

تعیین خارج قسمت و باقیمانده به روش هورنر

فرض کنیم $f(x)$ یک چندجمله‌ای باشد اگر $f(x)$ را بر $x - a$ تقسیم کنیم، باقیمانده تقسیم و خارج قسمت را می‌خواهیم پیدا کنیم.

می‌دانیم باقیمانده تقسیم برابر است با: $f(a)$

اما در روش هورنر ما خارج قسمت را نیز می‌توانیم پیدا نماییم و از این روش برای محاسبه‌ی حدهای میهمی که صورت و منخرج آنها چندجمله‌ای است می‌توان استفاده نمود. موضوع را با چند مثال بیان می‌کنیم:

مثال ۱- باقیمانده و خارج قسمت $f(x) = 3x^2 + x + 2$ را بر $x - 4$ بدست آورید.

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$$

ابتدا ضرایب عددی $f(x)$ را در ردیف بالای جدول می‌نویسیم. اولین ضریب را نیز در اولین خانه پایین جدول قرار می‌دهیم، آن را در 4 ضرب و با عدد بالای ستون سمت راست جمع می‌کنیم. اینکار را تا آخر ادامه می‌دهیم.

۳	۱	۲
۳	$3(4) + 1 = 13$	$13(4) + 2 = 44$

می‌دانیم درجه خارج قسمت $f(x)$ بر $x - a$ از درجه $n - 1$ است. $f(x)$ درجه n می‌باشد، چون $f(x)$ درجه ۲ است، پس خارج قسمت از درجه یک است و ضرایب آن عبارتند از دو عدد سمت چپ جدول، یعنی: $q(x) = 3x + 13$

باقیمانده هم برابر است با رقم آخر جدول، یعنی: $R = 44$

$$3x^2 + x + 2 = (x - 4)(3x + 13) + 44$$

پس خواهیم داشت:

بد نیست، یکبار تقسیم کنید و جوابها را مقایسه نمایید.

مثال ۲- باقیمانده و خارج قسمت $f(x) = 4x^3 - 7x^2 + 3x - 2$ را بر $x - 2$ بدست آورید.

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

۴	-۷	۳	-۲
۴	$4(2) - 7 = 1$	$1(2) + 3 = 5$	$5(2) - 2 = 8$

باقیمانده: $R = 8$ خارج قسمت: $4x^2 + x + 5$

مثال ۳- باقیمانده و خارج قسمت $f(x) = 5x^3 - 3x - 1$ را بر $x + 2$ بدست آورید.

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

۵	۰	-۳	-۱
۵	$5(-2) + 0 = -10$	$-10(-2) - 3 = 17$	$17(-2) - 1 = -35$

باقیمانده: $R = -35$ خارج قسمت: $5x^2 - 10x + 17$

البته در حالت خاصی که $f(x) = ax^2 + bx + c$ درجه دو است، در تقسیم $f(x)$ بر $x - h$ اگر $f(h) = 0$ می‌توان برای تعیین خارج قسمت به صورت زیر عمل نمود:

$$f(x) = (x - h)\left(ax + \frac{c}{-h}\right) \text{ یا } f(x) = (x - h)\left(ax - \frac{c}{h}\right)$$

به مثال‌های زیر توجه نمایید:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 5x - 7}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2x+7)}{x-1} = 9$$

$$\frac{-7}{-1} = 7$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 8x + 8}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(3x+2)}{(x+2)} = -8$$

$$\frac{8}{2} = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 10x + 12}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(2x-4)}{x-3} = 2$$

$$\frac{12}{-3} = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{8x^2 + 7x - 15}{x^2 + 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(8x-5)}{(x+3)(x+2)} = \frac{-17}{-1} = 17$$