

# سوالات سری یکم

حسین نادری

جمعه ۲۷ آذر ۱۳۹۴

**سوال یکم** جدولی  $n \times n$  داریم که روی بعضی از خانه هایش مهره هایی قرار دارند. می دانیم تعداد مهره های سطر  $i$  و ستون  $j$  ام بیشتر مساوی  $n$  است. ثابت کنید تعداد کل خانه های جدول بیش از  $\lfloor n^2/2 \rfloor$  است.

**سوال دوم** یک ترازوی دو کفه ای داریم. می خواهیم با آن کالاهایی به جرم  $1, 2, 3, \dots, n$  را وزن کنیم. حداقل تعداد وزنه مورد نیاز چقدر است؟

**سوال سوم**  $n$  سطل داریم که در هر کدام مایعی ریخته شده است. چنان چه مایعی باشد که در بیش از نصف سطل ها موجود باشد، آن را اکثریت می نامیم. در هر مرحله می توانیم مایع داخل دو سطل را با هم مقایسه کنیم که یکی هستند یا نه. حداقل تعداد مرحله برای آن که بتوانیم مایع اکثریت را پیدا کنیم یا اعلام کنیم که چنین مایعی وجود ندارد چقدر است؟

**سوال چهارم**  $n$  ماشین در مکان های دلخواه روی محیط یک میدان قرار دارند. مجموع بنزین داخل باک های همه ماشین ها برابر بنزین لازم برای یک بار دور کامل زدن یک ماشین دور میدان است. آیا ماشینی وجود دارد که در یک جهت شروع به حرکت کند و به هر ماشینی که می رسد بنزین آن راقرض بگیرد و به مسیر خود ادامه دهد تا یک دور کامل بنزند؟

**سوال پنجم** یک جدول  $n \times n$  داریم که در هر سطر و ستون آن دقیقن یک  $\circ$  و دقیقن یک  $\times$  قرار دارد. آیا می توان با عوض کردن جای یک سطر با یک سطر دیگر یا یک ستون با یک ستون دیگر به جدولی رسید که نسبت به جدول اولیه جای  $\circ$  ها و  $\times$  ها عوض شده باشد؟