Third Edition

CHAPTER 1

MECHANICS OF MATERIALS

Ferdinand P. Beer
E. Russell Johnston, Jr.
John T. DeWolf

Lecture Notes:
J. Walt Oler
Texas Tech University

مفهوم تنش

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

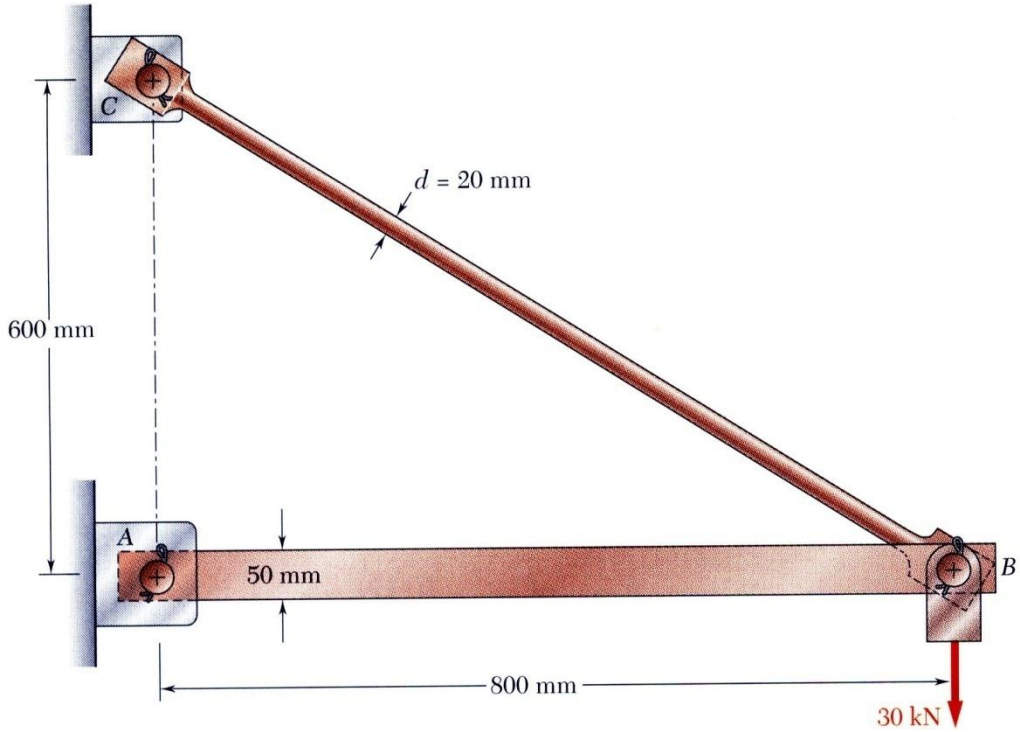
Concept of Stress

- موضوع اصلی علم مقاومت مصالح، مطالعه و بررسی مفاهیمی است که با تحلیل و طراحی اعضای سازه ای یا ماشین آلاتی که وظیفه حمل و انتقال بار را بر عهده دارند، در ارتباط است.

- تحلیل و طراحی اعضای سازه ای مستلزم محاسبه تنش و تغییرشکل به وجود آمده در این اعضاست که در این فصل با مفاهیم تنش آشنا خواهیم شد.

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

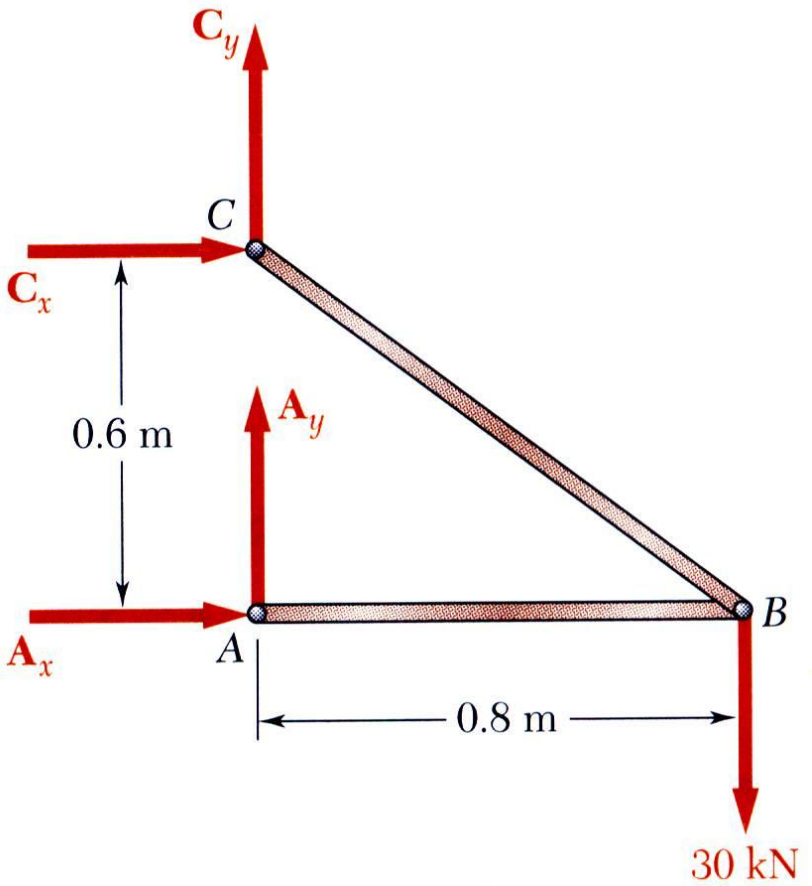
مثال1: آشنایی با مفهوم تنش



- سازه زیر تحت اثر نیروی **30KN** را در نظر بگیرید:
- سازه متشکل از دو عضو میله ای با اتصال مفصلی و با تکیه گاه های مفصلی می باشد.
- با استفاده از مفاهیم استاتیک، واکنش های تکیه گاهی و نیروی داخلی هر عضو را محاسبه کنید.

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

مثال1:



- دیاگرام آزاد سازه را همراه با واکنش های تکیه گاهی رسم می کنیم.
  - معادلات تعادل استاتیکی را تشکیل می دهیم:

$$\sum M_C = 0 = A_x(0.6\,\text{m}) - (30\,\text{kN})(0.8\,\text{m})$$

$$A_x = 40\,\text{kN}$$

$$\sum F_x = 0 = A_x + C_x$$

$$C_x = -A_x = -40\,\text{kN}$$

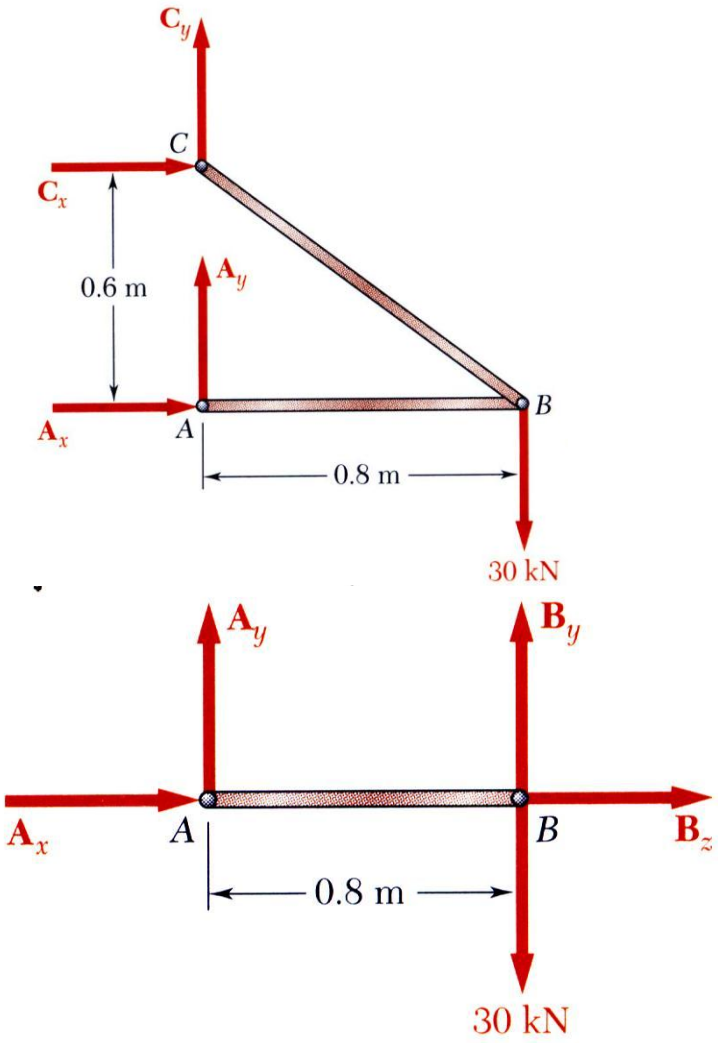
$$\sum F_y = 0 = A_y + C_y - 30\,\text{kN} = 0$$

$$A_y + C_y = 30\,\text{kN}$$

- A_y and C_y قابل محاسبه از طریق معادلات تعادل نیستند:

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

مثال1:



- وقتی می گوییم سازه ای در تعادل است، بایستی نیروهای داخلی تمام اعضای آن نیز در تعادل باشند.

- دیاگرام آزاد عضو AB را در نظر بگیرید:

$$\sum M_B = 0 = -A_y(0.8\,\text{m})$$

$$A_y = 0$$

بازگشت به معادلات تعادل سازه:

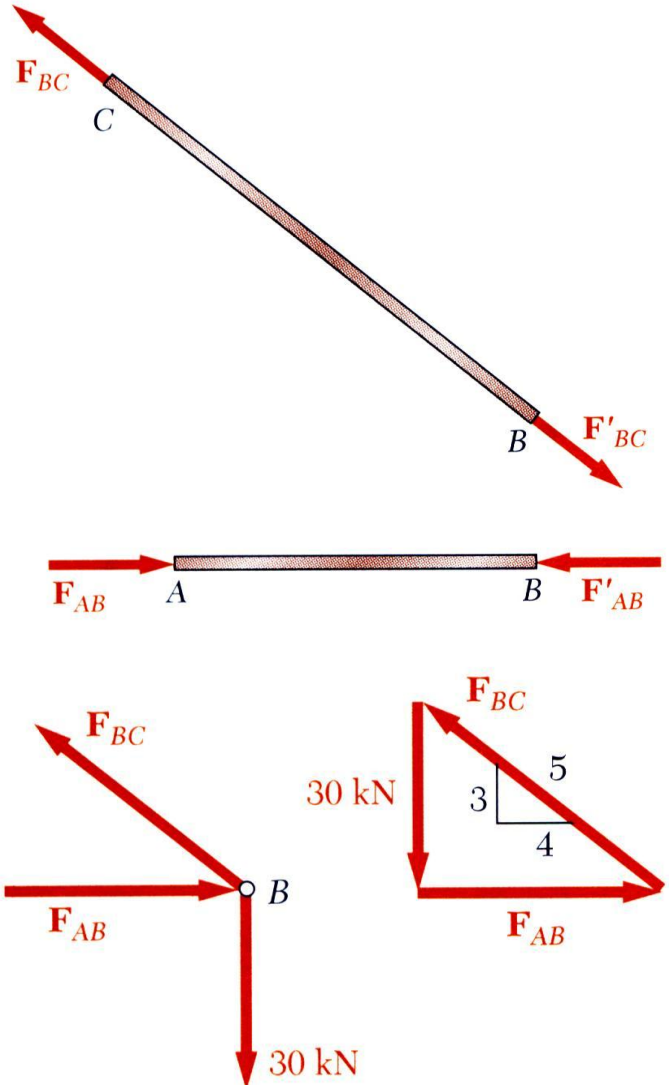
$$C_y = 30\,\text{kN}$$

- در نتیجه:

$$A = 40\,\text{kN} \rightarrow \quad C_x = 40\,\text{kN} \leftarrow \quad C_y = 30\,\text{kN} \uparrow$$

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

مثال1:



- با توجه به اتصالات مفصلی اعضا و تکیه گاه ها، اعضای سازه دو نیرویی هستند، یعنی نیروهای داخلی در امتـداد عضـو و در دو انتهای آن قابل نمایش می باشد.

- در یک سازه در حال تعلادل، تمامی گره های سازه نیز بایسـتی در تعادل باشند

$$\sum \vec{F}_B = 0$$

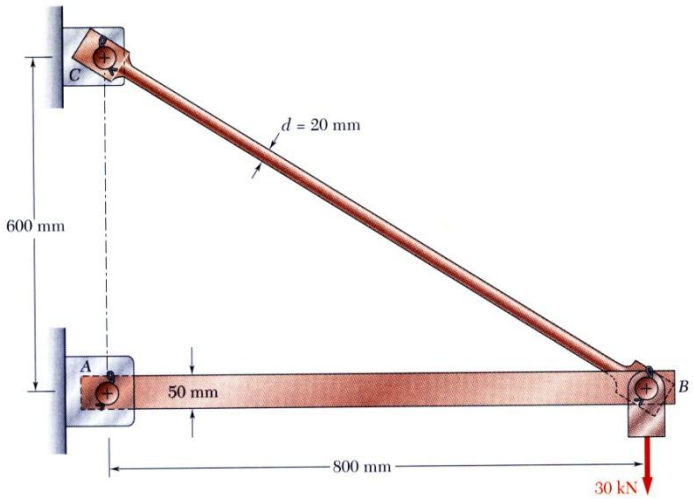
$$\frac{F_{AB}}{4} = \frac{F_{BC}}{5} = \frac{30\,\text{kN}}{3}$$

$$F_{AB} = 40\,\text{kN} \qquad F_{BC} = 50\,\text{kN}$$

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

مثال1:

آیا سازه قادر به تحمل نیروی 30KN وارده می باشد:



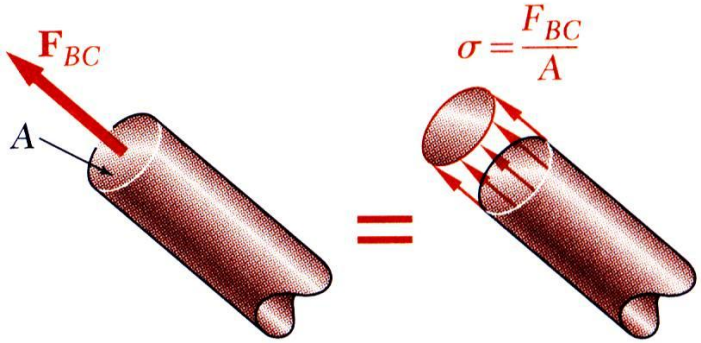
- نتایج تحلیل استاتیکی

$$F_{AB} = 40\ \text{kN (compression)}$$
$$F_{BC} = 50\ \text{kN (tension)}$$

- از آنجایی که نیروی داخلی عضو BC، 50KN می باشد، لذا شدت نیروی وارده یا تنش وارد بر آن به شرح زیر محاسبه می شود:

$$d_{BC} = 20\ \text{mm}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{P}{A} = \frac{50\times10^{3}\,\text{N}}{314\times10^{-6}\,\text{m}^2} = 159\,\text{MPa}$$



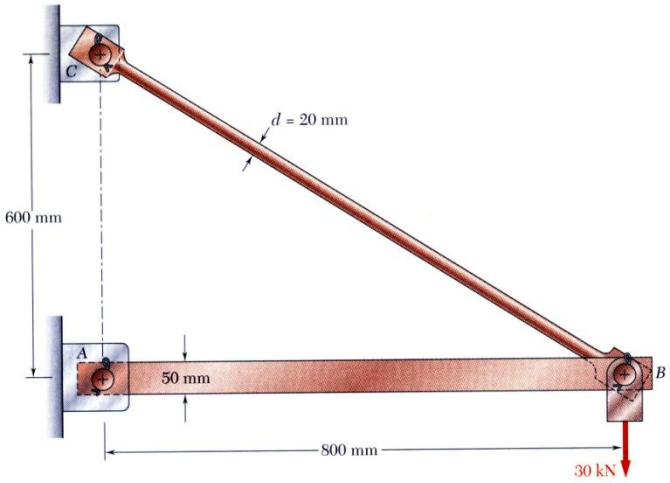
- تنش مجاز فولاد برابر است با :

$$\sigma_{\text{all}} = 165\,\text{MPa}$$

- لذا مقاومت میله BC کافی است.

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

مثال1:



- طراحی اعضای سازه ای مستلزم انتخاب مصالح مناسب و مقاطع با ابعاد مناسب جهت تحمل بارهای وارده است.

- برای نمونه می خواهیم میله BC را با فلز آلومینیوم با تـنش مجـاز (σ_{all}= 100 MPa). طراحی کنیم.

$$\sigma_{all} = \frac{P}{A} \qquad A = \frac{P}{\sigma_{all}} = \frac{50\times10^{3}\,\mathrm{N}}{100\times10^{6}\,\mathrm{Pa}} = 500\times10^{-6}\,\mathrm{m}^2$$

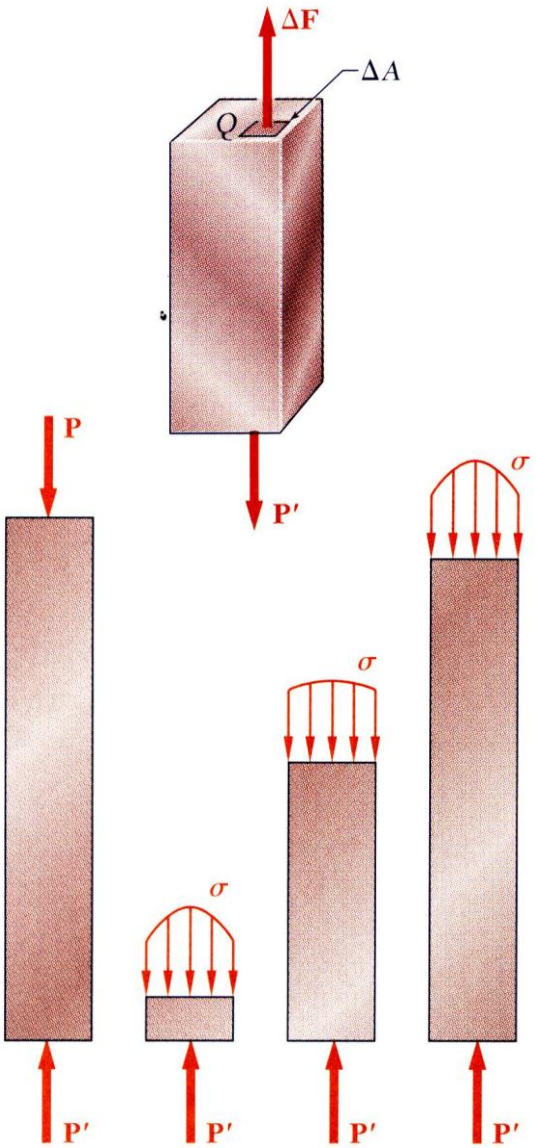
$$A = \pi\frac{d^2}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4\left(500\times10^{-6}\,\mathrm{m}^2\right)}{\pi}} = 2.52\times10^{-2}\,\mathrm{m} = 25.2\,\mathrm{mm}$$

- لذا میله آلومینیومی با قطر 26mm می تواند گزینه مناسبی باشد.

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

بارگذاری محوری : تنش نرمال



- در یک عضو سازه ای تحت اثر بار محوری، برآیند نیروهای داخلی، بر سطح مقطع گذرنده از محور عضو، عمود است.

- شدت نیروهای داخلی در این سطح مقطع را، تنش نرمال می نامیم.

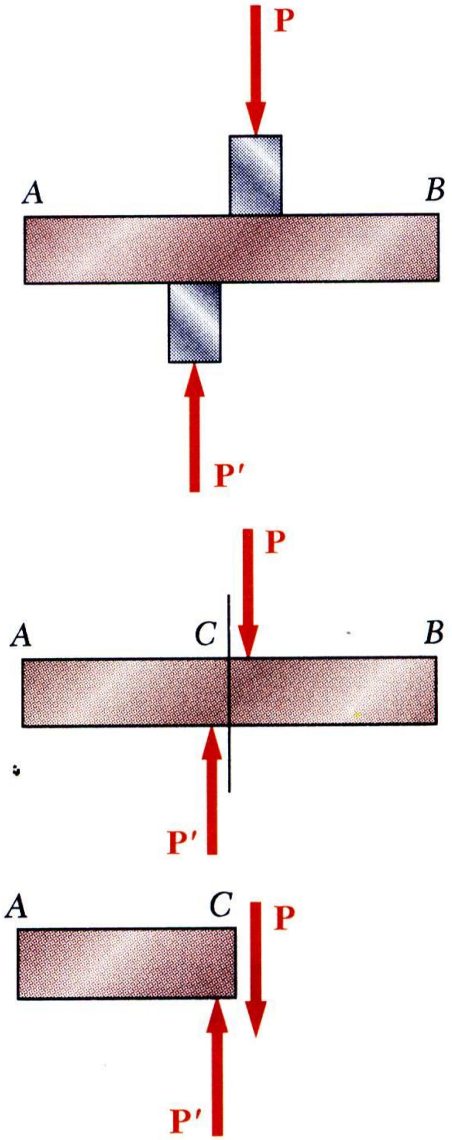
$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \qquad \sigma_{ave} = \frac{P}{A}$$

- تنش نرمال در نقطه اثر بار، با تنش متوسط برابر نیست.

- در مسائل مهندسی از توزیع دقیق تنش صرف نظر کرده و با مفهوم تنش متوسط کار می کنیم.

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

تنش برشی



- بارهای P و P’ به صورت عرضی بر عضو AB وارد شده است.
- نیروهای داخلی عضو ABدر مقطع C را در نظر می گیریم.
- با توجه به مفاهیم استاتیک می دانیم، برآیند نیروهای برشی در مقطع C برابر است با P.
- لذا تنش برشی متوسط برابر است با:

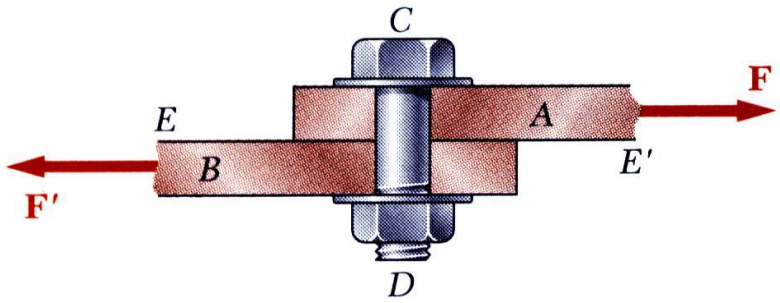
$$\tau_{ave} = \frac{P}{A}$$

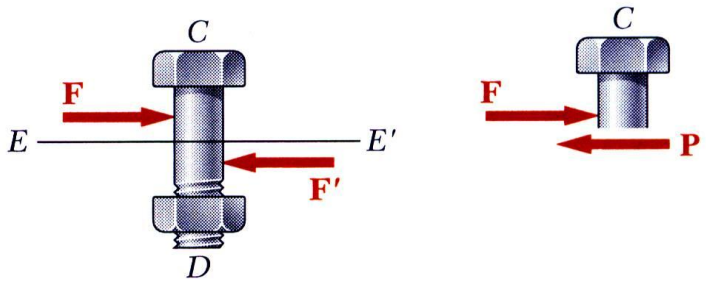
- در یک سطح مقطع مورد بررسی، توزیع تنش برشی به گونه است گه مقدار آن می تواند از صفر تا مقداری بسیار بزرگتر از تنش متوسط برشی متغیر باشد.
- بر خلاف تنش محوری، توزیع تنش برشی را نمی توانیم یک نواخت فرض کنیم.

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

نمونه هایی از تنش برشی در اتصالات

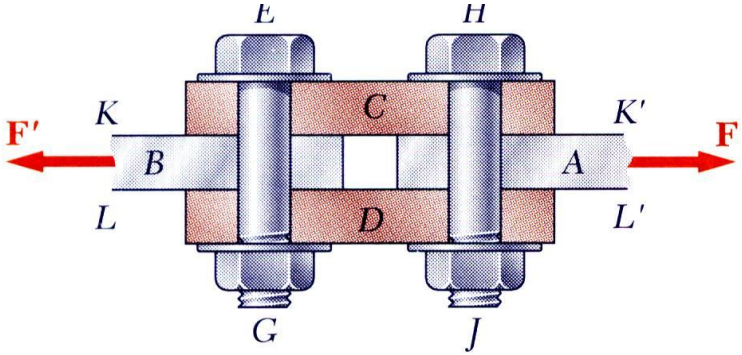
Single Shear

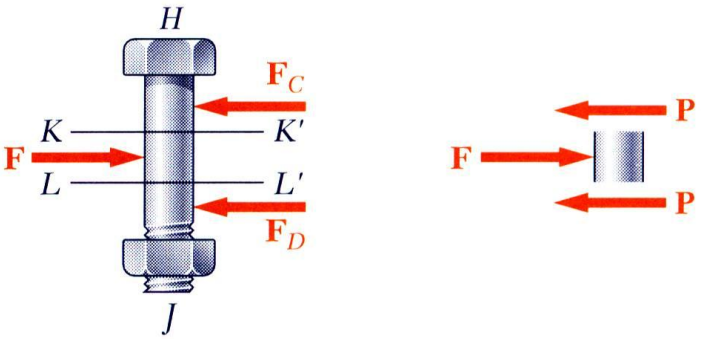




$$\tau_{ave} = \frac{P}{A} = \frac{F}{A}$$

Double Shear

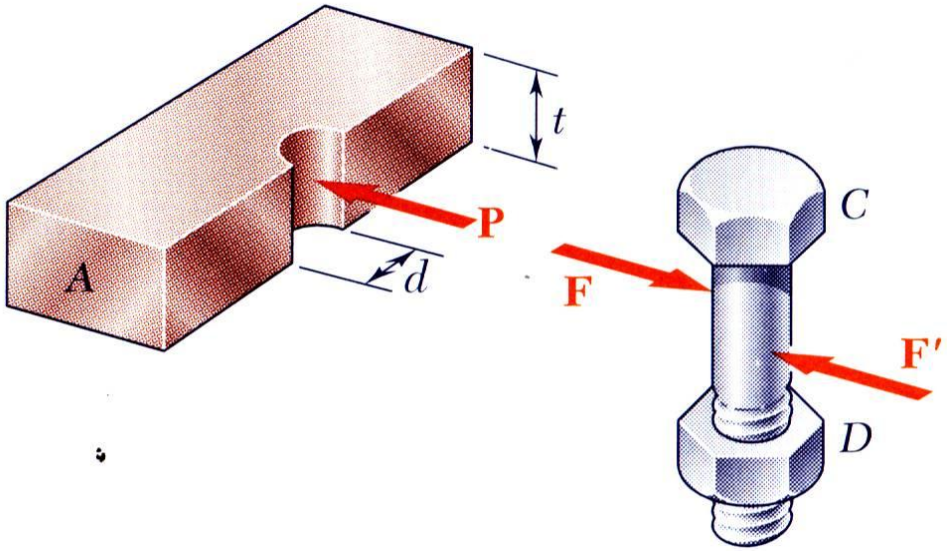




$$\tau_{ave} = \frac{P}{A} = \frac{F}{2A}$$

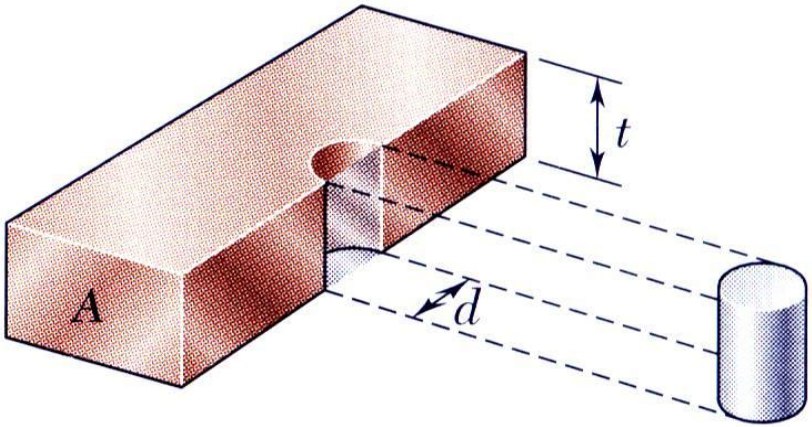
© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

تنش اتکایی (لهیدگی)



- وسایل اتصال نظیر پیچ ها و پرچها، نیرویی را در محل اتکای خود به اعضای سازه ای وارد می کنند.

- برالیند نیروهای وارد بر سطوح اتکا، برابر و در خلاف جهت نیروی برشی وارد بر پیچ است.

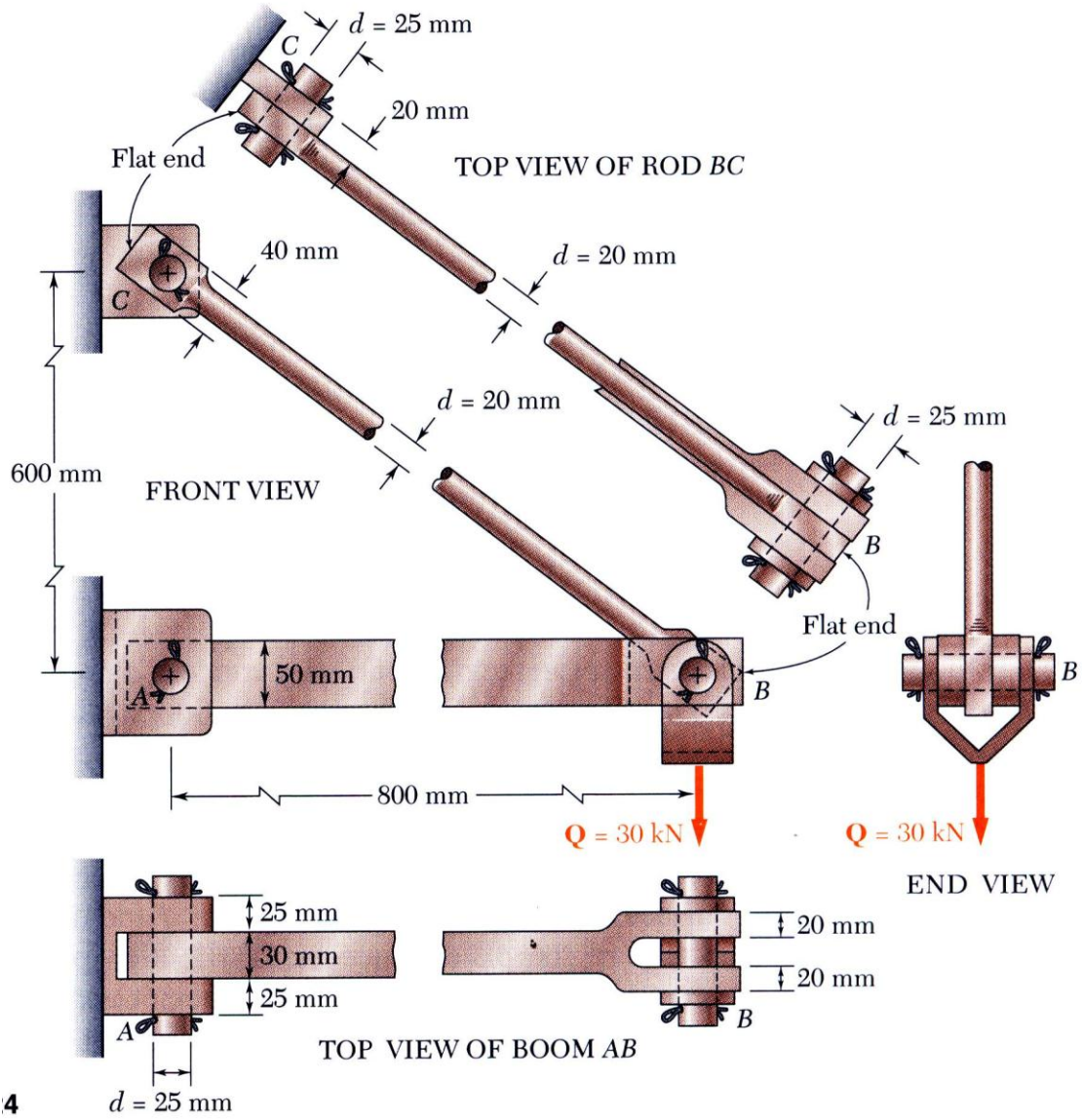


- شدت نیروی متوسط وارد بر سطوح اتکا را تنش اتکایی یا تنش لهیدگی می نامیم.

$$\sigma_b = \frac{P}{A} = \frac{P}{t\,d}$$

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

مثال2:



❖ در سازه زیر مطلوب است محاسبه:

✓ تنش نرمال در اعضای میله ای

✓ تنش برشی وارد بر پین ها

✓ تنش اتکایی وارده از پین ها به سطوح اتکا

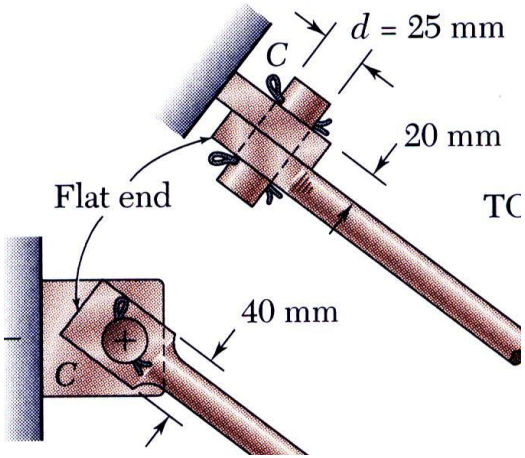
- نتایج تحلیل استلاتیکی

$F_{AB} = 40$ kN (فشار)

$F_{BC} = 50$ kN (کشش)

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

مثال2:



- میله BC تحت اثر نیروی داخلی ۵۰KN در کشش قرار دارد لذا:

$$A=(0.25\pi)(20mm)^2=314\times10^{-6}\,\mathrm{m}^2$$

$$\sigma_{BC,end}=\frac{P}{A}=\frac{50\times10^3\,N}{314\times10^{-6}\,\mathrm{m}^2}=159\,\mathrm{MPa}$$

- در محل اتصال میله BC به تکیه گاه در محل سوراخ پین، با کاهش مساحت میله مواجه هستیم پس تنش را در این مقطع نیز کنترل می کنیم.

$$A=(20\,\mathrm{mm})(40\,\mathrm{mm}-25\,\mathrm{mm})=300\times10^{-6}\,\mathrm{m}^2$$

$$\sigma_{BC,end}=\frac{P}{A}=\frac{50\times10^3\,N}{300\times10^{-6}\,\mathrm{m}^2}=167\,\mathrm{MPa}$$

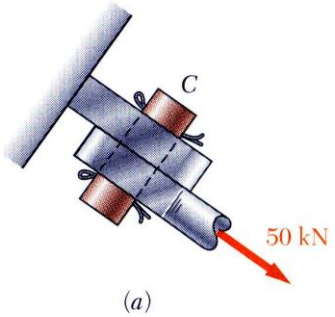
- قطعه ABتحت اثر نیروی داخلی ۴۰KNدر فشار قرار دارد لذا:

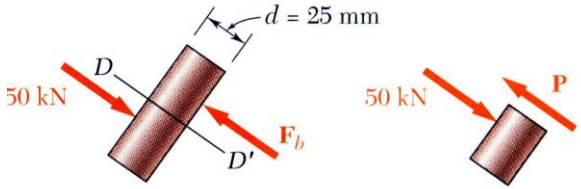
$$A=(50mm)(30mm)\ =1500\times10^{-6}\,\mathrm{m}^2$$

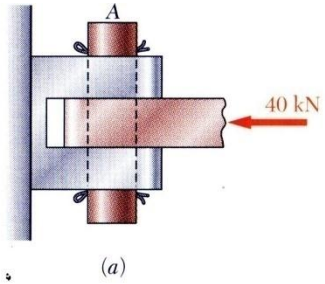
$$\sigma_{BC,end}=\frac{P}{A}=\frac{40\times10^3\,N}{1500\times10^{-6}\,\mathrm{m}^2}=26.67\,\mathrm{MPa}$$

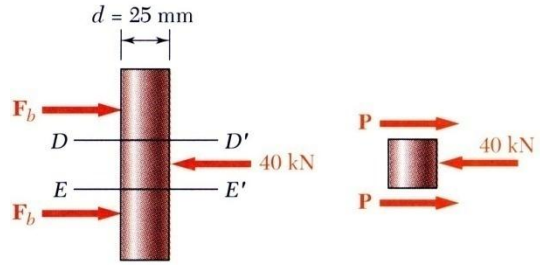
© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

مثال2:









- سطح مقطع پین ها را محاسبه می کنیم :

$$A = \pi r^2 = \pi\left(\frac{25\text{mm}}{2}\right)^2 = 491\times10^{-6}\text{m}^2$$

- نیروی ولارد بر پین C معادل نیروی عضو BC می باشد. لذا:

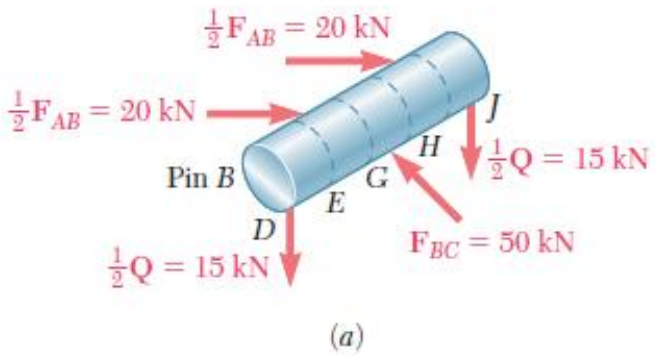
$$\tau_{C,ave} = \frac{P}{A} = \frac{50\times10^3\text{N}}{491\times10^{-6}\text{m}^2} = 102\text{MPa}$$

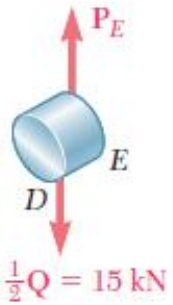
- پین A با توجه به جزئیات اتصال آن تحت اثر برش دوطرفه ناشی از نیروی عضو AB قرار دارد. لذا:

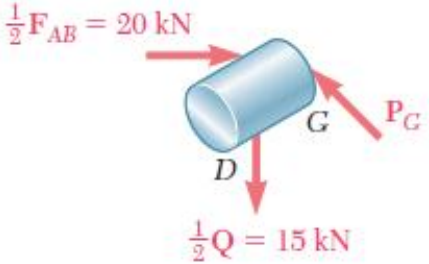
$$\tau_{A,ave} = \frac{P}{A} = \frac{20\text{kN}}{491\times10^{-6}\text{m}^2} = 40.7\text{MPa}$$

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

مثال2:







- با توجه به جزئیات اتصال گره B، پین مربوطه در چهار مقطع تحت اثر برش قرار دارد. با توجه بله تقارن بارهای وارده داریم:

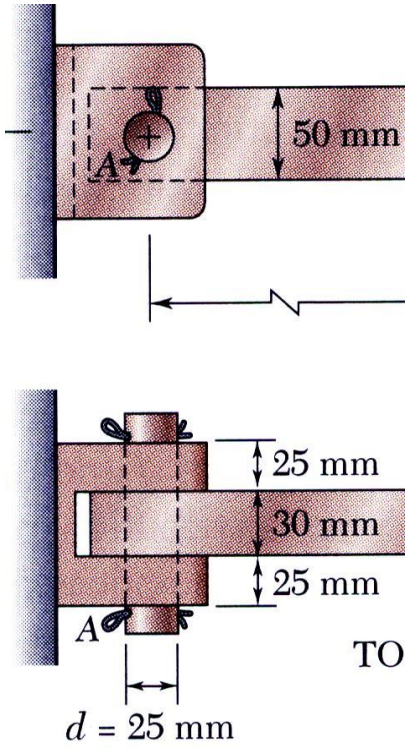
$$P_E = 15\,\text{kN}$$

$$P_G = 25\,\text{kN} \quad \text{(largest)}$$

$$\tau_{B,ave} = \frac{P_G}{A} = \frac{25\,\text{kN}}{491\times10^{-6}\,\text{m}^2} = 50.9\,\text{MPa}$$

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

مثال2:



- برای محاسبه تنش اتکایی در گره **A** وارد بر عضو **AB** داریم:

- $t = 30$ mm and $d = 25$ mm,

$$\sigma_b = \frac{P}{td} = \frac{40\,\text{kN}}{(30\,\text{mm})(25\,\text{mm})} = 53.3\,\text{MPa}$$

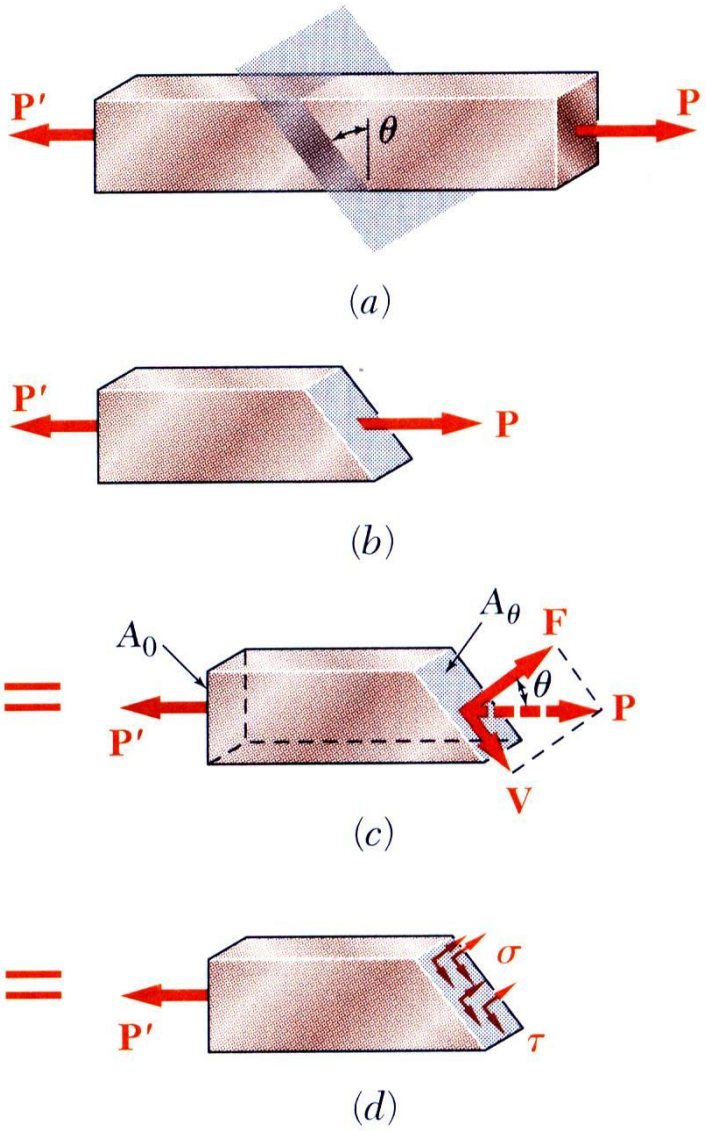
- برای محاسبه تنش اتکایی در گره A وارد بر قطعه تکیه گاهی داریم:

- $t = 2(25\text{ mm}) = 50$ mm and $d = 25$ mm,

$$\sigma_b = \frac{P}{td} = \frac{40\,\text{kN}}{(50\,\text{mm})(25\,\text{mm})} = 32.0\,\text{MPa}$$

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

تنش در سطوح مایل



- مقطع فرضی با زاویه θ ازصفحه قائم را در نظر می گیریم:
- از معادلات استلاتیک می دانیم که نیـروی داخلـی وارد بـر مقطع مایل فرض شده برابر با P است.
- نیروی P را به دو مولفه مماس و عمود بر سطح مایل تجزیه می کنیم:

$$F = P\cos\theta \qquad V = P\sin\theta$$

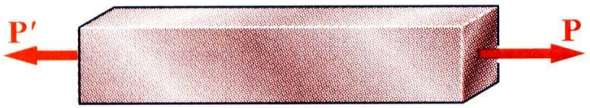
- تنش نرمال و تنش برشی در سطوح مایل برابر است با:

$$\sigma = \frac{F}{A_\theta} = \frac{P\cos\theta}{A_0/\cos\theta} = \frac{P}{A_0}\cos^2\theta$$

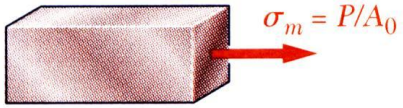
$$\tau = \frac{V}{A_\theta} = \frac{P\sin\theta}{A_0/\cos\theta} = \frac{P}{A_0}\sin\theta\cos\theta$$

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

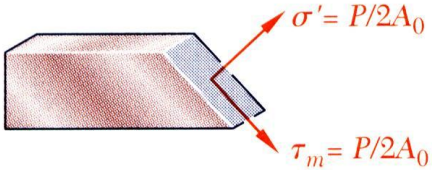
Maximum Stresses



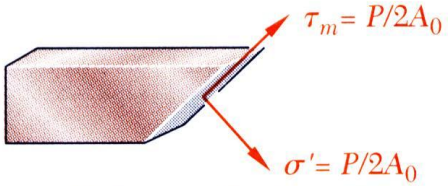
(a) Axial loading



(b) Stresses for $\theta = 0$



(c) Stresses for $\theta = 45°$



(d) Stresses for $\theta = -45°$

❖ تنش نرمال و برشی در سطوح معادل برابر است با:

$$\sigma = \frac{P}{A_0}\cos^2\theta \qquad \tau = \frac{P}{A_0}\sin\theta\cos\theta$$

❖ تنش نرمال حداکثر در صفحه عمود بر بارگذاری ایجاد می شود :

$\theta=0$

$$\sigma_m = \frac{P}{A_0} \qquad \tau' = 0$$

❖ تنش برشی حداکثر در سطوح مایل با زاویه ۴۵ درجه نسبت به محورهای اصلی عضو ایجاد می شود:

$$\tau_m = \frac{P}{A_0}\sin 45\cos 45 = \frac{P}{2A_0} = \sigma'$$

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

ضریب اطمینان:

- مولفه های موثر در انتخاب ضریب اطمینان
- عدم قطعیت در مشخصات مصالح
- عدم قطعیت در برآورد بارگذاری
- عدم قطعیت در روش های تحلیل
- تعدد دفعات بارگذاری
- مکانیزم گسیختگی
- الزامات نگه داری و اثر شرایط محیطی
- اهمیت عضو سازه ای

اعضای سازه ای به گونه ای باید طراحی شوند تا تنش های ایجاد شده در آن ها از تنش های نهایی مصالح مورد استفاده کمتر باشد.

بدین منظور، مقادیر تنش نهای مصالح را با یک ضریب کاهنده به نام ضریب لاطمینان، کاهش می دهیم تا اطمینان حاصل کنیم تنش های ایجاد شده در اعضا، از محدوده مجاز فراتر نمی رود.

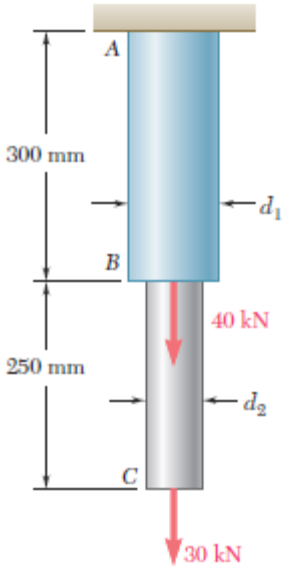
$$FS = \text{Factor of safety}$$

$$FS = \frac{\sigma_{\text{all}}}{\sigma_{\text{u}}} = \frac{\text{allowable stress}}{\text{Ultimate stress}}$$

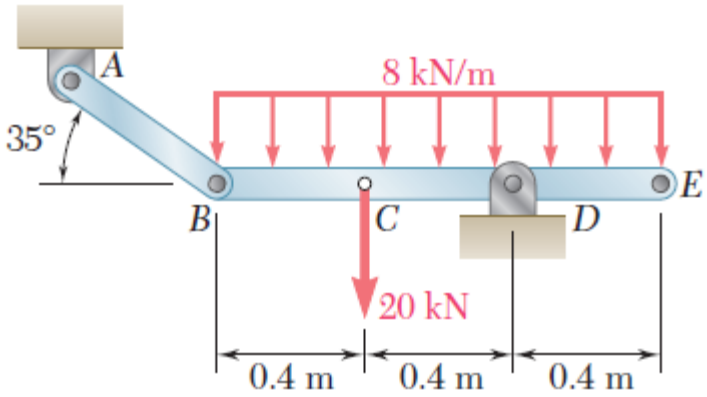
© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

تمرین

- در شکل زیر تنش نرمال در اعضای AB و BC را بدست آورید. (d1=50mm , d2=30mm)



- شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر اعضای سازه ای از فولاد با مقاومت 450Mpa ساخته شده باشند، با فرض ضریب اطمینان ۰.۶، مساحت لازم برای عضو AB را بدست آورید. (طول عضو AB را 0.5mدر نظر بگیرید)



© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.