فصل سوم
محاسبه پارامترهای خط

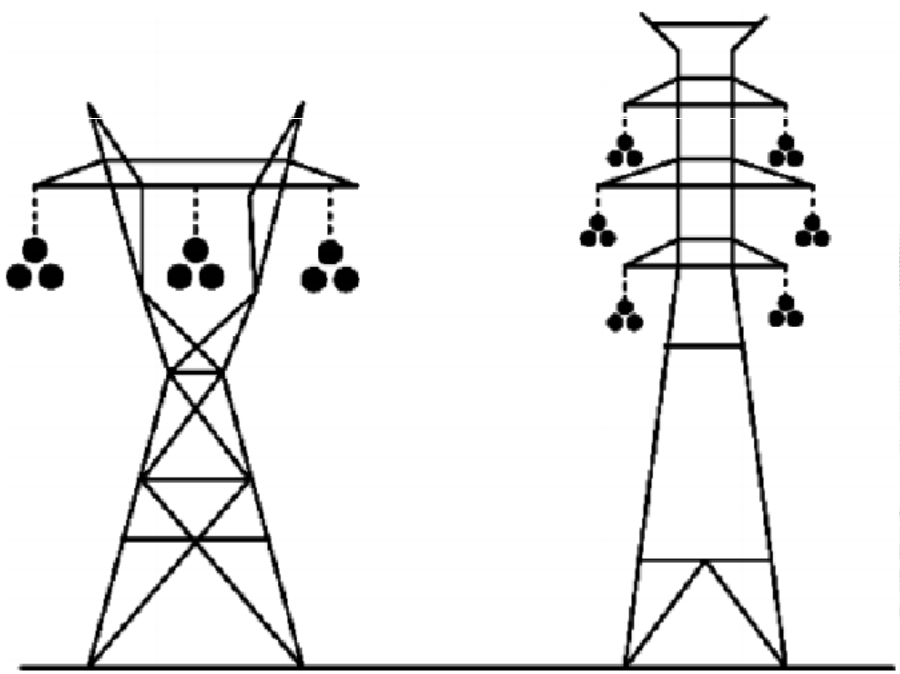
بهروز آدینه

پاییز ۱۳۹۴

هدف اصلی از یک شبکه انتقال، آنست که انرژی الکتریکی از واحدهای تولید در محل‌های مختلف بـه سیستم توزیع، که نهایتا بار را تغذیه می‌نماید، انتقال یابد. خطوط انتقال، شرکت‌های برق مجاور را نیز به یکدیگر وصل می‌کنند که نه تنها امکان توزیع اقتصادی توان در داخل نواحی طی شرایط عـادی فـراهم می‌آورند بلکه در شرایط اضطراری نیز انتقال توان بین نواحی را امکان‌پذیر می‌سازند.

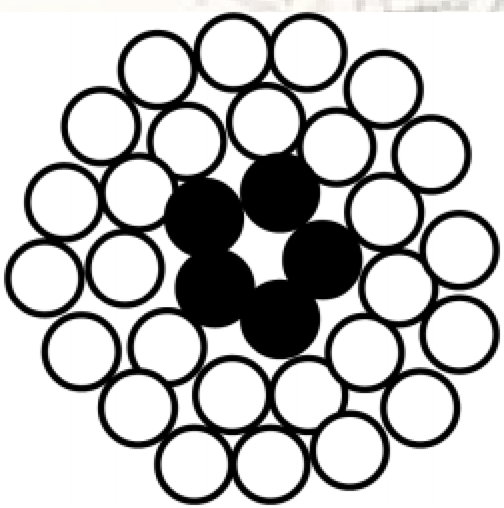
کلیه خطوط انتقال در سیستم قدرت دارای خواص الکتریکی مقاومـت، انـدوکتانس، ظرفیـت خـازنی و رسانایی هستند. اندوکتانس و ظرفیت خازنی بواسطه اثر میدان‌هـای مغناطیســی و الکتریکـی در اطـراف هادی بوجود می‌آیند. این پارامترها برای توسعه مدل‌های خـط انتقـال کـه در تجزیـه و تحلیـل سیسـتم قدرت به کار می‌روند ضروری هستند. رسانایی موازی، جریـان‌هـای نشـتی را کـه از روی عـایق‌هـا و مسیرهای یونیزه شده در هوا جاری می‌شوند نشان می‌دهد. جریان‌های نشتی در مقایسه با جریـان‌هـایی که در خطوط انتقال جاری می‌شوند ناچیز بوده و قابل صرف‌نظر کردن هستند.

مدار انتقال، مطابق شکل   شامل هادی‌ها، عایق‌ها و معمولا سیم‌های محافظ هستند. هادی‌های خطوط انتقال در هوا و از برج‌های ساخته شده از فولاد، چوب و بتون مسلح در مسیرهای مخصوص بـه خـود آویزان شده‌اند. برج‌های فولادی را می‌توان به صورت یک مدار یا دو مـداره طراحـی نمـود. بـرج‌هـای فولادی چند مداره طوری ساخته شده‌اند که سه تا ده خط ٦٢ کیلوولت را در یک عرض عبوری تعیـین شده نگه‌می‌دارند. کمتر از یک درصد از کل خطوط انتقال ایالات متحده در زیرزمین قرار دارند. هرچنـد انتقال زیرزمینی ac می‌تواند بعضی از مشکلات زیست محیطی و زیبایی مربوط به خطوط انتقال هـوایی را مرتفع کند اما دلایل فنی و اقتصـادی بسـیاری وجـود دارنـد کـه از بکـارگیری انتقـال زیرزمینـی ac جلوگیری می‌نمایند.



شکل   ساختار نوعی برج‌های خط انتقال ۳۴۵ کیلوولت.

انتخاب سطح ولتاژ اقتصادی برای خط انتقال به میزان توان انتقالی و فاصله‌ای که این توان باید انتقال یابد بستگی دارد. اصولا، ولتاژ مناسب و انتخاب اندازه هادی به مقایسه عواملی نظیر تلفات RI^2، اغتشاشات صوتی، سطح تداخل رادیویی با هزینه‌های ثابت سرمایه‌گذاری بستگی دارد. ولتاژ (خط به خط) خطوط انتقالی که با ولتاژهای بیش از ٦٠ کیلوولت کار می‌کنند به صورت زیر استاندارد شده‌اند: $69kV$ ،$115kV$ ،$138kV$ ،$161kV$ ،$230kV$ ،$345kV$ ،$500kV$ و $765kV$. معمولا ولتاژهای بیش از ٢٣٠ کیلوولت به عنوان فوق فشار قوی(EHV)[1] و بالاتر از ٧٦٥ کیلوولت مافوق فشار قوی(UHV)[2] شناخته می‌شوند. متداول‌ترین هادی‌های خطوط انتقال ولتاژ بالا عبارتند از: هادی آلومینیومی تقویت شده با فولاد(ACSR)[3]، هادی تمام آلومینیومی(AAC)[4]، هادی با آلیاژ تمام آلومینیومی(AAAC)[1] و هادی آلومینیومی تقویت شده با آلیاژ(ACSR)[2]. دلیل محبوبیت این هادی‌های هزینه نسبتا کم و بالا بودن نسبت استحکام به وزن آنها در مقایسه با هادی‌های مسی است. دلیل دیگر، فراوانی آلومینیوم در مقایسه با مس می‌باشد. هادی ACSR شامل هسته مرکزی از رشته‌های فولادی است که لایه‌هایی از رشته‌های آلومینیومی در اطراف آن قرار گرفته است. این هادی در شکل نشان داده شده است. رشته‌های هر لایه به دور هم تابانده می‌شوند و تاب هر لایه در جهت مخالف لایه مجاور خود است. این تاباندن موجب می‌گردد تا رشته‌ها در محل خود باقی بمانند



شکل نمای سطح مقطع یک هادی ٢٤.٧ -ACSR.

سازندگان هادی‌ها، مشخصات هادی‌های رشته‌ای را همراه با اندازه‌های هادی بر حسب میل‌های دایره‌ای(cmil)[۳] ارائه می‌دهند. یک میل برابر است با ۰.۰۰۱ اینچ و برای یک هادی گرد و توپر، مساحت برحسب میل‌های دایره‌ای به صورت توان دوم قطر برحسب میل تعریف می‌گردد. به عنوان مثال، $1000000\ cmil$ نشان‌دهنده سطح یک هادی گرد و توپر با قط یک اینچ است. بعلاوه، برای مراجعه آسان، کلمات رمز (اسامی پرندگان) به هریک از هادی‌های اختصاص داده یافته است.

در ولتاژهای بیش از ۲۳۰ کیلوولت، بکارگیری بیش از یک هادی در هر فاز ترجیح داده می‌شود و این عمل دسته‌بندی یا گروه‌بندی[۱] هادی‌ها نامیده می‌شود. یک دسته یا گروه[۲] شامل دو، سه یا چهار هادی است. دسته‌بندی، شعاع موثر هادی را افزایش و نیروی میدان الکتریکی در نزدیکی هادی‌ها را کاهش می‌دهد که این امر موجب کاهش تلفات کرونا، اغتشاشات صوتی و تداخل رادیویی می‌گردد. مزیت مهم دیگر دسته‌بندی هادی‌ها، کاهش راکتانس خط است.

مقاومت خط

مقاومت هادی در ارزیابی بازده انتقال و مطالعات اقتصادی بسیار مهم است. مقاومت dc یک هادی گرد و توپر در دمای مشخص برابر است با:

$$R_{dc} = \frac{\rho l}{A}$$

که در آن:

ρ: مقاومت ویژه هادی

l: طول هادی

A: سطح مقطع هادی مقاومت هادی با سه عامل تغییر می‌کند: فرکانس، تاباندن و دما.

هنگامی که جریان ac از یک هادی عبور می‌کند، توزیع جریان در سطح مقطع هادی یکسان نبوده و چگالی جریان در سطح هادی بیشترین مقدار را دارد. این اثر موجب می‌شود تا مقاومت ac کمی بیشتر از مقاومت dc گردد. این رفتار به اثر پوستی[1] موسوم است. در فرکانس ۶۰ هرتز مقاومت ac تقریبا ۲ درصد بیشتر از مقاومت dc است.

از آنجا که هادی رشته‌ای تابانده شده است، بنابراین طول واقعی هر رشته بیشتر از طول هادی اســت. از اینرو، مقاومت هادی کمی بیشتر از مقاومتی است که در از رابطه   بدست می‌آید.

مقاومت هادی با زیاد شدن دما افزایش می‌یابد. برای محدوده‌ای از دماهای وجود ایــن تغییــر خطــی در نظر گرفته می‌شود و از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$R_{۲} = R_{۱}\frac{T + t_{۲}}{T + t_{۱}}$$

که در آن $R_{۱}$ و $R_{۲}$ به ترتیب مقاومت‌های هادی در دمای t_1 و t_2 ($^{\circ}C$) می‌باشــند. در ایــن رابطــه T ثابت دما بوده و به جنس هادی بستگی دارد. برای آلومینیوم $T \cong 228$ است.

به دلیل اثرات بالا، اطلاعات داده شده توسط سازندگان بهترین راه برای محاسبه مقاومت هادی است.

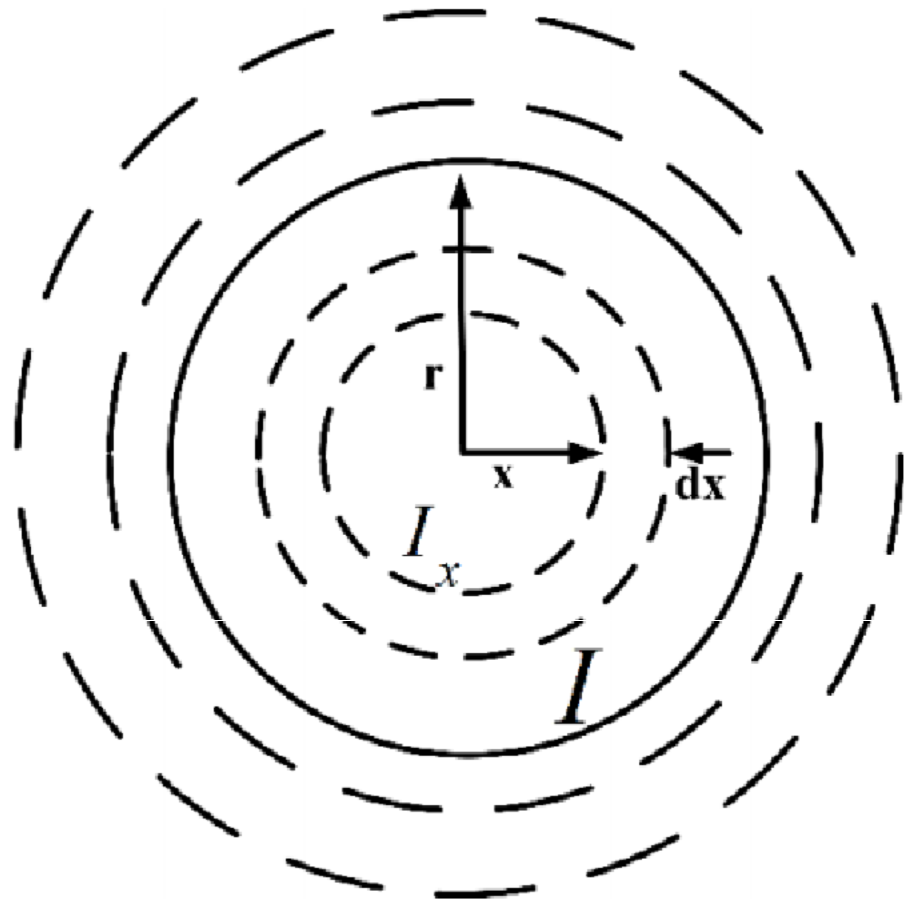
اندوکتانس هادی تکی

عبور جریان از هادی موجب تولید میدان مغناطیسی در اطراف آن می‌گردد. خطوط شار مغناطیسی به صورت دایره‌ای بسته و هم مرکزی هستند که جهت آنها بوسیله قانون دست راست[2] تعیین می‌شود. چنانچه انگشت شست راست در جهت جریان باشد، انگشتان دست راست که سیم را احاطه می‌کنند جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهند. هنگامی که جریان تغییر می‌کند، شار تغییر نموده و ولتاژی در مدار القا می‌شود. طبق تعریف، اندوکتانس (L) مواد غیرمغناطیسی نسبت کل شار پیوندی مغناطیسی به جریان (I) بوده و برابر است با:

$$L = \frac{\lambda}{I}$$

که در آن λ شار پیوندی برحسب وبر–دور می‌باشد.

یک هادی بلند با شعاع r و جریان I را مطابق در نظر بگیرید.



شارپیوندی یک هادی بلند.

شدت میدان مغناطیسی (H_x)، در اطراف دایره‌ای به شعاع x ثابت بوده و مماس بر آن دایره است.

قانون آمپر، H_x را به جریان I_x ارتباط داده و عبارتست از:

$$\int_0^{2\pi x} H_x \, dl = I_x \qquad H_x = \frac{I_x}{2\pi x}$$

که در آن I_x جریان احاطه شده با دایره‌ای به شعاع x می‌باشد.

اندوکتانس داخلی

با صرف‌نظر از اثر پوستی و فرض چگالی جریان یکسان در سرتاسر سطح مقطع هادی می‌توان رابطه ساده‌ای برای شار پیوندی داخلی[۲] به صورت زیر بدست آورد:

$$\frac{I}{\pi r^2} = \frac{I_x}{\pi x^2}$$

با جایگزینی I_x

$$H_x = \frac{I}{2\pi r^2} x$$

برای هادی غیرمغناطیسی با ضریب نفوذپذیری مغناطیسی ثابت $\mu_\circ$، چگالی شار مغناطیسی[۳] از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$B_x = \mu_\circ H_x$$

$$B_x = \frac{\mu_\circ I}{2\pi r^2} x$$

که در آن $\mu_\circ$ نفوذپذیری مغناطیسی هوای آزاد بوده و مقدار آن $4\pi \times 10^{-7}\ H/m$ می‌باشد. شار جزئی $d\phi$ برای ناحیه‌ای کوچک با ضخامت dx در طول یک متر هادی برابر است:

$$d\phi_x = B_x dx \times 1 = \frac{\mu_\circ I}{2\pi r^2} x dx$$

شار $d\phi_x$ تنها با جزئی از هادی تا شعاع x پیوند دارد. بنابراین، با فرض چگالی جریان یکنواخت تنها جزء $\frac{\pi x^2}{\pi r^2}$ از کل جریان بوسیله شار پیوند دارد، یعنی:

$$d\lambda_x = \left(\frac{x^2}{r^2}\right) d\phi_x = \frac{\mu_\circ I}{2\pi r^4} x^3 dx$$

شار پیوندی کل با انتگرال‌گیری $d\lambda_x$ از صفر تا r بدست می‌آید:

$$\lambda_{\text{int}} = \frac{\mu_\circ I}{2\pi r^4} \int_0^r x^3 dx = \frac{\mu_\circ I}{8\pi} Wb/m$$

اندوکتانس ناشی از شار پیوندی داخلی برابر است با:

$$L_{\text{int}} = \frac{\mu_\circ}{8\pi} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \ H/m$$

شایان ذکر است که L_{int} مستقل از شعاع هادی (r) است.

اندوکتانس ناشی از شار پیوندی خارجی

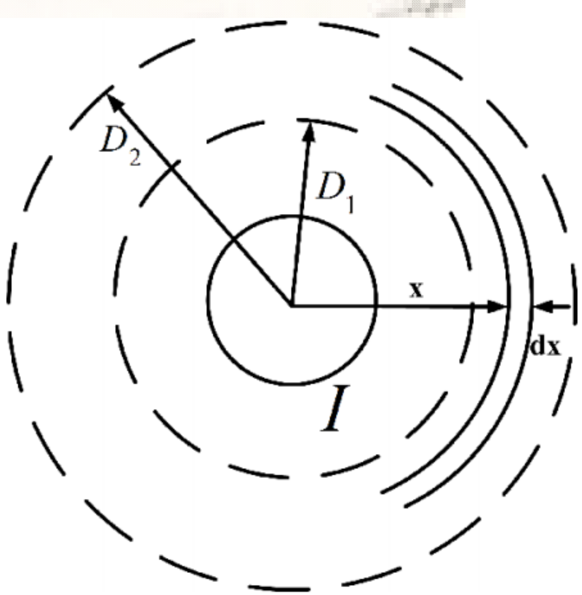
شدت میدان مغناطیسی (H_x) خارج از هادی و در شعاع $r < x$ را در نظر بگیرید.

چون دایره به شعاع x کل جریان را احاطه کرده می‌کند $I_x = I$ بوده و I_x در با I جایگزین می‌گردد. چگالی شار در شعاع x عبارتست از:

$$B_x = \mu_{\circ} H_x = \frac{\mu_{\circ} I}{2\pi x}$$

از آنجایی که جریان I با شار خارج از هادی پیوند دارد، شار پیوندی $d\lambda_x$ از لحاظ عددی با شار $d\phi_x$ برابر است. شار جزئی $d\phi_x$ برای یک ناحیه کوچک با ضخامت dx و با طول یک متر به صورت زیر است:

$$d\lambda_x = d\phi_x = B_x dx \times 1 = \frac{\mu_{\circ} I}{2\pi x} dx$$



شار پیوند خارجی بین دو نقطه D_1 و D_2 با انتگرال‌گیری $d\lambda_x$ از D_1 تا D_2 بدست می‌آید:

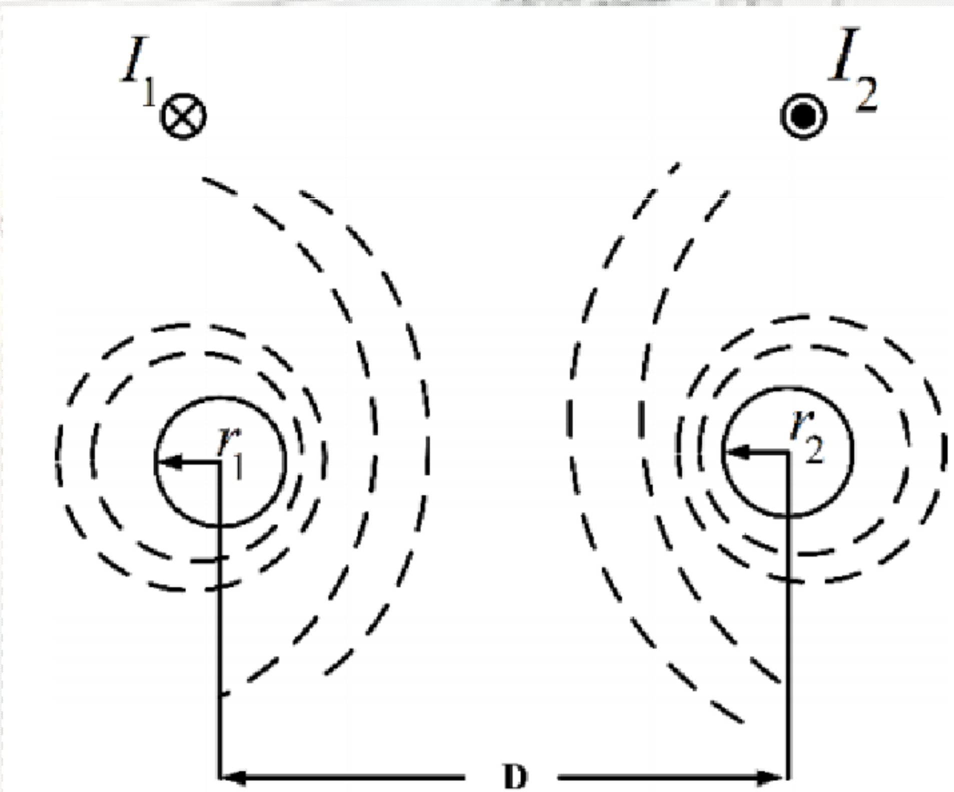
$$\lambda_{ext} = \frac{\mu_{\circ} I}{2\pi} \int_{D_1}^{D_2} \frac{1}{x} dx = 2 \times 10^{-7} I \ln \frac{D_2}{D_1} Wb/m$$

اندوکتانس بین دو نقطه خارج هادی برابر است با:

$$L_{ext} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_2}{D_1} H/m$$

اندوکتانس خطوط یکفاز

یک متر از خط یک فاز شامل دو هادی توپر با شعاع‌های r_1 و r_2 را در نظر بگیرید. فاصله این دو هادی از یکدیگر D است. هادی ۱ حامل جریان فازوری I_1 مرجع بوده که عمود بر صفحه است و هادی ۲ حامل جریان برگشت $I_2 = -I_1$ می‌باشد. این جریان‌ها خطوط میدان مغناطیسی را تشکیل می‌دهند و این خطوط در میان هادی‌ها به یکدیگر پیوند دارند.



اندوکتانس هادی ۱ ناشی از شار داخلی بدست می‌آید. جریان خالصی که با شار بیرون D پیوند دارد صفر است و سهمی در کل شار پیوندی مغناطیسی مدار ندارد. بنابراین، برای بدست آوردن اندوکتانس هادی ۱ ناشی از کل شار پیوندی خارجی، لازم است که $D_1 = r_1$ و $D_2 = D$ را جایگزین نماییم:

$$L_{1(ext)} = 2\times10^{-7}\ln\frac{D}{r_1}\ H/m$$

بنابراین اندوکتانس کل هادی ۱ برابر است با:

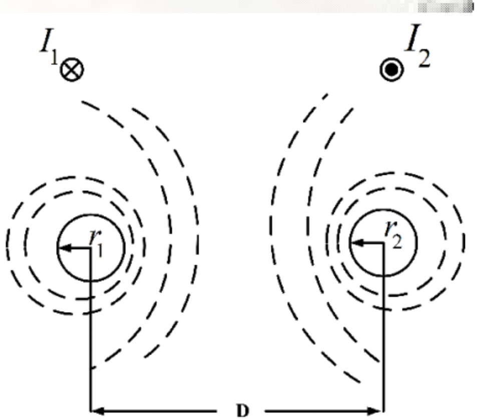
$$L_1 = \frac{1}{2}\times10^{-7} + 2\times10^{-7}\ln\frac{D}{r_1}\ H/m$$

معمولا به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$L_1 = 2\times10^{-7}\left(\frac{1}{4}+\ln\frac{D}{r_1}\right) = 2\times10^{-7}\left(\ln e^{\frac{1}{4}}+\ln\frac{1}{r_1}+\ln\frac{D}{1}\right) = 2\times10^{-7}\left(\ln\frac{1}{r_1e^{-\frac{1}{4}}}+\ln\frac{D}{1}\right)$$

اگر $r_1' = r_1e^{-\frac{1}{4}}$ باشد، اندوکتانس هادی ۱ به صورت زیر در می‌آید:

$$L_1 = 2\times10^{-7}\ln\frac{1}{r_1'} + 2\times10^{-7}\ln\frac{D}{1}\,H/m$$



به همین ترتیب، اندوکتانس هادی ۲ عبارتست از:

$$L_2 = 2\times10^{-7}\ln\frac{1}{r_2'} + 2\times10^{-7}\ln\frac{D}{1}\,H/m$$

اگر این دو هادی یکسان باشند، $r_1 = r_2 = r$ و $L_1 = L_2 = L$ و اندوکتاس هـر فـاز، در هـر متـر طـول هادی برابر است با:

$$L = 2\times10^{-7}\ln\frac{1}{r'} + 2\times10^{-7}\ln\frac{D}{1}\,H/m$$

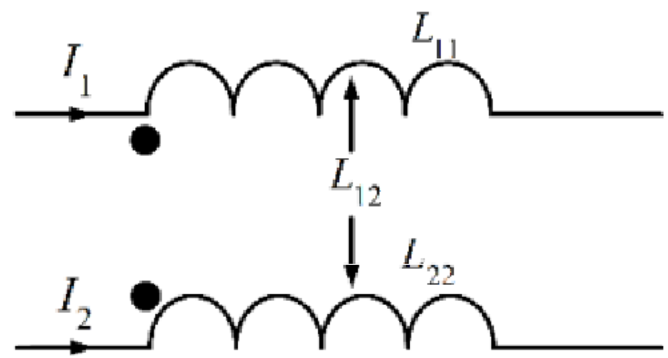
جمله اول فقـط تـابعی از شـعاع هـادی اسـت. ایـن جملـه اندوکتانس شار داخلی و خارجی هادی ۱ تا شعاع یک متری را نشان می‌دهد. جملـه دوم تنها به فاصله میان هادی‌ها بستگی دارد. این جمله به عنوان ضریب فاصله‌گـذاری انـدوکتانس[1] شـناخته می‌شود. جملات فوق معمولا در فرکانس ٦٠ هرتز، به صـورت راکتـانس‌هـای القـایی بیـان شـده و در جداول سازندگان برحسب واحدهای انگلیسی موجود می‌باشند.

کمیت $r' = re^{-\frac{1}{4}} = 0.778r$ به عنوان فاصله متوسط هندسی خودی دایره‌ای با شعاع r شناخته شده و به صورت مخفف GMR نوشته می‌شود. کمیت r را می‌توان به عنوان شعاع یک هـادی سـاختگی فـرض کرد که هیچگونه شارداخلی نداشته اما همان اندوکتانس هادی واقعی با شعاع r را دارا می‌باشد. معمـولا GMR، شعاع متوسط هندسی[1] نامیده مـی‌شـود و بـا علامـت D_s نمـایش داده خواهـد شـد. بنـابراین اندوکتانس هر فاز برحسب میلی هانری در هر کیلومتر برابر است با:

$$L = 0.2\ln\frac{D}{D_s}\ mH/km$$

شار پیوندی بر حسب اندوکتانس های خودی و متقابل

اندوکتانس سری هر فاز برای خط یک فاز با دو سیم فوق را می‌توان برحسب اندوکتانس خـودی[۲] هـر هادی و اندوکتانس متقابل[۳] آنها بیان نمود. این مدار یک فاز با طول یک متر را که مشخصـه آن بوسـیله دو سیم‌پیچ با اندوکتانس‌های خودی L_{11} و L_{22} و اندوکتانس متقابل L_{12} نمایش داده شده است در نظر بگیرید. جهت مغناطیس کنندگی با نمادهای نقطه ای نشان داده شده است.



شارهای پیوندی λ_1 و λ_2 عبارتند از:

$$\lambda_1 = L_{11}I_1 + L_{12}I_2$$
$$\lambda_2 = L_{21}I_1 + L_{22}I_2$$

از آنجایی که $I_2 = -I_1$ است، بنابراین:

$$\lambda_1 = (L_{11} - L_{12})I_1$$
$$\lambda_2 = (-L_{21} + L_{22})I_2$$

از مقایسه رابطه روابط معادلی برای اندوکتانس‌های خودی و متقابل بدست می‌آید:

$$L_{11} = 2\times10^{-7}\ln\frac{1}{r_1'}, L_{22} = 2\times10^{-7}\ln\frac{1}{r_2'}, L_{12} = L_{21} = 2\times10^{-7}\ln\frac{1}{D}$$

مفهوم اندوکتانس خودی و متقابل را می‌توان به گروهی از n هادی تعمیم داد. مجموعه‌ای از n هادی حامل جریان‌های فازوری $I_1, I_2, ..., I_n$ را در نظر بگیرید به طوری که:

$$I_1 + I_1 + \cdots + I_i + \cdots + I_n = 0$$

در حالت کلی برای nهادی شار پیوندی هادی i را به صورت زیر می‌دهد:

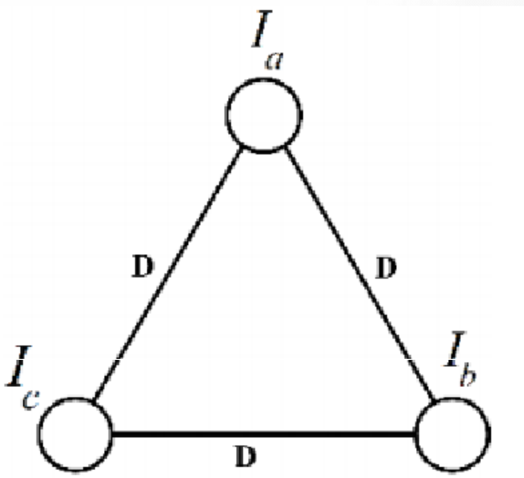
$$\lambda_i = L_{ii} I_i + \sum_{j=1}^{n} L_{ij} I_j \quad j \neq i$$

یا

$$\lambda_i = 2\times10^{-7}\left(I_i \ln\frac{1}{r_i'} + \sum_{j=1}^{n} I_j \ln\frac{1}{D_{ij}} \right) \quad j \neq i$$

فاصله‌گذاری متقارن

یک خط سه فاز دارای سه هادی با شعاع r و طول یک متر را در نظر بگیرید. هادی‌ها آرایش مثلثی داشته و فاصله‌گذاری آنها متقارن است.



فرض کنید که جریان‌های سه فاز متعادل باشند، یعنی:

$$I_a + I_b + I_c = 0$$

شار پیوندی[۲] کل هادی فاز a برابر است با:

$$\lambda_a = 2\times10^{-7}\left(I_a \ln\frac{1}{r'} + I_b \ln\frac{1}{D} + I_c \ln\frac{1}{D}\right)$$

با جایگزینی $I_a + I_b = -I_c$ داریم:

$$\lambda_a = 2\times10^{-7}\left(I_a \ln\frac{1}{r'} - I_a \ln\frac{1}{D}\right) = 2\times10^{-7} I_a \ln\frac{D}{r'}$$

به دلیل تقارن، $\lambda_a = \lambda_b = \lambda_c$ بوده و اندوکتانس‌های فازها یکسان هستند. بنابراین، اندوکتانس هر فاز در هر کیلومتر طول برابر است با:

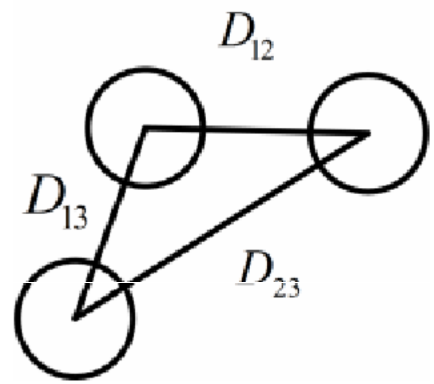
$$L = 0.2 \ln \frac{D}{D_s} \ \ mH/km$$

که در آن r' شعاع متوسط هندسی (GMR) بوده و با D_s نشان داده شده است. برای یک هادی گرد و توپر $D_s = re^{-\frac{1}{4}}$ بوده و برای هادی رشته‌ای می‌توان D_s را با استفاده از رابطه محاسبه نمود.

اندوکتانس هر فاز برای مدار سه فاز با فواصل مساوی از یکدیگر و اندوکتانس هادی مدار یک فاز با هم برابر هستند.

فاصله گذاری های نامتقارن

در عمل به دلیل ملاحظات نصب نمی‌توان میان هادی‌های سه فاز خطوط انتقال فاصله‌گذاری متقارن را حفظ نمود. با فاصله‌گذاری نامتقارن[1]، حتی با جریان‌های متعادل، افت ولتاژ ناشی از اندوکتانس خط نامتعادل خواهد بود. یک خط سه فاز دارای سه هادی با شعاع r و به طول یک متر را در نظر بگیرید. هادی‌ها به طور نامتقارن با فواصل نشان داده شده قرار گرفته‌اند.



با استفاده از رابطه شارهای پیوندی زیر بدست می‌آیند:

$$\lambda_a = 2\times 10^{-7}\left(I_a \ln\frac{1}{r'} + I_b \ln\frac{1}{D_{12}} + I_c \ln\frac{1}{D_{13}}\right)$$

$$\lambda_b = 2\times 10^{-7}\left(I_a \ln\frac{1}{D_{12}} + I_b \ln\frac{1}{r'} + I_c \ln\frac{1}{D_{23}}\right)$$

$$\lambda_c = 2\times 10^{-7}\left(I_a \ln\frac{1}{D_{13}} + I_b \ln\frac{1}{D_{23}} + I_c \ln\frac{1}{r'}\right)$$

یا به صورت ماتریسی داریم:

$$\lambda = LI$$

که در آن ماتریس اندوکتانس متقارن L به صورت زیر است:

$$L = \begin{bmatrix} \ln\dfrac{1}{r'} & \ln\dfrac{1}{D_{12}} & \ln\dfrac{1}{D_{13}} \\ \ln\dfrac{1}{D_{12}} & \ln\dfrac{1}{r'} & \ln\dfrac{1}{D_{23}} \\ \ln\dfrac{1}{D_{13}} & \ln\dfrac{1}{D_{23}} & \ln\dfrac{1}{r'} \end{bmatrix}$$

اندوکتانس‌های فازها با هم برابر نیستند و بواسطه اندوکتانس متقابل دارای مولفه موهومی هستند.

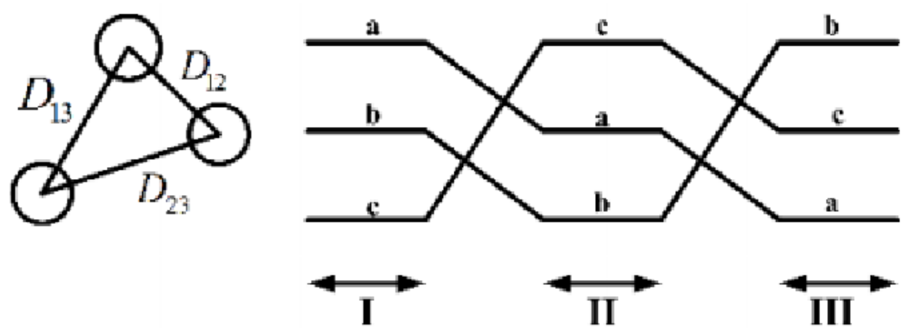
برای جریان‌های سه فاز متعادل، با جریان I_a به عنوان مرجع، داریم:

$$I_b = I_a\angle 240^\circ = a^2 I_a$$
$$I_c = I_a\angle 120^\circ = aI_a$$

که در آن $a = 1\angle 120^\circ$ و $a^2 = 1\angle 240^\circ$ می‌باشند. با جایگزینی مقادیر فوق در رابطه خواهیم داشت:

$$L_a = \frac{\lambda_a}{I_a} = 2\times 10^{-7}\left(\ln\frac{1}{r'} + a^2\ln\frac{1}{D_{12}} + a\ln\frac{1}{D_{13}}\right)$$
$$L_b = \frac{\lambda_b}{I_b} = 2\times 10^{-7}\left(a\ln\frac{1}{D_{12}} + \ln\frac{1}{r'} + a^2\ln\frac{1}{D_{23}}\right)$$
$$L_a = \frac{\lambda_a}{I_a} = 2\times 10^{-7}\left(a^2\ln\frac{1}{D_{13}} + a\ln\frac{1}{D_{23}} + \ln\frac{1}{r'}\right)$$

در اکثر تجزیه و تحلیل‌های سیستم قدرت به مدل هر فاز خط انتقال نیاز است. یک روش مناسب بـرای ایجاد تقارن و مدل‌سازی هر فاز، جابجایی هادی‌های خط است. ین روش شامل جابجایی آرایش فازها برای یک سوم طول خط بوده و هر هادی با یک ترتیب منظم چنان جابجا می‌شود که موقعیت فیزیکـی بعدی را اشغال نماید. این ترتیب جابجایی نشان داده شده است.



شکل ۹.۳ خط سه فاز جابجا شده.

از آنجایی که در یک خط جابجا شده[1]، هر سه موقعیت را اشغال می‌کند، اندوکتانس هر فاز را مـی‌تـوان با محاسبه مقادیر متوسط بدست آورد:

$$L = \frac{L_a + L_b + L_c}{3}$$

توجه کنید که $a+a^2 = 1\angle 120^\circ + 1\angle 240^\circ = -1$ بوده و متوسط روابط (۳۸.۳) برابر است با:

$$L = \frac{2\times 10^{-7}}{3}\left(3\ln\frac{1}{r'} - \ln\frac{1}{D_{12}} - \ln\frac{1}{D_{23}} - \ln\frac{1}{D_{13}}\right)$$

or

$$L = 2\times 10^{-7}\left(\ln\frac{1}{r'} - \ln\frac{1}{(D_{12}D_{23}D_{13})^{\frac{1}{3}}}\right) = 2\times 10^{-7}\ln\frac{(D_{12}D_{23}D_{13})^{\frac{1}{3}}}{r'}$$

یا اندوکتانس هرفاز در هر کیلومتر طول خط عبارتست از:

$$L = 0.2\ln\frac{GMD}{D_s}\ mH/km$$

که در آن:

$$GMD = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{13}}$$

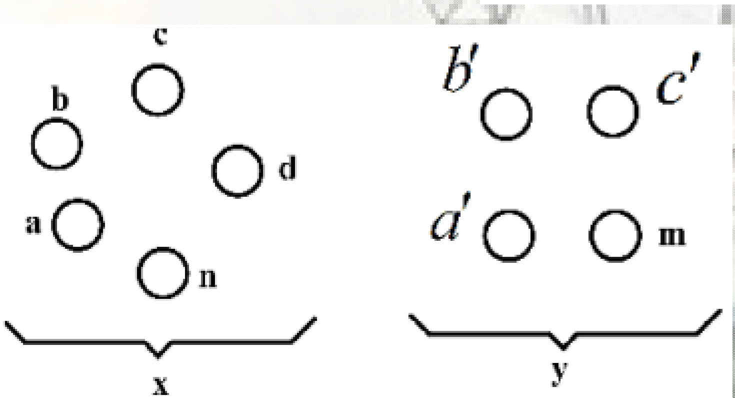
دوباره این رابطه مشابه همان رابطه‌ای است که برای اندوکتانس هر فاز یک خط یکفاز بدست آمده بود. فاصله متوسط هندسی (GMD) در واقع همان فاصله‌گذاری معادل هادی می‌باشد. برای خط سه فاز فوق این فاصله با ریشه سوم حاصلضرب فواصل سه فاز برابر است. در اینجا D_s شعاع متوسط هندسی (GMR) می‌باشد. برای هادی رشته‌ای، D_s را می‌توان از اطلاعات داده شده توسط سازندگان بدست آورد. برای هادی توپر داریم: $D_s = r' = re^{-\frac{1}{4}} = 0.7788r$

در خطوط انتقال پیشرفته، معمولا از جابجایی استفاده نمی‌شود. هرچند برای مدل‌سازی، بهترین راه عملی اینست که مدار را بع صورت جابجا شده در نظر بگیریم. خطایی که در اثر این فرض بوجود می-آید بسیار ناچیز است.

اندوکتانس هادی های مرکب

در محاسبه اندوکتانس، هادی‌ها به صورت گرد و توپر در نظر گرفته شدند. هرچند، عملا در خطوط انتقال هادی‌ها به صورت رشته‌ای بکار می‌روند. همچنین، به دلایل اقتصادی، اکثر خطوط EHV با هادی‌ها گروهی ساخته می‌شوند. در این بخش رابطه‌ای برای اندوکتانس هادی‌های مرکب بدست می-آید. نتیجه آن را می‌توان برای محاسبه GMR هادی‌های رشته‌ای یا گروهی نیز بکار گرفت. این رابطه برای GMR و GMD معادل مدارهای موازی هم مناسب است. خط یکفاز نشان داده شده

شامل دو هادی مرکب x و y را در نظر بگیرید. جریان هادی x به عنوان مرجع و عمود بر صفحه را I و جریان برگشت در هادی y را I– در نظر بگیرید. هادی x شامل n رشته یکسان یا هادی‌های فرعی است که شعاع هر یک از آنها r_x بوده و هادی y شامل m رشته یکسان یا هادی‌های فرعی است که شعاع هر یک از آنها r_y می‌باشد. فرض می‌شود که جریان به طور مساوی بین کلیه هادی‌های فرعی تقسیم شده باشد. جریان در هر رشته از هادی x، دارای مقدار $\frac{I}{n}$ بوده و در هر رشته از هادی y دارای مقدار $\frac{I}{m}$ می‌باشد. بکارگیری معادله منجر به رابطه زیر برای شار پیوندی کل هادی a می‌شود:



$$\lambda_a = 2\times10^{-7}\frac{I}{n}\left(\ln\frac{1}{r'_x}+\ln\frac{1}{D_{ab}}+\ln\frac{1}{D_{ac}}+\cdots+\ln\frac{1}{D_{an}}\right)$$

$$-2\times10^{-7}\frac{I}{m}\left(\ln\frac{1}{D_{aa'}}+\ln\frac{1}{D_{ab'}}+\ln\frac{1}{D_{ac'}}+\cdots+\ln\frac{1}{D_{am}}\right)$$

or

$$\lambda_a = 2\times10^{-7} I \ln\frac{\sqrt[m]{D_{aa'}D_{ab'}D_{ac'}\cdots D_{am}}}{\sqrt[n]{r'_x D_{ab} D_{ac}\cdots D_{an}}}$$

اندوکتانس هادی فرعی (رشته هادی) a برابر است با:

$$L_a = \frac{\lambda_a}{\frac{I}{n}} = 2n\times10^{-7}\ln\frac{\sqrt[m]{D_{aa'}D_{ab'}D_{ac'}\cdots D_{am}}}{\sqrt[n]{r'_x D_{ab} D_{ac}\cdots D_{an}}}$$

به همین ترتیب با استفاده از معادله ، اندوکتانس رشته‌های دیگر در هادی x بدست می‌آید. به عنوان مثال، اندوکتانس هادی فرعی n عبارتست از:

$$L_n = \frac{\lambda_a}{\frac{I}{n}} = 2n\times10^{-7}\ln\frac{\sqrt[m]{D_{na'}D_{nb'}D_{nc'}\cdots D_{nm}}}{\sqrt[n]{r'_x D_{na} D_{nb}\cdots D_{nc}}}$$

اندوکتانس متوسط هر یک از هادی‌های فرعی در هادی مرکب L_x برابر است با:

$$L_{av} = \frac{L_a + L_b + L_c + \cdots + L_n}{n}$$

از آنجایی که کلیه رشته‌های هادی x از لحاظ الکتریکی موازی هستند، اندوکتانس L_x به صـورت زیـر است:

$$L_x = \frac{L_{av}}{n} = \frac{L_a + L_b + L_c + \cdots + L_n}{n^2}$$

با جایگزینی مقادیر $L_a + L_b + L_c + \cdots + L_n$ در رابطه (داریم:

$$L_x = 2\times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR_x} \quad \frac{H}{m}$$

که در آن:

$$GMD = \sqrt[nm]{(D_{aa'} D_{ab'} \cdots D_{am})\cdots(D_{na'} D_{nb'} \cdots D_{nm})}$$

$$GMR_x = \sqrt[n^2]{(D_{aa} D_{ab} \cdots D_{an})\cdots(D_{na} D_{nb} \cdots D_{nn})}$$

در روابط فوق داریم: $D_{aa} = D_{bb} = \cdots = D_{nn} = r'_x$

در اینجا GMD ریشه mnام حاصلضرب mn فاصله میان n رشته از هادی x و m رشته از هادی y است. همچنین GMR_x ریشه n^2ام حاصلضرب n^2 جمله شامل r' مربوط به هر رشته ضربدر فاصله آن رشته از تمامی رشته‌های هادی مرکب x است.

به همین ترتیب می‌توان اندوکتانس هادی y را بدست آورد. شعاع متوسط هندسی GMR_y متفاوت خواهد بود. هرچند، فاصله متوسط هندسی (GMD) یکسان است.