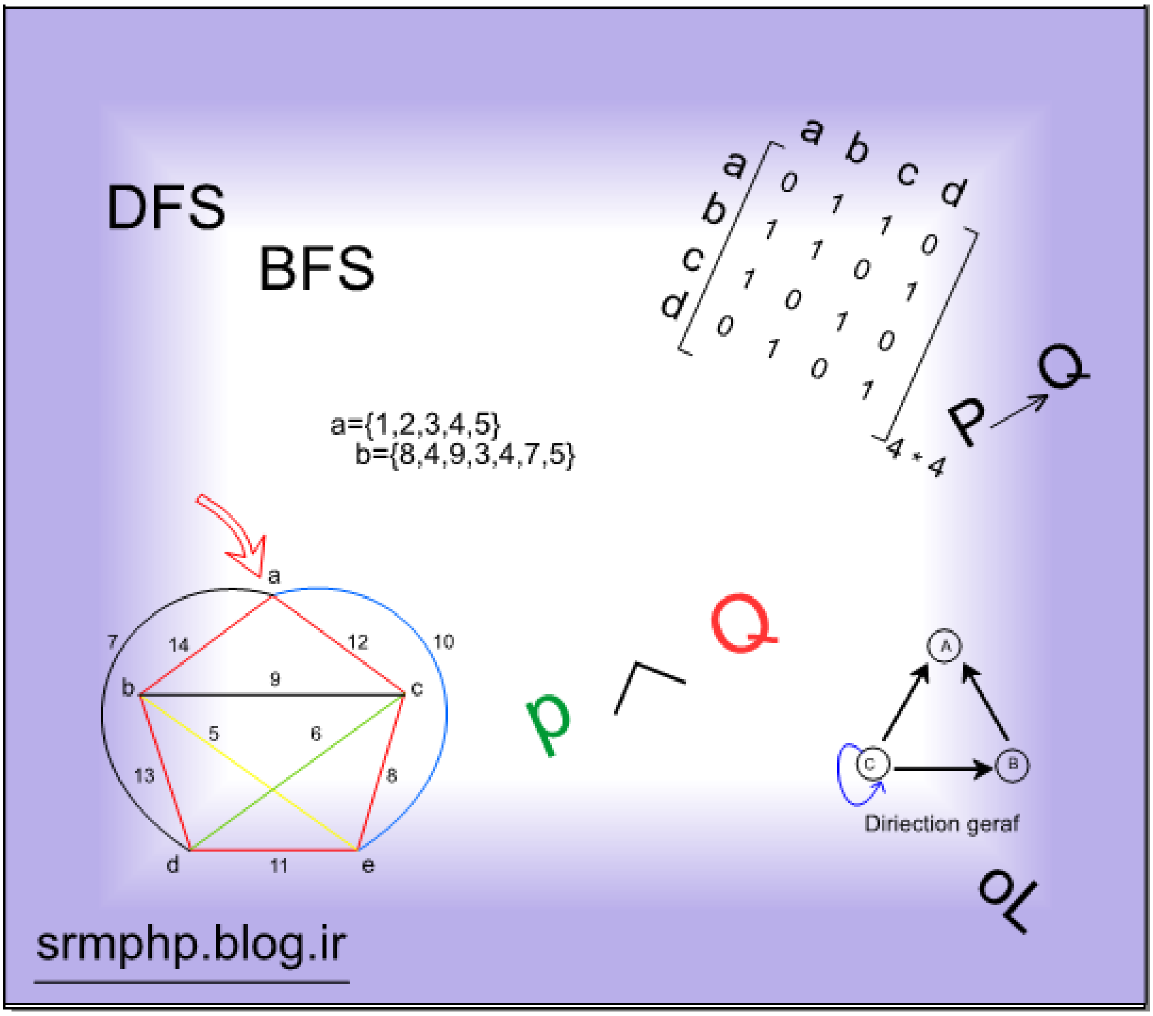
srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

موسسه آموزش عالی مهر اروند

ریاضی گسسته

استاد: مهندس سید رسول موسوی

تهیه و تنظیم: الهام صباحی



Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

دانش طلب و بزرگی آموز   تا به نگرند روزت از روز

گزاره ها و علامت گزاره ای (statements And Notation) :

گزاره یک جمله ی خبری ساده است که بدون هیچ گونه ابهام و بدون کمک از هیچ اطلاع دیگری ، به جز آنچه که در خود جمله بیان شده است ، بتوان راست یا دروغ بودن آن را تشخیص داد.

(هرچند که فعلا راست یا دروغ بودن آن برای ما معلوم نباشد .)

گزاره شامل جملات امری ، پرسشی و عاطفی نمی باشد زیرا ؛ بررسی درستی یا نادرستی آن بی معنا می باشد.

به بیان دیگر

گزاره یک جمله ی خبری می باشد که ماضی بوده و یا در گذشته اتفاق افتاده باشد و تا حال ادامه پیدا کند."مضارع باشد "

یک جمله گزاره ای می تواند راست یا دروغ باشد.

گزاره های راست عبارتند از:

تهران پایتخت کنونی ایران است .

من در سفر هستم.

چنین نیست که پنج یک عدد اول است.

این کلاس درس ریاضی گسسته می باشد.

تمام اعداد زوج بر ۲ بخش پذیر هستند.

چنین نیست که پنج یک عدد اول است .

جملات فوق گزاره هستند .زیرا ؛می توانند دارای یک جواب راست یا دروغ باشند.

Elhame.sabahi@gmail.com

در کره ی مریخ موجودات ذره بینی زندگی میکنند. گزاره است ، اما با توجه به دانش کنونی انسان راست یا دروغ بودنش مشخص نیست.

غیره گزاره ها عبارتند از :

دوستم حسن حسود است . غیر گزاره،زیرا حسود بودن نسبی است .

علی در را ببند . غیر گزاره، زیرا یک جمله ی امری است .

جملات گزاره ای را بیشتر بشناسیم....!

- جواب جملات گزاره ای همیشه قابل تشخیص است. این جملات دارای یک جواب راست یا دروغ می باشند .

- جملات گزاره ای باید فاقد ابهام باشند .

- جملات نسبی نمی توانند گزاره باشند .

- چیز های غیر قابل اندازه گیری نمیتوانند گزاره باشند . مثل : خوب بودن

- برای گزاره از حروف بزرگ انگلیسی بجزء T و F استفاده میکنیم.

- گزاره درست را با T و نادرست را با F نمایش میدهیم .

- گزاره شامل جملات امری ، پرسشی و عاطفی نمی شود زیرا بررسی درستی و نادرستی آن بی معنا است.

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

خبر : اتفاقی که از قبل رخ داده باشد.

زبان اشیاء OL (object language)

تنها شامل جملات خبری ساده و به دور از ابهام است .

در OL(object language) جملات دارای دو ارزش true و false می باشند .

در OL برای تبدیل گزاره از حروف بزرگ انگلیسی بجزء T و F استفاده می کنیم.

در OL برای هر جمله یک حرف بزرگ انگلیسی را در نظر میگیریم .

نکته : معمولا جملاتی را که در جلوی آن ها علامت ˜ (NOT) نباشد را به عنوان جمله ی درست در نظر میگیریم .

در منطق سمبولیک گزاره ها را با یکی از حروف انگلیسی به جزء T و F نمایش می دهند .

گزاره ← ۱_ گزاره ساده (primitive statement)

گزاره ← ۲_ گزاره مرکب (compound statement)

گزاره ساده

یک جمله ی خبری ساده است که به جملات ساده تر قابل تجزیه نبوده و شامل هیچ لفظ پیوند دهنده ای نمی باشد . مثال :علی در را بست.

گزاره مرکب

گزاره مرکب را میتوان از ترکیب گزاره های ساده و لفظ های پیوند دهنده و پرانتزها به وجود آورد. گزاره های مرکب قابل تجزیه به گزاره های ساده تر می باشند .

مثال : حسن در را بست و امروز هوا آفتابی است .

گزاره ساده ۱ — گزاره ساده ۲

و ← CONNECTIVE لفظ پیوند دهنده

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

لفظ های پیوند دهنده مثل :و ، یا

زمانی که جمله ای در یک خبر گفته میشود؛ ممکن است چند نفر آن را به عنوان یک جمله ی دروغ بپذیرند یا برعکس، اما ماهیت آن دارای یک جواب راست یا دروغ می باشد.

- چه جملاتی گزاره نیستند ؟

علی در را ببند. گزاره نیست یک جمله ی دستوری (امری)است و جملات امری شامل جملات گزاره ای نمی باشند.

مثال های غیر گزاره ای :

میایی با هم درس بخونیم.

علی چراغ رو خاموش کن.

مضارع : کاری که در گذشته رخ داده است، و تا زمان حال ادامه می‌یابد.

علی آمد . ← یک جمله ی ماضی می باشد.

مثال: من به مسافرت خواهم رفت . این جمله شامل جملات خبری نمیباشد، زمانی جمله خبری است که یک رویدادی رخ داده باشد. مثلا گاهی ممکن است عملی در گذشته رخ داده باشد و یا در گذشته رخ داده و تا زمان حال نیز در حال وقوع باشد.

- چرا دنیای مهندسی به گزاره نیازمند است؟

ما نمیتوانیم به کامپیوتر بگوییم آینده چیست. باید به او بگوییم بر اساس اطلاعات حال یا گذشته تصمیم گیری کن. شاید این تنها دلیل استفاده از گزاره باشد.

مثلا فرض کنید شارژ لپ تاپ شما به پایان رسیده است؛ آیا میتوان به آن گفت اکنون کار کن من بعدا شارژت خواهم کرد؟

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

مثال : تعیین کنید جملات زیر گزاره هستند یا خیر؟

۱-برای معادله $x^2 +4=20$ دو جواب وجود دارد .

یک جمله خبری و گزاری می باشد؛ یک معادله درجه دو ممکن است دارای دو جواب باشد.

۲- معادله $x^2 +4=20$ است .

این جمله نمیتواند گزاره باشد؛ زیرا دارای ابهام است. در اینجا x مجهول است و ماهیت آن مشخص نیست.

حالت های منطقی logical

گزاره درست را با T (True) و گزاره غلط را با F (FALS) نشان میدهیم .

مثال : چنین نیست که پنج یک عدد اول باشد.

گزاره است، زیرا بدون در نظر گرفتن راست یا دروغ بودن آن یک جمله خبری است.

فرمول گزاره ای و جدول ارزش (statement formula and truth table) :

هنگامی که گزاره های دلخواه را به طور مجرد در نظر بگیریم و آن ها را با استفاده از لفظ های پیوند دهنده با نظمی خاص کنار هم قرار دهیم، آن چه را که به دست می آید فرمول گزاره ای و هر یک از گزاره های ساده ی به کار رفته را یک مولفه گویند.

لفظ پیدند دهنده

من در سفر هستم و تهران پایتخت کنونی ایران است.

گزاره ۱ گزاره ۲

جدول درستی یا جدول ارزش " Truth Table "

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

جدولی است که با استفاده از داده های مسئله، رخ دادهای ممکن را پیش بینی میکند. در یک مسئله به تعداد تمام ورودی ها جدول درستی را رسم میکنیم .

به بیان دیگر جدولی که ارزش فرمول گزاره ای را به ازای تمام ترکیبات، برای مولفه نمایش دهد را جدول ارزش آن فرمول گویند.

اگر فرمول گزاره ای شامل n متغیر گزاره ای متمایز باشد، آنگاه جدول ارزش آن 2^n ترکیب ارزش متمایز خواهد داشت.

اگر n=2 در نظر بگیریم : حالات جدول درستی 2^n می باشد

2^2 = ۴ ⟶ تعداد گزاره ها

مثال) جدول ارزش فرمول گزاره ای $(P \vee Q) \vee \sim P$ تشکیل دهید .

P	Q	PvQ	˜P	(PvQ)v˜P
T	T	T	F	T
T	F	T	F	T
F	T	T	T	T
F	F	F	T	T

این مثال یک tautology است که در ادامه به تعریف آن خواهیم پرداخت.

جملات مرکب

جملاتی هستند که با استفاده از لفظ های پیوند دهنده، دو گزاره سالم را باهم ترکیب میکنند.

جدول لفظ های پیوند دهنده:

عملگر	نام	کار
∧	عطف	AND
∨	فصل	OR
~	نفی	NOT

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

TAUTOLOGE

به جملات همیشه راست گفته میشود. این جملات را اصطلاحا جملات راست گو می گویند.

تاتولوژی را با نماد ⊢ نمایش میدهیم.

لفظ پیوند دهنده ی شرطی " شرط یا آنگاه "

لفظ های پیوند دهنده دارای یک مقدم (P) و یک تالی (Q) می باشند.

P ⟶ Q

مقدم ⟶ تالی (بعدا)

نحوه ی خواندن این عبارات به صورت (p آنگاه اگرQ) می باشد. P ⟶ Q

مثال : اگر مقدم را T (TRUE) و تالی را F (FALS) در نظر بگیریم جدول درستی آن بصورت زیر خواهد بود .

P	Q	P ⟶ Q
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

زمانیF میشود که کار را درست انجام داده اما در نهایت اشتباه می شود.

مثال: پدر علی قول داده است اگر معدل علی بیست شود برای او یک دوچرخه بخرد.

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

حالاتی که ممکن است رخ دهد:

۱- پدر علی دوچرخه را خریده است ولی معدل علی بیست نشده باشد.

F T

T → F = F

۲- معدل علی بیست شده است اما پدر علی دوچرخه را نخریده باشد.

F T

T → F = F

۳- اگر تمرین انجام شود نمره داده میشود.

T T

T → T = T

نکته: منطق گزاره ای، در آنگاه هیچ گاه حرکت از تالی به مقدم نمی رود .

مثال : اگر تمرین انجام شود نمره داده نمی شود.

F T

لفظ های پیوند دهنده (connectives)

مثل: و ،یا،...

- در زیر چند لفظ پیوند دهنده مورد استفاده معرفی گردیده است ؛

۱- Negation(not) نماد " ~ یا ꞁ " : اولین علامتی که در منطق ارسطویی می شناسیم، Negation یا به اختصار not است.

اگر p یک گزاره ی دلخواه باشد، گزاره ای که p را نقض کند، نفی p گویند که آن را با نماد " ꞁp " یا " p~ " نشان می دهند و به صورت " نفی p " یا " چنین نیست که p " میخوانند.

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

فرض کنید p یک گزاره دلخواه باشد، زمانی که با نماد p ~ همراه شود جمله را نقض میکند.

هر گاه P راست باشد ، p ~ دروغ خواهد بود و بلعکس.

جدول درستی این عملگر یگانی (UNARY OPERATION) به شکل زیر است :

عملگر	نماد
درست(T)	P
نادرست(F)	~p

خروجی (~p)	ورودی (p)
F	T
T	F

ترکیب عطفی (AND) یا (congection) نماد " ^ "

گزاره مرکب حاصل ترکیب عطفی دو گزاره دلخواه P و Q را نشان می دهد و آن را "ترکیب عطفی P و Q " یا" P و Q " میخوانند.

جدول درستی این ترکیب " Binary operation " به شکل زیر است :

ترکیب عطفی

ورودی P و Q $P \wedge Q$

خروجی	Q	P
T	T	T

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

T	F	F
F	T	F
F	F	F

جدول درستی ' TRUTH TABLE '

ترکیب فصل (OR) یا "DISJOUCTION" نماد " ∨ "

گزاره‌ی حاصل از ترکیب فصلی دو گزاره ی دلخواه P و Q را به صورت P ∨ Q نشان می دهند و آن را " ترکیب فصلی "P و Q " یا " Q یا P " میخوانند.در این ترکیب زمانی که یک گزاره صحیح باشد،حاصل نهایی صحیح خواهد بود.

جدول درستی این ترکیب به صورت زیر است:

P	Q	P ∨ Q
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

فرمول گزاره ای و جدول درستی (ارزش) " Statement Formula And Truth Table "

زمانی که ما دارای چند گزاره ی ساده باشیم و با استفاده از لفظ های پیوند دهنده آن ها را به هم ربط دهیم .

به هر گزاره ساده یک مولفه گویند. مثل : P و Q

تعریف : جدولی است که به ازای تمام مقادیر برای فرمول های گزاره ای پاسخ داشته باشد.

به بیان دیگر

اگر یک فرمول گزاره ای دارای n مولفه باشد، تعداد حالات ممکن آن 2^n خواهند بود.

P ∧ Q

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

$۲^{۲} = ۴$

مثال : جدول درستی عبارت گزاره ای $(P \vee Q) \wedge \sim P$ را رسم کنید.

P	Q	P ∨ Q	˜P	(P ∨ Q) Λ ˜P
T	T	T	F	F
T	F	T	F	F
F	T	T	T	T
F	F	F	T	F

مثال :

۱- جملات زیر را ه صورت (object language) OL بنویسید .

الف - خانواده رضا و خانواده حسن به مسافرت رفتند و در راه با ریزش کوه مواجه شدند .

C B A

$A \wedge B \vee \sim C$

ب – امروز هوا آفتابی است و بر اساس پیش بینی هوا شناسی روز جمعه بارانی است .

Q P

$P \wedge \sim Q$

$\sim (P \wedge Q) \leftrightarrow (\sim P \vee \sim Q)$

P	Q	P Λ Q	˜ (P Λ Q)	˜P	˜Q	˜ P ∨ ˜ Q	˜ (P Λ Q) ↔ (˜ P ∨ ˜ Q)
T	T	T	F	F	F	F	T
T	F	F	T	F	T	T	T
F	T	F	T	T	F	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

مثال : جدول درستی عبارت گزاره ای $(P \vee Q) \vee \sim P$ را بنویسید .

P	Q	˜P	(P ∨ Q) ∨˜P
T	T	F	**T**
T	F	F	**T**
F	T	T	**T**
F	F	T	**T**

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

ترکیب شرطی " Conditional statement " " آنگاه "

ترکیب شرطی دو گزاره دلخواه P و Q را بصورت $Q \rightarrow P$ نشان می دهند و بصورت P آنگاه Q خوانده میشود.

Q : شرط لازم و کافی برای p است.

P : شرط کافی و لازم برای Q است .

Q اگر P یا Q $\rightarrow$ P یعنی در صورت کامل بودن P ، Q اجرا می شود.

نکته : وجود رابطه بین P و Q الزامی نیست .

P	Q	$P \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

مثال:

```
If  (conditional)   →  P
{
    Body
    {
       Else            →  Q
    }
    Body
```


Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

}

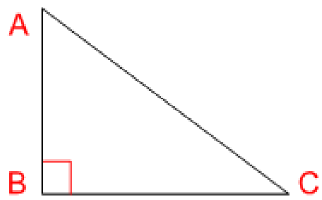
```
IF ( A % 2=0 )

COUT<< "Reza"
```

مثال: گزاره $P \longrightarrow Q$ که در آن " p: امروز هوا آفتابی است" و " Q: ۲+۷=<۴ است" دو گزاره ی معین هستند، آن ها را به صورت جمله ی فارسی بیان کنید.

اگر امروز هوا آفتابی باشد آنگاه ۲+۷=<۴خواهد بود

مثال: اگر A ,B,C مثلث قائم الزاویه باشد و ضلع C ضلع قائم آن باشد آنگاه $A^2+B^2=C^2$ را بصورت (object language)OL بنویسید .



$$\underbrace{(ABC)}_{P} \longrightarrow \underbrace{a^2 + b^2 + c^2}_{Q}$$

مثال - گزاره زیر را به صورت سنبلیک بنویسید . (OL)

اگر علی درس جبر را انتخاب کند یا رامین درس جغرافیا را انتخاب کند ، آنگاه حسن درس منطق را انتخاب می کند .

P: علی درس جبر را انتخاب کند

Q : رامین درس جغرافی را انتخاب کند

Z: حسن درس منطق را انتخاب کند

$$(P \vee Q) \longrightarrow Z$$

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

ترکیب دو شرطی ($\leftrightarrows$, $\leftrightarrow$) Biconditional

در منطق و ریاضیات ترکیب دوشرطی یک عملگر منطقی است که دو گزاره را به هم وصل میکند تا نشان دهد ،"P اگر و فقط اگر Q " که P فرض و Q نتیجه می باشد.

اگر P و Q دو گزاره ی دلخواه باشند،گزاره $P \leftrightarrow Q$ (P اگر و فقط اگر Q خوانده می شود)

گاهی به صورت اختصاری " P iff Q " نیز نشان میدهند .

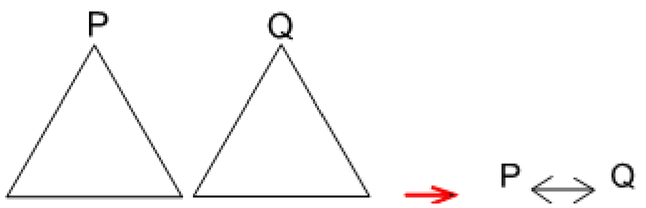
در ترکیب دو شرطی زمانی حاصل صحیح خواهد بود که هر دو گزاره از یک نوع باشند.

در زبان فارسی گزاره ی ترکیب دو شرطی را به صورت " P شرط لازم و کافی برای Q است" می خوانیم.

P	**Q**	**$P \leftrightarrow Q$**
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

دو مثلث مساوی هستند اگر و تنها اگر اضلاع متناظر آن ها مساوی باشند .

A B C= **A′B′C′**



Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

اگر مثلث اول را P و مثلث دوم را Q در نظر بگیریم حاصل آن می شود Q $\rightleftarrows$ P

مثال : دو خط موازی هستند اگر و تنها اگر ضریب زاویه مساوی داشته باشد به عبارت دیگر دارای شیب یکسان باشند .

نکته : شرط جمع کردن دو عدد این است که ماهیت هر دو از یک نوع باشند.

مثلا: در دنیای ریاضیات وزن و سرعت را میتوان با هم جمع یا تفریق کرد.

نکته: برای محاسبه ی دو جنس مخالف از تابع ضرب " × " یا تقسیم " ÷ " میتوان استفاده کرد.

مثلا : ۱۰۰ km + ۱۰kg صحیح و قابل قبول نیستند .

مثال از ترکیب شرطی:

جدول ارزش فرمول گزاره $(\sim p \vee \sim Q) \leftrightarrow \sim(P \wedge Q)$ را تشکیل دهید.

P	Q	P∧Q	~ (P∧Q)	~P	~Q	~P∨~Q	~(P∧Q) ⟷ (~p∨~Q)
T	T	T	F	F	F	F	**T**
T	F	F	T	F	T	F	**T**
F	T	F	T	T	F	T	**T**
F	F	F	T	T	T	T	**T**

جدول فوق را با نام Tautology یا " گزاره همیشه راست "میخوانیم .

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

فرمول گزاره ای همیشه راست (Tautology)

فرمول گزاره ای را مستقل از ارزش گزاره های معینی که جای گزینه متغییر های آن میشوند دارای ارزش راست باشد ، فرمول گزاره ای همیشه راست (Taut) گویند به عبارت دیگر جدول درستی همه ی حالت ها خروجی T دارد .

به عبارت دیگر ؛فرمولی است که مستقل از ارزش های ورودی پاسخ همیشه راست داشته باشد .

مثال: فرمول $(\sim p \vee Q) \longleftrightarrow (P \rightarrow Q)$ یک فرمول گزاره ای همیشه راست است.

فرمول گزاره ای همیشه دروغ (CONTRADICTION)

تعریف فرمول Cont دقیقا برخلاف فرمول Taut است و خروجی جدول درستی آن در همه حالت ها F (FALS) است .

به بیان دیگر فرمولی است که مستقل از ورودی ها خروجی آن همیشه دروغ باشد.

مثلا : فرمول $P \wedge \sim P$ یک فرمول گزاره ای همیشه دروغ است .

مثال : جدول درستی فرمول های گزاره ای زیر را بنویسید.

الف) $(P \rightarrow Q) \longleftrightarrow (\sim P \vee Q)$

P	**Q**	**$P \rightarrow Q$**	**$\sim P$**	**$(\sim P \vee Q)$**	**$(P \rightarrow Q) \longleftrightarrow (\sim P \vee Q)$**
T	T	F	F	T	T
T	F	F	F	F	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

ب) ~ (~P ^ ~Q) ∨(Z ^ Q) ⟶ P ∨ Q

A B

P	Q	Z	~P ^ ~Q	~ (~P ^ ~Q)	Z ^ Q	~(~P ^~Q) ∨(Z ^ Q)	P∨Q	A⟶B
T	T	T	F	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	F	T	T	T
T	F	T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F	T	T	T
F	T	T	F	T	T	T	T	T
F	T	F	F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	F	F	F	F	T
F	F	F	T	F	F	F	F	T

ج) (P ^ Q ∨ Z) ⟶ (P ∨ Q ^ ~Z ⟷ Z ∨ Q)

P	Q	Z	P∧Q	P∧Q∨Z	P∨Q	~Z	(P∨Q)∧~Z	Z∨Q	P∨Q∧~Z⇔Z∨Q	(P∧Q∨Z)→(P∨Q∧~Z⇔ Z∨Q)
T	T	T	T	T	T	F	F	T	F	F
T	T	F	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	T	T	F	F	T	F	T
T	F	F	F	T	T	T	T	F	F	F
F	T	T	F	T	T	F	F	T	F	F
F	T	F	F	T	T	T	T	T	T	T
F	F	T	F	T	F	F	F	T	F	F
F	F	F	F	F	F	T	F	F	T	T

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

فرمول های هم ارز (≡ ,⟺) (Equivalence of Formulas)

فرض کنید A و B دو فرمول گزاره ای و p1,p2 , ...,pn همه ی متغیر های ظاهر شده در A و B باشند اگر به ازای هر یک از ۲ n ترکیبات ارزش ممکن برای متغیر ها ، ارش فرمول A و B یکسان باشد آنگاه گوییم A و B هم ارزند و آن را به صورت A ⇔B می دهند

مثال :

(˜(˜P با P هم ارز است . P ۷P با P هم ارز است . (P˄˜P) ۷ Q با Q هم ارز است.

P	~p	~(~p)
T	F	**T**
F	T	**F**

X	Q	X۷Q
T	F	**T**
F	T	**F**

طریقه ی تشخیص هم ارزی دو فرمول A و B :

۱- تشکیل جدول ارزش دو فرمول A و B و مقایسه ی درایه های ستون آخر آنها .

استفاده از جدول ارزش ترکیب دو شرطی (A⇔B) نشان می دهند که(A⇔B) یک گزاره نیست .

یعنی علامت ⇔ لفظ پیوند دهنده نیست و از اعمال آن بر روی گزاره ها ،گزاره ی جدیدی به وجود نمی آید .

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

فرمول های هم ارز (Equivalence of Formulas)

زمانی که ما بیش از دو گزاره داشته باشیم از فرمول هم ارز استفاده میکنیم.

$P \vee P \Leftrightarrow P$	قانون خود توانی	$P \wedge P \Leftrightarrow P$
$(P \vee Q) \vee R \Leftrightarrow P \vee (Q \vee R)$	شرکت پذیری	$(P \wedge Q) \wedge R \Leftrightarrow P \wedge (Q \wedge R)$
$P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$	جابجایی	$P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$
$P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	توزیع پذیری	$P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
$P \vee F \Leftrightarrow P$	همانی (عضو خنثی)	$P \wedge T \Leftrightarrow P$
$P \vee T \Leftrightarrow T$	عضو صفر	$P \wedge F \Leftrightarrow F$
$P \vee \sim P \Leftrightarrow T$	مکمل (عضو وارون)	$P \wedge \sim P \Leftrightarrow F$
$P \vee (P \wedge Q) \Leftrightarrow P$	جذب	$P \wedge (P \vee Q) \Leftrightarrow P$
$\sim(P \vee Q) \Leftrightarrow \sim P \wedge \sim Q$	دمورگان	$\sim(P \wedge Q) \Leftrightarrow \sim P \vee \sim Q$
$P \to Q \Leftrightarrow \sim P \vee Q$ $P \to Q \Leftrightarrow \sim Q \to \sim P$ $P \to (Q \to R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \to R \Leftrightarrow Q \to (P \to R)$ $P \leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P \to Q) \wedge (Q \to P) \Leftrightarrow (\sim P \vee Q) \wedge (\sim Q \vee P)$		

نکته : زمانی که بخواهیم یک جدول درستی تشکیل دهیم به تعداد ورودی ها باید حالات ممکن را شرح دهیم.

در منطق گزاره ای هر ورودی میتواند دو حالت داشته باشد ،یا 0 یا 1

مثال:

$$(P \to Q) \leftrightarrow (\sim P \wedge Q)$$

P	Q	$P \to Q$	$\sim P$	$\sim P \wedge Q$	$(P \to Q) \leftrightarrow (\sim P \wedge Q)$
T	T	T	F	T	T
T	F	F	F	F	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

مثال :جدول درستی فرمول گزاره ای زیر را بنویسید.

$\sim(\sim P \wedge Q) \vee (Z \wedge Q) \longrightarrow P \vee Q$

P	Q	Z	~P	~P^Q	~P^~Q	~(~P^~Q)	Z^Q	~(~P^~Q)v(Z^Q)	PvQ	A→B
T	T	T	F	F	F	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	F	T	F	T	T	T
T	F	T	F	F	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	F	F	T	F	T	T	T
F	T	T	T	T	F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	F	T	F	F	F	F	T
F	F	F	T	F	T	F	F	F	F	T

نکته : هر گزاره را با عکس خودش And کنیم پاسخ False است.

نکته:جابجایی در شرط امکان پذیر نیست.

نکته:هم ارز یعنی به تعداد تمام ورودی های یک جدول درستی برای آن پاسخ پیدا کنیم.

$(\sim P \vee (P \rightarrow Q)) \rightarrow \sim Q \equiv q \rightarrow p$

$(\sim P \wedge (\sim P \vee Q)) \rightarrow \sim Q \equiv \sim P \rightarrow \sim Q \Longrightarrow \underline{Q \rightarrow P}$

با استفاده از جا به جایی

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

چند نکته در زبان *PASCAL*

- 0 - (0 یا $X < 0$)را به عنوان FALS درنظر میگیریم.

$$- 0 \downarrow$$

- 0 + (0 یا $X > 0$)را به عنوان TRUE درنظر میگیریم.

$$+0 \uparrow$$

- X=0 مساوی صفر را نیز False در نظر میگیریم.

- X<>0 را به عنوان TRUE درنظر میگیریم.

نکته: در هم ارز (Equivalence of Formulas) این قابلیت را داریم که فرمولی را به فرمول دیگر تبدیل کنیم.

مثالی از گزاره های شرطی :

ثابت کنید دو گزاره پیچیده زیر هم ارز (Equivalence of Formulas) میباشند.

$$(\sim P \wedge (P \rightarrow Q)) \longrightarrow \sim Q \equiv Q \rightarrow P$$

حل:

$$\underline{(\sim P \wedge (\sim P \vee Q)} \rightarrow \sim Q$$

قانون جذب

$$\underline{\sim P \rightarrow \sim Q} \equiv \boxed{Q \rightarrow P = Q \dashrightarrow P}$$

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

جا به جایی رخ می دهد

هم ارز

تمرین- نشان دهید دستورات برنامه نویسی زیر هم ارز هستند.

(n=7) or (not ((a≤5) and (x=0) ≡ (n=7) Or (a>5) or (x<>0)

طبق قانون دمرگان (n=7) or (not ((a≤5) and (x=0) ⟶

(n=7) or (not (a≤5) or not (x=0) ⟶ در ادامه نقیض

((n=7) or (a>5)) or (x<>0)

ودر اینجا میبینیم که هر دو عبارت با هم هم ارز هستند طبق قانون دمورگان

$$\underbrace{((n=7) \text{ or } (a>5)) \text{ or } (x<>0)}_{N \vee (a \vee x)} \equiv \underbrace{((n=7) \text{ or } (a>5)) \text{ or } (x<>0)}_{N \vee (a \vee x)}$$

$$N \vee \sim \underbrace{(\sim A \wedge \sim X)}_{\text{قانون دمرگان}} \Rightarrow N \vee A \vee X \quad \equiv N \vee (A \vee X)$$

فرمول های خوش شکل WFF

فر مول گذاره‌ایی رشته‌ای است متناهی متشکل از متغیرهای گذاره‌ایی و لفظهای پیوند دهنده و پرانتزها که به صورت تعریف بازگشتی زیر بیان می‌شود:

۱-هر متغیر گذاره‌ایی به تنهایی یک فرمول خوش شکل است.

۲- اگر A یک WFF باشد آن گاه A¬ نیز یک WFFاست.

Elhame.sabahi@gmail.com

۳-اگر A و B دو WFF باشند آن گاه (A↔B) و (A→B) و (A v B) و(A ^ B) نیز WFF خواهند بود.

۴.فقط رشته‌هاییWFF خواهند بود که بتوان آن‌ها را طی کاربردهای متناهی از ۱ و۲و۳ بدست آورد.

عطف فصل ها (Minterm) :

(جمله۱ v جمله۲ v جمله۳) ^ (جمله۱ v جمله۲ v جمله۳)

فصل عطف ها (maxterm) :

(جمله۱ ^ جمله۲ ^ جمله۳) v (جمله۱ ^ جمله۲ ^ جمله۳)

استلزام منطقی

استلزام یا نتیجه منطقی مفهومی در علم منطق است.

این مفهوم رابطه ای را که میان مجموعه گزاره ها و یک گزاره وجود دارد شامل می شود.

مثلا : "رکسانا قلب دارد" یک نتیجه منطقی است که از "همهٔ انسان‌ها قلب دارند" و "رکسانا یک انسان است"

در استلزام منطقی با توجه به اینکه آنگاه یا ترکیب شرطی متقارن نیست و در منطق مهندسی پس از انجام کارهایی نیاز به استنتاج است پس از قوانین استلزام استفاده میکنیم این قوانین به ما کمک میکنند که برای درستی یک عبارت نتیجه های مورد نیاز حاصل شود.

نکته: Q ⟷ P یا P ⟷ Q متقارن هستند.

قوانین استلزام

۱-قاعده استنتاج :

اگر در یک پایگاه دانش دارای دو FACT (گزاره) باشیم که TRUE یا FALS بودن آن مشخص نشده باشد ،آن را TRUE یا راست در نظر میگیریم.

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

- برای قاعده استنتاج باید جدول درستی را طوری طراحی کنیم که هیچ جواب دروغ (FALS) در آن نباشد.

$P, P \rightarrow Q \vdash Q$

۲- قاعده تعدی :

اگر دو جمله Q P و R Q داشته باشیم نتیجه میگیریم از P به R نیز راه وجود دارد.

مثلا اگر رابطی از مسیر R به Q برود ،از Q بهR هم رابطه وجود دارد.

$P \longrightarrow R$ ← - - - - - - - - - تاتولوژی

۳- قاعده فصل :

اگر دو قاعده فصل PvQ را داشته باشیم و یک گزاره TRUE در آن باشد آن عبارت صحیح میباشد.

اگر در پایگاه دانش P را داشته باشیم P^Q نیز یک تاتولوژی میباشد.

$P \vee Q \vdash Q \;.\; P \vdash P \vee Q$

۴-قاعده عطف :

اگر در پایگاه دانش P^Q را داشته باشیم ، دو گزاره P و Q را TRUE در نظر میگیریم، زیرا دروغ در پایگاه دانش جایی ندارد.

$P \vdash P \vee Q \,,\, P \,,\, Q \,,\vdash P \wedge Q$

۵ – قاعده تخصیص :

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

اگر در پایگاه دانش P^Q را داشته باشیم ،دو گزاره P و Q را TRUE در نظر میگیریم ،زیرا دروغ در پایگاه دانش وجود ندارد.

$P \wedge Q \vdash P \mid Q$

۶- قاعده عکس :

اگر $Q \longrightarrow P$ را داشته باشیم ،در پایگاه دانش ~Q هم ظاهر شود نتیجه میگیریم P ~ هم در پایگاه دانش وجود دارد .

در واقع P ~ هم حقیقت می شود(در پایگاه دانش وجود دارد)

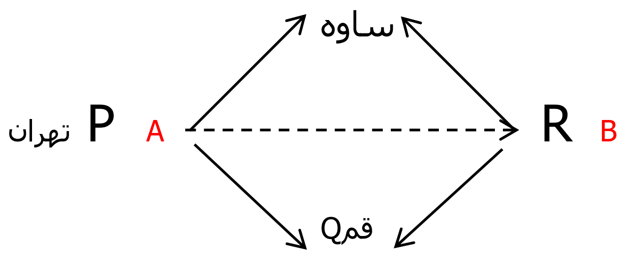
$P \longrightarrow Q \ , \sim P \vdash \ \sim P$

قاعده عکس در برهان خلف مورد استفاده قرارمی گیرد.

$P \longrightarrow Q$

$Q \longrightarrow R$

$P \longrightarrow R$



در قاعده عکس ،دارای یک گزاره و NOT گزاره می باشید .در پایگاه دانش نمیتوان یک گزاره و NOT همان گزاره را ثبت کرد ،به بیان دیگر در پایگاه دانش یک گزاره یا خودش می آید یا نقیض خودش.

قاعده عکس در اثبات برهان خلف مورد استفاده قرار میگیرد.

Elhame.sabahi@gmail.com

مثال قاعده عکس:

اگر علی در امتحان گسسته نمره " الف " بگیرد پدرش برای او یک هدیه میخرد ، پدرش برای او هدیه را گرفته است ،آیا می توان نتیجه گرفت که علی نمره" الف " گرفته است؟

P : علی در درس گسسته نمره الف بگیرد.

Q : پدر علی هدیه را خریده است.

آیا می توان نتیجه گرفت که علی نمره " الف " گرفته است؟

$(P \rightarrow Q) \wedge Q$

P	Q	P Q	$(P \rightarrow Q) \wedge Q$	$((P \rightarrow Q) \wedge Q) \rightarrow P$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	T	F
F	F	T	F	F

نمی توان نتیجه گرفت علی نمره الف گرفته باشد.

مثال :با استفاده از روش مستقیم(قاعده استلزام یا استنتاج) اثبات کنید عبارت زیر یک عبارت همیشه راست است.(به عبارت دیگر روش برنامه نویسی توصیفی)

$$[(P \rightarrow Q) \wedge (\sim R \rightarrow \sim Q) \wedge \sim R] \rightarrow \sim P$$

فرض۱ فرض۲ فرض۳ فرض۴

هدف

فرض ۴ نتیجه ای است که میخواهیم به آن برسیم.

قـــــــــانون مورد استفاده	گـــــــــزاره	شماره
فـــــــــرض ۱	$P \rightarrow Q$	۱
(هم ارزی) فـــــــــرض۱	$\sim Q \rightarrow \sim P$	۲
فـــــــــرض۲	$\sim R \rightarrow \sim Q$	۳
هم ارزی فـــــــــرض۳	$Q \rightarrow R$	۴
فـــــــــرض شماره ۱و۴	$P \rightarrow R$	۵
هم ارز ۵	$\sim R \rightarrow \sim P$	۶
فـــــــــرض۳	$\sim R$	۷
قانون شماره ۶ و ۷ و قانون استنتاج	$\sim P$	۸
$P \wedge (P \vee Q)$	R	

نکته: AND همه گزاره های فوق TRUE می شود.

اثبات مستقیم

اثبات

اثبات غیر مستقیم

اثبات مستقیم:

در ریاضیات و منطق، اثبات مستقیم راهی است برای نشان دادن درستی یا نادرستی یک گزاره داده شده با ترکیب کردن سرراست حقایق مسلم، یعنی معمولاً اصل موضوع‌ها و قضیه‌هایی که وجود دارند، بدون اینکه بخواهیم فرضیه‌های بیشتری بسازیم. برای اثبات

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir
مستقیم یک گزاره شرطی به شکل "اگرp ، انگاهq" ، تنها کافی است حالتی را در نظر بگیریم که گزاره p درست باشد. استنتاج منطقی، برای رسیدن از فرائض به نتایج استفاده می‌شود.

اثبات غیر مستقیم:

در اثبات غیر مستقیم از نتیجه به فرض میرسیم که رست است یا خیر ؟

برای مثال اگر نقیض Q نتیجه دهد نقیض P ($\sim P \longrightarrow \sim Q$) را آنگاه می توان نتیجه گرفت که $P \to Q$ یک فرض کاملا درست است.

$$P \to Q \longleftrightarrow \sim P \to \sim Q$$

یک روش مهم در اثبات قضایا یا اثبات غیرمستقیم است که از راستگوی زیر نتیجه می شود:

$$(P \to Q) \Leftrightarrow (\sim P \to \sim Q)$$

از عبارت فوق چنین نتیجه می شود که یک استلزام منطقی ،با عکس نقض آن هم ارز است .بنابراین، بهجای اینکه به طور مستقیم $Q \to P$ را اثبات کنیم ،فرض میکنیم که Q دروغ است و نشان می دهیم که ، در صورت اخیر ، P نیز دروغاست (~P)

به بیان دیگر در این روش از نتیجه به فرض میرسیم که درست است یا خیر؟

برای مثال اگر ~Q نتیجه دهد ~P ، آنگاه می توان نتیجه گرفت که $Q \longleftarrow P$ یک فرض کاملا درست است.

مثال : با استفاده از روش برهان خلف ثابت کنید عبارت زیر درست است .(اثبات به روش غیر مستقیم)

$$P \vee Q \ , \sim Q \vee R \vdash P \vee R$$

$$P \vee Q \ , \sim Q \ R \ , \sim P \wedge \sim R$$

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

قانون مورد استفاده	گـــــــزاره	شماره
فرض ۱	$\sim P \wedge \sim R$	۱
با استفاده از شماره ۱ و قاعده تخصیص	$\sim P$	۲
با استفاده از شماره ۱ و قاعده تخصیص (تخصیص)	$\sim R$	۳
فرض ۲	$P \vee Q$	۴
هم ارزی ۴	$\sim P \longrightarrow R$	۵
با استفاده از شماره ۲ و ۵ و قاعده استنتاج	Q	۶
فرض ۳	$\sim Q \vee R$	۷
هم ارزی ۷	$Q \longrightarrow R$	۸
شماره ۶ و ۸ و استنتاج	R	۹

$$\boxed{P \wedge Q \vdash P \mid Q}$$

برهان خلف

برهان خلف یکی از روش‌های اثبات در علم ریاضی و منطق می‌باشد. این روش اثبات غیر مستقیم نامیده می‌شود. در روش برهان خلف، برای آنکه ثابت کنیم قضیه‌ای درست است، ثابت می‌کنیم که خلاف آن قضیه، یعنی نقیض آن، نادرست است.

برهان خلف معمولاً در اثبات عکس یک قضیه بکار می‌رود و مورد استفاده در قضیه‌های دوشرطی است.

به بیان دیگر :

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

برای اثبات به روش برهان خلف از قاعده عکس استفاده میکنیم زمانی که بخواهیم از طریق این روش نشان دهیم که عبارت Q بطور منطقی از P_1 و P_2 و...و P_n نتیجه می شود.

برهان خلف به این صورت بیان می شود که فرض می کنیم نقیض Q (~Q) به عنوان یک مقدم اضافی به فرض های مسئله افزوده شده و همچنین P_1 و P_2 و...و P_n همگی راست (True) هستند.

اگر فرض افزایش یافته ~Q در یک تناقض بیفتد دست کم یکی از فرض ها True و دیگری False می باشدو از آنجا که P_1 و P_2 و...و P_n همگی True بودند پس می توان نتیجه گرفت که ~Q ، False است ، پس خود عبارت Q ، True خواهد بود.

$$P \rightarrow Q\ ,\ \sim Q \ \vdash\ \sim P$$

$P1, P2, \ldots, Pn \rightarrow Q$

$P1, P2, \ldots, Pn, \sim Q \rightarrow FALSE$

~Q is false then

Q is true

اثبات و روش برهان خلف :

$R \wedge \sim R = FALSE$

$P \longrightarrow FALSE$

$\sim R \longrightarrow FALSE$

$\sim P \wedge \sim R \longrightarrow FALSE$

$P \vee R \longrightarrow TRUE$

تمرین : با استفاده از جدول درستی نشان دهید که قیاس های زیر معتبر هستند .

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

روش مستقیم

A) $P , P \to Q , Q \to R \vdash R$

شماره	گزاره	قانون مورد استفاده
۱	P	فرض ۱
۲	$P \to Q$	فرض ۲
۳	Q	شماره ۱و۲و قاعده استنتاج
۴	$Q \to R$	فرض ۳
۵	R	شماره ۳و۴ و قاعده استنتاج

با استفاده از روش برهان خلف

B) $P \vee Q , \sim P \vdash Q$

شماره	گزاره	قانونمورد استفاده
۱	$P \vee Q$	فرض ۱
۲	$\sim P \to Q$	هم ارزی۱
۳	$\sim P$	فرض۲
۴	Q	شماره ۲و۳و قاعده استنتاج
۵	$Q \vee P$	شماره ۴و قاعده فصل
۶	$\sim Q \to P$	هم ارزی شماره ۵
۷	$\sim Q$	فرض ۳
۸	P	شماره ۶و۷ وقاعده استنتاج

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

روش مستقیم

C) $P \leftrightarrow Q\ ,\ \sim R\ ,\ \sim P \rightarrow R\ ,\ \vdash R$

شماره	گزاره	قانون مورد استفاده
۱	$P \leftrightarrow Q$	فرض شماره ۱
۲	$(P \rightarrow Q)^\wedge(Q \rightarrow P)$	هم ارز
۳	$P \rightarrow Q$	شماره ۲وقاعده تخصیص
۴	$\sim R$	فرض شماره ۲
۵	$\sim P$	شماره ۳ و ۴ و قاعده عکس
۶	$\sim P \rightarrow R$	فرض شماره ۳
7	R	شماره ۵ و ۶و قاعده استنتاج

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

...فصل دوم...

گــــــــراف

مجموعه ای از روس ها و یال ها که هم دارای جهت هستند وهم بدون جهت ، که در بعضی از گراف ها یال ها دارای وزن هستند.

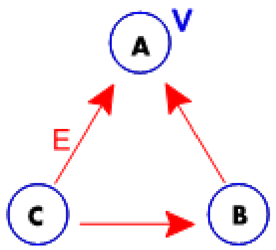
G (N , E)

راس یال

یا

G (V , E)

راس یال



$$\Longrightarrow \quad \boxed{E \in V * V \equiv N^2}$$

V={A,B,C}

E={AC,CA,AB,BA,BC,CB} = E {(A,B),(A,C),(B,C)}

گراف جهت دار: اگر یال های گراف جهتی داشته باشند گراف جهت دار است .

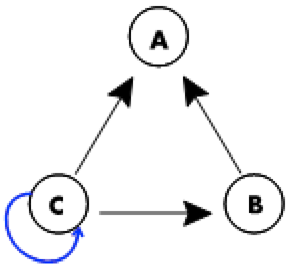
Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

- برای گراف های جهت دار ۲درجه مینویسیم :

۱-تعداد یال هایی که به آن وارد میشود

۲-تعداد یال هایی که از آن خارج میشود



Direction geraf

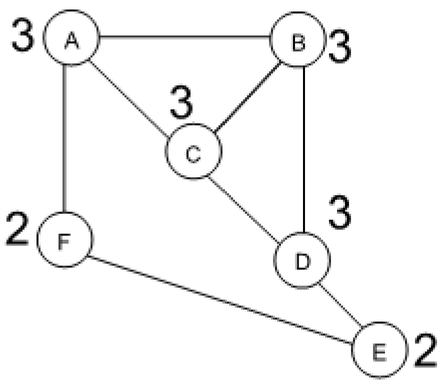
$E = \{ (C,A) , (B,A) , (C,B) , (C,C)\}$

گراف بدون جهت :اگر یال های گراف جهتی نداشته باشند گراف بدون جهت است.

درجه رئوس یک گراف بدون جهت برابر است با ،تعداد یال هایی که از آن راس می گذرد.

گراف وزن دار: گرافی است که روی هر یال آن عدد یا علامتی باشد که نشان دهنده ی وزن آن یال است .

مانند: نمایش مسیر های ارتباطی کل کشور با گراف و مشخص کردن فاصله بین شهر ها توسط وزن های مشخص شده روی یال های گراف.



دو برابر یال ها برابر است بامجموعه درجات رئوس

۲x۸= ۱۶

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

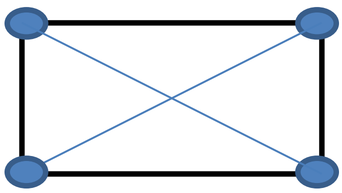
گراف تهی"Ø" :گرافی که فقط node (راس)دارد و یال نداشته باشد. شکل نمادین گراف تهی " {} " یا " Ø " می باشد.

در گراف تهی اگر N راس داشته باشیم :

K´ N

تعداد راس ها ← N ، شمارنده راس ها ← ´K

گراف کامل : گرافی است که بدون در نظر گرفتن جهت بین هر دو گره یک یال وجود داشته باشد به عبارتی اگر N راس داشته باشیم گراف کامل ان به شکل زیر خواهد بود. به بیان دیگر، گرافی است که از هر راس آن به راس دیگر راه وجود دارد.

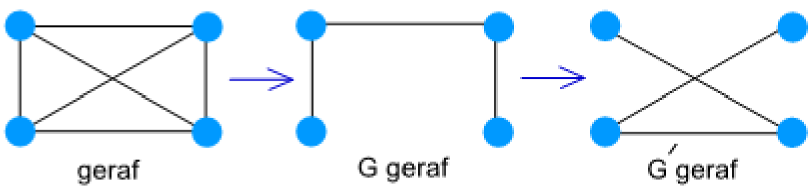


$N \longrightarrow K^N$ ← تعداد مسیر هایی که بین دو راس داریم

برای بدست اوردن تعداد یال ها از فرمول زیر استفاده میکنیم :

$$\frac{N(N-1)}{2} \quad \text{Example} \quad \frac{4 * 3}{2}$$

گراف مکمل :برای یافتن مکمل گراف G، یال های G را حذف کرده ویال هایی که در گراف کامل هستند را رسم میکنیم.



Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

درجه روس : درجه روس یعنی؛تعداد یال هایی که هر گره دارد.

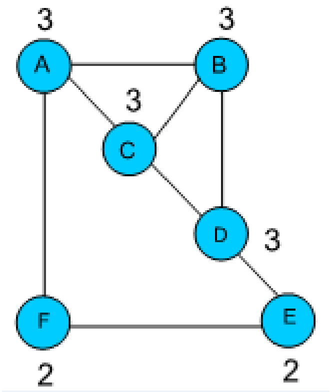
برای مثال :در گراف فوق A دارای درجه ۳ و Bنیز دارای درجه ۳ می باشد.و برای تک تک روس شمارش خواهد شد.

درجه گراف : در یک گراف بالاترین درجه به عنوان درجه گراف در نظر گرفته می شود.

تعداد یال ها :برای بدست آوردن تعداد یال ها در یک گراف از "جمع تمام درجات روس تقسیم بر ۲" استفاده می شود.

$$\boxed{E = \sum (Deg \ \ V) / 2}$$

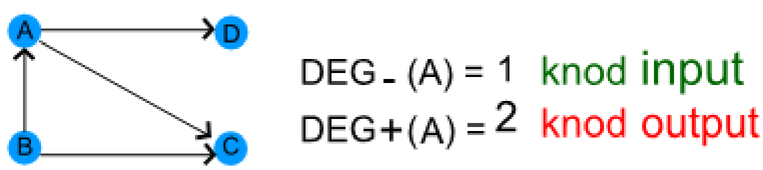
مثال:



$E = (3+3+3+3+2+2)/2=8$

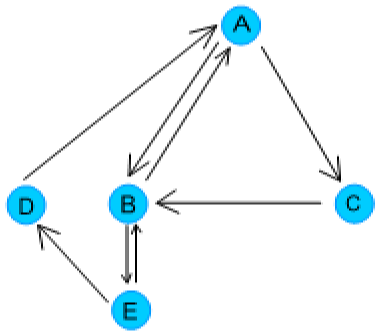
درجه گراف بدون جهت:درجه هر راس به تعداد یال هایی است که از آن میگذرد.

درجه گراف جهت دار:درجه هر راس در یک گراف جهت دار، یال های ورودی و خروجی به آن راس هستند .



Elhame.sabahi@gmail.com

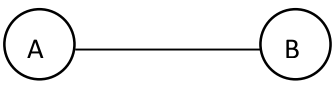
srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir



DEG - (V)   input degree

DEG + (V)   output degree

مجموعه درجات رئوس یک گراف بدون جهت،دو برابر تعداد یال های آن گراف است.



DEG (A) =1   DEG (B) =1

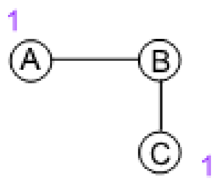
1+1=2

تعداد روس درجه فرد یک گراف همواره زوج است.

فرمول مجموع درجات روس:

$$\sum Deg(V) = 2\ |E|$$

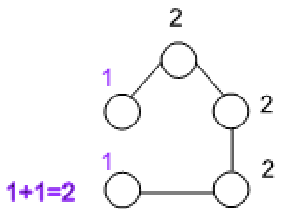
تعداد یال های گراف $|E| = \frac{\sum Deg(v)}{2}$



1+1=2 even

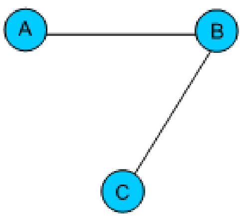
Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir



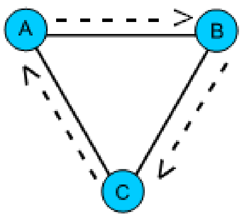
مسیری در یک گراف

در یک گراف مسیر وجود دارد اگر و فقط اگر از هر راس به راس دیگر حداقل یک راه وجود داشته باشد .



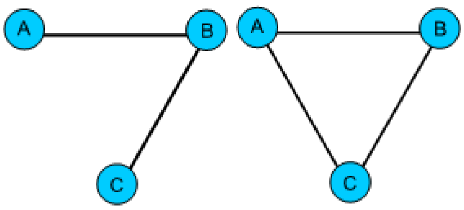
مدار

یک گراف بصورت یک مدار تصور میشود اگر و فقط اگر از یک راس آغاز نماییم و پس از طی مسیری دوباره به خود آن راس باز گردیم .



گراف هم بند بدون جهت

گرافی است که بین هر دو راس مسیر وجود داشته باشد .



Elhame.sabahi@gmail.com

گراف هم بند جهت دار

گرافی است که با حذف جهت های آن یک گراف هم بند بدون جهت بوجود می آید .

گراف هم بند قوی ' قویا"هم بند '

گرافی است که به ازای هر دو راس دلخواه مثل A و B هم مسیر از A به B وجود داشته باشد هم مسیر از B بهA وجود داشته باشد.

گراف هم بند قوی یک گراف کامل است .

مدار (دور) اویلری" Eulerian path "

در نظریه گراف **دور اویلری** به مسیری گفته می‌شود که از یک رأس شروع شود و از تمامی یال‌ها یکبار (یک و فقط یکبار) بگذرد و به همان رأس بازگردد. اگر مسیر از تمام یال ها عبور کند ولی به جای اولش باز نگردد به آن **مسیر اویلری** می‌گویند.

⟵ دور اویلری زمانی به وجود می آید که گراف همبند باشد و درجه هر رأس زوج باشد، یعنی تعداد یال‌های متصل به آن عددی زوج باشد.

به بیان به یک گراف، گراف اویلری گفته می‌شود اگر و فقط اگر گراف همبند باشد و درجه تمام رأس‌های آن زوج باشد.

مختصری از تعاریف این فصل به شرح زیر است :

مدار اویلری :مداریست که از هر یال یک و فقط یک بار عبور کند وبه خود باز گردد.

مسیر اویلری :مسیری است که از هر یال یک و فقط یک بار عبور کند .(غیر باز گشتی)

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

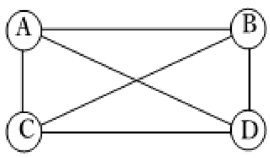
مدار همیلتونی (هامیلتونی) :مداری که از هر راس یک و فقط یک بار عبور کند و به خود باز گردد.

مسیر همیلتونی (هامیلتونی) :مسیری است که از هر گره یک گراف یک و فقط یک بار عبور کند .

قضیه

یک گراف بدون جهت G دارای مدار اویلری است اگر و تنها اگر هم بند بوده و راسی از درجه ی فرد نباشد .(همه ی روس به هم وصل هستند)

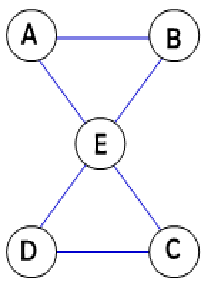
مثال ۱– تایین کنید در شکل زیر کدام یک از موارد فوق وجود دارد.



مسیر و مدار اویلری ندارد.

مسیر و مدار همیلتونی دارد.

مثال ۲-



مسیر همیلتونی دارد ولی مدار همیلتونی ندارد.

مدار اویلری ومسیر اویلری دارد.

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

الگوریتم دیکسترا " Dijkstra's algorithm "

یکی از الگوریتم‌های پیمایش گراف است که توسط دانشمند هلندی علوم رایانه، اِدْسْخِر دایْکْسْترا در سال ۱۹۵۹ ارایه شد.

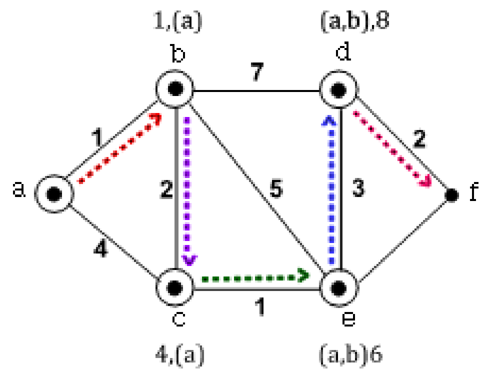
این الگوریتم یکی از الگوریتم‌های پیمایش گراف است که مسئلهٔ کوتاه‌ترین مسیر از مبدأ واحد را برای گراف‌های وزن‌داری که یال با وزن منفی ندارند، حل می‌کند و در نهایت با ایجاد درخت کوتاه‌ترین مسیر، کوتاه‌ترین مسیر از مبدأ به همهٔ رأس‌های گراف را به دست می‌آورد. همچنین می‌توان از این الگوریتم برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر از مبدأ تا رأس مقصد به این ترتیب بهره جست که در حین اجرای الگوریتم به محض پیداشدن کوتاه‌ترین مسیر از مبدأ به مقصد، الگوریتم را متوقف کرد.

الگوریتم دایکسترا به نام کوتاه ترین مسیر تک منبع (single-source shortest path) نیز معروف است و مشابه الگوریتم پریم می باشد .در صورتی که گراف یال با وزن منفی داشته باشد، این الگوریتم درست کار نمی‌کند و می‌بایست از الگوریتم‌های دیگر نظیر الگوریتم بلمن-فورد که پیچیدگی زمانی آنها بیشتر است استفاده کنیم.

خط مشی الگوریتم دایکسترا، مشابه با روش حریصانهٔ استفاده شده در الگوریتم پریم برای پیدا کردن زیر درخت فراگیر بهینه است.

به بیان دیگر ،امکان ئیاده سازی ندارد و تمام رخ داد های ممکن آینده را در نظر میگیرد.

هدف این الگوریتم پیدا کردن کوتاه ترین مسیر است .



Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

الگوریتم فروشنده دوره گرد " Tsp "

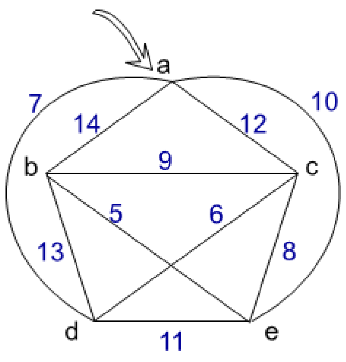
مسئله فروشنده دوره‌گرد (به لاتین'Travelling salesman problem' به‌اختصار TSP)مسئله‌ای مشهور است که ابتدا در سده ۱۸ مسائل مربوط به آن توسط ویلیام همیلتون و توماس کرکمن مطرح شد و سپس در دهه ۱۹۳۰ شکل عمومی آن به وسیله ریاضی دانانی مثل کارل منگر از دانشگاه هاروارد و هاسلر ویتنی از دانشگاه پرینستون مورد مطالعه قرار گرفت.

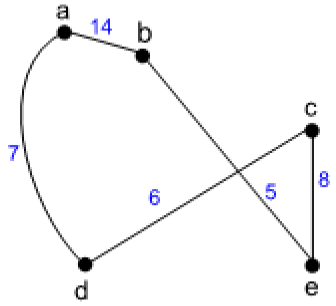
شرح مسئله بدین شکل است:

تعدادی شهر داریم و هزینه رفتن مستقیم از یکی به دیگری را می‌دانیم .مطلوب است کم‌هزینه‌ترین مسیری که از یک شهر شروع شود و از تمامی شهرها دقیقا یکبار عبور کند و به شهر شروع بازگردد.

تعداد جواب های شدنی مسئله، برابر است با $\frac{1}{2}(N-1)!$ برای n>2 >که n تعداد شهرها می باشد. در واقع این عدد برابر است با تعداد دورهای همیلتونی در یک گراف کامل با n رأس.

مثال: اگر در گراف زیر راس آغازین را A در نظر بگیریم، این گراف را به روش TSP پیمایش کنید.





TSP = 40

TSP = 37

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

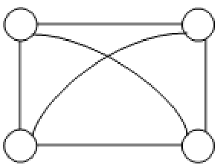
گراف هامنی یا گراف مسطح ' FLAT '

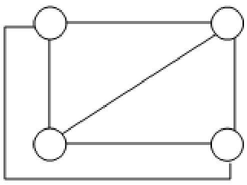
گراف G مسطح است اگر G را در یک صفحه دو بعدی بتوانیم به گونه ای رسم کنیم که یال های آن یکدیگر را قطع نکنند.

ناحیه — تعداد یال ها — تعداد رئوس

$$R = E - V + 2$$

مثال – مشخص کنید گراف زیر مسطح است یا خیر؟

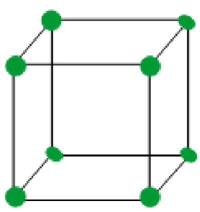




R=6-4+2=4

مثال شکل سه بعدی Dimension Three:

زمانی که یک شکل سه بعدی را در یک فضای دو بعدی رسم کنیم که یکدیگر را قطع نکنند ، شکل مذکور مسطح می باشد.

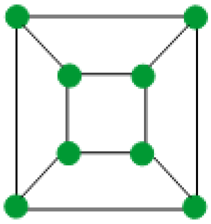


3-D

در یک فضای دو بعدی:________________________________

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir



2-D

۲۴-۶+۲=۴

۲۴-۶=۱۸>۱۰

با استفاده از گراف مسطح می توان فضای صفحه را به نواحی مجزا تقسیم کرد که آن را با حرف R نشان می دهند و تعداد این نواحی برابر است با ؛

$$\boxed{\text{تعداد یال ها – تعداد گره ها + ۲}}$$

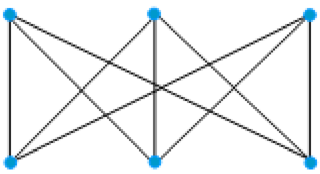
گراف مسطح :زمانی که تعداد یال ها کوچکتر مساوی 3V – 6 باشد، گراف مسطح است.

$$E <= \underbrace{3V}_{\text{سه برابر تعداد گره ها}} – 6$$

گراف غیر مسطح :در صورتی که تعداد یال ها بزرگتر از 3V – 6 باشد، گراف غیر مسطح است.

$$E > 3V – 6$$

مثال – تعیین کنید ماتریس زیر مسطح است یا خیر؟



برای اینکه مشخص کنیم یک گره مسطح است یا خیر از فرمول زیر استفاده می شود:

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

$$R = E - V + 2$$

$$R = 8 - 6 + 2 = 4$$

$$3V - 6$$

$$3 \times 6 - 6 = 12$$

12>9 لزا گراف مسطح است .

هامیلتونی

اصل لانه کبوتری

اصل لانه کبوتر که به نام های "اصل جعبه کفش" یا "اصل کشویی دیر کله"مشهور است، اغلب برای پاسخ دادن به سوالات زیر مفید است :
آیا اشیایی وجود دارند که درخاصیت مشخصی صدق کنند؟
اگر اصل لانه کبوتر به طور موفقیت آمیزی به کار رود، تنها وجود چنین اشیایی را ثابت می کند و چیزی درباره روش یافتن اشیا و یا مشخص کردن تعداد آنها بیان نمی کند .

در دور (دوران) از طریق روش هامیلتونی اگر تعداد رئوس گراف زوج باشد " v : mod 2 = 0 "

یک تکرار رخ می دهد.

$$\boxed{E > 3V - 6}$$

مثال – آیا گراف کامل K5 را می توان بصورت مسطح رسم کرد یا خیر ؟

فرمول $\boxed{\dfrac{N(N-1)}{2}}$

$$K_5 = \frac{5(5-1)}{2} = \frac{5(4)}{2} = \boxed{10} \quad E$$

غیر مسطح $\quad 10 > 3(5) - 6 = 9$

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

نحوه ی پیمایش گراف ها

گراف ها را به دو صورت کی توان پیمایش کرد :

۱- پیمایش سطحی BFS

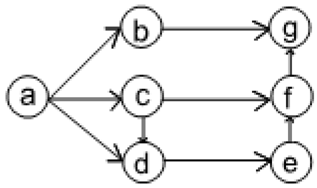
۲- پیمایش عمقی DFS

بررسی پیمایش گراف های فوق بصورت زیر خواهد بود ؛

۱- پیمایش اول سطح Breadth-first Search " BFS "

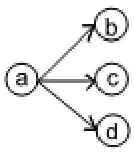
برای پیمایش سطحی یک گراف " BFS " بصورت زیر عمل میکنیم:

به عنوان مثال اگر گراف زیر را داشته باشیم ،گام های پیمایش آن به شرح زیر خواهد بود:



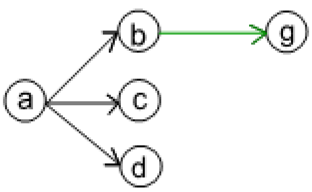
گام ۱ : در ابتدا راس a را در نظر گرفته و تمامی ریشه های آن را می نویسیم

BFS = a b c d



گام ۲ :حال اولین ریشه a یعنی؛ b را در نظر گرفته و مجددا ریشه های آن را می نویسیم

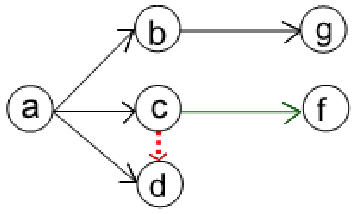
BFS = a b c d g



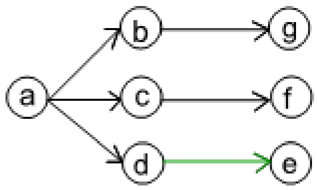
گام ۳ : در دومین ریشه ' c ' خود، دارای دو ریشه f و d می باشد ،ولی به دلیل اینکه قبلا d پیمایش شده از نوشتن مجدد آن صرفه نظر میکنیم.

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir



گام ۴ : راس تولید شده از گره d راس e می باشد.

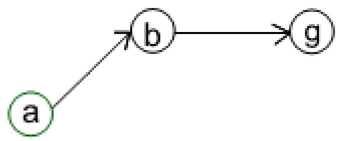


در اینجا تمامی راس ها پیمایش شده و پیمایش گراف خاتمه می یابد.

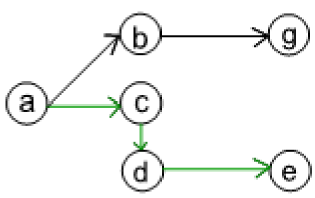
۲ – پیمایش عمقی Depth-first Search " DFS "

در این نوع پیمایش اولین گره کراف را ، که اولویت بیشتری دارد در نظر میگیریم ، و آن گره را تا عمق (انتها) پیمایش میکنیم ،

DFS : ABG



پس از پایان گره اول گره دوم ' C 'را پیمایش میکنیم ،



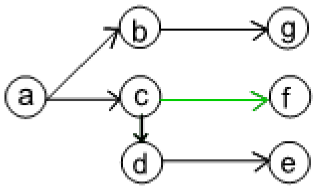
پس از رسیدن به گره ای که خروجی ندارد ، یک مرحله به عقب یعنی گره والد باز میگردیم واگر آن نیز خروجی نداشت این عمل را تا رسیدن به گره ای که خروجی دیگری دارد و هنوز پیمایش نشده ، ادامه میدهیم و یا به ریشه برسیم و کل گره ها نیز پیمایش شده باشند

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir
DFS : ABG CDE

حال درگره سوم ' D ' چون در مرحله قبل پیمایش شده از پیمایش مجدد آن صرفه نظر کرده و سراغ گره C میرویم.

از گره C راس F را تولید میکنیم

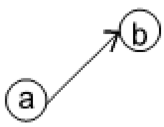


DFS : ABG CDE F

از مراحل فوق می توان نتیجه گرفت روش DFS انحصاری است.

DFS

در این روش پیمایش را از اولین گره آغاز می کنیم،در گام ۱:لازم است گره والد گره فرزند خود را ملاقات کند . (دراین مرحله کوچکترین فرزند را در نظر میگیریم)



حال به سراغ فرزند دوم " G "می رویم ،در این جا گره G خروجی ندارد لزا به یک مرحله قبل باز می گردیم

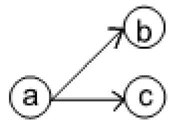
گره B نیز خروجی دیگری به غیر از G ندارد،مجددا به مرحله قبل رفته و به گره ریشه

می رسیم.

در این مرحله A دارای یک ارتباط دیگر می باشد. (A ⟶C)

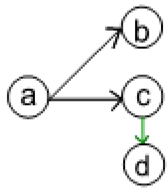
Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

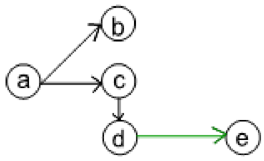


نکته :دراینجا از A به D نیز راه وجود دارد اما ،به دلیل اینکه C کوچکتر است اولویت بیشتری دارد.

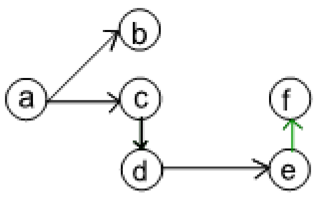
گره C با گره های DوF در ارتباط است ،اما به دلیل اینکه D کوچکتر است ازگره F صرفه نظر میکنیم.



از گره D تنها با گره E در ارتباط هستیم.



حال گره E را در نظر میگیریم،گره E تنها با گره F در ارتباط است.



گره F باگره G در ارتباط است ، اما به دلیل اینکه گره G از قبل بررسی شده ، از آن صرفه نظر می کنیم و به گره E باز می گردیم.

از گره E با هیچ گره دیگری ارتباط مستقیم نداریم لزا ،به گره D باز میگردیم.

گره D نیز ارتباط با C ندارد.

Elhame.sabahi@gmail.com

حال گره C را در نظر میگیریم ،گره C دارای یک ارتباط با F می باشد که از قبل مورد بررسی قرار گرفته پس، از F صرفه نظر میکنیم.

از راس A با گره های (B,C,D) در ارتباط هستیم ، که رئوس (C,D) از قبل بر رسی شده اند.

در این گراف هیچ مسیر دیگری وجود ندارد و گراف کامل است .

رنگ آمیزی گراف

در نظریه گراف، رنگ‌آمیزی گراف یکی از حالت‌های خاص مسئله‌های برچسب‌گذاری گراف است. رویکرد کلی آن استفاده از نظیر کردن رنگهایی به یال ها یا راس‌هاست که این رنگ آمیزی محدودیت خاصی را رعایت کند. در ساده‌ترین حالت، رنگ‌آمیزی‌ای مورد نظر است که در آن هیچ دو راس مجاوری هم رنگ نباشند(رنگامیزی راس ها) .

علاوه بر آن رنگ آمیزی یال ها به همین صورت تعریف میشود.

عدد کروماتیک

عدد کروماتیک یعنی حداقل رنگ مورد نیاز برای رنگ آمیزی یک گراف.

این عدد با " ƛ min " یا " ƛ n " نشان داده می شود و حد اقل تعداد رنگ هایی که می توان با استفاده از آن یک گراف را رنگ آمیزی کرد و به عنوان عدد فامی یا عدد رنگی از آن یاد می شود .

عدد کروماتیک $ƛ_{Min} = \underline{2}$

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

چند جمله ای کروماتیک " P (G , ƛ) "

چند جمله ای کروماتیک گراف G بصورت P (G , ƛ) نمایش داده می شود .

تعداد رنگ آمیزی های متمایز که می توان گراف G را رنگ کرد با توجه به تعداد لاندا " ƛ " مشخص می کنیم، به این چند جمله ای چند جمله ای رنگی نیز گویند.

به عبارت دیگر ، تعداد رنگ آمیزی های متفاوتی که با استفاده از 'حد اقل رنگ بدست آمده' 'عدد کروماتیک ' برای گراف استفاده کرد را چند جمله ای کروماتیک گویند .

عدد کروماتیک یا تعداد رنگ ها

چند جمله ای ← P (G , ƛ)

گراف

حالت های متمایز رنگ آمیزی برای گراف G :

2 * (2-1) =2

نکته : عدد کروماتیک گراف تهی " Ø " یک می باشد.

نکته : چند جمله ای کروماتیک گراف تهی با n راس برابر است با : $ƛ^n$

نکته : عدد کرو ماتیک یک گراف کامل برابر با n می باشد. $K_n = n$

$$\boxed{ƛ*(ƛ-1)*(ƛ-1)*(ƛ-1) \equiv ƛ*(ƛ-1)^3}$$

چند جمله ای یک گراف کامل به شرح زیر می باشد:

$$\boxed{P(G,ƛ)= ƛ(ƛ-1)(ƛ-2)(ƛ-3) \dots ƛ-(n-1)}$$

Elhame.sabahi@gmail.com

فصل سوم...

سور

در منطق فلسفی و منطق ریاضی، نشانه‌ای است که دایرهٔ مصداق‌ها را مشخص می‌کند. سورها شامل «هر» (∀)، «هیچ» و «برخی» (∃) هستند.

سور

۱- سور جهانی " ∀ "

۲- سور وجودی " ∃ "

۱- سور جهانی " ∀ "

به ازای هر عامل یک موجودیت را سنس می کند. می تواند دارای جواب تهی باشد.

۲- سور وجودی " ∃ "

در منطق گزاره‌ای، سمبل ∃ سور وجودی نام گرفته و آنرا بیان می‌کنیم: "وجود دارد. "

مثال : به ازای مقادیر c و b و a ∀ می توان به نتیجه زیر رسید:

$$\forall \; a,b,c \qquad a + (b + c) = (a + b) + c$$

به ازای هر ورودی a و b و c رابطه فوق برقرار است.

چنین نیست که به ازای هر ورودی a,b,c رابطه زیر برقرار باشد:

$$\sim \forall \; a,b,c \qquad a + (b + c) = (a + b) + c$$

به ازای هر a حد اقل یک b وجود دارد:

$$\forall_a \; \exists b \;\; s(a,b)$$

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

حد اقل یک a وجود دارد که به ازای همه b را پوشش دهد.

$$\exists a \quad \forall b \quad s\,(a, b)$$

نقیض درسور ها

وجود نقیض در سور ها باعث می شود نتیجه سور ها عوضشود.

$$\exists x \quad \underbrace{\sim P(x)}_{1} \equiv \underbrace{\sim [\forall x \quad P(x)]}_{2}$$

1 - حد اقل یک X وجود دارد که در تابع P نباشد.

2 - این طور نیست که به ازای هر X رابطه P بر قرار باشد.

مثال - جملات زیر را با استفاده از سور ها بنویسید.

الف – همه مردم حد اقل یک نفر را دوست دارند.

$\forall y \quad \exists x \quad love\ (x, y)$

ترکیب دو شرطی

ب – اگر m مادر c باشد، آنگاه m والد مونث c است و بلعکس.

$\forall_{m,c} \quad mother(c)=m \longleftrightarrow female\ (m) \wedge parent\,(c)$

child

ج- هرشوهری همسر مذکر محسوب می شود و بلعکس.

$\forall_{w,h} \quad husband\ (h,w) \longleftrightarrow male\ (h) \wedge spouse\ (h,w)$

woman husband

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

مثال – عبارت زیر را به فارسی تبدیل کنید.

الف- A_X male $(x) \longleftrightarrow$ ~female (x)

همه x هایی که مرد هستند نمی توانند زن باشند و بلعکس.

ب- $\forall_x$ likes (x , ice-cream)

همه مردم از بستنی خوششان می آید.

ج- A_X ~likes (x , Broccoli) ≡~ $\exists_x$ likes (x,Broccoli)

همه مردم از کلم بروکلی خوششان نمی آید.

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

...فصل چهارم

نظریه مجموعه ها، روابط (Relation ship)

رابطه R (Relation ship) بین دو مجموعه غیر تهی A و B زیر مجموعه ای از حاصل ضرب دکارتی A در B است.

$$X,Y \in R \,,\, R \subseteq A * B$$

حال اگر چنین باشد :

می گوییم X از طریق R با Y در ارتباط است.

$$(X \xrightarrow{R} Y) \equiv (X \; R \; Y)$$

که R نشان دهنده آن است که X عضوی از A و Y عضوی از B است.

اگر X و Y با یکدیگر ارتباط نداشته باشند $(X \not\xrightarrow{R} Y) \equiv (X \not R \; Y)$

اگر R فقط رابطه ای در یک مجموعه باشد می گوییم:

$$X \xrightarrow{R} X \,,\, X \in A$$

ماتریس روابط

اگر مجموعه $A=\{a_1 ,a_2 ,...,a_n\}$ و $B=\{b_1 ,b_2 ,...,b_n\}$ دو مجموعه متناهی به ترتیب با n عضو وmعضو باشند و R یک رابطه از "$A \leftarrow B$" باشد،می توان آن را به صورت یک ماتریس n*m مانند:$M_R \, [\, R_{ij} \,]$ نشان داد که در آن هر گاه $(a_i \,,\, b_j) \in R$ باشد مقدار" یک" و در غیر این صورت مقدار "صفر" لحاظ می شود.

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

Boolean matrix | ماتریس بولی

ماتریسی که فقط دارای مقادیر 0 و 1 می باشد .

مثال: دو مجموعه A و B بصورت A = {a,b,c} و B={1,2,3,4} باشد ؛ و مجموع روابط آن ها به شکل زیر باشد.

R={ (a,2) (b,1) (b,3) (b,4) (c,4)}

$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3\times 4} \end{array}$$

قضیه "لم" : اگر R یک رابطه از A به B باشد ، آنگاه مجموعه نسبی X نسبت به R است، که با R(X) نشان داده می شود و بصورت زیر تعریف می گردد؛

$$R(X) = \{ Y \mid Y \in B , X \, R \, Y \}$$

به طریق مشابه اگر A1 زیر مجموعه A باشد،در این صورت R(A) مجموعه نسبی A_1 نسبت به R است و به صورت زیر تعریف می شود؛

برای x های متعلق به A:

$$\text{If } A \subseteq A \quad R(A_1)=\{ Y \mid Y \in B , X \, R \, Y \}$$

مجموعه = A_1

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

مثال – اگر A مجموعه دانشجویان و B مجموعه دروس ارایه شده باشد، رابطه بصورت A*B است .مجموعهR را برای تمام حالت های ممکن بنویسید.

(هر دانشجو بیش از سه درس بتوانند بر دارد)

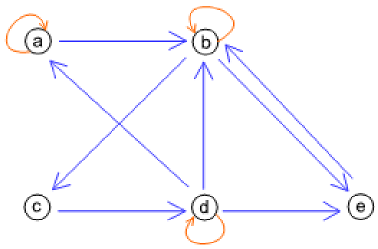
A = { A , B , C ,D }

B = { DM , NC , CG , DS , OS , OR }

D = مرخصی

$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} DM & NC & CG & DS & OS & OR \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{4*6} \end{array}$$

مثال – اگرمجموعه A={a , b , c , d , e} باشد مجموعه روابط ماتریس آن را بنویسید.



حل:

$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{5*5} \end{array}$$

A = { a , b , c , d , e }

R = { (a,a) (a,b) (b,b) (b,c) ... }

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

در مجموعه روابط $(a , b) \neq (b , a)$

مثال – مجموعه $A=\{ a , b , c , d\}$ و B و $R=\{ (a,a)\ (a,b)\ (b,c)\ (c,a)\ (a,c)\ (c,b) \}$

$R (a) = \{ a , b)$

یک عضو

یک زیر مجموعه A_1 داریم که دارای عضو های d و c است و A_1 زیرمجموعه A است.

(مثلا گوییم:مجموعه دانشجویانی که مشروط شدند و اول اسم آن‌ها با حرف c شروع شده باشد.فلذا دارای دو شرط می باشد.

$A_1 \subseteq B \ , \ A_1=\{ c , d \}$

اولش C　　　شرط

$(C,A)\ (B,C)\ (C,B) \longrightarrow R(A_1) = \{A,B,C\}$

- $A \times B$ حاصل مجموعه روابط می باشد.

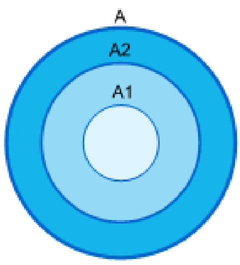
زمانی که $A \subseteq B$ باشد :

$A \subseteq B \ , \ A_1 = \{ C , d \}$

$(b , c)\ (d , c) \longrightarrow R (A_1) = (b , d)$

قضیه

اگر R رابطه ای از A به B باشد و A_1 و A_2 زیر مجموعه ای از A باشد ؛در این صورت روابط زیر برقرار است :



Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

الف – اگر $A_1 \subseteq A_2 \xleftarrow{\text{آنگاه}} R(A_1) \subseteq R(A_2)$

ب – قضیه ۲

$$R(A_1 \cup A_2) = R(A_1) \cup R(A_2)$$

ج –

$$R(A_1 \cap A_2) \subseteq R(A_1) \cap R(A_2)$$

مثال :با یک مثال رابطه زیر را حل کنید .

$A = \{ a , b , c , d\}$

$R = \{ (A,B) (B,C) (D,C)\}$

$A_1 =\{ A , B \}$

$A_2 =\{ B , C \}$

$R(R_1 \cap A_2) \subseteq R(A_1) \cap R(A_2)$

حد اکثر تعداد روابط در دو مجموعه A و B برار است با تعداد زیر مجموعه های A * B

از آنجا که هر رابطه ای بصورت مجموعه تعریف می شود، می توان اعمال مجموعه ها را روابط (∩ و ∪ و ~ و ....)را در روابط اعمال کرد.

اجتماع

$X (R \cup S) Y \longrightarrow X \; R \; Y \; \vee \; X \; S \; Y$

$X \longrightarrow R \qquad Y \longrightarrow S$

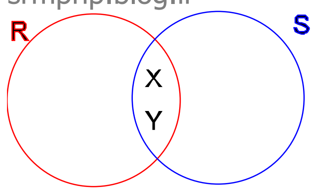
اشتراک

$X (R \cap S) Y \longrightarrow X \; R \; Y \; \wedge \; X \; S \; Y \equiv (X , Y) \in R \wedge (X , Y) \in S$

$X \longrightarrow R \qquad Y \longrightarrow S$

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir



تفاضل

$X\,(R-S)\,Y \longrightarrow X\ R\ Y,\ X\ \cancel{S}\ Y \longrightarrow (X,Y)\in R \wedge (X,Y)\in \cancel{S}$

متمم

$X\ \bar{R}\ Y$ یا $X\ {}^{\sim}R\ Y \longrightarrow X\ \cancel{R}\ Y \longrightarrow (X,Y)\in R \wedge (X,Y) \cancel{\in} S$

دوران

$X\ R^{-1}\ Y \longrightarrow Y\ R\ X$

مثال – در صورتی که مجموعه A و روابط R و S بصورت زیر باشندکلیه اعمال روی مجموعه ها را بر روی روابط R و S اعمال می کنید.

$A = \{ 1,2,3 \}$

$R = \{ (1,1)\ (1,2)\ (1,3)\ (2,3)\ (3,1) \}$

$S = \{ (1,2)\ (2,1)\ (1,1)\ (3,3) \}$

$R \cup S = \{ (1,1)\ (1,2)\ (1,3)\ (2,2)\ (3,1)\ (2,1)\ (3,3) \}$

$R \cap S = \{ (1,1)\ (1,2) \}$

$\bar{R} = \{ (2,1)\ (2,3)\ (3,2)\ (3,3) \}$

$9 - 5 = 4$

$\downarrow$

$(A*A)-R=R$

$R^{-1} = \{ (1,2)\ (1,1)\ (1,3)\ (3,2)\ (2,1)\ (2,3)\ (3,3)\ (3,1)\ (3,2) \}$

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

a = 1

مجموعه پرانتز هایی که عدد دومشان ۱ است را می نویسیم.

(x , 1)

{ (1,1) (2,1) (3,1) }

شرط پیش فرض :

$$\boxed{[\, b\,]_R = [\, b\,] = \{\, x \; R \; y \; l \,\} \, (\, x \,,\, b\,) \in \; R}$$

به عنوان مثال اگر شرط پیش فرض سوال عوض بشود ،مجوعه زیر را خواهیم داشت :

$[\, a\,]_R = [\, a\,] = \{\, x+y \; l \; x+y \; S \; a \,\} \; (\, x+y \,,\, a\,) \in s$

مثال :

S={ (1+2+3) (2+3+5) (1+1 ,1) (4+2,5) (5+1 ,5) }

پاسخ:

{ (1+2 , 3) }

_ کوچکترین مجموعه افراض این مجموعه { 2+3 , 5+1 , 4+2 }

شرط مثال فوق به شرح زیر می باشد ؛

```
If  ( x+y==5 ) ll ( x+y==6 )
{
      a = 5
       }
```

پاسخ:

{$\boxed{(2+3 , 5)}$(5+1 , 5) (4+2 , 5)}

کوچکترین افراض این مجموعه

حال اگر پس از جواب نهایی افراض را بخواهد ،پاسخ به شرح زیر خواهد بود؛

{ 2+3 , 5+1 , 4+2 }

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

مثال: کلاس هم ارزی برای $a + d \equiv b + c \longleftrightarrow (a , b) R (c , d)$ بنویسید.

x y y x

حل:

[(a,b)]={ (x,y) I (x,y) R (a,b)]

X+b = y+a

شیب مرزی --

If a=b=0 ⟶ x=y

If a=1 , b=2 ⟶ x+2=y+1 $\xrightarrow{\text{خروجی}}$ $\boxed{y = x + 2 - 1}$ ⟶ y=x+b

y=mx+b

y=1x+1

معادله شیب خط با مقدار یک مثبت

مثال- برای معادله ی $a+b\equiv c+d \longleftrightarrow (a,b) R (c,d)$ کلاس هم ارزی و شروط را بنویسید.

پاسخ :

[(a,b)]={ (x,y) I (x,y) R (a,b)]

A+b=x+y

if a=b=0 ⟶ 0+0=x+y ⟶ y= -x

if a=1 , b=2 ⟶ 1+2=x+y ⟶ $\boxed{y= -x+3}$ ⟶ شیب خط با x منفی

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

ضرب بستار ها _ join

۱ - بستار بازتاب

برای رابطه R بر روی مجموعه A که شامل کوچکترین مجموعه رابطه بازتاب R باشد بستار بازتاب رابطه R گویند.

مثال: بستار رابطه ی زیر را بنویسید.

A = { 1 , 2 , 3 , 4 }

R = { (1,1) (2,3) (3,2) (1,4) }

{ (1,1) (2,3) (3,2) (1,4) (2,2) (3,3) (4,4) }

۲ – بستار متقارن

برای رابطه R بر روی مجموعه A کوچکترین مجموعه که شامل رابطه R باشد و متقارن نیز باشد، آن را بستار متقارن رابطه R گویند.

مثال:

A = { 1 , 2 , 3 , 4 }

R = { (1,1) (2,3) (3,2) (1,4) (4,1) }

متقارن می شود

۳ – بستار متعدی

برای رابطه R بر روی مجموعه A کوچکترین مجموعه که شامل رابطه R باشد و متعدی نیز باشد، آن را بستار متعدی رابطه R گویند.

مثال:

A = { 1 , 2 , 3 , 4 }

R = { (1,1) (2,3) (3,2) (1,4) (2,2) }

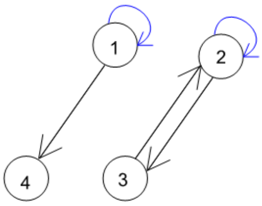
Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

...فصل پنجم...

روابط و گراف ها

هر مجموعه ای مانند S که بر روی مجموعه A تعریف شود را می توان با یک گراف نمایش داد. بطوری که خواص مجموعه ها در آن صدق کند.



رابطه ها دارای چندین خاصیت هستند،که عبارتند از؛

الف - خاصیت بازتابی " Reflexive "

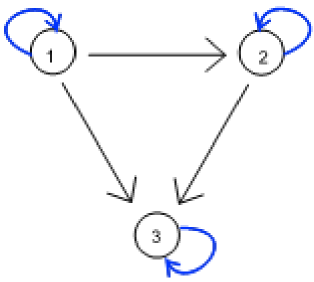
رابطه ای دارای خاصیت بازتابی است که،تمام اعضاء یک به یک با یکدیگر در ارتباط باشند .به بیان دیگر به ازای هر راس یک سیکل یا طوق داشته باشیم.

رابطه ای بازتابی است که برای هر عضو مجموعه مورد نظر تمامی زوج مرتب های x و x را شامل شود.

$$\forall x \in A : (x, x) \in R$$

X R X

شرط بازتابی بودن این است که تمام NOD ها دارای طوق باشند.



مثال :

A= {1,2,3}

R= { (1,1) (2,2) (3,3) (1,2) .....}

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

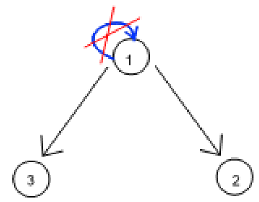
ب - خاصیت ضد بازتابی " Anti-Reflexive "

رابطه ای دارای خاصیت ضد بازتابی است که، هیچ x از طریق رابطه R با خودش در ارتباط نباشد.(گراف بدون طوق باشد.)

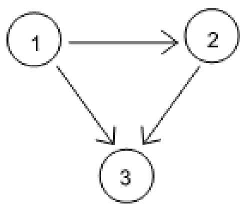
$$\forall X \in A : (X,X) \in R$$

$$X \; R \; X \equiv \nexists X \in A : X \, R \, X$$

وجود ندارد X عضو A که x از طریق R با x در ارتباط باشد



مثال: گراف زیر بازتابی است یا ضد بازتابی؟



A = { 1 , 2 , 3 }

R_2 = { (1,2) (2,3) (3,1) }

باز تابی و ضد بازتابی نیست. بازتابی نیست. زیرا؛ تمامی اعضا وجود ندارند به صورت یک رابطه. ضد بازتابی نیست زیرا؛دو تا از اعضا با خود در ارتباط هستند.

ج – خاصیت تقارن ' symmetry '

به ازای تمام X و Y هایی که عضو مجموعه A باشند X از طریق R با Y در ارتباط باشد و Y از طریق R با Xدر ارتباط باشد. به بیان دیگر ،به ازای هر زوج مرتب X و Y زوج مرتب Y به X نیز موجود باشد.

$$\forall_{x,y} \in A \;\; X \; R \; Y \longrightarrow Y \, R \, X$$

مثال – رابطه ای بنویسید که فقط دارای حالت تقارن باشد.

A = { 1 , 2 , 3 }

R_3 = { (1,1) (1,2) (2,1) }

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

د - خاصیت ضد تقارن یا پاد متقارن ' Anti - symmetry '

به ازای تمامی X و Y هایی که عضو R هستند از طریق R با Y ارتباط داشته باشند و همچنین X با Y برابر باشد.

به بیان دیگر به ازای هر زوج مرتب X و Y زوج مرتب Y به X نیز موجود باشد.

حالت تقارن موجود نباشد . مثلا: اگر (۱و۳) وجود دارد (۳و۱) موجود نباشد.

در یک گراف هیچ یال دو طرفه ای وجود نداشته باشد.

$$\forall X, Y \in A \quad X\,R\,Y\,,\,Y\,R\,X \longrightarrow X = Y$$

مثال:

A = { 1 , 2 , 3 }

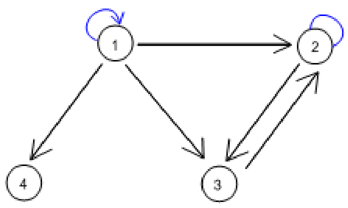
R_4 = { (1,1) (3,1) (2,3) }

هـ - تعدی "ترایایی"

اگر یک زوج مرتب X و Y و Z داشته باشیم؛

به ازای هر X و y و z که عضو A هستند ، X از طریق Rبا Y در ارتباط باشد و Y از طریق R با Z در ارتباط باشد آنگاه می گوییم ؛X از طریق R با Z در ارتباط است .

$$\forall x, y, z \in A : X\,R\,Y\,,\,Y\,R\,Z \longrightarrow X\,R\,Z$$



به ازای هر مسیر از نقطه A به C با هزینه ۲ یک مسیربا هزینه ۱ وجود داشته باشد.

مثال – بر روی مجموعه { 4 , 3 , 2 , 1 }=A مشخص کنید.

تعداد عضوها

الف- چند رابطه وجود دارد؟

$4^2 = 16$

Elhame.sabahi@gmail.com

ب- چند رابطه بازتابی وجود دارد؟

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & \multicolumn{4}{c}{\multirow{4}{*}{$\begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$}} \\ 2 & \\ 3 & \\ 4 & \end{array}$$

حالات نامعلوم

$$2^{n^2-n} = 2^{16-4} = 2^{12}$$

ج- چند رابطه متقارن وجود دارد؟

$$2^n \times 2^{\frac{n^2-n}{2}}$$

د- چند رابطه پاد متقارن وجود دارد؟

$$2^n \times 3^{\frac{n^2-n}{2}}$$

هـ- چند رابطه وجود دارد که هم دارای خاصیت بازتابی و هم متقارن باشد؟

$$2^{\frac{n^2-n}{2}}$$

و- چند رابطه وجود دارد که دارای خاصیت بازتابی و پادمتقارن باشد؟

$$3^{\frac{n^2-n}{2}}$$

ز- چند رابطه وجود دارد که دارای خاصیت متقارن و پادمتقارن باشد؟

$$2^n$$

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

مثال – مجموعه A={ 1 , 2 , 3 } را در نظر بگیرید و روابط آن را بنویسید.

الف – رابطه های را بنویسید که فقط دارای حالت بازتابی باشد.

$$R_1 = \{ \underbrace{(1,1)\ (2,2)\ (3,3)}_{1}\ \underbrace{(1,2)}_{2}\ \underbrace{(2,1)}_{3}\ \underbrace{(3,2)}_{4} \}$$

۱-در این قسمت مجموعه بازتابی است.

۲-با افزودن (1,2) حالت تقارن را از بین می بریم.

۳-با افزودن (2,1) تقارن ایجاد شده و بازتابی از بین می رود.

۴-(3,2)حالت تقارن و تعدی را از بین می برد.(فقط بازتابی)

ب – مجموعه ای را بنویسید که فقط دارای خاصیت تقارنی باشد.

X Y Z

$$R_2 = \{ \underbrace{(1,2)\ (2,1)}_{\text{تقارن و متعدی}}\ (3,3) \}$$

باز تابی و ضد بازتابی و ضد متقارن و متعدی نیست

ج – مجموعه ای را بنویسید که فقط متقارن و متعدی باشد.

$$R_3 =\{ (1,2)\ (2,1)\ (1,1)\ (2,2) \}$$

د - مجموعه ای را بنویسید که فقط پاد متقارن و متعدی باشد.

$$R_4 =\{ (3,1)\ (3,3)\ (1,1)\ (1,3) \}$$

هـ - مجموعه ای را بنویسید که دارای خاصیت متقارن ،پادمتقارن ، بازتاب باشد ولی متهدی نباشد.

چنین مجموعه ای وجود ندارد، زیرا؛هر رابطه ای که متقارن،پادمتقارن و بازتابی باشد؛قطعا متعدی خواهد بود.

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

رابطه تساوی یا دلتـــا ' Δ '

رابطه بازتابی است که به ازای هر عضو مجموعه مورد نظر تمامی زوج مرتب های X و X را شامل شود. (به جز ضد بازتابی همه روابط را شامل می شود.)

Δ = { (1,1) (2,2) (3,3) }


بیشتر بدانید....!!¿¿

- رابطه ای دارای خاصیت ضد بازتابی است که هیچ زوج مرتب X وX در رابطه وجود نداشته باشد.
- رابطه ای دارای خاصیت تقارن است که اگر (X و Y) در رابطه وجود دارد (Y و X) نیز در رابطه باشد.
- رابطه ای که در صورت وجود زوج مرتب (Y و X) زوج مرتب (X و Y) در آن وجود نداشته باشد.
- رابطه ای که درصورت وجود زوج مرتب X و Y و زوج مرتب Z وY زوج مرتب Z و X وجود داشته باشد.

ترانهاده

در جبر خطی ترانهاده یک ماتریس مانند Aماتریس دیگری است که با نماد A^T به شکل‌های دیگر (A' یا A^{tr} یا A^t)نوشته می‌شود.

به عبارت دیگر باید هنگام نوشتن ترانهاده هر ماتریسی سطرهای ماتریس را به شکل ستون نوشت و ستون‌های ماتریس را به شکل سطر در واقع یک ماتریس n×m اگر ترانهاده شود یک ماتریس m×n خواهد بود.ترانهاده یک عدد همان عدد است.

R = { (1,2) (2,1) (1,3) (3,1) }

R^t= { (2,1) (1,2) (3,1) (1,3)}

Elhame.sabahi@gmail.com

نکات تکمیلی در نوشتن روابط...!؟

۱ - رابطه ای که دارای خاصیت بازتابی ، تقارنی و پادتقارنی باشد ، قطعا دارای خاصیت متعدی خواهد بود. (دلتـا ' Δ ')

۲ – رابطه ای بازتاب است اگر و اگر دلتا یا تساوی زیر مجموعه R باشد.

$$\Delta \subseteq R$$

۳ – یک رابطه متقارن است درصورتی که ماتریس رابطه R با ماتریس ترانهاده R برابر باشد.

$$R = R^{t}$$

۴ – یک رابطه دارای خاصیت متعدی است اگر و فقط اگر ماتریس رابطه R^2 زیرمجموعه R باشد .

$$R^2 \subseteq R$$

۵ – یک رابطه دارای خاصیت پاد متقارن است اگر و فقط اگر اشتراک رابطه R با ترانهاده آن زیر مجموعه دلتا باشد.

$$A \cap R^{t} \subseteq \Delta$$

$R = \{ (1,1)\ (2,2)\ (1,3) \}$

$R^t = \{ (1,1)\ (2,2)\ (3,1) \}$

$\Delta = \{ (1,1)\ (2,2)\ (3,3) \}$

$R \cap R^{t} = \{ (1,1)\ (2,2) \} \subseteq \{ (1,1)\ (2,2)\ (3,3) \}$

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

ماتریس روابط و خواص ارتباط

۱ – بازتابی

در صورتی که عناصر قطر اصلی همگی یک باشند مشروط بر اینکه مابقیه درایه ها صفر باشند، ماتریس دارای خاصیت بازتابی است.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۲ – ضد بازتابی

در صورتی که عناصر قطر اصلی همگی صفر باشند ماتریس دارای خاصیت ضد بازتابی است.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۳ – ماتریس تقارنی

در صورتی که ماتریس با ماتریس ترانهاده شده برابر باشد.

$$A \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A^t \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

۴ – ماتریس ضد تقارنی

در صورتی که به ازای زوج مرتب x و y زوج مرتب y و x وجود نداشته باشد.

$$\begin{array}{cc|c} & & y \\ & & \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \hline x & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \quad (1,2)\ (2,1)$$

---

۵ – ماتریس تعدی

ماتریس رابطه R^2 باید کوچکتر از ماتریس R باشد. $R^2 < R$

$$(a, b)\, R\, (c, d) \longrightarrow a + b + c + f = b + c + d + e$$

$$(c, d)\, R\, (c + f)$$

$$\boxed{R = a + f - b + e}$$

a_1 b_2 a_2 b_1

---

x R y , y R z (a , b) R (e,f)

(x R z) هم ارز هستند

Elhame.sabahi@gmail.com

رابطه هم ارزی

در صورتی که رابطه ای دارای سه خاصیت بازتابی ، تقارنی و تعدی (همزاد بودن) باشد ، ای رابطه را رابطه هم ارز یا کلاس هم ارز گویند.

مثال:

$$A = \{ 1 , 2 , 3 \} \xrightarrow{\text{رابطه هم ارزی}} R \{ (1,1)\ (2,2)\ (3,3) \}$$

مثال – ثابت کنید روابط زیر هم ارز هستند .

A) $(a,b)\ R\ (c,d) \longleftrightarrow a + d = b + c$

بازتابی

$(a , b)\ R\ (a , b)$

تقارن

$(a , b)\ R\ (c , d) \rightarrow a + d = b + c , c + b = d + a$

b) $(a,b)\ s\ (c,d) \longleftrightarrow a + d = b + c$

بازتابی

$(a , b)\ s\ (a , b) \rightarrow a+b = a+b$

تقارن

$(a , b)\ s\ (c , d) \rightarrow a + d = c + d , d + c = b + a$

تعدی

$(a , b)\ s\ (c , d) \rightarrow a + b + \cancel{c} + \cancel{d} = \cancel{c} + d + e + f$

$(c , d)\ s\ (e , f) \quad a + b = e + f \quad \boxed{(a , b)\ s\ (e , f)}$

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

افراز

۱ - به ازای اجتماع A_1 تا A_n حاصل A شود .

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \ldots\ldots \cup A_n = A$$

---

۲ – به ازای همه i و j ها اشتراک i و j ها تهی باشد.

$$\forall_{i,j} \qquad A_i \cap A_j = \emptyset$$

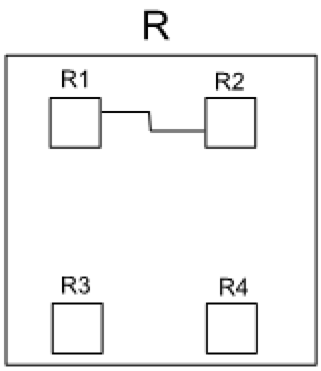
---

۳ – به ازای هر A_i هیچ A_i دیگری موجود نباشد.

$$\nexists \quad A_i \mid A_i = 0$$

تعریف پارتیشن

$A_1 , A_2 , A_3 , \ldots , A_n$



مثال : برای مجموعه $A = \{1 , 2 , 3\}$ تمامی افرازها (پارتیشن ها) را بنویسید .

حالت یک - بزرگ ترین افراز

$$A = \{ \underbrace{\{1\}}_{A1} , \underbrace{\{2\}}_{A2} , \underbrace{\{3\}}_{A3} \}$$

حالت دو - اشتراک بین دو مجموعه ∅ است.

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir

$$\{\{1,2\},\{3\}\} = \emptyset$$

حالت سه - اشتراک بین دو مجموعه ∅ است.

$$\{\{2,3\},\{1\}\} = \emptyset$$

حالت چهار

$$\{\{1,3\},\{2\}\}$$

حالت پنج

$$\{\{1,2,3\}\}$$

نکته : به هر زیر مجموعه یک کلاس یا BLICK مد گویند.

برای هر افراز از یک تا پنج می توان رابطه ای نوشت که هم ارز باشد .مانند :R که بصورت زیر تعریف می شود.

A از طریق R با b رابطه دارد اگر و تنها اگر A و B عضو یک کلاس باشند.

$R_2 = \{ (1,1)\ (2,2)\ (2,1)\ (1,2)\ (3,3) \}$

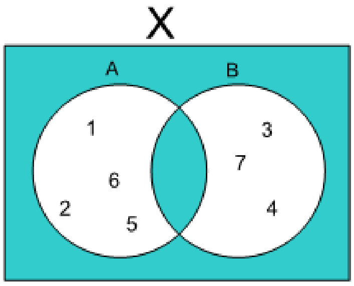
$R_2 = \{ (1,2)\ (1,3)\ (1,1)\ (2,3)\ (2,1)\ (2,2)\ (3,1)\ (3,2)\ (3,3) \}$


تعداد روابط هم ارزی در مجموعه ای مانند A برابر است با تعداد افراز های آن.

ا گر a و b زیرمجموعه ای غیر تهی از مجموعه ای مانند x باشند که اشتراک آن ها غیر تهی باشد آنگاه در صورتی که مجموعه های I_0 تا I_3 را بصورت زیر تعریف کنیم این چهارمجموعه یک افراز برای مجموعه X خواهد بود.

Elhame.sabahi@gmail.com

srm.php@hotmail.com
srmphp.blog.ir



$I_0 = A \cap B$

$I_1 = \overline{A} \cup B$

$I_2 = \overline{B} \cap A$

$I_3 = \overline{A} \cap \overline{B}$

به هر کدام از I_0 تا I_3 اشتراک متم یا Minterm گفته می شود.

کلاس هم ارزی

$$[a]_R = [a] = \{ \underbrace{x \mid x \; R \; a}_{\text{شرط رابطه}} \} \; \underbrace{(X \; , \; a) \in R}_{\text{کلاس هم ارزی}}$$

مثال – فرض کنید دارای یک رابطه هستیم، برای رابطه A=1 خروجی چیست؟

A = { 1 , 2 , 3 }

R = { (1,2) (1,1) (2,3) (3,2) (2,1) (2,3) (3,3) (3,1) (3,2) }

A = 1

(X , 1)

{ (1,1) (2,1) (3,1) }

سخن گفتن شهر دانش است و گوش کردن نعمت خرد

Elhame.sabahi@gmail.com