رشد، تلاشی و واکنشهای شیمیایی

اگر در مولکولی این گرایش وجود داشته باشد که خود به‌خود به مولکولهای کوچکتری تجزیه شود وآهنگ این تلاشی (تجزیه) از حضور مواد دیگر تأثیر نپذیرد، طبیعی است که

انتظار داشته باشیم تعداد این نوع مولکولها که در واحد زمان متلاشی می‌شوند متناسب با مقدار کل مولکولهای موجود باشد. این‌گونه واکنشهای شیمیایی را واکنشهای مرتبهٔ اول می‌نامند.

به‌عنوان مثال فرض کنید که درآغاز کار x_0 گرم از ماده موجود باشد و دریك‌واکنش مرتبهٔ‌اول متلاشی‌شود. اگر در زمان بعدی t ، جرم ماده x گرم باشد. آنگاه اصل‌فوق‌الذکر معادلهٔ دیفرانسیل زیر را به‌دست می‌دهد.

$$-\frac{dx}{dt}=kx \quad , \quad k>0 \qquad (1)$$

[از آنجایی که dx/dt آهنگ رشد x می‌باشد، $-dx/dt$ آهنگ تلاشی است و رابطهٔ (۱) چنین بیان می‌کند که آهنگ تلاشی x متناسب با x است.] چنانچه متغیرهای رابطهٔ (۱) را جدا کنیم، حاصل چنین می‌شود:

$$\frac{dx}{x}=-kdt$$

که بعداز انتگرال‌گیری به‌صورت زیر درمی‌آید

$$\log x=-kt+c$$

اعمال شرط اولیهٔ

$$x=x_0 \quad \text{وقتی} \quad t=0 \qquad (2)$$

در رابطهٔ اخیر نتیجه می‌دهد $c=\log x_0$ ، پس

$$\log x=-kt+\log x_0 \, , \, \log(x/x_0)=-kt \, , \, x/x_0=e^{-kt} \, ,$$

و

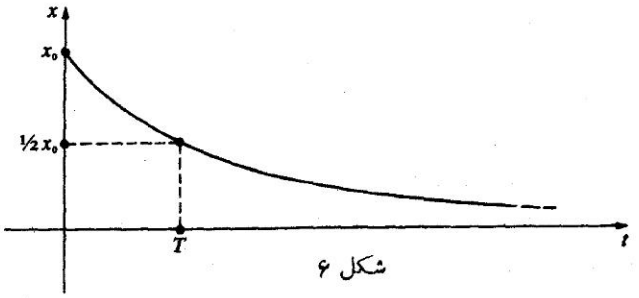
$$x=x_0e^{-kt} \qquad (3)$$

بنابراین این تابع جواب معادلهٔ دیفرانسیل (۱) است که درشرط اولیهٔ (۲) صدق می‌کند. نمودار تابع (۳) درشکل (۶) رسم شده است. ثابت مثبت k ، ثابت آهنگ تغییر نامیده می‌شود، زیرا مقدار آن نشان‌دهندهٔ آهنگ پیشرفت این واکنش است.

تعداد خیلی کمی از واکنشهای شیمیایی مرتبهٔ اول شناخته شده‌اند که مهمترین آنها تلاشی رادیو اکتیو است.

مناسب است که آهنگ تلاشی یك عنصر رادیواکتیو را برحسب نیم عمرش بیان کنیم، که عبارت است از زمان لازم برای آنکه مقدار معینی از عنصر موردنظر به‌نصف تقلیل یابد. اگر درفرمول(۳) $x_0/2$ را به‌جای x بگذاریم، معادلهٔ زیر را به‌دست خواهیم آورد

$$\frac{x_0}{2}=x_0e^{-kt}$$



شکل ۶

که درآن T نیم‌عمر عنصر می‌باشد، بنابراین

$$kT = \log ۲$$

بامعلوم بودن یکی‌ازمقادیر k یا T (ازطریق مشاهده یاتجربه)، به‌کمک‌رابطهٔ بالا، می‌توان دیگری را تعیین کرد.

این ایده‌ها اساس ابزار علمی‌نسبتاً جدیدی هستندکه در زمین‌شناسی و باستان‌شناسی از اهمیت‌خاصی برخوردار است. اصولا ازعناصر رادیواکتیوی‌که در طبیعت یافت‌می‌شوند (بانیم‌عمر شناخته‌شده) می‌توان برای تعیین تاریخ وقایعی که از چندهزار تاچندمیلیاردسال قبل اتفاق افتاده است استفاده کرد. مثلا ایزوتوپ معمولی اورانیوم بانیم‌عمر ۴٫۵میلیارد سال، طی چندمرحله به‌هلیوم ویك ایزوتوپ سرب متلاشی می‌شود. وقتی‌که یك‌صخرهٔ‌شامل اورانیوم به حالت‌گداخته باشد، نظیر گدازه‌ای که از دهانهٔ کوه آتشفشان بیرون می‌ریزد، سرب حاصله از این روندتلاشی، براثر جریانهای موجود در گدازه پراکنده می‌شود، اما پس‌از آن که صخره به‌صورت جامد درآمد، سرب درجای‌خود سخت می‌شود و در کنار اورانیوم مادر (اولیه) به‌طور پیوسته انباشته می‌گردد. تجزیهٔ قطعه‌ای ازگرانیت می‌تواند نسبت سرب به اورانیوم را تعیین‌کند و این نسبت، تخمین مدت زمان سپری شده از لحظهٔ بحرانی (که گرانیت به صورت بلور درآمده است) را امکان‌پذیر می‌سازد. برای تعیین عمرچندین‌روش‌که درآنها تلاشی توریم وایزوتوپهای‌اورانیوم به ایزوتوپهای مختلف‌سرب، به‌کارمی‌روندمتداول‌است. روش‌دیگرمبتنی برتلاشی پتاسیم به‌آرگون، بانیم عمر۱٫۳میلیارد سال است، اما روش‌دیگری‌که برای تعیین عمر قدیمی‌ترین صخره‌ها ارجحیت دارد، روشی است‌که مبتنی برتلاشی روبیدیوم به‌استرانسیوم، بانیم عمر۵۰میلیارد سال است. این‌بررسیها پیچیده‌اند و نسبت به‌انواع بسیاری از خطاها حساس هستند ولیکن اغلب می‌توان ازیکی برای تحقیق درستی نتیجهٔ حاصل از دیگری استفاده نمود و به‌کمك‌آنها می‌توان تاریخهای قابل‌اطمینانی برای بسیاری از حوادث تاریخ زمین‌شناسی که باتشکیل صخره‌های آذرین مرتبطند، بدست آورد. صخره‌های بادهامیلیون سال عمر، کاملا جوان هستند. حوزهٔ عمر صدها میلیون‌سال امری عادی است و کهنسالترین صخره‌هایی که تابه‌حال کشف شده‌اند عمرشان به‌بیش از ۳میلیاردسال می‌رسد. البته این حدپایینی برای‌عمر پوستهٔ‌زمین وبنابراین برای خود زمین‌است. براساس بررسیهای دیگری که از انواع گوناگون اطلاعات‌نجومی، تعیین‌عمر کانیهای موجود درسنگهای آسمانی ونظیرآنها استفاده می‌کند، عمراحتمالی زمین

حدود ۴٫۵میلیاردسال برآورد شده است[۱].

عناصر رادیواکتیو فوق‌الذکر آن‌چنان به‌کندی متلاشی می‌شوند که روشهای تعیین عمر مبتنی برآنها برای تعیین زمان حوادثی که در زمانی نسبتاً جدید اتفاق افتاده است، مناسب نیستند. این شکاف باکشف رادیوکربن توسط ویلاردلیبی[۲] در اواخر دههٔ ۱۹۴۰ پرشد. رادیوکربن یك‌ایزوتوپ رادیواکتیو کربن بانیم‌عمرحدود۵۶۰۰سال است. در سال ۱۹۵۰، لیبی و همکارانش تکنیك تاریخ‌گذاری رادیوکربن را تکمیل کردند. این تکنیك تاریخ‌گذاری، ساعتهای زمین‌شناسی کند فوق‌الذکررا تکمیل کرد وامکان تعیین زمان‌حوادث مراحل جدیدتردوران یخبندان وبعضی حرکتها و فعالیتهای بشر ماقبل‌تاریخ را فراهم‌آورد. سهم این‌روش در زمین‌شناسی وباستان‌شناسی پلیستوسن (عصرچهارم زمین‌شناسی) قابل‌توجه بوده است.

به‌طور خلاصه، حقایق و اصول مربوط به‌این‌موضوع، به‌قرار زیرند. رادیوکربن تحت‌تأثیرعمل نوترونهای اشعهٔ کیهانی بر ازت، درلایه‌های بالایی‌جو تولید می‌شود. این رادیوکربن به‌دی‌اکسیدکربن اکسیده می‌شود. این‌دی‌اکسیدکربن به‌نوبهٔخود به‌وسیلهٔ باد، با دی اکسیدکربن غیر رادیواکتیو موجود مخلوط می‌شود. از آنجاکه رادیوکربن پیوسته ایجاد می‌شود و به طور دائم نیز به‌ازت تجزیه می‌شود، نسبت‌آن به‌کربن معمولی درجو، دیرزمانی است که به‌حالت تعادل رسیده است. همگی نباتات هوازی و همچنین حیواناتی که ازاین‌گیاهان‌تغذیه می‌کنند، این‌قسم رادیوکربن را به‌بافتهای‌خود وارد می‌کنند. مادامی که یك‌گیاه یاحیوان زنده است، نسبت این رادیوکربن ثابت باقی می‌ماند، لیکن وقتی‌آن گیاه یاحیوان می‌میرد، از جذب رادیوکربن جدید باز می‌ایستد، در حالی‌که رادیوکربن موجود در هنگام مرگ، روند پایدار تلاشی را ادامه می‌دهد. بنابراین، اگر یك‌قطعه چوب سالخورده نیمی از رادیواکتیویتهٔ یك‌درخت زنده‌را دارا باشد، عمرش ۵۶۰۰ سال و اگر فقط یك‌چهارم‌آن را دارا باشد، عمرش ۱۱۲۰۰ سال است. این اصل روشی برای تاریخ‌گذاری هرجسم قدیمی که منشأ آلی داشته باشد، مثل چوب، زغال‌چوب، الیاف گیاهی، گوشت، پوست، استخوان یاشاخ، به‌دست می‌دهد. اعتبار این‌روش بابه‌کاربردن‌آن درمورد مغز چوب درختان «غول» کالیفورنیا که باتوجه به دوایر رشدشان، عمری بین ۳۰۰۰ تا ۴۰۰۰ سال‌دارند ودرمورد وسایل قبورمصری‌که عمرشان مستقلاشناخته شده، تحقیق‌گردیده است. دراین زمینه، اشکالاتی عملی وجود دارد، ولیکن این روش‌به‌شرط‌آنکه فاصلهٔ زمانی موردنظر زیاد نباشد (کمتر از ۵۰۰۰۰سال)، از دقت قابل‌ملاحظه‌ای برخوردار است.

تاریخ‌گذاری به‌طریق رادیوکربن در مورد هزاران نمونه به‌کار بسته شده است و دهها آزمایشگاه این‌نوع کارهارا انجام می‌دهند. از جالب‌ترین مواردتخمین عمر، چندنمونهٔ زیر را می‌توان نام برد: لفاف کتانی‌کتاب اشعیای‌نبی از طومارهای بحرالمیت که اخیراً

---

۱. برای بحث کامل پیرامون این موضوع ونیز بسیاری روشهای دیگر ونتایج حاصل از علم زمین‌شناسی رجوع کنید به

F.E. Zeuner, «Dating the Past.» 4th ed. Methuen, London, 1958.

2. Willard Libby

درغاری درفلسطین یافت شده و تصور شده است که مربوط به‌قرن‌اول یادوم قبل از میلاد مسیح باشد، ۲۰۰ ± ۱۹۱۷ سال؛ زغال یافته شده در غار لاسکو[1] درجنوب فرانسه، که دارای نقاشیهای قابل‌توجهی از دوران ماقبل‌تاریخ می‌باشد، ۹۰۰ ± ۱۵۵۱۶ سال؛ زغال مربوط به‌آثار پیش از تاریخ در استون هنج[2] در جنوب انگلستان، ۲۷۵ ± ۳۷۹۸ سال، زغال متعلق به یك درخت سوخته شده در زمان انفجار آتشفشانی که دریاچهٔ کریتر[3] را در اورگون[4] به‌وجود آورد، ۲۵۰ ± ۶۴۵۳ سال؛ زیستگاههای انسان باستان در سراسر نیمکره غربی با استفاده از قطعات زغال چوب، صندلهای الیافی، خرده‌های استخوان سوخته شدهٔ نوعی گاومیش و نظایر اینها، تاریخ‌گذاری شده است. نتایج حاصله حاکی از آن است که انسان درحدوددوران آخرین عصر یخبندان یعنی حدود ۱۱۵۰۰ سال قبل به‌دنیای جدید پانهاد. در آن زمان سطح آب اقیانوسها اساساً پایین‌تر از سطح کنونی بود و بشر آن‌زمان می‌توانست مسیر سیبری به‌آلاسکا را از طریق تنگهٔ برینگ[5]، پیاده طی کند.[6]

شاید به نظر برسد که این ایده‌ها ازموضوع معادلات دیفرانسیل نسبتاً دورهستند. ولی عملا متکی برپایهٔ ریاضی عرضه‌شده توسط معادلهٔ (۱) وجواب آن که توسط فرمول (۳) داده شده‌است، می‌باشند. درمسائل زیر از خواننده خواهیم خواست که شیوه‌های مشابهی را در سؤالات مطروحه در شیمی، زیست‌شناسی و فیزیك به‌کاربرد.

تمرین

۱ــ فرض کنید که دومادهٔ شیمیایی به‌صورت محلول بایکدیگر واکنش انجام می‌دهند تا ترکیبی را بسازند. اگر واکنش به‌وسیلهٔ برخورد واندرکنشهای مولکولهای این‌دوماده انجام پذیرد، انتظارمی‌رود که نرخ تشکیل ترکیب، متناسب با تعداد برخوردها درواحد زمان باشد، که این به‌نوبهٔ‌خود بامقادیرمواد تبدیل‌نشده متناسب است. هرواکنش‌شیمیایی که به‌این صورت انجام‌شود به‌واکنش مرتبهٔ‌دوم موسوم است وازاین قانون واکنش‌اغلب به‌نام قانون انژجرم یاد می‌شود. واکنش‌مرتبهٔ دومی را درنظر بگیرید که درآن x گرم از ازترکیب شامل ax گرم ازمادهٔ‌اول و bx گرم ازمادهٔ دوم باشد به‌طوری‌که $a+b=1$. چنانچه در ابتدای‌آزمایش aA گرم ازمادهٔ‌اول و bB گرم ازمادهٔ دوم موجود باشد و در $t=0$ داشته‌باشیم $x=0$، مطلوب است تعیین x به‌صورت تابعی از t.

۲ــ فرض کنید که در زمان $t=0$ تعداد x_0 باکتری دریك‌محلول غذایی گذاشته شده باشند

---

1. Lascaux 2. Stonehenge 3. Crater 4. Oregon
5. Bering Straits

۶. لیبی جایزهٔ نوبل سال ۱۹۶۰ را در شیمی به‌خاطر کاری‌که در بالا شرح دادیم از آن خود ساخت. شرح خود او ازاین روش همراه با دشواریها ونتایج آن را می‌توان درکتاب وی به نام «Radiocarbon Dating», 2nd. ed. University of Chicago Press, 1955 یافت. همچنین به‌کتاب
G.C. Baldwin, «America's Buried Past» Putnam, New York, 1962
رجوع کنید.

و x تعداد باکتریها درزمان t باشد. چنانچه غذا ومحیط زیست نامحدود باشد ودر نتیجه، تعداد باکتریها درهر لحظه باآهنگی متناسب با تعداد باکتریها در آن لحظه، افزایش یابد، x را به‌صورت تابعی از t به‌دست آورید.

۳ـ اگر درمسئلهٔ ۲ ، محیط‌زیست محدود باشد و موادغذایی باکتریها باآهنگ ثابتی تأمین شود، آنگاه رقابتی برسر تأمین غذا ومحیط‌زیست به‌میان خواهدآمد، به‌طوری که سرانجام تعداد باکتریها درسطح ثابت x_1 تثبیت خواهدشد. به‌فرض آنکه تحت این شرایط آهنگ رشد تعداد باکتریهاهم با x وهم با $x_1 - x$ متناسب باشد، x را به‌صورت تابعی از t بیابید.

۴ـ فرض کنید که فشار p هوا در ارتفاع h از سطح دریا، متناسب باجرم ستون هوای بالای واحد سطح افقی درآن ارتفاع باشد ونیز این‌که حاصلضرب حجم درفشار برای جرم معینی از هوا در تمام ارتفاعات، ثابت بماند. اگر درسطح دریا $p = p_0$ باشد، p را به‌صورت تابعی از h به‌دست آورید.

۵ـ فرض کنید که آهنگ سردشدن یك‌جسم‌داغ، بااختلاف دمای بین آن‌جسم و محیط‌اطرافش متناسب باشد. (قانون‌سردشدن نیوتن)[1] جسمی تادمای $110^\circ C$ گرم می‌شود وسپس در هوای $10^\circ C$ قرار می‌گیرد. پس‌از یك‌ساعت دمای آن به $60^\circ C$ می‌رسد. چه‌مدت‌دیگر برای سردشدن جسم تادمای $30^\circ C$ لازم است؟

۶ـ مطابق «قانون جذب‌لامبرت» ، درصدنور تابشی جذب‌شده به‌وسیلهٔ لایهٔ نازکی از مادهٔ نیمه‌شفاف، متناسب باضخامت لایه است.[2] اگر نورخورشید باتابش‌قائم برآب‌اقیانوس، درعمق ۳متری به‌یك‌دوم شدت اولیه‌اش کاهش یابد، درچه‌عمقی به‌یك‌شانزدهم شدت اولیه‌اش کاهش خواهد یافت؟ این مسئله را مستقیماً، وهمچنین باتشکیل وحل‌یك‌معادلهٔ دیفرانسیل حل کنید.

---

۱. نیوتن خود این قاعده را برای تخمین دمای یك‌گلولهٔ آهنی سرخ داغ به‌کار برد. در آن زمان اطلاعات موجود درمورد قوانین انتقال حرارت آن قدرکم بود، که نتیجه‌گیری او تقریب خامی بیش نبود، اما بیشك بهتر از هیچ بود.

۲. یوهان‌هاینریش‌لامبرت «Johann Heinrich Lambert» منجم، ریاضیدان و فیزیکدان آلمانی‌ـسویسی و مردی اهل علم بود. او اساساً خودآموخته بود و آثاری دربارهٔ مدارهای ستاره‌های دنباله دار، نظریهٔ نور و ساختن نقشه‌ها انتشار داد. روش تصویر هم مساحت لامبرت را تمامی نقشه‌کشان نجومی می‌شناسند. در بین ریاضیدانان از او به‌عنوان اولین کسی‌که گنگ بودن π را اثبات نمود، یاد می‌شود.