دایره باشد، طول O_2M کدام است؟

$\frac{40}{3}$ (۴)

$\frac{20}{3}$ (۳)

$\frac{80}{3}$ (۲)

۲۰ (۱)



۲۰) دو دایره به شعاع‌های $R = 10$ و $R' = 4$ مماس خارج‌اند. اگر از وسط پاره خط TT' (مماس مشترک دو دایره) عمودی خارج کنیم تا OO' را در نقطه‌ی A قطع کند، طول پاره خط AT کدام است؟

۱۰ (۴)

$\sqrt{89}$ (۳)

۷ (۲)

$2\sqrt{10}$ (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۴	۴	۲	۳	۲	۳	۲	۴	۳	۳	۲	۴	۳	۳	۴	۳	۲	۴	۲

۴.۴ خودآزمایی شماره ۴ (چندضلعی‌های محاطی و محیطی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

(۱) اگر ارتفاع یک مثلث متساوی‌الاضلاع ۱۸ سانتیمتر باشد، شعاع دایره‌ی محاطی داخلی مثلث چند سانتیمتر است؟ سراسری ۷۱

- (۱) ۶ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) ۸ (۴) $3\sqrt{6}$

(۲) اگر در مثلث قائم‌الزاویه‌ای طول اضلاع زاویه‌ی قائمه $3k$ و $4k$ باشد، شعاع دایره‌ی محاطی داخلی چقدر است؟ آزاد ۷۰

- (۱) $\frac{3k}{2}$ (۲) $2k$ (۳) $\frac{k}{2}$ (۴) k

(۳) در دایره‌ای مثلث متساوی‌الاضلاعی به مساحت ۹ محاط شده است، مساحت دایره کدام است؟

- (۱) $3\pi\sqrt{3}$ (۲) $2\pi\sqrt{3}$ (۳) $6\pi\sqrt{3}$ (۴) $4\pi\sqrt{3}$

(۴) در مثلث ABC داریم $AB = 10$ و $AC = 13$ و $BC = 15$. اندازه‌ی پاره‌خطی که دایره محاطی روی ضلع AC جدا می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۳

(۵) در کدام مثلث الزاماً دایره‌ی محاطی داخلی بر هر سه دایره‌ی محاطی خارجی مماس است؟ سراسری ۷۰

- (۱) قائم‌الزاویه (۲) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین (۳) متساوی‌الساقین (۴) متساوی‌الاضلاع

(۶) شعاع دایره‌ی محاطی خارجی مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $8\sqrt{3}$ برابر کدام است؟ سراسری ۷۲

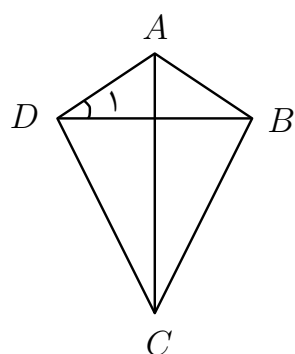
- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

(۷) یک ضلع مثلث متساوی‌الاضلاعی ۴ است، مساحت سطح بین دایره‌ی محیطی و محاطی آن چقدر است؟ آزاد ۶۸

- (۱) 8π (۲) 6π (۳) 4π (۴) $\frac{16\pi}{3}$

(۸) مساحت مربع محیط بر دایره، چند برابر مساحت مربع محاط در دایره است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۴



(۹) چهارضلعی $ABCD$ محاطی است، زاویه‌ی \hat{D}_1 لزوماً با کدام زاویه برابر است؟

- (۱) \hat{ABC} (۲) \hat{ACB}
(۳) \hat{BAC} (۴) \hat{ABD}

۱۰) محیط یک چهارضلعی محیطی ۱۸ سانتی متر است، مجموع اندازه‌های اضلاع مقابل آن کدام است؟

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)

۱۱) اگر در یک چهارضلعی عمود منصف‌های اضلاع همگی هم‌رس باشند، نوع چهارضلعی کدام است؟

- محیطی (۱) محاطی (۲) دوزنقه (۳) متوازی‌الاضلاع (۴)

۱۲) طول ضلع شش‌ضلعی منتظم محاط در دایره‌ای به شعاع $\sqrt{3}$ برابر است با

- $\sqrt{3}$ (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) ۳ (۴)

۱۳) مربع، یک چهارضلعی است.

- محاطی (۱) محیطی (۲) نه محاطی و نه محیطی (۳) هم محاطی و هم محیطی (۴)

۱۴) کدام چهارضلعی الزاماً یک مربع است؟

سراسری ۷۱

۱) متوازی‌الاضلاعی که اقطارش عمود منصف هم باشند.

۲) مستطیلی که بر یک دایره محیط شود.

۳) لوزی که بر یک دایره محیط شود.

۴) دوزنقه‌ی متساوی‌الساقینی که اقطارش عمود منصف هم باشند.

۱۵) طول اضلاع متوالی چهارضلعی محیطی بر حسب واحد، به ترتیب به کدام صورت صحیح است؟

سراسری ۷۵

- ۵، ۷، ۹، ۱۱ (۴) ۵، ۷، ۹، ۱۱ (۳) ۵، ۷، ۹، ۱۱ (۲) ۵، ۷، ۹، ۱۱ (۱)

۱۶) دو زاویه‌ی مجاور یک چهارضلعی محاطی 80° و 120° اند، تفاضل دو زاویه‌ی دیگر چقدر است؟

آزاد ۷۶

- ۲۰۰ (۱) ۴۰۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۳۰۰ (۴)

۱۷) وسط اضلاع مستطیلی را به هم وصل می‌کنیم، چهارضلعی حاصل

آزاد ۷۷

- محاطی است. (۱) محیطی و محاطی است. (۲) نه محیطی است نه محاطی. (۳) محیطی است. (۴)

۱۸) کدام چهارضلعی را می‌توان همواره در دایره محاط کرد؟

- دوزنقه (۱) لوزی (۲) مستطیل (۳) متوازی‌الاضلاع (۴)

۱۹) کدام گزینه نادرست است؟

۱) در هر دایره قطری که وسط وتر وصل می‌شود بر آن عمود است.

۲) در هر دایره قطری که بر وتر عمود است کمان نظیر آن وتر را نصف می‌کند.

۳) کمان‌های محصور به دو وتر موازی مساوی‌اند.

۴) هر چهارضلعی را می‌توان در یک دایره محاط کرد.

۲۰) اوساط اضلاع یک چهارضلعی محیطی را به هم وصل کرده‌ایم، حاصل الزاماً کدام چهارضلعی است؟

۴) متوازی‌الاضلاع

۳) چهارضلعی محیطی

۲) مستطیل

۱) لوزی

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۴	۳	۴	۲	۲	۲	۴	۱	۲	۲	۲	۲	۳	۳	۴	۱	۴	۴	۱

(۱) خط d در صفحه مفروض است. اگر تابع M برای نقاط صفحه به صورت زیر تعریف شده باشد، کدام گزینه در مورد M درست است؟

- اگر نقطه‌ی A روی خط d باشد، آنگاه $M(A) = A$.
- اگر نقطه‌ی A روی خط d نباشد، آنگاه $M(A) = A'$ ، به طوری که خط d عمود منصف AA' است.

(۱) M تبدیل نیست.

(۲) M یک تبدیل است ولی طولیاب نیست.

(۳) M یک تبدیل طولیاب است و فقط یک نقطه‌ی ثابت تبدیل دارد.

(۴) M یک تبدیل طولیاب است و بی‌شمار نقطه‌ی ثابت تبدیل دارد.

(۲) کدام مورد نادرست است؟

(۱) تبدیل‌هایی که طول پاره‌خط را حفظ می‌کنند، تبدیلات طولیاب نام دارند.

(۲) هر تبدیل طولیاب، اندازه‌ی زاویه را حفظ می‌کند.

(۳) بازتاب نسبت به خط، بی‌شمار نقطه‌ی ثابت تبدیل دارد.

(۴) بازتاب لزوماً شیب خطوط را حفظ می‌کند.

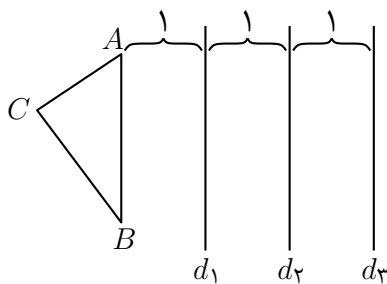
(۳) خط L و نقطه‌ی A به فاصله‌ی m از آن مفروض‌اند. اگر تبدیل S ، بازتاب نسبت به خط L باشد، فاصله‌ی A از $S(S(S(A)))$ کدام است؟

(۴) $4m$

(۳) $2m$

(۲) m

(۱) صفر



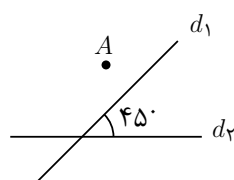
(۴) مطابق شکل با فرض موازی بودن خطوط d_1 ، d_2 ، و d_3 ، مثلث ABC را ابتدا نسبت به d_2 بازتاب دادیم تا $A'B'C'$ به دست آید و سپس $A'B'C'$ را نسبت به d_1 بازتاب می‌دهیم تا $A''B''C''$ حاصل شود و در نهایت $A''B''C''$ را نسبت به d_3 بازتاب می‌دهیم تا $A'''B'''C'''$ حاصل شود. اگر فاصله‌ی رأس A تا خط d_1 برابر ۱ باشد، آنگاه طول AA''' کدام است؟

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴



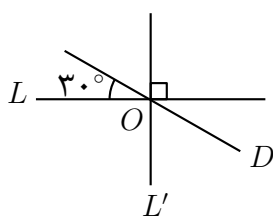
(۵) مطابق شکل، فاصله‌ی نقطه‌ی A از محل تلاقی دو خط d_1 و d_2 برابر یک است. نقطه‌ی A را نسبت به خط d_1 و سپس تصویر حاصل را نسبت به خط d_2 بازتاب می‌دهیم. فاصله‌ی نقطه‌ی A از تصویر نهایی آن کدام است؟

(۴) ۲

(۳) $\sqrt{3}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱) ۱



(۶) دو خط L و L' بر هم عمودند و خط D با خط L زاویه‌ی 30° می‌سازد. خط D را با برداری به طول $\sqrt{3}$ که بر خط D عمود است، انتقال می‌دهیم. مساحت ناحیه‌ی محصور بین خط تصویر و خطوط L و L' کدام است؟

(۴) $4\sqrt{3}$

(۳) ۴

(۲) $2\sqrt{3}$

(۱) ۲

۷) کدام تبدیل طولپاست و شیب را حفظ نمی کند؟

- (۱) دوران (۲) تجانس (۳) انتقال (۴) بازتاب نسبت به یک نقطه

۸) در چه صورت دوران یک تبدیل همانی است؟

- (۱) زاویه دوران 180° باشد. (۲) زاویه دوران 90° باشد. (۳) زاویه دوران 360° باشد. (۴) زاویه دوران 540° باشد.

۹) مثلث قائم الزاویه و متساوی الساقین ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) با طول وتر ۲ واحد مفروض است. اگر این مثلث را به مرکز A با زاویه 45° در جهت ساعتگرد دوران دهیم، مساحت ناحیه مشترک بین تصویر و مثلث اولیه کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2} - 1$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $2 - \sqrt{2}$ (۴) $2(\sqrt{2} - 1)$

۱۰) ترکیب متوالی دو بازتاب با محورهای متقاطع که با هم زاویه 30° می سازند، دوران به مرکز نقطه O و زاویه θ است. نقطه O و زاویه θ به ترتیب کدام است؟

- (۱) نقطه ای دلخواه در صفحه - $\theta = 30^\circ$ (۲) نقطه ای برخورد دو محور - $\theta = 30^\circ$

- (۳) نقطه ای برخورد دو محور - $\theta = 60^\circ$ (۴) نقطه ای دلخواه در صفحه - $\theta = 60^\circ$

۱۱) اگر دو چهارضلعی مجانس یکدیگر به مرکز O و نسبت k باشند، آنگاه نسبت محیط های آنها کدام است؟

- (۱) k^2 (۲) $2k$ (۳) k (۴) $\frac{1}{k^2}$

۱۲) مثلث ABC با رئوس $A(0, 2)$ و $B(-1, 0)$ و $C(3, 0)$ مفروض است اگر این مثلث را تحت تجانس با نسبت ۲ و مرکز مبدا تبدیل نماییم، مساحت شکل تبدیل یافته کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱۶ (۴) ۸

۱۳) تحت تبدیل تجانس کدام گزینه ممکن است تغییر کند؟

- (۱) طول پاره خط (۲) زاویه (۳) شیب خط (۴) وضعیت دو خط موازی

۱۴) در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس $k = 3$ ، اگر پاره خط $A'B'$ مجانس پاره خط AB باشد، مساحت چهارضلعی $ABB'A'$ چند برابر مساحت مثلث AOB است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۵) در یک مثلث، دایره ی محاطی داخلی را با نسبت تجانس k و به مرکز T تجانس می دهیم تا بر دایره ی محیطی مثلث تصویر شود. اگر نقطه ی ثابت این تبدیل، محل برخورد نیمسازهای داخلی مثلث باشد، اندازه ی k کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶) تجانس مستقیم با نسبت k ، محیط مثلث را با ضریب و مساحت آن را با ضریب تغییر می دهد.

- (۱) k, k (۲) k^2, k (۳) $k^2, 3k$ (۴) $3k, k$

۱۷) وسط اضلاع یک شش ضلعی منتظم را متوالیاً به هم وصل می‌کنیم تا یک شش ضلعی کوچکتر تشکیل شود. اگر نقطه‌ی O مرکز دایره‌ی محیطی این شش ضلعی باشد، با کدام تبدیلات می‌توان شش ضلعی بزرگتر را بر شش ضلعی کوچکتر منطبق کرد؟

- ۱) یک دوران 60° درجه و یک تجانس با نسبت $k = \frac{1}{4}$ به مرکز O
 ۲) یک دوران 30° درجه و یک تجانس با نسبت $k = \frac{1}{4}$ به مرکز O
 ۳) یک دوران 60° درجه و یک تجانس با نسبت $k = \frac{\sqrt{3}}{4}$ به مرکز O
 ۴) یک دوران 30° درجه و یک تجانس با نسبت $k = \frac{\sqrt{3}}{4}$ به مرکز O

۱۸) نقطه‌ی A به فاصله‌ی ۱ از خط L قرار دارد. تصویر A تحت بازتاب نسبت به خط L را A' می‌نامیم و A را حول A' به اندازه‌ی 120° دوران می‌دهیم تا نقطه‌ی A'' به دست آید. طول پاره‌خط AA'' کدام است؟

- ۱) $\sqrt{3}$ ۲) ۲ ۳) $2\sqrt{3}$ ۴) ۴

۱۹) کدام جمله همواره درست است؟

- ۱) بازتاب نمی‌تواند اندازه‌ی زاویه را حفظ کند.
 ۲) انتقال غیرهمانی نمی‌تواند نقطه‌ی ثابت تبدیل داشته باشد.
 ۳) دوران غیرهمانی نمی‌تواند شیب خط را حفظ کند.
 ۴) تجانس غیرهمانی نمی‌تواند اندازه‌ی مساحت شکل را حفظ کند.

۲۰) بازتاب نسبت به دو محور متقاطع و بازتاب نسبت به دو محور موازی به ترتیب و است.

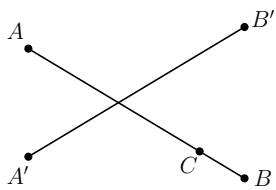
- ۱) دوران - انتقال ۲) انتقال - دوران ۳) دوران - دوران ۴) انتقال - انتقال

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۲	۳	۴	۲	۲	۳	۱	۳	۳	۳	۱	۳	۱	۲	۳	۱	۳	۴	۴

۶.۴ خودآزمایی شماره ۶ (تبدیل‌های هندسی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه



(۱) فرض کنید T یک تبدیل طولپا باشد، $T(A) = A'$ و $T(B) = B'$. اگر مطابق شکل، C نقطه‌ای روی پاره‌خط AB باشد و $T(C) = C'$ ، آنگاه چند نقطه در صفحه وجود دارد که می‌تواند C' باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) بی‌شمار (۴) ۴

(۲) نقاط A و B در یک طرف خط d و به ترتیب به فاصله‌ی ۱ و ۴ واحد از این خط قرار دارند. بازتاب این نقاط نسبت به خط d را A' و B' می‌نامیم. اگر چهارضلعی $AA'B'B$ محیطی باشد، مساحت آن کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰

(۳) در مثلث ABC ، $BC = 4$ ، $\hat{B} = 15^\circ$ ، $\hat{C} = 75^\circ$ و ارتفاع وارد بر ضلع BC می‌باشد. اگر H' و H'' به ترتیب بازتاب یافته‌ی نقطه‌ی H نسبت به AB و AC باشند، اندازه‌ی $H'H''$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

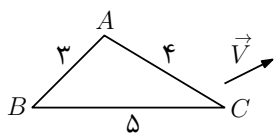
(۴) در بازتاب T نسبت به خط ℓ در یک صفحه داریم $T(M) = M'$ و $T(N) = N$. اگر نقطه‌ی N روی MM' نباشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

(۱) خط ℓ نیمساز زاویه‌ی \hat{MNM}' است. (۲) خط ℓ عمود منصف پاره‌خط MM' است.

(۳) نقطه‌ی N ، نقطه‌ی ثابت تبدیل است. (۴) شیب پاره‌خط‌های MN و $M'N$ برابر است.

(۵) در مثلث ABC ، زاویه‌ی A برابر 40° می‌باشد. ضلع BC را با بردار \vec{CA} انتقال می‌دهیم و انتقال یافته‌ی آن را $B'C'$ می‌نامیم. سپس $B'C'$ را با بردار \vec{BA} انتقال داده و تصویر آن را $B''C''$ می‌نامیم. اندازه‌ی زاویه‌ی $BB'B''$ کدام است؟

(۱) 40° (۲) 80° (۳) 100° (۴) 140°



(۶) مطابق شکل، مثلث ABC و بردار V مفروض است. مثلث ABC را با بردار V انتقال می‌دهیم تا مثلث $A'B'C'$ حاصل شود اندازه‌ی میانه‌ی وارد بر بزرگترین ضلع مثلث $A'B'C'$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $2/5$ (۳) ۳ (۴) ۴

(۷) کدام گزینه صحیح است؟

(۱) تجانس و انتقال طول را حفظ می‌کنند. (۲) ترکیب دو دوران بازتاب است.

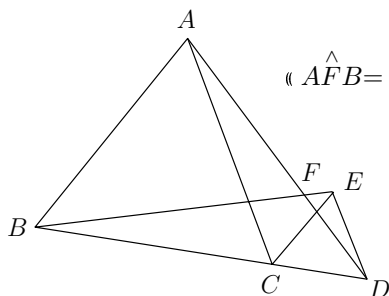
(۳) ترکیب دو بازتاب محوری با محورهای متقاطع دوران است. (۴) همه‌ی نقاط صفحه تحت تجانس تغییر می‌کنند.

(۸) لوزی $ABCD$ با مساحت ۲ واحد مفروض است. اگر محل برخورد قطرهای لوزی را O بنامیم و این لوزی را به مرکز O زاویه‌ی 45° درجه در جهت ساعتگرد دوران دهیم تا چهارضلعی $A'B'C'D'$ حاصل شود، اندازه‌ی $A'C' \times B'D'$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) ۴ (۴) $4\sqrt{3}$

۹) در اثبات سؤال زیر از کدام تبدیل استفاده می‌نماییم:

« مثلث ABC و مثلث ECD متساوی الاضلاع هستند، ثابت کنید $AD = BE$ و $\hat{AFB} = 60^\circ$ »

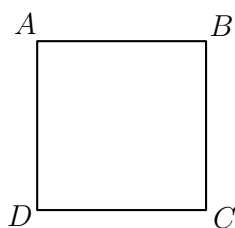


(۱) انتقال (۲) دوران به مرکز C

(۳) بازتاب نسبت به خط AD (۴) دوران به مرکز F

۱۰) نقطه‌ی A را تحت دوران به مرکز O و زاویه‌ی 60° تصویر می‌کنیم تا نقطه‌ی A' به دست آید. اگر $OA = 4\sqrt{3}$ باشد، آنگاه فاصله‌ی O از خط گذرنده از A و A' کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) ۶ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) ۳



۱۱) مطابق شکل، مربع $ABCD$ به طول ضلع ۶ مفروض است. این مربع را حول رأس C به اندازه‌ی 30° درجه در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم. اگر محل برخورد BCD و شکل دوران یافته‌ی آن روی ضلع AB را M بنامیم، در این صورت طول MB کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

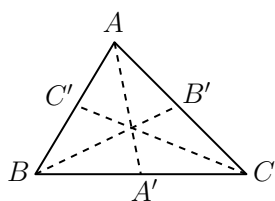
۱۲) چه تعداد از مطالب زیر در مورد تبدیل همانی درست است؟

- تبدیل همانی همواره طولیاست.
- تبدیل همانی، بی‌شمار نقطه‌ی ثابت تبدیل دارد.
- دوران با زاویه‌ی 36° درجه و تجانس با نسبت $k = 1$ ، تبدیل همانی هستند.
- بازتاب هیچ‌گاه نمی‌تواند تبدیل همانی باشد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳) مربع $ABCD$ را با تجانسی که مرکز آن محل تلاقی قطرهای و نسبت تجانس آن $\frac{2}{3}$ است، تصویر می‌کنیم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش برابر ۵ باشد، محیط مربع $ABCD$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۳۶



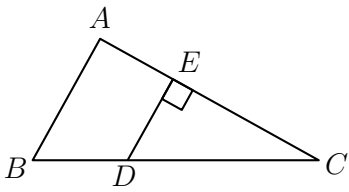
۱۴) در مثلث ABC میانه‌های AA' ، BB' و CC' را به اندازه‌ی $\frac{2}{3}$ طول آنها از طرف نقاط A'' ، B'' و C'' به ترتیب تا نقاط A'' ، B'' و C'' امتداد می‌دهیم. اگر مثلث $A''B''C''$ مجانس مثلث ABC باشد، نسبت تجانس کدام است؟

- (۱) $k = -1$ (۲) $k = -4$ (۳) $k = -\frac{3}{4}$ (۴) $k = -3$

۱۵) دو دایره‌ی $C(O, 2)$ و $C'(O', 4)$ مماس خارج‌اند. تحت یک تجانس مستقیم به مرکز M یا تحت یک تجانس معکوس به مرکز M' ، دایره‌ی C روی دایره‌ی C' تصویر می‌شود. اندازه‌ی MM' کدام است؟

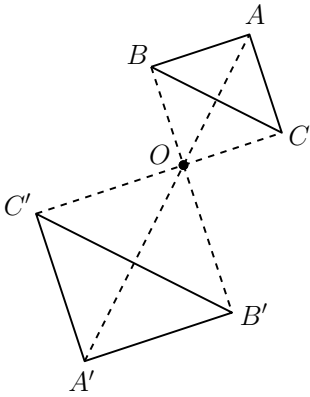
- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۱۶) مثلث ABC مطابق شکل مفروض است. اگر $DE \parallel AB$ و $\hat{B} = 60^\circ$ باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی بین مجانب‌های DC و EC نسبت به مرکز تجانس B و با نسبت تجانس $k \neq 0$ کدام است؟



- ۱۵° (۴) ۳۰° (۳) ۴۵° (۲) ۶۰° (۱)

۱۷) با یک تبدیل تجانس به مرکز O ، رئوس مثلث ABC متناظراً بر رئوس مثلث $A'B'C'$ تصویر می‌شود. نسبت تجانس، کدام مقدار را می‌تواند داشته باشد؟



- $k = -2$ (۴) $k = -\frac{1}{3}$ (۳) $k = 2$ (۲) $k = \frac{1}{3}$ (۱)

۱۸) طول پاره‌خط و اندازه‌ی زاویه تحت ثابت می‌ماند.

- (۱) بازتاب و تجانس (۲) انتقال و تجانس (۳) دوران و تجانس (۴) بازتاب، دوران و انتقال

۱۹) ترکیب دو دوران هم‌مرکز و با زاویه‌های 40° و 140° چه نوع تبدیلی است؟

- (۱) تجانس (۲) بازتاب (۳) دوران (۴) ۱ و ۳

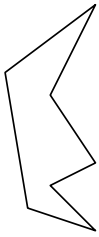
۲۰) چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- بازتاب، انتقال و دوران، تبدیلات طولیا هستند.
- هر تبدیل طولیا، دارای نقطه‌ی ثابت تبدیل است.
- هر تبدیل طولیا، جهت شکل را حفظ می‌کند.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

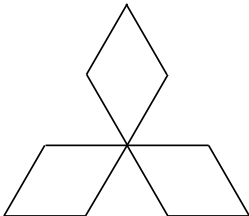
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۴	۴	۴	۳	۳	۳	۳	۴	۲	۲	۲	۳	۳	۲	۴	۴	۲	۲	۱

۱) زمینی به شکل مقابل مفروض است. با انجام چند بازتاب می‌توانیم با ثابت نگه داشتن محیط و تعداد اضلاع شکل، مساحت زمین را به بیشترین مقدار ممکن افزایش دهیم؟



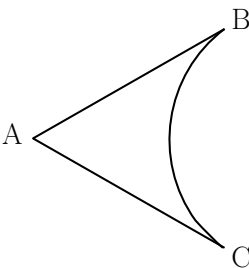
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲) در شکل روبه‌رو، طول تمامی پاره‌خط‌های کوچک برابر یک واحد و اندازه‌ی تمامی زاویه‌های حاده برابر 60° درجه است. می‌خواهیم با کمک تبدیل هندسی مناسب مساحت این شکل را بدون تغییر در محیط تا حد ممکن افزایش دهیم. نسبت مساحت شکل جدید به شکل اولیه چقدر است؟



- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۶)

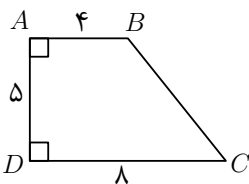
۳) زمینی با مساحت $8\sqrt{3}$ مطابق شکل روبه‌رو در اختیار داریم به طوری که A ، B و C رئوس یک مثلث متساوی‌الاضلاع هستند. بدون آنکه محیط زمین را تغییر داده باشیم، با کمک تبدیل هندسی مناسب، می‌توانیم مساحت زمین را دو برابر کنیم. طول پاره‌خط AB کدام است؟



- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۸)

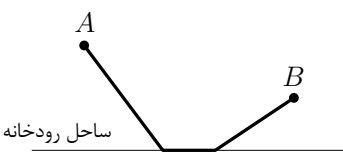
۴) در صفحه‌ای خط d و دو نقطه‌ی A و B در یک طرف آن مفروض‌اند. برای یافتن نقطه‌ای بر روی خط d که مجموع فاصله‌های آن از دو نقطه‌ی A و B کمترین مقدار ممکن را داشته باشد، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟

- ۱) بازتاب ۲) تجانس ۳) دوران ۴) انتقال



۵) در دوزنقه‌ی شکل زیر، اگر M نقطه‌ی دلخواهی از ساق قائم باشد، کمترین مقدار $MB + MC$ کدام است؟

- ۱ (۱۲/۵) ۲ (۱۳) ۳ (۱۳/۵) ۴ (۱۴)



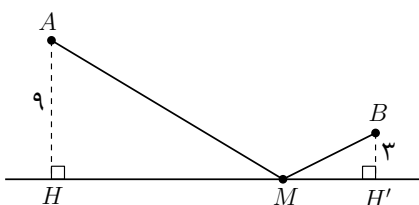
۶) مطابق شکل دو روستای A و B به فاصله‌ی $5\sqrt{2}$ کیلومتر از هم و به ترتیب به فاصله‌های ۲ و ۱ کیلومتر از ساحل رودخانه مفروض‌اند. می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم به طوری که ۱ کیلومتر از آن در ساحل رودخانه ساخته شود. اندازه‌ی کوتاهترین مسیر ممکن برای این جاده چند کیلومتر است؟

- ۱ (۳) ۲ (۳) ۳ (۳) ۴ (۳)

۷) دو نقطه‌ی A و B در یک طرف خط Δ و به ترتیب به فاصله‌ی ۲ و ۱ از آن واقع‌اند و نقطه‌ی M به گونه‌ای روی خط Δ واقع است که $MA + MB$ کمترین مقدار ممکن را داشته باشد. اگر طول AB برابر با $\sqrt{10}$ باشد، اندازه‌ی $MA \times MB$ کدام است؟

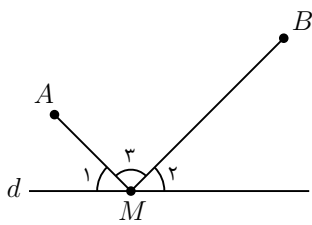
- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۲)

۸) در شکل مقابل، نقاط A و B ثابت هستند. اگر کمترین مقدار $AM + MB$ برابر ۲۴ باشد، زاویه‌ی \hat{HAM} کدام است؟



- ۱ (۳۰) ۲ (۱۵) ۳ (۷۵) ۴ (۶۰)

۹) در شکل مقابل، کوتاهترین مسیر برای رفتن از A به B و از طریق عبور از نقطه‌ای روی خط d مسیر AMB است. کدام گزینه درست است؟



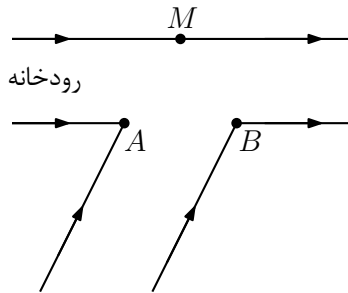
$$\hat{M}_3 = 2 \hat{M}_1 \quad (2)$$

$$\hat{M}_1 + \hat{M}_2 = \hat{M}_3 \quad (1)$$

$$\hat{M}_1 = \hat{M}_2 \quad (4)$$

$$\hat{M}_3 = 2 \hat{M}_2 \quad (3)$$

۱۰) در شکل مقابل، اگر نقاط A و B ثابت و نقطه‌ی M روی خط بالایی رودخانه متغیر باشد و بخواهیم مسیر $AMBA$ کوتاهترین مسیر ممکن باشد، نوع مثلث MAB الزاماً کدام است؟



(۲) قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین

(۱) فقط قائم‌الزاویه

(۴) متساوی‌الاضلاع

(۳) فقط متساوی‌الساقین

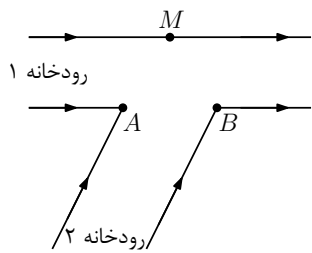
۱۱) دایره‌ای به قطر $AB = 10$ و خط d به فاصله‌ی 10° از AB مفروض است. نقطه‌ی دلخواه M روی خط d به گونه‌ای واقع است که $MA + MB$ کمترین مقدار ممکن باشد. اگر AM دایره را در نقطه‌ی M' قطع کند، اندازه‌ی $M'A + M'B$ کدام است؟

۱۲√۵ (۴)

۱۰√۵ (۳)

۶√۵ (۲)

۵√۵ (۱)



۱۲) در شکل روبه‌رو، می‌خواهیم کنار رودخانه‌ها سه اسکله بسازیم. موقعیت دو اسکله‌ی A و B مطابق شکل مشخص است. اگر اسکله‌ی M را در جایی از ساحل بسازیم که مسیر $MABM$ کوتاهترین مسیر ممکن باشد، با کدام تبدیل، همواره می‌توان این کار را انجام داد؟

(۴) تجانس

(۳) دوران

(۲) بازتاب

(۱) انتقال

۱۳) دو نقطه‌ی A و B در یک طرف خط d و به ترتیب به فاصله‌ی ۱ و ۲ از آن قرار دارند. روی خط d نقطه‌ی N به گونه‌ای قرار دارد که AN و BN با خط d زوایای مساوی تشکیل داده و $AN = 2$ است. اگر نقطه‌ی متغیر M روی خط d قرار داشته باشد، کمترین مقدار $MA + MB$ کدام است؟ (A ، B و N روی یک خط قرار ندارند.)

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۴) نقطه‌ی P روی ضلع AB از مربع $ABCD$ به گونه‌ای قرار دارد که $AP = 5$ و $BP = 7$ است. از بین مثلث‌هایی که دو رأس آن P و B و رأس دیگر آن روی قطر AC باشد، حداقل محیط ممکن کدام است؟

۲۲ (۴)

۲۰ (۳)

۱۸ (۲)

۱۶ (۱)

۱۵) دو نقطه‌ی A و B در یک طرف خط L و به فاصله‌ی ۵ از آن هستند و نقطه‌ی M به گونه‌ای روی خط L واقع شده است که $AM + MB$ کمترین مقدار است. اگر اندازه‌ی AB ، 10° باشد، اندازه‌ی AM کدام است؟

۲√۱۰ (۴)

۱۰√۲ (۳)

۵√۲ (۲)

۵ (۱)

۱۶) از بین همه‌ی دوزنقه‌هایی با قاعده‌هایی به طول ۵ و ۷ که در قاعده به طول ۷ مشترک هستند و دارای مساحت ۲۴ می‌باشند، کمترین محیط ممکن کدام است؟

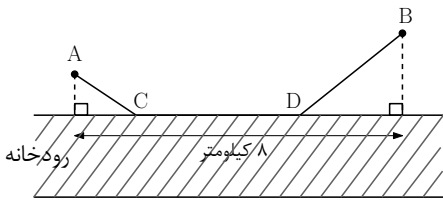
۱۲ + ۲√۱۷ (۴)

۱۲ + $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ (۳)

۱۶ + √۲۰ (۲)

۱۶ (۱)

۱۷) دو شهر A و B مطابق شکل به فاصله‌های ۱ و ۲ کیلومتری از یک رودخانه و در یک طرف آن واقع‌اند. می‌خواهیم جاده‌ای از A به B بسازیم به طوری که ۴ کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود. طول کوتاهترین مسیر $ACDB$ کدام است؟



۷ (۲)

۵ (۱)

۱۱ (۴)

۹ (۳)

۱۸) در شکل زیر، نقطه‌ی A به فاصله‌ی $\frac{۸}{۵}$ واحد از خط d و ۸ واحد از نقطه‌ی B مفروض است. نقطه‌ی M را روی خط d چنان انتخاب می‌کنیم که $MA + MB$ کمترین مقدار ممکن را دارا باشد. اگر این مقدار مینیمم برابر ۱۵ باشد، طول MA کدام است؟

A

B



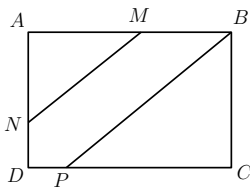
$\frac{۲۸۹}{۳۰}$ (۲)

$\frac{۱۶۱}{۳۰}$ (۱)

$\frac{۴۸}{۵}$ (۴)

$\frac{۲۷}{۵}$ (۳)

۱۹) در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ مستطیل است و M وسط AB ، $AN = ۲ND$ و نقطه‌ی P متحرک روی DC می‌باشد. اگر طول کوتاهترین مسیر ممکن برای $MNPB$ برابر ۶ باشد، طول MN کدام است؟



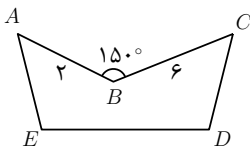
$\sqrt{6}$ (۲)

$\frac{۳}{۲}$ (۱)

۲ (۴)

$۲\sqrt{۲}$ (۳)

۲۰) زمینی به شکل زیر داریم. می‌خواهیم به کمک تبدیل هندسی مناسب بدون تغییر در طول اضلاع و محیط شکل، مساحت زمین را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت این زمین کدام است؟



۱۲ (۲)

۶ (۱)

$۱۲\sqrt{۳}$ (۴)

$۶\sqrt{۳}$ (۳)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۴	۲	۳	۴	۲	۳	۴	۲	۲	۳	۴	۴	۳	۱	۲	۱	۲	۳	۳

۸.۴ خودآزمایی شماره ۸ (قضیه‌ی سینوس‌ها)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

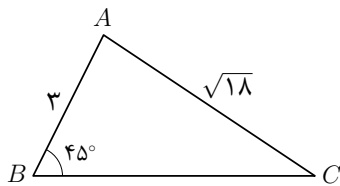
(۱) در مثلثی $\hat{A} = 75^\circ$ ، $\hat{B} = 45^\circ$ ، $b = 2\sqrt{6}$ ، اندازه‌ی ضلع AB کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

(۲) در مثلث ABC ، ضلع $BC = 8$ و $\hat{B} = 35^\circ$ و $\hat{C} = 85^\circ$ است. شعاع دایره‌ی محیطی این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $8\sqrt{3}$ (۴) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

(۳) در شکل مقابل، اندازه‌ی زاویه‌ی A کدام است؟

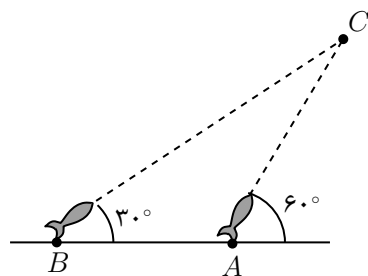


- (۱) 60° (۲) 75° (۳) 105° (۴) 120°

(۴) در مثلث ABC با معلوم بودن ضلع $BC = 3 + \sqrt{3}$ و زاویه‌های $\hat{B} = 60^\circ$ و $\hat{C} = 45^\circ$ ، اندازه‌ی ضلع AC کدام است؟

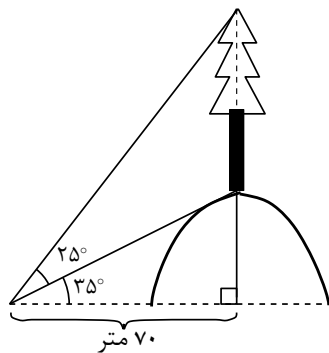
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{3}$

(۵) مطابق شکل، موشک ۱ از نقطه‌ی A تحت زاویه‌ی 60° و موشک ۲ از نقطه‌ی B تحت زاویه‌ی 30° نسبت به سطح زمین، روی یک مسیر مستقیم پرتاب می‌شوند. اگر موشک ۱ بعد از طی یک کیلومتر به نقطه‌ی C برسد، موشک ۲ پس از طی چند کیلومتر به همان نقطه می‌رسد؟



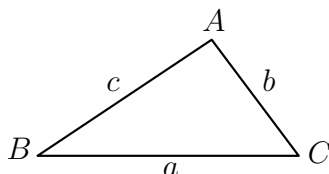
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\sqrt{3}$

(۶) در شکل زیر، طول درخت روی تپه تقریباً چند متر است؟
($\sin 25^\circ \approx 0.42$; $\sin 35^\circ \approx 0.57$; $\sin 55^\circ \approx 0.82$)



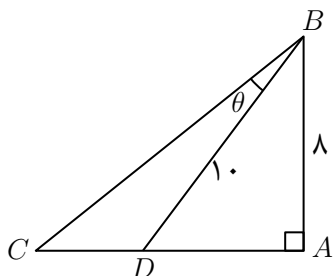
- (۱) $71/7$ (۲) $85/3$ (۳) $84/3$ (۴) $70/7$

(۷) در مثلث ABC ، اگر $\frac{\hat{A}}{5} = \frac{\hat{B}}{3} = 15^\circ$ و $b = 48$ باشد، مقدار c کدام است؟



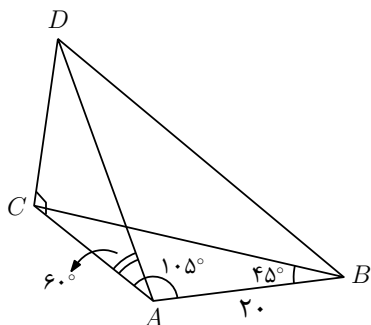
- (۱) $48\sqrt{6}$ (۲) $24\sqrt{6}$ (۳) ۲۴ (۴) $22\sqrt{6}$

۸) در شکل روبه‌رو، مثلث ABC قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است. با توجه به اندازه‌های داده شده، مقدار $\sin \theta$ کدام است؟



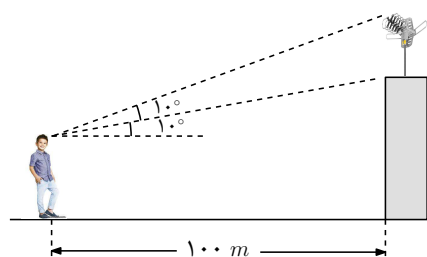
- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{11}$

۹) در هرم شکل مقابل، ارتفاع DC کدام است؟



- (۱) $10\sqrt{6}$ (۲) $10\sqrt{3}$ (۳) $20\sqrt{3}$ (۴) $20\sqrt{6}$

۱۰) مطابق شکل روبه‌رو، آنتنی روی ساختمان قرار گرفته است. شخصی که در فاصله‌ی ۱۰۰ متر از این ساختمان حضور دارد، بام ساختمان را با زاویه‌ی دید ۱۰ درجه و نوک آنتن را با زاویه‌ی دید ۲۰ درجه نسبت به افق می‌بیند. ارتفاع آنتن کدام است؟

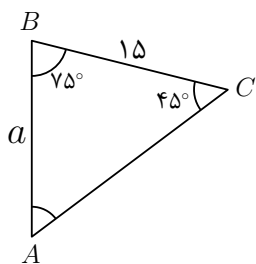


- (۱) $\frac{50 \tan 10^\circ}{\cos 20^\circ}$ (۲) $\frac{50 \cos 20^\circ}{\tan 10^\circ}$ (۳) $\frac{100 \tan 10^\circ}{\cos 20^\circ}$ (۴) $\frac{100 \cos 20^\circ}{\tan 10^\circ}$

۱۱) در مثلث ABC ، اگر $AC = 3\sqrt{2}$ ، $AB = 2\sqrt{3}$ و $\hat{C} = 45^\circ$ ، در این صورت تفاضل دو زاویه‌ی دیگر کدام می‌تواند باشد؟

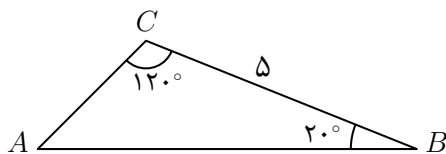
- (۱) 15° (۲) 30° (۳) 75° (۴) 60°

۱۲) در شکل زیر، مقدار a کدام است؟



- (۱) $15\sqrt{2}$ (۲) $30\sqrt{2}$ (۳) $5\sqrt{6}$ (۴) $\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

۱۳) اندازه‌ی بزرگترین ضلع در مثلث روبه‌رو کدام است؟



- (۱) $\frac{5\sqrt{3}}{2 \sin 40^\circ}$ (۲) $\frac{5}{2 \sin 40^\circ}$ (۳) $\frac{5\sqrt{3}}{4 \sin 40^\circ}$ (۴) $\frac{5}{4 \sin 40^\circ}$

۱۴) در مثلث ABC ، $BC = 30$ ، $AC = 10\sqrt{6}$ و $\hat{A} = 120^\circ$ می‌باشد. اندازه‌ی زاویه‌ی C چند درجه است؟

- (۱) 45 (۲) 15 (۳) 30 (۴) 60

۱۵) اگر در مثلث ABC داشته باشیم $a \sin \hat{C} = (c^2 - 6) \sin \hat{A}$ ، آنگاه کدام گزینه همواره صحیح است؟ ($BC = a$ ، $AB = c$)

- (۱) $a = 2$ (۲) $a = 3$ (۳) $c = 2$ (۴) $c = 3$

۱۶) چند مثلث می توان رسم کرد که در آن $AC = 2\sqrt{3}$ ، $BC = 5$ و $\hat{A} = 60^\circ$ باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

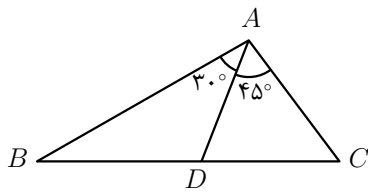
۱۷) اگر در مثلث ABC ، $\hat{C} = 50^\circ$ و $\frac{\cos \hat{A}}{a} = \frac{\cos \hat{B}}{b}$ باشد، اندازه ی زاویه ی A کدام است؟

- (۱) 50° (۲) 55° (۳) 65° (۴) 70°

۱۸) در مثلث ABC ، $AB = 6$ ، $AC = 3\sqrt{6}$ و $\hat{C} = 45^\circ$ است. اختلاف کمترین و بیشترین مقدار محیط مثلث ABC چقدر است؟

- (۱) $4\sqrt{6}$ (۲) ۶ (۳) $6\sqrt{2}$ (۴) $6\sqrt{6}$

۱۹) در مثلث ABC شکل مقابل، $AB = 3AC$ است. نسبت $\frac{BD}{DC}$ کدام است؟



- (۱) ۳ (۲) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۲۰) در چهارضلعی $ABCD$ زوایای روبه رو مکمل اند. اگر قطر BD نیمساز زاویه ی D باشد، کدام گزینه همواره صحیح است؟

- (۱) $AD = DC$ (۲) $AB = BC$ (۳) $AC = BD$ (۴) $AB + AD = BC + DC$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۲	۲	۳	۲	۴	۲	۱	۳	۱	۳	۴	۳	۲	۱	۴	۴	۳	۱	۴

۹.۴ خودآزمایی شماره ۹ (قضیهی کسینوس‌ها)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

(۱) متحرکی ابتدا ۳۰ متر حرکت کرده و سپس روی مسیری که با مسیر اول زاویه‌ی ۶۰° درجه می‌سازد به همان اندازه حرکت می‌کند. وقتی متحرک به انتهای مسیر دوم می‌رسد، فاصله‌ی آن از نقطه‌ی شروع چقدر است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

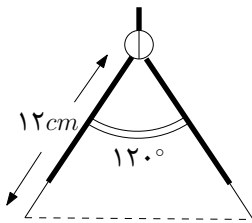
(۲) اگر در مثلث ABC ، $a = \sqrt{2}b$ و $c = 2b$ باشد، $\cos \hat{A}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{7}$

(۳) از یک نقطه در دریاچه‌ای، دو قایق با زاویه‌ی ۱۲۰° نسبت به هم شروع به حرکت می‌کنند. اگر اندازه‌ی سرعت یکی از آنها دو برابر اندازه‌ی سرعت دیگری باشد و بعد از ۴ ثانیه فاصله‌ی این دو قایق به $\sqrt{28}$ متر برسد، اندازه‌ی سرعت قایق کندتر، چند متر بر ثانیه است؟

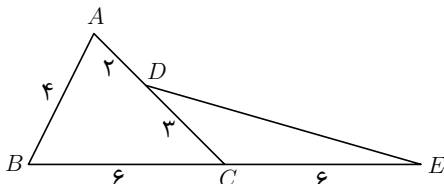
- (۱) $0/5$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

(۴) طول هر پایه‌ی پرگاری ۱۲ سانتی‌متر و زاویه‌ی بین پایه‌ها ۱۲۰° است. طول شعاع دایره‌ای که این پرگار رسم می‌کند، کدام است؟



- (۱) ۱۰ (۲) $10\sqrt{3}$ (۳) $11\sqrt{3}$ (۴) $12\sqrt{3}$

(۵) در شکل مقابل، اندازه‌ی DE کدام است؟



- (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) $6\sqrt{2}$ (۴) $7\sqrt{2}$

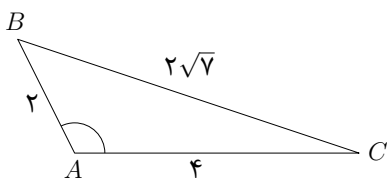
(۶) در مثلث ABC ، $AB = 2\sqrt{2}$ ، $AC = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ و $\hat{A} = 60^\circ$ است. اندازه‌ی زاویه‌ی B چند درجه است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴) ۷۵

(۷) در مثلثی با طول دو ضلع $\sqrt{2}$ و $\sqrt{6}$ که زاویه‌ی بین آنها ۱۵° درجه است، شعاع دایره‌ی محیطی کدام است؟

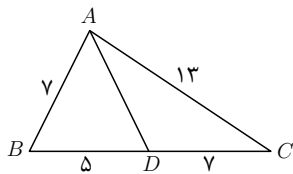
- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{7}$ (۳) $\sqrt{14}$ (۴) $2\sqrt{7}$

(۸) در شکل روبه‌رو، زاویه‌ی A چند درجه است؟



- (۱) ۱۰۵ (۲) ۱۱۵ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۳۵

۹) در شکل روبه‌رو، اندازه‌ی AD کدام است؟



۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

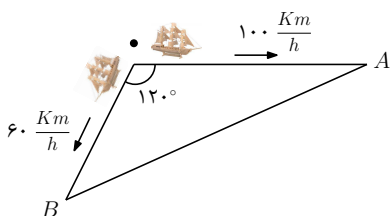
۱۰) اندازه‌ی میانه‌های مثلثی برابر با ۴، ۵ و ۷ می‌باشد. مجموع مربعات اندازه‌های اضلاع این مثلث کدام است؟

۱۲۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۹۰ (۲)

۶۰ (۱)



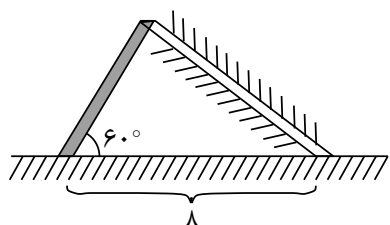
۱۱) دو قایق از یک نقطه در دریاچه، با سرعت‌های $60 \frac{Km}{h}$ و $100 \frac{Km}{h}$ و با زاویه‌ی 120° از هم دور می‌شوند. بعد از نیم ساعت، دو قایق چند کیلومتر از هم فاصله دارند؟

۶۰ (۴)

$35\sqrt{3}$ (۳)

$35\sqrt{2}$ (۲)

۷۰ (۱)



۱۲) یک درخت بر اثر طوفان شکسته شده است به طوری که تنه‌ی درخت با زمین زاویه‌ی 60° می‌سازد و طول آن (از زمین تا محل شکستگی) ۵ متر و فاصله‌ی سر درخت تا پای آن ۸ متر است. طول درخت قبل از شکسته شدن چند متر بوده است؟

۱۰ (۴)

۱۱ (۳)

۱۲ (۲)

۱۳ (۱)

۱۳) طول اضلاع یک مثلث، سه عدد طبیعی متوالی‌اند. اگر کوچکترین زاویه‌ی این مثلث، نصف بزرگترین زاویه‌ی آن باشد، مقدار کسینوس بزرگترین زاویه کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴)

$\frac{1}{8}$ (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

۱۴) مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$) را در نظر بگیرید. اگر $\hat{A} = 120^\circ$ و طول شعاع دایره‌ی محیطی این مثلث برابر با $\sqrt{12}$ باشد، آنگاه طول میانه‌ی BM کدام است؟

$\sqrt{24}$ (۴)

$\sqrt{21}$ (۳)

$\sqrt{18}$ (۲)

$\sqrt{14}$ (۱)

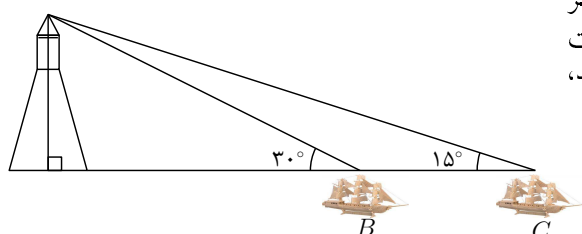
۱۵) هر زاویه‌ی داخلی یک پنج‌ضلعی منتظم برابر 108° است، طول قطر پنج‌ضلعی منتظم به طول ۵ تقریباً کدام است؟ ($\cos 108^\circ \approx -0.3$)

۱۵ (۴)

۶۵ (۳)

$3\sqrt{5}$ (۲)

$\sqrt{65}$ (۱)



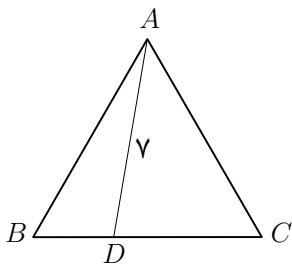
۱۶) مطابق شکل روبه‌رو، دو کشتی نور برج مراقبت را دریافت می‌کنند. اگر کشتی C نور را با زاویه‌ی 15° و کشتی B نور را با زاویه‌ی 30° نسبت به خط افق دریافت کند و فاصله‌ی دو کشتی از هم یک کیلومتر باشد، فاصله‌ی کشتی C از محل انتشار نور (D) چند کیلومتر است؟

$\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ (۲)

$2 + \sqrt{3}$ (۱)

$\sqrt{2 + 2\sqrt{3}}$ (۴)

$2 + 2\sqrt{3}$ (۳)



۱۷) در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۸، نسبت $\frac{BD}{DC}$ چقدر است؟ ($BD < DC$)

- ۰/۴ (۴ ۰/۳ (۳ ۰/۵ (۲ ۰/۶ (۱

۱۸) اگر در مثلث ABC ، $\hat{A} = 150^\circ$ ، $AB = 8$ و $AC = 6$ باشد، طول ضلع BC کدام است؟

- $\sqrt{100 - 24\sqrt{3}}$ (۴ $\sqrt{100 - 48\sqrt{3}}$ (۳ $\sqrt{100 + 24\sqrt{3}}$ (۲ $\sqrt{100 + 48\sqrt{3}}$ (۱

۱۹) در مثلث ABC ، اگر $AB = AC$ ، $\hat{A} = 120^\circ$ و $BC = 6$ ، آنگاه طول میانه‌ی وارد بر ضلع AB کدام است؟

- $\sqrt{21}$ (۴ ۳ (۳ $2\sqrt{3}$ (۲ ۴ (۱

۲۰) اندازه‌ی اضلاع یک متوازی‌الاضلاع ۶ و ۸ و زاویه‌ی بین آنها 150° است. مجموع مجذور قطر بزرگ و مجذور قطر کوچک این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- $48\sqrt{3}$ (۴ ۲۰۰ (۳ $96\sqrt{3}$ (۲ ۱۰۰ (۱

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۴	۱	۱	۲	۱	۳	۳	۲	۱	۴	۲	۳	۳	۴	۳	۴	۱	۳	۱

۱۰.۴ خودآزمایی شماره ۱۰ (قضیه‌ی نیمسازهای زوایای داخلی و محاسبه‌ی طول نیمسازها)

وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۲۰

(۱) در مثلث ABC طول اضلاع به نسبت اعداد ۲، ۴ و ۵ بوده و کوچکترین ضلع 10° سانتی‌متر است. اگر BD نیمساز وارد بر کوچکترین ضلع باشد، طول کوچکترین قطعه‌ی واقع بر AC جداشده به وسیله‌ی D چقدر است؟

- سراسری ۶۹
- (۱) $4\frac{1}{9}$ (۲) $4\frac{2}{9}$ (۳) $4\frac{4}{9}$ (۴) $4\frac{5}{9}$

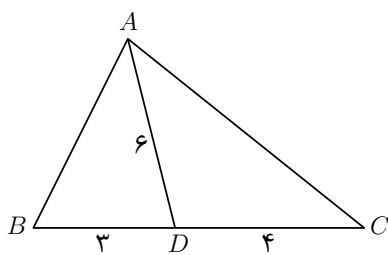
(۲) اضلاع مثلثی ۴، ۶ و ۷ سانتی‌متر است، اندازه‌ی پاره‌خط‌هایی که نیمساز زاویه‌ی مقابل به ضلع کوچکتر روی آن ایجاد می‌کند، کدام است؟

- (۱) $\frac{28}{13}, \frac{24}{13}$ (۲) $\frac{12}{13}, \frac{28}{13}$ (۳) $\frac{14}{13}, \frac{24}{13}$ (۴) ۱ و ۳

(۳) در مثلث ABC ، $BC = 9$ ، $AB = 4$ و $\sin \hat{B} = 2 \sin \hat{C}$ می‌باشد. طول نیمساز داخلی AD کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{14}$ (۳) $\sqrt{15}$ (۴) ۴

(۴) در شکل مقابل، AD نیمساز رأس A است. اندازه‌ی محیط مثلث ABC کدام است؟



- (۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) ۲۲ (۴) ۲۳

(۵) در مثلث ABC نیمساز داخلی زاویه‌ی A ضلع BC را در نقطه‌ی D قطع می‌کند. کدام نامساوی همواره درست است؟

- سراسری ۸۰
- (۱) $BA > BD$ (۲) $DA > DB$ (۳) $AB > AD$ (۴) $DB > DA$

(۶) در یک مثلث متساوی‌الساقین نیمساز یک زاویه‌ی داخلی، ساق آن را به دو پاره‌خط به طول‌های ۳ و ۵ تقسیم می‌کند، کمترین محیط این مثلث کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $25/6$ (۲) $20/8$ (۳) $18/8$ (۴) $19/6$

(۷) در مثلث ABC ، میانه‌ی AM و نیمسازهای دو زاویه‌ی AMB و AMC را رسم می‌کنیم تا دو ضلع AB و AC را به ترتیب در نقاط P و Q قطع کند. پاره‌خط PQ

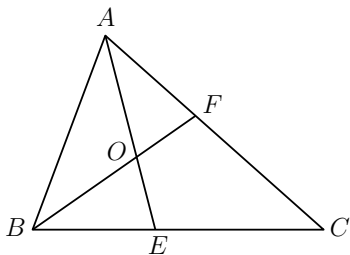
- (۱) نصف BC است. (۲) موازی BC است. (۳) عمود بر AM است. (۴) عمود منصف AM است.

(۸) در مثلث ABC ، اگر $AB > AC$ و AD نیمساز زاویه‌ی A باشد، کدام رابطه قطعاً درست است؟

- (۱) $AB < BD$ (۲) $AC > AD$ (۳) $CD > AC$ (۴) $BD > CD$

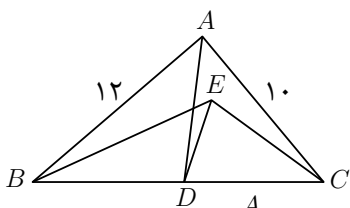
۹) در چهارضلعی $ABCD$ قطر AC نیمساز زاویه‌های A و C هم هست. اگر محل برخورد نیمسازهای زاویه‌های B و D با قطر AC را به ترتیب O و O' بنامیم، طول OO' کدام است؟

- (۱) $\frac{AC}{2}$ (۲) $\frac{AC}{4}$ (۳) $\frac{AC}{3}$ (۴) صفر



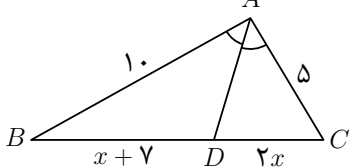
۱۰) مطابق شکل روبه‌رو، در مثلث ABC داریم $AC = 11$ ، $BC = 12$ ، $AB = 10$ و AE و BF نیمسازهای داخلی‌اند. حاصل $\frac{OF}{BO}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$



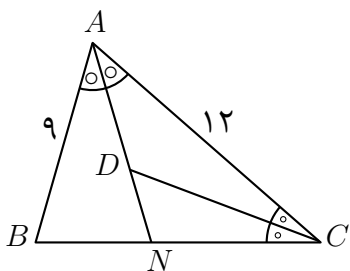
۱۱) در شکل روبه‌رو، AD و ED نیمسازند. اگر $AB = 12$ ، $AC = 10$ و $CE = 4$ ، آنگاه طول پاره‌خط BE کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{8}$ (۲) ۶ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) ۸



۱۲) در شکل روبه‌رو، AD نیمساز A است، طول ضلع BC کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{3}$ (۲) ۱۴ (۳) $\frac{19}{3}$ (۴) ۱۷



۱۳) در شکل روبه‌رو، AN و CD نیمسازند. اگر $AD = 3DN$ باشد، طول BC کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۱۴) اگر فرض شود «در مثلثی مجذور طول نیمساز یک زاویه ی داخلی از حاصل ضرب طول اضلاع این زاویه کمتر است»، آنگاه این فرض

- (۱) همواره درست است.
 (۲) تنها زمانی درست است که این زاویه حاده باشد.
 (۳) تنها زمانی درست است که این زاویه منفرجه باشد.
 (۴) همواره نادرست است.

۱۵) در مثلثی به اضلاع ۸، ۱۰ و ۱۲ نیمساز داخلی بزرگترین زاویه را رسم می‌کنیم. نسبت مساحت‌های دو مثلث پدید آمده کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{7}{5}$

۱۶) در مثلث ABC ، نیمساز داخلی A ضلع مقابل را به پاره‌خط‌های $CD = 7$ و $BD = 5$ تقسیم کرده است. اگر $\hat{A} = 60^\circ$ ، آنگاه محیط ABC کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۳۲ (۳) ۳۰ (۴) ۲۸

۱۷) در مثلث ABC نیمساز زاویه‌ی داخلی A ، ضلع BC را به نسبت $\frac{DB}{DC} = \frac{2}{3}$ قطع می‌کند. اگر $AC = 2DC$ ، آنگاه طول نیمساز AD چه کسری از طول ضلع AC است؟

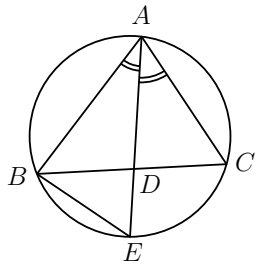
$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۱۸) در شکل روبه‌رو، AD نیمساز زاویه‌ی BAC است، حاصل $AB.AC$ همواره با کدام گزینه برابر است؟



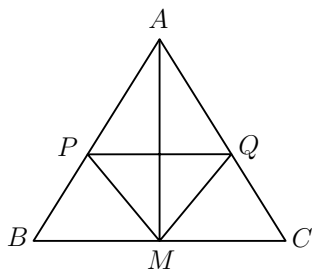
$AD.DE$ (۲)

$AD.BE$ (۱)

$DC^2 + AD.DE$ (۴)

$AD^2 + AD.DE$ (۳)

۱۹) در شکل روبه‌رو، M وسط ضلع BC و MP و MQ به ترتیب نیمسازهای \hat{AMB} و \hat{AMC} هستند. اگر $AQ = \frac{1}{5}QC$ ، آنگاه مساحت مثلث PMQ چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



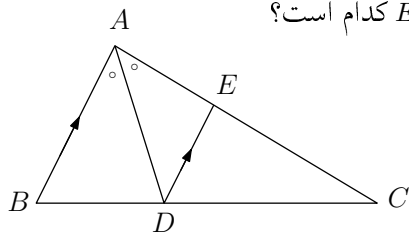
$\frac{3}{7}$ (۴)

$\frac{4}{7}$ (۳)

$\frac{12}{49}$ (۲)

$\frac{15}{49}$ (۱)

۲۰) در شکل مقابل $\angle A = 60^\circ$ و $5AB = 3AC$ و AD نیمساز $\angle A$ است و $DE \parallel AB$. اندازه‌ی EC کدام است؟



$12/5$ (۲)

12 (۱)

15 (۴)

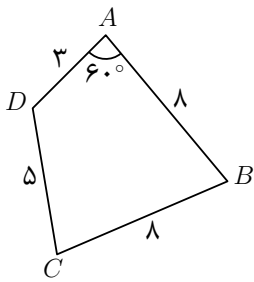
$13/5$ (۳)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۲	۳	۲	۳	۳	۱	۱	۲	۱	۲	۴	۴	۲	۲	۱	۲	۲	۱	۳

۱۱.۴ خودآزمایی شماره ۱۱ (قضیهی هرون (محاسبه‌ی ارتفاع‌ها و مساحت مثلث))

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

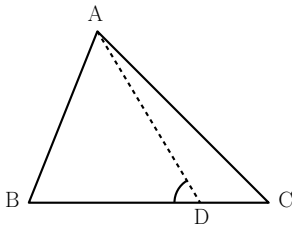


(۱) مساحت چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟

- (۱) $۱۳\sqrt{۲}$ (۲) $۱۶\sqrt{۳}$ (۳) $۱۹\sqrt{۳}$ (۴) $۲۲\sqrt{۳}$

(۲) در مثلثی به اضلاع ۴، ۱۳ و ۱۵ سانتی‌متر، نقطه‌ای درون مثلث از اضلاع به طول ۴ و ۱۳، به ترتیب به فاصله‌ی ۲ و ۱ سانتی‌متر است. این نقطه از ضلع بزرگتر مثلث چه فاصله‌ای بر حسب سانتی‌متر دارد؟

- (۱) $۰/۹$ (۲) $۱/۸$ (۳) $۲/۷$ (۴) $۳/۶$



(۳) در شکل مقابل داریم $BC = ۴$ ، $AD = ۳\sqrt{۳}$ و $\hat{ADB} = ۶۰^\circ$. مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

سراسری ریاضی ۹۳

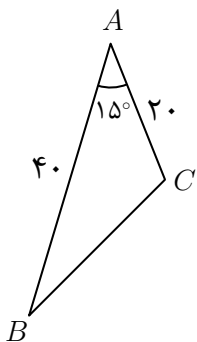
(۴) مساحت مثلثی به اضلاع ۱۲، ۹، ۷ واحد، کدام است؟

- (۱) $۱۵\sqrt{۲}$ (۲) $۱۴\sqrt{۳}$ (۳) $۱۲\sqrt{۵}$ (۴) $۱۴\sqrt{۵}$

سراسری ریاضی ۹۴

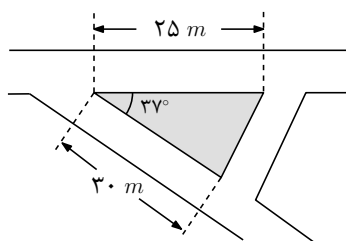
(۵) مساحت مثلثی با دو ضلع ۱۶ و ۹ واحد، برابر $۲۴\sqrt{۵}$ واحد مربع است. بزرگترین ضلع این مثلث کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۲ (۳) ۲۳ (۴) ۲۴



(۶) اگر $\cos ۷۵^\circ = \frac{\sqrt{۶} - \sqrt{۲}}{۴}$ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

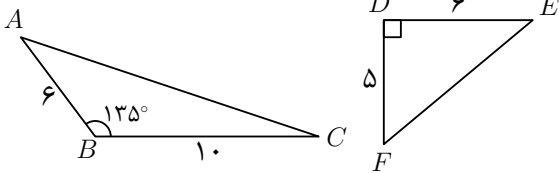
- (۱) $۱۰ \times (\sqrt{۶} + \sqrt{۲})$ (۲) $۱۰۰ \times (\sqrt{۶} - \sqrt{۲})$
(۳) $۲۵ \times (\sqrt{۶} + \sqrt{۲})$ (۴) $۵۰ \times (\sqrt{۶} - \sqrt{۲})$



(۷) مطابق شکل روبه‌رو، از تقاطع سه خیابان، قطعه زمینی به شکل مثلث رنگ شده ایجاد شده است. مساحت تقریبی این قطعه زمین چند متر مربع است؟ ($\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$)

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۲۵ (۳) ۴۰۲ (۴) ۱۸۷

۸) نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت مثلث DEF کدام است؟



- (۱) $\sqrt{2}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $2\sqrt{3}$
 (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۹) مساحت لوزی با ضلع ۵ و یک زاویه داخلی برابر با 127° تقریباً چقدر است؟ ($\cos 127^\circ \approx -\frac{3}{5}$)

- (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۱۰ (۴) ۱۵

۱۰) در مثلثی اندازه‌ی دو ضلع $4\sqrt{6}$ و $3\sqrt{2}$ و زاویه‌ی بین دو ضلع 60° درجه است. مساحت مثلث کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) $12\sqrt{3}$ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

۱۱) در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول نیمساز داخلی زاویه‌ی قائمه $5\sqrt{2}$ است. مجموع معکوس‌های دو ضلع زاویه‌ی قائمه کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ (۴) $\frac{1}{10}$

۱۲) در یک متوازی‌الاضلاع زاویه‌ی بین دو ضلع مجاور آن 60° درجه است. اگر بدانیم یک ضلع آن دو برابر ضلع دیگرش می‌باشد و قطر روبه‌رو به زاویه‌ی کوچکتر $3\sqrt{3}$ واحد است، مساحت متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{3}$ (۲) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ (۳) $9\sqrt{3}$ (۴) $6\sqrt{3}$

۱۳) نسبت اضلاع مثلثی ۳ به ۵ به ۷ است. اگر محیط آن ۳۰۰ متر باشد، مساحت آن کدام است؟

- (۱) $1200\sqrt{15}$ (۲) $1200\sqrt{3}$ (۳) $1500\sqrt{15}$ (۴) $1500\sqrt{3}$

۱۴) مساحت مثلثی برابر ۸۴ و محیط آن برابر ۴۲ است، اضلاع این مثلث کدام مقادیر می‌توانند باشند؟

- (۱) ۱۲ و ۱۳ و ۱۷ (۲) ۱۰ و ۱۴ و ۱۸ (۳) ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ (۴) ۱۲ و ۱۴ و ۱۶

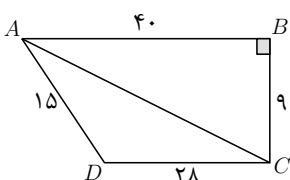
۱۵) بیشترین مقدار مساحت مثلث متساوی‌الساقینی که طول هر ساق آن برابر ۶ سانتی‌متر است، کدام است؟

- (۱) $9\sqrt{2}$ سانتی‌متر مربع (۲) ۱۸ سانتی‌متر مربع (۳) ۲۵ سانتی‌متر مربع (۴) $9\sqrt{3}$ سانتی‌متر مربع

۱۶) مساحت مثلثی که دو ضلع آن به طول‌های ۸ و ۱۱ و محیط آن ۳۲ سانتی‌متر است، کدام است؟

- (۱) $8\sqrt{27}$ (۲) $8\sqrt{30}$ (۳) $6\sqrt{30}$ (۴) $6\sqrt{27}$

۱۷) کدام گزینه در مورد مساحت مثلث‌های ABC و ADC درست است؟



- (۱) مساحت مثلث ABC به اندازه‌ی ۵۴ متر مربع بیشتر از مساحت مثلث ADC است.
 (۲) مساحت مثلث ABC به اندازه‌ی ۴۸ متر مربع بیشتر از مساحت مثلث ADC است.
 (۳) مساحت مثلث ABC به اندازه‌ی ۵۴ متر مربع کمتر از مساحت مثلث ADC است.
 (۴) مساحت مثلث ABC به اندازه‌ی ۴۸ متر مربع کمتر از مساحت مثلث ADC است.

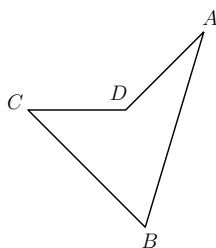
۱۸) در مثلثی با اضلاع ۹، ۵ و ۱۰ اندازه‌ی بزرگترین ارتفاع کدام است؟

۱/۵√۱۴ (۴)

۱/۲√۱۴ (۳)

۲/۴√۱۴ (۲)

۲/۸√۱۴ (۱)



۱۹) در شکل روبه‌رو، $DC = AD = 7$ ، $BC = 13$ و $AB = 11$ و $\hat{ADC} = 120^\circ$. مساحت چهارضلعی کدام است؟

$\frac{47\sqrt{3}}{8}$ (۴)

$\frac{94\sqrt{3}}{2}$ (۳)

$\frac{47\sqrt{3}}{4}$ (۲)

$\frac{94\sqrt{3}}{4}$ (۱)

۲۰) مثلثی با اضلاع ۳، ۵ و ۷ مفروض است. اندازه‌ی زاویه‌ی منفرجه بر حسب درجه کدام است؟

۱۲۰ (۴)

۱۳۵ (۳)

۱۵۰ (۲)

۶۰ (۱)

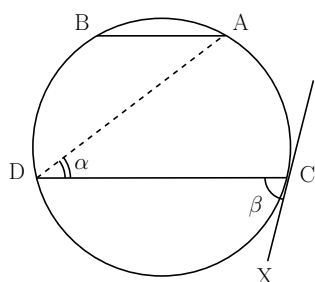
۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۱	۲	۱	۲	۲	۳	۴	۳	۲	۳	۱	۴	۲	۲	۳	۴	۴	۲	۲

فصل ۵

سؤالات کنکورهای اخیر

۱.۵ سؤالات کنکور ۹۸

۱.۱.۵ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)



(۱) در شکل زیر، وتر AB برابر شعاع دایره و $AB \parallel CD$ ، زاویه‌ی $\beta = 2\alpha$ و مماس CX بر دایره است. کمان \widehat{BD} چند درجه است؟

- (۱) ۵۰
(۲) ۶۰
(۳) ۷۰
(۴) ۷۵

(۲) یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، با کدام شرط قابل محیط بر دایره است؟

- (۱) دو قطر عمود بر هم
(۲) یکی از قاعده‌های دوزنقه، برابر یکی از ساق‌ها
(۳) خط واصل وسط دو ساق، گذرا از محل تلاقی قطرهای
(۴) طول پاره‌خط واصل وسط دو ساق، برابر اندازه‌ی یکی از ساق‌ها

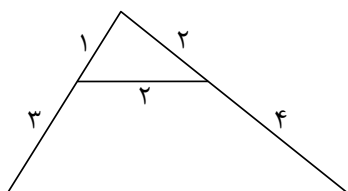
(۳) اگر مساحت شش ضلعی منتظم محاط در یک دایره $6\sqrt{3}$ باشد، آنگاه مساحت شش ضلعی منتظم محیط بر این دایره، چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

- (۱) $7/2$ (۲) $7/5$ (۳) ۸ (۴) ۹

(۴) نقطه‌ی A در صفحه‌ی دو خط متقاطع d و d' است. در رسم مثلث متساوی‌الاضلاع به رأس A ، که دو رأس دیگر آن بر روی هر یک از دو خط مفروض باشد، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟

- (۱) انتقال (۲) بازتاب (۳) تجانس (۴) دوران

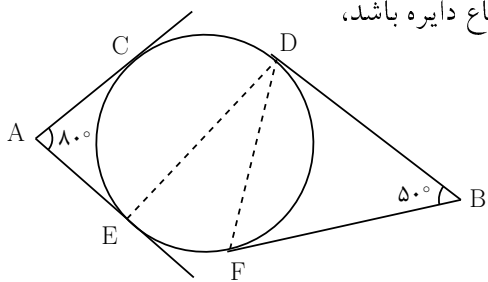
(۵) در شکل روبه‌رو، اندازه‌ی ضلع بزرگتر چهارضلعی کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{10}$ (۲) $2\sqrt{11}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $5\sqrt{2}$

۲.۱.۵ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

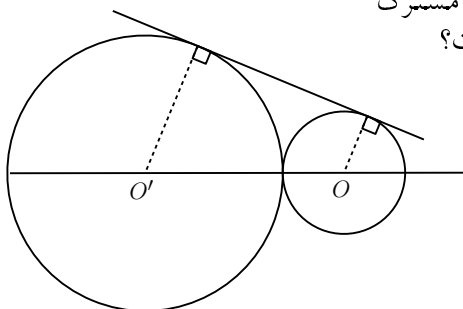
۶) در شکل زیر، اضلاع زاویه‌های A و B بر دایره مماس‌اند. اگر وتر CD برابر شعاع دایره باشد،



زاویه \hat{EDF} چند درجه است؟

- (۱) ۲۵
(۲) ۳۰
(۳) ۳۵
(۴) ۴۰

۷) دو دایره به شعاع‌های ۹ و ۴ واحد مماس بر هم‌اند. دایره به قطر OO' با مماس مشترک خارجی در نقطه M مشترک‌اند. فاصله M از نقطه‌ی تماس دو دایره، کدام است؟



- (۱) ۶
(۲) ۶/۵
(۳) ۷
(۴) ۷/۵

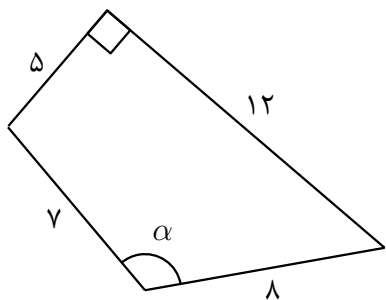
۸) در مثلث ABC با اضلاع $AB = ۵$ و $AC = ۷$ و $BC = ۸$ واحد، نیمساز داخلی زاویه A نیمسازهای زاویه‌ی داخلی و خارجی B را در O و O' قطع می‌کند. اندازه‌ی تصویر قائم OO' بر روی BC ، کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۱/۵
(۳) ۲
(۴) ۲/۵

۹) در رسم بزرگترین مربع ممکن داخل مثلث ABC ، به طوری که یک ضلع مربع منطبق بر ضلع BC باشد، از کدام تبدیل هندسی، استفاده می‌شود؟

- (۱) انتقال
(۲) تجانس
(۳) بازتاب
(۴) دوران

۱۰) در چهارضلعی روبه‌رو، دو ضلع عمود بر هم‌اند، $\sin \alpha$ کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{4}}{3}$
(۲) $\frac{3}{5}$
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۴) $\frac{4}{5}$

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۲	۳	۱	۳	۱	۴	۳	۴	۴

۱.۲.۵ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

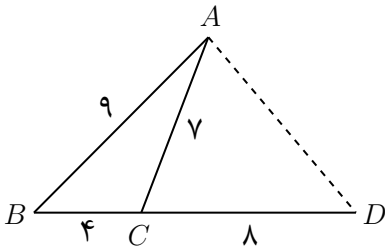
(۱) یک ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین با قاعده‌هایی به اندازه‌ی ۹ و ۱۶ واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصله‌ی نزدیک‌ترین نقاط دایره، تا یک رأس قاعده‌ی کوچک ذوزنقه، کدام است؟

$\frac{5}{4}$ (۴)

۲ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)



(۲) در شکل روبه‌رو، اندازه‌ی پاره‌خط AD ، کدام است؟

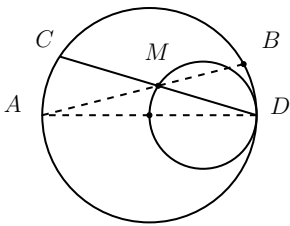
۹ (۱)

$3\sqrt{10}$ (۲)

۱۰ (۳)

$6\sqrt{3}$ (۴)

(۳) در شکل زیر، دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۴ واحد، مماس داخل و اندازه‌ی کمان AC برابر $\frac{4\pi}{3}$ است. حاصل $MA \times MB$ ، کدام است؟



۸ (۱)

۹ (۲)

۶ (۳)

۱۲ (۴)

(۴) چهار نقطه‌ی $A(1, 10)$ ، $B(9, -9)$ ، $M(a, 4)$ و $N(a, 0)$ را در صفحه‌ی مختصات، در نظر بگیرید. کمترین اندازه‌ی خط شکسته‌ی $AMNB$ ، کدام است؟

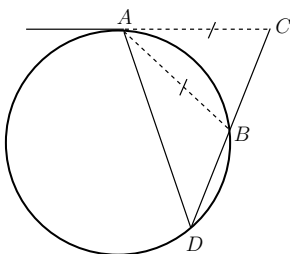
۱۸ (۴)

۱۹ (۳)

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

(۵) در شکل زیر، اندازه‌ی قطعه مماس AC ، برابر وتر AB است. الزاماً کدام برابری درست است؟



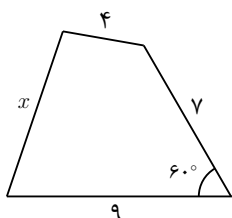
$BC = BA$ (۱)

$BD = AC$ (۲)

$BC = BD$ (۳)

$DA = DC$ (۴)

(۶) چهار ضلعی زیر، قابل محاط در یک دایره است. $(x + 2)$ کدام است؟



$\sqrt{51}$ (۱)

$\sqrt{55}$ (۲)

$\sqrt{57}$ (۳)

$\sqrt{59}$ (۴)

۲.۲.۵ سوالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

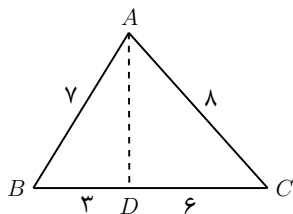
(۷) یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین با طول قاعده‌های $\frac{9}{4}$ و ۸ واحد، بر دایره‌ای محیط شده است. فاصله‌ی دورترین نقاط دایره، تا یک رأس قاعده‌ی بزرگ دوزنقه، کدام است؟

۷/۵ (۴)

۸ (۳)

$3 + 4\sqrt{2}$ (۲)

۹ (۱)



(۸) در شکل زیر، اندازه‌ی پاره‌خط AD ، کدام است؟

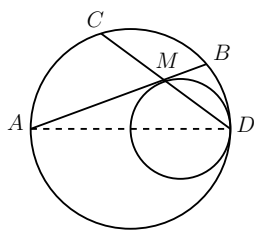
$\sqrt{37}$ (۱)

۶ (۲)

$2\sqrt{7}$ (۳)

$2\sqrt{10}$ (۴)

(۹) در شکل زیر، دو دایره در نقطه‌ی D مماس داخل و شعاع یکی با قطر دیگری، برابر است. وتر AB از دایره‌ی بزرگ‌تر بر دایره‌ی داخل، در نقطه‌ی M ، مماس است. نسبت $\frac{MC}{MB}$ ، کدام است؟



$\sqrt{2}$ (۱)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۳)

۲ (۴)

(۱۰) چهار نقطه‌ی $A(1, 3)$ ، $B(15, 9)$ ، $M(a, 0)$ و $N(a + 5, 0)$ در صفحه‌ی مختصات مفروض‌اند. کمترین اندازه‌ی خط شکسته‌ی $AMNB$ ، کدام است؟

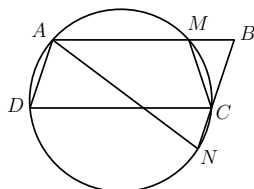
۲۱ (۴)

۲۰ (۳)

۱۹ (۲)

۱۸ (۱)

(۱۱) در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. تعداد مثلث‌های متساوی‌الساقین، کدام است؟



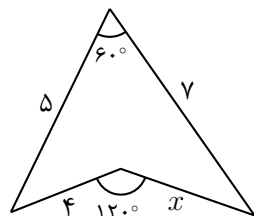
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

(۱۲) در شکل زیر، مقدار $(x + 2)$ ، کدام است؟



$3\sqrt{3}$ (۱)

$2\sqrt{7}$ (۲)

$4\sqrt{2}$ (۳)

$3\sqrt{5}$ (۴)

۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۴	۳	۳	۲	۳	۲	۴	۱	۴	۱	۱

۱.۳.۵ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

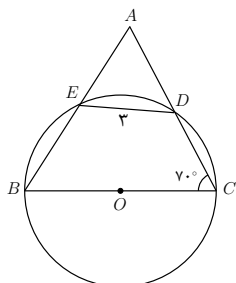
(۱) مثلثی با طول اضلاع ۱۳، ۱۴ و ۱۵ مفروض است. اندازه‌ی طول ضلع شش ضلعی محاط شده در این مثلث، کدام است؟

$\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۴)

۴ (۳)

$\frac{8\sqrt{3}}{3}$ (۲)

۸ (۱)



(۲) در شکل زیر شعاع دایره ۳ واحد است. اندازه‌ی کمان \widehat{EDC} به درجه، کدام است؟

۹۰ (۲)

۸۰ (۱)

۱۲۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

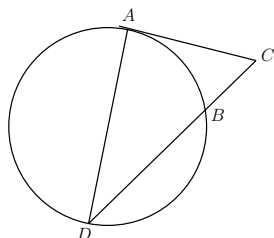
(۳) در شکل زیر پاره خط AC بر دایره مماس است. اگر $\frac{AC}{BC} = \sqrt{3}$ ، آنگاه نسبت $\frac{DB}{BC}$ ، کدام است؟

$\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)



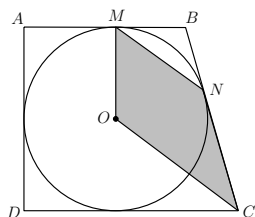
(۴) مطابق شکل زیر دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه $ABCD$ بر دایره‌ای به شعاع ۳، محیط شده است. اگر زاویه‌ی $\widehat{MBN} = 120^\circ$ باشد، مساحت چهارضلعی $OMNC$ ، کدام است؟

$\frac{9\sqrt{3}}{2}$ (۲)

$\frac{27\sqrt{3}}{4}$ (۱)

$9\sqrt{3}$ (۴)

$\frac{27\sqrt{3}}{2}$ (۳)



(۵) فرض کنید طول خط‌المركزین دو دایره با شعاع‌های $6a - 1$ و $a^2 - 2$ ، برابر ۶ واحد باشد. اگر دو دایره فقط یک مماس مشترک داشته باشند، میانگین مقادیر ممکن برای a ، کدام است؟

۷ (۴)

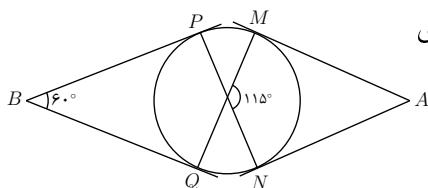
۶ (۳)

$\frac{13}{3}$ (۲)

۳ (۱)

۲.۳.۵ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

(۶) پاره‌خط‌های AM ، AN ، BP و BQ مطابق شکل زیر بر دایره مماس‌اند. زاویه‌ی \widehat{MAN} ، به درجه، کدام است؟



۶۵ (۲)

۶۰ (۱)

۷۵ (۴)

۷۰ (۳)

(۷) در مثلثی به اضلاع ۱۰، ۱۷ و ۲۱، طول یکی از ارتفاع‌ها برابر $AH = 8$ است. اگر M ، N و P وسط اضلاع باشند، مساحت چهارضلعی که M ، N ، P و H رأس‌های آن هستند، کدام است؟

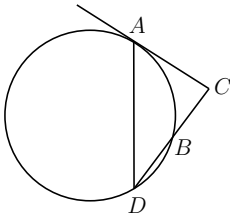
۳۰ (۴)

۲۹ (۳)

۲۸ (۲)

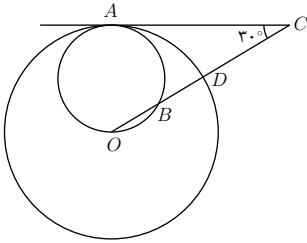
۲۷ (۱)

۸) در شکل زیر پاره خط AC بر دایره مماس است. اگر $DB = BC$ آنگاه نسبت $\frac{AC}{BC}$ کدام است؟



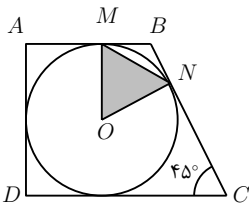
- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 (۳) ۱
 (۴) $\sqrt{2}$

۹) در شکل زیر پاره خط AC و دایره کوچک، در نقطه A ، بر دایره بزرگ به شعاع ۶ و مرکز O واقع بر محیط دایره کوچک مماس اند. طول پاره خط BD ، کدام است؟



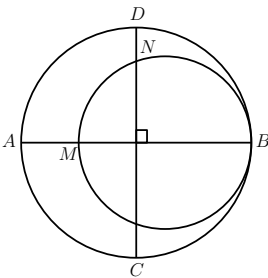
- (۱) ۴
 (۲) ۳
 (۳) $\sqrt{6}$
 (۴) ۲

۱۰) مطابق شکل زیر، در دوزنقه $ABCD$ دایره ای به شعاع ۳ محاط شده است. مساحت مثلث OMN ، کدام است؟



- (۱) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
 (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}\sqrt{24}}$
 (۳) $\frac{9\sqrt{2}}{4}$
 (۴) $\frac{9\sqrt{2}}{8}$

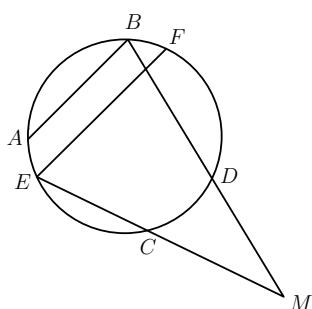
۱۱) در شکل زیر، دو دایره بر هم مماس و قطرهای AB و CD از دایره بزرگتر بر هم عمود هستند. اگر $AM = ۱۶$ ، $DN = ۱۰$ باشد، شعاع دایره کوچکتر، کدام است؟



- (۱) ۱۲
 (۲) ۱۶
 (۳) ۱۷
 (۴) ۲۵

۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۳	۲	۴	۴	۳	۳	۱	۳	۳	۲

۱.۴.۵ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)



(۱) در شکل زیر، $AB \parallel EF$ و اندازه کمان‌های $\widehat{AE} = 15^\circ$ ، $\widehat{EC} = 80^\circ$ و $\widehat{FD} = 100^\circ$ است. اگر $\widehat{BME} = 20^\circ$ باشد، اندازه زاویه \widehat{ABD} چند درجه است؟

- (۱) ۷۱/۲۵
- (۲) ۷۴
- (۳) ۷۵
- (۴) ۷۸/۷۵

(۲) یک دوزنقه متساوی‌الساقین با طول قاعده‌های a و 6 واحد، بر دایره‌ای به مساحت 15π محیط است. مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{3}$
- (۲) ۸
- (۳) $\frac{32}{3}$
- (۴) ۱۰

(۳) طول خط‌المركزین دو دایره مماس درونی $\frac{3}{5}$ سانتی‌متر و مساحت ناحیه محدود بین آنها 21π سانتی‌متر مربع است. شعاع دایره کوچک‌تر، چند سانتی‌متر است؟

- (۱) $\frac{1}{25}$
- (۲) $\frac{1}{75}$
- (۳) $\frac{2}{25}$
- (۴) $\frac{2}{75}$

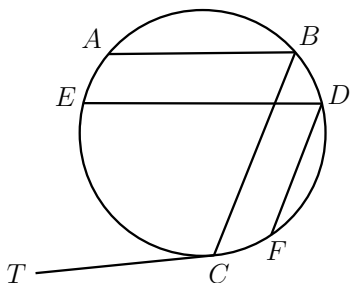
(۴) در مربع $ABCD$ ، نقطه $(3, 5)$ رأس B و طول رأس‌های C و D به ترتیب $\frac{5}{5}$ و 3 است. اگر بازتاب نقطه D نسبت به محور x ها بر خودش منطبق شود، فاصله بازتاب نقطه C نسبت به قطر BD از مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$
- (۲) $\sqrt{\frac{6}{5}}$
- (۳) $\sqrt{6}$
- (۴) ۲

(۵) نیمساز داخلی زاویه A در مثلث ABC ، ضلع مقابل را به پاره‌خط‌های $\frac{3}{5}$ و $\frac{2}{5}$ واحدی تقسیم کرده است. اگر اندازه زاویه C برابر 60° درجه باشد، ضلع کوچک‌تر مثلث چند واحد است؟

- (۱) $\frac{3}{75}$
- (۲) $\frac{4}{25}$
- (۳) $\frac{4}{75}$
- (۴) $\frac{5}{25}$

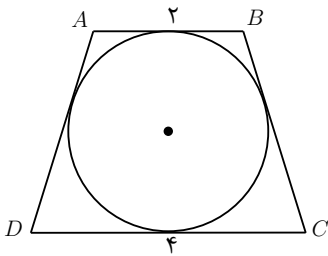
۲.۴.۵ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)



(۶) در شکل زیر، $EF \parallel BC$ و $AB \parallel DE$ است. اگر $\widehat{AB} = 60^\circ$ ، $\widehat{CD} = 100^\circ$ و $\widehat{EFC} = 80^\circ$ باشد، اندازه \widehat{BCT} چند درجه است؟

- (۱) ۹۰
- (۲) ۹۵
- (۳) ۱۰۰
- (۴) ۱۱۰

۷) در شکل زیر، دوزنقه متساوی الساقین $ABCD$ ، بر دایره‌ای محیط شده است. مساحت این دایره کدام است؟



- ۱) 2π
- ۲) 4π
- ۳) 6π
- ۴) 8π

۸) طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج، $\frac{\sqrt{3}}{4}$ برابر شعاع دایره بزرگ‌تر است. شعاع دایره بزرگ‌تر، چند برابر شعاع دایره کوچک‌تر است؟

- ۱) ۲
- ۲) $\frac{8}{3}$
- ۳) ۴
- ۴) $\frac{16}{3}$

۹) در مربع $ABCD$ ، نقطه $(4, 1)$ رأس A و عرض رأس‌های C و D به ترتیب ۱ و ۳ است. اگر بازتاب نقطه C نسبت به محور y ها بر خودش منطبق شود، فاصله بازتاب نقطه D نسبت به قطر AC از مبدأ مختصات چقدر است؟

- ۱) $\sqrt{5}$
- ۲) $\sqrt{13}$
- ۳) $\sqrt{17}$
- ۴) $\sqrt{7}$

۱۰) اضلاع مثلثی با اعداد ۴، ۵ و ۶ متناسب است. نیمساز زاویه متوسط را رسم می‌کنیم. مساحت مثلث اصلی، چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث حاصل از رسم این نیمساز است؟

- ۱) $\frac{3}{2}$
- ۲) ۲
- ۳) $\frac{5}{2}$
- ۴) ۳

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۱	۴	۱	۳	۱	۲	۱	۴	۴

فصل ۶

پاسخنامه

-F01	-271	-221	-281	-241	-201	F-171	2-121	1-81	2-41	F-1
-F02	-272	-222	-282	-242	-202	1-172	2-122	2-82	1-42	1-2
-F03	-273	-223	-283	-243	-203	2-173	2-123	F-83	2-43	F-3
-F04	-274	-224	-284	-244	-204	2-174	2-124	2-84	2-44	2-4
-F05	-275	-225	-285	-245	-205	2-175	1-125	2-85	F-45	2-5
-F06	-276	-226	-286	-246	-206	2-176	1-126	2-86	2-46	2-6
-F07	-277	-227	-287	-247	-207	F-177	F-127	2-87	2-47	1-7
-F08	-278	-228	-288	-248	-208	2-178	2-128	1-88	2-48	2-8
-F09	-279	-229	-289	-249	-209	F-179	2-129	2-89	2-49	F-9
-F10	-270	-230	-290	-250	-210	F-170	1-130	F-90	F-50	1-10
-F11	-271	-231	-291	-251	-211	1-171	2-131	F-91	F-51	1-11
-F12	-272	-232	-292	-252	-212	1-172	1-132	2-92	2-52	F-12
-F13	-273	-233	-293	-253	-213	2-173	2-133	F-93	F-53	2-13
-F14	-274	-234	-294	-254	-214	2-174	2-134	1-94	2-54	2-14
-F15	-275	-235	-295	-255	-215	2-175	2-135	2-95	F-55	1-15
-F16	-276	-236	-296	-256	-216	1-176	2-136	F-96	2-56	2-16
-F17	-277	-237	-297	-257	-217	1-177	2-137	F-97	1-57	2-17
-F18	-278	-238	-298	-258	-218	F-178	F-138	F-98	F-58	2-18
-F19	-279	-239	-299	-259	-219	2-179	2-139	2-99	F-59	2-19
-F20	-280	-240	-300	-260	-220	2-180	F-140	1-100	1-60	2-20
-F21	-281	-241	-301	-261	-221	2-181	2-141	2-101	2-61	2-21
-F22	-282	-242	-302	-262	-222	1-182	2-142	F-102	2-62	2-22
-F23	-283	-243	-303	-263	-223	2-183	F-143	1-103	2-63	1-23
-F24	-284	-244	-304	-264	-224	2-184	1-144	1-104	2-64	2-24
-F25	-285	-245	-305	-265	-225	F-185	F-145	2-105	F-65	2-25
-F26	-286	-246	-306	-266	-226	2-186	2-146	1-106	2-66	2-26
-F27	-287	-247	-307	-267	-227	1-187	1-147	1-107	1-67	2-27
-F28	-288	-248	-308	-268	-228	1-188	2-148	2-108	1-68	2-28
-F29	-289	-249	-309	-269	-229	-189	2-149	F-109	F-69	2-29
-F30	-290	-250	-310	-270	-230	-190	1-150	2-110	F-70	2-30
-F31	-291	-251	-311	-271	-231	-191	2-151	2-111	1-71	1-31
-F32	-292	-252	-312	-272	-232	-192	2-152	2-112	2-72	1-32
-F33	-293	-253	-313	-273	-233	-193	2-153	2-113	2-73	F-33
-F34	-294	-254	-314	-274	-234	-194	2-154	2-114	F-74	F-34
-F35	-295	-255	-315	-275	-235	-195	F-155	2-115	F-75	F-35
-F36	-296	-256	-316	-276	-236	-196	1-156	2-116	1-76	2-36
-F37	-297	-257	-317	-277	-237	-197	2-157	2-117	F-77	2-37
-F38	-298	-258	-318	-278	-238	-198	2-158	2-118	2-78	2-38
-F39	-299	-259	-319	-279	-239	-199	2-159	2-119	2-79	2-39
-F40	-F00	-270	-220	-280	-240	-200	1-170	1-120	F-80	2-40