

شماره ها در ابتدای هر پاراگراف نشان دهنده شماره اسلاید در پاورپوینت است.

۳. به کسری که در این صفحه می بینیم ، کسر مسلسل گفته می شود؛ البته باید گفت نوعی دیگر از کسر مسلسل وجود دارد به نام کسر مسلسل صعودی که کسر های آن در صورت قرار دارند مثل $\frac{12}{5} = \frac{3}{(4/1+1)}$ ؛ کسر های مسلسل صعودی در طول تاریخ کمتر مورد توجه بودند به دلیل اینکه نوع دیگر آن ، دارای نظم و زیبایی بیشتری هستند.

۴. در مورد نقطه آغاز کسر های مسلسل ، اطلاعات قطعی موجود نیست.

در مورد بابلی ها: در لوح های به جا مانده از بابلی ها ، مربوط به ۲۰۰۰ سال قبل از میلاد استفاده از کسر مسلسل در محاسبات دیده شده است.

در مورد مصر: پاپیروس های کشف شده از مصری ها مربوط به ۱۷۰۰ سال قبل از میلاد ؛ نشان می دهد مصری ها از کسر مسلسل (از نوع صعودی آن) استفاده می کردند.

در مورد یونانی ها: یونانی ها ۳۰۰ سال قبل از میلاد از کسر مسلسل در محاسباتشان استفاده می کردند.

در مورد هندی ها: طبق شواهدی در حدود قرن های سوم و چهارم میلادی این علم از یونانی ها به هندی ها منتقل می شود. هندی ها از کسر مسلسل برای حل معادلات دیوفانتی و معادلات درجه دوم خطی بسیار استفاده می کنند.

در همین سال ها ، گفته می شود که بین چین و هند ارتباطات خوبی برقرار بوده ؛ در مسافرت هایی که بین وزیران دو کشور انجام می شده ، ریاضی دانان دو کشور نیز حضور داشتند و به تبادل علم با یکدیگر می پرداختند.

دیده شده که چینی ها هم دقیقاً در همین قرن ها از کسر مسلسل در محاسبات خود استفاده می کردند.

در مورد مایا ها: مایا ها هم در حدود قرن چهارم میلادی از کسر مسلسل استفاده می کردند اما به طور مستقل! مایا ها علاقه مند به دانستن تعداد روز های سال بودند، برای دانستن آن به معادله های دیوفانتی برخوردند که برای حل آنها از کسر مسلسل استفاده می کردند.

در مورد عکس مربوط به ابوریحان بیرونی: در حدود قرن های ۹ و ۱۰ میلادی ، علمی که در اختیار هندی ها بود توسط دانشمندان ایرانی ای که به هند مسافرت می کردند (مثل ابوریحان بیرونی) به عرب ها منتقل می شود.

در مورد عرب ها: در این دوره تا قبل از قرن ۱۶ ، پیشرفت خاصی در زمینه کسر مسلسل اتفاق نمی افتد.

۵. در این نقشه اهمیت موقعیت جغرافیایی در انتقال علم بین این تمدن ها دیده می شود. شاید یکی از دلائل مستقل بودن کار ما یا ها موقعیت جغرافیایی آنها بوده است.

۶. در مورد ایتالیا : تولد دوباره و مستقل کسر مسلسل در قرن ۱۶ در ایتالیا توسط بامبلی اتفاق می افتد .

۷. از قرن ۱۶ به بعد ریاضیدانانی مانند بامبلی ، کاتالدی ، والیس و شاگرد او برونکر ، هویگنز (که در اصل ریاضیدان نبوده است) ، اویلر ، لمبرت و لاگرانژ که هر سه در آکادمی علوم برلین همکاری می کردند ؛ در زمینه کسر های مسلسل پژوهش می کنند.

۸. کسر های مسلسل را به طور کلی به این صورت نمایش می دهند. جملات همگرایی در نهایت باید به عدد متناظر کسر مسلسل همگرا باشند.

۹. الگوریتم اقلیدس به صورتی که فکر می کنیم نیست ، از آنجایی که اقلیدس از شیوه های هندسی عمل می کرده ، به جای محاسبه ی ب.م.م دو عدد ؛ طول پاره خط مشترک بین دو پاره خط را به دست می آورده.

۱۰. پاره خط کوتاهتر را روی پاره خط بلندتر قرار می دهد و مقدار باقی مانده از پاره خط را روی پاره خط کوتاهتر قرار می دهد و به همین ترتیب این روند را ادامه میدهد و تا زمانی که پاره خط باقی مانده به طول صفر نرسد ، این فرآیند ادامه دارد.

۱۱. با تغییر کوچکی در الگوریتم تقسیم ، می بینیم که چگونه می توانیم همزمان هم کسر مسلسل یک کسر و هم ب.م.م صورت و مخرج کسر را به دست آوریم.

۱۴. پاپیروس رابند ، پاپیروسی مربوط به ۱۷۸۸ تا ۱۵۸۰ سال قبل از میلاد است که در ویرانه های شهر تبس در مصر پیدا شده است. الکساندر هنری رابند عتیقه شناس و پژوهشگری اهل اسکاتلند بوده که علاقه به تمدن مصر داشته است، در سال ۱۸۵۸ این پاپیروس را در ویتترین مغازه ای واقع در مصر می بیند و می خرد. او در ۳۰ سالگی در اثر بیماری که داشت در خواب می میرد. این پاپیروس به موزه ی بریتانیا منتقل می شود ، در اینجا متوجه شدند قسمت های گمشده ی این پاپیروس در مالکیت انجمن تاریخ نیویورک است. با پیوستن این قسمت ها به پاپیروس کار ترجمه ی آن به پایان می رسد.

۱۵. اولین کسی که به شیوه مدرن ، π را تا ۲ رقم اعشار به درستی تقریب زد و در کارش از کسر مسلسل استفاده کرد ارشمیدس بوده است.

۱۷. از خصوصیات ارشمیدس این بوده است که خودش را در چهارچوب سنتهای زمان خود قرار نمی داد، زمانی که دانشمندان ریاضی را مانند بازی ای می دانستند که تحت قوانینی انجام می شده که نتیجه افکار افلاطون بوده ، ارشمیدس برای حل مسائلی که در ذهن داشته از هر وسیله ای که استفاده از آن ممکن بوده ، استفاده می کرده است.

در آن زمان همه ی دانشمندان از افلاطون و ارسطو پیروی می کردند ، ادعا شده که اگر از ارشمیدس پیروی می کردند ، دارای تفکری ۲۰۰۰ سال جلوتر می بودند!

۱۸. حدود ۲۰۰۰ سال بعد ایده ی ارشمیدس برای تقریب π ، همچنان تازه و قابل استفاده است و دانشمندان با استفاده از همین روش π را تقریب میزدند.

۲۱. پایان کار کسر مسلسل π توسط ایده ارشمیدس! هویگنز که روی مدل چرخ دنده ها کار می کرد ، با استفاده از روش ارشمیدس موفق به ساخت چرخ دنده هایی با بهترین تعداد دندانه برای بیشترین بازده ، می شود. هویگنز با کار روی روش ارشمیدس به این فرمول دست پیدا می کند. در واقع این فرمول را می توان نتیجه کار ارشمیدس دانست.

اگر $n=96$ قرار دهیم به همان نامساوی ارشمیدس می رسیم. هایگن به کمک این فرمول و کمی محاسبات، کسر مسلسل π را به دست آورد.

این کسر مسلسل در مقایسه با کسر مسلسل ارایه شده توسط برونکر دارای نظم کمتری است اما در عوض دارای سرعت همگرایی بیشتری است ؛ همانطور که در طول تاریخ از جملات همگرایی این کسر به عنوان تقریب های π استفاده می شده بدون اطلاع از این کسر مسلسل!

۲۲. در واقع مدال فیلد جایزه نوبل ریاضیدانان محسوب می شود. این مدال به ریاضیدانان کمتر از ۴۰ سال داده می شود. روی این مدال نیمرخ ارشمیدس حک شده است.

۲۳. از این به بعد به بررسی کسر مسلسل اعداد رادیکالی می پردازیم . به نظر می رسد قدیمی ترین یافته ها از کسر مسلسل اعداد رادیکالی به بابلی ها بر می گردد. را بطة ای که می بینیم ، رابطه بسیار مهمی است که توسط اشخاص مختلف استفاده شده است ؛

۲۴. گفته می شود برهماگوپتا برای تقریب π ، به کمک $\sqrt{10}$ ، از رابطه ای مشابه استفاده کرده است.

۲۵. در نوشته بخشعلی نیز رابطه های مشابهی یافت شده است. نوشته بخشعلی در حدود ۷۰ نوشته بر روی پوست درخت بوده اند.

۲۶. کوشیار گیلانی نیز رابطه ای مشابه را اثبات کرده است. لازم به ذکر است که کار های اصلی کوشیار مربوط به مثلثات بوده است و تمرکز کارهای او بر روی کسر مسلسل نبوده است.

۲۶. از دانشمندان عربی ابن البنا را می توان نام برد که از رابطه ی مشابهی استفاده می کرده است. ابن البنا در ترجمه اصول اقلیدس به عربی فعالیت داشته است.

۲۷. از دانشمندان عربی دیگر الکلسادی است که باز هم از رابطه ای مشابه استفاده کرده است.

یک نتیجه گیری مفید در این قسمت که DE LACY O'LEARY انجام داده است ؛انتقال علم از هند به عربستان توسط واسطه های ایرانی است و این رابطه در مورد کسر مسلسل ، مدرکی برای این موضوع است.

لازم به ذکر است که DE LACY O'LEARY خاورشناس بریتانیایی است که تمام آثار او در مورد فرهنگ عرب و سرزمین عربستان بوده است.

۲۸. دیدیم که تا قبل از قرن ۱۶، کسر مسلسل ؛کار اصلی هیچ کدام از دانشمندان نبوده است. می توان گفت رافایل بامبلی اولین کسی است که کسر مسلسل را هدفمند و در جهت ساختار بخشیدن بررسی کرده است. به غیر از فعالیت های او در کشف اعداد موهومی ، رابطه ی مهمی که در صفحه های قبل دیدیم را اثبات می کند.

۲۹. در ادامه تقریب هایی از اعداد رادیکالی، شیوه ای هندسی در جهت تقریب $\sqrt{2}$ را بررسی می کنیم. این شیوه توسط تئون انجام گرفته و دارای ۲ ویژگی است :۱. در این شیوه به دنباله ای می رسیم که جمله های همگرایی کسر مسلسل $\sqrt{2}$ است. ۲. به معادله ای می رسیم که امروزه ما آن را معادله پل می خوانیم.

۳۰ و ۳۱. تئون مربعی به ضلع a_1 را در نظر می گیرد و قطر آن را به کمک شیوه فیثاغورث به دست می آورد و آن را d_1 می نامد ، به کمک a_1 , d_1 ، مربعی به ضلع a_2 ، را می سازد و d_2 را به دست می آورد. همین روند را ادامه می دهد تا به دو رابطه ۱ و ۲ می رسد. بقیه کار های تئون بر اساس این دو رابطه است.

نکته مهم در این قسمت این است که وقتی تئون $a_1=1$ قرار می دهد ؛ d_1 را نمی تواند برابر ۱ قرار دهد زیرا d_1 قطر است و برابر $\sqrt{2}$ می شود. او یا یک اشتباه آگاهانه در جهت رسیدن به نتایج خوب انجام داده است یا ناخواسته

اشتباه کرده است ؛ در هر صورت با استفاده از رابطه بازگشتی و داشتن جمله های آن به دنباله ای همگرا به $2^{\sqrt{}}$ می رسد که جملات آن ، جملات همگرایی کسر مسلسل $2^{\sqrt{}}$ است.

۳۲. در ادامه با محاسباتی که روی رابطه ۱ و ۲ انجام می دهد به معادله ای می رسد که امروزه ما آن را معادله پل می دانیم.

۳۳. نامیدن معادله پل مربوط به اشتباهی است که اوایلر در نامه ای به گلدباخ انجام داده است.

۳۴. از اینجا به بعد بر روی فعالیت های اوایلر بر روی کسر مسلسل و معادله پل متمرکز می شویم. اوایلر در تلاش برای محاسبه اولین جواب معادله پل، باعث گسترش کسر مسلسل اعداد رادیکالی می شود.

او به شیوه ای متفاوت با آنچه بامبلی داشت ، کسر مسلسل $N^{\sqrt{}}$ را حساب می کند.

۳۶. بعد از اینکه اوایلر این شیوه را برای اعداد زیادی امتحان می کند متوجه دوری بودن، قرینه بودن اعداد یک دور و دو برابر بودن آخرین عدد یک دور با اولین عدد کسر مسلسل می شود.

۳۷. در فیلم پرستیژ ؛ برای شعبده بازی سه مرحله در نظر گرفته می شود: ۱. به تماشاچیان چیزی را نشان می دهیم ، مثل یک پرنده . ۲. کار غیر معمولی روی آن انجام می دهیم ، پرنده را غیب می کنیم. تا اینجا کسی شگفت زده نمی شود ، کار غیر معمول کافی نیست. ۳. (پرستیژ) باید کار غیر معمول نتیجه ای جالب داشته باشد مثلاً باید پرنده را در جایی دیگر ظاهر کنیم.

۳۸. کار اوایلر برای پیدا کردن جواب اولیه معادله پل کاملاً یک شعبده بازی است که اصول علمی در پشت آن پنهان است.

۳۹. در ادامه محاسبات عددی اوایلر ، قضیه های مربوط به کسر مسلسل و معادله پل صورت گرفت .

۴۰. توجه به نظم موجود کنید ؛ به غیر از کسر مسلسل π مربوط به هویگنز ، هر کسر مسلسلی که مشاهده کردیم کاملاً منظم و قانونمند بوده است.

۴۳. انتگرالی است که با توابع مقدماتی حل نمی شود اما کسر مسلسل منظم و جالبی دارد.

۴۴. در مورد رامانوجان: او یک نابغه بود که تنها ۳۳ سال عمر کرد. هاردی که یک دانشمند انگلیسی است توسط نامه هایی که رامانوجان به وی می نوشت؛ او را کشف کرد و او را از هند به انگلیس آورد. به دلیل اینکه رامانوجان هیچ گونه تحصیلات دانشگاهی نداشته است ؛ هاردی مجبور به آموزش بعضی از نمادگذاری ها به او بوده است تا

بتوانند با یکدیگر روی موضوعی کار کنند. هاردی وقتی به سن ۶۰ سالگی می‌رسد به دلیل اینکه دیگر نمی‌توانست ریاضی بورزد به نوعی افسرده می‌شود؛ او می‌گوید برای تسکین خودم همیشه می‌گویم من با شخص بزرگی که رامانوجان باشد فعالیت کرده‌ام.

منابع:

Claude_Brezinski, History of Continued Fractions and Padé Approximants

C. D. OLDS, CONTINUED FRACTIONS

ریاضی دانان نامی، اریک تمپل بل، ترجمه: حسن صفاری، انتشارات امیر کبیر، ۱۳۹۱

تاریخ محاسبه، هارولد دیویس، ترجمه: مهران اخباری فر، انتشارات علمی فرهنگی، ۱۳۸۴

دفاعیه یک ریاضیدان، گادفری هرولد هاردی، ترجمه: سیامک کاظمی، انتشارات علمی فرهنگی، ۱۳۸۵