

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد MBA ۱۳۹۹

مهندس شاه‌ابراهیمی

۲۴۶ مکان هندسی تمام اعداد مختلطی مانند z که در شرط $\operatorname{Re}(z + \frac{1}{z} - \bar{z}) = \operatorname{Im}(\frac{-1}{i} + \frac{1}{z})$ صدق می‌کنند، کدام است؟

- (۱) نقاط روی یک دایره
- (۲) نقاط واقع روی یک خط
- (۳) نقاط روی یک دایره به استثنای یک نقطه از آن
- (۴) نقاط واقع بر یک خط به استثنای یک نقطه از آن

مکان هندسی را طوری از صیغه که در معادله صدق کند؟

(۲۴۶) $\operatorname{Re}(z + \frac{1}{z} - \bar{z}) = \operatorname{Im}(\frac{-1}{i} + \frac{1}{z})$

(۱) دایره
(۲) خط

همواره اولی را بر طرفین (روت کنید) جمله را استثناء کنیم. واضع در معادله طرفه $z=0$ باشد به سادگی این روش ذهنی را به یاد داشته باشید!

$$\rightarrow \operatorname{Re}(z + \frac{\bar{z}}{z\bar{z}} - \bar{z}) = \operatorname{Im}(i + \frac{\bar{z}}{z\bar{z}})$$

$$\rightarrow \operatorname{Re}(x+iy + \frac{x-iy}{x^2+y^2} - (x-iy)) = \operatorname{Im}(i + \frac{x-iy}{x^2+y^2})$$

$$\rightarrow \frac{x}{x^2+y^2} = 1 - \frac{y}{x^2+y^2} \rightarrow \frac{x+y}{x^2+y^2} = 1 \rightarrow x^2+y^2 = x+y$$

$$\rightarrow x^2 - x + y^2 - y = 0 \rightarrow (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} + (y - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} = 0$$

$$\rightarrow (x - \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2} \rightarrow \text{دایره}$$

۲۴۷- فرض کنید $f(x) = x^2 + ax + b$ که a و b اعدادی حقیقی‌اند. اگر $f(3+4i) = 0$ باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۱۹
- (۲) ۲۰
- (۳) ۳۰
- (۴) ۳۱

اگر $f(x) = x^2 + ax + b$ و $f(3+4i) = 0$ باشد، $a+b$ چقدر است؟

(۲۴۷)

$$f(3+4i) = (3+4i)^2 + a(3+4i) + b = 0$$

$$= 9 + 24i - 16 + 3a + 4ai + b = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \operatorname{Re}=0 \rightarrow -7+3a+b=0 \\ \operatorname{Im}=0 \rightarrow 24+4a=0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a=-6 \\ b=25 \end{cases} \rightarrow \boxed{a+b=19}$$

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد MBA ۱۳۹۹

مهندس شاه‌ابراهیمی

۲۴۸- بازه همگرایی سری توانی زیر کدام است؟

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(3x-2)^n}{5^n(n^2+n+1)}$$

(۱) $\left(-1, \frac{7}{3}\right)$

(۲) $\left[-1, \frac{7}{3}\right]$

(۳) $\left(-\frac{7}{3}, 1\right)$

(۴) $\left[-\frac{7}{3}, 1\right]$

۲۴۹- دو خودروی A و B از محل تقاطع دو جاده که عمود بر هم هستند شروع به حرکت می‌کنند. خودروی A با

سرعت $\frac{1}{5} \frac{m}{s}$ به سمت شمال و خودروی B با سرعت $2 \frac{m}{s}$ به سمت شرق حرکت می‌کند. بعد از گذشت یک

دقیقه فاصله بین دو خودروی A و B با چه سرعتی (برحسب $\frac{m}{s}$) افزایش می‌یابد؟

(۱) ۱

(۲) $1/5$

(۳) ۲

(۴) $2/5$

۲۵۰- فرض کنید $g(x) = \int_{\frac{x^2}{2}}^{x^2} \frac{d}{dt} \sin(t^2) dt$ باشد، مقدار $g(\sqrt[4]{\pi})$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۲) -1
- (۳) 0
- (۴) $\sqrt{2}$

۲۵۰) $g(x) = \int_{\frac{x^2}{2}}^{x^2} \frac{d}{dt} \sin(t^2) dt$ $g(\sqrt[4]{\pi}) = ?$

$\frac{d}{dt} \sin(t^2) = 2t \cos(t^2)$ $-\sqrt{2} \quad \boxed{\frac{-\sqrt{2}}{2}}$

$\sim g(x) = \int_{\frac{x^2}{2}}^{x^2} 2t \cos(t^2) dt$ $x = \sqrt[4]{\pi} \quad g(\sqrt[4]{\pi}) = \int_{\frac{\sqrt{\pi}}{2}}^{\sqrt{\pi}} 2t \cos(t^2) dt$

$\left. \begin{array}{l} t^2 = u \\ 2t dt = du \end{array} \right\}$ $\rightarrow \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos u du = \sin u \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} = \sin \pi - \sin \frac{\pi}{4} = 0 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \boxed{-\frac{\sqrt{2}}{2}}$

۲۵۱- مقدار انتگرال زیر کدام است؟

$\int_0^{\pi} \sin^4 x \cos^7 x dx$

- (۱) $\frac{1}{6}$
- (۲) $\frac{1}{8}$
- (۳) $\frac{1}{12}$
- (۴) $\frac{1}{24}$

۲۵۱) $\int_0^{\pi/2} \sin^5 x \cos^3 x dx = ?$ $\frac{1}{12} \quad \boxed{\frac{1}{24}} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8}$

$= \int_0^{\pi/2} (\sin^2 x)^2 \cdot \sin x \cdot (1 - \sin^2 x) \cos x dx$

$\left. \begin{array}{l} \sin x = t \\ \cos x dx = dt \end{array} \right\}$ $\sim \int_0^1 t^4 \cdot t(1-t^2) dt = \int_0^1 (t^5 - t^7) dt$

$= \left(\frac{t^6}{6} - \frac{t^8}{8} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{8-6}{48} = \frac{2}{48} = \boxed{\frac{1}{24}}$

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد MBA ۱۳۹۹

مهندس شاه‌ابراهیمی

۲۵۲- فرض کنید $a_n = \frac{(1399)^n}{n!}$ و $b_n = \frac{1}{(1399+(-1))^n}$. سری‌های a_n و b_n چگونه هستند؟

(۱) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگرا و $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ واگرا است.

(۲) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ واگرا و $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ همگرا است.

(۳) هر دو همگرا هستند.

(۴) هر دو واگرا هستند.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n = ?$ $a_n = \frac{(1399)^n}{n!}$ $b_n = \frac{1}{(1399+(-1))^n}$

برای a_n : $\sqrt[n]{a_n} = \sqrt[n]{\frac{1399^n}{n!}} = \frac{1399}{\sqrt[n]{n!}} \rightarrow \frac{1399}{e} = 0 < 1$ → همگرا

برای b_n : $\sqrt[n]{b_n} = \frac{1}{1399+(-1)} < 1$ → همگرا

نتیجه: هر دو همگرا هستند.

۲۵۳- مقدار انتگرال زیر کدام است؟

$$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} dx$$

- (۱) $\frac{4}{3}$
- (۲) $\frac{5}{3}$
- (۳) 2
- (۴) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(۲۵۳) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx = ?$

تغییر متغیر: $\begin{cases} x^2+1 = t \\ 2x dx = 2t dt \end{cases} \rightarrow \int_1^2 \frac{(t-1)t dt}{t} = \int_1^2 (t-1) dt$

$= \left(\frac{t^2}{2} - t \right) \Big|_1^2 = \left(\frac{4}{2} - 2 \right) - \left(\frac{1}{2} - 1 \right) = 2 - 2 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

گزینه (۳) 2 صحیح است.

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد MBA ۱۳۹۹

مهندس شاه‌ابراهیمی

۲۵۴- ناحیه محصور بین منحنی‌های $y = \frac{1}{x}$ ، $y = x$ و $x = 2$ واقع در ربع اول صفحه مختصات را حول محور x ها

دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل چقدر است؟

- (۱) $\frac{10\pi}{6}$
- (۲) $\frac{11\pi}{6}$
- (۳) 2π
- (۴) $\frac{13\pi}{6}$

۲۵۴) ناحیه محصور بین منحنی‌های $y = \frac{1}{x}$ ، $y = x$ و $x = 2$ در ربع اول دوران حول x (چ؟)

$\frac{1}{x} = x \rightarrow x^2 = 1 \xrightarrow{\text{ربع اول}} x = 1$

$V = \pi \int f^2(x) dx = \pi \int_{x=1}^2 \left(x^2 - \frac{1}{x^2} \right) dx = \pi \left(\frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^2$

$= \pi \left(\frac{8}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - 1 \right) = \frac{11\pi}{6}$

۲۵۵- مساحت رویه استوانه‌ای $r = 1 + \cos \theta$ در بازه $\theta \in [0, \pi]$ و $1 \leq z \leq 3$ کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۸
- (۳) 4π
- (۴) 2π

۲۵۶- خط $y = 3x$ را در بازه $[0, 2]$ حول محور x ها دوران می‌دهیم. مساحت جانبی شکل حاصل کدام است؟

- (۱) $6\pi\sqrt{5}$
- (۲) $12\pi\sqrt{5}$
- (۳) $6\pi\sqrt{10}$
- (۴) $12\pi\sqrt{10}$

۲۵۶) $y = 3x$ [۰, ۲] مساحت جانبی؟ → دوران حول x

$S' = 2\pi \int |y| ds$ $ds = \sqrt{1+y'^2} dx = \sqrt{1+9} = \sqrt{10} dx$

$= 2\pi \int 3x \cdot \sqrt{10} dx = 6\pi\sqrt{10} \int_0^2 x dx = 6\pi\sqrt{10} \left(\frac{x^2}{2} \Big|_0^2 \right) = 12\pi\sqrt{10}$

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد MBA ۱۳۹۹

مهندس شاه‌ابراهیمی

۲۵۷- فرض کنید ناحیهٔ محصور بین منحنی‌های $y = \frac{1}{2x}$ ، $y = 0$ ، $x = 1$ و $x = 5$ را حول محور y ها دوران داده‌ایم.

حجم جسم حاصل کدام است؟

- (۱) 4π
- (۲) 3π
- (۳) 2π
- (۴) π

۲۵۷) ناحیهٔ محصور بین $y = \frac{1}{2x}$ ، $y = 0$ ، $x = 1$ و $x = 5$ را حول محور y ها دوران داده‌ایم. حجم جسم حاصل کدام است؟

$$V = 2\pi \int_1^5 x \cdot \frac{1}{2x} dx = 2\pi \int_1^5 \frac{1}{2} dx = 2\pi \left(\frac{x}{2} \right) \Big|_1^5 = 2\pi \left(\frac{5-1}{2} \right) = 4\pi$$

پایان به دلیل $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ است (اصل محتمل به حجم علامت و اثری داشته‌اند)
 همه جا بس توهم شکل ۸۵ رو به حجم اختصاص بده
 (ولی فب سوالاتی حجم و مساحت جانبی صلابی طرح شده بودند)

۲۵۸- مقدار حد زیر کدام است؟

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{(4n+3i)^7}{n^8}$$

- (۱) $\frac{1}{8}(7^8 - 4^8)$
- (۲) $\frac{1}{8}(7^8 - 3^8)$
- (۳) $\frac{1}{24}(7^8 - 4^8)$
- (۴) $\frac{1}{24}(7^8 - 3^8)$

۲۵۸) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{(4n+3i)^7}{n^8}$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(4n+3i)^7}{n^7} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{4n+3i}{n} \right)^7$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(4 + 3 \frac{i}{n} \right)^7 = \int_0^1 (4+3x)^7 dx$$

تغییر متغیر $\begin{cases} 4+3x = t \\ 3dx = dt \end{cases}$

$$= \int \frac{t^7}{3} dt = \frac{1}{24} t^8 = \frac{1}{24} (4+3x)^8 \Big|_{x=0}^1 = \frac{1}{24} (7^8 - 4^8)$$

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد MBA ۱۳۹۹

مهندس شاه‌ابراهیمی

۲۵۹- کدام گزینه در مورد $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+x^{1399}}}$ و $\int_1^{+\infty} \frac{\sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}}{x^2} dx$ صحیح است؟

- (۱) هر دو واگرا هستند.
- (۲) هر دو همگرا هستند.
- (۳) اولی همگرا و دومی واگرا است.
- (۴) اولی واگرا و دومی همگرا است.

۲۵۹) $\int_1^{+\infty} \frac{\sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}}{x^2} dx$ و $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+x^{1399}}}$

هر دو واگرا
 هر دو واگرا
 اولی واگرا، دومی واگرا
 اولی واگرا، دومی واگرا

چون اول درگیری بیس می آید که اولی کمره دومی کمره؟ ن!

بعد توکل می کنی که این لا جقستی یا واگراست یا واگراست

$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+x^{1399}}}$ } $\int_0^A \frac{dx}{\sqrt{x+x^{1399}}}$ ناسه نوع ۲ $\rightarrow \int_0^A \frac{dx}{\sqrt{x}} \rightarrow P=1/2$ واگرا
 $\int_A^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+x^{1399}}}$ ناسه نوع ۱ $\rightarrow \int_A^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^{1399}}} \rightarrow P=1/2$ واگرا

اولی (سایم) واگراست. چهارگزینه ای

$\int_1^{+\infty} \frac{\sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}}{x^2} dx = \int_1^{+\infty} \frac{عدد}{x^2} dx \rightarrow P=2$ واگراست

دومی (سایم) اولی ن! چهارگزینه ای

پس هر دو واگراست و خد خدان آرام راحت میشه ت.

۲۶۰- اولین چهار جمله سری توانی $f(x) = e^{-x^2}$ در همسایگی $x=0$ کدام است؟

- (۱) $1+x^2+\frac{x^4}{2}+\frac{x^6}{6}$
- (۲) $1+x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{6}$
- (۳) $1-x^2+\frac{x^4}{2}-\frac{x^6}{6}$
- (۴) $1-x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^4}{6}$

۲۴۰) $f(x) = e^{-x^2}$ $x=0$ چهار جمله

مرد که نقطه عمده طرح محترم اورد جلوه چی می کنه
 (همیشه که نباید سر سوالاتی نیست یاد این بزرگوار بشویم، بیادش فراموش نشه)

$e^x = 1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\dots$

$x \rightarrow -x^2 \rightarrow e^{-x^2} = 1-x^2+\frac{x^4}{2!}-\frac{x^6}{3!}+\dots$

$1-x^2+\frac{x^4}{2}-\frac{x^6}{6}$

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد MBA ۱۳۹۹

مهندس شاه‌ابراهیمی

۲۶۱- اگر $A = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2}{x-y}$ و $B = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x+y)^2}{3|x|+|y|}$ باشند، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $A = B = 0$
 (۲) $A = 0$ و B وجود ندارد.
 (۳) A وجود ندارد و $B = 0$.
 (۴) A و B وجود ندارند.

۲۶۱) $A = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2}{x-y}$ $B = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x+y)^2}{3|x|+|y|}$

اول فرض کنیم $x=0$ و y را تغییر دهیم
 و آنوقت A تبدیل به $\frac{y^2}{-y}$ می‌شود و حالش بد است
 خیلی نگرانی در A نیست صفر را هم ضمیمه کردنش

و در مورد B هم این منزه نیست
 اما حواسمان نیست که خروجی $\frac{\pi}{4}$ کاملی نیست پس این بابا هم وجود ندارد

$A \rightarrow$ در صورت بازمانده
 $B \rightarrow$ در صورت بازمانده

$A = B = 0$
 A وجود ندارد
 B وجود ندارد

۲۶۲- فرض کنید $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ چنانچه $\vec{v} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ باشد، مقدار $D_{\vec{v}}f(0,0)$ (مشتق سویی تابع f در نقطه $(0,0)$ در جهت بردار \vec{v}) کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{55}$
 (۲) $\frac{1}{45}$
 (۳) $\frac{1}{35}$
 (۴) $\frac{1}{25}$

۲۶۲) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ $\vec{v} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$D_{\vec{v}}f(0,0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h, b+h) - f(0,0)}{h}$ $\begin{cases} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$

$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^2h^4bh}{a^4h^4+b^4h^4} = \frac{a^2b}{a^4+b^4} = \frac{\frac{3}{16} \times \frac{1}{2}}{\frac{9}{16} + \frac{1}{16}} = \frac{3 \times 1}{16 \times 2 \times 10} \approx \frac{4.5}{160} = \frac{9}{320}$

$D_{\vec{v}}f(0,0) = ?$ $\boxed{\frac{9}{320}}$

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد MBA ۱۳۹۹

مهندس شاه‌ابراهیمی

۲۶۳- خم حاصل از اشتراک رویه‌های $x^2 + y^2 = 1$ و $z = x^2 - y^2$ را در نظر بگیرید. انحنای این خم در نقطه $(1, 0, 1)$

کدام است؟

$\sqrt{15}$ (۱)

۴ (۲)

$\sqrt{17}$ (۳)

$\sqrt{18}$ (۴)

۲۶۲) $x^2 + y^2 = 1$ $z = x^2 - y^2$ $(1, 0, 1)$ \vec{a}

$\vec{r} = \begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases} \rightarrow z = \cos^2 t - \sin^2 t = \cos 2t$ $t=0$

$\rightarrow \vec{v} = (-\sin t, \cos t, -2\sin 2t) \xrightarrow{t=0} \vec{v} = (0, 1, 0)$

$\rightarrow \vec{a} = (-\cos t, -\sin t, -2\cos 2t) \xrightarrow{t=0} \vec{a} = (-1, 0, 4)$

$\rightarrow (\vec{v} \times \vec{a}) = (-4, 0, 1)$ $|\vec{a}| = \frac{|\vec{v} \times \vec{a}|}{|\vec{v}|} = \frac{\sqrt{16+1}}{1} = \sqrt{17}$

۲۶۴- کدام یک از صفحات زیر بر رویه $2(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 8$ در نقطه $(2, 3, 5)$ مماس است؟

$y + z = 8$ (۱)

$x + y = 5$ (۲)

$x + 5y - 4z = -3$ (۳)

$5x + 5y - 4z = 5$ (۴)

۲۶۴) $2(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 8$ $(2, 3, 5)$

$\vec{g} = (4(x-2), 2(y-1), 2(z-3)) \xrightarrow{(2, 3, 5)} (0, 4, 4)$

$\vec{a} = (0, 4, 4)$

$\rightarrow 0(x-2) + 4(y-3) + 4(z-5) = 0$

$\rightarrow y-3 + z-5 = 0 \rightarrow \boxed{y+z=8}$

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد MBA ۱۳۹۹

مهندس شاه‌ابراهیمی

۲۶۵- طول منحنی $r = 1 + \sin \theta$ در بازه $[0, \pi]$ کدام است؟

- ۸ (۱)
- ۱۰ (۲)
- $5\sqrt{2}$ (۳)
- $4\sqrt{2}$ (۴)

۲۴۵) $r = 1 + \sin \theta$ $[0, \pi]$ طول منحنی؟

$$L = \int_a^b \sqrt{r^2 + r'^2} d\theta \quad \begin{cases} r = 1 + \sin \theta \\ r' = \cos \theta d\theta \end{cases}$$

$$= \int_0^\pi \sqrt{1 + 2\sin \theta + \sin^2 \theta + \cos^2 \theta} d\theta = \int_0^\pi \sqrt{2 + 2\sin \theta} d\theta = \sqrt{2} \int_0^\pi \sqrt{1 + \sin \theta} d\theta \quad \star$$

$$1 + \sin \theta = \sin^2 \frac{\theta}{2} + \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = (\sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2})^2$$

$$\sqrt{1 + \sin \theta} = \sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2}$$

$$\star \rightarrow \sqrt{2} \int_0^\pi (\sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2}) d\theta = \sqrt{2} \left(-2\cos \frac{\theta}{2} + 2\sin \frac{\theta}{2} \right) \Big|_0^\pi$$

$$= \sqrt{2} (0 + 2 - (-2)) = 4\sqrt{2}$$

۲۶۶- فرض کنید $x = x(u, v)$ ، $y = y(u, v)$ ، $xu^2 + yv^2 = 4$ و $ux - 2vy = 0$ باشند. حاصل

$\frac{\partial x}{\partial u}$ از $(2u^2 + uv)$ به‌ازای $v \neq 0$ کدام است؟

- $(u - 4v)y$ (۱)
- $(v - 4u)y$ (۲)
- $(u + 4v)x$ (۳)
- $(4u - v)x$ (۴)

۲۴۴) $\begin{cases} xu^2 + yv^2 = 4 \\ ux - 2vy = 0 \end{cases} \quad (2u^2 + uv) \frac{\partial x}{\partial u} = ?$

$$\frac{\partial}{\partial u} \begin{cases} \frac{\partial x}{\partial u} u^2 + 2ux + \frac{\partial y}{\partial u} v^2 = 0 \\ x + u \frac{\partial x}{\partial u} - 2 \frac{\partial y}{\partial u} v = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{\partial x}{\partial u} u^2 + \frac{\partial y}{\partial u} v^2 = -2ux \\ \frac{\partial x}{\partial u} u - \frac{\partial y}{\partial u} (2v) = -x \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{\partial x}{\partial u} = \frac{\begin{vmatrix} -2ux & v^2 \\ u & -2v \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} u^2 & v^2 \\ u & -2v \end{vmatrix}} = \frac{4uv + xv^2}{-2u^2v - uv^2} = \frac{xv(4u+v)}{-uv(2u+v)}$$

$$\rightarrow (2u^2 + uv) \frac{\partial x}{\partial u} = \frac{uv(2u+v) \cdot \frac{xv(4u+v)}{-uv(2u+v)}}{-uv(2u+v)} = \frac{-x(4u+v)}{-uv(2u+v)}$$

نتیجه تأیید می‌شود به روش دیگر (مربوط به کتابت !!)

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد MBA ۱۳۹۹

مهندس شاه‌ابراهیمی

۲۶۷- مقدار انتگرال دوگانه زیر کدام است؟

$$\int_0^1 \int_y^1 \frac{\sin x}{x} dx dy$$

۱- sin ۱ (۱)

۱- cos ۱ (۲)

sin ۱ + cos ۱ (۳)

۰ (۴)

۲۴۷) $\int_0^1 \int_y^1 \frac{\sin x}{x} dx dy = ?$

فکرت شده آچارفرانس طراحات!
 هوا سوال کم ماره این استرال روم دل. خودس عنوان برورد نویسن سبت به
 این آصلا $n+1$ برکنتر ارده (n برده صده شده بودت)

$\int_0^1 \int_y^1 \frac{\sin x}{x} dx dy = \int_{x=0}^1 \int_{y=0}^x \frac{\sin x}{x} dy dx = \int_0^1 \sin x dx = -\cos x |_{0}^1 = -(\cos 1 - \cos 0) = 1 - \cos 1$

۱- cos ۱ (۲)

۲۶۸- مقدار $\iint_A \sqrt{1+x^2+y^2} dx dy$ روی ناحیه $A = \{(x,y) | 1 \leq x^2+y^2 \leq 4, x,y \geq 0\}$ کدام است؟

$\frac{\pi}{6} (5^{\frac{3}{2}} - 2^{\frac{3}{2}})$ (۱)

$\frac{\pi}{6} (3^{\frac{3}{2}} - 1)$ (۲)

$\frac{\pi}{3} (5^{\frac{3}{2}} - 2^{\frac{3}{2}})$ (۳)

$\frac{\pi}{3} (3^{\frac{3}{2}} - 1)$ (۴)

۲۴۱) $\iint_A \sqrt{1+x^2+y^2} dx dy = ?$ $A = \{(x,y) | 1 \leq x^2+y^2 \leq 4, x,y \geq 0\}$

$\int_0^{\pi/2} \int_1^2 \sqrt{1+r^2} r dr d\theta = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \cdot 2r \sqrt{1+r^2} d\theta = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} (1+r^2) \sqrt{1+r^2} d\theta = \frac{1}{3} (5\sqrt{5} - 2\sqrt{2}) = \frac{\pi}{6} (5^{3/2} - 2^{3/2})$

$\frac{\pi}{6} (5^{3/2} - 2^{3/2})$ (۳)

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد MBA ۱۳۹۹

مهندس شاه‌ابراهیمی

۲۶۹- مساحت ناحیه محصور به درون $r = 3 \sin \theta$ و بیرون $r = 1 + \sin \theta$ کدام است؟

- (۱) π
- (۲) $\frac{\pi}{2}$
- (۳) 2π
- (۴) $\frac{3\pi}{2}$

مسئله ۲۶۹) $r = 3 \sin \theta$ و $r = 1 + \sin \theta$

مقاطع: $3 \sin \theta = 1 + \sin \theta \rightarrow 2 \sin \theta = 1 \rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

مساحت: $S = \frac{1}{2} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} |(3 \sin \theta)^2 - (1 + \sin \theta)^2| d\theta$

$= \frac{1}{2} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} (9 \sin^2 \theta - 1 - 2 \sin \theta - \sin^2 \theta) d\theta = \frac{1}{2} (4\theta - 2 \sin 2\theta + 2 \cos \theta - \theta) \Big|_{\pi/6}^{5\pi/6}$

$= \frac{1}{2} \left(\frac{10\pi}{3} + \sqrt{3} - \sqrt{3} - \frac{5\pi}{6} - \left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3} + \sqrt{3} - \pi \right) \right)$

$= \frac{1}{2} \left(\frac{8\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} \right) = \pi$

۲۷۰- فرض کنید $f(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $(0, 0)$ و $(1, 1)$ نقاط مینیمم موضعی هستند.
- (۲) $(0, 0)$ نقطهٔ زینی و $(1, 1)$ نقطهٔ ماکسیمم موضعی است.
- (۳) $(0, 0)$ نقطهٔ مینیمم موضعی و $(1, 1)$ نقطهٔ زینی است.
- (۴) $(0, 0)$ نقطهٔ زینی و $(1, 1)$ نقطهٔ مینیمم موضعی است.

۲۷۰) $f(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$ کدام گزینه صحیح است؟

$f_x = 0 \rightarrow 6x^2 - 6y = 0 \rightarrow x^2 = y$

$f_y = 0 \rightarrow -6x + 6y = 0 \rightarrow x = y$

$\rightarrow x = y = 0$
 $\rightarrow x = y = 1$

$\Delta = \begin{vmatrix} 12x & -6 \\ -6 & 6 \end{vmatrix}$

$\Delta(0,0) = -36 < 0 \rightarrow$ زینی

$\Delta(1,1) = 36 > 0 \rightarrow$ ماکسیمم موضعی

$12 > 0 \rightarrow \min$

گزینه‌ها: $(0,0)$ زینی و $(1,1)$ مینیمم موضعی
 $(0,0)$ زینی و $(1,1)$ ماکسیمم موضعی
 $(0,0)$ و $(1,1)$ زینی
 $(1,1)$ زینی و $(0,0)$ مینیمم موضعی

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد MBA ۱۳۹۹

مهندس شاه‌ابراهیمی

۲۷۱- کمترین و بیشترین مقدار $f(x,y,z) = xy + 2z$ از بین نقاط مشترک صفحه $x+y+z=0$ و کره

$x^2 + y^2 + z^2 = 24$ ، به ترتیب کدام است؟

(۱) ۱۴ و -۱۳

(۲) ۱۴ و -۱۲

(۳) ۱۳ و -۱۲

(۴) ۱۲ و -۱۳

۲۷۲- حجم ناحیه محصور به $z=2-x^2-y^2$ و $z=0$ کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{2}$

(۲) π

(۳) 2π

(۴) 4π

۲۷۲) $z = 2 - x^2 - y^2$ ، $z = 0$ حجم محصور 3π
 4π 2π

$z = 0$ ، $z = 2 - r^2 \rightarrow 2 - r^2 = 0 \rightarrow r = \sqrt{2}$

$V = \iiint dV$ استوار $V = \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \int_{z=0}^{2-r^2} dz \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = 2\pi(1) = \boxed{2\pi}$

$\int (2r - r^3) dr = \left(\frac{2r^2}{2} - \frac{r^4}{4}\right) \Big|_0^{\sqrt{2}} = 2 - 1$

۲۷۳- فرض کنید C منحنی حاصل از تقاطع $z = x^2 + 4y^2$ و $z = 3x - 2y$ از نقطه $(0,0,0)$ به نقطه $(1, \frac{1}{4}, 2)$ باشد.

مقدار $\int_C (y^2 \mathbf{i} + (2xy + e^{xz}) \mathbf{j} + 2ye^{xz} \mathbf{k}) \cdot d\mathbf{r}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}(1+e^6)$

(۲) $\frac{1}{2}(\frac{1}{2} + e^6)$

(۳) $\frac{1}{2}(2+e^6)$

(۴) $\frac{1}{2}(2+e^6)$

۲۷۳) منحنی حاصل از تقاطع $z = x^2 + 4y^2$ و $z = 3x - 2y$ $\frac{1}{2}(\frac{1}{2} + e^6)$
 $\frac{1}{2}(1+e^6)$
 $\frac{1}{2}(2+e^6)$
 $\frac{1}{2}(2+e^6)$

نقطه از $(0,0,0)$ به $(1, \frac{1}{2}, 2)$ $F = (y^2, 2xy + e^{3z}, 3ye^{3z})$

مسئله $\int_C F \cdot dr$ کدام است؟

$\text{Curl } \vec{F} = \vec{0}$ مسئله \rightarrow پتانسیل

$\int_C F \cdot dr = \int y^2 dx + \int e^{3z} dy$

$= (y^2 x + y e^{3z}) \Big|_{(0,0,0)}^{(1, \frac{1}{2}, 2)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^6 - 0 = \boxed{\frac{1}{2}(\frac{1}{2} + e^6)}$

سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشد MBA ۱۳۹۹

مهندس شاه‌ابراهیمی

۲۷۴- حاصل $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, dS$ هرگاه $\vec{F}(x, y, z) = (3x + z^2, y^2 - \sin(x^2z), xz + ye^{x^2})$ سطح رویه $0 \leq x \leq 1$ و $0 \leq y \leq 3$ و $0 \leq z \leq 2$ و \vec{n} بردار قائم رو به بیرون بر رویه S باشد، کدام است؟

- ۰ (۱)
- ۲۳ (۲)
- ۳۹ (۳)
- ۴۲ (۴)

(۲۷۴) حاصل $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, dS$ هرگاه $\vec{F} = (3x + z^2, y^2 - \sin(x^2z), xz + ye^{x^2})$ سطح رویه $0 \leq x \leq 1$ و $0 \leq y \leq 3$ و $0 \leq z \leq 2$ و \vec{n} بردار قائم رو به بیرون بر رویه S باشد، کدام است؟

روش دیورژانس $\rightarrow \text{div } \vec{F} = 3 + 2y + x$

$\rightarrow \iiint_V \vec{F} \cdot \vec{n} \, dS = \iiint_V \text{div } \vec{F} \, dV = \iiint_V (3 + 2y + x) \, dV$

$= \int_0^2 \int_0^3 \int_0^1 (3 + 2y + x) \, dx \, dy \, dz = \int_0^2 \int_0^3 (3 + 2y + \frac{1}{2}) \, dy \, dz$

$= \int_0^2 \left(\frac{39}{2} \right) dz = \frac{39}{2} \times 2 = \boxed{39}$

۲۷۵- فرض کنید سطح S به صورت $\rho = 3 + 2\cos\phi$ که $0 \leq \phi \leq \pi$ و $0 \leq \theta \leq 2\pi$ باشد. اگر \vec{n} بردار قائم یکه برونسوی سطح S و $\vec{F}(x, y, z) = \frac{2}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}(x, y, z)$ باشند، آنگاه $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, dS$ کدام است؟

- ۰ (۱)
- 2π (۲)
- 4π (۳)
- 8π (۴)

ابراهیم شاه‌ابراهیمی

کارشناس ارشد مهندسی عمران

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

Math-Teacher.blog.ir