



366

F

نام

نام خانوادگی

محل امضاء



366F

صبح جمعه

۹۱/۱/۲۵

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
در سال ۱۳۹۱

رشته‌ی
مهندسی کامپیوتر - نرم افزار (کد ۲۳۵۴)

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی داوطلب:

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ساختمان داده‌ها، سیستم‌های عامل، پیشرفته، تحلیل و طراحی الگوریتم‌ها)	۴۵	۱	۴۵

فروردین سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ و تکثیر سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا متغلین برابر مقررات رفتار می‌شود.

(۱) در ورودی یک پشته اعداد ۱ تا n به ترتیب قرار دارند (۱ در ابتدای ورودی است). عمل PUSH اولین عدد ورودی را برداشته و در بالای پشته قرار می‌دهد. عمل POP عدد بالای پشته را برداشته و در انتهای دنباله‌ی خروجی می‌نویسد. با ترکیبی مناسب از n عدد PUSH و n عدد POP، می‌توان جای‌گشتی از اعداد ۱ تا n را در خروجی تولید کرد که به آن «جای‌گشت قابل تولید» می‌گوییم. مثلاً برای $n = 4$ جای‌گشت $(4, 3, 1, 2)$ (که عناصر آن از چپ به راست POP شده‌اند) قابل تولید است. برای $n = 8$ کدام یک از جای‌گشت‌های زیر قابل تولید نیست؟

- (۱) $(4, 3, 7, 8, 6, 2, 5, 1)$ (۲) $(8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1)$
 (۳) $(4, 3, 2, 1, 8, 7, 6, 5)$ (۴) $(5, 4, 7, 8, 6, 3, 2, 1)$

(۲) چه تعداد درخت دودویی با n گره و با برجسب‌های ۱ تا n دارای ترتیب‌های یکسان در دو روش پس‌ترتیب و میان‌ترتیب هستند؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) $n!$ (۴) عدد n ام کاتالان

(۳) با n عنصر چند درخت دودویی متوازن با ارتفاع $h = \lceil \lg n \rceil$ می‌توان ساخت؟

- (۱) ۱ (۲) $\binom{2^n}{n-2^{n-1}+1}$ (۳) $\binom{n}{n-2^n}$ (۴) $\binom{n}{n-2^{h-1}}$

(۴) ماتریس $A_0, A_1, \dots$ را با این تعریف در نظر بگیرید. A_k یک ماتریس 1×1 با مقدار ۱ و A_k برای $k > 0$ یک ماتریس $2^k \times 2^k$ است که به صورت تعریف می‌شود:

$$A_k = \begin{bmatrix} A_{k-1} & A_{k-1} \\ A_{k-1} & -A_{k-1} \end{bmatrix}$$

فرض کنید V یک بردار ستونی به اندازه‌ی $n = 2^k$ است. هزینه‌ی ضرب $A \times V$ کدام است؟

- (۱) $\Theta(n)$ (۲) $\Theta(n \lg n)$ (۳) $\Theta(k \lg n)$ (۴) $\Theta(n \lg k)$

(۵) یک درخت ۲-کامل درختی است که هر گره‌ی آن صفر یا ۲ فرزند دارد. اگر $n(h)$ و $N(h)$ به ترتیب بیشینه و کمینه‌ی تعداد گره‌های یک درخت ۲-کامل به ارتفاع h باشد، برای $h > 0$ مقادیر $n(h)$ و $N(h)$ به ترتیب کدامند؟

- (۱) 2^{h-1} و $h+1$ (۲) 2^{h+1} و $h+1$
 (۳) $2^h - 1$ و $2h+1$ (۴) $2^{h+1} - 1$ و $2h+1$

(۶) پیمایش سطح‌ترتیب گره‌های یک درخت را به ترتیب سطح آن‌ها و در هر سطح آن‌ها را از چپ به راست ملاقات می‌کند.

ترتیب ملاقات برگ‌های هر درخت در پیمایش سطح‌ترتیب برابر کدام روش زیر است؟

- (۱) میان‌ترتیب (۲) پس‌ترتیب (۳) پیش‌ترتیب (۴) هیچ کدام

(۷) با ۲۵ عنصر چند درخت دودویی با ارتفاع کمینه می توان ساخت؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \binom{۱۶}{۱۵} & (۲) \binom{۱۶}{۱} + \binom{۱۴}{۲} + ۵۶ \\ (۳) \binom{۱۶}{۱} + ۸\binom{۱۴}{۲} + \binom{۱۶}{۲} & (۴) \binom{۱۶}{۱۵} + \binom{۱۴}{۲} + \binom{۱۶}{۱} \end{array}$$

(۸) یک درخت دودویی جست و جو با n گره را در نظر بگیرید که عناصر آن متمایز و خاصیت هرم بیشینه هم داشته باشد (مقدار هر رأس از فرزندانش کم تر نباشد). اگر h ارتفاع این درخت باشد، داریم:

$$\begin{array}{ll} (۱) h = O(n) & (۲) \text{ میانگین } h \text{ برابر } O(\lg n) \text{ است.} \\ (۳) h = O(\lg n) & (۴) \text{ چنین درختی وجود ندارد.} \end{array}$$

(۹) عبارت $a - b * c + d - e/g/h$ را، با فرض اعمال اولویت عمل گرها، به چند طریق می توان به درستی پرانتز گذاری کرد به طوری که مقدار عبارت حاصل به ازای همهی مقادیر a تا h با مقدار عبارت اصلی برابر شود؟
دقت کنید که دور یک متغیر تنها در عبارت پرانتز گذاشته نمی شود و یک عبارت پرانتز گذاری شده باید صفر یا تعداد زوجی پرانتز داشته باشد. مثلاً $((a+b)+c)$ ، $a+(b+c)$ و $a+b+c$ سه عبارت پرانتز گذاری شده ی درست برای $a+b+c$ است ولی $(a)+b+c$ نیست.

$$\begin{array}{llll} (۱) ۳۲ & (۲) ۶۴ & (۳) ۹۶ & (۴) ۱۲۸ \end{array}$$

(۱۰) کدام یک از گزینه های زیر ترتیب درجه ی رشد تابع های زیر را نشان می دهد؟ می نویسیم $g_i < g_j$ اگر $g_j = \Omega(g_i)$

g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6
$\lg^*(n^n)$	$n^2 + \lg n$	$n \lg n$	2^n	n	$2\sqrt{2} \lg n$

$$\begin{array}{ll} (۱) g_1 < g_5 < g_6 < g_3 < g_2 < g_4 & (۲) g_1 < g_6 < g_5 < g_3 < g_2 < g_4 \\ (۳) g_6 < g_5 < g_3 < g_1 < g_2 < g_4 & (۴) g_6 < g_5 < g_5 < g_3 < g_2 < g_4 \end{array}$$

(۱۱) زمان اجرای برنامه ای برای اندازه ی ورودی ۱۰۰، برابر ۶ ثانیه و برای اندازه ی ورودی ۱۰۰۰، برابر ۱۰ دقیقه است. کدام یک از گزینه های زیر به احتمال زیاد پیچیدگی این برنامه است؟

$$\begin{array}{llll} (۱) O(1) & (۲) O(N) & (۳) O(N^2) & (۴) O(N^3) \end{array}$$

(۱۲) بزرگ ترین عنصر یک هرم کمینه با عناصر متفاوت را به صورت کارا با چند مقایسه بین عناصر آن می توان به دست آورد؟

$$\begin{array}{llll} (۱) \lceil \lg n \rceil - 1 & (۲) n - 1 & (۳) \lceil n/2 \rceil - 1 & (۴) \lfloor (n+1)/2 \rfloor \end{array}$$

(۱۳) داده‌ساختاری بر روی مجموعه‌ی A از اعداد صحیح در نظر بگیرید که اعمال درج، حذف و «یافتن نزدیک‌ترین» (FINDCLOSEST) را فراهم می‌آورد. منظور از FINDCLOSEST(y) یافتن عدد $x \in A$ در مجموعه است به‌طوری‌که برای هر $x_i \in A$ داشته باشیم: $|x - y| \leq |x_i - y|$. فرض کنید بیش‌ترین زمان اجرای این اعمال است. یعنی:

$$T = \max\{T_{Insert}, T_{Delete}, T_{FindClosest}\}$$

کدام‌یک از داده‌ساختارهای زیر کم‌ترین مقدار T را خواهد داشت؟

(۱) لیست مرتب (۲) درخت دودویی جست‌وجو (۳) هرم (۴) درخت قرمز-سیاه

(۱۴) احتمال آن‌که الگوریتم مرتب‌سازی سریع تصادفی n عنصر را در زمان $\Omega(n^2)$ مرتب کند دست‌کم برابر است با:

(۱) $1/n$ (۲) $1/(n!)$ (۳) $n/(n!)$ (۴) $n^2/(n!)$

(۱۵) در گونه‌ای جدید مرتب‌سازی سریع آرایه‌ی n عضوی A ، $2\sqrt{n} + 1$ عنصر اول را انتخاب کرده با یک الگوریتم ساده مثل مرتب‌سازی درجی، این عناصر را مرتب و سپس عنصر میانه‌ی آن‌ها را به‌دست می‌آوریم. این عنصر را محور قرار می‌دهیم و بقیه‌ی الگوریتم مرتب‌سازی را بر روی A اجرا می‌کنیم. کدام‌یک از رابطه‌های زیر زمان اجرای این الگوریتم جدید را در بدترین حالت نشان می‌دهد؟

$$T(n) \leq T(n - \sqrt{n}) + O(\sqrt{n}) \quad (۱)$$

$$T(n) \leq T(2\sqrt{n}) + T(n - 2\sqrt{n}) + O(n) \quad (۲)$$

$$T(n) \leq T(\sqrt{n}) + T(n - \sqrt{n}) + O(n) \quad (۳)$$

$$T(n) \leq 2T(n - \sqrt{n}) + O(n) \quad (۴)$$

(۱۶) در یک داده‌ساختار «مجموعه‌های مجزا (disjoint sets)» که با درخت و بدون فشردگی مسیر پیاده‌سازی شده‌است و در عمل ادغام درخت با ارتفاع کم‌تر فرزند ریشه‌ی درخت با ارتفاع بیش‌تر می‌شود، اگر تعداد عناصر n باشد، هزینه‌ی دنباله‌ای از m عمل «ادغام» و f عمل «یافتن» حداکثر چه قدر است؟

$$O(f + m \lg n) \quad (۲) \quad O(f + m) \quad (۱)$$

$$O((m + f) \lg n) \quad (۴) \quad O(m + f \lg n) \quad (۳)$$

(۱۷) کمینه‌ی تعداد گره‌های داخلی یک درخت قرمز-سیاه که سیاه-ارتفاع (Black-Height) ریشه‌ی آن h باشد برابر است با:

$$2^{2h} - 1 \quad (۴) \quad 2^{2h} - 1 \quad (۳) \quad 2^{h+1} - 1 \quad (۲) \quad 2^h - 1 \quad (۱)$$

(۱۸) یک شمارنده‌ی k بیتی در ابتدا مقدار صفر دارد. این شمارنده را $n = 2^k$ بار و هر بار یک واحد افزایش می‌دهیم. مجموع تعداد تغییرات بیت‌های این شمارنده را از ۱ به صفر یا از صفر به یک چند تا است؟ این تعداد بخش‌بر 2^k هزینه‌ی سرشکن‌شده‌ی هر عمل افزایش است.

$$\Theta(n \lg n) \quad (۴) \quad \sum_{i=1}^n \frac{n}{2^{i-1}} \quad (۳) \quad \Theta(n^2) \quad (۲) \quad \sum_{i=1}^n \frac{n}{2^i} \quad (۱)$$

۱۹) فرض کنید که $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ دنباله‌ی میان‌ترتیب یک درخت دودویی جست‌وجو باشد. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد این درخت نادرست است؟

- ۱) ترتیب حذف دو عنصر a_i و a_{i+1} تأثیری در درخت حاصل ندارد.
- ۲) اگر a_i برگ نباشد، یا a_{i-1} در زیر درخت چپ a_i است یا a_{i+1} در زیر درخت راست آن (یا هر دو).
- ۳) اگر a_i ($i < n$) دو فرزند داشته باشد، a_{i+1} فرزند چپ ندارد.
- ۴) اگر a_i ($i > 1$) دو فرزند داشته باشد، a_{i-1} فرزند راست ندارد.

۲۰) می‌خواهیم داده‌ساختاری برای نگه‌داری n نقطه بر روی محور x ها طراحی کنیم تا اعمال $\text{INSERT}(x)$ (درج نقطه‌ی x)، $\text{DELETE}(x)$ (حذف نقطه‌ی x) و $\text{FIND}(a, b)$ (یافتن تعداد نقاط موجود در بازه‌ی $[a, b]$) را در زمان کارا انجام دهد. کدام‌یک از زمان‌های زیر ممکن است. فرض کنید که تعداد نقاط پاسخ آخرین عمل k است.

- ۱) FIND در زمان $k \lg n$ و بقیه در زمان $O(\lg n)$
- ۲) FIND در زمان $\lg n + k$ و بقیه در زمان $O(\lg n)$
- ۳) همه در زمان $O(\lg n)$
- ۴) همه در بدترین حالت در زمان $O(n)$

۲۱- کدام جمله در مورد یک **clone process** صحیح نیست؟

- (۱) در مهاجرت ضعیف کدها ممکن است ایجاد شود.
- (۲) فرآیندی دیگری وجود دارد که دقیقا مشابه آن است و به صورت پارالل با آن اجرا میشود.
- (۳) ایجاد این نوع فرایند وابسته به اینکه مهاجرت کد از سوی چه کسی آغازدهی میشود (server initiated/ receiver initiated) نمی باشد.
- (۴) ب و ج صحیح نیستند.

۲۲- فرض کنید شبکه ای از کامپیوترها موجود است که در آن انواع مختلفی از سیستم های عامل و پردازنده ها وجود دارد. برای

فراهم آوردن امکان مهاجرت قوی کدها بر روی این شبکه، استفاده از کدام مفهوم زیر را ضروری میدانید؟

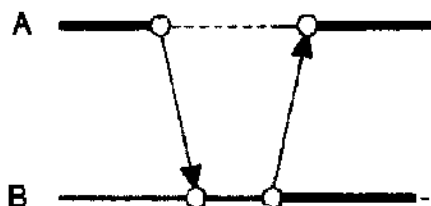
(۱) پشته مهاجرت (Migration Stack)

(۲) Exokernel

(۳) سرویس جابجایی منابع محلی (MV)

(۴) سرویس امکان ترجمه مجدد کدها (Recompile)

۲۳- نمودار زیر روند برقراری ارتباط بین دو فرآیند A, B را به طور کلی نشان میدهد، کدام گزینه درست است؟



(۱) این شکل نمایی از ارتباط مبتنی بر ارتباط گذرای غیرهمگام (Transient Asynchronous) است.

(۲) این شکل نمایی از ارتباط مبتنی بر (RPC (Remote Procedure Call است.

(۳) این شکل نمایی از ارتباط ماندگار غیرهمگام (Persistent Asynchronous) است.

(۴) این شکل میتواند نمایشی برای هریک از سه گزینه فوق باشد.

۲۴- در ارتباط مبتنی بر جویبار (stream)، وقتی که از یک جویبار پیچیده (complex) استفاده میشود:

- (۱) جویبارهای ساده در سطح سیستم عامل همگام میشوند.
- (۲) برای همگام سازی جویبارهای ساده از یک سمافور استفاده میشود.
- (۳) جویبارهای ساده ممکن است در سطح برنامه کاربردی (Application) همگام شوند.
- (۴) همگامی جویبارهای ساده با استفاده از پروتکل RSVP در سطح شبکه انجام میشود.

۲۵- در یک DSM (Distributed Share Memory) :

(۱) افزایش اندازه صفحه، باعث کاهش تعداد جابجایی صفحات میشود، گرچه ممکن است حجم داده های جابجا شده افزایش یابد.

(۲) افزایش اندازه صفحه، احتمال بروز False sharing را افزایش میدهد که در این حالت تعداد جابجایی صفحات افزایش می یابد.

(۳) کاهش اندازه صفحه باعث افزایش سربار سیستم عامل خواهد.

(۴) هر سه گزینه درست هستند.

۲۶- کدام عبارت توصیف مناسبی از Interoperability (عملیات متقابل) را ارائه میدهد؟

(۱) اینکه دو فرآیند بتوانند با یکدیگر ارتباط برقرار کرده و داده رد و بدل کنند.

(۲) اینکه دو فرآیند بتوانند با یکدیگر همکاری کنند.

(۳) اینکه پیاده سازی های مختلف و متفاوت از دو سیستم توسط شرکتهای مختلف بتوانند با یکدیگر همکاری کرده و حضور همزمان داشته باشند.

(۴) تمام موارد فوق

۲۷- فرض کنید در یک سیستم عامل چندرسانه ای، دو فرآیند متناوب با مشخصات زیر وجود دارند. در چه صورت الگوریتم

RMS اجرای این فرآیندها را گارانتی میکند؟

فرآیند	زمان پردازش (c)	دوره تناوب
P1	۱۵	۳۰
P2	؟	۴۰

(۱) $c_2 < 20$

(۲) $c_2 < 10$

(۳) $10 < c_2 < 20$

(۴) تمام موارد

۲۸- فرض کنید دو کاربر متفاوت در حال مشاهده یک فیلم هستند در حالیکه اختلاف زمانی در حد ۵ ثانیه با یکدیگر دارند. اگر فرض کنید که نرخ استاندارد ارسال فریم ها برابر ۳۰ فریم در ثانیه باشد، با فرض اینکه حداکثر تغییر ممکن در نرخ فریم ارسالی $\pm 20\%$ میتواند باشد، حداقل زمان لازم برای هماهنگ کردن دقیق این دو کاربر اگر از تکنیک تغییر فریم استفاده شود، چقدر است؟

(۱) ۱۲/۵ ثانیه

(۲) ۶ ثانیه

(۳) ۱۰ ثانیه

(۴) ۲۵ ثانیه

۲۹- فرض کنید، سه فایل چندرسانه ای بر روی یک دیسک با استفاده از الگوریتم ارگان پایپ قرار گرفته اند. اگر درجه مشهوریت یکی از این فیلم ها برابر یک و دوتای دیگر برابر ۲ باشد، مطابق قانون Zipf فاکتور نرمال سازی این مجموعه کدام است؟

(۱) ۲

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) ۳

۳۰- چنانچه چندین ماشین مجازی بر روی یک کامپیوتر قرار گرفته باشند، امکان بروز رقابت بین آنها برای دسترسی به منابع ماشین وجود دارد، در این صورت ایجاد دویبدو ناسازگاری بین این ماشینهای مجازی و تقسیم منابع به آنها چگونه انجام خواهد گرفت؟

(۱) از طریق Kernel

(۲) از طریق Exokernel

(۳) از طریق Microkernel

(۴) از طریق سمانفورهای موجود در سطح سیستم عامل

(۳۱) چند تا از گزاره‌های زیر درست‌اند؟

- اگر f_i تابعی از اعداد طبیعی به اعداد طبیعی باشد و داشته باشیم $f_i(n) = O(n)$ ، در آن صورت $\sum_{i=1}^n f_i(n) = O(n^2)$.
- برای هر تابع مجانبی مثبت $f(n)$ ، داریم $f(n) + o(f(n)) = \Theta(f(n))$.
- اگر $L \in NP$ و $L \leq_P 3\text{-SAT}$ (یعنی L را می‌توان در زمان چندجمله‌ای به مسئله 3-SAT کاهش داد)، در آن صورت L ان‌پی-تمام است.

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(۳۲) دو مسئله تصمیم‌گیری A و B داده شده‌اند. می‌دانیم که A ، ان‌پی-تمام است ولی B را می‌توان در $O(n^2 \lg^3 n)$ حل کرد. هم‌چنین می‌دانیم $B \leq_P A$ (یعنی هر مورد از مسئله B را می‌توان در زمان چندجمله‌ای به یک مورد از مسئله A تبدیل کرد). کدام یک از گزینه‌های زیر نتیجه‌ی گزاره‌های بالاست؟

- (۱) $P = NP$ و هر مسئله‌ی ان‌پی را می‌توان در زمان $O(n^3)$ حل کرد.
- (۲) $P = NP$ ولی برخی از مسئله‌های ان‌پی زمان بیش‌تری از $O(n^3)$ نیاز دارند تا حل شوند.
- (۳) $P \neq NP$
- (۴) هیچ کدام

(۳۳) یک دلال مرغ بین n تولیدکننده و m مصرف‌کننده کار می‌کند. n امین تولیدکننده امسال s عدد مرغ و m مصرف‌کننده b عدد مرغ می‌کند. این دلال به‌ازای هر مرغی که فروش می‌رود ۱ تومان سود می‌برد. به‌علت مشکلات حمل‌ونقل مرغ کشته، قواعدی وضع شده است که یک تولیدکننده تنها به مصرف‌کننده‌ای می‌تواند مرغ بفروشد که فاصله‌اش تا او از ۱۰۰ کیلومتر بیش‌تر نشود. با داشتن فهرست همه‌ی زوج‌های تولیدکننده-مصرف‌کننده که فاصله‌اش از ۱۰۰ کیلومتر کم‌تر است، کدام یک از الگوریتم‌های زیر برای یافتن بیش‌ترین سود کارا هستند؟ فرض کنید که s و b ها ممکن‌ست خیلی بزرگ باشند.

(۱) تطابق بیشینه (۲) شار بیشینه (۳) برنامه‌سازی پویا (۴) الف و ب

(۳۴) کدام گزینه درست است؟ (DAG، گراف جهت دار بدون دور است).

- (۱) در یک گراف جهت‌دار یک ترتیب توپولوژیکی بین رأس‌ها وجود دارد.
- (۲) در هر DAG حداقل یک ترتیب توپولوژیکی بین رأس‌ها وجود دارد.
- (۳) در هر DAG دقیقاً یک ترتیب توپولوژیکی بین رأس‌ها وجود دارد.
- (۴) در هر DAG حداکثر یک ترتیب توپولوژیکی بین رأس‌ها وجود دارد.

(۳۵) حداکثر تعداد پال‌های یک گراف جهت‌دار، ساده و بدون دور با n رأس چند تا است؟

(۱) $n-1$ (۲) $3n$ (۳) $\binom{n}{2}$ (۴) $n(n-1)$

۳۶) یک گراف بدون جهت $G = (V, E)$ را می‌توان با k رنگ رنگ‌آمیزی کرد اگر بتوان به هر رأس آن یکی از اعداد ۱ تا k را نسبت داد به‌طوری‌که شماره‌ی هر رأس مجاور متفاوت باشد. چقدر تا از گزاره‌های زیر درست‌اند؟

- یک گراف دوبخشی را می‌توان با ۲ رنگ رنگ کرد.
- هر درخت را می‌توان با دو رنگ رنگ کرد.
- یک گراف کامل را می‌توان با $|V|$ رنگ رنگ کرد.
- هیچ گراف دارای دور را نمی‌توان با دو رنگ رنگ کرد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۷) می‌دانیم که برخی از افراد در یک گروه n نفری از هم «نفرت» دارند. فرض کنید «نفرت» یک رابطه‌ی متقارن است. یعنی اگر a از b نفرت داشته باشد، b هم از a نفرت دارد. فرض کنید که می‌دانیم که چه کسی از چه کس دیگری نفرت دارد و تمام این اطلاعات را در اختیار داریم. می‌خواهیم این افراد را به دو دسته تقسیم کنیم به‌طوری‌که بین هیچ دو نفر در یک دسته نفرتی نباشد. سریع‌ترین الگوریتم کارا برای تشخیص امکان انجام این کار از کدام مرتبه‌ی زمانی است؟

۱ (۱) $O(n^2)$ ۲ (۲) $O(n^3)$ ۳ (۳) $O(n^4)$ ۴ (۴) راه‌حل چندجمله‌ای برای این کار وجود ندارد

۳۸) کدام یک از الگوریتم‌های زیر حریصانه نیست؟

۱ (۱) دایکسترا ۲ (۲) کدگذاری هافمن ۳ (۳) کروسکال ۴ (۴) فلوید

۳۹) n کیسه شن با حجم‌های v_1 تا v_n تا $v_i, 0 < v_i < 1$ ولی نه لزوماً مرتب) داریم. می‌خواهیم آن‌ها را در جعبه‌هایی به حجم یک قرار داده و بسته‌بندی کنیم. برای این کار الگوریتم زیر پیش‌نهاد می‌شود:

ابتدا کیسه‌ها را به همان ترتیب می‌چینیم. سپس یک جعبه برداشته و کیسه‌ی اول، دوم و ... (تا جایی که می‌شود) را در آن قرار می‌دهیم. در صورتی که کیسه‌ی i ام دیگر در جعبه جا نشد، یک جعبه‌ی جدید برداشته و کیسه‌ی $i, i+1$ و ... (تا جایی که جا بشود) را در آن قرار می‌دهیم.

اگر تعداد جعبه‌های استفاده شده در این روش M_a و تعداد جعبه‌های استفاده شد در بسته‌بندی کمینه (که کم‌ترین تعداد جعبه را استفاده کند) M_b باشد، در آن صورت کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

۱ (۱) همواره $M_a > M_b$ ۲ (۲) همواره $M_a = M_b$ ۳ (۳) همواره $M_a < 2 \times M_b$ ۴ (۴) هیچ‌کدام

۴۰) بیشینه‌ی طول کد یک عنصر در فشرده‌سازی n عنصر با روش هافمن چه قدر می‌تواند باشد؟

۱ (۱) $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ ۲ (۲) $\lceil \lg n \rceil$ ۳ (۳) $n-2$ ۴ (۴) $n-1$

۴۱) می‌خواهیم $T(n)$ را از رابطه‌ی بازگشتی $T(n) = \sum_{i=1}^{n-1} T(i) \times T(i-1)$ و با فرض $T(0) = T(1) = 2$ محاسبه کنیم. یک الگوریتم کارا برای محاسبه‌ی $T(n)$ به چند عمل محاسبه نیاز دارد؟

۱ (۱) $O(n)$ ۲ (۲) $O(n \lg n)$ ۳ (۳) $O(n\sqrt{n})$ ۴ (۴) $O(n^2)$

(۴۲) یک درخت با وزن اعداد صحیح (مثبت، منفی یا صفر) بر روی یال‌های آن داده شده است. یک الگوریتم کارا برای پیدا کردن کم‌وزن‌ترین مسیر ساده‌ی موجود در این درخت از چه مرتبه‌ای است؟ (طول یک مسیر برابر با مجموع وزن یال‌های آن است.)

- | | |
|------------------------------|--------------|
| $O(n \lg n)$ (۲) | $O(n)$ (۱) |
| راه‌حل چندجمله‌ای ندارد. (۴) | $O(n^2)$ (۳) |

(۴۳) یک مجموعه‌ی مستقل C از درخت T زیرمجموعه‌ای از رأس‌های T است به گونه‌ای که هیچ زوج رأسی از رأس‌های C در T همسایه نباشند (مشابه تعریف کلاسیک مجموعه مستقل رأسی). می‌دانیم پیدا کردن بزرگترین مجموعه مستقل یک گراف در حالت کلی NP -تمام است. کاراترین الگوریتم برای پیدا کردن بزرگترین مجموعه مستقل در یک درخت از چه زمانی است؟

- | | | | |
|------------|--------------|--------------|---------------------|
| $O(n)$ (۱) | $O(n^2)$ (۲) | $O(n^3)$ (۳) | (۴) چندجمله‌ای نیست |
|------------|--------------|--------------|---------------------|

(۴۴) اگر در الگوریتم مرتب‌سازی ادغامی، به جای تقسیم آرایه به دو بخش مساوی، آرایه را هر بار از یک مکان تصادفی تقسیم کنیم، میانگین زمان اجرای این الگوریتم از چه مرتبه‌ای است؟ دقیق‌ترین جواب را انتخاب کنید.

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------------|
| $O(n)$ (۱) | $O(n)$ (۲) |
| (۳) مانند حالت معمول خواهد بود. | (۴) از حالت معمول سریع‌تر خواهد بود. |

(۴۵) چندتا از گزاره‌های زیر برای یک گراف $G = (V, E)$ درست‌اند؟

- در جست‌وجوی عمق‌اول یک DAG، هیچ‌گاه یال پس‌سو (back edge) نداریم.
- در جست‌وجوی عمق‌اول یک DAG، هیچ‌گاه چپ‌سو (cross edge) نداریم.
- با داشتن تعداد یال‌ها، در $O(|V|)$ ، و نه $O(|V| + |E|)$ می‌توان تشخیص داد که یک گراف ساده و بدون جهت، دور دارد یا خیر.
- در $O(|V| + |E|)$ می‌توان تشخیص داد که یک گراف جهت‌دار، دور دارد یا خیر.

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| (۱) ۱ | (۲) ۲ | (۳) ۳ | (۴) ۴ |
|-------|-------|-------|-------|

