

دنباله عدد مختلط

همگرایی دنباله

دکتر یوسف کوه‌مسکن

ریاضی ۱



AvaEducation16.blog.ir



AvaEducation16@gmail.com



@AvaEducation16



@AvaEducation16

توضیحات

- این فایل علاوه بر سایت AvaEducation16.blog.ir در کانال تلگرامی [@AvaEducation16](https://t.me/AvaEducation16) نیز موجود و قابل دانلود می‌باشد.
- این فایل جهت گسترش آموزش رایگان ارائه شده است، اما به جهت رعایت حقوق معنوی درخواست می‌شود نام منبع ذکر گردد.
- در این دسته از فایل‌ها که با روجلدی صورتی [] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **متوسطه** و در آن دسته که با روجلدی آبی [] آغاز می‌شوند، مطالب مربوط به دوره **دانشگاه** ارائه خواهد شد.
- نکات موجود در متن با علامت 💡 نمایش داده شده‌اند.
- در بخش پاسخنامه سوالات از علائم زیر استفاده شده است:
 - بسیار ساده جهت آشنایی با نمونه‌های اولیه سوالات 🧐
 - ساده جهت تثبیت مطالب 🧐
 - متوسط جهت تمرین بیشتر مطالب 🧐
 - سخت جهت کسب مهارت کافی و آشنایی با روش‌های حل مسائل خاص 🧐

۱ مسئله

اگر به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ ، $z_n = \left(\cos \frac{\pi}{n+1} + i \sin \frac{\pi}{n+1} \right)^n$ ، آنگاه دنباله $\{z_n\}_{n=1}^{\infty}$ به کدام عدد همگرا است؟

(۱) -1 (۲) $e^{-\pi}$ (ارشد مهندسی نفت ۱۴۰۱)

(۳) e^{π} (۴) i

۲ روش حل مسئله

پاسخ: برای حل این مسئله نیاز به دانستن رابطه اولر در اعداد مختلط می باشد. 

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta \quad \theta \in \mathbb{R} \quad \text{برای هر } \theta \text{ طبق رابطه اولر} \quad \text{💡}$$

در نتیجه دنباله داده شده به صورت زیر قابل نمایش است:

$$z_n = \left(e^{i \frac{\pi}{n+1}} \right)^n$$

همگرایی دنباله در $n \rightarrow \infty$ بررسی می شود. پس باید حد آن تعیین گردد.

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} z_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(e^{i \frac{\pi}{n+1}} \right)^n \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} e^{i\pi \frac{n}{n+1}} \\ &= e^{i\pi} \\ &= \cos \pi + i \sin \pi \\ &= -1 \end{aligned}$$

گزینه ۱ صحیح است.

آنکه می‌تواند، انجام می‌دهد، آنکه
نمی‌تواند انتقاد می‌کند.

جرج برنارد شاو



 AvaEducation16.blog.ir

 [@AvaEducation16](https://www.instagram.com/AvaEducation16)

   [@AvaEducation16](https://www.youtube.com/AvaEducation16)

 AvaEducation16@gmail.com