سوالات و پاسخ ریاضیات کنکور کارشناسی ارشدMBA ۱۳۹۹

مهندس شاه‌ابراهیمی

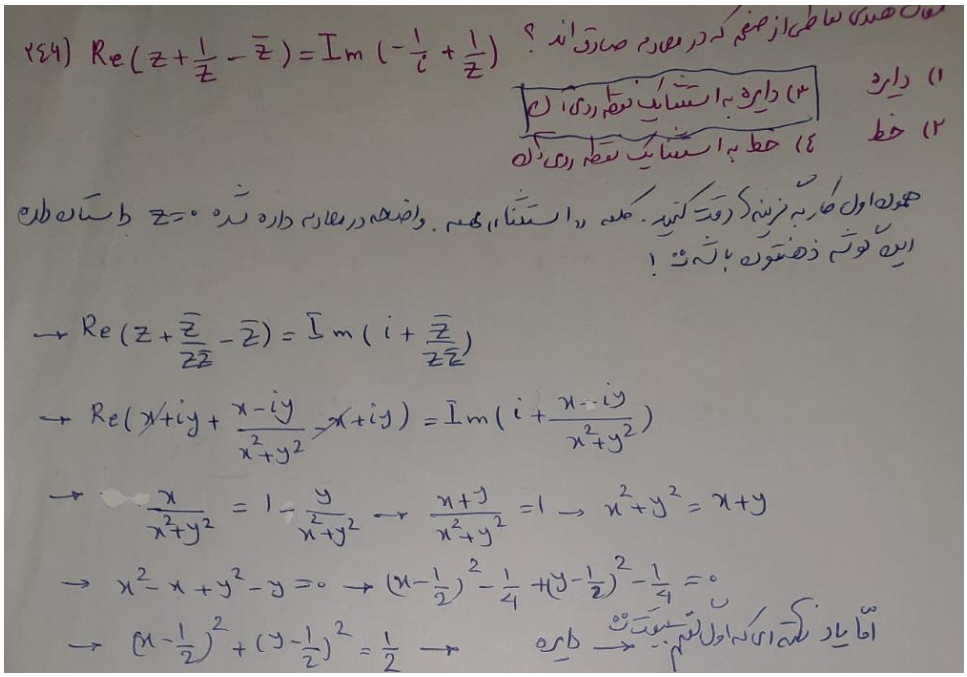
۲۴۶ مکان هندسی تمام اعداد مختلطی مانند z که در شرط $\mathrm{Re}(z+\frac{1}{z}-\bar{z})=\mathrm{Im}(\frac{-1}{i}+\frac{1}{z})$ صدق می‌کنند، کدام است؟

۱) نقاط روی یک دایره

۲) نقاط واقع روی یک خط

۳) نقاط روی یک دایره به استثنای یک نقطه از آن

۴) نقاط واقع بر یک خط به استثنای یک نقطه از آن



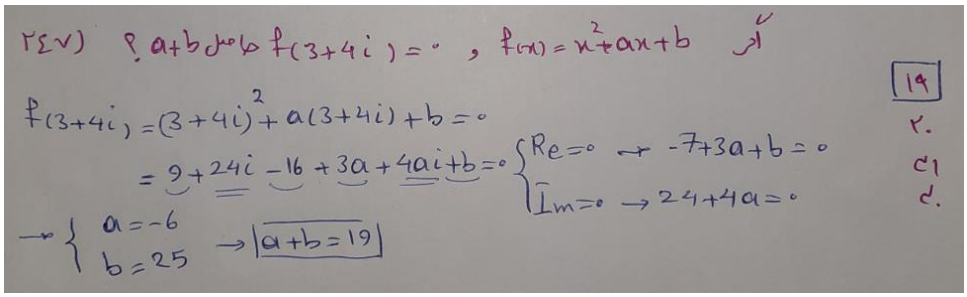
۲۴۷- فرض کنید $f(x)=x^2+ax+b$ که a و b اعدادی حقیقی‌اند. اگر $f(3+4i)=0$ باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۱۹

۲) ۲۰

۳) ۳۰

۴) ۳۱



۲۴۸- بازهٔ همگرایی سری توانی زیر کدام است؟

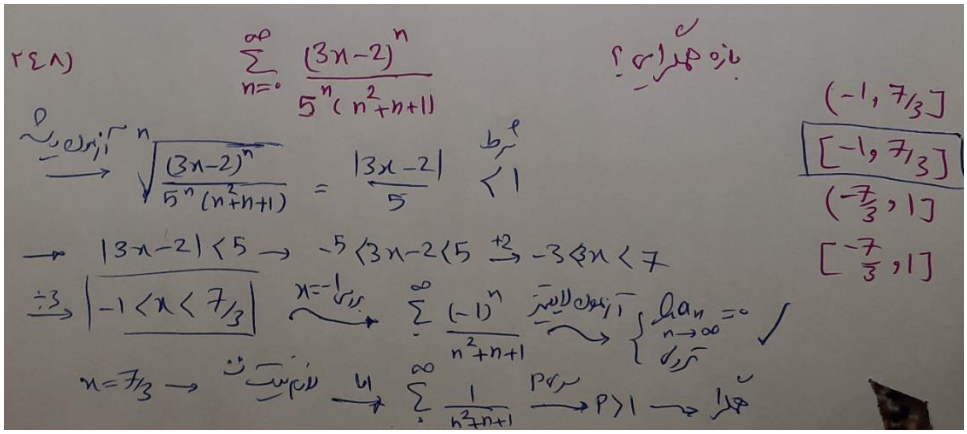
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(3x-2)^n}{5^n(n^2+n+1)}$$

۱) $\left(-1, \frac{7}{3}\right]$

۲) $\left[-1, \frac{7}{3}\right]$

۳) $\left(-\frac{7}{3}, 1\right]$

۴) $\left[-\frac{7}{3}, 1\right]$



۲۴۹- دو خودروی A و B از محل تقاطع دو جاده که عمود بر هم هستند شروع به حرکت می‌کنند. خودروی A با سرعت $۱/۵\frac{m}{s}$ به سمت شمال و خودروی B با سرعت $۲\frac{m}{s}$ به سمت شرق حرکت می‌کند. بعد از گذشت یک دقیقه فاصلهٔ بین دو خودروی A و B با چه سرعتی (برحسب $\frac{m}{s}$) افزایش می‌یابد؟

۱) ۱

۲) ۱/۵

۳) ۲

۴) ۲/۵

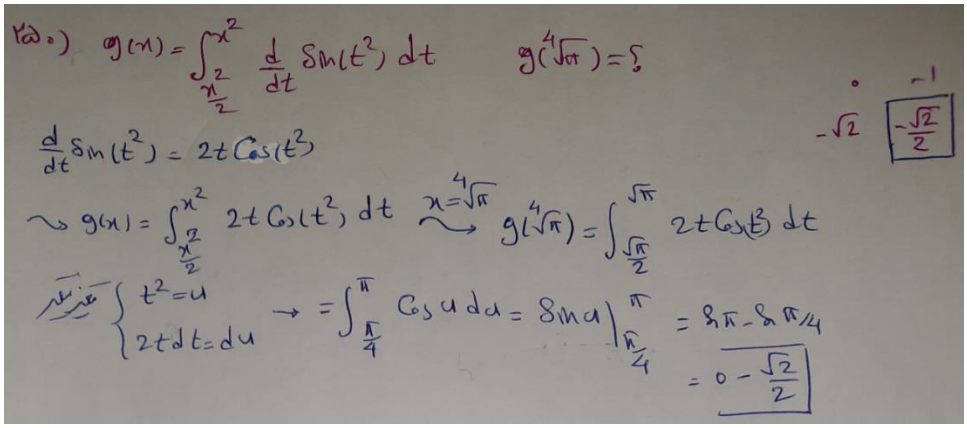
۲۵۰- فرض کنید $g(x)=\int_{\frac{x^2}{2}}^{x^2}\frac{d}{dt}\sin(t^2)\,dt$ باشد، مقدار $g(\sqrt[4]{\pi})$ کدام است؟

۱) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲) -1

۳) 0

۴) $\sqrt{2}$



۲۵۱- مقدار انتگرال زیر کدام است؟

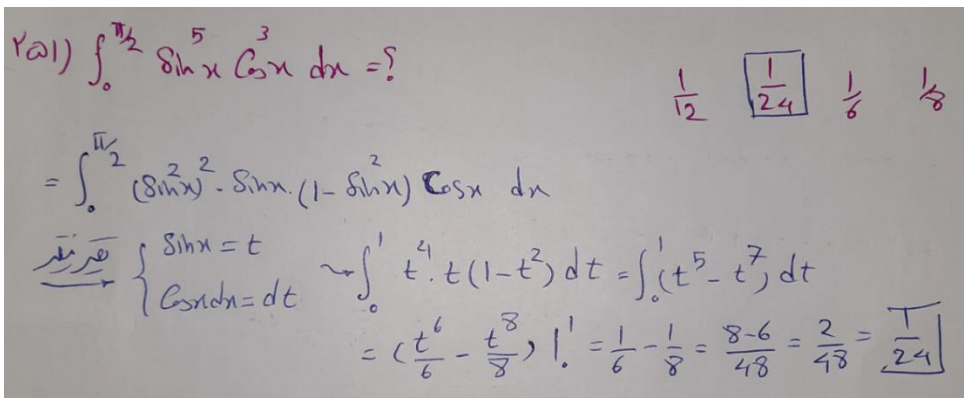
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^5 x\cos^3 x\,dx$$

۱) $\frac{1}{6}$

۲) $\frac{1}{8}$

۳) $\frac{1}{12}$

۴) $\frac{1}{24}$



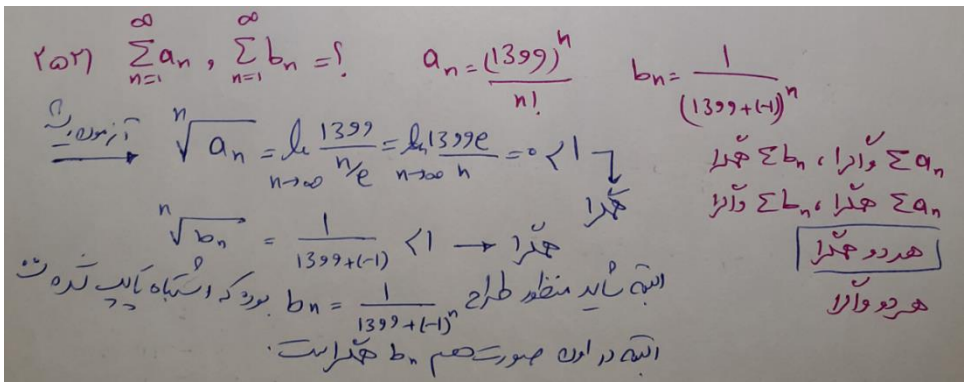
۲۵۲- فرض کنید $a_n = \frac{(۱۳۹۹)^n}{n!}$ و $b_n = \frac{۱}{(۱۳۹۹+(-۱))^n}$. سری‌های $\sum_{n=۱}^{\infty} a_n$ و $\sum_{n=۱}^{\infty} b_n$ چگونه هستند؟

۱) $\sum_{n=۱}^{\infty} a_n$ همگرا و $\sum_{n=۱}^{\infty} b_n$ واگرا است.

۲) $\sum_{n=۱}^{\infty} a_n$ واگرا و $\sum_{n=۱}^{\infty} b_n$ همگرا است.

۳) هر دو همگرا هستند.

۴) هر دو واگرا هستند.



۲۵۳- مقدار انتگرال زیر کدام است؟

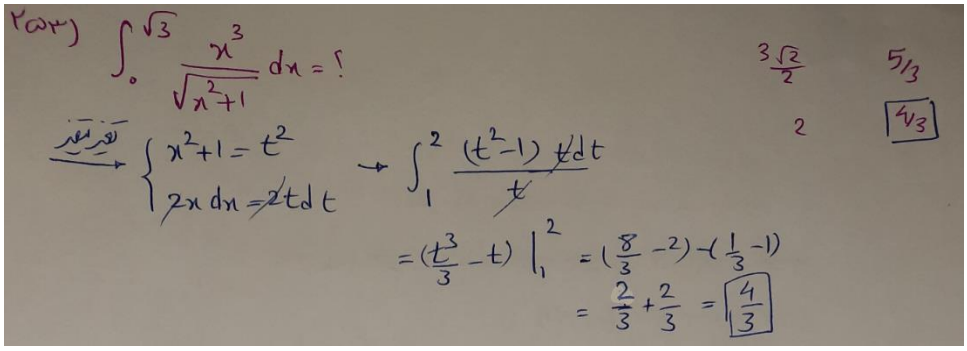
$$\int_{۰}^{\sqrt{۳}} \frac{x^۳}{\sqrt{x^۲+۱}} dx$$

۱) $\frac{۴}{۳}$

۲) $\frac{۵}{۳}$

۳) ۲

۴) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$



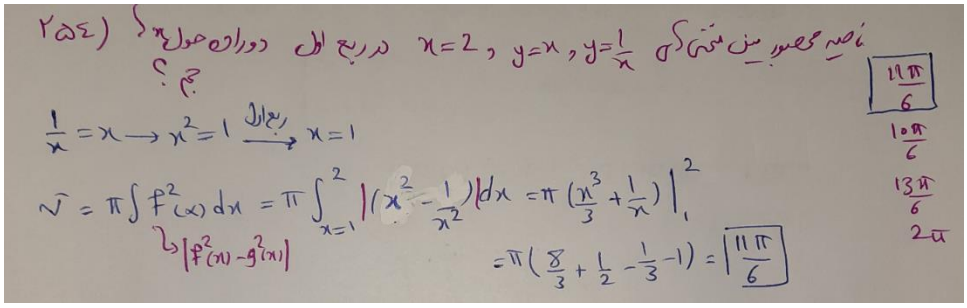
۲۵۴- ناحیهٔ محصور بین منحنی‌های $y=\frac{۱}{x}$، $y=x$ و $x=۲$ واقع در ربع اول صفحهٔ مختصات را حول محور xها دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل چقدر است؟

۱) $\frac{۱۰\pi}{۶}$

۲) $\frac{۱۱\pi}{۶}$

۳) ۲π

۴) $\frac{۱۳\pi}{۶}$



۲۵۵- مساحت رویهٔ استوانه‌ای $r=۱+\cos\theta$ در بازهٔ $\theta\in[۰,\pi]$ و $۱\le z\le ۳$ کدام است؟

۱) ۴

۲) ۸

۳) ۴π

۴) ۲π

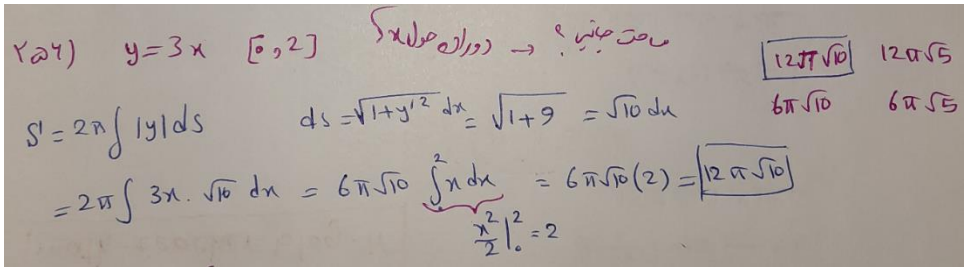
۲۵۶- خط $y=۳x$ را در بازهٔ $[۰,۲]$ حول محور xها دوران می‌دهیم، مساحت جانبی شکل حاصل کدام است؟

۱) $۶\pi\sqrt{۵}$

۲) $۱۲\pi\sqrt{۵}$

۳) $۶\pi\sqrt{۱۰}$

۴) $۱۲\pi\sqrt{۱۰}$



۲۵۷- فرض کنید ناحیهٔ محصور بین منحنی‌های $y=\frac{1}{2x}$ ، $y=0$ ، $x=1$ و $x=5$ را حول محور yها دوران داده‌ایم.

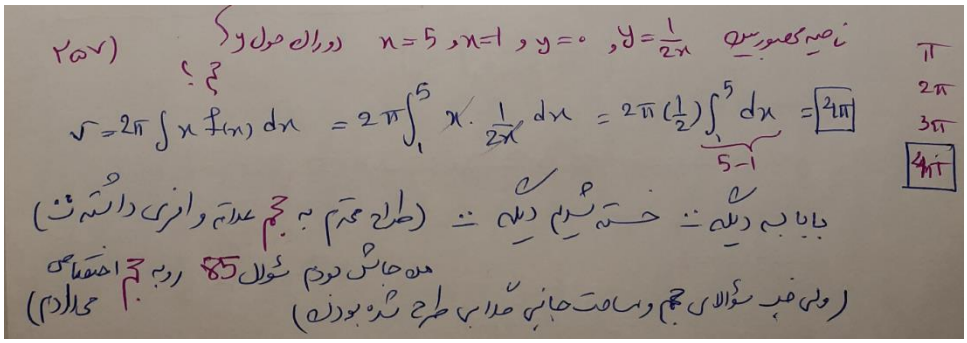
حجم جسم حاصل کدام است؟

۱) 4π

۲) 3π

۳) 2π

۴) π



۲۵۸- مقدار حد زیر کدام است؟

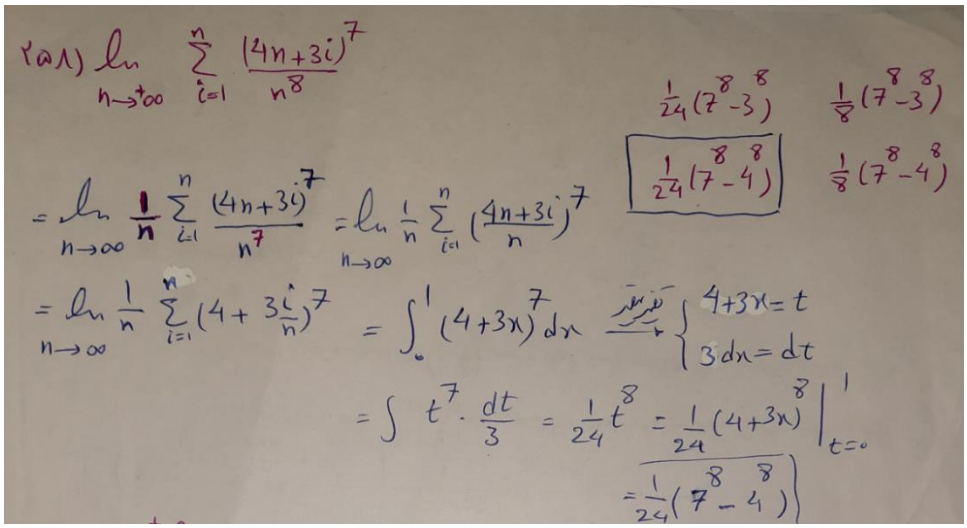
$$\lim_{n\to+\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{(4n+3i)^7}{n^8}$$

۱) $\frac{1}{8}(7^8-4^8)$

۲) $\frac{1}{8}(7^8-3^8)$

۳) $\frac{1}{24}(7^8-4^8)$

۴) $\frac{1}{24}(7^8-3^8)$



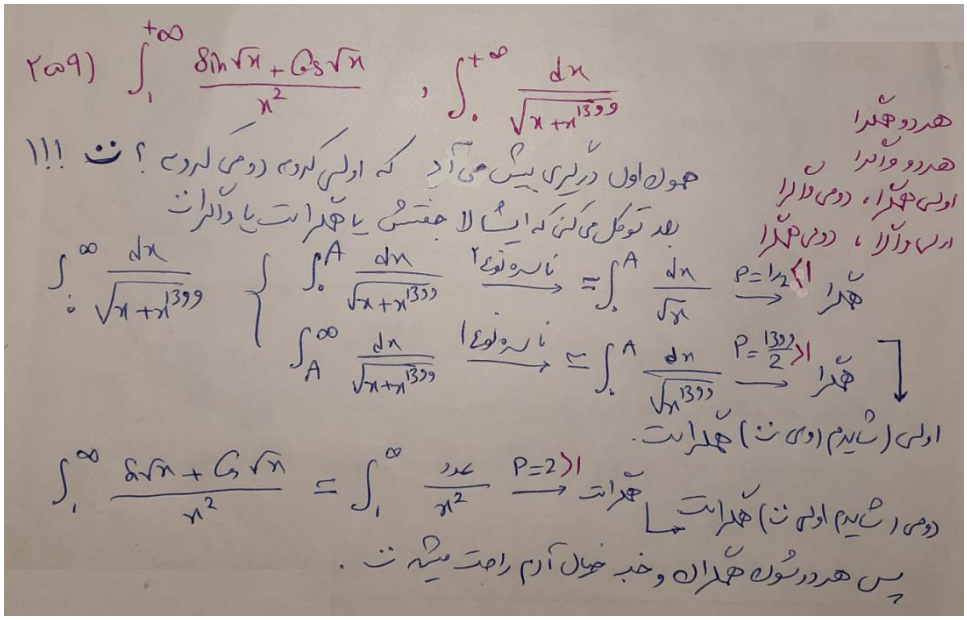
۲۵۹- کدام گزینه در مورد $\int_{0}^{+\infty}\frac{dx}{\sqrt{x+x^{1399}}}$ و $\int_{1}^{+\infty}\frac{\sin\sqrt{x}+\cos\sqrt{x}}{x^{2}}dx$ صحیح است؟

۱) هر دو واگرا هستند.

۲) هر دو همگرا هستند.

۳) اولی همگرا و دومی واگرا است.

۴) اولی واگرا و دومی همگرا است.



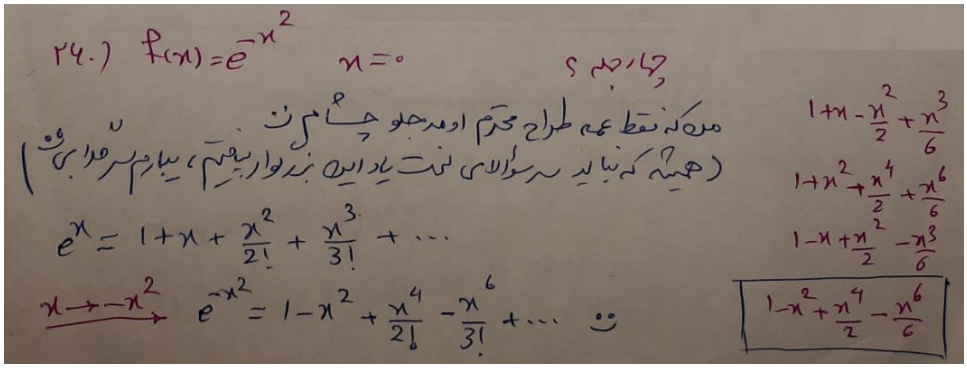
۲۶۰- اولین چهار جمله سری توانی $f(x)=e^{-x^{2}}$ در همسایگی $x=0$ کدام است؟

۱) $1+x^{2}+\frac{x^{4}}{2}+\frac{x^{6}}{6}$

۲) $1+x-\frac{x^{2}}{2}+\frac{x^{3}}{6}$

۳) $1-x^{2}+\frac{x^{4}}{2}-\frac{x^{6}}{6}$

۴) $1-x+\frac{x^{2}}{2}-\frac{x^{3}}{6}$



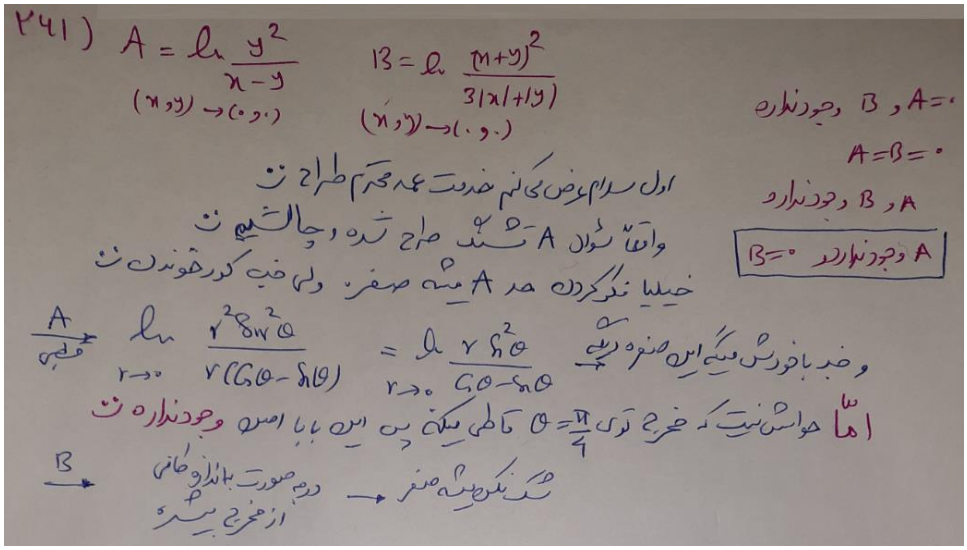
۲۶۱- اگر $A=\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{y^2}{x-y}$ و $B=\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{(x+y)^2}{3|x|+|y|}$ باشند، کدام گزینه درست است؟

۱) $A=B=0$

۲) $A=0$ و B وجود ندارد.

۳) A وجود ندارد و $B=0$.

۴) A و B وجود ندارند.



۲۶۲- فرض کنید $f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^4y}{x^4+y^4} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$، چنانچه $D_{\vec{v}}f(0,0)$ باشد، مقدار $\vec{v}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$

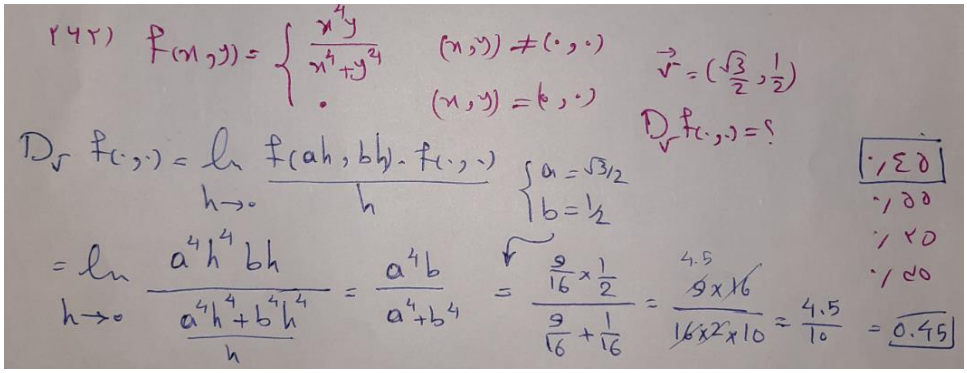
(مشتق سویی تابع f در نقطهٔ $(0,0)$ در جهت بردار $\vec{v}$) کدام است؟

۱) ۰/۵۵

۲) ۰/۴۵

۳) ۰/۳۵

۴) ۰/۲۵



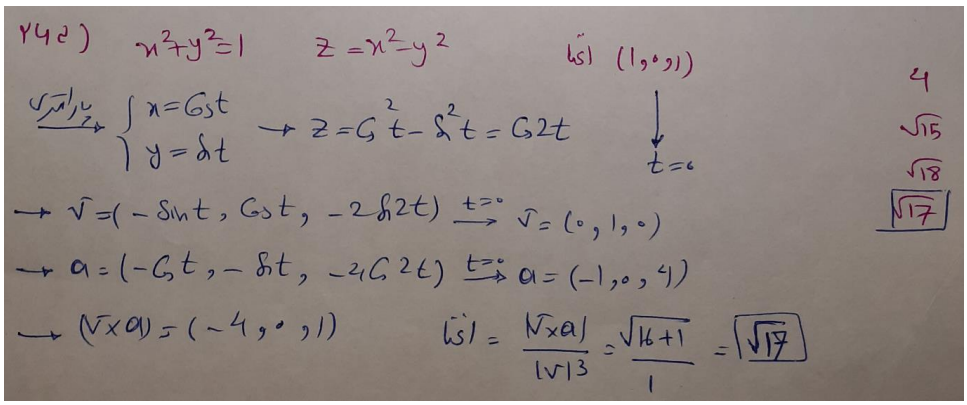
۲۶۳- خم حاصل از اشتراک رویه‌های $x^2+y^2=1$ و $z=x^2-y^2$ را در نظر بگیرید. انحنای این خم در نقطهٔ $(1,0,1)$ کدام است؟

۱) $\sqrt{15}$

۲) ۴

۳) $\sqrt{17}$

۴) $\sqrt{18}$



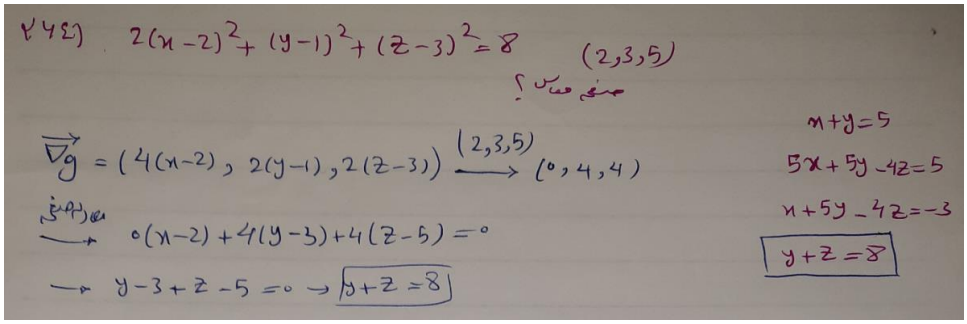
۲۶۴- کدام‌یک از صفحات زیر بر رویهٔ $2(x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=8$ در نقطهٔ $(2,3,5)$ مماس است؟

۱) $y+z=8$

۲) $x+y=5$

۳) $x+5y-4z=-3$

۴) $5x+5y-4z=5$



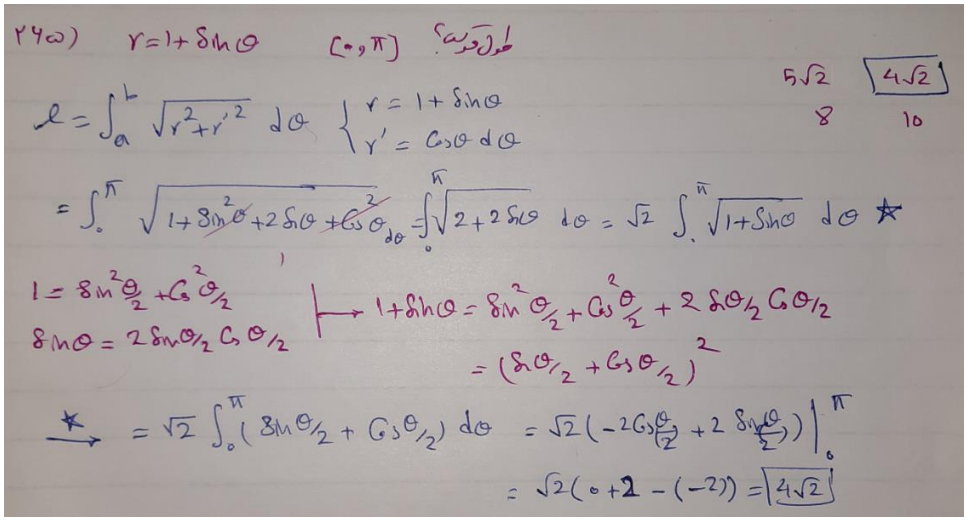
۲۶۵- طول منحنی $r = 1 + \sin\theta$ در بازهٔ $[0, \pi]$ کدام است؟

۱) ۸

۲) ۱۰

۳) $5\sqrt{2}$

۴) $4\sqrt{2}$



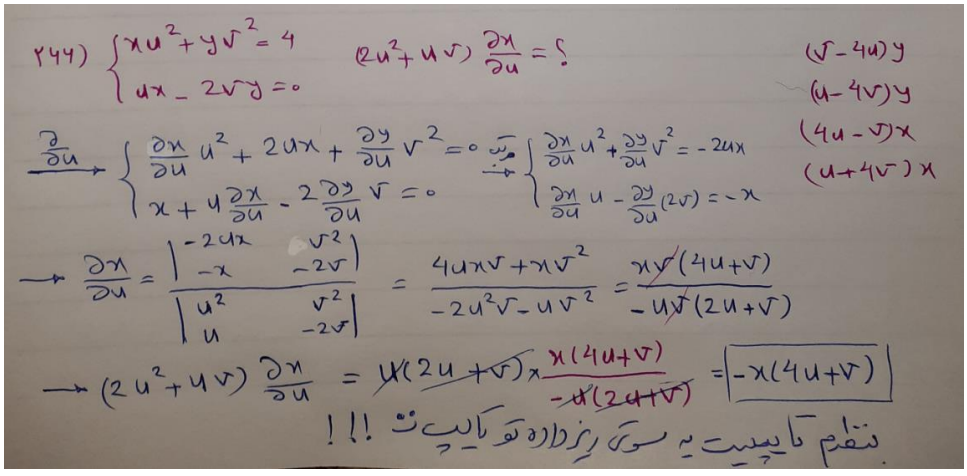
۲۶۶ فرض کنید $x = x(u, v)$ ، $y = y(u, v)$ ، $xu^2 + yv^2 = 4$ و $ux - 2vy = 0$ باشند. حاصل $(2u^2 + uv)\frac{\partial x}{\partial u}$ به‌ازای $v \neq 0$ کدام است؟

۱) $(u - 4v)y$

۲) $(v - 4u)y$

۳) $(u + 4v)x$

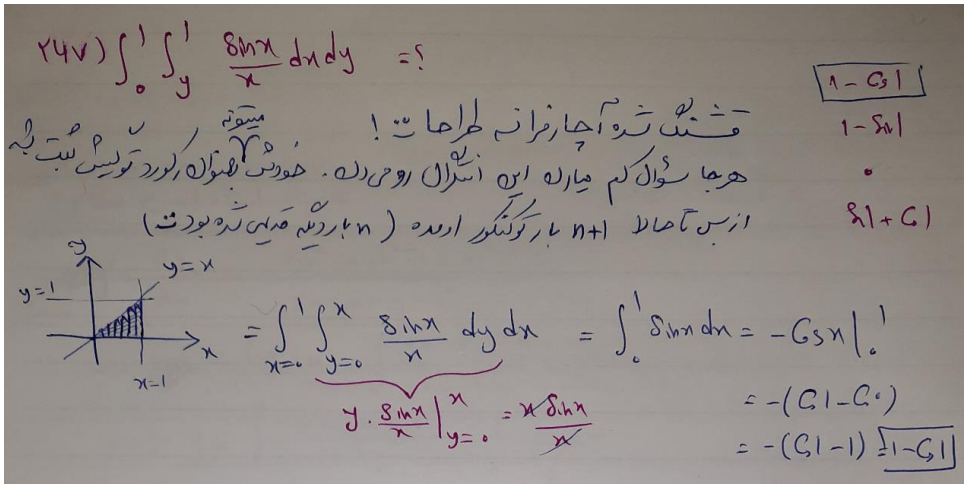
۴) $(4u - v)x$



۲۶۷- مقدار انتگرال دوگانهٔ زیر کدام است؟

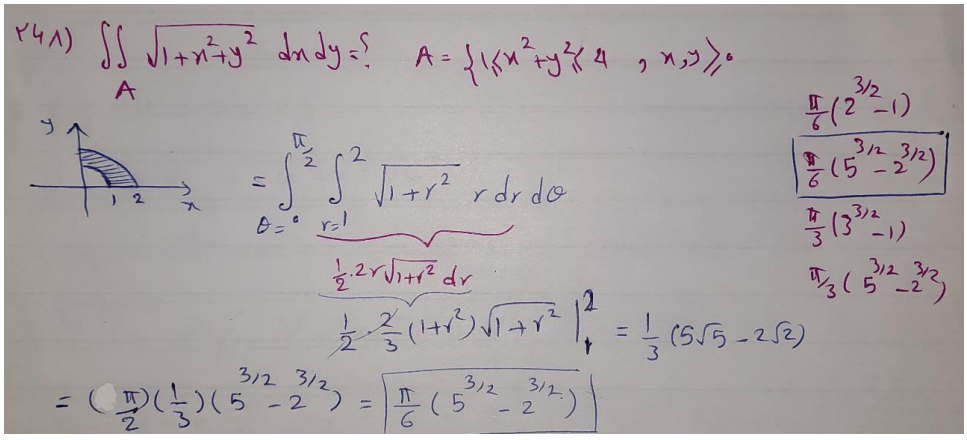
$$\int_0^1 \int_y^1 \frac{\sin x}{x} dxdy$$

۱) $1-\sin 1$
۲) $1-\cos 1$
۳) $\sin 1+\cos 1$
۴) صفر



۲۶۸- مقدار $\iint_A \sqrt{1+x^2+y^2}\,dxdy$ **روی ناحیهٔ** $A=\{(x,y) \mid 1 \le x^2+y^2 \le 4, x,y \ge 0\}$ **، کدام است؟**

۱) $\frac{\pi}{6}\left(5^{\frac{3}{2}}-2^{\frac{3}{2}}\right)$
۲) $\frac{\pi}{6}\left(3^{\frac{3}{2}}-1\right)$
۳) $\frac{\pi}{3}\left(5^{\frac{3}{2}}-2^{\frac{3}{2}}\right)$
۴) $\frac{\pi}{3}\left(3^{\frac{3}{2}}-1\right)$



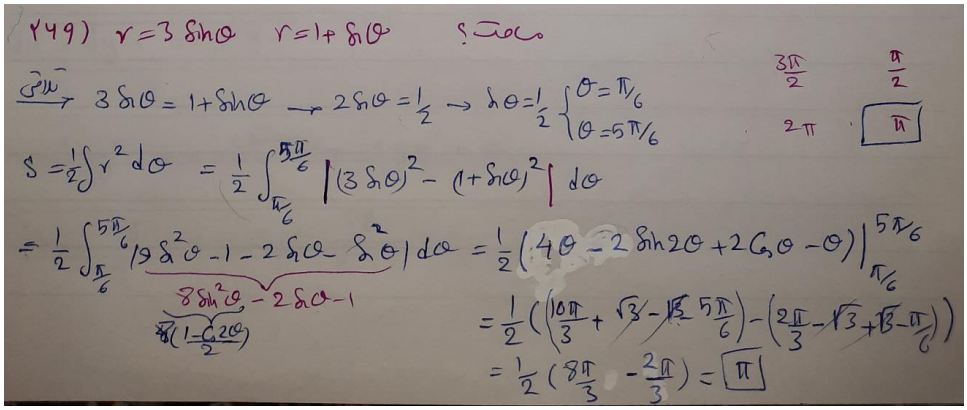
۲۶۹- مساحت ناحیهٔ محصور به درون $r = 3\sin\theta$ و بیرون $r = 1+\sin\theta$ کدام است؟

۱) π

۲) $\frac{\pi}{2}$

۳) 2π

۴) $\frac{3\pi}{2}$



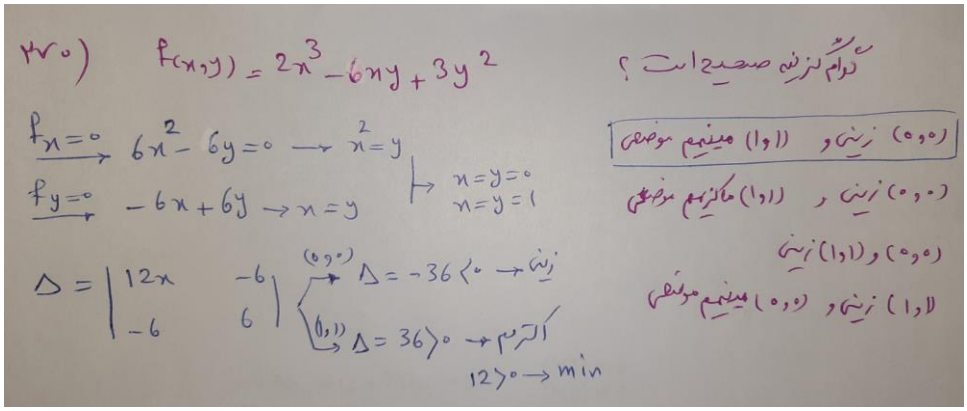
۲۷۰- فرض کنید $f(x,y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱) $(0,0)$ و $(1,1)$ نقاط مینیمم موضعی هستند.

۲) $(0,0)$ نقطهٔ زینی و $(1,1)$ نقطهٔ ماکسیمم موضعی است.

۳) $(0,0)$ نقطهٔ مینیمم موضعی و $(1,1)$ نقطهٔ زینی است.

۴) $(0,0)$ نقطهٔ زینی و $(1,1)$ نقطهٔ مینیمم موضعی است.



۲۷۱- کمترین و بیشترین مقدار $f(x,y,z)=xy+2z$ از بین نقاط مشترک صفحهٔ $x+y+z=0$ و کرهٔ $x^2+y^2+z^2=24$، به‌ترتیب کدام است؟

۱) ۱۳- و ۱۴

۲) ۱۲- و ۱۴

۳) ۱۲- و ۱۳

۴) ۱۳- و ۱۲

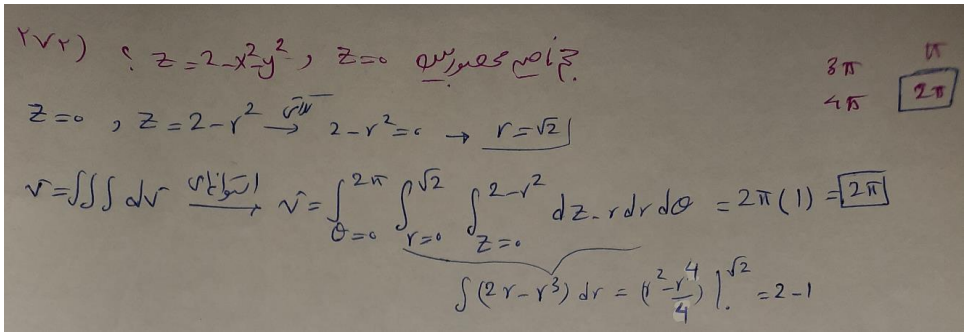
۲۷۲- حجم ناحیهٔ محصور به $z=0$ و $z=2-x^2-y^2$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{2}$

۲) π

۳) 2π

۴) 4π



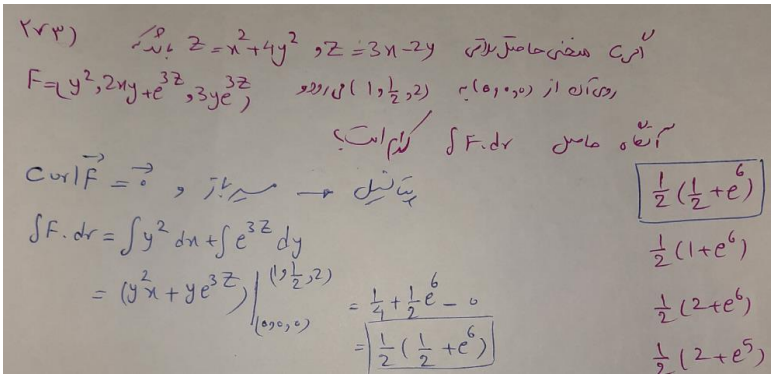
۲۷۳- فرض کنید C منحنی حاصل از تقاطع $z=3x-2y$ و $z=x^2+4y^2$ از نقطهٔ $(0,0,0)$ به نقطهٔ $(1,\frac{1}{2},2)$ باشد، مقدار $\int_C \left(y^2\vec{i}+(2xy+e^{3z})\vec{j}+3ye^{3z}\vec{k}\right).d\vec{r}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}(1+e^6)$

۲) $\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+e^6)$

۳) $\frac{1}{2}(2+e^5)$

۴) $\frac{1}{2}(2+e^6)$



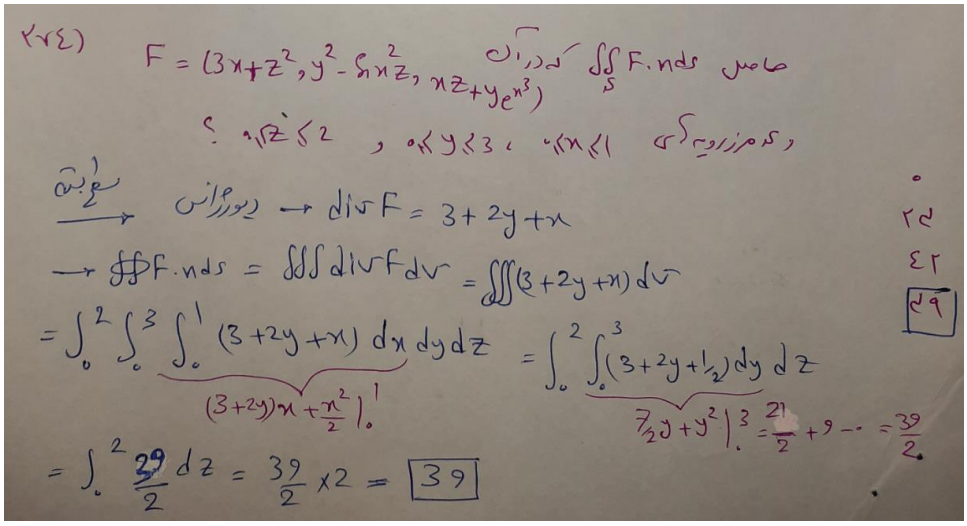
۲۷۴- حاصل $\iint_S \vec{F}.\vec{n}\,dS$ هرگاه $\vec{F}(x,y,z)=(3x+z^2\ ,\ y^2-\sin(x^2z)\ ,\ xz+ye^{x^3})$، S سطح رویهٔ $0\le x\le 1$ و $0\le y\le 3$ و $0\le z\le 2$ و $\vec{n}$ بردار قائم رو به بیرون بر رویهٔ S باشد، کدام است؟

۱) ۰

۲) ۲۳

۳) ۳۹

۴) ۴۲



۲۷۵- فرض کنید سطح S به صورت $\rho=3+2\cos\varphi$ که $0\le\varphi\le\pi$ و $0\le\theta\le 2\pi$ باشد. اگر $\vec{n}$ بردار قائم یکهٔ برونسوی سطح S و $\vec{F}(x,y,z)=\dfrac{2}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}(x,y,z)$ باشند، آنگاه $\iint_S \vec{F}.\vec{n}ds$ کدام است؟

۱) ۰

۲) 2π

۳) 4π

۴) 8π

ابراهیم شاه‌ابراهیمی

کارشناس ارشد مهندسی عمران

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

Math-Teacher.blog.ir